



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E LETRAS DO SERTÃO CENTRAL
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

RAIMUNDO NÉLIO RODRIGUES FERREIRA

**A SEQUÊNCIA FEDATHI COMO PROPOSTA DE MEDIAÇÃO DO PROFESSOR NO
ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS**

QUIXADÁ - CEARÁ

2018

RAIMUNDO NÉLIO RODRIGUES FERREIRA

A SEQUÊNCIA FEDATHI COMO PROPOSTA DE MEDIAÇÃO DO PROFESSOR NO
ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências e Tecnologia da Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional. Área de Concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Edisom Eugenio de Sousa.

QUIXADÁ – CEARÁ

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Universidade Estadual do Ceará

Sistema de Bibliotecas

Ferreira, Raimundo Nélio Rodrigues.

A Sequência Fedathi como proposta de mediação do professor no ensino dos Números Inteiros [recurso eletrônico] / Raimundo Nélio Rodrigues Ferreira. - 2018.

1 CD-ROM: 4 ¼ pol.

CD-ROM contendo o arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico com 99 folhas, acondicionado em caixa de DVD Slim (19 x 14 cm x 7 mm).

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual do Ceará, Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Quixadá, 2018.

Área de concentração: Matemática.

Orientação: Prof. Dr. Francisco Edison Eugênio de Sousa.

1. Sequência Fedathi. 2. Números Inteiros. 3. Mediação. I. Título.

RAIMUNDO NÉLIO RODRIGUES FERREIRA

**A SEQUÊNCIA FEDATHI COMO PROPOSTA DE MEDIAÇÃO
DO PROFESSOR NO ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central, da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Matemática.

Aprovada em: 05/10/2018

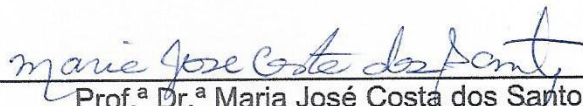
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Francisco Edison Eugênio de Sousa – Orientador
Universidade Estadual do Ceará – UECE



Prof. Dr. João Luzelton de Oliveira
Universidade Estadual do Ceará – UECE



Prof.^a Dr.^a Maria José Costa dos Santos
Universidade Federal do Ceará – UFC

Dedico este trabalho aos meus pais, Maria Rodrigues e Raimundo Nonato (*in memoriam*), à minha esposa Thyciane Lima e ao meu filho Levi, que sempre foram motivos de inspiração para continuar minha trajetória acadêmica e profissional.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que me guiou durante esta caminhada, para que fosse possível a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, professor Dr. Francisco Edison Eugênio de Sousa, por seus ensinamentos, disposição, orientação, paciência e dedicação de um profissional brilhante e de grande coração, meus sinceros agradecimentos.

A todos os professores do PROFMAT/FECLESC pelas excelentes aulas ministradas e pelo apoio e compreensão ao longo de todo o curso.

Aos meus pais, Maria Rodrigues e Raimundo Nonato (*in memoriam*), pessoas humildes e trabalhadoras, que sempre me incentivaram a trilhar no caminho dos estudos, para que eu pudesse ter as oportunidades não obtidas por eles.

Ao meu irmão Rarimar (*in memoriam*), que lamentavelmente não presenciou esta conquista tão esperada por ele, que sempre me incentivou a prosseguir nos estudos.

Ao meu filho Levi, que é minha inspiração, razão e força para meus desafios.

A minha esposa Thyciane Lima, companheira de todos os momentos, sendo compreensiva, apoiando de forma incondicional para a continuação desta caminhada.

A EEEP José Maria Falcão, por todas as vezes que adaptou os horários de meu trabalho, conciliando-os a uma melhor organização do tempo dedicado ao período que cursei o PROFMAT.

Por fim, a todos que, direta ou indiretamente, tornaram este trabalho, uma realização de um sonho.

“Como os números negativos podem ser considerados como débitos, já que os números positivos representam posses reais, podemos dizer que os números negativos são menos do que nada. Assim, quando um homem não tem nada seu e deve 50 coroas, é certo que ele tem 50 coroas menos do que nada; pois se qualquer um lhe desse um presente de 50 coroas para pagar seu débito, ele estaria ainda no ponto nada, embora estivesse realmente mais rico do que antes”.

(Leonhard Euler)

RESUMO

Os processos de ensino e de aprendizagem dos Números Inteiros é um dos grandes desafios enfrentados pelos professores que lecionam no 7º ano do Ensino Fundamental. A persistência das dificuldades em relação a este conjunto numérico compromete o estudo de conteúdos matemáticos que têm os Números Inteiros como pré-requisito para a sua compreensão. Diante desta realidade, apresenta-se este trabalho como resultado da pesquisa de de mestrado no PROFMAT/UECE/FECLESC, em Quixadá-CE, com uma proposta para o estudo dessa temática, que teve como objetivo propor a Sequência Fedathi como metodologia na organização de sessões didáticas para o ensino dos Números Inteiros, de modo a proporcionar a mediação do professor. Utilizou-se como metodologia os princípios da pesquisa qualitativa, do tipo bibliográfica e explicativa, na preparação de sessões didáticas para o ensino dos Números Inteiros. Iniciou-se com a pesquisa bibliográfica que objetivou compreender os Números Inteiros e seu ensino, bem como a fundamentação teórico-metodológica da Sequência Fedathi. A proposta didática resultante da investigação teórica teve como referência estrutural os três níveis – preparação, vivência e análise – e as quatro etapas da Sequência Fedathi – tomada de posição, maturação, solução e prova. Na vivência da Sequência Fedathi, a princípio mostra-se um problema para ser resolvido pelos discentes, cuja solução é o novo conhecimento a ser construído. Os estudantes se debruçam sobre o problema, identificando e compreendendo as variáveis envolvidas. Neste momento destaca-se a importância da mediação a partir de perguntas ou questionamentos, elaborados pelo docente, favorecendo para este um *feedback* a respeito da aprendizagem dos discentes, exercendo a postura mão-no-bolso, favorecendo o aluno a pensar, sem apresentar-lhe uma resposta. Ressalta-se o momento em que os alunos mostrarão seus resultados, realizando-se em seguida, pelo docente, a conexão do que foi exposto com o novo conhecimento que se pretende ensinar, formalizando-o a partir de um modelo matemático geral com aplicação também em outros problemas. Nesta formalização enfatiza-se, além do contexto histórico dos Números Inteiros, a utilização de materiais concretos e atividades diversificadas. A respeito da proposta de organização de sessões didáticas voltadas para o ensino dos

Números Inteiros à luz da Sequência Fedathi, considera-se que estas são apresentadas como algo novo, contribuindo positivamente, pelo fato de os alunos presenciarem frequentemente aulas expositivas, com memorização de regras, sem a oportunidade de investigar. Portanto, espera-se que este trabalho possa subsidiar a prática do professor nos processos de ensino e de aprendizagem dos Números Inteiros, e de outros conteúdos matemáticos, ocasionando um rompimento do modelo de ensino apenas expositivo, enfatizando o protagonismo do aluno na construção do seu conhecimento.

Palavras-chave: Sequência Fedathi. Números Inteiros. Mediação do Professor.

ABSTRACT

The processes of teaching and learning of the Whole Numbers is one of the great challenges faced by the teachers who teach in the 7th year of Elementary School. The persistence of difficulties in relation to this numerical set compromises the study of mathematical contents that have Whole Numbers as a prerequisite for their comprehension. Given this reality, we present this work as a result of the master's research in PROFMAT / UECE / FECLESC in Quixadá-CE, with a proposal for the study of this theme, which aimed to propose a Fedathi sequence as a methodology in organizing didactic sessions for the teaching of Whole Numbers, in order to provide teacher mediation. The principles of qualitative research, of the bibliographic and explanatory type, were used as methodology in the preparation of didactic sessions for the teaching of the Whole Numbers. It began with the bibliographical research that aimed to understand the Integer Numbers and their teaching, as well as the theoretical-methodological foundation of the Fedathi Sequence. The resulting didactic proposal of theoretical investigation had the structural benchmark three levels - preparation, experience and analysis - and the four stages of Fedathi sequence - making position, maturity, and solution test. In the experience of the Fedathi Sequence, at first it shows a problem to be solved by the students, whose solution is the new knowledge to be constructed. Students focus on the problem, identifying and understanding the variables involved. At this point highlights the importance of mediation from questions or questions, prepared by the teacher, favoring to this feedback about the learning of students, acting hand-in-pocket stance, encouraging the student to think without you have an answer. It is noteworthy the moment when students show their results, taking place then by the teacher, the connection of the foregoing with the new knowledge to be taught, formalizing it from a general mathematical model application also in other problems. In this formalization, it is emphasized, besides the historical context of the Whole Numbers, the use of concrete materials and diversified activities. Regarding the proposal of organization of didactic sessions directed to the teaching of the Integral Numbers in the light of the Fedathi Sequence, it is considered that these are presented as something new, contributing positively, because the students often attend expositive

classes, with memorization of rules , without the opportunity to investigate. Therefore, it is expected that this work may support the teacher's practice in the teaching and learning processes of the Whole Numbers, and other mathematical contents, causing a disruption of the teaching model only expository, emphasizing the student's role in the construction of his knowledge.

Keywords: Fedathi sequence. Whole Numbers. Teacher's Mediation.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	NÚMEROS INTEIROS.....	19
2.1	BREVE HISTÓRICO DOS NÚMEROS INTEIROS	19
2.2	UM POUCO DA CONSTRUÇÃO E ABORDAGEM DOS NÚMEROS INTEIROS NA ESCOLA	22
2.3	OS NÚMEROS NEGATIVOS NA RETA NUMERADA.....	27
2.4	ESTADO DA QUESTÃO.....	31
3	APRESENTAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI	34
3.1	NÍVEIS DA SEQUÊNCIA FEDATHI.....	34
3.2	ETAPAS DA SEQUÊNCIA FEDATHI.....	38
3.3	OBJETIVOS E FUNÇÕES DE PROFESSORES E ALUNOS NA VIVÊNCIA DA SEQUÊNCIA FEDATHI.....	51
4	PROPOSTA DE ORGANIZAÇÃO DE SESSÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS POR MEIO DA SEQUÊNCIA FEDATHI	54
4.1	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	54
4.2	SESSÃO DIDÁTICA: INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS NÚMEROS INTEIROS.....	54
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	78
	REFERÊNCIAS.....	83
	APÊNDICES	86
	APÊNDICE A: SESSÃO DIDÁTICA ABORDANDO O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS COMO AMPLIAÇÃO DOS NÚMEROS NATURAIS, A PARTIR DA INCLUSÃO DOS NÚMEROS NEGATIVOS	87
	APÊNDICE B - SESSÃO DIDÁTICA ABORDANDO A ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS.....	92
	APÊNDICE C - SESSÃO DIDÁTICA ABORDANDO A MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS.....	96

APÊNDICE D - (AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA).....	101
APÊNDICE E - ATIVIDADE DE CASA.....	102

1 INTRODUÇÃO

Durante os anos de 2000 a 2010, quando lecionamos em turmas do Ensino Fundamental, especificamente do 6º ao 9º ano, no município de São João do Jaguaribe (CE), percebemos a dificuldade e o desafio de abordar o estudo dos Números Inteiros, para turmas de 7º ano, cujo conteúdo é estudado pela primeira vez. Mesmo os alunos já tendo tido algum contato com os números negativos em situações reais, como por exemplo, saldo de gols de um time ou nos registros de temperaturas, antes mesmo de chegarem a essa etapa de estudo, constatamos o quanto eles tinham dificuldades para compreender os números negativos, conseqüentemente os Números Inteiros.

Na nossa prática, quando atuamos nessa modalidade de ensino, ao apresentarmos o estudo dos Números Inteiros, principalmente suas operações, usamos sempre a metodologia tradicional, acompanhando fielmente o livro didático, com exposições do conteúdo, com pouca ou nenhuma participação ativa dos alunos, mencionando sempre a chamada “regra de sinais” sem questionamentos. Assim, eles procuravam decorá-las, pois era o que seria exigido posteriormente na resolução de exercícios.

Ao longo dos anos percebemos, a partir das avaliações, que somente uma minoria da turma era capaz de realizar corretamente as operações com Números Inteiros. O fato é que não foi uma prática exitosa, pois praticamente toda a turma não compreendia corretamente, desde o conceito até as operações com Números Inteiros. De certa maneira, atribuímos essa não compreensão à própria forma como era ensinado esse conteúdo tão relevante, sem vivenciar com os alunos momentos de investigação e de construção desse novo conhecimento.

Desde 2012, passamos a lecionar em turmas do Ensino Médio, na Escola Estadual de Ensino Profissionalizante José Maria Falcão, no município de Pacajus, e percebemos o quanto as dificuldades nas operações básicas com Números Inteiros ainda persistem, e o mais preocupante, de forma bem acentuada. O domínio destas operações é pré-requisito para uma grande parte de conteúdos da Matemática, desde a escola básica até o nível superior.

O conhecimento dos Números Inteiros é fundamental para a assimilação de

vários conteúdos da Matemática, como por exemplo, na resolução de equações, na potenciação, no estudo das funções, nas operações com matrizes, enfim a compreensão deste conjunto numérico favorece de forma significativa o entendimento de diversos conceitos, para que o aluno avance em seu pensamento matemático.

É comum encontrarmos erros primários em questões propostas, em que o domínio dessas operações é ferramenta fundamental para o desenvolvimento do raciocínio, a fim de obter a resposta correta das mesmas. São erros nos quais percebemos claramente a deficiência dos alunos, principalmente nas resoluções de questões que envolvem os números negativos.

Diante desse cenário, na realização deste trabalho fizemos a investigação bibliográfica sobre o assunto em questão, buscando compreender o porquê dessas dificuldades na aprendizagem dos Números Inteiros e o que tem sido feito na busca de solucionar ou apresentar alternativas para resolução do referido problema, com o objetivo de apresentar uma proposta para o ensino desse conjunto numérico, de modo a contribuir para a aprendizagem desse importante conteúdo.

