Universidade Federal de Goiás
Regional Catalão
Unidade Acadêmica Especial de
Matemática e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

A MATEMÁTICA COMO CIÊNCIA E O USO DA CALCULADORA NO SEU ENSINO

Euder Pires da Cunha

Catalão
2018

sistema de bibliotecas ufg

PRPG
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **[X] Dissertação** **[ ] Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: Euder Pires da Cunha

Título do trabalho: A MATEMÁTICA COMO CIÊNCIA E O USO DA CALCULADORA NO SEU ENSINO.

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [x] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Euder Pires da Cunha
Assinatura do(a) autor(a)[2]

Ciente e de acordo:

Ronaldo Mont Santos
Assinatura do(a) orientador(a)[2]

Data: 04 / 10 / 18

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.
Casos de embargo:
- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

[2] A assinatura deve ser escaneada.

Versão atualizada em setembro de 2017.

Euder Pires da Cunha

A MATEMÁTICA COMO CIÊNCIA E O USO DA CALCULADORA NO SEU ENSINO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientador: Prof. Dr. Donald Mark Santee

Catalão

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Pires da Cunha, Euder
A MATEMÁTICA COMO CIÊNCIA E O USO DA CALCULADORA NO SEU ENSINO. [manuscrito] / Euder Pires da Cunha. - 2018.
CXXIX, 129 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Donald Mark Santee.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, PROFMAT- Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RC), Catalão, 2018.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Aluno. 2. Aprendizagem em Matemática. 3. Ensino de Matemática. 4. Uso da Calculadora. I. Mark Santee, Donald, orient. II. Título.

CDU 51

UFG

PROFMAT

Defesa N° 16

Ata de Defesa da Dissertação

Em 04 de outubro de 2018, às 14 h 36 min, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores(as) Dr. Donald Mark Santee (orientador), Dr. Tobias Anderson Guimarães, Dr. Paulo Roberto Bergamaschi e Flávio Henrique de Lima Araújo para, em sessão pública realizada no Bloco J - Sala 03, da Regional Catalão (RC), da Universidade Federal de Goiás (UFG), procederem com a avaliação da Dissertação intitulado "A MATEMÁTICA COMO CIÊNCIA E O USO DA CALCULADORA NO SEU ENSINO", de autoria de Euder Pires da Cunha, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo(a) presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida ao discente que, em 26 min procedeu a apresentação da Dissertação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Dissertação, que foi considerado: (x) **Aprovado** ou ( ) **Reprovado**. Cumpridas as formalidades de pauta, às 16 h 35 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Donald Mark Santee, lavrei a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente.

Donald Mark Santee

Dr. Donald Mark Santee
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG
Presidente da Banca

Tobias Ag

Dr. Tobias Anderson Guimarães
UFTM

Dr. Paulo Roberto Bergamaschi
UFG/IMTec – Catalão

Ms. Flávio Henrique de Lima Araújo
CESUC – Catalão

Euder Pires da Cunha

Euder Pires da Cunha
Discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/RC/UFG

CUNHA, Euder Pires da, graduou-se em Matemática. Atualmente, mestrando do curso PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por sempre me conceder sabedoria nas escolhas dos melhores caminhos, coragem para acreditar, força para não desistir e proteção para me amparar.

Aos meus pais Milton Ribeiro da Cunha e Maria Luiza Pires da Cunha, que me incentivaram a seguir meus sonhos, sempre me apoiando em todas as minhas decisões, proporcionando-me o melhor para meu futuro. O amor de vocês é fundamental.

Aos meus irmãos Eder Flávio da Cunha e Evander Pires da Cunha, que sempre acompanharam minha caminhada dando-me forças para seguir em busca da realização dos meus sonhos. O amor de vocês é essencial.

Ao meu orientador professor Dr. Donald Mark Santée, pela confiança ao aceitar minha proposta de pesquisa, por dedicar seu tempo orientando-me e ensinando-me o caminho da pesquisa.

Ao professor Ms. Flávio Henrique de Lima Araújo, pelas contribuições tão importantes, sempre disponível e disposto a ajudar.

Aos meus colegas de turma, em especial ao amigo Adir Martins de Melo, que sempre me deram forças e coragem para seguir em frente. A companhia de vocês e as palavras de incentivo foram fundamental e contribuíram muito para chegar até aqui.

Aos professores do ProfMat campus Catalão, por terem me proporcionado tanto conhecimento.

Resumo

A matemática é uma ciência presente na vida de todas as pessoas, em todos os lugares em situações do seu cotidiano, seja em casa, no lazer, no trabalho. Essa ciência evoluiu desde que o homem surgiu no planeta até os dias atuais, sendo utilizada pelo ser humano para que ele possa desenvolver diferentes tipos de atividade. Na história do desenvolvimento dessa disciplina, diversas tecnologias foram criadas para auxiliar nos cálculos matemáticos, como é o caso das calculadoras. Essa tecnologia, porém, é alvo de diversos debates, pois há os que defendem sua utilização em sala de aula e há os que são totalmente contra esse recurso. Diante de tal questão, esta pesquisa pretende analisar o uso da calculadora no ensino de matemática. O recurso metodológico utilizado para a elaboração da pesquisa foi a revisão bibliográfica, baseada em obras de autores que já discutiram a problemática em questão. Posteriormente foi realizada uma proposta e descrição de duas sequências didáticas, uma destinada ao ensino médio e outra à segunda fase do ensino fundamental de forma a traçar considerações sobre como a calculadora poderia ser utilizada para o desenvolvimento de diferentes tipos de atividades dentro dessa disciplina. Como considerações finais da pesquisa é preciso citar que a calculadora pode auxiliar no desenvolvimento da habilidade de cálculos dos alunos, especialmente porque é o aluno quem irá direcionar como os cálculos são feitos e, por isto, também precisa refletir sobre os mesmos.

Palavras-chave: Aluno. Aprendizagem em Matemática. Ensino de Matemática. Uso da Calculadora.

Abstract

Mathematics is a science present in the lives of all people, everywhere in situations of their daily lives, whether at home, at leisure or at work. This science has evolved since man appeared on the planet until the present day, being used by the human being so that he can develop different types of activity. In the history of the development of this discipline, several technologies were created to aid in mathematical calculations, as in the case of calculators. This technology, however, is aimed at several debates, as there are those who defend its use in the classroom and there are those who are totally against this feature. Faced with this question, this research intends to analyze the use of the calculator in the teaching of mathematics. The methodological resource used for the elaboration of the research was the bibliographical review, based on works by authors who have already discussed the problematic in question. Subsequently, an analysis of two lesson plans was carried out, one for secondary education and another for the second phase of elementary school, in order to consider how the calculator could be used for the development of different types of activities within this discipline. As final considerations of the research, it is necessary to mention that the calculator can help in the development of students' calculations ability, especially because it is the student who will direct how the calculations are done and, therefore, also have to reflect on them.

Key-words: Mathematics Teaching. Using the Calculator. Student. Learning in Mathematics.

Lista de figuras

Sumário

CAPÍTULO 1: Introdução

O ensino de matemática não se resume ao uso do quadro negro e giz, como ocorreu em muitas instituições por séculos. Seus conhecimentos vão muito além da sala de aula e envolvem diversos setores e atividades do cotidiano dos alunos. É diante dessa importância da matemática que seu ensino deve ser de qualidade, e para que isto aconteça o uso de recursos metodológicos diversificados e de atividades que problematizem o cotidiano dos alunos é de suma importância.

Se o uso da calculadora é feito de forma mecânica, sem levar o aluno a refletir sobre os cálculos, acaba-se fazendo com que ele fique à margem do pensamento crítico, não compreendendo a importância da matemática em seu dia a dia e nem de que ele também deve saber fazer esses cálculos.

A escola não pode ignorar que a tecnologia faz parte da rotina dos alunos e que, por isto, também pode ser inserida em sala de aula, seja na forma da calculadora, do uso da televisão, do vídeo, do computador com internet, entre outros recursos que podem ser bastante significativos para a aprendizagem e desenvolvimento do aluno.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p.46) a calculadora pode ser um instrumento de grande valor para que o ensino de matemática possa melhorar nas instituições de ensino e propõe que “a justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação”. Assim, é a forma como a tecnologia é utilizada e colocada frente ao aluno que irá designar o sucesso da aprendizagem.

Há de se considerar que o aluno está inserido dentro da Sociedade da Informação e do Conhecimento e por isto o ensino de matemática precisa ser repensado, para que as próprias habilidades matemáticas do aluno também sejam repensadas e que ele seja capacitado para enfrentar os desafios que essa sociedade lhe impõe.

Para Pavão e Muller (2005) a atualidade demonstra a necessidade de um ensino de matemática que provoca o saber e o fazer matemático, utilizando as tecnologias para auxiliar na aprendizagem do aluno, fazendo com que os recursos didáticos potencializem a competência matemática dos discentes, levando-os a desenvolver habilidades e competências que possam ser utilizadas em seu dia a dia, especialmente para que exerçam sua cidadania.

Nesse sentido, é interessante que o aluno aprenda a usar a calculadora, mas também que tenha a capacidade de decidir em que momento irá utilizá-la ou em que momento apenas sua mente será o objeto para fazer os cálculos. Ou seja, nada impede que o aluno aprenda a fazer os cálculos e também utilize a calculadora em sala de aula ou no seu cotidiano. Para Pavão e Muller (2005, p.10 e 11):

> Dentro desta tecnologia a calculadora pode e deve ser usada em sala de aula sempre que o cálculo for um passo do trabalho, e não a atividade principal. Para que os alunos usem a calculadora com inteligência, é necessário que o educador selecione atividades adequadas, que sejam motivadoras e despertem a curiosidade, ajudando a raciocinar.

Portanto, vários tipos de tecnologia podem ser inseridas na sala de aula, mas deve haver planejamento nesse processo, assim como a conscientização do aluno que esse recurso serve para auxiliá-lo, mas o raciocínio lógico e os conhecimentos matemáticos como um todo devem ser adquiridos para que esse aluno seja capaz de dar respostas ao seu dia a dia sem necessitar dessas tecnologias.

Assim, os conhecimentos matemáticos são de suma importância para a vida das pessoas e são cobrados em diferentes atividades e setores da sociedade. Quando fala-se do ensino dessa ciência, há entre os professores o uso de diferentes metodologias e no caso da calculadora, seu uso ainda é um assunto ainda debatido, mas que precisa ser melhor compreendido para que o ensino de matemática ganhe em qualidade e que os alunos consigam desenvolver melhores habilidades e competências que envolvem os cálculos. Assim, esta dissertação propõe formas de uso da calculadora em sala de aula de maneira que ela não traga nenhum tipo de prejuízo para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos.

A dissertação foi desenvolvida inicialmente a partir da construção de um referencial teórico sobre o tema, onde se faz uma pequena análise sobre o ensino de matemática na atualidade, sobre os recursos metodológicos que tem sido utilizados, analisando de forma teórica os prós e contras do uso da calculadora no ensino dessa disciplina. Gil (2008, p.06) considera que esse tipo de pesquisa "é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Não se recomenda trabalhos oriundos da “internet”, possibilitando assim conhecer e compreender teoricamente o tema da pesquisa.

Em um segundo momento foram produzidas duas sequências didáticas, que foram descritas e analisadas em suas possibilidades de aplicação em sala de aula, ou seja, contendo atividades que permitiriam o uso da calculadora. Essas sequências didáticas destinam-se aos alunos da segunda fase do ensino fundamental e do ensino médio, e tem como objetivo avaliarde que forma a calculadora pode, ou não, ajudar diante das atividades e problematizações matemáticas.

Essa dissertação propõe mostrar como a calculadora pode ser utilizada no ensino de matemática, levando o aluno a desenvolver a habilidade de utilizá-la, porém, também evidenciando que ele precisa ser capaz de fazer cálculos e desenvolver conhecimentos matemáticos sem que para isto precise utilizar algum tipo de tecnologia, ou seja, demonstrar que a tecnologia é algo importante no cotidiano das pessoas, porém, que não pode substituir a capacidade de raciocínio do aluno.

As calculadoras são um recurso tecnológico muito utilizado no cotidiano das pessoas, especialmente daquelas que precisam de maior rapidez nos cálculos e ainda das que encontram maior dificuldade em fazê-los sem o uso de algum outro recurso. Há, por isto, um debate no que se refere à sua inserção em sala de aula, especialmente porque há os que defendem seu uso como um recurso que auxilia a aprendizagem e há os que são contra, pois acreditam que o aluno acaba desenvolvendo uma espécie de “preguiça” de pensar e de fazer os cálculos sozinhos.

O interesse pela pesquisa sobre o uso da calculadora em sala de aula surgiu a partir de artigos sobre o tema, assim como da observação do próprio cotidiano das pessoas, onde muitas delas recorrem à calculadora como recurso para fazer cálculos e o fazem mesmo tendo condições de fazê-los sem o uso dela. Assim, surgiu uma curiosidade e um interesse em compreender melhor de que forma esse recurso poderia ser utilizado em sala de aula sem que trouxesse algum tipo de prejuízo para os alunos, sendo esta a problemática a ser respondida pela pesquisa.

A pesquisa que tem como tema o uso da calculadora em sala de aula demonstra-se importante no sentido de que é preciso buscar metodologias e recursos que potencializem a aprendizagem do aluno, da mesma forma, os professores não podem excluir a tecnologia da vida do aluno como se ele não tivesse contato com a mesma fora da sala de aula. Por isto, não somente o uso da calculadora, mas de outros recursos tecnológicos precisa ser debatido pelos profissionais da educação, buscando maneiras de auxiliar o aluno a ter a melhor aprendizagem possível, utilizando a tecnologia como aliada no desenvolvimento de seu raciocínio lógico para que este possa ser aplicado em qualquer situação problema.

É importante que seja travada essa discussão sobre os prós e contras que envolvem o uso da calculadora de forma que os próprios profissionais possam planejar como esse recurso será inserido em sala de aula, de que forma ele pode potencializar a aprendizagem e como impedir que o aluno utilize apenas esse recurso deixando de pensar por si próprio e de desenvolver as habilidades matemáticas.

É preciso considerar também pesquisas que já foram desenvolvidas nessa área onde destacaram-se a dissertação escrita por Arruda (2013) que intitula-se "O Uso da Calculadora Simples em Sala de Aula" cujo objetivo era avaliar o uso desse instrumento no ensino de matemática, já que é uma ferramenta de fácil aquisição pelas pessoas e chega ao resultado que através da calculadora o ensino pode ser agilizado, gerar elaboração de estratégias de resolução e gerar outras vantagens a serem descobertas pelos alunos; Matos (2016) escreveu uma tese com o título "o uso da calculadora nas aulas de matemática – o que pensam os professores de matemática de Conceição do Araguaia – PA" partindo não mais da perspectiva dos alunos, mas dos profissionais dessa disciplina e a forma como vêem o uso dessa ferramenta, exaltando a necessidade de planejamento das aulas para maior envolvimento dos alunos.

Lourenço (2013) em sua obra "Possibilidades do uso da calculadora não científica e do software geogebra na educação básica" discute como recursos tecnológicos podem ser utilizados na educação, desmistificando conceitos junto aos professores e inspirando-os a novas propostas pedagógicas, exaltando como é importante que os professores criem metodologias consistentes para envolver essas tecnologias e potencializar a aprendizagem dos alunos. Já na obra "Proposta de um livro didático com recursos de videoaulas e calculadora HP 12C para o ensino de matemática financeira nos cursos técnicos à distância", o foco da pesquisa não está na educação básica, mas em cursos superiores à distância onde os alunos possam aprender também a partir das tecnologias das calculadoras.

Sá (2013) em seu trabalho de conclusão de curso com o título "Um experimento envolvendo o uso de calculadoras gráficas em uma escola pública" buscou avaliar os resultados do uso da calculadora gráfica em aulas de matemática junto a alunos do ensino médio das escolas públicas brasileiras e, posteriormente, traçar um comparativo com os resultados obtidos em outros países.

Diferenciando-se dessas obras, o objetivo geral deste trabalho é apresentar algumas possibilidades de uso da calculadora no ensino de matemática de forma que a mesma não cause prejuízos ao desenvolvimento lógico-matemático dos alunos. E assim, pretende-se também analisar a importância os conhecimentos matemáticos para o cotidiano dos alunos; compreender os prós e contras do uso da calculadora dentro do ensino de matemática; descrever de que forma a calculadora pode ser inserida no ensino de matemática sem trazer prejuízos à capacidade de cálculo dos alunos e ainda demonstrar se esse recurso pode ser utilizado nas instituições.

A dissertação divide-se assim em seis capítulos principais: a primeira é a introdução, onde apresenta-se o tema para o leitor, refletindo sobre alguns aspectos do ensino de matemática e como o uso da calculadora encaixa-se no mesmo. Também é apresentada a problemática a ser respondida com a pesquisa e a metodologia utilizada para alcançar o objetivo proposto na mesma.

No segundo capítulo faz-se uma exposição teórica sobre a história da matemática durante a história da humanidade, fazendo considerações sobre sua importância na atualidade e como essa ciência está presente no dia a dia de todas as pessoas.

Ao terceiro capítulo é destinado às considerações sobre a história da calculadora, demonstrando a evolução dessa tecnologia e como ela é utilizada em sala de aula atualmente e o debate existente diante deste uso.

O quarto capítulo é destinado às reflexões sobre o ensino de matemática, desde os seus primórdios a atualidade, demonstrando as principais metodologias utilizadas pelos professores, as dificuldades encontradas pelos alunos, as implicações da tecnologia no ensino dessa disciplina, dentre outros aspectos.

No quinto capítulo há um espaço para a discussão dos resultados obtidos a partir da análise das sequências didáticas propostas e das possíveis atividades que poderiam ser realizadas junto aos alunos da segunda fase do ensino fundamental e também do ensino médio. E por último apresenta-se as considerações finais da pesquisa.

Capítulo 2: A História da Matemática

Objetiva-se com este capítulo apresentar um histórico da ciência/disciplina de Matemática durante a história da humanidade, em que vários povos trouxeram contribuições importantes a essa ciência que faz parte do cotidiano de todas as pessoas, independente de onde vivam e das profissões que exercem.

2.1 Algumas Considerações Iniciais

A descoberta ou a construção da matemática não é vista como algo feito por uma única pessoa ou tribo, isto porque diferentes povos contribuíram para esse processo, tendo sido algo gradual, que se desenvolveu a partir do próprio desenvolvimento cultural do homem. De acordo com Roque (2007) inicialmente os homens utilizavam os dedos para contar, mas como era possível quantificar apenas cinco elementos, os dedos, aos poucos, passaram a ser insuficientes e montes de pedras foram utilizados para fazer as representações necessárias. Inicialmente eram utilizadas pedras em grupos de cinco, já que as mãos e pés davam maior familiaridade a esse grupo. Mesmo que atualmente, a base dez seja a mais utilizada, no início da matemática foi a base cinco a mais utilizada. Para a autora:

> Normalmente, associa-se a história dos números à necessidade de contagem, relacionada a problemas de subsistência, e o exemplo mais frequente é o de pastores de ovelhas que teriam sentido a necessidade de controlar o rebanho por meio da associação de cada animal a uma pedra (ROQUE, 2007, p.25).

Mas as pedras deixaram também de ser utilizadas, para dar lugar a marcações feitas em argilas e muitos acreditam que essa tenha sido a origem dos números, versão que de acordo com Roque (2007) nunca foi comprovada.

De acordo com Roque (2007) o surgimento da linguagem foi algo de fundamental importância na evolução da matemática e na distinção entre homens e animais. O surgimento do pensamento matemático abstrato foi possível a partir do mecanismo da linguagem, pois houve o desenvolvimento do concreto para o abstrato. Foram necessários séculos para que o homem fosse capaz de produzir essa distinção entre o que era um conceito abstrato e o que era uma situação concreta. Para Roque (2007) o surgimento dos números acompanha o nascimento da escrita, que segundo o autor data de aproximadamente do quarto milênio antes da Era Comum. Ainda de acordo com Roque (2007, p.25):

> Os primeiros registros que podem ser concebidos como um tipo de escrita são provenientes da Baixa Mesopotâmia, onde atualmente se situa o Iraque. O surgimento da escrita e o da matemática nessa região estão intimamente relacionados. As primeiras formas de escrita decorreram da necessidade de se registrar quantidades, não apenas de rebanhos, mas também de insumos relacionados à sobrevivência e, sobretudo, à organização da sociedade.

Nesse período o crescimento populacional, principalmente no sul do Iraque fez com que as cidades se desenvolvessem e com isto também precisassem aperfeiçoar as técnicas de administração presentes na vida comum. Com as primeiras formas de escrita, surgem também os primeiros registros de quantidades, uma consequência da própria evolução dos povos e da sociedade.

As necessidades práticas do cotidiano das tribos fizeram com que a matemática surgisse, mas diversas teorias buscam explicar onde e como essa ciência/disciplina teria surgido. Um desses estudos afirma que o processo de contação teria surgido dentro dos rituais religiosos primitivos e que o aspecto ordinal veio primeiro que o quantitativo. Há de se considerar ainda que o conceito de número inteiro está entre os povos da antiguidade pré-histórica, já que entre as primeiras tribos, as mais primitivas não houve o uso de frações (MOL, 2013).

Assim como o surgimento dos números é algo impreciso, a aplicação da geometria também é vista da mesma forma. De acordo com Heródoto (apud MOL. 2013) a geometria teria tido origem no Egito, na necessidade de que sempre que havia um processo de inundação no vale do rio Nilo, fossem feitas novas medidas das terras. Na perspectiva de Aristóteles, porém, foi com os sacerdotes do Egito que se originou os estudos geométricos, dentro de seus momentos de lazer. Mesmo com a importância da visão dos dois pensadores citados, é preciso considerar que já entre o homem neolítico, o uso de desenhos e figuras já demonstravam a preocupação com as relações espaciais, o que pode ter sido o início da Geometria.

Para Oliveira et al (2014, p.479) “os alicerces do que hoje conhecemos como Matemática foi desenvolvida ao longo de muitos anos, desde os primórdios da sociedade organizada até a contemporaneidade” e por isto é importante conhecer as contribuições de alguns desses povos, como é o caso de Egito, Babilônia, Grécia, Mesopotâmia, entre outros que, cada um dentro de sua realidade desenvolveram conhecimentos matemáticos importantes para essa ciência e para o que ela é na atualidade.

2.2 O Egito e a Babilônia

Os povos egípcios (4.000 a.C) demonstraram interesse pela astronomia desde muito cedo, especialmente a partir das inundações que ocorriam, constantemente no rio Nilo e que eram separadas por 365 dias e assim criaram o calendário solar, estabelecendo 12 meses de 30 dias e ainda cinco dias de festas. Segundo Roque (2007, p.26-27):

> Os egípcios registravam nomes de pessoas, de lugares, de bens materiais e de quantidades. Provavelmente, nesse momento, havia algum contato entre as duas culturas, o que não quer dizer que o surgimento da escrita e do sistema de numeração egípcio, já usado então, não tenha sido um fato original. Os registros disponíveis são mais numerosos para a matemática mesopotâmica do que para a egípcia, provavelmente devido à maior facilidade na preservação da argila usada pelos mesopotâmicos do que do papiro, usado pelos egípcios.

O surgimento da matemática entre os egípcios ocorreu a partir das necessidades de administração desse território, já que era preciso quantificar e registrar bens e com esse processo desenvolver-se o sistema de medidas, que foram empregados e também aperfeiçoados pelos escribas, que eram aqueles responsáveis pelo processo de administração do Egito. Esses profissionais tinham grande importância no processo de coleta e distribuição de insumos, garantindo ainda que novos escribas pudessem ser formados. Foi nesse meio pedagógico que desenvolveram-se os papiros matemáticos, que continham problemas e também soluções, de forma que os mais jovens se qualificassem para as situações práticas que poderiam encontrar no seu futuro.

Havia nesse período entre os povos egípcios dois tipos de escritas: a hieroglífica e a hierática. O primeiro modelo era mais utilizado em inscrições monumentais em pedras, já o segundo era uma escrita cursiva muito utilizada em papiros e vasos, tendo informações do cotidiano dessas pessoas, especialmente presente em documentos administrativos, em cartas e na literatura. Segundo Roque (2007, p.27) “os textos matemáticos eram escritos em hierático e datam da primeira metade do segundo milênio antes da Era Comum, século XV a.C., apesar de haver registros numéricos anteriores”.

Quando se fala em operações matemáticas, a principal operação aritmética utilizada no Egito era a adição. A multiplicação e divisão somente foram efetuadas no tempo de Ahmes (Papiro de Ahmes). O problema algébrico de Ahmes baseia-se em um processo conhecido como “método de falsa posição”, com a incógnita chamada de “aha”.

Há de se considerar que tanto na Babilônia quanto no Egito, que foram civilizações que contribuíram muito para a criação da matemática, apenas utilizam a álgebra e geometria para suas necessidades práticas, não havendo nenhum tipo de ciência organizada nesses povos. No caso dos babilônios, os escribas responsáveis pelos tesouros reais eram quem cultivavam a matemática.

Mesmo com todo o material algébrico desenvolvido por esses povos a matemática só passou a ser vista como uma ciência a partir dos séculos VI e V A.C, na Grécia.

2.3 Mesopotâmia e a Grécia

A palavra “Mesopotâmia” quer dizer “entre rios” e refere-se muito mais a uma porção geográfica, do que, propriamente a um povo ou uma unidade política. Era uma região que localizava-se entre os rios Tigre e Eufrates, onde várias cidades se destacavam, criando diferentes centros de poder. Essas cidades também recebiam povos nômades, pois localizavam-se próximas aos rios e muitos desses povos acabavam se estabelecendo nessa localidade. Segundo Roque (2007, p.25):

> Dentre os que habitaram a Mesopotâmia estão os sumérios e os acadianos, hegemônicos até o segundo milênio antes da Era Comum. As primeiras evidências de escrita são do período Sumério, por volta do quarto milênio a.E.C. Em seguida, a região foi dominada por um império cujo centro administrativo era a cidade da Babilônia, habitada pelos semitas, que criaram o Primeiro Império Babilônico.

Os mesopotâmicos foram um dos povos que muitocontribuíram para o desenvolvimento da matemática, tanto viabilizando a eficácia da comunicação como, também, desenvolveram processos algorítmicos. Segundo Roque (2007) vários museus e universidades por todo o mundo reúnem em si diversas evidências da matemática mesopotâmica.

Os tabletes e os papiros atualmente presentes em museus e universidades demonstram como cada povo construiu diferentes modos de cálculo, baseados em sua cultura e em diferentes naturezas dos sistemas de numeração. Isto faz crer que a dificuldade era algo relativo entre esses povos, pois se em alguns deles um tipo de cálculo era considerado como difícil, em outro poderia não ser visto da mesma forma, pois as técnicas empregadas eram diferenciadas. Para Roque (2007, p.27):

> A referência às necessidades práticas de cada um desses povos não basta para explicar a criação de diferentes sistemas de numeração, com regras próprias. É preciso relativizar, portanto, a interpretação frequente de que a matemática nessa época se constituía somente de procedimentos de cálculos voltados para a resolução de problemas cotidianos.

Mesmo que o conceito de número tenha sido originado de situações e necessidades concretas, ele implica, segundo Roque (2007) em um tipo de abstração. Quando se pensa nesse processo é preciso considerar que a contagem é algo concreto, mas quando se utiliza as mesmas quantidades para expressar coisas diferentes, desenvolve-se um processo abstrato.