Dentro da pesquisa teórica recorreremos ao *estado da questão* acerca desse tema, na busca de pesquisas realizadas sobre o ensino do referido conteúdo, com a finalidade de entendermos e conduzirmos o desenvolvimento desta dissertação, definindo o objeto específico do estudo, para que pudéssemos delimitar o problema da pesquisa, buscando, de certa forma, uma proposta original para o ensino desse saber matemático.

Para tanto, realizamos um levantamento de dissertações e teses defendidas a respeito do ensino dos Números Inteiros, como por exemplo, dos autores Danczuk(2016), Simão(2016), dentre outros, em Programas de Pós-graduação em Matemática e em Educação Matemática, de universidades reconhecidas no meio acadêmico como pólos nacionais de pesquisas, estas voltadas para esses dois campos do saber científico. A respeito desses trabalhos, trataremos adiante, mencionando a metodologia aplicada, bem como os resultados obtidos.

Nessa busca de solução identificamos pesquisas que foram voltadas para essa mesma perspectiva, ou seja, trabalhos que enfatizam metodologias diferentes daquelas propostas pela metodologia convencional. Verificamos nesses trabalhos

atividades diversificadas, que têm como foco a ação dos alunos no ensino do conjunto numérico em questão.

Nos trabalhos analisados, geralmente, o docente utiliza a metodologia precedida de uma aula introdutória acerca do estudo dos Números Inteiros, explicando a teoria destes, e posteriormente, parte para a fixação do que acabara de ser exposto, com atividades diversificadas ou tarefas cujo foco é a aplicação ou utilização do conteúdo ensinado, permeada de momentos lúdicos como a utilização de jogos.

Como forma de constatar a eficácia da metodologia, a maioria dos trabalhos analisados apresenta um pré-teste e depois tabula os resultados obtidos. Em seguida, aplica-se, por exemplo, jogos como recursos para auxiliar na aprendizagem e, como forma de verificar a melhoria ou não do desempenho dos alunos, é realizado um pós-teste.

Percebemos, assim, que não há momentos de discussão, questionamentos ou investigação entre professor e aluno no momento do desenvolvimento das tarefas, pois vão sendo executadas conforme as orientações dadas inicialmente. Na metodologia descrita nos trabalhos analisados, também se utiliza material concreto, no intuito de fazer com que o aluno internalize o conhecimento lecionado, utilizando o material não como estratégia para construir e investigar o conhecimento pela sua base, pois este já foi exposto pelo professor ao introduzir a aula. Dessa forma o recurso utilizado exerce a função de reforçar o que foi apresentado, para que o aluno possa fixar o que foi ensinado sobre Números Inteiros.

Nesse contexto, não se percebe a efetiva atuação do professor no momento em que os alunos estão desenvolvendo as atividades propostas. Ele não exerce o importante papel de acompanhar os discentes, o que é preciso tanto quanto a diversificação de tarefas. Ele não percebe que, acima de tudo, é preciso questionar, argumentar, seguir etapas para a execução do que planejou, com o objetivo de verificar constantemente o nível de entendimento e compreensão do conteúdo que está sendo ensinado.

Observamos que há uma grande preocupação com o resultado obtido pelo aluno na aplicação dos testes, enquanto o desenvolvimento das estratégias criadas pelo professor não são levadas em consideração, pois não houve o momento de

discussões de ideias e apresentação da sua linha de raciocínio, para que também fossem compartilhadas com toda a turma e, a partir desse momento o docente pudesse fazer conexões daquilo que percebeu, mediante as soluções expostas, com o conhecimento matemático que pretende ensinar. Ou seja, sentimos a falta do professor junto aos alunos, no momento de realização das atividades por ele propostas.

Ao realizar a pesquisa bibliográfica, referente ao estudo teórico e ao estado da questão, na busca de metodologias voltadas para as dificuldades inerentes ao ensino dos Números Inteiros, conhecemos a metodologia de ensino Sequência Fedathi, na qual se evidencia a mediação do professor como sua essência, diferenciando-se das estratégias didáticas que foram verificadas nos trabalhos analisados.

A Sequência Fedathi é uma proposta metodológica que surgiu no ano de 1988, cuja teoria foi apresentada formalmente em 1996, pelo Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, da Universidade Federal do Ceará, com intuito de fortalecer uma prática pedagógica dialogada e investigativa entre estudantes e professores para o Ensino da Matemática (SOUZA, 2013).

Segundo Sousa (2015), a Sequência Fedathi trata-se de uma metodologia que tem na sua essência a postura do professor como mediador no processo de ensino e aprendizagem, fazendo a conexão das soluções apresentadas pelos alunos com o conhecimento científico. Nessa metodologia o discente investiga a situação proposta, elaborando estratégias de soluções, verificando hipóteses, errando, acertando e finalmente chegando, ou não, a conclusões acerca do que está sendo investigado.

Para a Sequência Fedathi é fundamental a postura mediadora do professor, criando situações que proporcionem ao aluno participar ativamente da construção do seu conhecimento, evitando assim sua passividade.

Essa metodologia será descrita no Capítulo 3, no qual descrevemos suas características, seus objetivos, aspectos fundamentais e aplicações, assim como os princípios, níveis e as etapas que a compõem.

Diante das dificuldades constatadas no ensino dos Números Inteiros, identificamos na Sequência Fedathi a possibilidade de trabalhar esse conteúdo de forma diferente do que conhecíamos e havíamos trabalhado até então, considerando a ação do professor. Dessa forma, para a realização desta pesquisa, utilizamos como base a

seguinte questão norteadora: Como preparar sessões didáticas para o ensino dos Números Inteiros, de modo que o professor desenvolva o trabalho de mediação?

Na procura de resposta(s) para essa inquietação, surgem outras perguntas:

1) Quais são as dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo dos Números Inteiros e que alternativas já foram buscadas no sentido de minimizar essas dificuldades? 2) O que é e quais são as características da Sequência Fedathi como proposta metodológica de ensino? e 3) Que sugestões de sessões didáticas poderão ser propostas para o ensino dos Números Inteiros, tendo como referência a Sequência Fedathi?

Na busca de respostas para essa ação investigativa, definimos um objetivo geral e três objetivos específicos, organizados de acordo com as perguntas anteriormente mencionadas. Como objetivo geral, decidimos propor a Sequência Fedathi como metodologia no planejamento de sessões didáticas para o ensino dos Números Inteiros, subsidiando a mediação do professor. Como objetivos específicos, definimos os seguintes: **1)** Conhecer aspectos históricos acerca do ensino dos Números Inteiros, para a compreensão das dificuldades dos alunos em sua aprendizagem; **2)** Descrever os elementos didáticos da Sequência Fedathi, para o entendimento dessa metodologia de ensino; e **3)** Elaborar sessões didáticas para o ensino dos Números Inteiros, usando os fundamentos teórico-metodológicos da Sequência Fedathi.

A metodologia utilizada na pesquisa foi de natureza qualitativa, do tipo bibliográfica e explicativa, por meio da qual apresentamos uma proposta de preparação do ensino de Matemática utilizando a metodologia de ensino Sequência Fedathi, com a preparação de sessões didáticas objetivando a aprendizagem dos Números Inteiros, as quais também poderão ser utilizadas para o planejamento de aulas com outros conteúdos matemáticos.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: o 1º Capítulo refere-se a esta introdução, abordando a problematização e delimitação do problema, bem como a pergunta principal que denominamos de questão norteadora, complementando-a com perguntas mais específicas sobre a referida temática, relacionando-as com os objetivos da pesquisa. Ainda, neste Capítulo, são descritos a justificativa e o nosso envolvimento com o objeto de estudo, bem como a metodologia aplicada e a divisão dos capítulos, destacando o que há em cada um destes.

No capítulo 2 trazemos um breve histórico dos Números Inteiros e do seu ensino, fazendo a revisão da literatura e conhecendo o estado da questão, destacando a importância da compreensão desses números, desde conceitos, operações, bem como as dificuldades encontradas no estudo desse conteúdo.

O Capítulo 3 apresenta e caracteriza a Sequência Fedathi como proposta metodológica voltada para o ensino da Matemática. Nele foram detalhados os níveis e as etapas que a compõem, caracterizando-as para uma melhor compreensão desta metodologia nos processos de ensino e de aprendizagem.

O 4º Capítulo traz a descrição de sessões didáticas elaboradas à luz da Sequência Fedathi, voltadas especificamente para o ensino dos Números Inteiros, propondo sugestões a serem vivenciadas por professores de Matemática.

Para finalizarmos, no capítulo 5 trazemos as Considerações Finais a respeito do desenvolvimento da pesquisa, ao acreditarmos que o ensino dos Números Inteiros na vivência da Sequência Fedathi muito contribuirá para a aprendizagem dos estudantes, sendo, portanto, uma proposta metodológica eficaz ao ensino do referido conteúdo.

Destacamos, ainda, a partir do desenvolvimento deste trabalho, as mudanças de postura na nossa prática pedagógica, tendo como referência a mediação docente, enfatizando a investigação e contrariando o modelo tradicional de ensino que sempre guiou nossa prática.

As propostas de sessões didáticas que foram apresentadas, tendo como foco o ensino dos Números Inteiros, também podem ser vivenciadas com outros conteúdos matemáticos, inclusive do Ensino Médio, no qual atuamos, o que sinaliza para a realização de outras pesquisas, com o intuito de avaliarmos as contribuições da Sequência Fedathi nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

A seguir, descrevemos aspectos históricos a respeito dos Números Inteiros e do seu ensino, realizando revisão de literatura, a partir do estado da questão, como forma de compreendermos as dificuldades encontradas acerca desse conjunto numérico.

2 NÚMEROS INTEIROS

Neste capítulo, apresentamos um breve histórico dos Números Inteiros, relatando as dificuldades encontradas na aceitação do conceito de número negativo, principalmente por matemáticos renomados, a fim de uma melhor compreensão das dificuldades também enfrentadas pelos alunos. Além disso, pontuamos alguns aspectos relevantes que devem ser levados em consideração pelo professor, ao abordar o ensino desse conteúdo.

Enfatizamos ainda a representação desses números na reta numerada, destacando a importância desta na compreensão desse conjunto numérico, com enfoque numa exploração que julgamos adequada, como instrumento facilitador na compreensão dos Números Inteiros. E no final do capítulo, destacamos alguns trabalhos já realizados por outros pesquisadores sobre essa temática, fazendo um breve comentário dos resultados encontrados por eles.

2.1 BREVE HISTÓRICO DOS NÚMEROS INTEIROS

A aceitação dos números negativos foi um fato difícil e demorado pela comunidade matemática. Para se ter uma ideia, a América foi descoberta por Colombo mais de dois séculos antes de os negativos serem incorporados ao universo dos números.

Para a maioria dos matemáticos gregos, “números” para serem objetos matemáticos teriam que ser inteiros positivos, pois para eles esses números tinham relação direta na representação das grandezas geométricas, como por exemplo, segmentos de retas, áreas e volumes.

Na resolução de problemas, naquela época, quando utilizavam equações algébricas, não se dispunham do simbolismo algébrico utilizado atualmente. Eram resolvidas com o uso de palavras, interpretando-as geometricamente as raízes encontradas. Por exemplo, o matemático árabe Al-Khwarizmi só reconhecia as duas raízes de uma equação quadrática se ambas fossem positivas. Isto se deve ao fato de

somente as raízes positivas serem possíveis de interpretar em termos de áreas e de comprimentos, ou seja, geometricamente.

Segundo Anjos, citado por Salgado (2011), os números negativos surgiram como entidades matemáticas, a partir de resoluções de equações que eram voltadas para situações práticas, cujo tratamento exigia ideias de cunho teórico, porém, não se admitiam como solução de equação, por não fazerem sentido nessas situações. Assim esses números tinham suas utilidades totalmente negadas.

O próprio Diofanto, no seu livro sobre a resolução de equações, ignorou por completo os números negativos, considerando apenas os números inteiros positivos. Para ilustrarmos, por exemplo, a equação do tipo $5x + 30 = 5$, não possuía solução. Segundo esse mesmo matemático, isso seria um “absurdo”, devido 5 ser menor do que 30. O absurdo para ele, era o fato de somarmos alguma coisa a 30 e obtermos 5, considerando, assim, impossível.

O matemático indiano, Brahmagupta, já no século VII, não desconsiderou os números negativos. Pelo contrário, ele os reconheceu e trabalhou até certo ponto com essas quantidades. Ele associou os números positivos como posses e os negativos como dívidas. Até mesmo chegou a enunciar regras para as operações com números negativos, no que diz respeito à soma, subtração, multiplicação e divisão. Porém, outros matemáticos indianos, embora tenham continuado com a tradição de operar com os números positivos e negativos, encararam esses últimos com certa suspeita por muito tempo.

No século XVI, os números negativos foram rejeitados por matemáticos como Cardano, Viète e Stifel. Quando resolviam equações, em que as soluções eram números negativos, estas eram chamadas de “soluções fictícias” ou “raízes falsas”. No início do século XVII, essa ideia começou a mudar, principalmente pela necessidade da utilização de números negativos, até mesmo no trabalho de alguns matemáticos. Assim, aos poucos os números negativos foram sendo incorporados à Matemática, mesmo com algumas resistências.

O matemático alemão Michael Stifel (1487-1567), por volta do século XVI, apresentou um tratamento diferenciado para os números negativos, ao escrever a mais importante obra alemã no campo da álgebra: “*Arithmética Íntegra*”. Se destacava como

grande conhecedor das propriedades desses números porém, assim como os demais, também recusou a admiti-los como raiz de uma equação.

No contexto histórico há um entrelaçamento entre os Números Inteiros e os números complexos. Em 1629, o matemático francês Albert Girard afirmou que todo polinômio ou equação polinomial $p(x) = 0$, de grau $n \geq 1$, possui exatamente n raízes complexas, consistindo hoje como primeira versão do Teorema Fundamental da Álgebra. Porém, para garantir a generalidade desse resultado, seria necessário admitir as raízes que até então eram chamadas de impossíveis. Ou seja, dentre estas havia soluções negativas, que passaram a ser aceitas, garantindo assim a regra geral e a certeza de não haver outras raízes, como também pela utilidade destas.