Quando se fala em matemática babilônica, egípcia ou mesopotâmica busca-se uma referência a processos que eram muito diferenciados do que se tem atualmente e que por isto, caracterizam especificidades contidas nesses povos. Inicialmente havia apenas o uso de processos de quantificação e operações, mas aos poucos, diferentes pessoas passaram a dedicar-se a desenvolver a matemática e a criar práticas e possibilidades de solucionar problemas através dos números, estes que eram conhecidos como “algébricos” na história tradicional (MOL, 2013).

Estima-se que os textos numéricos mais antigos sejam datados de aproximadamente 3.000 a.C. e que tenham sido encontrados na Mesopotâmia feitos através da escrita cuneiforme. Mas já entre os pré-históricos havia a contagem dos dias e dos anos, além do uso das quatro operações matemáticas, adição, subtração, multiplicação e divisão.

A matemática grega distingui-se daquela construída tanto na Babilônia quanto no Egito pela forma como foi encarada, já que entre esse povo não havia a preocupação com a aplicação prática da matemática, mas com a criação de uma ciência propriamente dita, levando em conta processos infinitos, movimento e continuidade. Para Pitombeira e Roque (2012, p. 50).

> Também influenciado pela Matemática egípcia, Pitágoras teria introduzido um tipo de Matemática abstrata na Grécia. A narrativa histórica tradicional enfatiza a transição do tipo de Matemática realizada pelos babilônios egípcios, profundamente marcada por cálculos e algoritmos, para a Matemática teórica, praticada pelos gregos, fundada em argumentações consistentes e demonstrações.

As dificuldades encontradas por esse povo em relação aos números infinitos fez com que eles desenvolvessem o método axiomático-dedutivo e ainda aproximassem-se mais da geometria do que da álgebra, área em que houve destaque para Euclides, com a obra “Os elementos”. Posteriormente com Arquimedes que desenvolveu o método conhecido como de “exaustão” e que considera-se ter dado origem ao ramo da matemática intitulado “teoria dos limites” e Apolônio de Perga que estudou as curvas cônicas como parábolas, hipérboles e elipse, estas que tem papel de fundamental importância na matemática da atualidade. Segundo Brolezzi (1991, p.09):

> A ausência de tradição linear que liga a Matemática das civilizações pré-helênicas até hoje pode ser um dos fatores que reforçam a idéia de que a Matemática é uma ciência que praticamente nasceu pronta. Essa idéia está muito presente em algumas concepções do ensino da Matemática, principalmente no nível elementar. A sistematização grega da Matemática é muitas vezes identificada como sua própria gênese, e poucos autores retrocedem para antes dos gregos ao estudar a História da Matemática.

Fica claro que a construção dessa ciência é algo muito antigo e que envolve os primeiros povos e civilizações, cada um com suas tecnologias e recursos existentes na época e que trouxeram importantes contribuições para que a matemática fosse o que é atualmente.

2.4 Algumas Questões sobre a Evolução Histórica da Matemática

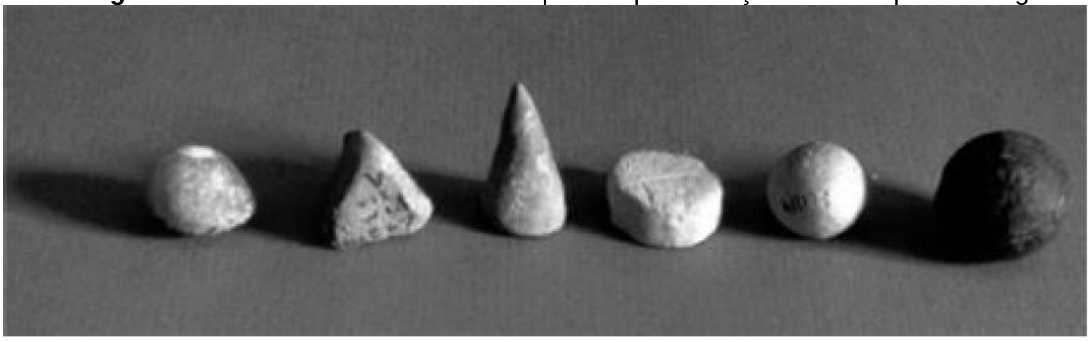
A invenção da escrita não teve, segundo Roque (2007, p.28) um percurso linear e não "foi criada para aprimorar ou substituir a comunicação oral nem para representar a linguagem em um meio durável". Por isto, não se pode afirmar que o surgimento da escrita tenha sido feito de forma racional, consciente, onde homens iluminados tenham dado origem a registros inteligíveis. Mas, assim como outras invenções, a escrita não surgiu do nada, tendo seus primeiros registros entre os Mesopotâmicos, no final do quarto milênio a.E.C. Segundo a autora:

> A versão histórica tradicional, desde o Iluminismo, era a de que sua prática se iniciou com o registro de figuras que buscavam representar objetos do cotidiano, ou seja, sua origem estaria em uma fase pictográfica, e a escrita cuneiforme mesopotâmica teria sido desenvolvida a partir daí. Contudo, em alguns tabletes mesopotâmicos já eram notadas discrepâncias entre as representações e os objetos simbolizados, mas elas eram atribuídas às limitações da cultura primitiva. A história praticada até os anos 1980 não usava tais discrepâncias como evidência para questionar a tese hegemônica sobre a evolução da escrita (ROQUE, 2007, p.28).

O fato de que muitas imagens não puderam ser interpretadas foram justificadas pelos estudiosos pelo fato de que cada indivíduo fazia as imagens ao seu jeito e por isto, erros eram comuns nesse período. Uma nova interpretação, porém, surgiu por volta de 1930, quando novos tabletes foram encontrados na região de Uruk, no Iraque, estimadas em 3000 a.E.C. Esses tabletes indicam que a escrita já existiria no quarto milênio, sendo traçadas com estiletes, mas, muitos deles continham sinais abstratos, que não tinham como objetivo representar objetos, onde, por exemplo, utilizava-se um círculo com uma cruz para indicar uma ovelha, e não o desenho da ovelha em si.

Outros tabletes encontrados demonstravam a existência de uma forma arcaica de escrita que baseava-se em figuras de cunha, ovais, triângulos, círculos, etc. que eram impressas em argilas. Considera-se que essa forma de escrita tenha também dado origem ao sistema de contagem. Na figura 1, observa-se diversos tipos de objetos construídos em argila, que possuíam diferentes formatos e que eram utilizados para o processo de controle dos produtos da agricultura, até que também passaram a ser utilizados para o controle de bens manufaturados dentro das cidades (ROQUE, 2007).

Figura 1: Diferentes formas utilizadas para a quantificação entre os povos antigos



Fonte: ROQUE, 2007, p.29.

Aos poucos os tokens foram substituídos por sinais e é preciso considerar que era um processo de contagem muito diferenciado do que se tem na atualidade, pois não se representava os números como 1 ou 10, mas utilizava-se diferentes tipos de objetos para contar diferentes tipos de coisas, como, por exemplo, os ovóides eram usados para contar jarras de óleos e as esferas, grãos. De acordo com Roque (2007, p.30):

> Esse procedimento traduz um modo de contar concreto, anterior à invenção dos números abstratos. Isso quer dizer que o fato de associarmos um mesmo símbolo, no caso 1, ou um cone, a objetos de tipos distintos, como ovelhas e jarras de óleo, consiste em uma abstração que não estava presente no processo de contagem descrito anteriormente. A pesquisadora acrescenta que, aos poucos, formas de arte, como a fabricação de potes e pinturas, também se transformaram para incluir narrativas, constituindo um terreno fértil para a emancipação da escrita em relação à contagem. A associação da escrita com a arte permitiu que ela caminhasse de um dispositivo de administração para um meio de comunicação.

No caso dos primeiros números naturais, eles não eram símbolos que eram utilizados na representação de números abstratos, mas, sinais impressos que indicavam a medida de grãos. Com o passar do tempo, aliado as marcas que representavam as quantidades, passaram a existir ideogramas, que tinham como meta demonstrar qual era o objetivo que estava sendo quantificado. Fica evidente o uso de diferentes sistemas de medidas e bases em função do assunto tratado em cada tipo de balanço.

Entre os mesopotâmicos, por exemplo, tanto na escrita protocuneiforme, como na cuneiforme, haviam diferentes símbolos para a representação de diferentes valores, como é possível visualizar nas figuras 2 e 3:

Figura 2: Representação numérica - escrita protocuneiforme.

Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

Fonte: ROQUE, 2007, p.33

Figura 3: Representação numéricas - cuneiforme.

Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

Fonte: ROQUE, 2007, p.33

A estabilidade deste sistema ocorreu apenas no fim do terceiro milênio, quando importantes mudanças foram implantadas, com o uso dos sinais para que se fizessem cálculo e o uso de um único sinal para a representação de diferentes valores.

Para Pitombeira e Roque (2012) com o passar do tempo vários sistemas numéricos foram sendo desenvolvidos, sendo o Papiro de Rhind[1] um dos mais conhecidos, tendo sido criado no Egito em aproximadamente 1.600 a.C. Nesse sistema haviam regras para cálculo de equações simples de primeiro grau, assim como adições, subtrações de frações, medições de superfície, volume, problemas de aritmética, entre outros. Foi um processo longo, porém, contínuo que levou a matemática a ganhar sofisticação, especialmente a partir do uso da aritmética e da geometria, que estavam presente nas construções, cálculos financeiros, astronomia e em diversas áreas e situações cotidianas dos povos.

Outro nome que marcou a história da matemática foi Tales de Mileto, um filósofo e matemático que viveu na Grécia Antiga (1 100 a.C., período posterior à invasão dórica até a dominação romana em 146 a.C.) e que foi responsável pela criação do "Teorema de Tales" que deu origem a matemática dedutiva, o que só foi possível pela mudança na forma de se pensar, pois Tales introduziu a necessidade de justificar as afirmações matemáticas. Foram os seus teoremas que originaram as

[1]Temos notícia da Matemática egípcia por meio de um número limitado de papiros, como o de Rhind, escrito em hierático e datado de cerca de 1650 a.E.C.O nome se deve ao escocês Alexander Henry Rhind que o comprou, por voltade 1850, em Luxor, no Egito. Este documento também é chamado papiro de Ahmes o escriba egípcio que o copiou, e encontra-se no Museu Britânico (PITOMBEIRA e ROQUE, 2017, p.05).

definições de ângulo reto, triângulo isósceles e seus ângulos, os ângulos opostos e congruentes. Em suas experiências utilizou as sombras para medir o cumprimento das pirâmides do Egito.

De acordo com Mol (2013, p.32):

> Mileto, no tempo de Tales, era uma importante cidade comercial, estando conectada por rotas mercantis a outros pontos do Oriente. Tales foi comerciante quando jovem e viajou bastante em razão de sua ocupação. Ao visitar o Egito e a Mesopotâmia, tomou contato com a matemática desenvolvida nesses locais, o que supostamente lhe deu uma base de conhecimentos para atuar como matemático. Tales atuou ainda como político e, em idade mais avançada, como astrônomo.

Outra criação que se destacou na história da matemática foi o Teorema de Pitágoras, criado em cerca de 550 a.C. Nesse teorema, analisa-se o triângulo retângulo, onde, as soma da medida dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa. Acredita-se que os estudos de Pitágoras tenham contribuído para a definição de números irracionais, além dos números primos e ter criado a teoria das proporções. Para Mol (2013, p.33):

> A matemática da Grécia Antiga se desenvolveu em diversas escolas que sucederam umas às outras. A Escola Joniana, de Tales de Mileto, perdeu gradativamente sua importância e foi suplantada pela *Escola Pitagórica*, cujo fundador foi Pitágoras (c. 570-495 a.C.) [...] A Escola Pitagórica dava destaque a quatro campos do saber: aritmética, música, geometria e astronomia. A concepção pitagórica do universo era aritmética: “todas as coisas são números”.

Os números eram elementos muito básicos em sua filosofia, tratados como entidades místicas e como objeto de devoção, e suas teorias deram origem a famílias especiais de números a partir de motivações geométricas, conhecidos como números triangulares, quadrados, pentagonais e assim por diante. Acreditava ainda que os números inteiros poderiam descrever todo o mundo.

A criação do sistema numérico decimal e posicional que ainda é utilizado na atualidade foi obra dos Hindus, por volta do ano 500. Foram também eles que criaram o conceito do número 0 para a matemática. Sobre as contribuições dos povos da Índia para a história da matemática, Mol (2013, p.63) considera que:

> A contribuição mais marcante da Índia para a matemática foi seu sistema de numeração, decimal e posicional, com o uso de nove símbolos e do zero. Na órbita do Ocidente, a referência mais antiga ao sistema de numeração hindu foi feita em um texto de 662 d.C. do bispo sírio Severus Sebokt, em que, lamentando o desprezo demonstrado em seu tempo pelo conhecimento produzido fora do mundo grego, relatava os “valiosos métodos de cálculo” dos hindus e seu sistema numérico composto por nove símbolos.

Esse percurso histórico demonstra uma matemática que envolve várias culturas e suas descobertas ao longo do tempo. Tendo raízes no Egito e na Babilônia, logo veio a se desenvolver na Grécia Antiga. Aos poucos, a matemática produzida pelos gregos passou a ser traduzida para o árabe, estes também receberam influências dos indianos. Tempos depois essa matemática foi traduzida para o latim onde se tornou a matemática da Europa Ocidental e centenas de anos depois, a matemática conhecida em todo o mundo. Nesse sentido, Brolezzi (1991, p.11) lembra que:

> É claro que, dentro desse milênio e meio, outros povos e outras línguas - de modo especial, os árabes -, tiveram uma participação importante na História da Matemática. Principalmente porque a passagem natural da Ciência grega através do mundo romano viu-se interrompida com a invasão dos bárbaros que tomaram Roma em 476. Quando, a partir do segundo milênio da nossa era, o surgimento das Universidades na Europa começa a atrair o interesse dos estudiosos latinos para os textos gregos, é em grande parte a língua árabe que vai servir como ponte de ligação entre o grego e o latim.

Isto ocorreu devido as várias conquistas dos povos árabes em relação a centros culturais existentes na Antiguidade, como foi o caso de Alexandria, por exemplo, em 641. Em Bagdá tornou-se comum a tradição de obras gregas, que, posteriormente também foram traduzidas para o latim. Eram obras que possuiam inúmeras informações sobre a propria História da Matemática, muitas delas que perderam-se em incendios e que fizeram com que parte dessa história não chegasse ao conhecimento da civilização.

Segundo Pitombeira e Roque (2012), em 1202 destacou-se o matemático Leonardo de Pisa, também conhecido como “Fibonacci”, que escreveu o livro “Leber Abaci”, no qual apresentava a arte de calcular, envolvendo a Aritmética e a Álgebra e apresentando soluções para as equações de 1º, 2º e 3º graus. Outra contribuição nessa área adveio de Nemararius, um monge alemão que passou a utilizar letras para representar números e ainda sinais de + e - as letras p (plus = mais) e m (minus

= menos). De acordo com os autores “este matemático, conhecido como Fibonacci, teria feito viagens ao norte da África, onde entrou em contato com a Matemática dos´arabes” (PITOMBEIRA e ROQUE, 2012, P.149).

No século XVIII os matemáticos começaram a desenvolver uma nova postura frente aos fundamentos da matemática, fazendo da mesma uma espécie de revisão, o que foi de fundamental importância para essa ciência, e que se inicia com Louis Cauchy (1789), que era professor na Faculdade de Ciência de Paris, tendo sido responsável por uma série de obras na área da matemática.

François Viète (1540-1603) e René Descartes (1596-1650) foram responsáveis pelo desenvolvimento de cálculos algébricos e na mesma época criou-se a tabela de logaritmos, considerada como uma importante criação para os avanços científicos. Segundo Roque (2007, p.341) o simbolismo criado por Viète permitiu maior generalidade no tratamento das equações e “os primeiros a colocar a questão da existência das raízes de uma equação qualquer foram Girard e Descartes, na primeira metade do século XVII”.

Ainda de acordo com Roque (2007) por volta de 1900 o destaque foi para David Hilbert, um matemático que exerceu grande influencia sobre a matemática deste século, tendo dirigido o Congresso Internacional de Matemáticos em Paris, onde descreveu 23 importantes problemas matemáticos. O crescimento desta ciência continuou pelos anos, tornando-se uma das maiores ciências existentes. Foi nesse período também que o autor David Hilbert publicou a obra “Fundamentos da Geometria”.

Chegando-se ao século XIX, Nilels Abel e Evariste de Galois auxiliaram na construção da “teoria dos grupos”, fortalecendo o que ficou conhecido como “Álgebra Moderna” e que contribuiu de forma decisiva para a teoria dos números. Nesse período também destacou-se R. Dedeking que definiu os números irracionais e Georg Cantor que deu início à “Teoria dos Conjuntos” (MOL, 2013).

A partir do século XIX a matemática passou a abrir ramificações para a criação de diversas disciplinas, que se tornaram mais abstratas. Essa realidade permanece até os dias atuais, onde se tem criado diversas outras disciplinas originadas da matemática. É preciso considerar que as diversas atividades e conceitos desenvolvidos pelos matemáticos modernos difere-se dos matemáticos das civilizações antigas, pois inicialmente havia uma matemática com base em números (pré-história), baseada em um conhecimento rudimentar de seus conceitos e criada muito antes da própria escrita.

Com o passar dos séculos a matemática ganhou novos conceitos, teorias, fórmulas e passou a ser utilizada por diferentes áreas, reunindo os conceitos e teorias criadas entre diferentes povos, que passaram a se complementar e dar origem a novos conhecimentos. São os cálculos matemáticos que possibilitaram que novas invenções pudessem ser feitas e por isto é possível afirmar que o desenvolvimento e o progresso da humanidade só foi possível através dos números.

Capítulo 3: A História da Calculadora

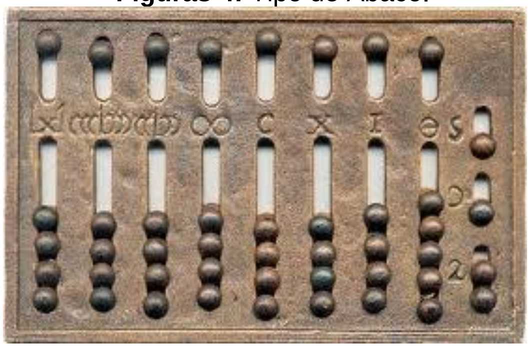
Objetiva-se neste capítulo apresentar o processo histórico de criação da calculadora e fazer algumas considerações sobre seu uso em sala de aula, apresentando argumentações de diferentes autores sobre os prós e contras dessa tecnologia dentro do ensino.

3.1 O Surgimento da Calculadora

De acordo com Coelho (2015) a calculadora é uma evolução do ábaco, quando o homem começou a fazer descobertas e criações e viu a necessidade de evoluir dentro dessas atividades. O homem necessitava produzir cálculos mais complexos e o ábaco que é visto como uma calculadora mais rudimentar foi criado, dentro da mesopotâmia por volta do ano de 3.500 a.C. Segundo Matos (2016, p.21) os “ábacos eram desenhados no chão feitos com pedras para realizar os cálculos necessários, mas como qualquer outra invenção humana [...] sofreu evoluções, passando a serem construídas em tábuas de pedras ou mármores”.

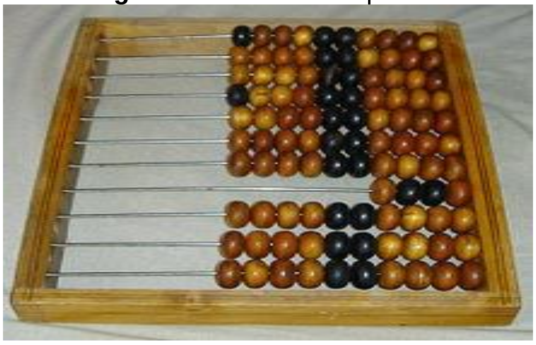
Diversos foram os povos que utilizaram o ábaco, entre eles os romanos, astecas, russos, babilônicos, entre outros. De acordo com Mol (2013) esse foi o primeiro instrumento de cálculo, tendo sido criado e aperfeiçoado na China. Mesmo depois de tantos séculos e com as novas tecnologias, ainda é possível encontrá-lo, principalmente utilizado para o ensino de crianças. É um instrumento que utiliza bastões verticais aliados a elementos de contagem.

Figuras 4: Tipo de Ábaco.



Fonte: Disponível em <http://brincandocomnumeros5.blogspot.com.br/2015/09/a-origem-e-evolucao-do-abaco.html

Figuras 5: Diferentes tipos de Ábaco.



Fonte: Disponível em <http://brincandocomnumeros5.blogspot.com.br/2015/09/a-origem-e-evolucao-do-abaco.html

Cada povo utilizava o ábaco de uma forma, de acordo com suas particularidades e necessidades, mas é preciso considerar que em todos eles, essa ferramenta foi utilizada para calcular, ou seja, como uma espécie de calculadora. Segundo Coelho (2015) a partir do ábaco foi criada a primeira máquina de calcular mecânica (figura 6)

Figura 6: Primeira máquina de Calcular

Fonte: Coelho (2015, p.57).

De acordo com Mol (2013), a primeira máquina destinada a fazer cálculos surgiu por volta de 1642, fazendo somas e subtrações com numerais de até seis dígitos. Criada por Blaise Pascal, um físico e matemático francês. Segundo o autor:

> O francês Blaise Pascal (1623-1662), filho de um matemático, desde muito jovem demonstrou um excepcional talento para a matemática. Tomou contato com as ideias de Descartes e, aos 16 anos de idade, publicou um texto, de uma só página, contendo um resultado hoje conhecido como *Teorema de Pascal* (MOL, 2013, p.100).

Por volta do século XVII se iniciou o desenvolvimento da Análise Matemática e Galileu Galilei contribui grandiosamente para o desenvolvimento da Física. Nos séculos XVII e XVIII várias novas teorias analíticas são desenvolvidas dentro da matemática, ainda, porém, com maior ênfase na intuição do que em atitudes racionais que pudessem desenvolver a ciência. As contradições logo vieram a aparecer (ROQUE, 2007).

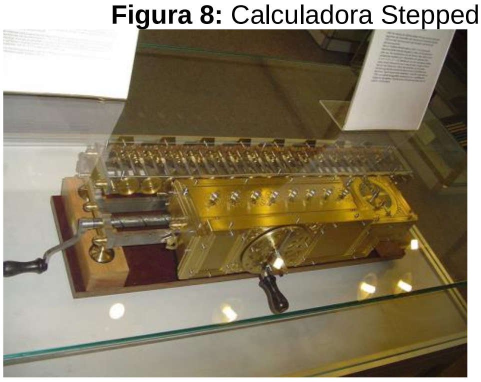
Até o momento da criação desta calculadora, considerava-se que Blaise Pascal era o responsável pela criação da primeira calculadora. O matemático francês criou em 1642 a Pascaline (imagem 7).

Figura 7: Calculadora Pascaline

Fonte: Coelho (2015, p.57).

De acordo com Oliveira (2015), essa calculadora (Pascaline) realizava operações de adição e subtração e por isto não foi muito bem aceita no mercado, pois se esperava um modelo que possibilitasse também multiplicações e divisões. Foi essa calculadora que deu a ideia para que em 1672, Gottfried Wilhelm Von Leibniz construísse a calculadora mecânica que ganhou o nome de Stepped Reckoner (imagem 8).

Figura 8: Calculadora Stepped Reckoner

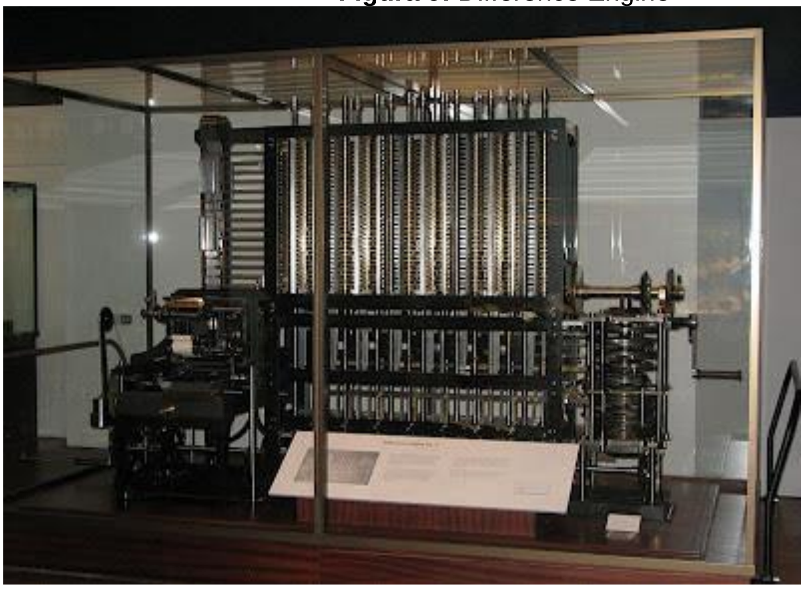


Fonte: Coelho (2015, p.57).

Essa calculadora realizava as quatro operações matemáticas (soma, subtração, divisão e multiplicação) e ainda a raiz quadrada, porém, apresentou falhas no processo de divisão e raiz quadrada. De posse das ideias já produzidas até então, o Padre alemão Philipp Matthaus Hahn projetou em 1774 uma calculadora capaz de realizar de forma perfeita as quatro operações matemáticas. Outro projeto similar surgiu quatro anos depois, com o engenheiro alemão Helfrich Johann Von Muller. Em 1820 Thomas Colmar produz um modelo mais aceito no mercado, pela facilidade de manuseio, a Arithmomètre (COELHO, 2015).

Um modelo bem mais evoluído foi construído por Charles Babbage em 1882, uma calculadora (figura 9) que era capaz de resolver equações polinomiais, recebendo, processando, guardando e sendo capaz de mostrar os dados, posteriormente. Muitos consideram que este tenha sido um dos primeiros computadores a serem inventados.

Figura 9: Difference Engine



Fonte: Coelho (2015, p.57).

Foi, porém, em 1957 que a primeira calculadora eletrônica foi criada, produzida pela empresa Casio e recebendo a nomenclatura de “14-A”. Era uma calculadora capaz de fazer cálculos com as quatro operações matemáticas com até 14 dígitos. Oito anos depois, em 1965 a mesma empresa lança uma segunda calculadora, a 001, considerada como a primeira calculadora eletrônica do mundo que tem a função de memória. Suas vendas ultrapassaram 100.000 unidades em todo o mundo (MATOS, 2016). Esse modelo fez com que vários fabricantes adentrassem ao mercado, chegando a um número de 50, em 1960, acirrando a concorrência de mercado nessa área. Segundo Matos (2016, p.26):

> Dentre os fabricantes podem ser citados Hewllett Packard-HP, que lança seu primeiro modelo de calculadora cientifica no mercado, o modelo 9100. Em 1972, a HP lança a sua segunda calculadora cientifica, HP-35B calculadora, que tem um design mais parecido com as calculadoras científicas de hoje.

Quanto mais fabricantes surgiam no mercado, mais calculadoras científicas eram produzidas, ganhando novos modelos e funções, o que faz com que o mercado ainda seja marcado por grande disputa até os dias atuais, surgindo diferentes modelos, com grandes inovações. Assim, passou a também ser vista como uma ferramenta passível de ser utilizada dentro do ensino de matemática, porém nem todos os educadores concordam com seu uso.

Capítulo 4: O Ensino de Matemática

Objetiva-se neste capítulo fazer algumas considerações sobre o ensino de matemática, analisando seu percurso histórico, aspectos legais, metodologias utilizadas, assim como a qualificação dos profissionais para trabalhar com essa disciplina, de forma que, posteriormente, seja possível analisar o uso da calculadora dentro desta ciência/disciplina.