Sobre a legitimidade dos números negativos, Salgado (2011, p. 33) assim se refere:

Em Passoni (2002) encontramos relatos de que foi o alemão Hermann Hankel (1839-1873), com a publicação de sua obra “Teoria do Sistema dos Números Complexos”, em 1867, quem de fato legitimou os números negativos. Segundo este autor, com esta obra foi dado o salto do concreto ao formal que permitiria justificar os diversos sistemas numéricos. Curioso é que Anjos; Cardoso e Sá (2009) relatam que o objetivo de Hankel ao escrever sua obra era definir a teoria sobre números complexos e não legitimar os números negativos. Contudo, a complexidade de algumas de suas demonstrações permitiu que ele desvendasse por completo todas as dúvidas que ainda existiam sobre os números negativos.

Percebemos, assim, que Hankel não se preocupou em justificar a existência dos negativos em situações reais, de modo a explicar o comportamento desses. Porém, buscou essa justificativa em leis formais, mais precisamente no “princípio da permanência”, princípio este que já havia sido introduzido por George Peacock, fundamentando a álgebra e justificando as operações com expressões literais. (PASSONI apud SALGADO, 2011).

Na nossa prática, ficamos a perguntar o porquê de tanta dificuldade na compreensão dos números negativos pelos nossos alunos. Nessa perspectiva, Berlinghoff e Gouvêa (2010, p. 100) argumentam:

Ironicamente, esse movimento para abstração pavimentou o caminho para uma aceitação verdadeira da utilidade dos números negativos em diversos ambientes do mundo real. De fato, os números negativos são ensinados

rotineiramente como uma parte fundamental da aritmética da escola elementar. Estamos tão acostumados com eles que algumas vezes é difícil entender as brigas dos estudantes quanto ao que eles são e como manipulá-los. Talvez seja necessária certa tolerância; alguns dos melhores matemáticos da história compartilharam dessas mesmas brigas e frustrações.

É preciso que o professor seja tolerante com a aprendizagem gradativa dos alunos em relação a este conteúdo, pois não é algo simples de ser aceito ou compreendido. Segundo Lorenzato (2008, p. 107):

Ao longo dos milênios, o ritmo de construção da matemática não foi sempre o mesmo. É interessante, principalmente para nós professores, observar que aquilo que os matemáticos demoraram em descobrir, inventar ou aceitar, são os mesmos pontos em que os nossos alunos apresentam dificuldades de aprendizagem. Essa coincidência entre os obstáculos cognitivos históricos e os pontos de maior dificuldade de aprendizagem em sala de aula é reconhecida, por muitos pensadores, matemáticos ou educadores de renome, tais como Hanckel, Poincaré, Kline, Klein. Constitui-se em uma importante questão didática para todos os responsáveis pelo ensino da matemática.

A seguir, apresentamos alguns pontos abordados sobre a construção e o ensino dos Números Inteiros na escola, destacando algumas dificuldades enfrentadas pelos alunos nessa abordagem.

2.2 UM POUCO DA CONSTRUÇÃO E ABORDAGEM DOS NÚMEROS INTEIROS NA ESCOLA

Ao cursar o 7º ano do Ensino Fundamental, o único conjunto reconhecido pelo aluno, até então, tem como elementos os números naturais (\mathbb{N}). Entretanto, não podemos garantir que a subtração entre dois números naturais resulte também em um número natural. Por exemplo, expressões do tipo $4 - 7$ e $8 - 10$ não são possíveis de serem associados a números naturais, por não terem significado matemático em \mathbb{N} . Portanto, para que essas subtrações realmente tivessem significados, foi preciso a construção do conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z}). Assim, a partir desse novo objeto matemático, é possível subtrair dois números naturais quaisquer, resultando em um Número Inteiro. No conjunto dos números naturais (\mathbb{N}) o sinal “-” (menos) tem como

único significado a subtração. Porém, no conjunto dos números inteiros, ao respectivo sinal pode ser atribuído os seguintes significados:

- *Subtração*, como por exemplo, em expressões mais rotineiras do tipo $5 - 2$ e $4 - 1$;
- *Número negativo*, como em -7 ;
- *Simétrico*, como em $-(-5)$.

Segundo Ripoll; Rangel; Giraldo (2016, p.49):

Evidentemente, no ensino fundamental, o aluno não precisa saber classificar interpretações do sinal “-” (e muito menos deve ser cobrado neste sentido). Porém, é importante que o professor proponha atividades que envolvam os três significados. Por trás dessa simplicidade da notação usada para os números negativos na escola, há toda uma fundamentação teórica conceitualmente delicada. Essa simplicidade pode constituir obstáculos para a aprendizagem, na medida em que pode ocultar sutilezas teóricas no conceito de número negativo cuja compreensão é crucial para a aprendizagem. A atenção por parte do professor dos diferentes significados do sinal “-” é fundamental para a aprendizagem dos alunos.

De acordo com esses mesmos autores, em relação ao significado de oposto ou simétrico de um número n , denotado por $-n$, surge um questionamento bem interessante: se n é um Número Inteiro, $-n$ é um número negativo ou positivo? A resposta dos alunos em ser um número negativo é quase unânime, pois durante as aulas aprendem que a representação que identifica, assim como diferencia um número negativo de um positivo, é dado pelo sinal de menos ($-$), quando a resposta correta dependerá exclusivamente de n ser positivo ou negativo.

Porém, reconhecer que $-n$ pode ser um número positivo, já exige um nível maior de abstração, por conta de ir acompanhado do sinal negativo. Essa dificuldade dos alunos é muito comum, sendo necessária a compreensão do professor, como um fato que faz parte do processo durante a primeira abordagem do estudo dos Números Inteiros. Não é algo que será alcançado de forma imediata, mas sim a longo prazo.

Outro ponto que merece bastante atenção é em relação à chamada “regra dos sinais” da multiplicação. Muitas vezes esta regra é apresentada por meio de “macetes” ou “bizus”, recorrendo-se a certas analogias, sendo muitas dessas totalmente inadequadas. Vale destacar que a regra de sinais não é uma convenção e nem uma

escolha arbitrária, mas é uma consequência da estrutura algébrica dos Números Inteiros (\mathbb{Z}). A fim de que se tenha uma estrutura algébrica que garanta especialmente a existência do inverso aditivo, bem como as propriedades usuais das operações, devem valer as seguintes propriedades do Teorema: sejam p e q , pertencentes ao conjunto dos Números Inteiros. Então:

a) $p \cdot 0 = 0$;

b) $-(-p) = p$;

c) $p \cdot (-q) = (-p) \cdot q = -(p \cdot q)$

d) $(-p) \cdot (-q) = p \cdot q$

Na demonstração de (a), faremos $p \cdot 0 = p \cdot (0 + 0) = p \cdot 0 + p \cdot 0$. Adicionando $-(p \cdot 0)$ a ambos os membros da igualdade, teremos: $p \cdot 0 - (p \cdot 0) = p \cdot 0 + p \cdot 0 - (p \cdot 0)$, implicando em $p \cdot 0 = 0$.

A afirmação em (b) é consequência direta da própria definição de inverso aditivo. Denomina-se inverso aditivo de um número p aquele número que somado com p , resulta em zero (0). Logo, $-p$ sendo o inverso aditivo de p , temos que o inverso aditivo de $-p$ é p . Concluindo, portanto, que $-(-p) = p$.

Daí, mostrar que $p \cdot (-q) = -(p \cdot q)$, é o mesmo que mostrar que o número $p \cdot (-q)$ é o inverso aditivo de $p \cdot q$, ou seja, $p \cdot (-q) + p \cdot q = 0$. Como: $p \cdot (-q) + p \cdot q = p \cdot [(-q) + q] = p \cdot 0 = 0$. Podemos completar a prova da afirmação em (c) de forma análoga, mostrando que $(-p) \cdot q = -(p \cdot q)$.

Finalmente, a propriedade em (d) é provada, aplicando diretamente as propriedades (c) e (b). Vejamos: $(-p) \cdot (-q) = -(p \cdot (-q)) = -(-(p \cdot q)) = p \cdot q$.

Obviamente não devemos apresentar a “regra de sinais” com esse grau de formalismo apresentado na demonstração do Teorema citado anteriormente, por não ser apropriado para um aluno de 7º ano. Assim, ficamos com a indagação: como apresentá-la então para o ensino básico? Essa questão será retomada no Capítulo 4 deste trabalho.

Conforme já foi mencionado, a subtração de dois números naturais não necessariamente resulta em um número também natural, daí a necessidade dos Números Inteiros, a partir da inclusão dos números negativos. Com isso, é possível

obter, por exemplo, o resultado para “ $3 - 8$ ”, além de podermos registrar quantidades menores do que 0 (zero).

Na apresentação do conceito de Números Inteiros, há alguns obstáculos epistemológicos a eles relacionados, dificultando sua compreensão, onde se destacam:

1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas;
2. Dificuldades em dar um sentido às quantidades negativas isoladas;
3. Dificuldade em unificar a reta numerada;
4. Ambiguidade dos dois zeros (origem e absoluto);
5. Estagnação no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais). É a dificuldade de afastar-se em sentido (concreto) atribuído a seres numéricos.
6. Desejo de um modelo unificador. É a intenção de fazer funcionar um bom modelo aditivo, igualmente válido para ilustrar o campo multiplicativo em que esse modelo é inoperante (GLAESER *apud* NETO; VICTER, 2013, p. 7).

Nessa perspectiva, ao introduzir o estudo dos números negativos na escola básica, é preciso dar ênfase aos seguintes aspectos, citados por Ripoll, Rangel e Giraldo (2016, p. 64-65):

1. A compreensão de número como uma quantidade munida de uma orientação;
2. A resignificação do zero;
3. A possibilidade de determinar um resultado para o cálculo de uma expressão do tipo $a - b$, tal que a e b são números naturais com $b > a$;
4. A resignificação das operações básicas;
5. O reconhecimento de que $a - b = (a + r) - (b + r)$, para todo número r , positivo ou negativo.

Entende-se de (1), por exemplo, uma situação em um painel de elevador. O andar “-1” significa que este está a 1 andar abaixo do térreo. Já o térreo é associado ao número zero, tendo em vista que para ir ao andar 1, teremos que fazer o caminho oposto ao anterior. Assim, o zero não deve ser interpretado como uma ausência de quantidade, mas sim como referencial. Ou seja, os números “1” e “- 1” são compreendidos como opostos em relação a este referencial.

Por essa vertente, é exatamente o que (2) destaca: o zero, além de significar a ausência de quantidade, também tem a ideia de referencial. Em (3), nos inteiros é possível adicionar um valor a 7 e obter 3. A resignificação deve-se ao fato, por exemplo, de sabermos que no conjunto dos números naturais, a soma de dois números é sempre maior ou igual do que cada um deles que estão sendo somados. Mas no

universo dos Números Inteiros, podemos ter, por exemplo, $8 + (-4) = 4$, onde $4 < 8$. Dessa forma, o que tínhamos como certeza nos naturais, não se mantém nos inteiros.

Em (5) se destaca a ideia de relação de equivalência. Podemos ter, por exemplo, $30 - 12 = 40 - 22 = 20 - 2$. Dessa forma, um time de futebol que tem saldo de gols igual a 3, podemos interpretar que este time tenha marcado 8 gols e sofrido 5, como também ter marcado 3 e não ter sofrido nenhum. Entretanto, um time com saldo de gols -3 , sofreu três gols a mais do que fez, podendo ter marcado 5 gols e sofrido 8, ou então, ter marcado 1 gol e sofrido 4.

Assim, os Números Inteiros apresentam uma compreensão elementar, que é a ideia de orientação. Segundo Ripoll, Rangel e Giraldo (2016, p. 68):

A aceitação dos números negativos no universo matemático decorreu da concepção de uma oposição associada à informação numérica. Essa oposição é estabelecida a partir da orientação. Neste contexto, a reta numerada se apresenta como uma representação essencial, talvez até mais importante do que para a compreensão dos números naturais.

Os números negativos têm em sua essência a ideia de oposição, cuja associação está melhor representada na reta numerada. Por exemplo, ter R\$ 8,00 é diferente de dever R\$ 8,00. No caso, seria representado respectivamente por $+8$ (ou, simplesmente, 8) e -8 . Assim, o 0 (zero) assume a função de referencial, distinguindo os números negativos dos números positivos, não sendo portanto, apenas a ausência de quantidade.

Logo, com a reunião dos números naturais (chamados agora de números positivos), do zero e dos números negativos (interpretados como opostos dos positivos), em relação ao referencial (zero), determina-se na escola básica, o conjunto dos números inteiros, representados por: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Então, por se tratar de um conjunto numérico, teremos certamente operações realizadas com estes. E para as operações de adição e multiplicação em \mathbb{Z} vale as seguintes propriedades, conforme Hefez (2014, p. 3-4):

- 1) A adição e a multiplicação são bem definidas:
Para todos a, b, a', b' pertencentes a \mathbb{Z} , se $a = a'$ e $b = b'$, então $a + b = a' + b'$ e $a \cdot b = a' \cdot b'$.

- 2) A adição e a multiplicação são comutativas: Para todos a, b pertencentes a \mathbb{Z} , $a + b = b + a$ e $a \cdot b = b \cdot a$.
- 3) A adição e a multiplicação são associativas: Para todos a, b, c pertencentes a \mathbb{Z} , $(a + b) + c = a + (b + c)$ e $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
- 4) A adição e a multiplicação possuem elementos neutros: Para todo a pertencente a \mathbb{Z} , $a + 0 = a$ e $a \cdot 1 = a$.
- 5) A adição possui elementos simétricos: Para todo a pertencente a \mathbb{Z} , existe b ($= -a$) tal que $a + b = 0$.
- 6) A multiplicação é distributiva com relação à adição: Para todo a, b, c pertencentes a \mathbb{Z} , tem-se $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Portanto, as operações de adição e multiplicação no conjunto dos Números Inteiros são comutativas, associativas e ambas possuem elementos neutros.

2.3 OS NÚMEROS NEGATIVOS NA RETA NUMERADA

No estudo dos Números Inteiros, é de fundamental importância a exploração da reta numerada, no que diz respeito à conceituação, o ensino e a compreensão desses números. A representação através da reta exprime a ideia de oposição, tendo como referencial o zero (0), onde o número 1 é a unidade positiva, que a partir dele se determina, pela ideia de sucessor, os demais números positivos. E para a determinação dos números negativos, aplicamos por simetria geométrica, identificando-os em relação ao referencial zero.