4.1 História do Ensino de Matemática

A educação brasileira como um todo é organizada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), de 20 de dezembro de 1996, e os cursos de Licenciatura em Matemática buscam formar profissionais que possam atender desde a educação infantil ao ensino médio, especialmente a 2ª fase do ensino fundamental e o nível médio de ensino. Essa disciplina faz parte de todos os currículos escolares, com uma grande quantidade de conteúdos a serem trabalhados (GOMES, 2012).

Analisando o período colonial brasileiro (1500-1822) a educação brasileira era totalmente influenciada pelos jesuítas e de acordo com Gomes (2012, p.14):

> Nas escolas elementares, no que diz respeito aos conhecimentos matemáticos, contemplava-se o ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal e o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Nos colégios, o ensino ministrado era de nível secundário, e privilegiava uma formação em que o lugar principal era destinado às humanidades clássicas. Havia pouco espaço para os conhecimentos matemáticos e grande destaque para o aprendizado do latim.

Nas bibliotecas jesuítas eram poucos os livros de matemática, o que demonstra que os estudos matemáticos eram pouco desenvolvidos no ambiente educacional. Com a expulsão dos jesuítas entre 1750/1777, a educação brasileira ficou nas mãos de outras ordens religiosas e instituições de ensino militar. Através das aulas régias criadas em 1772, o marquês de Pombal propôs um ensino que inicialmente baseava-se no ensino da gramática, latim, grego, filosofia e retórica e, posteriormente, nas disciplinas de matemática, baseadas na aritmética, álgebra e geometria. Era um período que de acordo com Gomes (2012) havia poucos alunos e uma grande dificuldade de conseguir professores dessa disciplina.

Havia um pequeno número de aulas de matemática e as que existiam eram pouco freqüentadas. No final do século XVIII, porém, a criação do Seminário de Olinda pelo bispo de Pernambuco, Dom Azevedo Coutinho em 1798 deu origem a uma das melhores escolas secundárias do país. A instituição dava grande importância aos temas matemáticos e científicos. Foi, de acordo com Gomes (2012), com a chegada de D. João VI e da corte portuguesa ao país em 1808 que grandes mudanças começaram a ocorrer, especialmente pela valorização da educação e da cultura como um todo. Sobre esse período, Costa e Piva (2018, p.592) consideram que:

> A primeira escola oficial que iniciou efetivamente a ensinar Matemática no Brasil foi a Academia Real de Marinha. Quando a corte portuguesa transferiu-se para o Brasil em 1808, essa Academia passou a ser considerada como parte integrante da corte. Transportada de Lisboa para o Rio de Janeiro, estabeleceu-se, por Aviso no dia 3 de maio de 1808 e a instituição escolhida para o funcionamento foi o Convento dos Religiosos Beneditinos. A matemática utilizada àquela época era ensinada de modo muito elementar limitando-se a noções fundamentais de cálculo diferencial e integral, um pouco da geometria geral e um estudo introdutório da mecânica.

Em 1810 implantou-se a Academia Real Militar no país e com a mesma os estudos ligados à matemática ganharam novas perspectivas, pois passou-se a introduzir nas instituições de ensino o curso completo de matemática, ciências físicas e químicas e ainda história natural. Em 1858, quando criou-se a Escola Central outras mudanças ocorreram dentro das grades curriculares.

Durante o Brasil Império (1822-1889), a Constituição passou a fazer várias referências à questão da educação e dentro das escolas das primeiras letras a matemática fazia-se presente, pois o objetivo das instituições era ensinar a ler, escrever e contar. Mas o ensino nesse período era ainda muito excludente, tanto no que se refere às classes sociais, quanto à questão do gênero, o que trouxe implicações para o país quando foi proclamada a República, já que nesse período, em 1889, a população brasileira era em sua maioria analfabeta. Tal situação deu origem a uma grande reforma no ensino, que recebeu o nome do então Ministro da Instrução, Correios e Telégrafos, Benjamin Constant. Segundo Gomes (2012, p.17):

> Essa reforma, consubstanciada no Decreto 981, referia-se somente à instrução pública de nível primário e secundário no Distrito Federal, então situado no Rio de Janeiro. A lei buscava romper com a tradição humanista e literária do ensino secundário pela adoção de um currículo que privilegiava as disciplinas científicas e matemáticas. A Matemática era tida como a mais importante das ciências no ideário positivista do filósofo francês Auguste Comte (1798-1857), ao qual aderiram Benjamin Constant e o grupo de militares brasileiros que liderou a proclamação da República.

Assim, é possível perceber que a Matemática era uma disciplina muito valorizada dentro dessa reforma. Novas mudanças ocorreram em função do movimento pedagógico conhecido como Escola Nova, por volta da década de 1920. Segundo Miorim (1998, p.90) esse movimento baseou-se em duas ideias fundamentais: o "princípio da atividade" e o "princípio de introduzir na escola situações da vida real", o que fez com que o ensino dos anos iniciais da escolarização sofresse grandes mudanças e o ensino de Matemática também foi afetado.

Em 1930, Anísio Teixeira propôs ao Distrito Federal reformas que tinha como objetivo propor orientações em relação a questões ligadas aos problemas aritméticos. Tais orientações diziam que:

> As condições dos problemas devem ser as mesmas da vida real. Os problemas devem ser propostos de acordo com ocupações e interesse da classe, de modo que os alunos, sentindo a necessidade de resolvê-los, se apliquem à solução, movidos por verdadeiro interesse. Assim as contas que a criança faz para casa, no mercado, na feira, nas lojas, no armazém; os trabalhos escolares, movimento de cooperativas, jogos, esportes, excursões; a saúde da criança e de pessoas da família, as condições de saúde do bairro, incluindo serviços de saúde pública, despesas com receitas, dietas, remédios etc., fatos diversos que a criança presencia - tudo isso constitui assunto para problemas. (MIORIM, 1998, p.90).

Mas os matemáticos já se preocupavam com outro modelo de ensino, que introduzissem os estudos mais recentes da matemática nas salas de aula e que trouxessem também uma maior aproximação entre aritmética, álgebra e geometria. Foi assim que o Brasil começou a adequar-se ao que o Movimento da Matemática Moderna viria a trazer décadas mais tarde. O Colégio Pedro II foi um dos que mais aderiu a essa proposta moderna de ensino da Matemática, modificando de forma radical seu programa de ensino, unindo Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria em uma única disciplina – que até então eram ensinadas por professores diferentes - a Matemática (GOMES, 2012).

Foi com a reforma Francisco Campos, em 1931, que a Matemática passou a ser vista de maneira diferenciada no país, não sendo tratada apenas como uma lista de conteúdos que precisavam ser ensinados na escola secundária, mas que tinha objetivos específicos como a busca pelo desenvolvimento da cultura especial do aluno, fazendo com que seu raciocínio lógico fosse trabalhado, despertando nesse aluno a capacidade de resolução de problemas e “compreensão e de análise das relações quantitativas e espaciais, necessárias às aplicações nos diversos domínios da vida prática e à interpretação exata e profunda do mundo objetivo” (GOMES, 2012, p.19).

Houve uma polêmica em torno dessa nova proposta de ensino, uma vez que os professores mais tradicionais tratavam a matemática como uma disciplina mental, e propô-la como uma disciplina de caráter intuitivo era considerado como uma desvalorização da mesma. Mas, a partir de 1950, novas mudanças começaram a atingir as disciplinas, especialmente pelas mudanças que ocorreram no país. Sobre tal questão, Gomes (2012) considera que:

> De fato, e também por fatores além dos que acabamos de comentar, o ensino da Matemática no Brasil se alteraria muito a partir do final da década de 1950, quando tiveram início os primeiros congressos nacionais de ensino realizados em nosso país. O primeiro desses encontros ocorreu em Salvador, em 1955, com a participação de professores de sete estados, e o segundo em Porto Alegre, em 1957, com a presença de 240 professores (GOMES, 2012, p.22).

Em relação a Matemática Moderna, considera-se que sua inserção no país efetivou-se após o 3º Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, no Rio de Janeiro em 1959 e suas primeiras experiências foram avaliadas no 4º Congresso, ocorrido em 1962 no Pará, onde também propôs-se um programa para o ensino de Matemática baseado nessas ideais modernizadoras. Uma das principais consequências desse movimento foi a diminuição dos conteúdos de álgebra no ensino de matemática.

Mas a proposta da Matemática Moderna não vingou no país e em 1970 e 1980 as críticas a esse movimento intensificaram-se e novas reformas educacionais foram propostas. Segundo Gomes (2012) houve mais ênfase na compreensão de conceitos, na busca pelo desenvolvimento do aluno e de precisão na linguagem matemática. Gomes (2012, p.26) considera ainda que:

> Outros marcos relevantes quanto ao ensino da Matemática no Brasil, nos últimos trinta anos do século XX, são a implantação de programas de pós-graduação em Matemática nas universidades, desde 1971, e, a partir de 1987, a criação de cursos específicos de pós graduação em Educação Matemática, em nível de especialização, mestrado e doutorado, em vários estados brasileiros.

A evolução do ensino em todo o país deve-se às diversas pesquisas, encontros, aos cursos de formação de professores e a busca por uma educação mais próxima da realidade dos alunos, especialmente porque a matemática está, constantemente presente no seu cotidiano. Em 1996 a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) passou a definir os principais objetivos e parâmetros a serem alcançados dentro da educação nacional, envolvendo assim também a matemática (MIORIM, 1998). Diante deste contexto histórico, atualmente os Parâmetros Curriculares Nacionais traçam objetivos para o ensino de matemática, tanto em nível fundamental como em nível médio.

4.2 Os Objetivos do Ensino de Matemática segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) tratam a matemática como uma componente de grande importância para que o indivíduo possa exercer sua cidadania, isto porque diante do desenvolvimento científico e tecnológico, esse tipo de conhecimento é cada vez mais importante e cobrado do cidadão, por isto, propõe que “a matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente” (BRASIL, 1997, p.19).

A proposta dos PCNs é de que através da matemática o aluno consiga compreender e transformar o meio em que vive, por isto precisa observar o mundo real, fazer representações do mesmo, desenvolver diferentes formas de comunicação e utilizar essa disciplina e suas ferramentas para organizar e tratar os diferentes tipos de dados que o cotidiano lhe oferece (BRASIL, 1997).

Complementando a ideia acima exposta, Rodrigues e Silva (2018) argumentam que a maior preocupação dos PCNs é propor a construção de um aluno que desenvolva suas capacidades cognitivas, que seja alguém que pratique sua cidadania, tanto em relação a direitos como deveres, sendo crítico em relação à sociedade e o meio em que ele vive. Ele precisa se perceber parte dessa sociedade, compreendendo suas diferentes linguagens e utilizando o conhecimento para atuar diante do seu cotidiano e das problemáticas que ele lhes apresenta.

Analisando o papel da matemática no Ensino Fundamental, os PCNs consideram que:

> A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade (BRASIL, 1997, p.24-25).

Além disto, o documento exalta como a Matemática é uma ciência interdisciplinar, pois liga-se a conhecimentos de outras áreas e faz-se importante também diante de ciências sociais, entre outras áreas, trazendo uma ligação entre diferentes áreas do conhecimento.

A matemática também é colocada como uma ferramenta capaz de contribuir para a construção da cidadania do indivíduo, já que ela permite sua melhor inserção dentro da sociedade, especialmente quando se fala no mundo do trabalho e,

> Desse modo, um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, impedindo o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente (BRASIL, 1997, p.26).

Fica claro que para uma pessoa poder exercer sua cidadania ela precisa também compreender o meio em que vive, analisar e interpretar as complexas informações que estão disponíveis por diferentes meios de comunicação, o que envolve cálculos, medidas, estatísticas, capacidade de argumentação, tratamento estatístico de informações, dentre outras questões.

Traçando os objetivos gerais para o Ensino de Matemática no Ensino Fundamental, os PCNs citam que o aluno deve ser capaz de utilizar os conhecimentos matemáticos para compreender o mundo onde vive e atuar diante do mesmo, e por isto a escola deve estimular nesse aluno a curiosidade, o espírito de investigação, assim como sua capacidade em solucionar problemas. Propõe ainda que:

> Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente (BRASIL, 1997, p.37).

Esse aluno deve ainda saber resolver situações problemas, utilizando para isto conceitos e procedimentos matemáticos, desenvolver sua comunicação matemática, conseguir utilizar esses conhecimentos e ligá-los a outras áreas curriculares, saber atuar de forma coletiva para resolver problemas, respeitando as diversidades tanto de aprendizagem como de pensamento de cada pessoa.

Assim, Rodrigues e Silva (2018) deixam claro que toda a fundamentação que é feita dentro do PCN de matemática faz com que a escola perceba o aluno como um indivíduo que tem uma vida fora da escola e que direcione seu raciocínio lógico-dedutivo para situações práticas do seu cotidiano, onde o conhecimento seja mais valorizado por ele, assim como haja maior facilidade na aprendizagem. O autor ainda lembra que os PCNs buscam "valorizar as informações sócio-culturais que cada aluno leva para sala de aula, pois cada um carrega um conhecimento empírico sobre alguns conceitos matemáticos" (RIBEIRO e SILVA, 2018, p.04) e assim, essa pluralidade cultural precisa ser um elemento enriquecedor em sala de aula.

Os PCNs fazem a proposta dos conteúdos que devem ser trabalhados dentro do ensino fundamental, como o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas, entre outros. O documento lembra que esses conteúdos não devem ser trabalhados de forma aleatória, mas que o:

> Desafio que se apresenta é o de identificar, dentro de cada um desses vastos campos, de um lado, quais conhecimentos, competências, hábitos e valores são socialmente relevantes; de outro, em que medida contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, na construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos (BRASIL, 1997, p.38).

Nesse sentido, a escola não pode negligenciar o meio em que o aluno vive, precisa aproximar os conhecimentos matemáticos de sua realidade, para que ele possa melhor compreendê-la e atuar na mesma, produzindo transformações que venham a garantir a ele e a comunidade uma melhor qualidade de vida.

A tabela 1 abaixo faz a exposição sobre quais são os objetivos propostos pelos PCNs dentro de cada nível de ensino:

Tabela 1: Objetivos propostos pelos PCNs de Matemática para Nível de Ensino

Etapa	**Objetivos**
1º Ciclo do Ensino Fundamental	• Construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos. • Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática. • Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais. • Desenvolver procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados. • Refletir sobre a grandeza numérica, utilizando a **calculadora** como instrumento para produzir e analisar escritas. • Estabelecer pontos de referência para situar-se, posicionar-se e deslocar-se no espaço, bem como para identificar relações de posição entre objetos no espaço; • Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais. • Reconhecer grandezas mensuráveis, como comprimento, massa, capacidade e elaborar estratégias pessoais de medida. • Utilizar informações sobre tempo e temperatura. • Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais. • Identificar o uso de tabelas e gráficos para facilitar a leitura e interpretação de informações.
2º Ciclo do Ensino Fundamental	• Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades. • Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social. • Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal. • Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais. • Ampliar os procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados. • Refletir sobre procedimentos de cálculo que levem à ampliação do significado do número e das operações, utilizando a como estratégia de

	verificação de resultados. • Estabelecer pontos de referência para interpretar e representar a localização e movimentação de pessoas ou objetos, utilizando terminologia adequada para descrever posições. • Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções. • Recolher dados e informações, elaborar formas para organizá-los e expressá-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gráficos e valorizar essa linguagem como forma de comunicação. • Utilizar diferentes registros gráficos — desenhos, esquemas, escritas numéricas — como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados. • Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos. • Construir o significado das medidas, a partir de situações-problema que expressem seu uso no contexto social e em outras áreas do conhecimento e possibilitem a comparação de grandezas de mesma natureza. • Utilizar procedimentos e instrumentos de medida usuais ou não, selecionando o mais adequado em função da situação-problema e do grau de precisão do resultado. • Representar resultados de medições, utilizando a terminologia convencional para as unidades mais usuais dos sistemas de medida, comparar com estimativas prévias e estabelecer relações entre diferentes unidades de medida. • Demonstrar interesse para investigar, explorar e interpretar, em diferentes contextos do cotidiano e de outras áreas do conhecimento, os conceitos e procedimentos matemáticos abordados neste ciclo. • Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta.
3º Ciclo do Ensino Fundamental	Do pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * ampliar e construir novos significados para os números .naturais, inteiros e racionais . a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção; * resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação; * identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e inteiros, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não-matemáticos; * selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação problema proposta. Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; * traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras; * utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. Do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

	* resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas; * estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações; * resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. Da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção; * resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida. Do raciocínio que envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade. Do raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas; * resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão.
4º Ciclo do Ensino Fundamental	Do pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * ampliar e consolidar os significados dos números racionais a partir dos diferentes usos em contextos sociais e matemáticos e reconhecer que existem números que não são racionais; * resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação; * selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades ., identificando as equações, inequações e sistemas; * resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; * observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. . Do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano; * produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes,

	desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança; * ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais. . Da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável; * obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas). Do raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou nãoproporcional; * resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três. Do raciocínio estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * construir tabelas de freqüência e representar graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como elaborar conclusões a partir da leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos; * construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos.
Ensino Médio	• Reconhecer e utilizar adequadamente, na forma oral e escrita, símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem científica; • Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas. • Consultar, analisar e interpretar textos e comunicações de ciência e tecnologia veiculados em diferentes meios. • Identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes e elaborar possíveis estratégias para resolvê-la; • Selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, fazer estimativas, elaborar hipóteses e interpretar resultados. • Utilizar adequadamente **calculadora**s e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Fonte: BRASIL, 1997.

Observa-se que em todas as etapas da educação em que a Matemática se faz presente – 1º e 2º ciclos do ensino fundamental e Ensino Médio – há a proposta de uso da calculadora como uma ferramenta capaz de auxiliar na aprendizagem, logicamente, propondo que ela, assim como outros recursos também possuem suas limitações e o aluno precisa reconhecê-las.

De acordo com Brasil (1997, p.26) “a Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade”. Assim, para atingir esses vários objetivos, o ensino de matemática precisa ser mais dinâmico, próximo da realidade dos alunos e, para isto, é importante que o professor utilize metodologias diferenciadas, que permitam a todos os alunos aprender, mesmo diante das diferenças e dificuldades que possuem.

4.3 Metodologias Utilizadas no Ensino de matemática

O fato de a disciplina de matemática ser considerada como difícil, tanto para quem ensina, como para quem aprende, faz com que os professores estejam em constante busca por metodologias de ensino diferenciadas, que aproximem a matemática do cotidiano do aluno e tornem sua aprendizagem algo mais fácil. Nesse contexto, várias são as tendências pedagógicas que marcaram a educação de Matemática. Desde o século XX, os professores dessa disciplina têm feito constantes reflexões sobre o ensino desta matéria, o que acontece tanto em formas de congressos como no próprio cotidiano desses profissionais, assim passou-se a compreender que é importante que cada área do ensino desenvolva sua própria didática, pois não há um único modelo que possa atender as especificidades das diversas áreas do conhecimento (CAZORLA, 2012).

Os professores das escolas brasileiras e entre eles os professores de matemática, têm algo em comum, todos eles têm se preocupado e buscado formas diferenciadas de ensinar, diferentes e novas metodologias que proporcionem maior qualidade ao ensino e que façam com que os alunos se interessem mais pela aprendizagem e, nesse contexto, Bergamo (2014) chama a atenção para a necessidade de uma qualificação profissional de qualidade, uma vez que o uso de qualquer metodologia em sala de aula trás implicações e por isso deve ser muito bem avaliada pelo professor e assim o autor considera que “faz-se necessário um repensar imediato na forma de ministrar as aulas, pois a qualidade do ensino almejada por todos só é conseguida quando o aluno entende e aproveita os temas mediados” (BERGAMO, 2014, p.02).

Diante do exposto é preciso definir metodologia como o conjunto de métodos, técnicas e estratégias que são utilizadas para a condução do processo de ensino e aprendizagem e que estão diretamente ligadas aos objetivos de cada conteúdo e disciplina. Ou seja, alguns conteúdos podem ser facilmente compreendidos com o simples uso de aulas expositivas, quadro negro e giz, outros, porém, exigem aulas mais elaboradas, recursos mais diversificados como o uso de cartazes, jogos, simulações, visitas a campo, uso de computadores com acesso a internet, debates, dentre outras inúmeras possibilidades. Sendo assim, Masetto (2003, p.88) observa:

> Estratégia e técnica não são a mesma coisa, o autor nos coloca que a estratégia é um termo mais amplo que técnica. Estratégia é uma maneira de se decidir sobre um conjunto de disposições, ou seja, são os meios que o docente utiliza para facilitar a aprendizagem dos estudantes. Técnica são os recursos e meios materiais que estão relacionados aos instrumentos utilizados para atingir determinados objetivos.

Isto quer dizer que ao elaborar uma aula, o professor de matemática deve ter em mente tanto as estratégias, ou seja, os vários meios que irá utilizar para chegar ao objetivo da aula, assim como que tipos de recursos ele tem a disposição e quais são mais adequados para que o aluno venha a compreender e a assimilar melhor os conteúdos trabalhados. Nesse sentido, o professor leva em consideração as características da turma, os objetivos do conteúdo, as diferentes formas de se aprender, uma vez que cada aluno tem uma forma de se expressar, de se motivar e ainda pode ou não encontrar dificuldades diante de certo recurso.

Seja qual for a metodologia utilizada é fundamental que o professor esclareça para o aluno quais são os objetivos daquele conteúdo matemático, como ele irá ser trabalhado e dessa forma, motive os alunos diante da busca pelo conhecimento. O autor também chama a atenção para a necessidade de que seja criado no aluno um “espírito investigativo”, pois ele tem que ser curioso na busca de conhecimentos, não pode se contentar apenas com aquilo que é repassado pelo professor, mas deve buscar outras fontes e outras formas de aprendizagem, para que assim, vá ganhando autonomia diante de seu próprio desenvolvimento.

Para Cazolar (2012, p.16) “o professor [...] pode favorecer tais aprendizagens, buscando a ampliação e consolidação desses saberes cotidianos relacionados à matemática”, ou seja, utilizar situações da rotina do aluno pode auxiliar que sua aprendizagem seja muito mais efetiva. Além disto, é imprescindível que o professor leve em consideração que os alunos são diferentes entre si e que uma única metodologia ou o simples uso do quadro negro e giz pode não favorecer a aprendizagem de todas elas, por isto, seja no ensino de matemática ou de qualquer outra disciplina, é preciso diversificar as metodologias utilizadas.

Para Libâneo (1985) a escolha de uma metodologia de ensino deve levar em consideração as necessidades dos alunos, articular o ensino com a realidade dos mesmos, pois quanto mais o aluno vê que o conteúdo liga-se a sua realidade, mais interesse ele apresentará por sua aprendizagem e muitos desses recursos como é o caso do computador, internet, dentre outros são e estão presentes no cotidiano dos alunos, fazendo com que eles se interessem mais pelos mesmos e assim o autor considera:

> O trabalho docente deve ser contextualizado histórica e socialmente, isto é, articular ensino e realidade. O que significa isso? Significa perguntar, a cada momento, como é produzida a realidade humana no seu conjunto, ou seja, que significado têm determinados conteúdos, métodos e outros eventos pedagógicos, no conjunto das relações sociais vigentes (LIBÂNEO, 1985, p.137)

Isto leva a pensar quantas vezes conteúdos e métodos de ensino estão totalmente desligados da realidade do aluno e ele prefere dedicar-se a conversas paralelas do que prestar atenção naquilo que é dito pelo professor.

A diversificação metodológica, com o uso daquelas que possibilitam a maior participação do aluno na produção do conhecimento matemático é uma forma de o professor demonstrar que ele não é o único detentor do conhecimento, que o aluno também sabe e que pode aprender ainda mais participando mais das aulas, buscando novas fontes de conhecimento e sendo mais participativo dentro e fora da escola. Sobre isto, Garrido (2002) afirma que o professor precisa criar oportunidades de que o aluno participe, que hajam discussões, troca de ideias, desconstrução de opiniões, problematizações e busca de soluções, ou seja, que a aula seja instigadora e motivante para o aluno, que estabeleça o necessário diálogo entre o docente e o discente. Nesse sentido, Cazolar (2012, p.57) considera que:

> O ensino de resolução de situações-problema precisa ser iniciado com a interpretação das mesmas. O papel do professor tangencia a mediação entre a situação colocada e a interpretação que o estudante deve fazer. Com a compreensão da situação fica mais fácil escolher a operação a ser realizada.

Assim, o professor se porta como um mediador entre o aluno e a aprendizagem, e deve ser alguém altamente preparado para dominar um conteúdo e saber a melhor forma como ele será repassado ao aluno, de que maneira ele aprenderá e fixará esses conhecimentos com maior facilidade, especialmente se esses conteúdos forem trabalhados em situações práticas do dia a dia do aluno. Esse domínio e uso de metodologias diferenciadas faz com que o professor possa diversificar suas aulas ao ponto de que todos os alunos possam compreender os conteúdos, possam participar de maneiras diferenciadas da produção do conhecimento e que as aulas não caiam na mesma repetição, fazendo com que assim, tanto o professor como o aluno se desmotive na produção e aquisição de conhecimentos.

Masetto (2003) acredita que a partir do momento em que o professor cria na sala de aula uma extensão do seu cotidiano, ele consegue chamar mais a atenção do aluno e conseguir que ele participe mais da construção dos conhecimentos e para isto, deve conduzi-lo a buscar problemáticas sobre o seu dia a dia, a buscar soluções, a ser participativo e curioso em seu dia a dia. Diversas metodologias podem auxiliar nesse processo, principalmente quando não dão ao aluno os conteúdos de forma pronta e acabada, mas colocam-no para pensar, para ser crítico e reflexivo em relação aquilo que tem sido estudado.

Para Gil (1994, p.60) o processo de motivação é a base de qualquer aprendizado, no sentido de que o aluno precisa se interessar pelo que está sendo trabalhado pelo professor, e dessa maneira "isto pode ser feito mediante a apresentação do conteúdo de maneira tal que os alunos se interessem em descobrir a resposta que queiram saber o porquê, e assim por diante. Convém também que o professor demonstre o quanto a matéria pode ser importante", pois assim, o aluno apresentará maior interesse por ela. Assim, quanto mais motivado, mais o aluno prestará atenção nas exposições e metodologias utilizadas pelo professor.

É diante dessa necessidade de variação metodológica dentro das escolas que destacam-se as novas tecnologias da educação, isto porque por fazerem parte do cotidiano dos alunos, trazem a possibilidade de que ele se interesse mais pelas aulas, seja mais participativo e atuante dentro das mesmas. Essas tecnologias têm sido cada vez mais utilizadas por inúmeros profissionais da educação, acreditando que é possível conciliar tecnologias muitas vezes não criadas para a educação, porém, que podem trazer benefícios aos alunos, principalmente em um maior envolvimento com as discussões e as propostas trazidas para cada conteúdo.

Muitas vezes questiona-se o uso do livro didático em sala de aula, uma vez que eles são elaborados por profissionais que nem sempre tiveram algum tipo de experiência em sala de aula e, com isto, não compreendem as implicações do trabalho com determinados conteúdos em sala de aula. Por isto, Fabris (2005, p.35) considera que muitas vezes o uso do livro didático surgiu como um obstáculo na disciplina de Matemática, já que nem sempre “contemplam o cotidiano, não estando próximos da realidade dos alunos” e assim não conseguem fortalecer a aprendizagem de determinados conteúdos matemáticos.

A construção de uma aprendizagem significativa (ou não) tem relação direta com o trabalho realizado pelo professor em sala de aula. A metodologia adotada por esse profissional é um dos elementos mais importantes dentro do processo de transformação do saber científico em ensino, sendo que este “trata-se de um saber ligado a uma forma didática que serve para apresentar o saber ao aluno” (MACHADO, 2002, p.23). A didática e as metodologias adotadas pelo professor de matemática são respostas aos saberes que ele adquiriu em seu processo de formação e ainda expõe a forma como ele compreende a disciplina que ministra.

O ensino de matemática não pode se resumir ao uso do quadro negro e giz, como ocorreu em muitas instituições por séculos. Seus conhecimentos vão muito além da sala de aula e envolvem diversos setores e atividades do cotidiano dos alunos. É diante dessa importância da matemática que seu ensino deve ser de qualidade e para que isto aconteça o uso de recursos metodológicos diversificados e de atividades que problematizem o dia a dia dos alunos é de suma importância. De acordo com o PMSJP/SEMED (2004) apud Pavão e Muller (2005, p.10):

> Há muito tempo se reconhece que o aprendizado das operações matemáticas é de fundamental importância, no entanto, ele tem sido considerado um problema na Educação Matemática. O trabalho com as operações matemáticas requer ir além do trabalho mecânico de somar, subtrair, multiplicar e dividir.

Se o uso de qualquer tipo de metodologia é feito de forma mecânica, sem levar o aluno a refletir sobre os cálculos, acaba-se fazendo com que ele fique a margem do pensamento crítico, não compreendendo a importância da matemática em seu dia a dia e de que ele também saiba fazer esses cálculos. Por isto, a inserção desses recursos metodológicos deve ser feita com base em planejamento e levando em consideração as necessidades dos alunos.

No mesmo sentido, é preciso apontar que a qualificação do professor de matemática é de suma importância para que essa ciência atinja seus objetivos no espaço escolar, dando ao aluno uma visão mais ampla da disciplina, de como ela está presente em seu cotidiano e de como pode auxiliá-lo a ser alguém mais autônomo no meio em que vive.

4.4 A Qualificação do Professor de Matemática

O professor de matemática é alguém que possui conhecimentos matemáticos e que busca repassá-los a outras pessoas. Antes de tudo, ele é alguém que também foi capaz de aprender matemática e agora consegue também ensinar. É assim um profissional que sabe quais são as características do conhecimento matemática, quais as exigências para a aprendizagem de seus conteúdos e como esses conhecimentos se encaixam no cotidiano dos alunos. É nesse sentido que Fabris (2015, p.15) considera que:

> É necessário os saberes pedagógicos: reflexão, organização e desenvolvimentos do processo de ensino aprendizagem, que geralmente o professor constrói no decorrer do exercício da atividade docente. Para qualquer área do conhecimento ou prática, o professor tem a necessidade de constante reciclagem, para atualizar-se da sua prática pedagógica.

Assim, é interessante que o professor de matemática seja alguém atento às mudanças que ocorrem na sociedade, buscando inovações metodológicas que possam ser inseridas em sala de aula e que possam produzir a mediação entre o aluno e os conteúdos, tornando-os mais significativos e mais valorizados pelos alunos, assim contribuindo para que sua qualidade de vida também seja melhorada.

Ao ensinar matemática o professor relaciona-se com várias pessoas, sejam os alunos, suas famílias, a comunidade e os demais profissionais que fazem parte da escola, tendo uma importante função social, pois auxilia os alunos a buscarem conhecimentos que irão aplicar em seu cotidiano, utilizando a matemática par exercer sua cidadania. Para isto, o professor precisa conhecer bem a disciplina que ministra e por isto, Fabris (2015, p.19) argumenta:

> Na formação dos professores, precisa fazer parte também, a história dos conceitos matemáticos como ciências, que está em constante transformação. As barreiras que o professor encontrará, servirá para conhecer e entender alguns aspectos da aprendizagem. O conhecimento matemático que se formalizou deve ser estudado, para ver as maneiras possíveis para uma aprendizagem eficaz. Tem influência a condição social e cultural na construção do saber científico e escolar.

Esse professor também precisa conhecer as demandas da sociedade da qual faz parte e na qual a matemática foi criada, conhecendo seu objeto de estudo que é a aprendizagem matemática e auxiliar na busca de respostas para as demandas sociais. Assim, os conhecimentos que irá repassar para o aluno lhe auxiliará a se preparar para a vida fora da sala de aula, na qual a matemática está, constantemente presente.

A formação deste profissional deve preocupar-se em qualificá-lo de forma que ele consiga facilitar a aprendizagem do aluno, entendendo da melhor forma possível o conteúdo matemático trabalhado. Assim segundo D'Ambrósio (1988, p.25):

> A responsabilidade dos educadores de matemática com relação ao futuro é central e precisamos entender nosso papel nessa rede complexa de responsabilidades divididas. Assim é como vemos a estrutura certa para discutir um sistema para propor uma matemática mais salutar e progressista nas escolas. Naturalmente, isso implica sistemas que avaliem o rendimento do ensino ou, de maneira mais ágil, sistemas que monitorem o desempenho da escola como instituição. É fundamental, portanto, criar-se um sistema de monitoração para o rendimento escolar. Não podemos deixar de refletir sobre como as autoridades responsáveis pelo sistema ou os legisladores usarão a informação coletada pelo sistema de monitoração. Há uma necessidade evidente de um esforço educacional por parte das autoridades. (D'AMBROSIO, 1998, p.25)

Esse professor irá desenvolver métodos de ensino capazes de fazer com que a Matemática seja melhor aprendida pelo aluno, respeitando suas diversidades e necessidades. É esse processo que fará com que esse professor conquiste o aluno para a disciplina de matemática, especialmente porque muitos ainda têm um olhar um tanto negativo sobre essa disciplina, por considerá-la como algo difícil. Muito desse processo advêm da forma excessivamente tradicionalista dos professores ensinarem seus conteúdos.

Tão importante quanto utilizar métodos de ensino capazes de envolver mais o aluno e relacionar a sua realidade é que o professor de matemática seja capaz de desenvolver propostas de ensino onde o aluno trabalhe tanto de forma individual como coletiva. Nesse sentido, para Fabris (2015, p.36-37):

> O professor irá coordenar os trabalhos de cada equipe, de modo que todos os 37 componentes do grupo participem. Na apresentação dos trabalhos o professor deverá levar em conta todo o processo do trabalho, ou seja, desde a elaboração e apresentação, em que cada elemento da equipe será avaliado individualmente e em conjunto.

O conhecimento da disciplina e de seus objetivos é essencial dentro desse processo e é algo que o professor irá construir tanto em sua formação inicial, quanto no momento de atuação em sala de aula e nos processos de formação continuada, assim sendo ele irá observar a turma, buscar informações sobre os alunos e adequar as propostas de ensino às suas necessidades.

O professor de matemática também precisa ser alguém engajado com a escola e com a realidade por ela vivenciada, envolvendo-se com a gestão escolar participativa, trocando experiências com os demais colegas de profissão e tendo uma postura crítica e reflexiva em relação às diversas questões educacionais, fazendo com que a educação realmente possa ser algo transformador na vida dos alunos. É alguém que em sua formação precisa ser capacitado para desenvolver um amplo processo de comunicação e troca com o aluno, já que de acordo com Fabris (2015, p.19):

> Na construção da aprendizagem, o papel do professor é muito importante, pois deverá conhecer as condições sociais e culturais, trabalhar com problemas que ajudam o aluno a construir conceitos e procedimentos, sempre com objetivos a ser alcançados. O professor além de organizar os conteúdos e expor, também é um consultor, caso o aluno não consiga sozinho desenvolver sua atividade.

Dessa maneira, o professor de Matemática deve investir em sua formação inicial e continuada, buscando conhecimentos, desenvolvimento de habilidades e competências. Desse modo, qualificando-se da melhor forma possível para desenvolver um ensino de qualidade, que consiga responder todas as necessidades dos alunos e todas as implicações da Matemática em seu cotidiano.

É também no processo de formação do professor de matemática que ele precisa ser conscientizado das diversidades que existem entre os alunos, de como cada um tem seu ritmo de aprendizagem e como alguns poderão encontrar grandes dificuldades no desenvolvimento do seu raciocínio-lógico. Esses profissionais precisam ser preparados para criar uma matemática diferenciada na escola, especialmente porque é uma disciplina marcada pelo tradicionalismo e por poucos alunos que conseguem sucesso diante dela. Por isto,

> Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p.15).

A maneira como as aulas são construídas, a forma como o aluno percebe o processo de ensino e aprendizagem acabará afetando também em seu ritmo de aprendizagem dentro dessa disciplina e por isto, antes de tudo, o professor de matemática precisa ser alguém crítico em relação à sua formação, capacitação e aos métodos que utiliza em sala de aula, avaliando os resultados desse processo e, sempre que necessário, colocando em prática mudanças para intensificar a aprendizagem dos alunos.

A formação adequada para o ensino de matemática também é imprescindível, pois nenhuma tecnologia ou metodologia conseguirá tornar uma aula interessante ou potencializar a aprendizagem do aluno, se a formação do docente é algo deficitário. As pesquisas são importantes no sentido de que permitirão um olhar prático sobre as metodologias utilizadas no ensino de Matemática, demonstrando como tem sido utilizadas, quais os resultados obtidos, quais dificuldades encontradas e assim, quais adequações podem ser feitas para potencializar os resultados a partir das mesmas (TEDESCO, 2004).

É uma formação docente de qualidade que poderá trazer novas perspectivas sobre o ensino de matemática, uma vez que de acordo com Valente (1999) a forma de ensino de matemática que se tem na atualidade é baseada no desenvolvimento disciplinado do raciocínio lógico-dedutivo, um ensino totalmente tradicional e que já não mais consegue chamar a atenção dos alunos, nem promover conhecimentos que possam ser utilizados em situações práticas e cotidianas da vida desses alunos. Por isto,

> São inúmeros os problemas que decorrem da questão: evasão escolar; pavor diante da disciplina; medo e aversão à escola, dentre outros. Em larga medida, o problema pode estar atrelado a uma metodologia amplamente adotada nas escolas para o ensino em geral e especificamente o da Matemática (VALENTE, 1999, p.78).

Quando se propõe o ensino de matemática é preciso buscar formas para que o aluno interaja com seus conhecimentos, desenvolvendo o raciocínio, sua imaginação, intuição, acerte, erre, busque novas soluções, e assim vá desenvolvendo sua aprendizagem de maneira mais significativa. E para isto, não se pode propor um ensino de matemática pronto e acabado, baseando-se em um aluno passivo que aceita tudo o que lhe é ensinado, sem contestar, sem participar ou reformular o conhecimento.

E assim propõe-se uma análise sobre o uso da calculadora como um recurso metodológico no ensino de matemática, uma vez que é algo que faz urgir uma discussão dentro dessa disciplina, pois, nem todos os profissionais concordam com seu uso e há aqueles que acreditam que ela possa impedir o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos.

Capítulo 5: Duas Propostas para o Uso da Calculadora em Sala de Aula

Neste capítulo descrevem-se duas sequências didáticas, um para a segunda fase do ensino fundamental (6º ano) e outro para o ensino médio, de forma a ponderar sobre as possibilidades de que as atividades sejam realizadas a partir do uso da calculadora e os possíveis resultados a serem obtidos pelos alunos.

Apesar de toda a importância da matemática no cotidiano das pessoas, seu ensino passa por dificuldades, especialmente no que se refere à busca por atenção e interesse dos alunos, os quais, estão cada vez mais envolvidos com tecnologias e desinteressados dos recursos tradicionalmente utilizados no espaço escolar. Para Rodrigues (2004) ainda pesa o fato de que a matemática, em muitos dos seus conteúdos, parece não ter ligação nenhuma com a realidade do aluno e por isto, não lhe chama a atenção. O autor considera que:

> A matemática da escola denota uma ideia de “ciência isolada”, onde os números, os cálculos, as medidas e muitos outros elementos não parecem ter ligação com o mundo ao redor. Segue sempre a rigidez, disciplina, ordenamento e precisão dos resultados, sustentando toda a estrutura teórica, como se fosse a estrutura de um extraordinário prédio, mas que uma simples falha na sua construção, impede a sua utilização. Assim é o conhecimento escolar, regido por enfoques teóricos sistemáticos e até muitas vezes tradicionais, até porque, muitos professores não percebem esse sentido prático e acabam fechando-se ao conhecimento que vem de fora. A matemática trabalhada na escola acaba tendo um caráter abstrato, onde “os pensamentos ou ideias matemáticas” acabam ficando apenas no pensamento e consequentemente dentro da sala de aula, sem estabelecer vínculo com a prática no dia-a-dia, ou seja, ela é dentro desse contexto, um instrumento para efetuar cálculos e resolver problemas escolares (RODRIGUES, 2004, p.04)

É nesse contexto que os professores têm buscado diferentes recursos para serem inseridos nas aulas de matemática, dentre eles o uso de jogos, computadores, internet e também a calculadora, cujo uso será avaliado a partir da possibilidade de aplicação de duas sequências didáticas (apêndice) no ensino fundamental e ensino médio, demonstrando as possíveis dificuldades encontradas, os benefícios do uso da calculadora, assim como os possíveis malefícios de seu uso em sala de aula.

Assim foram elaboradas duas sequência didáticas, uma para a segunda fase do Ensino Fundamental (6º ano) e outra para o Ensino Médio. A construção dessas sequências didáticas baseou-se no fato de que de acordo com Selva e Borba (2010, p. 9-10) tem-se debatido a adequação do uso de ferramentas tecnológicas contemporâneas – tais como computadores e calculadoras – no ensino em sala de aula. Quanto aos profissionais da Educação Matemática utilizarem destas ferramentas em sala, principalmente a calculadora, as autoras dizem que há um impasse em usufruir ou não destes recursos e com isto objetiva-se analisar de que forma os alunos poderiam ou não utilizar a calculadora diante de diferentes atividades propostas.

Por um lado, aqueles que defendem o seu uso, afirmam que de certa forma, corroboram com a aprendizagem do aluno mediante a aplicação do conteúdo sob o intermédio da ferramenta tecnológica. Por outro lado, aqueles que vão contra seu uso, dizem que causam dependência do aluno em utilizar a ferramenta, abstendo em aprender o conteúdo de forma coerente, inibindo o uso do raciocínio lógico perante os problemas propostos.

De fato, a respeito do uso da calculadora em sala de aula, o *National Council of Teachers of Mathematics* diz que seu uso "permite as crianças a exploração de ideias numéricas e de regularidades, a realização de experiências importantes para o desenvolvimento de conceitos e a investigações realistas, ao mesmo tempo que colocam ênfase nos processos de resolução de problemas" (1991, apud Milani, 2016, p. 02).

Parafraseando, Selva e Borba (2010, p. 10) defendem que não é todo o uso da calculadora que possibilita explorações conceituais, mas, sim, situações didáticas bem planejadas com objetivos claros e procedimentos selecionados.

Diante disso, o propósito das atividades elaboradas foi mostrar as possibilidades encontradas pelo professor de planejar aulas diferenciadas sob o uso da calculadora em sala de aula, conectando o conhecimento matemático à realidade do aluno, permitindo com que ele estabeleça estratégias para solucionar problemas propostos dentro e fora da escola.

5.1 A Primeira Sequência Didática

Essa sequência didática destina-se aos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II, envolvendo o eixo "número e funções", na unidade matemática “porcentagens”. As atividades foram elaboradas para quatro aulas de aproximadamente 50 minutos cada, tendo como objetivo: revisar conceitos de frações e números decimais; estabelecer conexão entre o conteúdo e o cotidiano e manusear corretamente a calculadora na resolução de problemas envolvendo as porcentagens e, assim, levar o aluno a compreender os conceitos e propriedades da porcentagem através da resolução de problemas rotineiros usando a calculadora básica; utilizar a calculadora básica para uma melhor abstração do conceito de operações básicas envolvendo porcentagens no seu cotidiano e interpretar os números decimais e as frações centesimais mais utilizadas em situações problemas envolvendo porcentagens. Nesse contexto,

> A presença da calculadora não apenas dá às crianças a oportunidade de engajarem-se em investigações matemáticas, mas também as capacita a partilhar suas descobertas com os professores e as outras crianças fornecendo um objeto que se pode tornar o foco para uma genuína discussão matemática. (GROVER, 1994 apud ARAÚJO e GITIRANA, 2004, p.02).

Ou seja, o uso da calculadora propõe que uma tecnologia seja utilizada em sala de aula como um recurso que facilite a resolução de cálculos, mas não deixando de considerar a necessidade de que o aluno também desenvolva seu raciocínio lógico, pois a calculadora não funciona sozinha e, mesmo em cálculos simples, é o comando dado pelo aluno que irá proporcionar o alcance do resultado correto.

Houve a preocupação de planejar aulas com diferentes materiais, para que assim o aluno observasse também como a matemática está presente no seu dia a dia. Entre esses materiais e recursos foram utilizados recortes de artigos sobre assuntos diferenciados, fichas contendo perguntas acerca da porcentagem usadas nos textos que serão entregues juntamente com os recortes aos alunos, jogos como o dominó da porcentagem, entre outros recursos em atividades tanto individuais como realizadas em duplas.

A primeira aula inicia-se com a formação de duplas, onde cada dupla receberá um recorte de um artigo sobre diferentes assuntos e com eles também uma folha contendo questões. Feito isso, são distribuídos os recortes e as fichas de perguntas para cada dupla e o professor explica que será estimado um tempo para que cada dupla leia, de forma silenciosa, o artigo e, depois discutam entre si sobre o texto, de maneira que não atrapalhe as outras duplas, para que, assim, respondam a ficha de questões. O professor deve acompanhar a realização da atividade e auxiliar diante de dúvidas que os alunos apresentem.

Discutir com os alunos a respeito do recorte, fazendo algumas perguntas do questionário entregue a cada dupla no início da aula, deixando que eles mesmos se organizem para responderem cada pergunta do questionário, estimulando-os a discutirem a temática dos seus textos com mais profundidade (interpretação do texto). Além disso, o professor deve discutir sobre: o emprego da porcentagem ao longo do texto, sua contribuição para a compreensão, diferenças entre a forma percentual e a forma decimal, etc. Terminada a discussão sobre o texto e porcentagens, recolher os recortes e as fichas de questões, verificando se os alunos colocaram seus nomes nas mesmas.

Feito isso, para oportunizar uma dinâmica e interação com o conteúdo, explicar a próxima atividade proposta que é o jogo *Dominó sobre frações, decimais e porcentagem* (ver Proposta 2 – Jogo *Dominó sobre frações, decimais e porcentagem*) e, depois, pedir aos alunos que formem grupos de no máximo 4 (quatro) alunos, porém, é preciso que isso seja feito de forma organizada.

Logo após, distribuir as peças do jogo para cada dupla explicando as regras do mesmo. Lembrando que a aplicação e duração do jogo deve ser feito nos 10 a 15 minutos finais para o término desta aula. Durante a aplicação do jogo, é de suma importância que o professor supervisione a sala de aula para manter a organização e oriente os alunos (quando necessário) caso surja alguma pergunta a respeito das peças ilegíveis, regras, entre outras.

Ao final desta aula, recolher os materiais do jogo e pedir que tragam para a próxima aula calculadora básica para ser realizada a atividade envolvendo as mesmas.

Para a aula 2 o professor deve preparar os seguintes materiais: alguns recortes de um mesmo produto de panfletos/folhetos de lojas diferentes (preferencialmente de lojas de móveis, eletrônicos, telefonia, etc.) que disponibilizam para os clientes ao longo da semana, promovendo promoções. Estes servirão para exemplificar o conteúdo desta aula, então, a quantidade devem ser de no máximo 3 (três) recortes de produtos. Estes recortes devem conter: descrição do produto, preço de venda, valor promocional, desconto (porcentagem) em relação ao preço inicial (se possível) e valores de pagamento a prazo (carnê ou cartão de crédito).

Para iniciar esta aula, o professor deve verificar se todos os alunos trouxeram o material necessário para a proposta para esta aula. Depois, fazer uma introdução sobre o uso da porcentagem no cotidiano, em diversas áreas da Ciência, entre outros. Ademais, explicar que a área onde se mais utiliza porcentagens é a área do mercado financeiro, pois, por lidar com taxas de comércio de produtos e serviços, as pessoas necessitam saber o quanto vai “ganhar” ou “perder” diante da compra/venda de mercadorias e serviços. Com isso, o mercado financeiro utiliza as porcentagens para que as pessoas interpretem e compreendem o quanto vai ser acrescido/descontado do valor da transação.

As fórmulas para calculá-los por meio da calculadora devem estar expostas, utilizando a lousa e giz para isto. Para cada um destes itens, é necessário efetuar cálculos, utilizando alguns dos recortes, tornando assim, a compreensão mais clara. Todos os cálculos devem ser feitos na calculadora juntamente com os alunos e, simultaneamente, ensinar sobre as funções de cada tecla da calculadora.

A sugestão é que inicialmente a conta deve ser feita sem o uso da calculadora e, posteriormente através dela, para que assim possa avaliar as duas possibilidades e a postura do aluno diante das mesmas. Mesmo que os alunos achem mais fácil utilizar a calculadora, é importante deixar claro aos mesmos que se eles não souberem manuseá-la e montar as operações de forma correta, não irão achar o resultado correto da questão. Nesse sentido, é preciso considerar que:

> Não cabe mais discutir se as calculadoras devem ou não ser utilizadas no ensino, o que se coloca é como utilizá-las. Cabe ao professor explorar por si as calculadoras e as atividades a elas associadas, propondo aos alunos situações didáticas que os preparem verdadeiramente para enfrentar problemas reais. (BIGODE, 2008, p.316).

E isto não acontece apenas com o uso da calculadora, mas de qualquer outro tipo de metodologia, pois elas precisam ensinar o aluno a ser mais ativo diante da aprendizagem e da produção do conhecimento, estarem ligadas a seu cotidiano para gerar interesse pela aprendizagem e não apenas produzir um ensino e aprendizagem mecânico, descontextualizado e desinteressante, que não conseguirá resultados positivos diante dos alunos.

Antes dos alunos começarem a resolver a lista, perguntar se há dúvidas em relação a função das teclas da calculadora. Se por acaso possuírem dúvidas, saná-las, se não, entregar as listas impressas para cada dupla e estimar um tempo para resolverem a lista de problemas, colocando as respostas em folhas separadas. É necessário que o professor supervisione a sala para manter a organização e oriente os alunos no cálculo de algum problema, quando for solicitado.

Terminado o prazo dado, iniciar a resolução dos problemas usando a calculadora, motivando os alunos a participarem da correção. Após isso, pedir aos alunos que tragam os recortes de produtos de panfletos/folhetos de lojas que estão promovendo (ou promoveram) alguma promoção, juntamente com a calculadora para realizar as atividades propostas.

Novamente chama-se a atenção para o fato de que mesmo que seja a calculadora que realize o cálculo, que o raciocínio lógico do aluno também está sendo desenvolvido, por isto a importância da interferência e acompanhamento do professor. Sendo assim,

> Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática estudos e experiências evidenciam que a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino da matemática. A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento da auto-avaliação. (BRASIL, 1997, p. 46)

Isto quer dizer que o aluno precisa refletir sobre o uso da calculadora e sobre os resultados encontrados nos cálculos realizados, o que faz com que esse recurso se torne uma ferramenta que facilita sua aprendizagem e estimula habilidades nele

Terminada a correção, recolher as listas de problemas e pedir que tragam para a próxima aula as calculadoras e 2 ou 3 recortes de um mesmo produto de panfleto/folheto de uma promoção de lojas diferentes, sendo recente ou não. A loja ou departamento precisa ser obrigatoriamente de móveis, eletrônicos ou celulares.

Para a Aula 3, o professor deve preparar os seguintes materiais: Recortes de alguns produtos de panfleto/folheto de promoção de lojas ou departamentos de móveis, eletrônicos e celulares, atendendo os objetivos para a aplicação da atividade. O tema da aula 3 é “interpretando e contextualizando números percentuais no cotidiano usando a calculadora – Estudo de caso”. Primeiramente, verificar se todos os alunos estão munidos dos materiais necessários para esta aula. Se por acaso algum não estiver munido com os recortes de acordo com o que foi pedido, entregar imediatamente alguns dos recortes que foram levados.

Então, recapitular com os alunos a aula anterior sobre *lucro*, *prejuízo*, *juros* e *descontos*, retomando conceitos e propriedades operatórias. Se apresentar alguma dificuldade em entender, cabe ao professor orientar novamente a fim de que o aluno compreenda o conteúdo. Essa revisão deve ser feita utilizando a lousa e giz para que todos os alunos acompanhem e participem durante a execução da mesma, mas, não é necessário que os alunos façam os registros.

Feito isso, o professor pedirá aos alunos que formem duplas, deixando que eles mesmos façam a escolha de seus parceiros de trabalho, mantendo a organização dentro da sala de aula. Depois, entregar a Proposta 4 – Estudo de Caso a cada dupla formada e explicar como será realizada esta atividade.

Esta atividade deve ser feita juntamente com alunos, lendo o texto e fazendo perguntas da proposta para turma, deixando eles efetuarem os cálculos na calculadora e respondendo o que se pede. O professor deve fazer isto até a última pergunta da proposta, estimando o tempo para cada uma delas. Para confirmar suas respostas, o professor deve realizar o cálculo na calculadora e colocar a resposta na lousa para que todos os alunos visualizem. Assim a calculadora torna-se “um instrumento rico em potencialidades e permite que se faça um trabalho voltado para a compreensão e construção de conceitos, para o desenvolvimento do raciocínio e para a resolução de problemas. (LORENTE, 2009, p.04).

Para a Aula 4, o professor deve preparar os seguintes materiais: Imprimir as propostas 6 e 7 em folhas de papel A4 de forma a serem distribuídas individualmente a cada aluno. Os alunos devem trazer para esta aula a calculadora básica para realizar as propostas. Essa aula tem como tema “revisão de frações e números decimais/ Apresentação do conteúdo de porcentagem”.

Antes de iniciar a apresentação do conteúdo de porcentagem, o professor deverá revisar com os alunos, o conceito de frações e números decimais; a transformação de um número fracionário em um número decimal; a representação da fração centesimal; propriedades operatórias que competem às frações e aos números decimais; o conjunto dos números naturais e decimais divididos por 10, 100 e 1000 sob o uso da calculadora.

Tudo isso deve ser feito através do uso da Lista de Atividades (ver Proposta 6), distribuídas de forma individual, a fim de que os alunos possam acompanhar e compreender a explicação, motivando-os a participarem da aula, relembrando do conteúdo. Conforme forem resolvendo a lista, sob o uso da calculadora, os alunos perceberão que a divisão por 10 desloca a vírgula uma casa para a direita por 100 desloca a vírgula duas casas para a direita e por 1000 desloca a vírgula três casas para a direita e assim por diante.

Mediante a estas percepções, é necessário que o professor medeie, instigando os mesmos a observarem o que de "regular" acontece sempre que se divide por 10, por 100 ou por 1000 qualquer número natural (ou decimal). Essa regularidade é o que chamamos em Matemática de propriedades (o que não deixa de ser construção de conceitos matemáticos). Diante de tal fato, Lorente (2009, p.05) argumenta que tais possibilidades "permitem não só que, os alunos façam à tentativa do erro e aproximações sucessivas, mas que também passem a organizar dados, formular e verificar hipóteses e refazer cálculos com mais rapidez" e assim há maiores possibilidades de que desenvolvam seu raciocínio.