A respeito de um detalhe interessante sobre a setinha da reta numerada, de acordo com Ripoll, Rangel e Giraldo (2016, p.79):

Às vezes se encontram em livros didáticos representações da reta numerada com duas “setinhas”, uma de cada lado. A intenção de tal representação é indicar que a reta numerada é não limitada inferior e superiormente. Entretanto, essa representação pode gerar dificuldades de aprendizagem. O papel da “setinha” na reta numerada não é indicar sua limitação, e sim marcar sua orientação.

Assim, a “setinha” tem como função principal, indicar a orientação da reta numerada, marcando o sentido que é crescente, determinando a relação de ordem desse conjunto. Por exemplo, a reta numerada com apenas uma setinha, indicando a ordem crescente, concluímos que $-5 < -4$. Porém, utilizando ambos às setinhas (na

esquerda e na direita), considerando a reta na horizontal, a ordem poderá ficar confusa, levando-o o aluno a concluir que -5 poderia ser maior do que -4 .

É importante também que o professor não explore somente a reta numerada na posição horizontal, mas também na vertical ou em uma direção inclinada, para que o aluno possa interpretá-la em suas variadas formas, desde que o sentido esteja previamente definido.

A abordagem referente ao estudo da reta numérica, enfatizando a ordenação dos Números Inteiros, favorece a habilidade que o aluno deve adquirir para saber comparar elementos deste conjunto numérico. Nesta perspectiva, constitui como capacidade, segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018, p. 305): “Comparar e ordenar Números Inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam a adição e a subtração.”

Com uma abordagem adequada da reta numerada, fica fácil de concluir que:

1. Todo número inteiro positivo é sempre maior do que qualquer número inteiro negativo;
2. O zero é maior do que todo número inteiro negativo;
3. Todo número inteiro positivo é maior do que zero.

É notório a insegurança dos alunos em relação às regras das operações de adição e de multiplicação envolvendo números negativos. Essas dificuldades persistem até a etapa final do ensino básico, comprometendo a aprendizagem de conteúdos matemáticos, que têm o domínio dessas operações como pré-requisitos. Sem saber aplicá-las em situações distintas, pela não compreensão, os alunos passam a somente decorá-las imprecisamente e sem qualquer significado.

Todo professor já ouviu a clássica pergunta: “Menos com menos dá mais ou dá menos?” Da forma como muitas vezes são exploradas, fica restrita exclusivamente a um cálculo puramente mecânico. De tal forma que quando aprendem, ou melhor, decoram que menos com menos dá mais, logo em seguida questionam: sendo assim, então $-5 - 4$ é $+9$? Ou seja, a própria decoreba muitas vezes apresentada de forma inoportuna, fica bastante confusa.

Segundo Ripoll, Rangel e Giraldo (2016), para que isto não ocorra, é preciso que, antes de tudo, essas regras tenham significado para os alunos no sentido de relacionarem com as ideias conceituais das operações correspondentes. De nada adianta a memorização dessas regras, se não souberem utilizá-las nas operações para a resolução de problemas do cotidiano.

A compreensão que temos, por exemplo, ao somarmos números negativos resultando em um total também negativo, deve-se ao fato de percebermos o conjunto dos Números Inteiros como extensão do conjunto dos Números Naturais. Porém, essa percepção dos inteiros, tomando como referência os Naturais, não é suficiente na operação de todos os resultados obtidos. Significa dizer que fica inviável buscar um paralelo como as operações com números naturais, por exemplo, para o resultado do produto de $(-2) \cdot (-3)$.

De acordo com Ripoll; Rangel; Giraldo (2016, p.86-87):

A regra de sinais para a adição tradicionalmente enunciada e decorada na escola “se os sinais das parcelas são iguais, somam-se os valores absolutos e repete-se o sinal; se os sinais das parcelas são diferentes, subtrai-se o módulo menor do maior e repete-se o sinal do que tiver maior módulo” está correta, mas pouco contribui para dar algum significado à operação.

Segundo Neto e Victer (2013), a importância de uma abordagem diferenciada deve-se ao fato de os alunos enfrentarem diferenças de significados para os números negativos, utilizadas no cotidiano deles e os que são trabalhados no contexto escolar. É preciso mostrar essas diferenças de significados, apresentando para isso situações diversas:

Na rua encontramos sim, números negativos, temperaturas negativas e saldo bancários negativos, mas certamente não são os números negativos da escola. Temperaturas, por exemplo, não são jamais somadas (Qual o resultado de somar a temperatura de Fortaleza com a de São Paulo?), e menos ainda multiplicarmos os números negativos da rua (Três abaixo de zero vezes cinco abaixo de zero? Débito vezes débito?). Muitos de vocês podem estar pensando: “Mas temperaturas e dívidas são bons recursos didáticos...” Sugerimos que o leitor que achou estranho o que dissemos anteriormente pare e reflita: Quando usamos como recursos as dívidas, e queremos produzir significado para $(-3) \cdot (-5)$, não é verdade que o primeiro fator quer dizer “perder três vezes” e não “uma dívida de três”?... faz sentido multiplicar duas dívidas? (LINS; GIMENEZ apud NETO; VICTER, 2013, p. 8).

Neste contexto, sem sombra de dúvida, dentre as operações com Números Inteiros, a multiplicação de inteiros negativos e positivos é a que mais apresenta dificuldades pelos alunos para a sua compreensão. Dificuldades estas também compartilhadas pelo professor durante a sua abordagem. Para Kline (1976), associar as regras de multiplicação a situações concretas é uma forma importante para o convencimento dos alunos, no que diz respeito à utilidade e razoabilidade das definições referentes à multiplicação.

De acordo com Kline (1976, p.191):

Uma apresentação bem conhecida, baseada em ganhos e perdas, pode convencer os estudantes. Concordemos que, se um homem lida com dinheiro, um ganho será representado por um número positivo e a perda por um número negativo. Igualmente, o tempo no futuro será representado por um número positivo e no passado por um número negativo. Podemos agora usar números negativos para calcular o aumento ou diminuição na riqueza de um homem. Assim, se ele ganhar cinco dólares por dia, daí a três dias estará com quinze dólares. Em símbolos $(+5).(+3) = 15$. Se perde cinco dólares, então daí a três dias estará com uma perda de quinze dólares. Em símbolos $(-5).(+3) = -15$. Se ganha cinco dólares por dia, então três dias atrás estava quinze dólares mais pobre. Em símbolos $(+5).(-3) = -15$. Finalmente, se perde cinco dólares por dia, então três dias atrás estava quinze dólares mais rico. Em símbolos $(-5).(-3) = 15$.

Temos que garantir uma aprendizagem satisfatória, não somente do cálculo em si dessas operações, mas principalmente fazer com que os alunos saibam utilizá-las na resolução de problemas do dia a dia.

Geralmente se inicia o estudo das operações com Números Inteiros já reproduzindo com ênfase a memorização da regra de sinais. Uma abordagem totalmente tradicional, sem contextualização, aumentando ainda mais o distanciamento entre a matemática escolar e a cotidiana, mesmo presenciando, por exemplo, os números negativos em situações diversas.

Nessa reprodução de procedimentos mecânicos, fica incluso um desempenho insatisfatório do aluno, ao se deparar com contextos diferentes que requerem a utilização desse conhecimento. Daí, a importância de abordar atividades que levem os discentes a compreenderem o real fundamento das regras de sinais. Não que a regra de sinais não seja necessária, mas para a construção desse conhecimento

é fundamental uma visualização e/ou concretização do tema proposto, a fim de que atinja de fato a abstração da referida regra.

A seguir relatamos o estado da questão, com a finalidade de conhecermos trabalhos de outros pesquisadores sobre os Números Inteiros, para podermos melhor delimitar o objeto da nossa pesquisa.

2.4 ESTADO DA QUESTÃO

Diante dessa problemática, na abordagem do ensino dos Números Inteiros, procuramos investigar sobre essa temática, para que pudéssemos buscar um ensino eficaz referente ao conteúdo tão relevante.

Para desenvolvermos um trabalho de investigação científica, precisamos recorrer a uma revisão de literatura sobre o tema que queremos investigar, com a finalidade de verificar as estratégias e conclusões obtidas anteriormente por outros pesquisadores.

Dessa forma, tivemos condições para argumentar e apresentar nosso modo próprio de abordagem, elaborando uma proposta diferente a respeito da questão ou da problemática em foco. É importante termos em mente o que pretendemos atingir, diferenciando dos trabalhos já apresentados, como forma de darmos a nossa contribuição sobre o tema investigado (CARVALHO, 2013).

Segundo Nóbrega-Therrien e Therrien, citados por Carvalho (2013, p. 33-34):

...o estado da questão é uma maneira que o estudante/pesquisador pode utilizar para entender e conduzir o processo de elaboração de sua monografia, dissertação ou tese, ou seja, de produção científica, com relação ao desenvolvimento de seu tema, objeto de sua investigação. É um modo particular de entender, articular e apresentar determinadas questões mais diretamente ligadas ao tema ora em investigação.

Assim, para averiguarmos o “estado da questão” em relação à abordagem dos Números Inteiros, realizamos um levantamento bibliográfico seletivo para identificar, situar e definir o objeto de investigação, para podermos apresentar uma proposta diferente, que venha a contribuir para o ensino aprendizagem dos Números Inteiros. Tivemos como fontes de pesquisa dissertações e teses defendidas no período

de 2013 a 2017, cujo trabalho investigativo foi sobre o ensino desse conjunto numérico. Dentre as fontes consultadas, destacamos algumas, com seus resultados:

Danczuk (2016), na dissertação *“Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros”* traz uma diversificação na organização de tarefas sobre esse conteúdo, proporcionando aulas diferenciadas, se opondo ao modelo tradicional e possibilitando a aprendizagem por diferentes vias.

Na dissertação *“Números Inteiros: estratégias que visam facilitar a compreensão de conceitos e operações”*, Santos (2016) destaca a importância do professor reavaliar sua prática pedagógica, planejando aulas levando em consideração o nível de desenvolvimento dos alunos, assim como a utilização de materiais em contextos diversificados.

O trabalho desenvolvido por Simão (2016), cujo tema é, *“A fixação da aprendizagem dos números inteiros e suas operações na educação básica”*, traz um relato sobre a melhoria na aprendizagem do estudo dos Números Inteiros, ao aplicar atividades diferentes das que os alunos encontram com regularidade nas aulas tradicionais.

Pinto (2013), na dissertação *“Pentes de ovos, ovos e as quatro operações básicas da matemática com números inteiros”*, apresenta uma proposta metodológica com a utilização de materiais concretos, mais precisamente, pentes de ovos de galinha e bolinhas de pingue-pongue, em que enfatiza uma proposta metodológica de ensino e aprendizagem eficiente, contribuindo para o ensino das operações com Números Inteiros, através da manipulação desses materiais, compreendendo assim, como ocorre às operações nesse conjunto numérico.

Na dissertação *“Os números inteiros: construção histórica e as dificuldades atuais em sala de aula”*, Rios (2017) defende que a utilização da história da construção desses números, envolvendo sua aceitação e formalização nas aulas referentes ao estudo dos Números Inteiros, é uma proposta didática que contribui no processo ensino-aprendizagem desse conteúdo matemático.

O trabalho de Correia (2017), *“Uma intervenção no ensino de operações com Números Inteiros”*, conclui que as atividades desenvolvidas, como por exemplo, “O varal dos Números” e o jogo “Pokémon Go Matemático”, além de constatar uma maior

participação dos alunos, são capazes de sanar muitas das dificuldades em relação à compreensão e operacionalização no conjunto dos Números Inteiros.

Dessa forma, identificamos variadas estratégias metodológicas utilizadas por esses autores, porém não verificamos nenhuma que abordasse o estudo dos Números Inteiros tendo como foco a mediação do professor, o que fora identificado na metodologia de ensino Sequência Fedathi, justificando assim a sua utilização nesta pesquisa como abordagem teórica e propondo sua utilização em processos de ensino e de aprendizagem desse conjunto numérico. Essa metodologia, portanto, foi tomada como proposta para o desenvolvimento desse trabalho investigativo, como forma de contribuir para o estudo da problemática em questão, que será apresentada detalhadamente no capítulo seguinte.

3 APRESENTAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI

Nesse capítulo fazemos uma apresentação e caracterização da Sequência Fedathi, com o intuito de buscar uma melhor compreensão desta proposta pedagógica, enfatizando a sua vivência no Ensino da Matemática.

A Sequência Fedathi é de autoria do professor Hermínio Borges Neto, matemático e pesquisador da área de Educação Matemática, da Universidade Federal do Ceará (UFC). A denominação “Sequência Fedathi” teve como inspiração os nomes de seus três filhos : FELipe, DANiel e THlago (SOUZA, 2013).

Segundo Borges Neto (2013, p. 18):

A Sequência Fedathi propõe que ao deparar um problema novo, o aluno deve reproduzir os passos que um matemático realiza quando se debruça sobre seus ensaios: aborda os dados da questão, experimenta vários caminhos que possam levar a solução, analisa possíveis erros, busca conhecimentos para constituir a solução, testa os resultados para saber se errou, corrige-se e monta um modelo.

A Sequência Fedathi é uma proposta de ensino, composta por três níveis e quatro etapas, que se apresentam durante a sua execução, sequenciadas e interdependentes (SOUZA, 2017). A seguir descreveremos as características desses níveis e etapas.

3.1 NÍVEIS DA SEQUÊNCIA FEDATHI

A Sequência Fedathi, segundo Sousa (2017), está organizada em três níveis: *preparação*, momento quando o docente organiza a experimentação; *vivência*, fase da execução do plano, compreendendo quatro etapas: tomada de posição, maturação, solução e prova; e *análise*, constituindo a avaliação do trabalho do professor em sala de aula. Descreveremos agora cada nível e etapas que formam a referida sequência.

A *preparação* é o primeiro nível de desenvolvimento da Sequência Fedathi, tratando-se do planejamento de sua vivência, quando o professor se organiza no sentido material e intelectual para o cumprimento das etapas da aula.