Contudo, o professor precisa estar atento em sanar as dúvidas dos alunos que podem surgir no decorrer da revisão, pois é necessário que os alunos, ao final da apresentação do conteúdo de porcentagem, saibam vinculá-lo ao conteúdo de frações e números decimais. Feito isso, utilizar a lousa e giz para os registros mais relevantes do conteúdo para que os alunos possam realizar, futuramente, a revisão do mesmo nas semanas de avaliações da instituição de ensino.

Terminada a revisão, para dar início a uma conversa informal, o professor precisa fazer a seguinte pergunta para a turma: *Qualquer número percentual, ou seja, da forma x%, pode ser escrito sob a forma de fração? De que forma?* Daí, a possível resposta que pode-se obter deles é: *Sim, o número percentual pode ser escrito da forma x dividido por 100*. Então, continuar a indagá-los sobre: a forma usual da porcentagem; o uso das porcentagens no cotidiano; em qual(is) área(s) são utilizadas; se conhecem o significado das palavras: *desconto*, *juros*, *lucro* e *prejuízo;* entre outras.

Findada a explicação, o professor deve propor exercícios de fixação (ver Proposta 7 - Exercícios de Fixação) para que os alunos compreendam as propriedades operatórias de porcentagem, maneiras de representar a porcentagem (forma percentual e forma decimal), proporção entre números percentuais, etc. Estes exercícios de fixação devem ser expostos na lousa e giz a fim de que os alunos continuem a registrar em seus cadernos.

Terminado o tempo estimado, fazer a correção dos exercícios de fixação, estimulando os alunos a participarem da correção de forma oral, registrando a correção na lousa para que possam obter uma visualização melhor dos cálculos. Se, porventura, algum(ns) aluno(s) apresentar(em) dificuldade(s) em entender uma parte da resolução de algum exercício, é necessário que o professor retome a propriedade operatória para sanar a dúvida do aluno.

Observando as propostas de 4 a 7 que propõe atividades que podem ser realizadas com a calculadora, nota-se que o aluno pode optar pelo uso dessa tecnologia ou não, mas sempre será ele quem estará a frente desse processo de busca por um resultado. O cálculo de porcentagens, de situações reais como a compra de uma passagem, de uma mercadoria, a obtenção de um lucro, aumento de preço de um produto, distribuição de prêmios, promoções, diferença de preços, etc. permitem que o aluno observe como é possível fazer diferentes cálculos utilizando a matemática, mas para isto ele também precisa desenvolver o seu raciocínio para comandar os cálculos a serem realizados. Por isso, autores como Costa e Prado (2006), consideram que é espantoso o fato de muitos professores negligenciarem a possibilidade de uso das calculadoras no ensino de matemática, citando que o uso desse recurso, se bem explorado, poderá fazer com que os conteúdos matemáticos se tornem mais interessantes e significativos para os discentes.

5.2 A Segunda Sequência Didática

Essa sequência didática destina-se aos alunos da 1ª série do Ensino Médio, tendo o eixo “números e funções” e a unidade temática “função exponencial”. Estima-se que sua duração seja de 3 aulas de aproximadamente 50 minutos cada, com os seguintes objetivos: manusear corretamente a calculadora na resolução de problemas envolvendo a função exponencial; abstrair o uso das propriedades da função exponencial por meio dos algoritmos da calculadora e assim levar o aluno a compreender os conceitos da unidade temática através da resolução de problemas usando a calculadora científica para facilitar os cálculos; utilizar a calculadora científica para uma melhor abstração do conceito de função exponencial; interpretar as várias aplicações da função exponencial em vários campos da Ciência.

A primeira aula tem como tema “Função exponencial” e para dar início à aula deve-se dividir os alunos em duplas e propor a seguinte situação problema: *Biólogos estudando uma colônia de certo tipo de bactéria, concluíram que essa colônia duplicava sua população a cada hora. Se no momento inicial a colônia possuía 15 bactérias, quantas bactérias teria a colônia depois de:*

- *1 hora?*
- *2 horas?*
- *4 horas?*
- *7 horas?*

Deixar que as duplas respondam livremente as questões acima. Passados alguns minutos, quando se perceber que todas as duplas encontraram soluções para as questões propostas, escolher, aleatoriamente, algumas duplas e pedir para que as mesmas apresentem suas soluções, comentando (justificando) as mesmas.

Um roteiro possível para a situação proposta acima pode ser:

tempo (horas)	nº de bactérias (unidades)
0	15 *(momento inicial)*
1	30
2	60
3	120
4	240
5	480
6	960
7	1920

Uma vez que se perceba a compreensão dos alunos sobre o tema, propor a segunda questão: Quanto tempo será necessário para que se consiga uma população superior a 30 mil bactérias? Neste caso, o cálculo manual ficaria muito dispendioso e cansativo. Que tal usarmos a calculadora?

Nesse momento é interessante que o professor possa observar em que situações os alunos optaram pelo uso da calculadora e como o fizeram e quando decidiram fazer os cálculos sozinhos, observando assim se a calculadora contribuiu ou não para a sua aprendizagem, as dificuldades encontradas e fazendo interferências sempre que necessário, para conduzir a uma aprendizagem mais efetiva. De acordo com Repski e Caetano (2012, p.10), neste sentido,

> É importante que a escola incorpore o uso dessas novas tecnologias que vem surgindo, de forma didática no ensino, na sala de aula. O uso da calculadora como um recurso tecnológico auxilia não só no executar operações, mas proporciona aos alunos um ambiente em que eles são levados a discutirem, a pensarem, a resolverem o problema, de uma forma que eles se sintam mais motivados a fazer os cálculos, percebendo que a calculadora facilita a compreensão de alguns conteúdos.

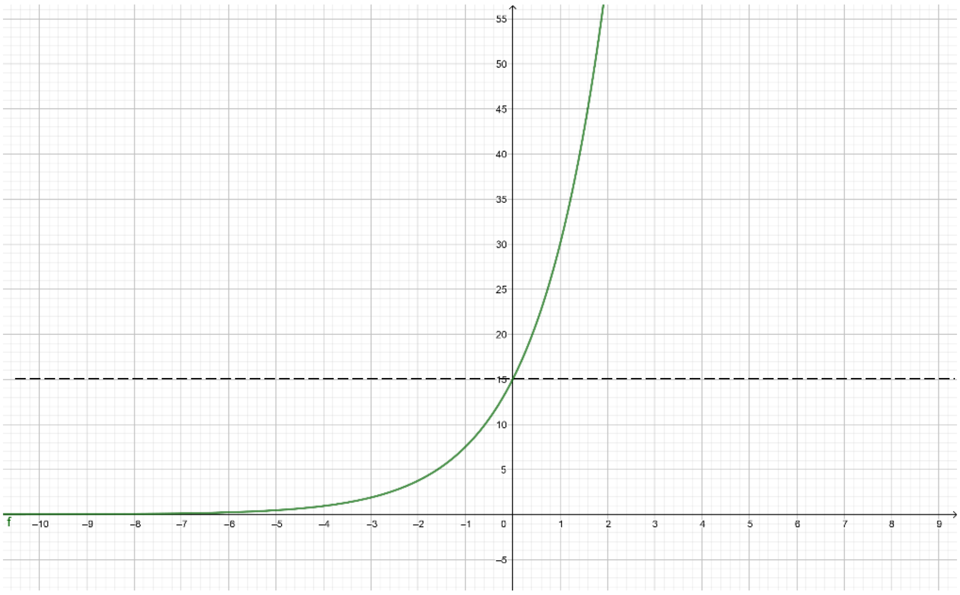
Assim, o professor deve fazer com que o aluno resolva os problemas matemáticos com o uso da calculadora e também que seja levado a desenvolver o seu pensamento lógico, pois ele precisa compreender os passos, as operações que irão levá-los a encontrar as respostas necessárias nessas problemáticas.

É preciso permitir que cada dupla faça uso de uma calculadora (científica) e obtenha a solução esperada. Após dar um tempo adequado para que encontrem a solução, novamente, de forma aleatória, escolher algumas duplas para apresentarem a solução esperada. Tomar o cuidado de não ser as mesmas duplas de antes.

O professor novamente deve ouvir algumas duplas para verem se conseguiram confirmar os resultados. Este momento é muito rico, pois aproxima o conteúdo visto de maneira informal ao conteúdo visto de maneira mais formal. Em outras palavras, perceber as propriedades inerentes a esta situação-problema, tais como: Há um fator que é ponto de partida (neste caso o 15) para todos os cálculos; que existem pelo menos dois modos de obter as respostas para esta situação problema: Método passo a passo (P.A. de um lado e P.G. de outro) e usando a lei de formação de uma função exponencial.

Ademais, para que possam fazer a correspondência biunívoca entre os valores de *t* (tempo) e os resultados encontrados, o professor deve motivá-los a construírem o gráfico no plano cartesiano, tomando o mesmo problema proposto. É necessário que os alunos compreendam visualmente o comportamento da função (que, de fato, é uma função crescente) diante de um determinado intervalo. Logo, obterão o gráfico como exibido na Figura 10:

Figura 10: Gráfico da função $\boldsymbol{f(t) = 15 \cdot 2^t}$



Fonte: GeoGebra - elaborado pelo autor

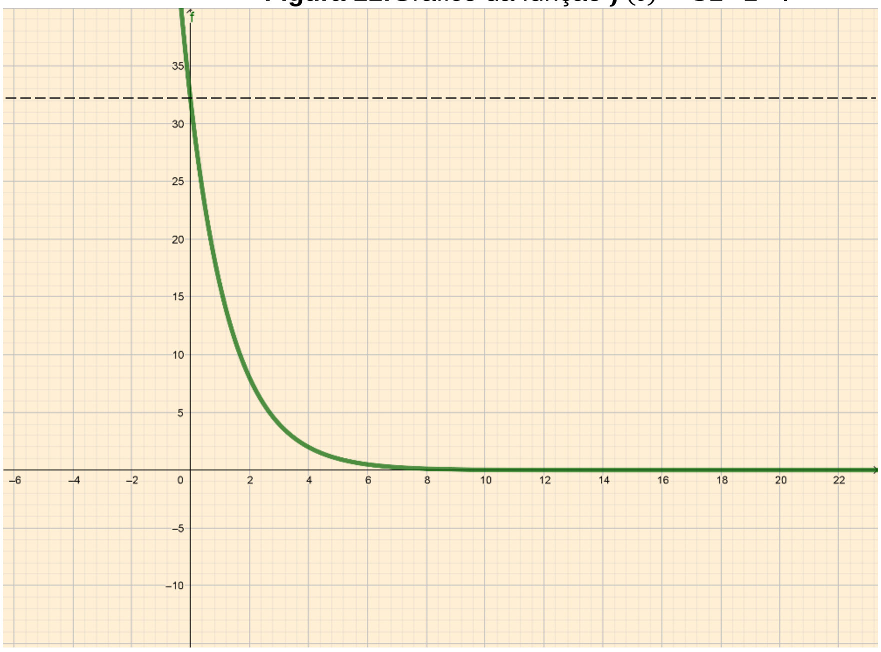
Com o gráfico construído, pedir aos alunos que tracejam uma reta seccionada paralela ao eixo das abscissas pelo ponto inicial (0,15) e indagá-los sobre: se o gráfico encontrado satisfaz o problema e justificar; se tomando a função independente do problema e atribuindo os valores positivos e negativos a t, como seria esse novo gráfico; se, diante do novo gráfico construído, a curva intercepta algum dos eixos e justificar o motivo da mesma não interceptar outro eixo. Terminada essa sessão e mantendo as duplas formadas, iniciar um novo problema para abordar a função exponencial decrescente. Diante disso, segue o problema:

Um determinado tipo de medicamento depois de ingerido pelo paciente reduz sua quantidade (massa) pela metade, a cada 1 hora. Se esse medicamento tem uma massa de 32 mg, em quanto tempo restará no organismo do paciente menos de 2 mg? Depois de enunciar o problema utilizando a lousa e giz, deixar com que os alunos construam a função que modela o problema proposto. Passados alguns minutos, a única função que satisfaz este problema e que eles deverão obter é $\boldsymbol{f(t) = 32 \cdot 2^{-t}}$. Diante disso, permitir que eles construam o gráfico da função para analisar o comportamento da curva perante o problema. Se apresentarem dificuldade em obter o gráfico, pedir que montem uma tabela e utilizem a calculadora para facilitar a interpretação e a resolução do problema. Ou seja, eles devem construir a seguinte tabela para solucionar uma parte do caso:

t (horas)		Massa (mg)
0	$\longrightarrow$	$\mathbf{f(0) = 32 \cdot 2^{0} = 32}$
1	$\longrightarrow$	$\mathbf{f(1) = 32 \cdot 2^{-1} = 16}$
2	$\longrightarrow$	$\mathbf{f(2) = 32 \cdot 2^{-2} = 8}$
3	$\longrightarrow$	$\mathbf{f(3) = 32 \cdot 2^{-3} = 4}$
4	$\longrightarrow$	$\mathbf{f(4) = 32 \cdot 2^{-4} = 2}$
5	$\longrightarrow$	$\mathbf{f(5) = 32 \cdot 2^{-5} = 1}$

Com os valores definidos e a tabela montada, basta que eles façam a correspondência biunívoca para a construção do gráfico. O gráfico que satisfaz a função encontrada, está exibido na figura 11:

Figura 11: Gráfico da função $\boldsymbol{f(t) = 32 \cdot 2^{-t}}$.



Fonte: GeoGebra – elaborado pelo autor.

Depois disso, retomar as mesmas indagações feitas no problema anterior e comparar o gráfico anterior (Figura 11). Terminada a conversa informal a respeito do gráfico e do problema, formalizar o conteúdo sob a forma expositiva, utilizando a lousa e giz para apresentar o conceito e propriedades operatórias da unidade temática a fim de que todos os alunos possam fazer os registros em seus cadernos. Nesse contexto, para Tall (2001), muitas vezes o uso de uma tecnologia como a calculadora em sala de aula pode ser mal sucedido, já que seu manuseio pode, em alguns casos dificultar a construção mental que envolve o conhecimento matemático por parte dos alunos, fazendo-os apenas calcular, sem pensar, porém, quando bem usadas, as calculadoras podem ser muito benéficas e a postura e metodologia utilizada pelo professor é imprescindível nesse processo.

Para a Aula 2, o professor deve preparar os seguintes materiais: Jogo Torre de Hanoi (ver Proposta 1 - Apêndice) para que sejam distribuídos aos grupos contendo 3 (três) ou 4 (quatro) integrantes. Fichas de Tentativas (Proposta 1) impressas em folhas de papel A4 a serem entregues aos grupos. O tema da aula 2 é "interpretando e contextualizando a função exponencial". Para iniciar esta aula, perguntar aos alunos se há dúvidas em relação do conceito e/ou propriedades operatórias da unidade apresentada da aula anterior. Se os alunos confirmarem, é necessário que o professor sane estas dúvidas para dar continuidade a aula 2. Mas, se não há dúvidas quanto ao conteúdo ministrado na aula anterior, o professor deve pedir à turma que façam grupos de 3 (três) alunos (dependendo da quantidade de alunos, no máximo 4 integrantes por grupo), deixando-os livre para escolherem seus parceiros de trabalho, mantendo a organização. Feito isso, explicar a atividade proposta e os materiais que serão utilizados para sua execução.

A atividade consiste em que cada jogador estabeleça uma quantidade mínima de movimentos para executar a regra do jogo. Primeiramente, todos devem fazer a 1ª tentativa com 3 discos, a 2ª tentativa com 4 discos, 3ª tentativa com 5 discos, 4ª tentativa com 7 discos e 5ª tentativa com 8 discos. Todas essas tentativas devem ser marcadas na tabela para que, depois, possam ser comparadas entre os integrantes.

Como eles estão dispostos em grupos de até 4 integrantes, permitir que eles façam um rodízio entre eles ou cada jogador faça as suas tentativas todas de uma vez, deixando-os livres para escolherem qual é a melhor maneira.

Daí, entregar aos grupos, 1 (um) jogo Torre de Hanoi e 1 (uma) ficha de tentativas e estimar um tempo para que eles possam executar a atividade proposta.

É necessário que o professor supervisione (mantendo a organização) e oriente-os quando for solicitado para sanar dúvidas da atividade.

Acabado o tempo da execução da atividade, fazer perguntas direcionadas a alguns grupos sobre:

- se encontraram algum padrão quando estavam realizando as tentativas;
- se dentre os integrantes, alguém conseguiu realizar menos movimentos com os discos;
- se o grau de dificuldade aumentou ou diminuiu conforme ia aumentando a quantidade de discos; entre outras.

Então, para solucionar o caso de quantidade mínima de movimentos dos discos, o professor deve expor, através da lousa e giz, a tabela (Tabela 2) com essas quantidades.

Tabela 2: Quantidade mínima de movimentos no jogo Torre de Hanoi.

Quantidade de discos	Qtde mínima de movimentos
3	7
4	15
5	31
6	63
7	127
8	255

Fonte: elaborado pelo autor.

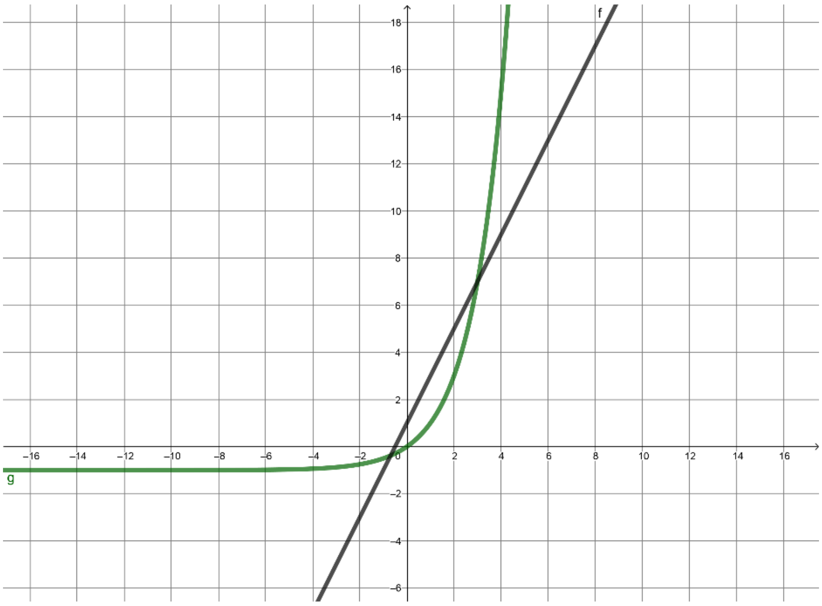
Para explicar esses resultados obtidos, perguntar aos alunos se compreenderam esses resultados e deixar com que pensem e respondam a pergunta. O professor deve explicar que, diante da Tabela 1 apresentada, pode-se notar que existem dois padrões para solucionar o caso:

- 1º padrão: quando aumentamos um disco, a quantidade de movimentos é dobrada e adicionada em um, ou seja, se n é quantidade de discos e m corresponde a quantidade mínima de movimentos, então, a fórmula para encontrar essas quantidades é: $\boldsymbol{m = 2n + 1}$ (só funciona para n = 1).

- 2º padrão: conforme a fórmula encontrada, pode-se afirmar que a mesma é uma progressão geométrica de razão 2 (dois), onde a quantidade mínima de movimentos podem ser reescritas sob a forma: $\boldsymbol{m = 2^n - 1}$.

A partir daí, pedir que eles construam os gráficos tanto do 1º padrão quanto do 2º padrão usando a calculadora (cientifica), para compreenderem que possuem diferentes formas de obter o mesmo resultado. Logo, os gráficos que eles obterão devem ter o aspecto dos exibidos pela figura 12 que segue abaixo:

Figura 12: Função $\boldsymbol{m = 2n + 1}$ (preto) e função $\boldsymbol{m = 2^n - 1}$ (verde).



Fonte: GeoGebra – elaborado pelo autor.

Discutir com os alunos a respeito da representação dos resultados obtidos para construção dos gráficos e se há dúvidas quanto a isso. Se possuírem dúvidas, realizar a orientação devida para sanar as mesmas. Terminado a discussão e a aula, recolher os materiais utilizados (jogo e a ficha de tentativas) nesta aula. É necessário que o professor avalie esta aula em relação ao processo de aprendizagem dos alunos, tanto em suas argumentações e interpretações perante as questões levantadas quanto a atividade proposta.

É interessante demonstrar aos alunos que nessas atividades o uso da calculadora pode garantir-lhes maior agilidade, o que, segundo, Sá (2013, p.10) é algo muito positivo, uma vez que “tempo gasto de forma desnecessária com cálculos longos e que poderia ser aproveitado para a realização de atividades mais importantes, tais como a exploração e a compreensão de novos conceitos". Ganha-se, portanto, em tempo e em novas possibilidades de aprendizagem através do uso da calculadora.

Para a terceira aula que tem como tema "breve histórico do número irracional e a resolução de problemas" o professor deve preparar os seguintes materiais: Estudo de Caso impressas em folhas de papel A4. Os alunos devem estar munidos de calculadora científica para realizar a atividade proposta. Iniciar esta aula tratando sobre a parte histórica do número irracional $\boldsymbol{e}$ com alunos sob forma expositiva, sendo possível o recurso didático Datashow, relatando sobre os trabalhos de Napier, Euler e Bernoulli em relação do número $\boldsymbol{e}.$ Além disso, tratar sobre as áreas onde são utilizadas para que os alunos conheçam a sua aplicabilidade e funcionalidade (através de exemplos) tanto na Matemática quanto em outras ciências.

É necessário que o professor realize estudos/leituras complementares, para que os alunos tenham a certeza das informações durante o breve histórico do número irracional $\boldsymbol{e}.$ Após a abordagem, expor o problema de Bernoulli (DANTE, 2016, p. 169) sobre o número $\boldsymbol{e}$ para que os alunos possam solucionar. Logo abaixo, segue o problema adaptado:

O problema de Bernoulli

Sabendo que para encontrar o montante (valor a receber de um empréstimo) a equação é $\boldsymbol{M = C(1 + i)^n}$*, Jacques Bernoulli imaginou que um banco empreste a uma pessoa X a quantia igual a 1 cobrando juros de 100% ao ano. No final de um ano, quanto a pessoa deve pagar?*

A resposta é: *Como* $\boldsymbol{i = 100\% = \frac{100}{100} = 1}$*, a pessoa X deve pagar* $\boldsymbol{(1 + 1)^1 = 2}$.

Entretanto, Jacques começou a pensar em uma forma de manter aparentemente o mesmo contrato de empréstimo, todavia ganhando mais. Ele pensou então em dividir o juro pela metade, mas cobrar a cada semestre. Diante disso, a pessoa X deverá pagar quanto ao Banco?

A resposta é: como $\boldsymbol{i} = \mathbf{50}\% = \frac{\mathbf{50}}{\mathbf{100}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$, *então a pessoa deve pagar* $\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}} = \mathbf{2{,}5}$.

Percebe que isso é uma progressão geométrica do montante?

Percebendo isso, pedir aos alunos que façam uma tabela, como a tabela 3, colocando em uma coluna os diferentes tipos de incidência de juros compostos ao longo de 1 ano, na outra o cálculo do montante e na última coluna, o valor a ser pago pela pessoa X. Estimar um tempo para que os alunos possam dar continuidade nos cálculos, usando a calculadora cientifica para facilitar o processo.

Tabela 3: Tabela base para encontrar os valores a serem pagos pela pessoa X.

Período de incidência de juros	Fórmula	Valor a ser pago
Ano	$(\mathbf{1} + \mathbf{1})^{\mathbf{1}}$	2
Semestre	$\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}}$	2,5
Mês		
Dia		
Hora		
Minuto		
Infinitamente pequeno		

Com a tabela feita, escolher alguns alunos para responderem como eles obtiveram os resultados e, depois, colocar os resultados na tabela exposta através do uso da lousa e giz. Sá (2013, p.14) argumenta que “é claro que esta questão poderia ser resolvida com lápis e papel e com um pouco de paciência. No entanto, sabe-se que no mundo real o fator tempo é importantíssimo” e assim, quanto maiores possibilidades forem oferecidas ao aluno para que ele solucione problemas com agilidade, porém, sem deixar seu raciocínio de lado, melhores serão os resultados de sua própria aprendizagem.

Depois, pedir com que construam o gráfico para compreenderem o comportamento da função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{x}}$, utilizando a calculadora científica (atribuindo valores negativos e positivos para $\boldsymbol{x}$) para facilitar os cálculos e a tabela como auxílio da construção. Perguntar aos alunos se há dúvidas quanto ao conteúdo apresentado. Se por acaso apresentarem, o professor deve fazer a orientação devida para sanar as dúvidas acerca do conteúdo. De acordo com Sá (2013) é importante demonstrar aos alunos que a calculadora é uma ferramenta importante em sua aprendizagem, mas que é sua atenção e raciocínio que são de fundamental importância no sucesso desse processo.

Após isso, pedir à turma que façam duplas para que seja feita a resolução da atividade (ver Proposta 2 – Resolução de problemas) e estimar um tempo para que resolvam a Proposta 2. Essa atividade e as aulas anteriores servirão como base para verificar o processo de aprendizagem do aluno, de sua interação em relacionar o conteúdo com as aplicações rotineiras e resolução dos problemas propostos. Diante de questões assim precisa ficar claro que "informação em quantidade não quer dizer informação de qualidade. Em torno das sofisticadas tecnologias circula todo tipo de informação, atendendo a finalidades, interesses, funções bastantes diferenciadas". (PCN, 1998, p.137), ou seja, não é o uso da calculadora ou de qualquer outra tecnologia que gerará soluções a todos os problemas da educação ou irá impedir uma aprendizagem, é a forma como são utilizadas e a postura do professor e do aluno diante das mesmas que irá indicar o resultado final do processo de ensino e aprendizagem.

É preciso que o professor tenha atenção e verifique se os alunos compreenderam o funcionamento das teclas da calculadora, pois através dessa compreensão, estarão também compreendendo como o cálculo é realizado por ela, Lourenço (2013, p.50) lembra que:

> A escolha por um método deve ser filtrada pelo que se objetiva com a classe, a forma como compartilhar , ou melhor, facilitar a compreensão do ensino, ou da matéria. Logo, assim como se verifica a importância de um planejamento consistente para fazer uso de algum recurso tecnológico como apoio para a aula, o mesmo ocorre em termos de relevância para a escolha de um método.

Isto quer dizer que mais do que o uso da calculadora o que pode levar a aprendizagem ou a não aprendizagem é o (des) interesse do aluno em relação a aprendizagem, sua postura inerte frente a produção do conhecimento, a falta de ligação dos conteúdos com sua realidade e com suas necessidades, dentre outros aspectos.

Os alunos precisam fazer tentativas até que consigam achar o resultado. Há diferentes caminhos a serem seguidos e o pensamento de cada aluno deve ser valorizado, pois o importante é o resultado final alcançado. Diante desta e de todas as atividades citadas, Lourenço (2013, p.52) considera que:

> Para qualquer atividade que envolva a utilização deste recurso didático, professor não pode perder o foco do seu plano de aula e a coerência do uso desse instrumento com a ocasião. Importante enfatizar que a calculadora não está presente em todas as situações que a matemática apresenta, pois não se trata de uma disciplina que efetua apenas cálculos. Convém que o docente busque sua versatilidade, variedades de métodos e recursos, o que pode fazer com que a disposição pelo aprendizado por parte dos discentes seja cada vez mais perene.