Entende-se como organização no sentido material, a análise do ambiente onde a aula será realizada, determinando se será na própria sala ou em outro local, selecionando os recursos didáticos que serão utilizados como ferramentas, objetivando o aprimoramento das atividades desenvolvidas.

Essa análise permite ao professor direcionar seu plano de aula para um trabalho eficaz, pois o ajudará na decisão de onde partir e até onde pode chegar com as atividades pré-selecionadas para a aula.

Em relação à análise teórica, segundo Sousa (2015, p. 56-57):

Esta trata sobre o estudo do professor acerca do conteúdo/tema que será trabalhado, que deve levar em consideração alguns aspectos: a organização do próprio conteúdo que será ensinado, o *plateau* dos estudantes em relação ao conteúdo e o conhecimento do professor acerca desse conteúdo/tema a ser ensinado.

Na organização do tema de estudo que será explorado, o docente terá que levar em consideração o objetivo da aula, para que decida o conteúdo que será ensinado, assim como o material que servirá de apoio para a abordagem. Dentre alguns recursos que poderão ser utilizados, citamos, por exemplo, o livro didático, o paradidático e o jornal, dentre tantos outros.

Com o objetivo bem definido, é possível determinar o real propósito do ensino e da aprendizagem do conteúdo que será trabalhado, fazendo com que a partir dessa definição, sejam tomadas as próximas decisões referentes aos demais elementos presentes no planejamento da aula.

Definido o objetivo, teremos como fase seguinte a seleção do conteúdo que será abordado para alcançar o objetivo que foi previsto. Na escolha do conteúdo como forma de atingir o objetivo, não devemos levar em conta somente a associação do tema ao objetivo definido, mas também é fundamental enfatizarmos a análise teórica do tema a ser trabalhado.

A respeito desse tema, de acordo com Sousa (2015, p. 57):

Essa análise deve considerar o conhecimento dos estudantes sobre o tema. Cabe, pois, perguntar: *o que os alunos já sabem e precisam saber acerca desse tema ou conteúdo?* O estudo do professor em relação ao nível de conhecimento que os discentes já têm ou devem ter sobre o conteúdo a ser

ensinado é tratado na Sequência Fedathi como a base necessária, como o *plateau*. Essas informações permitem a ele saber se os alunos estão aptos ou se têm os pré-requisitos necessários ao estudo do conteúdo que pretende trabalhar.

Ainda, segundo Sousa (2015), a palavra *plateau*, na Sequência Fedathi, significa o nivelamento ou base de equilíbrio do aluno, ou seja, corresponde a identificar e trabalhar um determinado conteúdo que precise de um nivelamento, em que o domínio deste é pré-requisito necessário para aprendizagem do novo saber a ser ensinado pelo professor, possibilitando ao docente conhecer cognitivamente o aluno.

Na abordagem do conteúdo a ser trabalhado, o conhecimento do conteúdo pelo professor, assim como sua experiência, são fatores relevantes para a seleção da metodologia, das estratégias e dos recursos didáticos que serão utilizados.

A análise teórica permite ao professor fazer uma autoavaliação, para que identifique pontos em que precisa melhorar ou aperfeiçoar a sua prática, fugindo do comodismo e reconhecendo assim suas limitações acerca do conteúdo que vai lecionar, refletindo sobre a necessidade de um melhor conhecimento pedagógico necessário a sua organização didática.

Após as análises ambiente e teórica, fundamentais no momento da preparação da Sequência Fedathi, por exercerem a função diagnóstica, o professor inicia de fato a organização das etapas da Sequência Didática.

Inicialmente temos a elaboração do plano de aula, contendo elementos necessários para o desenvolvimento do que se pretende ensinar, evitando a improvisação de tarefas. Porém, dependendo do que for surgindo, não deve ser encarado como imutável, mas como algo flexível, passível de ajustes e complementações na organização didática.

Em relação à organização didática, conforme Sousa (2015, p. 60):

Importa frisar que a vivência da Sequência Fedathi não pode se resumir ao preenchimento de um formulário. Por isso, caso seja proposto, ele não deve ser usado como uma “camisa de força”, um modelo a ser preenchido e seguido. É mais importante a postura a assumir com novos procedimentos e atitudes. Nesse momento, as atitudes do professor na tomada de decisões tornam-se um fator determinante, para que ele saiba qual pergunta fazer ou como responder às perguntas dos alunos.

Enfim, o 1º nível da Sequência Fedathi, não é simplesmente o preenchimento de um plano ou formulário, como algo a ser preenchido ou seguido rigorosamente, mas estarmos cientes da postura que devemos assumir com novos procedimentos e atitudes.

Após a preparação, descrita anteriormente, temos em seguida o segundo nível da Sequência Fedathi, a *vivência*, constituindo-se no desenvolvimento/execução do plano de aula ou sessão didática. É na vivência que destacamos a execução das quatro etapas que compõem a metodologia da Sequência Fedathi, interdependentes e sequenciadas, quais são: tomada de posição, maturação, solução e prova. Ainda nesse capítulo descrevemos detalhadamente cada uma dessas etapas.

Após a execução dessas quatro etapas, passamos para o terceiro e último nível da Sequência Fedathi, denominado de *análise*, referindo-se à avaliação da aula/trabalho realizado pelo professor, tomando como referência os dois níveis anteriores, ou seja, a sua preparação e vivência.

Para auxiliar o professor na sua análise é preciso levar em conta algumas perguntas que, conforme Sousa (2015, p. 68):

[...] podem direcionar esse momento: como pode ser feita a preparação dessa aula? Ela trouxe os elementos necessários ao seu desenvolvimento? Como se deu a vivência dessa aula? O que foi preparado de para ser cumprido? Eu assumi uma postura mediadora? Utilizei perguntas como estratégias de mediação didática? De que forma as perguntas dos alunos influenciaram para a minha mudança de postura na sala de aula? Os objetivos definidos para essa aula foram alcançados? De que forma a Sequência Fedathi influenciou para a minha mudança de postura em sala de aula?

O nível em questão apresenta uma importância fundamental para que o professor avalie sua prática docente, servindo para a organização e desenvolvimento de outras aulas, visando o cumprimento do objetivo que fora planejado. Nessa análise ocorre a avaliação da aula pelo professor, incluindo sua prática/postura docente.

A seguir descrevemos cada etapa da Sequência Fedathi.

3.2 ETAPAS DA SEQUÊNCIA FEDATHI

Descrevemos agora, as etapas que constituem a *vivência* ou o 2º nível da Sequência Fedathi.

Na primeira etapa, *tomada de posição*, é apresentado para o aluno um problema que deverá ser explorado e abstraído do seu contexto particular, para mais adiante, apresentá-lo em um modelo matemático genérico. No entanto, o problema deve ser relativo a uma situação desafiadora que esteja no nível dos alunos.

Acerca da apresentação do problema, segundo Souza (2013), é fundamental a realização de um diagnóstico pelo professor, no sentido de identificar o que os estudantes já sabem, ou seja, os pré-requisitos que estes precisam ter, a fim de fazer a conexão com o novo saber ao qual pretende ensinar.

Para Souza (2013, p. 20):

O professor será um investigador de sua sala de aula, buscando reconhecer os pontos fortes e fracos de seus alunos. Neste sentido, destacamos que o diagnóstico pode ser realizado por meio de dois momentos, o primeiro em que o professor define quais conhecimentos prévios os alunos deveriam ter para apreensão do novo conhecimento, e o segundo, a realização da investigação junto aos alunos a fim de averiguar se os estudantes são detentores destes conceitos. Os resultados obtidos através do diagnóstico são determinantes para a organização e processamento das realizações didáticas do professor.

O diagnóstico exerce um papel relevante, pois a partir dele o professor fica consciente do nível de aprendizagem de seus alunos, passando a planejar de acordo com essa realidade. Ou seja, para o professor apresentar um novo conhecimento que será adquirido pelos alunos, antes de tudo deverá levar em consideração o que eles já sabem a respeito do assunto. Daí, a importância do planejamento, essencial no direcionamento e na gestão das aulas, buscando flexibilidade e adaptações sempre que forem necessárias.

É fundamental na elaboração da aula que o professor esteja consciente do nível de conhecimento dos alunos, ou seja, o *plateau*. A Sequência Fedathi denomina *plateau* o nível cognitivo do aluno, isto é, se este tem condições de assimilar o conteúdo a ser apresentado pelo professor. Enfim, é fundamental que o docente, na organização

de sua aula, leve em consideração os conhecimentos prévios do aluno que servirão como base para o entendimento do novo conteúdo a ser ensinado.

A respeito do *plateau*, segundo Bezerra (2018), o professor ao trabalhar um determinado conteúdo, não deverá buscar a igualdade do nível de conhecimento dos alunos, acelerando o ritmo dos mais “atrasados” ao ponto de acompanharem aqueles que dominam um pouco mais ou vice-versa, pois isto é inviável, pelo fato de a heterogeneidade ser característica presente em qualquer turma, além de necessária para o ensino.

Ainda, de acordo com Bezerra (2018), algumas estratégias são fundamentais para o *plateau*, como por exemplo, a elaboração de questionários formulados pelo professor, como forma de diagnosticar, revisão dos principais pontos a serem discutidos no conteúdo que será abordado, ou até mesmo, uma conversa informal entre docente e discentes.

Segundo Lorenzato (2008), identificar e considerar o conhecimento prévio do aluno permite que o professor, na sua prática pedagógica, evite cometer erros didáticos, como por exemplo, apresentar ou adiar o ensino de um conteúdo por julgá-lo complexo ou definitivamente acima das possibilidades e do nível de compreensão dos discentes. Percebe-se a importância de considerarmos os pré-requisitos necessários para o entendimento de um determinado assunto, no sentido de proporcionar um ensino tendo como partida o conhecimento inicial do aluno. Ou seja, para ensinar algo, precisamos levar em conta o que o aluno já sabe ou conhece, valorizando sua aprendizagem já adquirida, pela sua experiência de vida ou de estudos anteriores.

A etapa seguinte, denominada de *maturação*, corresponde ao momento em que o discente busca identificar e compreender as variáveis envolvidas na situação-problema proposta, traçando estratégias que o leve a uma solução. Nessa etapa destacamos as perguntas, tanto do professor como dos alunos. Ao se debruçarem sobre o problema, os alunos levantarão dúvidas, reflexões e hipóteses. Com isso é possível o professor identificar até que ponto esta compreensão vem sendo atingida, ou seja, tem um *feedback*, tão necessário para o professor.

As dúvidas são apresentadas pelos alunos, principalmente ao iniciarem a resolução do problema proposto, quando eles solicitam dicas ou uma ideia inicial ao

professor como forma para obtenção do resultado. A seguir, apresentamos alguns exemplos, pautados por Souza (2013):

- Professor, eu posso resolver utilizando somente o cálculo mental ou faço a aplicação da fórmula?
- Professor, o senhor poderia inicialmente resolver uma questão similar?
- Professor, o problema pode ser resolvido usando a semelhança de triângulos ou o senhor quer que faça aplicando o conteúdo estudado atualmente?

Essas são indagações bastante frequentes no momento em que os alunos são desafiados a resolver à situação problema. Porém segundo Borges Neto et al., citado por Souza (2013), diante dessas indagações o professor deve adotar a postura denominada pelo próprio autor, de mão-no-bolso. Nessa postura o professor não apresenta a resposta direta, mas os induz a pensar, a criar estratégias para apresentarem sua resposta.

O uso da expressão “mão-no-bolso”, segundo Santana (2018), é utilizada desde 1997, pelos bolsistas, professores e pesquisadores do Laboratório de Pesquisas da Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, a partir da realização de projetos que empregaram o computador e a internet. Eram projetos direcionados à manutenção e apoio pedagógico em Laboratório de Informática educativa nas escolas da rede municipal de Fortaleza.

Segundo Santana (2018), a postura mão-no-bolso, refere-se a atitude do professor, tendo como principal objetivo, propor ao docente e aos alunos que criem estratégias e hipóteses, raciocinem, pensem e realizem juntos uma educação que tenha como base a Sequência Fedathi. Na prática, é importante que o aluno pratique, ou seja, tente executar a atividade proposta, acompanhado atentamente pelo professor, que estará disposto a mediar sempre que for preciso.

Nesses projetos, os professores adotariam a postura mão-no-bolso, ou seja, procuravam não colocar as mãos sobre o mouse do computador, para que não realizassem nenhuma atividade pelo aluno, deixando este, criar suas próprias descobertas.

De acordo com Souza (2013), são exemplos de perguntas do professor ao assumir a postura mão-no-bolso:

- Conhece algum problema similar ao que está sendo apresentado?
- Quais informações podemos retirar desse gráfico?
- O que o problema está solicitando?

A reflexão dos alunos constitui o momento em que eles conseguem chegar a uma determinada resposta, porém sentem a necessidade de saber se a sua solução está correta, se de fato está de acordo com as condições impostas ou até mesmo se existem outras formas diferentes para resolver a situação-problema. Apresentamos a seguir exemplos baseados na ilustração de Souza (2013):

- Professor, a resposta que na qual apresentei, está correta?
- Professor, utilizei essa estratégia de resolução, pode ser assim?
- Professor, há outro caminho distinto do que apresentei, para obter a resposta?

Em relação às hipóteses, estas surgem na medida em que os alunos procuram estratégias para verificar se a resposta encontrada está ou não correta. Para isso realizam tentativas como forma de satisfazer ou não, através do resultado encontrado, as condições propostas no problema. A seguir, exemplificamos hipóteses, tendo como referências a proposta de Souza (2013):

- Professor, e agora com essa resposta encontrada, como faço para verificar sua veracidade?
- Professor substituí o valor da incógnita na equação e esta foi satisfeita. Então posso dizer que minha resolução está correta?
- Professor, calculei o coeficiente angular das retas dadas e percebi que são perpendiculares. Então, fiz corretamente, não é?

Porém, segundo ainda Souza (2013, p. 23): “os questionamentos também podem partir do professor por meio de perguntas estimuladoras, esclarecedoras e orientadoras”.