Portanto, as atividades propostas são apenas algumas das várias que podem ser desenvolvidas com o uso da calculadora, demonstrando que os cálculos que são feitos nela também podem ser feitos sem ela, mas seu uso não impede o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno, podendo ajudá-lo a economizar tempo e dedicá-lo a novas aprendizagens.

Capítulo 6: Considerações Finais

A matemática sempre esteve presente na humanidade, utilizada desde os povos mais antigos para diversos tipos de atividades, ela foi evoluindo e se tornando cada vez mais parte da sociedade. Independente da tarefa executada, dificilmente algum tipo de situação não exija do indivíduo conhecimentos matemáticos, seja uma simples compra, até algum tipo de investimento financeiro a ser feito, na contagem do tempo, na proporção de alimentos utilizados para fazer algum tipo de comida, entre outras questões.

Mesmo com toda essa importância e com a evolução dos métodos utilizados em sala de aula, ainda há um grande número de alunos que vê o ensino de matemática como algo difícil, e por isto, são desmotivados para sua aprendizagem. Isto porque o grau de memorização e de raciocínio exigido por essa disciplina, nem sempre é bem vista pelos alunos e há casos em que as propostas de ensino oferecem atividades totalmente descontextualizadas do cotidiano dos alunos, não tornando sua aprendizagem algo importante.

Essa questão chamou a atenção de educadores que passaram a buscar diferentes alternativas a serem inseridas no ensino de matemática, de forma a torná-lo mais interessante assim como sua aprendizagem mais atrativa aos alunos. Surgiram novas metodologias, o uso de jogos, de situações práticas e também de tecnologias que auxiliassem os alunos na resolução dos cálculos, entre elas, a calculadora.

O debate sobre o uso dessa ferramenta, porém, está constantemente entre os profissionais da educação, pois há aqueles que acreditam que quando o aluno utiliza uma calculadora ele deixa de desenvolver seu raciocínio em busca dos resultados, tornando-se dependentes da mesma, calculando sem pensar. Levando-se em consideração que o cálculo é fator essencial no ensino de matemática, propõe que a calculadora não seja utilizada em seu processo de ensino e aprendizagem. Mas, há aqueles que também defendem seu uso, argumentando que mesmo um aluno que não utiliza a calculadora em um cálculo continua a apresentar dificuldades nesse processo. Além disto, argumentam que mesmo que seja a calculadora que faz os cálculos, é o aluno que está operando essa máquina e se ele não souber conduzir os cálculos, os resultados não serão determinados de forma correta.

As discussões realizadas nessa pesquisa possibilitam uma reflexão sobre o uso da calculadora em sala de aula, demonstrando que ela não impede que os alunos desenvolvam seu raciocínio lógico, e é a forma como esse recurso é utilizado que acaba influenciando em uma aprendizagem mais efetiva dos alunos, apoiando seus conhecimentos matemáticos. A calculadora irá diminuir o cálculo escrito e mecanizado, fazendo com que o uso consciente desse instrumento venha a promover o desenvolvimento do cálculo mental e da estimativa.

Analisando a sequências didáticas propostas seja para o ensino médio seja para o ensino fundamental, fica claro que é preciso dar liberdade para que os alunos resolvam as atividades da forma como acharem mais fácil, seja utilizando ou não a calculadora, sempre demonstrando aos mesmos que são eles os responsáveis pelos resultados encontrados, que precisam ter atenção na formação dos cálculos e, assim, a calculadora serve como um facilitador na sua aprendizagem, mas não é capaz de inibi-la.

É interessante que é preciso produzir uma matemática mais próxima da realidade dos alunos, trabalhando problemáticas presentes em seu cotidiano, levando-os a interagir com o conhecimento para que assim ele também dedique-se mais à aprendizagem. Nesse sentido, utilizar tecnologias como a calculadora, computador, internet, jogos, etc. é algo interessante e necessário para que o ensino dessa disciplina seja mais próximo da realidade do aluno e venha a interessá-lo mais, somente assim será possível motivá-lo para a aprendizagem da matemática.

Esta é uma pesquisa que iniciou-se a partir da análise das sequências didáticas, mas que pode ser ampliada para a aplicação prática dos mesmos, avaliando resultados, buscando a perspectiva de alunos e professores e dessa forma analisando de maneira mais aprofundada os resultados obtidos através do uso da calculadora. É preciso lembrar que, o objetivo é propor melhorias ao ensino de matemática, este que muitas vezes encontra-se defasado, com alunos que não demonstram interesse ou motivação por sua aprendizagem, mesmo diante da importância de seus conhecimentos no dia a dia de todas as pessoas.

.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, L. I. de; GITIRANA, V. **Analisando as competências de cálculo de crianças que usaram calculadoras em sua formação.** In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 15 a 18 de julho de 2004.

ARRUDA, Dilermano Honório de. **O uso da calculadora simples em sala de aula.** Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática e statística da Universidade Federal de Goiás, 2013.

BERGAMO, Regiane Banzzatto. **Educação Especial:** pesquisa e prática. Curitiba: Ibpex,. 2014.

BIGODE, A. J. L. Explorando o uso da calculadora no ensino de matemática para jovens e adultos. In: VÓVIO, C. L., IRELAND, T.D. **Construção Coletiva:** contribuições à educação de jovens e adultos. 2. ed. Brasília: UNESCO/ MEC, 2008. 362p.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: Mec / SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática /Ensino Médio. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. PCN+. Ensino médio. **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em 27 de agosto de 2018.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **A Arte de contar: uma introdução ao estudo**. Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 1991.

CAETANO, Luís Miguel Dias. **Tecnologia e Educação: Quais os desafios?. Educação (UFSM)**, Santa Maria, p. 295-309, maio 2015. ISSN 1984-6444. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/17446>. Acesso em: 19 ago. 2018. doi:http://dx.doi.org/10.5902/1984644417446.

CAZORLA, Irene Mauricio. **Metodologia do ensino de matemática.** Elaboração de conteúdo: Aida Carvalho Vita. [et al.]. – Ilhéus, BA: Editus, 2012.

CHAVANTE, Eduardo. **Quadrante matemática, 1º ano : ensino médio** / Eduardo Chavante, Diego Prestes. – 1ª ed. – São Paulo : Edições SM, 2016. – (Coleção quadrantematemática).

COSTA, Nelson Lage da; PIVA, Teresa Cristina de Carvalho. **A história da matemática no Brasil – o desenvolvimento das nações do cálculo, da geometria e da mecânica no século XIX.** Disponível em <http://www.hcte.ufrj.br/downloads/sh/sh4/trabalhos/Nelson%20Lage%20A%20HIST%C3%93RIA.pdf>. Acesso em 10 de fev. 2018.

COELHO, P. **Historia da calculadora**. 2015. Disponível em: <http://www.engquimicasantossp.com.br>. Acesso em 05 de março de 2018.

COSTA, N. M. L.de, PRADO, M. E. B. R. **Aprendizagem profissional em um projeto de educação continuada:** reflexões sobre pesquisas do uso da calculadora na de aula de matemática. Disponível em <http://cibem6.ulagos.cl/ponencias/COMUNICACIONES/7Nielce_Maria_Elisabette/APRENDIZAGEM%20PROFISSIONAL%20EM%20UM%20PROJETO%20DE%20EDCAÇÃO%20CONTINUADA.pdf>. Acesso em 10 de abril de 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática : contexto & aplicações : ensino médio, volume 1** /Luiz Roberto Dante. – 3ª ed. – São Paulo : Ática, 2016.

FABRIS, Jocemar. **Metodologia utilizada no aprendizado da matemática no Ensino Médio**. Monografia apresentada à Diretoria de Pós-Graduação da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC – Especialização em Educação Matemática. Criciuma, 2005.

GARRIDO, Elsa. Sala de aula: Espaço de construção do conhecimento para o aluno e de pesquisa e desenvolvimento profissional para o professor. In: CASTRO, Amélia Domingues de; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de .(org.). **Ensinar a ensinar: Didática para a escola fundamental e médio**. São Paulo: Pioneira, Thomson Learning , 2002.

GIL, Antônio. **Metodologia do Ensino Superior**. São Paulo: Atlas, 1994.
GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do ensino de Matemática:** uma introdução. 2012. Disponível em <http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/historia%20do%20ensino%20da%20matematica.pdf>. Acesso em 08 de fev. 2018.

IEZZI, Gelson, et. al. **Matemática: ciência e aplicações: ensino médio, volume 1**. – 9ª ed. –São Paulo: Saraiva, 2016. p. 142-147, cap. 7.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública:** A pedagogia crítico social dos conteúdos. São Paulo: Loyola, 1985.

LORENTE, F. M. P. **Utilizando a calculadora nas aulas de matemática.** Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/371-4.pdf>. Acesso em 10 de abril de 2018.

LOURENÇO, Fernanda Guimarães**. Possibilidades do uso da calculadora não científica e do software geogebra na educação básica.** Dissertação apresentada ao curso de Mestre em Matemática do Curso de Pós Graduação em Mestrado Profissional em Matemática da Rede Nacional – PROFMAT. Seropédica, RJ, 2013.

MACHADO*,* Silvia. Dias A. **Educação Matemática:** uma introdução. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002.

MASSETTO, Marcos T. **Competência Pedagógica do Professor Universitário***.*São Paulo:Summus, 2003.

MATOS, Claudivaneis Martins. O USO DA CALCULADORA NAS AULAS DEMATEMÁTICA: O Que Pensam os Professores de Matemática de Conceição do Araguaia - PA . /Claudivaneis Martins Matos. – Palmas, TO, 2016.

MILANI, Samanta Margarida. **CALCULADORA: Uma ferramenta alternativa para o ensino de Matemática**. Publicado nos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo – 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4955_2308_ID.pdf Acesso em 19 ago. 2018. 12 p.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOL, Rogério S. **Introdução à História da matemática.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

OLIVEIRA, J. **O ábaco e o advento da calculadora por jailson oliveira**. BN20 você bem perto da noticia, 2015.

OLIVEIRA, Vanessa Castro de; OLIVEIRA, Cristiano Peres; VAZ, Francieli Aparecida. A história da matemática e o processo de ensino aprendizagem*.* **Anais** do X EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil. 13-16 nov. 2014.

PAVÃO, Zélia Milléo; MULLER, Priscila Marion. **O uso da calculadora nas aulas de matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**. 2005. Disponível em <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/com/TCCI095.pdf>. Acesso em 10 de maio de 2017.

PITOMBEIRA, de Carvalho; ROQUE, J. T.**Tópicos de História da Matemática**Coleção PROFMAT, Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

SÁ, Henriques de Alan. **Um experimento envolvendo o uso de calculadoras gráficas em uma escola pública**. Rio de Janeiro, 2013. 39p. Trabalho de Conclusão de Curso – IMPA.

REPSKI, J. CAETANO, J. J. **O uso da calculadora em sala de aula:** a visão de alguns professores de Matemática da Educação Básica. In: II Jornada Brasileira do Grupo de Pesquisa Latino-Americano. Ponta Grossa – PR, 21 e 22 de junho de 2012.

RODRIGUES, L. L. **A matemática ensinada na escola e a sua relação com o cotidiano.** Universidade Católica de Brasília, 2004.

RODRIGUES, Monique; SILVA, Vivia. **Uma análise sobre os PCNs do Ensino Fundamental e Médio.** 2012. Disponível em <https://pibidmatematicaim.files.wordpress.com/2012/03/seminc3a1rio-pcn-matematica-vivia-e-monique.pdf>. Acesso em 10 de fev. 2018.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. São Paulo: Zahar, 2007.

SÁ, Henriques de Alan; **Um experimento envolvendo o uso de calculadoras gráficas em uma escola pública**. Rio de Janeiro, 2013. 39p. Trabalho de Conclusão de Curso – IMPA.

SELVA, Ana Coelho Vieira; BORBA, Elizabete de Souza. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010. – (Tendências em Educação Matemática, 21). ISBN 978-85-7526-476-8.

TEDESCO, Juan Carlos (org.). **Educação e Novas Tecnologias:** esperança ou incerteza? São Paulo: Cortez. Brasília: UNESCO, 2004.

VALENTE, José Armando (org.). **O computador na sociedade do conhecimento.** Campinas: UNICAMP/ Núcleo de Informática Aplicada à Educação-NIED, 1999.
ANEXOS:

APÊNDICE: Sequências Didáticas

I. Apresentação

Ao longo dos anos, a sociedade como um todo tem criado maneiras para adequar/transformar o mundo a sua volta de acordo com suas necessidades. Nos tempos primórdios, o homem sempre estava em constante inovação e aperfeiçoamento de ferramentas e de técnicas para a caça, agricultura, construção de abrigos, entre outros, perante os desafios da sobrevivência.

De fato, diante desses aprimoramentos e inovações feitas pelo homem no decorrer das eras, diversos autores e pesquisadores afirmam que a tecnologia sempre esteve presente quando o homem buscava moldar o mundo ao seu redor, interagindo entre seus pares e/ou com o meio.

Contudo, diante destas interações, nos dias atuais, é nítido perceber o quão dependente está a sociedade da tecnologia, buscando sempre otimizar cada vez mais o tempo e obter precisão nas respostas (ou informações) acerca de qualquer problema (ou assunto) em tempo real.

Logo, com acesso às informações “nas pontas dos dedos”, “é reconhecido o fato da tecnologia ter um papel fundamental no acesso à informação, permitindo que, quase em qualquer lugar, seja possível consultar documentos digitais sobre várias temáticas reduzindo o mundo e quebrando fronteiras. ” (CAETANO, 2015, p. 306).

Outrora, se de fato a sociedade está imergida nesse acesso, obtendo assim o conhecimento, é necessário que a escola acompanhe essa imersão, fazendo com que o processo de ensino-aprendizagem esteja ligado com a realidade do aluno.

Estabelecendo conexões entre a realidade e o conhecimento matemático, as sequências didáticas descritas visam colaborar com a aplicabilidade do conhecimento no cotidiano, permitindo com que o aluno transforme suas ações, de modo a interagir com o mundo a sua volta.

II. Introdução/Justificativa

Selva e Borba (2010, p. 9-10) afirmam que tem-se debatido a adequação do uso de ferramentas tecnológicas contemporâneas – tais como computadores e calculadoras – no ensino em sala de aula. Quanto aos profissionais da Educação Matemática utilizarem destas ferramentas em sala, principalmente a calculadora, as autoras dizem que há um impasse em usufruir ou não destes recursos.

Por um lado, aqueles que defendem o seu uso, afirmam que de certa forma, corroboram com a aprendizagem do aluno mediante a aplicação do conteúdo sob o intermédio da ferramenta tecnológica. Por outro lado, aqueles que vão contra seu uso, dizem que causam dependência do aluno em utilizar a ferramenta, abstendo em aprender o conteúdo de forma coerente, inibindo o uso do raciocínio lógico perante os problemas propostos.

De fato, a respeito do uso da calculadora em sala de aula, o National Council of Teachers of Mathematics diz que seu uso “permite às crianças a exploração de ideias numéricas e de regularidades, a realização de experiências importantes para o desenvolvimento de conceitos e as investigações realistas, ao mesmo tempo que colocam ênfase nos processos de resolução de problemas. ” (1991, apud Milani, 2016, p. 2)

Parafraseando, Selva e Borba (2010, p. 10) defendem que não é todo o uso da calculadora que possibilita explorações conceituais, mas sim, situações didáticas bem planejadas com objetivos claros e procedimentos selecionados.

Diante disso, o propósito deste apêndice é mostrar a possibilidade em planejar aulas diferenciadas sob o uso da calculadora em sala de aula, conectando o conhecimento matemático à realidade do aluno, permitindo com que ele estabeleça estratégias para solucionar problemas propostos dentro e fora da escola.

III. SEQUÊNCIA DIDÁTICA I

Eixo: Números e Funções.
Unidade Temática: Porcentagens.
Público alvo: Alunos do 6º ano – Ensino Fundamental II.
Quantidade de aulas/duração: 4 aulas/ aprox. 50 minutos.

Objetivos:

- **Gerais:**
  - Revisar conceitos de frações e números decimais.
  - Estabelecer conexão entre o conteúdo e o cotidiano.
  - Manusear corretamente a calculadora na resolução de problemas envolvendo as porcentagens.

- **Específicos:**
  - Compreender os conceitos e propriedades da porcentagem através da resolução de problemas rotineiros usando a calculadora básica.
  - Utilizar a calculadora básica para uma melhor abstração do conceito de operações básicas envolvendo porcentagens no seu cotidiano.
  - Interpretar os números decimais e as frações centesimais mais utilizadas em situações problemas envolvendo porcentagens.

METODOLOGIA

Preparativos dos materiais e recursos a serem utilizados para Aula I.1:

Para a Aula 1, o professor deve preparar os seguintes materiais:

- Recortes de artigos de qualquer assunto (política, economia, atualidades, etc.) que sejam de jornais ou revistas e que possuam números percentuais ao longo de seu texto. Ao escolher os recortes, o professor deve optar por aqueles que são de fácil interpretação e mais recentes para que não haja desinteresse por parte dos alunos. Cabe ao professor realizar uma leitura minuciosa para, talvez, sanar algum significado de uma palavra ou sigla que possa conter nos textos durante a Aula 2. A quantidade de recortes dependerá da quantidade de alunos na sala de aula, pois para realizar a atividade proposta para esta aula, estes recortes deverão ser distribuídos para as duplas formadas de alunos.

- Fichas contendo perguntas acerca das porcentagens usadas nos textos que serão entregues juntamente com os recortes aos alunos (ver **Proposta I.1 – Contextualizando Porcentagens**). Estas fichas deverão ser impressas em folhas de papel A4.
- Jogo *Dominó da porcentagem*(ver **Proposta I.2 – Jogo *Dominó sobre frações, decimais e porcentagem***) para cada grupo de no máximo 4 (quatro) alunos.

Aula I.1: Interpretando e contextualizando números percentuais.

Para o início desta aula, o professor deve pedir aos alunos que formem duplas para fazer a atividade proposta. Após o pedido, deixá-los livres para escolherem seus parceiros para fazerem a atividade, mantendo a organização dentro da sala de aula.

Formadas as duplas, explicar como irá ser realizada a atividade proposta (**Proposta I.1 – Contextualizando Porcentagens**). Explicar que serão distribuídas para cada dupla, um recorte de artigo de jornais ou revistas (sendo que cada recorte é diferente um do outro) juntamente com uma ficha de questões, onde nela deverão constar os nomes dos alunos e as respostas de cada pergunta.

Feito isso, distribuir os recortes e as fichas de perguntas para cada dupla e explicar que será estimado um tempo para que cada dupla leia, de forma silenciosa, o artigo e, depois discutam entre si sobre o texto, de maneira que não atrapalhe as outras duplas, para que, assim, respondam a ficha de questões.

Enquanto os alunos leem e/ou discutem o texto ou respondem a ficha de questões, o professor deve ir de dupla em dupla a fim de sanar as dúvidas dos mesmos para obterem uma compreensão melhor do texto ou clareza no que está sendo pedido na ficha de perguntas, porém, essa intervenção deve ser feita quando for solicitada.

Chegado ao término do tempo estimado, perguntar aos alunos se os textos foram de fácil compreensão e se há dúvidas quanto a nomenclaturas, siglas, pesquisa abordada no texto, etc. Perante as respostas dadas, o professor deve fazer a intervenção necessária dando explicações diante das dúvidas apresentadas.

Discutir com os alunos a respeito do recorte fazendo algumas perguntas do questionário entregue a cada dupla no início da aula, deixando que eles mesmos se organizem para responderem cada pergunta do questionário, estimulando-os a discutirem a temática dos seus textos com mais profundidade (interpretação do texto). Além disso, o professor deve discutir sobre: o emprego da porcentagem ao longo do texto, sua contribuição para a compreensão, diferenças entre a forma percentual e forma decimal, etc. Terminada a discussão sobre o texto e porcentagens, recolher os recortes e as fichas de questões, verificando se os alunos colocaram seus nomes nas mesmas.

Feito isso, para oportunizar uma dinâmica e interação com o conteúdo, explicar a próxima atividade proposta, que é o jogo *Dominó sobre frações, decimais e porcentagem* (ver **Proposta I.2 – Jogo *Dominó sobre frações, decimais e porcentagem***) e, depois, pedir aos alunos que fiquem livres em formar grupos de **no máximo 4 (quatro) alunos**, porém, é preciso que isso seja feito de forma organizada.

Logo após, distribuir as peças do jogo para cada dupla explicando as regras do mesmo. Lembrando que a aplicação e duração do jogo deve ser feito nos 10 a 15 minutos finais para o término desta aula. Durante a aplicação do jogo em sala de aula, é de suma importância que o professor supervisione a sala de aula para mantê-la em organização e oriente os alunos (quando necessário) para o caso de surgir alguma pergunta a respeito das peças ilegíveis, regras, entre outras.

Ao final desta aula, recolher os materiais do jogo e pedir que tragam para a próxima aula calculadora básica para ser realizada a atividade envolvendo as mesmas.

Avaliação: Cabe ao professor verificar se houve, de fato, a aprendizagem significativa do conteúdo através de uma análise das fichas de questões e discussão dos recortes e, também, do jogo proposto (primeiro contato com o conteúdo).

Materiais utilizados para esta aula:

- Recortes de artigos de jornais ou revistas.

- Folha de papel A4.
- Lápis e borracha.
- Jogo *Dominó sobre frações, decimais e porcentagem*.

Preparativos dos materiais e recursos a serem utilizados para Aula I.2:

Para a Aula 2, o professor deve preparar os seguintes materiais:

- Alguns recortes de um mesmo produto de panfletos/folhetos de lojas diferentes (preferencialmente de lojas de móveis, eletrônicos, telefonia, etc.) que disponibilizam para os clientes ao longo da semana, promovendo promoções. Estes servirão para exemplificar o conteúdo desta aula, então, a quantidade devem ser de **no máximo 3 (três)** recortes de produtos.
- Estes recortes devem conter: descrição do produto, preço de venda, valor promocional, desconto (porcentagem) em relação ao preço inicial (se possível) e valores de pagamento a prazo (carnê ou cartão de crédito).
- Imprimir a atividade Lista de Problemas (ver **Proposta 3**) em folhas de papel A4 para que a resolvam em duplas na sala de aula.

Aula I.2: Interpretando e contextualizando números percentuais no cotidiano usando a calculadora.

Para iniciar esta aula, o professor deve verificar se todos os alunos trouxeram o material necessário para a proposta para esta aula. Depois, fazer uma introdução sobre o uso da porcentagem no cotidiano, em diversas áreas da Ciência, entre outros.

Ademais, explicar que a área onde se mais utiliza porcentagens é a área do mercado financeiro, pois, por lidar com taxas de comércio de produtos e serviços, as pessoas necessitam saber o quanto vão “ganhar” ou “perder” diante da compra/venda de mercadorias e serviços. Com isso, o mercado financeiro utiliza as porcentagens para que as pessoas interpretem e compreendem o quanto vai ser acrescido/descontado do valor da transação.

No entanto, para que os alunos tenham total clareza e certeza dessas informações sobre a utilidade da porcentagem no dia a dia, é de suma importância que o professor realize um estudo/leitura prévio que complemente seus conhecimentos.

De fato, para que os alunos compreendam essa introdução, o professor deve exemplificar através de uma simulação de compra de um certo produto, utilizando os recortes de panfleto/folheto para o exemplo. É necessário que aborde os assuntos como, *lucro*, *prejuízo*, *juros* e *desconto*, durante a explicação do exemplo.

Suas fórmulas para calculá-los por meio da calculadora devem estar expostas, utilizando a lousa e giz para isto. Para cada um destes itens, é necessário efetuar cálculos utilizando alguns dos recortes, tornando assim, a compreensão mais clara. Todos os cálculos devem ser feitos na calculadora juntamente com os alunos e, simultaneamente, ensinar sobre as funções de cada tecla da calculadora.

Caso o aluno apresente alguma dúvida sobre o significado dos itens ou sobre o algoritmo do cálculo na calculadora, o professor precisa estar atento para que possa fazer a orientação correta.

Diante dessa introdução, o professor deve formalizar o conteúdo, apresentando os conceitos de *lucro*, *prejuízo*, *juros* e *desconto*, propriedades operatórias, etc., utilizando a lousa, giz e livro didático, para que os alunos possam registrar no caderno.

Findada a apresentação expositiva do conteúdo, o professor deve explicar que para a **Lista de Problemas** (ver **Proposta I.3**) será utilizada a calculadora para resolução de cada problema e será feita em dupla, ficando livres em escolher seus parceiros de trabalho. É preciso que o professor mantenha a organização dentro da sala de aula enquanto os alunos façam as suas escolhas.

Antes dos alunos começarem a resolver a lista, perguntar se há dúvidas em relação a função das teclas da calculadora. Se por acaso, possuírem dúvidas, saná-las, se não, entregar as listas impressas em folhas de papel A4 para cada dupla e estimar um tempo para resolverem a lista de problemas, colocando as respostas em folhas separadas. É necessário que o professor supervisione a sala para manter a organização e oriente os alunos no cálculo de algum problema quando for solicitado.

Terminado o prazo dado, iniciar a resolução dos problemas usando a calculadora, motivando os alunos a participarem da correção. Após isso, pedir aos alunos que tragam os recortes de produtos de panfletos/folhetos de lojas que estão promovendo (ou promoveram) alguma promoção, juntamente com a calculadora para realizar as atividades propostas.

Terminada a correção, recolher as listas de problemas e pedir que tragam para a próxima aula, as calculadoras e 2 ou 3 recortes de um mesmo produto de panfleto/folheto de uma promoção de lojas diferentes, sendo recente ou não. A loja ou departamento precisa ser **obrigatoriamente** de móveis, eletrônicos ou celulares.

Materiais utilizados para esta aula:

- Recortes de um produto de panfletos/folhetos de promoção.
- Folha de papel A4.
- Lápis e borracha.
- Lousa e giz.
- Livro didático.
- Calculadora básica.

Preparativos dos materiais e recursos a serem utilizados para Aula I.3:

Para a Aula 3, o professor deve preparar os seguintes materiais:

- Recortes de alguns produtos de panfleto/folheto de promoção de lojas ou departamentos de móveis, eletrônicos e celulares, atendendo os objetivos para a aplicação da atividade.
- Imprimir as **propostas 4** e **5** em folhas de papel A4.

Aula I.3: Interpretando e contextualizando números percentuais no cotidiano usando a calculadora – Estudo de caso.

Primeiramente, verificar se todos os alunos estão munidos dos materiais necessários para esta aula. Se por acaso algum não estiver munido com os recortes, de acordo com o que foi pedido, entregar alguns recortes que foram levadas.

Então, recapitular com os alunos a aula anterior sobre *lucro*, *prejuízo*, *juros* e *desconto*, retomando conceitos e propriedades operatórias. Se apresentar alguma dificuldade em entender, cabe ao professor orientar novamente a fim de que o aluno compreenda o conteúdo. Essa revisão deve ser feita utilizando a lousa e giz para que todos os alunos acompanhem e participem durante a execução da mesma, mas, não é necessário que os alunos façam os registros.

Feito isso, o professor pedirá aos alunos que formem duplas, deixando que eles mesmos façam a escolha de seus parceiros de trabalho, mantendo a organização dentro da sala de aula. Depois, entregar a **Proposta I.4 – Estudo de Caso** a cada dupla formada e explicar como será realizada esta atividade.

Esta atividade deve ser feita juntamente com os alunos, lendo o texto e fazendo perguntas da proposta para a turma, deixando eles efetuarem os cálculos na calculadora e respondendo o que se pede. O professor deve fazer isto até a última pergunta da proposta, estimando o tempo para cada uma delas.