As perguntas estimuladoras são aquelas que incentivam o aluno a pensar de forma criativa, analisando a situação-problema com questionamentos, induzindo-os às descobertas. Os exemplos a seguir, referentes a perguntas estimuladoras, foram pautados nos exemplos utilizados por Souza (2013):

- Todo quadrado é um retângulo?
- O que o Teorema de Pitágoras realmente significa?

- Como podemos representar a planificação do cubo?

As perguntas esclarecedoras têm como objetivo proporcionar um *feedback* para o professor, pois através destas, o docente tem como verificar se o que está sendo apresentado por ele vem sendo ou não compreendido pelos alunos, a ponto de relacionar um conteúdo já abordado com o atual.

A seguir elaboramos perguntas esclarecedoras, baseadas na ilustração de Souza (2013):

- Vocês se recordam sobre o que diz a propriedade da divisão de potências de mesma base, estudadas no início do ano letivo?
- O que o problema pede? Qual a principal pergunta?
- Será que todo número primo é ímpar?

As perguntas orientadoras, cujo nome já indica, têm a função de dar um direcionamento, a fim de que o aluno seja capaz de fazer conexões entre a situação problema apresentada e o caminho a ser seguido até a solução.

A seguir, exemplificamos perguntas orientadoras, tendo como referências o trabalho de Souza (2013):

- Será que o problema proposto pode ser resolvido geometricamente?
- Será que se atribuirmos uma letra qualquer ao valor desconhecido, poderá facilitar a compreensão?

Segundo Sousa (2015), a pergunta é um fator fundamental para a mediação didática. Mas, para que o professor faça perguntas que ajudem o aluno a solucionar as situações propostas, é preciso ser um bom conhecedor, tanto do conteúdo que irá ensinar, como do nível de aprendizagem do seu aluno. É preciso que conheça para poder saber se posicionar perante as interrogações, dúvidas ou indiferença do discente.

Ainda, a respeito da mediação com o uso da pergunta, de acordo com Sousa (2015), no caso em que a interrogação é feita pelo aluno, o professor deve evitar respostas que se reduzam a uma única palavra, como por exemplo, respondendo somente com sim ou não. O docente deverá fazer perguntas que exijam deles respostas que também não sejam curtas, para que ele próprio faça uma melhor análise de suas certezas e dúvidas.

Segundo Soares e Nobre (2018), o docente, na metodologia Sequência Fedathi, assume o papel de mediador do ensino em sala de aula, se preocupa em provocar reflexões nos alunos durante e após a resolução das situações-problema. Neste caso, a pergunta representa elemento relevante na ação mediadora do professor.

Diferentemente da classificação de Souza (2013), em relação aos tipos de questionamentos, Sousa (2015) classifica-as em: pergunta de rotina; pergunta de investigação ou investigativa; pergunta diagnóstica; contraexemplo e pergunta de avaliação ou avaliativa. A seguir descrevemos cada tipo, segundo Sousa (2015).

A pergunta de rotina é aquela feita costumeiramente na sala de aula, como meio de orientação, de comunicação, de solicitação, enfim de interação entre professor e alunos, podendo tratar do conteúdo que será estudado, porém não de forma investigativa (Exemplo: “Vocês estão atentos à apresentação da solução do colega?” “Qual é a página do livro que trata sobre as propriedades da potenciação?”).

As perguntas investigativas ou de investigação têm a função de levar o aluno a raciocinar sobre o problema proposto, como forma de desafiá-lo, para que diante da sua compreensão busque a solução (Exemplo: “O que significa para vocês resolver uma equação?” “Por que é preciso calcular o raio dessa circunferência?”).

A pergunta diagnóstica tem a função de identificar o nível de conhecimento da turma. Através das respostas obtidas, o professor procura fazer um nivelamento para ter certeza de onde deve iniciar o ensino do conteúdo proposto (Exemplo: “O que vocês já sabem sobre probabilidade?” “O que significa probabilidade?”).

O contraexemplo se refere a uma pergunta ou atividade que apresenta um exemplo oposto ou uma situação que contradiz algo que o aluno tenha afirmado ou questionado, incitando-o a refletir sobre sua resposta na situação-problema proposta (“Ao determinar a potência $(2.3)^2$, vocês chegaram a conclusão $(2.3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$, dizendo que é válida não só para o produto, mas para qualquer operação. Então, verifiquem a conclusão obtida para o cálculo da potência: $(2 + 3)^2$).

Quanto à pergunta de avaliação ou avaliativa, o professor a utiliza como forma de verificar se o aluno está desenvolvendo satisfatoriamente o desafio proposto ou se aprendeu o que foi ensinado. Na sequência Fedathi, esse tipo de pergunta é feita normalmente nas etapas de solução e de prova, quando o docente constata as

estratégias utilizadas pelo discente para chegar à conclusão apresentada (Exemplo: “Qual linha de raciocínio você utilizou para chegar a esse resultado?”).

A pergunta avaliativa poderá também ser feita pelo professor no decorrer da aula, para observar o que o aluno está compreendendo ou quais dúvidas ainda persistem, com o intuito de este não ficar “travado” nos seus procedimentos (Exemplo: “De acordo com as medidas encontradas, esse triângulo é retângulo?” “Tem como verificar se um triângulo é retângulo, conhecendo apenas as medidas dos seus lados?”

Assim, a utilização de perguntas é um fator de suma importância para a metodologia de ensino Sequência Fedathi, consistindo como forma de mediação do professor interligando o conhecimento dos alunos ao conteúdo que pretende ensinar. Assim, estimula os alunos para que eles mesmos façam suas reflexões, criem estratégias e estabeleçam hipóteses na resolução das situações-problema propostas, visando se apropriarem do saber matemático a ser ensinado.

É importante ressaltar que a pergunta pode ser feita através de contraexemplos, que este significa apresentar um exemplo contrário ou uma situação que contradiz algo que um sujeito tenha afirmado ou questionado. Assim, no ambiente escolar, isso significa levar o aluno a refletir sobre suas afirmações diante de situações problemas para ele apresentadas.

O contraexemplo não é utilizado somente para contradizer o que o aluno apresentou ou afirmou, mas, também, pode ser utilizado como meio de confirmar a conclusão obtida pelo discente. Neste caso, tem a função de incentivá-lo a defender seus argumentos acerca da solução apresentada.

Ainda nesse contexto, há uma diferença entre a pergunta investigativa e o contraexemplo. Segundo Sousa (2015, p. 48):

A pergunta investigativa difere do contraexemplo quanto à sua intenção. A pergunta tem o propósito de fazer com que o aluno investigue sobre o problema apresentado, na busca de solução; o contraexemplo é apresentado ou proposto como o objetivo de levar o aluno a refletir, para que ele reveja sua solução, sua afirmação, negue ou confirme o resultado encontrado ou a afirmação que apresentara.

Na fase da maturação é imprescindível que o professor não forneça respostas prontas, intervindo somente no caso em que o aluno não esteja conseguindo

avançar. Pois o fornecimento dessas respostas induz o discente a reproduzir sempre as mesmas ideias apresentadas pelo professor, ignorando totalmente sua forma de pensar e de resolver situações.

Para ilustrar o que foi comentado anteriormente, a educadora norte-americana Helen E. Buckley nos conta uma história que retrata bem a situação, adaptada aqui, segundo Lorenzato (2008, p. 37):

Era uma vez um menino que gostava de desenhar. Um dia, sua professora disse que aquela aula seria de desenho. Ele ficou feliz e já ia começar a desenhar alguns bichos, quando a professor exclamou:

- Ainda não é hora de começar; vamos esperar que todos estejam prontos!

Quando os alunos estavam preparados para iniciar o desenho, ela explicou que todos deveriam desenhar flores.

Imediatamente o menino imaginou flores de diferentes tipos e cores que iria fazer, mas a professora falou:

Vou mostrar como se desenha uma flor.

Então, ela desenhou uma flor vermelha com caule verde e disse:

- Agora vocês podem copiar.

Dias mais tarde, a professora avisou que, naquela aula, os alunos iriam trabalhar com massa de modelar. O menino pensou em reproduzir alguns animais e brinquedos, mas a professora falou:

- Esperem, vou mostrar como se modela um prato fundo.

Assim, o menino aprendeu a fazer as coisas exatamente como a professora fazia, embora gostasse mais daquilo que ele criava.

Um dia, o menino e sua família mudaram-se para outra cidade. A partir de então, ele passou a frequentar outra escola. Logo no primeiro dia, a professora disse:

- Hoje, vamos fazer um desenho.

Então o menino esperou que a professora explicasse o quê, como e quando fazer, mas ela nada disse. Vendo que ele não desenhava, a professora veio até o menino e perguntou:

- Você não quer desenhar?

- Sim, ele disse, mas não sei o que devo desenhar.

- Faça o que quiser, disse a professora.

- Mas de que cor ?, perguntou o menino.

- Se todos o alunos fizerem o mesmo desenho e com as mesmas cores, não poderei saber qual o desenho de cada um, respondeu a professora.

Então, o menino desenhou uma flor vermelha com o caule verde.

A história nos mostra a facilidade de desrespeitarmos a individualidade de nossos alunos. Na nossa prática docente não nos damos conta que exigimos deles a reprodução fiel do que ensinamos, desconsiderando suas ideias, pensamentos e soluções. Para ilustrar, por exemplo, quando aos alunos são solicitados para desenharem um triângulo, é notório que a maioria deles, desenha o triângulo pedido, com três lados iguais e com base horizontal, como se existisse somente esse tipo de

triângulo. Ou seja, reproduzem exatamente o formato do triângulo que o professor costumeiramente desenha.

Percebemos que a fase da maturação requer tempo para discussões, levando em conta o ritmo na aprendizagem dos alunos de diferentes níveis. Enfim, não é um processo que deve ser explorado com rapidez. Essas discussões, por exemplo, não podem ser encaradas como perda de tempo ou atraso no programa determinado. Diferentemente do que costumeiramente percebemos nas escolas, onde há uma preocupação muito grande dos professores em cumprir todo o programa, independente da aprendizagem ou não dos alunos.

Nessa correria não sobra tempo para discussões que poderiam trazer momentos riquíssimos, bem mais proveitosos para a aprendizagem. O fato é que de nada adianta cumprir todo esse programa, desrespeitando os alunos com níveis bem diferentes de aprendizagem, no desenvolvimento das atividades propostas.

Dessa forma, livros são batidos de “capa a capa”, conforme costumam se expressarem, porém não há uma aprendizagem sólida, devido principalmente a essa dinâmica de não se levar em consideração a adequação do problema ao tempo.

Em suma, os questionamentos levantados pelos alunos nessa etapa, exercem um papel fundamental. Conforme Souza, citado por Lopes (2015, p. 29):

[...] o professor deve estar atento aos alunos, observando e acompanhando seus comportamentos, interesses, medos, atitudes, raciocínios, opiniões e estratégias aplicadas na análise e busca da solução da atividade, bem como suas interpretações e modos de pensar, a fim de perceber quando e como mediar o trabalho que os alunos estão desenvolvendo.

Assim, é fundamental o acompanhamento do professor durante todo o trabalho, ficando sempre atento ao comportamento dos alunos, para que a mediação seja realizada com êxito e no momento oportuno.

Ainda nesse contexto, importante reforçarmos, conforme Lorenzato (2008, p.16):

Mais do que deixarem os alunos falarem, é preciso saber ouvi-los. Durante as aulas, os alunos se exprimem através da fala, da escrita, do olhar, de gestos; eles apresentam perguntas ou soluções, cometem erros, mostram suas dificuldades, constroem raciocínios e, dessa forma, revelam seus vocabulários,

interpretações, sugestões, preferências, tendências, potencialidades, expectativas, insatisfações, temores, crenças e bloqueios. Cada revelação tem seu significado que nem sempre se apresenta de forma explícita. Merece nossa especial atenção o silêncio do aluno, uma vez que essa atitude pode significar mais que muitas palavras.

No entanto, escutá-los ou observá-los, ainda não é o bastante. Segundo Lorenzato (2008), o professor tem que auscultá-los, ou seja, analisar e interpretar os diferentes tipos de manifestações dos alunos, com a finalidade de obter dele uma visão geral.

Na terceira etapa, chamada de solução, os alunos deverão criar modelos que os ajudem a encontrar o que está sendo solicitado no problema. Não há um modelo padrão a ser organizado, podendo ser expresso em linguagem escrita, verbal ou matemática, com representações por meio de desenhos, gráficos ou esquemas. É uma etapa pedagógica riquíssima, pois nela acontecem discussões, opiniões e troca de ideias referentes aos modelos apresentados pelos alunos, tendo em vista que poderão surgir diferentes formas de compreender e representar um determinado problema matemático.

Cabe ao professor o papel de mediador, induzindo-os às discussões sobre as resoluções encontradas. Pois são nessas discussões que os alunos percebem possíveis falhas nos modelos propostos, bem como, dentre estes, os mais adequados. O professor deve também estimulá-los a realizarem verificações e contraexemplos perante os resultados encontrados, para que sintam segurança na solução por eles determinada (SOUZA, 2013). Enfim, é nessa etapa em que há as discussões entre professor e alunos acerca das várias soluções apresentadas, com o professor identificando erros e acertos, visando um direcionamento para a solução final.

Nessa fase as investigações são bem presentes e fundamentais. Porém, apesar das vantagens de utilizarmos a investigação em sala de aula, reconhecemos que ela pode se apresentar como um obstáculo para o professor, ao exigir um conhecimento mais apurado do conteúdo que pretende ensinar aos alunos. Também requer do docente um planejamento mais minucioso, expondo-o a situações inesperadas ou desconhecidas. Pois, na maioria das vezes, o professor já se encontra numa zona de conforto, recebendo programações e orientações pré-determinadas do próprio sistema educacional, tendo ele a função apenas de segui-las e reproduzi-las.

Vale lembrar que a ausência de questionamentos dos alunos deve-se também à própria atitude do professor, quando já direciona o que os discentes devem fazer e como fazer, não deixando margens para esclarecer quaisquer dúvidas ou sugestões.

De acordo com Lorenzato (2008, p. 72), experimentar é investigar. E acrescenta:

A experimentação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado, uma vez que ela realça o “porquê”, a explicação e, assim, valoriza a compreensão. Além disso, ela possibilita:

- a integração de diferentes assuntos;
- a redescoberta;
- a memorização de resultados;
- a aprendizagem de diferentes estratégias de resolução de problemas;
- a verificação de conjecturas ou de resultados.