Para confirmar suas respostas, o professor deve realizar o cálculo na calculadora e colocar a resposta na lousa para que todos os alunos visualizem.

Terminada a revisão, recolher as folhas da **Proposta I.4** e pedir aos alunos que permaneçam em duplas para ser entregue outra proposta de atividade. Dessa vez, cada aluno receberá a **Proposta I.5**, mas manterão os mesmos parceiros de trabalho. O professor deve pedir aos alunos que coloquem sobre a carteira os recortes dos produtos, calculadora, lápis e borracha para realizar a atividade e, explicar como será realizada.

Estimar um tempo aos alunos fazerem a atividade proposta. Nesse momento de resolução, cabe ao professor ir de dupla em dupla para saber se há dúvidas em relação à atividade. Se por acaso os alunos tiverem, orientá-los de forma correta a fim de sanar a mesma, mas, enquanto não possuírem supervisionar a sala para mantê-la em ordem e organizada.

Terminada a atividade o professor deve recolher as folhas, verificando se há em cada uma delas o nome dos alunos e as respostas. Depois de recolhidas as atividades, o professor deve discutir sobre o conteúdo, verificando se os alunos compreenderam de fato o uso das porcentagens no cotidiano, áreas em que são empregadas, os procedimentos para calculá-las, entre outras.

Materiais utilizados para esta aula:

- Recortes de um produto de panfletos/folhetos de promoção.
- Folha de papel A4.
- Lápis e borracha.
- Lousa e giz.
- Calculadora básica.

Preparativos dos materiais e recursos a serem utilizados para Aula I.4:

Para a Aula 4, o professor deve preparar os seguintes materiais:

- Imprimir as **propostas 6** e **7** em folhas de papel A4 de forma a serem distribuídas individualmente a cada aluno.
- Os alunos devem trazer para esta aula a calculadora básica para realizar as propostas.

Aula I.4: Revisão de frações e números decimais/ Apresentação do conteúdo de porcentagem

Antes de iniciar a apresentação do conteúdo de porcentagem, o professor deverá revisar com os alunos,

- o conceito de frações e números decimais;
- a transformação de um número fracionário em um número decimal;
- a representação da fração centesimal;
- propriedades operatórias que competem às frações e aos números decimais.
- o conjunto dos números naturais e decimais divididos por 10, 100 e 1000 sob o uso da calculadora.

Tudo isso deve ser feito através do uso da Lista de Atividades (ver **Proposta I.6**), distribuídas de forma individual, a fim de que os alunos possam acompanhar e compreender a explicação, motivando-os sempre a participarem da aula, relembrando do conteúdo. Conforme forem resolvendo a lista, sob o uso da calculadora, os alunos perceberão que a divisão por:

- 10 desloca a vírgula uma casa para a direita;

- 100 desloca a vírgula duas casas para a direita e
- 1000 desloca a vírgula três casas para a direita, e assim por diante.

Mediante a estas percepções, é necessário que o professor medeie, instigando os mesmos a observarem o que de **“regular”** acontece sempre que se divide por 10, por 100 ou por 1000 qualquer número natural (ou decimal).

Essa **regularidade** é o que chamamos em Matemática de **propriedades** (o que não deixa de ser construção de **conceitos matemáticos**).

Contudo, o professor precisa estar atento em sanar as dúvidas dos alunos que podem surgir no decorrer da revisão, pois, é necessário que os alunos, ao final da apresentação do conteúdo de porcentagem, saibam vinculá-lo ao conteúdo de frações e números decimais.

Feito isso, utilizar a lousa e giz para os registros mais relevantes do conteúdo para que os alunos possam realizar, futuramente, a revisão do mesmo nas semanas de avaliações da instituição de ensino.

Terminada a revisão, para dar início a uma conversa informal, o professor precisa fazer a seguinte pergunta para a turma: *Qualquer número percentual, ou seja, da forma x%, pode ser escrito sob a forma de fração? De que forma?*

Daí, a possível resposta que pode-se obter deles é: *Sim, o número percentual pode ser escrito da forma x dividido por 100*. Então, continuar a indagá-los sobre:

- a forma usual da porcentagem;
- o uso das porcentagens no cotidiano;
- em qual(is) área(s) são utilizadas;
- se conhecem o significado das palavras**:***desconto*,*juros*,*lucro* e *prejuízo;* entre outras.

OBSERVAÇÃO: Para que o aluno tome o conhecimento sobre os itens acima com total certeza das informações, o professor deve obter um conhecimento prévio dos itens através de leituras/estudos complementares para que as respostas dessas perguntas sejam dadas de forma esclarecedoras e objetivas.

Encerrada a conversa, o professor deve formalizar as questões levantadas através da apresentação (sob a forma expositiva) dos conceitos e propriedades operatórias de porcentagem, utilizando a lousa, giz e o livro didático como recursos de apoio ao processo de ensino, para que os alunos possam fazer os registros em seus cadernos.

Depois que todos os alunos registraram em seus cadernos o conteúdo exposto, o professor deve explicar o conteúdo de forma clara e objetiva, sempre atento em sanar as dúvidas dos alunos que podem surgir durante a referida explicação.

Findada explicação, o professor deve propor exercícios de fixação (ver **Proposta I.7 - Exercícios de Fixação**) para que os alunos compreendam as propriedades operatórias de porcentagem, maneiras de representar a porcentagem (forma percentual e forma decimal), proporção entre números percentuais, etc. Estes exercícios de fixação devem ser expostos na lousa e giz a fim de que os alunos continuem a registrar em seus cadernos.

Para a resolução dos exercícios de fixação, é necessário estimar um tempo para que os alunos solucionem os exercícios propostos individualmente. Enquanto eles resolvem os exercícios, o professor precisa ir de carteira em carteira, orientando-os na resolução e sanando dúvidas acerca do conteúdo ministrado, porém, isso deve ser feito quando for solicitado.

Terminado o tempo estimado, fazer a correção dos exercícios de fixação, estimulando os alunos a participarem da correção de forma oral, registrando a correção na lousa para que possam obter uma visualização melhor dos cálculos. Se, porventura, algum(ns) aluno(s) apresentar(em) dificuldade(s) em entender uma parte da resolução de algum exercício, é necessário que o professor retome a propriedade operatória para sanar a dúvida do aluno.

Materiais utilizados para esta aula:

- Lousa e giz.
- Livro didático.
- Calculadora.
- Lápis e borracha
- Folhas de papel A4.

PROPOSTA I.1
CONTEXTUALIZANDO AS PORCENTAGENS

Alunos: ____ **Série:** 6°ano.

____ **Data:**___/___/___.

Atividade

Leia atentamente o artigo de jornal ou de revista e responda as seguintes questões:

1. O que o texto aborda? Em qual área ele se encaixa? (política, economia, atualidades, estilo de vida, etc.)

____

____

____

____

____

____

2. Qual o gênero do texto?

( ) Narrativo.
( ) Dissertativo-argumentativo.
( ) Poético.
( ) Jornalístico.

3. Identifique se o texto possui porcentagens, depois, transcreva-as logo abaixo:

____

____

____

____

____

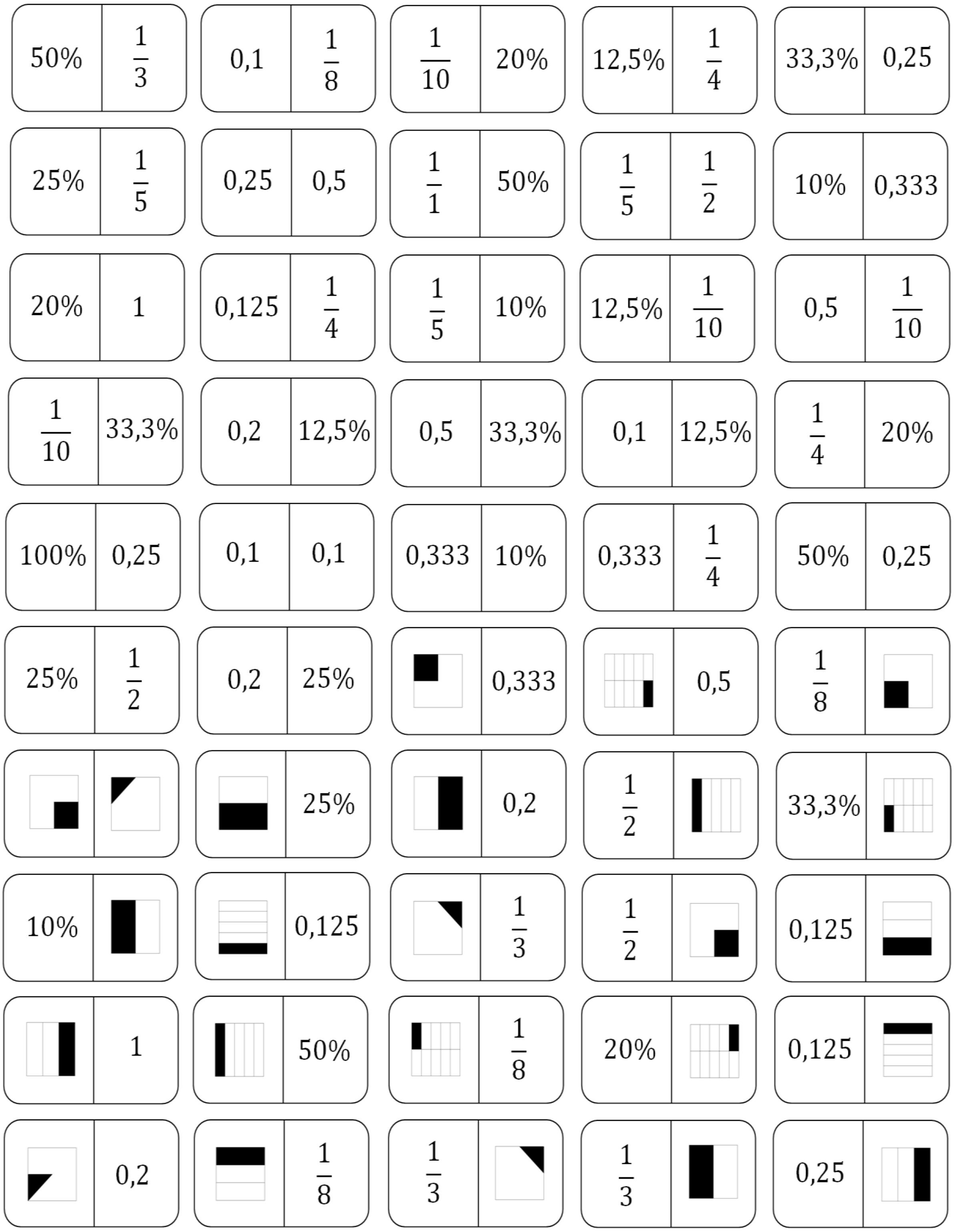
____

4. As porcentagens do texto estão em sua forma decimal ou percentual?

5. Na sua opinião, o uso das porcentagens (em sua forma percentual ou decimal) ao longo do texto facilita o entendimento/compreensão da informação? Justifique.

PROPOSTA I.2
JOGO - DOMINÓ SOBRE FRAÇÕES, DECIMAIS E PORCENTAGEM

Para a confecção das peças é necessário recortá-las, plastificar e/ou colocar

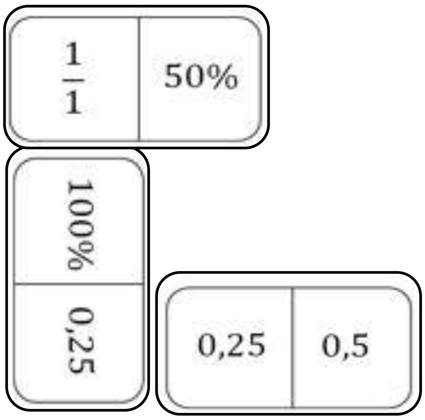


em materiais, como E.V.A., para evitar possíveis danos às peças. As peças devem ser impressas em folha de papel A4 ocupando a folha inteira, para que o procedimento de confecção seja feito. Quanto as regras do Jogo, seguem logo abaixo:

Regras do Jogo

Quantidade de jogadores: 2 a 4 jogadores.

1. Embaralhe todas as peças do jogo (todas as peças devem estar com a face impressa virada para baixo).
2. Cada jogador deverá pegar 7 (sete) peças. Aquelas peças que sobrarem, separar em “monte”, desde que todas mantenham-se viradas para baixo.
3. O jogador que estiver com a peça enumerada 0,1 - 0,1 começará jogando. Se nenhum dos jogadores tiver pego a peça 0,1 – 0,1, deverão “tirar na sorte” a começar o jogo.
4. Todos os jogadores devem jogar fazendo as correspondências corretas durante o jogo, conforme o exemplo abaixo.



5. Vence o jogo aquele jogador que não sobrar com nenhuma peça em mãos.

Fonte: https://saberceec.wordpress.com/2013/07/

PROPOSTA I.3

LISTA DE PROBLEMAS

Resolva os problemas abaixo usando a calculadora e escreva os resultados logo abaixo:

1. Uma passagem de ônibus de Campinas a São Paulo custa R$17,50. O preço da passagem é composto por R$ 12,57 de tarifa, R$ 0,94 de

pedágio, R$ 3,30 de taxa de embarque e R$0,69 de seguro. Se a taxa de embarque aumentar 33,33% e esse aumento for integralmente repassado ao preço da passagem, qual será o aumento do preço da passagem?

2. Lucas comprou uma mercadoria no valor de R$ 120,00. Ele a revendeu com um lucro de 25% sobre o preço anterior. O preço de venda dessa mercadoria é igual a:

a) R$ 150,00.
b) R$ 160,00.
c) R$ 180,00.
d) R$ 200,00.
e) R$ 240,00.

3. Oproprietário de uma agência de veículos vendeu um carro por R$ 8.496,00, obtendo um lucro de 18% na venda deste carro. Se ele tivesse vendido o mesmo carro por R$ 9,144,00, então o percentual de lucro obtido seria de:

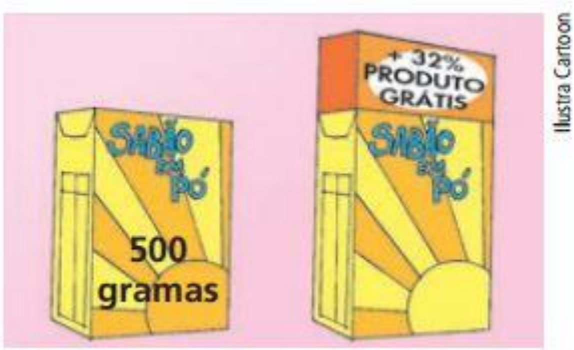
a) 20%
b) 27%
c) 32%
d) 34%
e) 38%

4. Certa mercadoria, que custava R$ 12,50, teve um aumento, passando a custar R$ 13,50. A porcentagem sobre o aumento do preço antigo é de:

5. O gerente de uma empresa recebeu a incumbência de distribuir um prêmio de R$ 1.200,00 entre três funcionários, de acordo com a eficiência de cada um. Se um deles recebeu 20% dessevalor e um outro recebeu 55%, quantos reais recebeu o terceiro?

6. Doze por cento de um lote de 4200 peças de automóvel são peças defeituosas. Qual é o número de peças sem defeito?

7. Veja a figura:



Quantos gramas tem a embalagem em promoção?

8. Numa lanchonete, Sílvia pagou R$ 6,50 por um sanduíche e um refrigerante e ainda deu uma gorjeta de 10% ao garçom.

a) Quanto o garçom recebeu de gorjeta?
b) Quanto Sílvia pagou no total?

Fonte:https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma091verao/ma091_ex4.pdf

ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática, 6**/ Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. – 3. ed. renovada. - São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleçãopraticando matemática). p. 231.

Apostila Ético Sistema de Ensino – 2º ano Ensino Médio, Matemática. Editora Saraiva, 2007.

PROPOSTA I.4
ESTUDO DE CASO

<u>Atividade</u>

Leia com atenção o texto a seguir:

Augusto deseja comprar um *smartphone* que possa atender às suas necessidades. Ele prefere que a resolução das fotografias com a câmera principal possua uma excelente resolução e nitidez, a memória deve ser no máximo 32 GB, design moderno, entre outras.

Para isso, ele pesquisou as várias marcas de aparelhos celulares com essas especificações e percebeu que o aparelho abaixo atende aos seus requisitos. Para saber a faixa de preço de venda do aparelho, Augusto pesquisou em várias lojas de Telefonia e, também, as suas formas de pagamento.

Augusto quer muito adquirir o aparelho celular, mas, seu orçamento é de até R$ 1.300,00. A forma como ele quer pagar é da seguinte forma:

- preferencialmente no cartão de crédito;
- parcelas de até no máximo 12x (vezes) no cartão de crédito;
- se o aparelho celular, no pagamento à vista ou 1x no cartão de crédito, estiver abaixo de R$ 950,00, Augusto pretende pagar o valor integral, verificando qual loja lhe oferecerá o maior desconto.

Especificações
Marca: Samsung
Modelo: Galaxy J7 Prime 2 TV
Câmera Principal/ Frontal: 13 MP
Flash: Sim
Memória Interna: 32 GB
Tela: 5.5” /TFT
Resolução: 1920 x 1080 @60fps (FHD)

Augusto visitou duas lojas voltadas a venda de smartphones em sua cidade, a loja *Contatinhos Celulares* e a loja *Phone Station*, para saber as promoções do produto que deseja comprar. Abaixo, seguem as informações da loja referente ao preço de venda do produto e as formas de pagamento (à vista e no cartão de crédito).

LOJA PHONE STATION

LOJA CONTATINHOS CELULARES

Preço (à vista):~~R$ 1.299,00~~

Promoção (à vista): R$ 857,79

Preço (a prazo – cartão de crédito): R$ 948,96 com parcelas em até 12x

Obs.: a Contatinhos Celulares não oferece nenhum desconto, pois esta é a promoção do dia. A promoção à vista somente é válida quando o cliente faz o pagamento em dinheiro.

Preço (à vista): R$ 1.299,00

Preço (a prazo – cartão de crédito): 12 x R$124,21

Obs.: a Phone Station oferece um desconto de 30% ao cliente que opta tanto pelo pagamento à vista em dinheiro quanto parcelar 1x no cartão de crédito.

Depois da leitura do texto, responda às questões abaixo:

1. Na loja Contatinhos Celulares, qual é a diferença entre o preço de venda em relação a promoção do dia?

____

____

2. Qual é a porcentagem correspondente à promoção relativamente ao preço de venda do aparelho na loja Contatinhos Celulares?

____

____

3. Qual a porcentagem da diferença entre o preço de venda e a promoção em relação ao preço de venda? E à promoção?

____

____

____

4. Se Augusto optar pelo pagamento a prazo, em qual das lojas ele deve comprar e quanto ele pagará pelo aparelho?

____

____

____

5. Se por acaso Augusto optar pelo pagamento à vista, qual o valor terá que pagar e em qual loja ele deve comprar o aparelho?

____

____

____

PROPOSTA I.5
INTERPRETAÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO DA PORCENTAGEM

Alunos: ____ **Série:** 6°ano.

Data:___/___/___.

Atividade

Responda as seguintes questões, usando a calculadora e os recortes:

1. Especifique o produto escolhido.

____

2. O produto escolhido pertence a qual departamento?

( ) Móveis.
( ) Eletrônicos.
( ) Celulares.
( ) Outro.

3. Identifique o preço de venda antes e depois da promoção do produto em cada loja e descreva-os logo abaixo:

4. Identifique a diferença entre o preço que era vendido e após a promoção de cada loja representado sob a forma de porcentagem

5. Quais são as formas de pagamento e os valores para que o cliente possa obter o produto? Se o produto possuir algum acréscimo (juros) sobre algum tipo de pagamento, escreva em qual loja e a porcentagem.

6. Se o cliente optar pelo pagamento à vista, em qual das 3 (três) lojas ele deve comprar o produto? Justifique.

7. Se o cliente optar pelo pagamento a prazo, em qual das 3 (três) lojas deve comprar o produto? Justifique.

8. Na sua opinião, se decidisse comprar o seu produto juntamente com o produto do seu colega, qual seria o valor total da compra? Qual seria a forma de pagamento?

9. Em relação a questão 8, se você escolhesse pelo pagamento à vista e a loja oferecesse um desconto de 25% sobre o valor total, quanto pagaria?

10. Em relação a questão 8, se você escolhesse pelo pagamento a prazo, em 10 parcelas, sendo que ao optar por esse tipo de pagamento, a loja tem um acréscimo (juros) de 15% no valor total, quanto pagaria no total e quais seriam os valores das parcelas?

PROPOSTA I.6
CONSTRUINDO CONCEITOS

1. Usando a calculadora, encontre o resultado para cada uma das seguintes divisões propostas abaixo:

a) 120 : 10 b) 345 : 10 c) 25 000 : 10 d) 58 450 : 10
e) 96,3 : 10 f) 738,45 : 10 g) 1 200,06 : 10 h) 1,2 : 10

Observando atentamente os resultados de cada divisão acima e comparando esse resultado com o número inicial, o que podemos perceber?

2. Usando a calculadora, encontre o resultado para cada uma das seguintes divisões propostas abaixo:

a) 120 : 100 b) 345 : 100 c) 25 000 : 100 d) 58 450 : 100
e) 96,3 : 100 f) 738,45 : 100 g) 1 200,06 : 100 h) 1,2 : 100

E, na sequência, a propriedade da divisão por 1000.

3. Usando a calculadora, encontre o resultado para cada uma das seguintes divisões propostas abaixo:

a) 120 : 1000 b) 345 : 1000 c) 25 000 : 1000 d) 58 450 : 1000
e) 96,3 : 1000 f) 738,45 : 1000 g) 1 200,06 : 1000
h) 1,2 : 1000

4. Escreva as outras duas formas de se representar uma porcentagem, para os números abaixo.

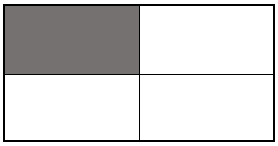
a) 32% = 32/100 ou 0,32
b) 45% = 45/100 ou 0,45

PROPOSTA I.7
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

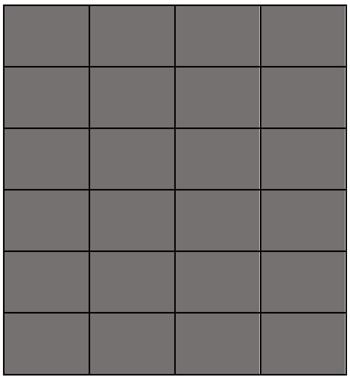
1. Representе, com fração e na forma de porcentagem, a parte colorida de cada uma das figuras:

a)

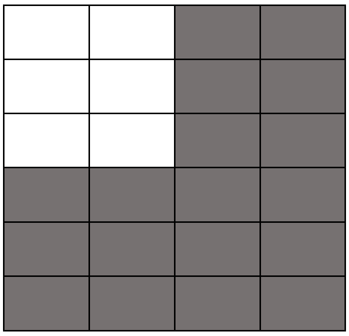
b)



c)



d)



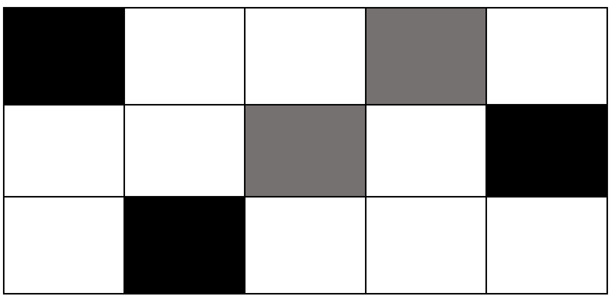
2. Escreva cada fração na forma de porcentagem:

a) $\frac{47}{100}$ **b)**$\frac{2}{5}$ **c)**$\frac{7}{20}$ **d)**$\frac{3}{25}$

3. Escreva cada porcentagem na forma de fração irredutível.

a) 20% **b)** 45% **c)**5% **d)**80%

4. Escreva a porcentagem dos quadrados brancos, dos pretos e dos cinzas.



Brancos: ________
Pretos: __________
Cinzas: _________

5. A geleia de morango contida na embalagem abaixo tem 28% de açúcar.

a) O que significa a expressão 28% de açúcar?

b) Qual é o peso do açúcar contido nessa embalagem de geleia?

6. Quanto é? Calcule mentalmente e anote os resultados no caderno.

a) 50% de 600 reais.

b) 25% de 4.000 reais.
c) 10% de 2.800 ovos.
d) 20% de 2.800 ovos.
e) 1% de 2.800 ovos.
f) 100% de 350 gramas de chocolate.

7. Calcule o valor de:

a) 25% de 180 → *25 : 100 x 180 = 0,25 x 180 = 45*
b) 15% de 280
c) 3% de 90
d) 30% de 750

Fonte:ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática, 6**/ Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. – 3. ed. renovada. - São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleçãopraticando matemática). p. 227.

IV Sequência Didática II

Eixo: Números e Funções.
Unidade Temática: Função Exponencial.
Público alvo: Alunos da 1ª série – Ensino Médio.
Quantidade de aulas/duração: 3 aulas/50 minutos.

Objetivos:

- **Gerais:**
  - Manusear corretamente a calculadora na resolução de problemas envolvendo a função exponencial.
  - Abstrair o uso das propriedades da função exponencial por meio dos algoritmos da calculadora.

- **Específicos:**
  - Compreender os conceitos da unidade temática através da resolução de problemas usando a calculadora científica para facilitar os cálculos.
  - Utilizar a calculadora científica para uma melhor abstração do conceito de função exponencial.
  - Interpretar as várias aplicações da função exponencial em vários campos da Ciência.

Metodologia

Aula II.1: Introdução – Função exponencial

Para dar início à aula, dividir os alunos em duplas e propor a seguinte situação problema:

Biólogos estudando uma colônia de certo tipo de bactéria, concluíram que essa colônia duplicava sua população a cada hora. Se no momento inicial a colônia possuía 15 bactérias, quantas bactérias teria a colônia depois de:

- *1 hora?*
- *2 horas?*

- *4 horas?*
- *7 horas?*

Deixar que as duplas respondam livremente as questões acima. Passados alguns minutos, quando se perceber que todas as duplas encontraram soluções para as questões propostas, escolher, aleatoriamente, algumas duplas e pedir para que as mesmas apresentem suas soluções comentando (justificando) as mesmas.

Um roteiro possível para a situação proposta acima poderia ser:

tempo (horas)	nº de bactérias (unidades)
0	15 *(momento inicial)*
1	30
2	60
3	120
4	240
5	480
6	960
7	1920

Uma vez que se perceba a compreensão dos alunos sobre o tema, propor a segunda questão:

Quanto tempo será necessário para que se consiga uma população superior a 30 mil bactérias?

Neste caso, o cálculo manual ficaria muito dispendioso e cansativo. Que tal usarmos a calculadora?

Permitir que cada dupla faça uso de uma calculadora (científica) e obtenha a solução esperada. Após dar um tempo adequado para que encontrem a solução, novamente de forma aleatória, escolher algumas duplas para apresentarem a solução esperada. Tomar o cuidado de não ser as mesmas duplas de antes.

Após apresentações das duplas, o professor deve fazer as considerações e/ou orientações que se fizerem necessárias e propor a seguinte situação problema:

Vocês perceberam que o valor inicial era <u>*15*</u>*, certo?*

E que este valor <u>*dobra*</u> *a cada hora, certo?*

Utilizem a seguinte fórmula para verem se obtém os mesmos resultados acima de forma mais prática: $f(t) = 15 \cdot 2^t$, *onde* ***t*** *é o tempo passado em horas.*

Um possível caminho percorrido pelas duplas:

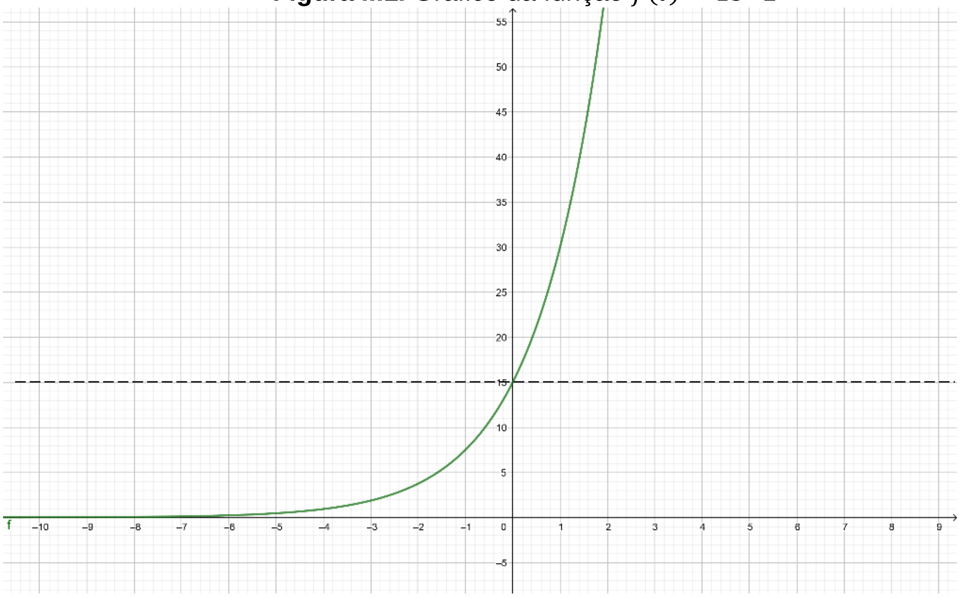
t (horas)		**Nº de bactérias**
0	$\longrightarrow$	f(0) = $15.2^{\mathbf{0}}$ = 15.**1** = 15
1	$\longrightarrow$	f(1) = $15.2^{\mathbf{1}}$ = 15.**2** = 30
2	$\longrightarrow$	f(2) = $15.2^{\mathbf{2}}$ = 15.**4** = 60
3	$\longrightarrow$	f(3) = $15.2^{\mathbf{3}}$ = 15.**8** = 120
4	$\longrightarrow$	f(4) = $15.2^{\mathbf{4}}$ = 15.**16** = 240
5	$\longrightarrow$	f(5) = $15.2^{\mathbf{5}}$ = 15.**32** = 480
6	$\longrightarrow$	f(6) = $15.2^{\mathbf{6}}$ = 15.**64** = 960
7	$\longrightarrow$	f(7) = $15.2^{\mathbf{7}}$ = 15.**128** = 1920

O professor novamente deve ouvir algumas duplas para verem se conseguiram confirmar os resultados. Este momento é muito rico, pois aproxima o conteúdo visto de maneira informal ao conteúdo visto de maneira mais formal. Em outras palavras pode-se perceber as propriedades inerentes a esta situação-problema, tais como:

- Há um fator que é ponto de partida (neste caso o 15) para todos os cálculos;
- Que existem pelo menos dois modos de obter as respostas para esta situação problema:
  1. Método passo a passo (P.A. de um lado e P.G. de outro) e
  2. usando a lei de formação de uma função exponencial.

Ademais, para que possam fazer a correspondência biunívoca entre os valores de **t** e os resultados encontrados, o professor deve motivá-los a construírem o gráfico no plano cartesiano, tomando o mesmo problema proposto. É necessário que os alunos compreendam visualmente o comportamento da função (que, de fato, é uma função crescente) diante de um determinado intervalo. Logo, obterão o seguinte gráfico através da Figura II.1:

Figura II.1. Gráfico da função $f(t) = 15 \cdot 2^t$



Fonte: GeoGebra - elaborado pelo autor

Com o gráfico construído, pedir aos alunos que tracejam uma reta seccionada paralela ao eixo das abscissas no ponto inicial (0,15) e indagá-los sobre:

- se o gráfico encontrado satisfaz o problema e justificar;
- se tomando a função independente do problema e atribuindo os valores positivos e negativos a t, como seria esse novo gráfico;
- se, diante do novo gráfico construído, a curva intercepta algum dos eixos e justificar o motivo da mesma não interceptar no outro eixo.

Terminada essa sessão e mantendo as duplas formadas, iniciar um novo problema para abordar a função exponencial decrescente. Diante disso, segue o problema:

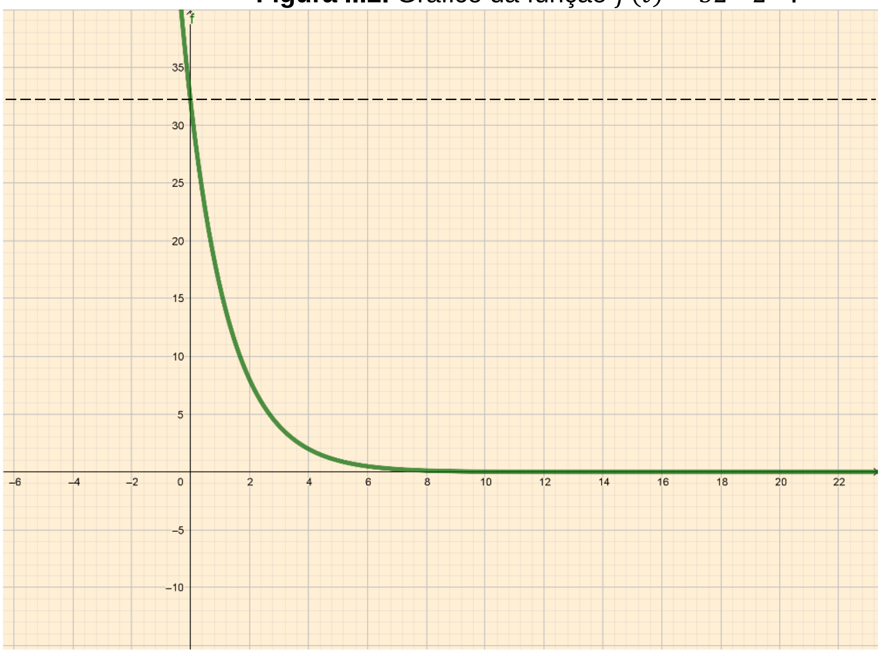
Um determinado tipo de medicamento depois de ingerido pelo paciente reduz sua quantidade (massa) pela metade, a cada 1 hora. Se esse medicamento tem uma massa de 32 mg, em quanto tempo restará no organismo do paciente menos de 2 mg?

Depois de enunciar o problema utilizando a lousa e giz, deixar com que os alunos construam a função que modela o problema proposto. Passados alguns minutos, a única função que satisfaz este problema e que eles deverão obter é $f(t) = 32 \cdot 2^{-t}$. Diante disso, permitir que eles construam o gráfico da função para analisar o comportamento da curva perante o problema. Se apresentarem dificuldade em obter o gráfico, pedir que montem uma tabela e utilizar a calculadora para facilitar a interpretação e a resolução do problema. Ou seja, eles devem construir a seguinte tabela para solucionar uma parte do caso:

t (horas)		**Massa (mg)**
0	$\longrightarrow$	$\mathrm{f}(0) = 32 \cdot 2^{0} = 32$
1	$\longrightarrow$	$\mathrm{f}(1) = 32 \cdot 2^{-1} = 16$
2	$\longrightarrow$	$\mathrm{f}(2) = 32 \cdot 2^{-2} = 8$
3	$\longrightarrow$	$\mathrm{f}(3) = 32 \cdot 2^{-3} = 4$
4	$\longrightarrow$	$\mathrm{f}(4) = 32 \cdot 2^{-4} = 2$
5	$\longrightarrow$	$\mathrm{f}(5) = 32 \cdot 2^{-5} = 1$

Com os valores definidos e a tabela montada, basta que eles façam a correspondência biunívoca para a construção do gráfico. O gráfico que satisfaz a função encontrada, pode ser obtido através da figura II.2:

Figura II.2. Gráfico da função $f(t) = 32 \cdot 2^{-t}$.



Fonte: GeoGebra – elaborado pelo autor.

Depois disso, retomar as mesmas indagações feitas no problema anterior e comparar o gráfico anterior. Terminada a conversa informal a respeito do gráfico e do problema, formalizar o conteúdo sob a forma expositiva, utilizando a lousa e giz para apresentar o conceito e propriedades operatórias da unidade temática a fim de que todos alunos possam fazer os registros em seus cadernos.

Materiais e recursos utilizados na Aula II.1:

- Calculadora científica.
- Lousa e giz.
- Cadernos.
- Lápis e borracha.

Preparativos dos materiais e recursos a serem utilizados para Aula II.2:

Para a Aula 2, o professor deve preparar os seguintes materiais:

- Jogo **Torre de Hanoi** (ver Proposta 1) para que sejam distribuídos aos grupos contendo 3 (três) integrantes até, no máximo, 4 (quatro Integrantes).
- **Fichas de Tentativas** (Proposta 1) impressas em folhas de papel A4 a serem entregues aos grupos.

Aula II.2: Interpretando e contextualizando a função exponencial

Para iniciar esta aula, perguntar aos alunos se há dúvidas em relação do conceito e/ou propriedades operatórias da unidade apresentada da aula anterior. Se os alunos confirmarem, é necessário que o professor sane estas dúvidas para dar continuidade a aula 2.

Mas, se confirmarem que não há dúvidas quanto ao conteúdo ministrado na aula anterior, o professor deve pedir à turma que façam grupos de 3 (três) alunos (dependendo da quantidade de alunos, no máximo 4 integrantes por grupo), deixando-os livre para escolherem seus parceiros de trabalho, mantendo a organização. Feito isso, explicar a atividade proposta e os materiais que serão utilizados para sua execução.

A atividade consiste em que cada jogador estabeleça uma quantidade mínima de movimentos para executar a regra do jogo. Primeiramente, todos devem fazer a 1ª tentativa com 3 discos, a 2ª tentativa com 4 discos, 3ª tentativa com 5 discos, 4ª tentativa com 7 discos e 5ª tentativa com 8 discos. Todas essas tentativas devem ser marcadas na tabela para que, depois, possam ser comparadas entre os integrantes.

Como eles estão dispostos em grupos de até, no máximo, 4 integrantes, permitir que eles façam um rodízio entre eles ou cada jogador faça as suas tentativas todas de uma vez, deixando-os livres em qual é a melhor maneira.

Daí, entregar aos grupos, 1 (um) jogo Torre de Hanoi e 1 (uma) ficha de tentativas e estimar um tempo para que eles possam executar a atividade proposta. É necessário que o professor supervisione (mantendo a organização) e oriente-os quando for solicitado para sanar dúvidas da atividade.

Acabado o tempo da execução da atividade, fazer perguntas direcionadas a alguns grupos sobre:

- se encontraram algum padrão quando estavam realizando as tentativas;
- se dentre os integrantes, alguém conseguiu realizar menos movimentos com os discos;
- se o grau de dificuldade aumentou ou diminuiu conforme ia aumentando a quantidade de discos; entre outras.

Então, para solucionar o caso de quantidade mínima de movimentos dos discos, o professor deve expor, através da lousa e giz, a tabela (Tabela II.1) com essas quantidades.

Tabela II.1. Quantidade mínima de movimentos no jogo Torre de Hanoi.

Quantidade de discos	**Qtde mínima de movimentos**
3	7
4	15

5	31
6	63
7	127
8	255

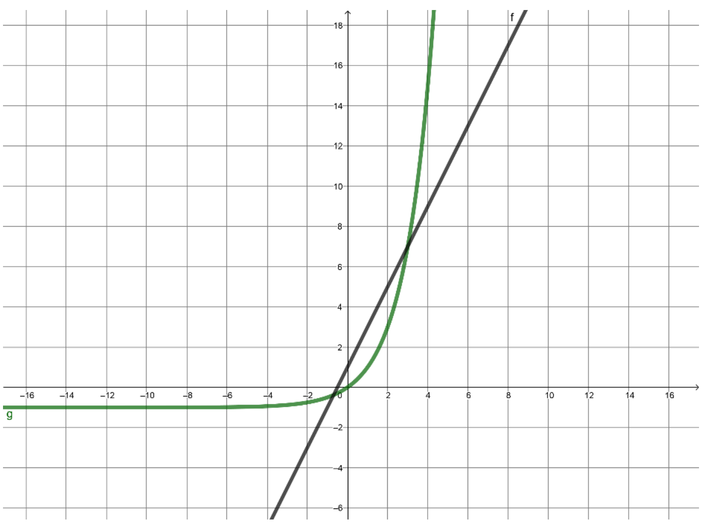
Fonte: elaborado pelo autor.

Para explicar esses resultados obtidos, perguntar aos alunos como se foram esses resultados e deixar com que pensem e respondam a pergunta. O professor deve explicar que, diante da Tabela 1 apresentada, pode-se notar que existem dois padrões para solucionar o caso:

- **1º padrão:**quando aumentamosum disco, a quantidade de movimentos é dobrada e adicionada em um, ou seja, se **n** é quantidade de discos e **m** corresponde a quantidade mínima de movimentos, então, a fórmula para encontrar essas quantidades é: $\boldsymbol{m} = 2\boldsymbol{n} + 1$. (só vale para n = 1)
- **2º padrão:** conforme a fórmula encontrada, pode-se afirmar que a mesma é uma progressão geométrica de razão 2 (dois), onde a quantidade mínima de movimentos podem ser reescritas sob a forma de: $\boldsymbol{m} = 2^{\boldsymbol{n}} - 1$.

A partir daí, pedir que eles construam os gráficos tanto do 1º padrão quanto do 2º padrão usando a calculadora (cientifica), para compreenderem que possuem diferentes formas de obter o mesmo resultado. Logo, o gráfico que eles obterão deve ser correspondido pela figura II.3 que segue logo abaixo:

Figura II.3. Função $\boldsymbol{m} = 2\boldsymbol{n} + 1$ (preto) e função $\boldsymbol{m} = 2^{\boldsymbol{n}} - 1$ (verde).



Fonte: GeoGebra – elaborado pelo autor.

Discutir com os alunos a respeito da representação dos resultados obtidos para construção dos gráficos e se há dúvidas quanto a isso. Se possuírem dúvidas, realizar a orientação devida para sanar a mesma.

Terminado a discussão e a aula, recolher os materiais utilizados (jogo e a ficha de tentativas) nesta aula. É necessário que o professor avalie esta aula em relação ao processo de aprendizagem dos alunos, tanto em suas argumentações e interpretações perante as questões levantadas quanto a atividade proposta.

Materiais e recursos utilizados na Aula II.3:

- Calculadora cientifica.
- Lousa e giz.
- Folhas de papel A4.
- Lápis e borracha.
- Jogo *Torre de Hanoi*.

Preparativos dos materiais e recursos a serem utilizados para Aula II.3:

Para a Aula 3, o professor deve preparar os seguintes materiais:

- **Proposta 2 – Estudo de Caso** impressas em folhas de papel A4.
- Os alunos devem estar munidos de calculadora científica para realizar a atividade proposta.

Aula II.3: Breve Histórico do número irracional e e Resolução de Problemas.

Iniciar esta aula tratando sobre a parte histórica do número irracional $e$com alunos sob forma expositiva, tendo como recurso didático o Datashow, relatando sobre os trabalhos de Napier, Euler e Bernoulli em relação do número e**.** Além disso, tratar sobre as áreas onde são utilizadas para que os alunos conheçam a sua aplicabilidade e funcionalidade (através de exemplos) tanto na Matemática quanto em outras ciências.

OBS.:É necessário que o professor realize estudos/leituras complementares, para que os alunos tenham a certeza das informações durante o breve histórico do número irracional e.

Após a abordagem, expor o problema de Bernoulli (DANTE, 2016, p. 169) sobre o número e para que os alunos possam solucionar. Logo abaixo, segue o problema adaptado:

O problema de Bernoulli

Sabendo que, para encontrar o montante (valor a receber de um empréstimo) a equação é $M = C(1+i)^n$, Jacques Bernoulli imaginou que um banco empreste a uma pessoa X a quantia igual a 1 cobrando juros de 100% ao ano. No final de um ano, quanto a pessoa deve pagar?

A resposta é: *Como $i = 100\% = \frac{100}{100} = 1$, a pessoa X deve pagar* $(1+1)^1 = 2$.

Entretanto, Jacques começou a pensar em uma forma de manter aparentemente o mesmo contrato de empréstimo, todavia ganhando mais. Ele pensou então em dividir o juro pela metade, mas cobrar a cada semestre. Diante disso, a pessoa X deverá pagar quanto ao Banco?

A resposta é: como $i = 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$, então a pessoa deve pagar $\left(1+\frac{1}{2}\right)^2 = 2{,}5$.

Percebe que isso é uma progressão geométrica do montante?

Percebendo isso, pedir aos alunos que façam uma tabela (Tabela 2) colocando em uma coluna os diferentes tipos de incidência de juros compostos ao longo de 1 ano, na outra o cálculo do montante e na última coluna, o valor a ser pago pela pessoa X. Estimar um tempo, para que os alunos possam dar continuidade nos cálculos, usando a calculadora cientifica para facilitar o processo.

Tabela 2. Tabela base para encontrar os valores a serem pagos pela pessoa X.

Período de	**Fórmula**	**Valor a ser pago**

incidência de juros		
Ano	$(1+1)^1$	2
Semestre	$\left(1+\frac{1}{2}\right)^2$	2,5
Mês		
Dia		
Hora		
Minuto		
Infinitamente pequeno		

Com a tabela feita, escolher alguns alunos para responderem como eles obtiveram os resultados e, depois, colocar os resultados na tabela exposta através do uso da lousa e giz.

Em seguida concluir que, perante os resultados encontrados e, fazendo o mesmo procedimento, Bernoulli chegou à conclusão de que o juros tendiam ao número 2,718281828459... . E, com o passar dos anos, Euler fazendo os seus estudos, percebe que este mesmo número também era utilizado em outras áreas da ciência e por isso, formalizou este número como $e$ou número de Euler.

Depois, pedir com que construam o gráfico para compreenderem o comportamento da função $f(x) = e^x$, utilizando a calculadora científica (atribuindo valores negativos e positivos para x) para facilitar os cálculos e a tabela como auxílio da construção.

Perguntar aos alunos se há dúvidas quanto ao conteúdo apresentado. Se por acaso apresentarem, o professor deve fazer a orientação devida para sanar as dúvidas acerca do conteúdo.

Após isso, pedir a turma que façam duplas para que seja feita a resolução da atividade (ver **Proposta II.2 – Resolução de problemas**) e estimar um tempo para que resolvam a **Proposta II.2**.

No decorrer da atividade, o professor deve ir de dupla em dupla para verificar as resoluções e quando for solicitada a sua ajuda, orientar de forma devida perante a questão levantada pela dupla.

Terminada aula, é necessário que o professor recolha as atividades verificando se há os nomes dos alunos nas atividades.

Essa atividade e as aulas anteriores servirão como base para verificar o processo de aprendizagem do aluno, de sua interação em relacionar o conteúdo com as aplicações rotineiras e resolução dos problemas propostos.

Materiais e recursos utilizados na Aula II.3:

- Calculadora cientifica.
- Lousa e giz.
- Folhas de papel A4.
- Lápis e borracha.

PROPOSTA II.1
JOGO *TORRE DE HANOI*

Logo abaixo, segue uma proposta para confeccionar este jogo passo a passo:

Material necessário

- Lâminas de Isopor retangular (ou aquele do eletrodoméstico).
- Estilete.
- Tinta guache e pincel.
- Palitos de churrasco.

Figura II.1. Materiais necessários para a construção.

Passo a Passo

1. Faça uma base com o isopor. Depois faça quadrados (ou discos) de tamanhos diferentes com isopor. Pinte a base e os quadrados com cores diferentes.

2. Meça com o quadrado maior os locais onde irá firmar os palitos para formar três torres (importante: lixe a ponta dos palitos).

3. Agora é só utilizar.

Observação: Para que esta atividade seja aplicada na aula II.2, devem ser feitos 8 discos.

Sugestão: O professor não precisa pintar as peças a fim de evitar muito trabalho. Para diferenciar os discos conforme o tamanho, basta recortar o diâmetro que corresponde aos discos (ou o perímetro dos quadrados) prontos no papel cartão de cores diferentes e colar sobre os mesmos.

Regra do Jogo: Atorre de Hanói é um jogo de estratégia que consiste em passar as peças da torre 1 até a 3 com a menor quantidade de movimentos. Detalhe: durante os movimentos a peça maior não pode ficar sobre uma peça menor.

Fonte: Daniela Coelho – Blog Laboratório Sustentável de Matemática. Disponível em: https://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2014/09/como-fazer-geoplano-torre-hanoi-com-tampinhas-garrafa-pet.html

PROPOSTA II.1
JOGO *TORRE DE HANOI*– FICHA DE TENTATIVAS

	Tentativas	**Qtde mínimas de jogadas**
Jogador 1 ______________________	1ª tentativa – 3 discos	
	2ª tentativa – 4 discos	
	3ª tentativa – 5 discos	
	4ª tentativa – 7 discos	
	5ª tentativa – 8 discos	

Jogador 2 ______________________	**Tentativas**	**Qtde mínimas de jogadas**
	1ª tentativa – 3 discos	

	2ª tentativa – 4 discos	
	3ª tentativa – 5 discos	
	4ª tentativa – 7 discos	
	5ª tentativa – 8 discos	

Jogador 3 ______________________________ __________	**Tentativas**	**Qtde mínimas de jogadas**
	1ª tentativa – 3 discos	
	2ª tentativa – 4 discos	
	3ª tentativa – 5 discos	
	4ª tentativa – 7 discos	
	5ª tentativa – 8 discos	

Jogador 4 ______________________________ __________	**Tentativas**	**Qtde mínimas de jogadas**
	1ª tentativa – 3 discos	
	2ª tentativa – 4 discos	
	3ª tentativa – 5 discos	
	4ª tentativa – 7 discos	
	5ª tentativa – 8 discos	

PROPOSTA II.2
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A lunos:		**Série:** 1º ano – Ens. Médio
		Data: ___/___/___.

Atividade

1. ***Leia com atenção o enunciado abaixo e, em seguida responda as questões utilizando a calculadora científica:***

De acordo com o Censo Demográfico de 2010, realizado pelo IBGE, mostra que a cidade de Pires do Rio – GO possuía naquele ano 28.762 habitantes e que a estimativa para o ano de 2017 era de 31.151 habitantes. A forma de encontrar essa estimativa é dada como $P = P_0 \cdot i^t$ sendo: i a taxa de crescimento estimada; t, o tempo (anos) e P, a população. Tomando esse último censo como ponto inicial, respondas as questões:

a) Qual é a taxa de crescimento (%) da população piresina entre os anos de 2010 e 2017?

____

____

b) Tomando a taxa de crescimento como constante ao longo do tempo e partindo do último censo (2010), calcule a estimativa da população de acordo com a tabela abaixo:

t (anos)	**População estimada $(\boldsymbol{P_t})$**
2010 ($t = 0$)	28.762
2017	31.151
2024	
2031	
2038	
2045	
2052	

c) Expresse, respectivamente, P_1, P_2, P_3 e P_4 em função de P_0.

____

____

____

____

d) Generalize a questão anterior para P_n, obtendo a função que modela o problema.

2. Com a seca, estima-se que o nível da água (em metros) em um reservatório, daqui a **t** meses, seja $n(t) = 7{,}6 \cdot 4^{-0{,}2t}$. Qual é o tempo necessário para que o nível da água se reduza à oitava parte do nível atual?

3. Analistas do mercado imobiliário de um munícipio estimam que o valor (**v**), em reais, de um apartamento nesse munícipio seja dado pela lei $v(t) = 250\ 000 \cdot (1{,}05)^t$, sendo **t** o número de anos (t = 0, 1, 2, 3, ...) contados a partir da data de entrega do apartamento.

a) Qual o valor desse imóvel na data de entrega?

b) Qual é a valorização, em reais, desse apartamento, um ano após a entrega?

c) Qual será o valor desse imóvel 6 anos após a entrega?

d) Depois de quantos anos da data de entrega o apartamento estará valendo 1,525 milhão de reais?

4. O carbono-14 é um isótopo raro do carbono presente em todos os seres vivos. Com a morte, o nível de C-14 no corpo começa a decair. Como é um

isótopo radioativo de meia-vida de 5 730 anos, e como é relativamente fácil saber o nível original de C-14 no corpo dos seres vivos, a medição da atividade de C-14 em um fóssil é uma técnica muito utilizada nas datações arqueológicas. A atividade radioativa do C-14 decai com o tempo pós-morte segundo a função exponencial $A(t) = A_0 \cdot 2^{\frac{-t}{5730}}$, em que $\boldsymbol{A_0}$ é a atividade natural do C-14 no organismo vivo e **t** é o tempo decorrido em anos após a morte. Suponha que um fóssil encontrado em uma caverna foi levado ao laboratório para ter sua idade estimada. Verificou-se que emitia 7 radiações de C-14 por grama/hora. Sabendo que o animal vivo emite 896 radiações por grama por hora, então a idade aproximada desse fóssil, em anos, seria:

a) 400 mil anos.
b) 200 mil anos.
c) 80 mil anos.
d) 40 mil anos.
e) 20 mil anos.

5. Os biólogos afirmam que, sob condições ideais, o número de bactérias em certa cultura cresce de tal forma que a taxa de crescimento é proporcional ao número de bactérias presentes no início do intervalo de tempo considerado. Suponhamos que

2 000 bactérias estejam inicialmente presentes em uma certa cultura e que 4 000 estejam presentes 30 minutos depois. Quantas bactérias estarão presentes no fim de 2 horas?

____

____

____

6. (UFG) Uma empresa recebeu uma planilha impressa com números inteiros positivos e menores ou iguais a $5^8 \cdot 4^7$. A tarefa de um funcionário consiste em escolher dois números da planilha uma única vez e realizar a operação de multiplicação entre eles. Para que possa visualizar todos os algarismos do número obtido após a multiplicação, ele deverá utilizar uma calculadora cujo visor tenha capacidade mínima de dígitos igual a:

a) 44
b) 22
c) 20
d) 15
e) 10

7. (Unifor) Após um estudo em uma colmeia de abelha, verificou-se que no instante t = 0 o número de abelhas era 1 000 e que o crescimento populacional da colmeia é dada pela função f, onde f é definida por $f(t) = 1000 \cdot 2^{2t/3}$ em que **t** é o tempo decorrido em dias. Supondo que não haja mortes na colmeia, em quantos dias no mínimo essa colmeia atingirá uma população de 64 000 abelhas?

a) 9
b) 10
c) 12
d) 13
e) 14

8. Certa máquina agrícola deprecia-se com o passar do tempo de tal forma que seu valor pode ser modelado por meio da função $V(t) = V_0 \cdot 2^{-0,1t}$, com **t** em anos, na qual V_0 é o valor em que a máquina foi comprada. Sabendo que 10 anos após de ter sido comprada o valor da máquina será igual a R$ 55 000,00, responda:

a) Qual o valor de compra dessa máquina?

____

____

____

b) Após 20 anos da compra dessa máquina, qual será o seu valor?

____

____

____