Sem sombra de dúvidas, conforme mencionamos anteriormente, as discussões acerca de uma situação proposta, são momentos de grande valor no processo de ensino-aprendizagem. Mas, infelizmente, percebemos na maioria das vezes que essa valorização não acontece. As soluções apresentadas pelos alunos são julgadas simplesmente utilizando as expressões “está certo” ou “está errado”, sem nenhuma exploração sobre sua linha de raciocínio, bem como das estratégias utilizadas. Logo, não há valorização quanto à organização e apresentação dos modelos por eles criados, o que deveria ser diferente, pois as aulas constituem momentos ricos de dificuldades, conflitos, dúvidas, perguntas interessantes, atitudes, propostas e soluções muitas vezes inesperadas.

De acordo com Lorenzato (2008), a respeito da importância de interpretar as estratégias tomadas pelo aluno, quando este nos anos iniciais, ao resolver um problema, pergunta se deve efetuar uma soma ou subtração, isto significa que teve um ensino que privilegiou o resultado final, e não priorizou o processo para se chegar nesse resultado. Ou seja, nesse caso não foi dada a devida importância ao desenvolvimento das estratégias apresentadas por eles.

Nessa fase ocorre o apontamento, a discussão e a valorização dos possíveis erros, de modo a favorecer a aprendizagem. De acordo com Lorenzato (2008), compete ao professor uma constante atenção aos erros apresentados, a fim de identificar suas

principais causas. É fundamental dialogar com os discentes, para que exponham suas ideias e estratégias, para que o professor proponha para eles, a partir dessas informações, situações em que percebam, por exemplo, a incoerência de suas respostas.

Mas ainda há na etapa da solução uma competência extremamente importante, conhecida por competência didático-matemática, referindo-se à atuação do professor na interpretação e discussão do que foi apresentado pelos alunos.

Segundo Souza (2013, p.32):

A competência-didático matemática, é neste contexto, definida como o conjunto dos conhecimentos matemáticos e didáticos incorporados pelo professor e sua habilidade em acioná-los de forma conjunta durante as etapas do ensino, de modo a atingir os objetivos previamente definidos, em relação aos saberes matemáticos a serem construídos pelos alunos.

Portanto, é fundamental uma sólida formação inicial e continuada do professor, não somente referente ao domínio dos conceitos matemáticos, ou seja, do próprio conteúdo, mas também é imprescindível o domínio do docente sobre Didática Geral e Didática da Matemática, para que se tenha competência necessária, no sentido de intervir nessas representações, seja corrigindo-as ou aperfeiçoando-as, com a finalidade de buscar um novo saber.

Segundo Lorenzato (2008, p.3):

Reconhecemos que o educando tem o direito de receber do professor um correto conteúdo tratado com clareza, e, para que isso possa acontecer, é fundamental que o professor conheça a matemática e sua didática. Poderia um professor que não conhece matemática sentir a beleza dessa disciplina? Poderia ele sentir o prazer de ensiná-la? Conseguiria dar aulas com paixão e deslumbrar seus alunos?

Na etapa descrita anteriormente, denominada de solução, houve as discussões e apresentações dos resultados encontrados pelos alunos, referentes às situações-problemas propostas pelo professor. Logo após, inicia-se a *prova*, constituindo a quarta e última fase da Sequência Fedathi. Nesse momento, o professor apresentará a solução correta do problema proposto, fazendo uma conexão com o conhecimento que planejou ensinar. Para Souza (2013), a solução correta exibida pelo

professor constitui o modelo geral do conhecimento em questão. Modelo este que será aplicado em outras situações-problemas, não se limitando apenas a situação proposta, mas procurando a devida generalização. Assim, a quarta e última etapa da Sequência Fedathi, representa a formalização de resultados, matematicamente, a realização de generalizações e as exposições das definições formais ou dos teoremas.

De acordo com Souza (2013, p. 33 - 34):

Podemos dizer que o modelo geral refere-se ao conceito final, representação genérica ou fórmula a ser apreendido pelo aluno, a qual será um objeto de conhecimento tanto para a resolução do problema em questão, como para sua aplicação na resolução de outras situações-problema.

Normalmente não é levado em consideração o nível cognitivo do aluno (*plateau*), nem tampouco o tempo destinado para que este possa pensar sobre a situação-problema, pois comumente o professor já direciona a resolução, indicando diretamente a resposta, não adotando, assim, a postura mão-no-bolso, enfatizada na metodologia de ensino Sequência Fedathi.

Em geral, no ensino de Matemática, segundo Santos (2018), as etapas maturação e solução, são omitidas em sala, sendo valorizadas apenas, pelo docente, a tomada de posição e a prova. Segundo, a mesma autora, esse salto entre os extremos, causa problemas de aprendizagem no desenvolvimento matemático do discente, pois é justamente nessas etapas omissas, que o aluno levanta hipóteses, cria estratégias, verifica respostas, fazendo e refazendo o problema, com a finalidade de apresentar a solução, atitudes tão comuns de um matemático.

Finalmente, para que o professor verifique se houve de fato a compreensão do modelo geral apresentado, será feita nessa última etapa uma avaliação do trabalho realizado. Conforme foi dito anteriormente, essa fase compõe o 3º nível da Sequência Fedathi, denominada de *análise*. Essa análise não se restringe somente a uma avaliação do que os alunos aprenderam ou não, mas da autoavaliação do professor sobre sua prática, sua atuação, sua postura em sala de aula, com vistas ao desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

A seguir, destacamos os objetivos, aspectos fundamentais e aplicações da Sequência Fedathi.

3.3 OBJETIVOS E FUNÇÕES DE PROFESSORES E ALUNOS NA VIVÊNCIA DA SEQUÊNCIA FEDATHI

Assim como toda metodologia de ensino, a Sequência Fedathi também tem seus objetivos bem definidos. Segundo Souza (2013, p. 40-41), são esses seus objetivos:

- Apresentar um modelo de ensino, que inclua a investigação científica como uma das etapas na elaboração do conhecimento;
- Oferecer elementos que contribuam para as ações e intervenções do professor no processo de ensino da Matemática;
- Levar o professor a conduzir de maneira didática e eficaz a sua prática;
- Propiciar a participação ativa do aluno durante todo o processo de ensino;
- Contribuir para o desenvolvimento da autonomia do estudante durante a aprendizagem;
- Possibilitar aos alunos ampliarem sua rede de conhecimento pelas interações com o grupo e o professor;
- Contribuir com o desenvolvimento e aperfeiçoamento de métodos e técnicas de ensino e da pesquisa da Matemática e áreas afins.

Com os objetivos anteriores definidos, para que a Sequência Fedathi seja vivenciada de forma eficaz, é importante levar em consideração a execução e vivência de aspectos fundamentais pelo professor e pelos alunos.

Ainda de acordo com Souza (2013, p. 40-41) são tarefas do docente e do discente na vivência da Sequência Fedathi:

Pelo professor:

- Sequência das etapas
- Planejamento
- Diagnóstico
- Interação
- Experimentação
- Generalização
- Avaliação

Pelo aluno:

- Atividades
- Participação
- Interação
- Questionamentos
- Experimentação
- Aquisição do novo saber.

Dessa forma, a metodologia de ensino sequência Fedathi foi criada com a finalidade de melhorar o ensino de Matemática, porém devido à ausência de teorias que contribuam para o ensino e aprendizagem das demais disciplinas, professores e pesquisadores destas vêm demonstrando também interesse em estudá-la e utilizá-la (SOUZA, 2013).

Atualmente verificamos vários trabalhos, como teses e dissertações, as quais utilizaram a Sequência Fedathi, contribuindo positivamente para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e de outras áreas/disciplinas, como: Física, Química, Educação a Distância e Informática Educativa.

A Sequência Fedathi vem como proposta metodológica contrária ao ensino tradicional, em que o professor é o único detentor do conhecimento, apresentando aulas puramente expositivas, repassando todo o conteúdo, referente ao novo saber, com participação mínima ou praticamente nula do aluno. O discente não é um sujeito ativo no desenvolvimento de sua aprendizagem, pois no modelo tradicional de ensino é retirada toda e qualquer participação e contribuição dele. Não expõem suas dúvidas, dificuldades, reflexões e hipóteses, as quais poderiam ser bastante significativas para todos os agentes envolvidos, em relação aos conteúdos estudados.

Enfim, as aulas giram em torno da figura do professor, prevalecendo o que se chama de modelo de comunicação unilateral, pois é sempre do professor para os alunos. Fazendo um breve paralelo com as etapas da Sequência Fedathi, observa-se que o ensino tradicional, enfatiza somente duas dessas etapas, que no caso, são a tomada de posição e a prova, ou seja, se concentra no resultado final e não no percurso traçado pelo aluno para atingi-lo (SOUZA, 2013, p. 36).

Na metodologia da S-sequência Fedathi dar-se ênfase aos momentos de discussões, como elaborações e apresentações de modelos dos alunos, na busca do desenvolvimento das suas capacidades de interpretação, criticidade e deduções. Essa metodologia contrapõe-se à prática tradicional, em que a função do professor tem como ênfase o repasse de informações com quase ou nenhum questionamento, devendo o aluno memorizá-las para serem reproduzidas exclusivamente nas provas escritas ou orais, em que estas constituem o único meio escolhido para efetivar a referida avaliação da aprendizagem.

Segundo Souza (2013), a Sequência Fedathi desmistifica a ideia pensada pelos alunos de que os professores de Matemática têm uma inteligência incomum e um nível de conhecimento inalcançável pelos alunos. E para reforçar ainda mais esse pensamento, o professor de Matemática, na maioria das vezes, durante a sua fala, deixa transparecer que realmente a Matemática é para poucos, ou seja, há os selecionados para o domínio da mesma. Esse discurso agrava ainda mais a aprendizagem dessa disciplina, cujo prejuízo poderá ser perpetuado durante toda a vida do estudante. Nesse sentido, a Sequência Fedathi se diferencia de forma positiva do ensino tradicional, pois visa à valorização igualitária das ações do professor e do aluno.

Para Souza (2013), devido a uma formação inadequada, o professor não exerce sua importante contribuição para o crescimento do aluno. Assim, atribui a culpa dos péssimos resultados apenas ao próprio discente, justificando que este não estuda o suficiente para o seu desenvolvimento. Além de reclamações apresentadas por eles como indisciplina, falta de participação da família, escolas sucateadas, salários baixos, dentre outros. Obviamente, cada um desses fatores contribui negativamente, porém não são os principais vilões.

A competência do professor nos processos de ensino e de aprendizagem constitui de forma bem mais influente e decisiva na determinação dos resultados. Com esse discurso, o professor se isenta de qualquer responsabilidade atribuída a ele, servindo assim de proteção para seus medos e dificuldades. Em vez de procurar o culpado ou julgar apenas o próprio aluno, o professor deve fazer uma autoavaliação, no sentido de identificar em que pontos pode se corrigir ou aperfeiçoar sua prática. Atitude assim faria com que ambos, aluno e professor, ganhassem nos processos de ensino e de aprendizagem.

No capítulo seguinte descrevemos sessões didáticas cuja abordagem será voltada para a vivência da Sequência Fedathi no ensino dos Números Inteiros.

4 PROPOSTA DE ORGANIZAÇÃO DE SESSÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS POR MEIO DA SEQUÊNCIA FEDATHI

Neste Capítulo, tratamos inicialmente sobre os procedimentos metodológicos utilizados na realização deste trabalho e depois apresentamos a proposta de organização de uma sessão didática com o uso da Sequência Fedathi como Metodologia de Ensino.

4.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Para a realização da pesquisa que resultou neste trabalho, utilizamos como metodologia os princípios da pesquisa qualitativa (BOGDAN e BIKLEN, 1999); do tipo bibliográfica (FIORENTINI; LORENZATO, 2007), identificando livros e outras produções científicas acerca dos Números Inteiros e da Sequência Fedathi, nossos principais temas de estudo; e explicativa, na busca de esclarecer que fatores podem contribuir para a explicação de um fenômeno, de uma situação (COSTA; COSTA, 2004), no caso o ensino dos Números Inteiros de forma investigativa e compreensiva.

Para tanto, fizemos inicialmente uma pesquisa bibliográfica com o intuito de aprofundar nossos conhecimentos acerca dos Números Inteiros, as dificuldades enfrentadas no seu ensino, bem como saber sobre que pesquisas foram feitas nos últimos anos, no sentido de buscar a superação dessas dificuldades.

A atividade seguinte consistiu na preparação de sessões didáticas para o ensino dos Números Inteiros com o uso da Sequência Fedathi, metodologia que também pode ser utilizada no planejamento de aulas com outros conteúdos de Matemática.

4.2 SESSÃO DIDÁTICA: INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS NÚMEROS INTEIROS

Tratamos aqui sobre sugestões de sessões didáticas voltadas para o ensino dos Números Inteiros, com ênfase na realização de um trabalho investigativo, por meio da mediação do professor. Nessa perspectiva, levamos em consideração, indagações do tipo: “Como organizar este trabalho pautado na discussão e na investigação?” “Que

etapas percorrer?” “O que se pode esperar do desempenho dos discentes?” “Qual será o papel do professor?”

Assim, expomos e tecemos comentários sobre a sessão didática que corresponde ao 1º Apêndice deste trabalho (APÊNDICE A)¹, procurando explorar o estudo dos Números Inteiros, a partir da inclusão, aceitação e comparação dos números negativos. Essa sessão didática e as demais que constam neste trabalho foram estruturadas conforme a proposta de Sousa (2015) em seu trabalho de doutorado.

O momento a seguir corresponde à *preparação*, considerado o 1º nível da Sequência Fedathi, quando apresentamos a organização da experimentação dessa metodologia, referente ao planejamento de sua vivência, em que se planeja tanto no sentido material como no intelectual todo o desenvolvimento das etapas da aula.

Nesta sessão didática, a preparação compreenderá os seguintes itens: Identificação, especificando o nome da instituição, professor, nível/modalidade de ensino, disciplina, turma, data e tempo didático; objetivos gerais e específicos; conteúdo/tema; conhecimentos prévios/pré-requisitos dos alunos; comportamentos esperados dos alunos; necessidades do professor; ambiente e preparação do ambiente.

IDENTIFICAÇÃO

- INSTITUIÇÃO: (Nome da Escola)
- PROFESSOR: (Nome do Professor)
- NÍVEL / MODALIDADE DE ENSINO: Ensino Fundamental
- DISCIPLINA: Matemática
- TURMA: 7º ANO
- DATA: 17/03/2018
- TEMPO DIDÁTICO: 1h 40min

Nessa primeira parte, correspondente à identificação e análise do ambiente, realizamos o reconhecimento do espaço em que será vivenciada a metodologia de ensino Sequência Fedathi, destacamos o nome da instituição em que a aula será ministrada; o nome do professor que irá ministrar a aula; o nível/modalidade de ensino

¹ Neste relatório apresentamos três sugestões de sessões didáticas, que constam como Apêndices A, B e C. Neste Capítulo descremos e comentamos apenas a primeira sessão didática (APÊNDICE A)

para o/a qual a aula será planejada; o nome da disciplina referente à aula preparada; a turma em que a aula será ministrada; a data em que ocorrerá a aula e tempo didático, ou seja, o tempo da aula, em horas e/ou minutos.

Tendo os Números Inteiros como conteúdo a ser estudado, traçamos a seguir os objetivos gerais que pretendemos alcançar a respeito deste tema.

OBJETIVOSGERAIS:

- Reconhecer a insuficiência dos Números Naturais na resolução de algumas situações-problema, compreendendo o conjunto dos Números Inteiros como ampliação dos Números Naturais, a partir da inclusão dos números negativos.
- Dar significado aos números negativos através de situações do cotidiano do aluno;
- Reconhecer o papel fundamental da reta numerada para a conceituação, o ensino e a compreensão dos Números Inteiros.

Destacamos, também, os objetivos específicos, apresentando os resultados que pretendemos alcançar de forma mais detalhada, relacionando mais profundamente o objeto de ensino e suas particularidades.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Ampliar o conceito dos números naturais;
- Reconhecer a necessidade do surgimento de um conjunto numérico, para representar diversas situações do cotidiano em que os naturais são insuficientes;
- Construir o conjunto dos Números Inteiros, a partir da ampliação dos Números Naturais.
- Identificar e registrar números negativos;
- Comparar os Números Inteiros e representá-los na reta numérica;
- Reconhecer a ordenação dos inteiros mediante a reta orientada;
- Compreender a ressignificação do zero, não apenas como ausência de quantidades, mas também passando a ser compreendido como um referencial, separando os números inteiros positivos dos negativos.

Os objetivos se referem às metas que se pretende alcançar, orientando o professor a escolher o conteúdo da aula, a estratégia de ensino e o processo de avaliação. Nesta aula, estabelecemos como metas a compreensão e o reconhecimento de situações-problema em que o conjunto dos Números Naturais se mostra insuficiente

para representá-las. Assim, nessa perspectiva, o ensino dos Números Inteiros é o conteúdo que vem ao encontro dos objetivos que foram traçados.

A partir dos objetivos listados, fomos orientados a escolher o conteúdo que deve ser trabalhado para que estes sejam atingidos.

<u>CONTEÚDO/TEMA:</u> Números Inteiros
--

Com base nos objetivos, definidos anteriormente, escolhemos o conteúdo Números Inteiros, para que possamos atingir as metas estabelecidas.

Para um melhor desenvolvimento das atividades, será necessário identificarmos o que a turma conhece sobre o tema proposto, a fim de sabermos o ponto de partida do processo de ensino-aprendizagem na abordagem dos Números Inteiros. Assim, levaremos em consideração os conhecimentos prévios ou pré-requisitos dos alunos necessários para que isso ocorra.

<u>CONHECIMENTOS PRÉVIOS / PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS:</u>
--

- Conhecimento das quatro operações básicas envolvendo os números naturais;
- Compreender o real significado de um saldo positivo e de um saldo negativo;
- Distinguir a representação dos números positivos dos números negativos.

Em relação aos conhecimentos prévios, iniciaremos a abordagem do conteúdo identificando o que a turma efetivamente conhece sobre o que será tratado. Nas atividades propostas para essa aula, é fundamental verificarmos previamente se os estudantes sabem efetuar corretamente as quatro operações básicas com os números naturais, pois o domínio destas será imprescindível para a compreensão do que pretendemos ensinar.

Precisamos também identificar o que os alunos sabem a respeito do significado de um saldo positivo e de um saldo negativo, pedindo para eles, por exemplo, apresentarem situações do cotidiano em que utilizamos tais conceitos. Após serem apontados alguns exemplos pelos discentes, podemos questionar como os

saldos são representados na linguagem matemática, identificando assim, se são capazes de distinguir os números positivos dos negativos.

É importante que o docente possa prever possíveis dificuldades ou comportamentos dos discentes, ao abordar o estudo dos Números Inteiros, dentre os quais mencionamos a seguir.

COMPORTAMENTOS ESPERADOS DOS ALUNOS:

Algumas dificuldades que poderão surgir na abordagem da situação-problema como atividade introdutória referente aos números negativos:

- Não compreensão da situação-problema proposta pelo professor;
- Não operar corretamente com os números naturais;
- Na possibilidade de determinar um resultado para o cálculo de uma expressão do tipo $a - b$, sendo a e b números naturais, com $b > a$;
- Em realizar o cálculo do saldo de gols, quando o número de gols sofridos for superior ao número de gols marcados;
- Na comparação do saldo de gols entre as equipes, para que possa listar a classificação final;
- Na interpretação de um saldo negativo e de um saldo positivo.

Na exploração das duas atividades propostas, o professor levará em consideração algumas dificuldades que possivelmente o aluno terá, como por exemplo, na própria compreensão da situação-problema. Percebe-se normalmente, que não conseguem interpretar corretamente o que acabaram de ler.

Outra dificuldade é quando se depararem com o cálculo da nota final da aluna Diana (Atividade 1), conforme veremos adiante, quando será necessário calcular o valor da expressão: $2 \times 2 - 5 \times 1$. Nesta, o discente encontrará a subtração $(4 - 5)$ que, provavelmente, será julgada por ele como impossível de ser realizada, tendo em vista que para efetuarmos uma subtração no conjunto dos Números Naturais, o minuendo deverá ser necessariamente maior que ou igual ao subtraendo.

A atividade 2, apresentará um obstáculo epistemológico quanto à comparação de Números Inteiros, mais precisamente entre os números negativos, constituindo uma dificuldade dos alunos que é esperada. Certamente eles sabem comparar números naturais sem qualquer dificuldade, porém não terão a mesma facilidade para comparar, por exemplo, -4 e -6 , pelo fato de não podermos transpor a ideia, presente nos números naturais, para os Números Inteiros.

Portanto, tendo dúvidas quanto à comparação mencionada anteriormente, apresentarão dificuldades na listagem da classificação final das equipes do problema proposto.

O professor ao elaborar as perguntas como estratégias de mediação terá que levar em conta estas dificuldades que, possivelmente, serão apresentadas pelos discentes, com a finalidade de prepará-los para a aprendizagem do novo saber a ser ensinado.

Além de levarmos em conta o comportamento esperado pelos alunos, é fundamental que o docente se aproprie tanto da metodologia aplicada como do conteúdo em questão, no sentido de identificar suas próprias necessidades.

NECESSIDADES DO PROFESSOR:

- Apropriação acerca dos princípios, níveis e etapas da Sequência Fedathi;
- Organização quanto ao uso de perguntas e/ou contraexemplos como forma de mediação;
- Não fornecer respostas prontas, ou seja, adotar a postura “mão-no-bolso”;
- Elaborar situações-problema do cotidiano que explorem a ideia dos números negativos.
- Domínio do conteúdo científico e de uma boa formação didático-pedagógica.

Como pretendemos abordar o ensino dos Números Inteiros na vivência da metodologia da Sequência Fedathi, é de fundamental importância que o professor se aproprie desta como um todo, acerca dos seus níveis e etapas.

O docente terá um papel de mediador, utilizando-se de perguntas e/ou contraexemplos para dúvidas e afirmações dos discentes. Assim, é preciso que o professor se organize quanto a esta função, colocando-se na posição do aluno, procurando prever possíveis dificuldades a respeito do tema, com a finalidade de realizar uma mediação satisfatória e oportuna para a aprendizagem.

Na exploração de situações-problema direcionadas para o estudo dos números negativos, estas serão apresentadas pelo professor de forma diversificada, para que os alunos compreendam a ideia principal desses números, nos mais variados contextos.

No momento em que os alunos estiverem debruçados na resolução do problema, o professor irá adotar a postura mão-no-bolso, ou seja, não fornecerá nenhuma resposta pronta, mas fará perguntas e/ou contraexemplos, para que os discentes tirem conclusões a respeito do que está sendo investigado e criem estratégias para obter as soluções.

Portanto, como toda metodologia de ensino, é de nossa responsabilidade, estarmos bem preparados para propiciar, nesta aula especificamente, a aprendizagem dos Números Inteiros, o que exige não somente o domínio deste conteúdo, mas também uma boa formação didático-pedagógica.

Na organização da aula, é preciso determinar o ambiente em que esta ocorrerá, como sendo um local propício para a execução do planejamento.

AMBIENTE:
Sala de aula.

O ambiente escolhido para o desenvolvimento das atividades poderá ser a sala de aula, a quadra, o laboratório, enfim, qualquer espaço que o professor julgue como adequado para o favorecimento do processo de ensino-aprendizagem. Para a vivência em questão, o ambiente será a própria sala de aula.

Após a determinação do ambiente, faremos a seguir, a preparação deste, organizando todo o material que será utilizado na sessão didática.

PREPARAÇÃO DO AMBIENTE:
A turma será dividida em equipes de quatro componentes para resolver a situação-problema proposta pelo professor e disponibilizada em folhas que serão entregue para cada aluno. Os recursos que serão utilizados: folhas contendo as situações propostas para resolução, lápis, caneta, marcadores para quadro branco, régua, folhas de papel milimetrado, *notebook* e data show.

O professor irá preparar todo o ambiente para a realização das atividades, listando, para isso, os recursos materiais que serão utilizados, no intuito de não esquecê-los durante o desenvolvimento da aula, para que esta não seja interrompida ou prejudicada pela ausência de algum recurso.

Nesta aula, precisaremos dos seguintes materiais: folhas (contendo as atividades propostas para resolução, como forma de introduzir as discussões sobre os Números Inteiros); *notebook* e data show (para mostrarmos ilustrações de situações do cotidiano em que se utilizam a reta numérica, por exemplo, nos termômetros); lápis, caneta, régua e folhas de papel milimetrado (pois haverá o momento em que os alunos construirão com estes materiais, modelos de retas numéricas); marcadores para quadro branco em que o professor utilizará para destacar observações importantes ou para fazer esclarecimentos durante a exposição das gravuras e também ao auxiliar os discentes nas construções das retas numeradas, enfatizando passo a passo.

A partir de agora temos a *vivência*, que corresponde o 2º nível da Sequência Fedathi, constituindo a fase da execução do plano e compreendendo as quatro etapas (*tomada de posição, maturação, solução e prova*). Descreveremos, a seguir, cada uma destas etapas com suas particularidades e características interdependentes.

Explicitamos inicialmente o acordo didático, descrevendo como a atividade será desenvolvida e as regras que deverão ser cumpridas para o seu desenvolvimento.

TOMADA DE POSIÇÃO / APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:

Acordo Didático:

- As equipes serão formadas por quatro componentes de forma voluntária para a discussão e resolução da situação-problema proposta pelo professor;
- Conversa com a turma sobre a necessidade da participação de todos na discussão;
- Durante a resolução da atividade não deve haver interação entre os grupos;
- Depois que cada equipe concluir a sua resolução, será feita a apresentação dos resultados;
- Será selecionado um representante de cada grupo para apresentar os resultados encontrados na equipe;
- No momento em que o representante estiver apresentando, os demais componentes da equipe poderão complementar a sua fala;
- O trabalho em equipe será realizado no tempo de 30 minutos;
- O professor ficará acompanhando e mediando o trabalho com a utilização de perguntas;
- Expectativas do professor: a participação ativa dos alunos nas atividades, mantendo respeito e cumprimento daquilo que lhe foi proposto;
- O que os alunos podem esperar do professor: acompanhamento atento às estratégias apresentadas por eles durante a resolução da atividade,

auxiliando-os com esclarecimentos sobre as dúvidas que forem surgindo, para que consigam desenvolver a tarefa e chegar à solução, possibilitando a aprendizagem.

Nesse momento, o professor irá esclarecer sobre o acordo didático, descrevendo a maneira como a atividade será desenvolvida e as regras que serão estabelecidas entre professor e alunos, visando para cada uma das partes envolvidas uma relação produtiva e harmoniosa.

Segundo Borges Neto (2013, p. 20), “antes de apresentar o problema, o docente há de realizar um diagnóstico acerca dos pré-requisitos que os alunos necessitam ter referente ao saber que se pretende ensinar”. Portanto, nessa perspectiva será aplicada uma avaliação diagnóstica voltada para as operações básicas com os números naturais, para se observar possíveis dificuldades de aprendizagem a respeito destas (APÊNDICE D).

Caso essas dificuldades sejam constatadas, o docente buscará inicialmente um nivelamento da turma, explorando atividades práticas diversificadas que abordem a adição e a subtração de números naturais, com o intuito de fazer o discente adquirir conhecimentos básicos necessários para a aprendizagem das operações no conjunto dos Números Inteiros.

Em seguida, faremos a *apresentação do problema/tomada de posição*, ou seja, a 1ª etapa da Sequência Fedathi, composto por duas atividades, sendo que em ambas, abordaremos os números negativos, destacando sua aceitação e comparação, respectivamente.

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:

ATIVIDADE 1: Um professor de Matemática resolveu calcular a nota final da prova de cada aluno, de acordo com os seguintes critérios:- Para cada questão correta, o aluno ganha dois pontos;- Para cada questão errada, o aluno perde um ponto;- Para cada questão não respondida, o aluno não ganha e nem perde ponto. Temos abaixo o desempenho de quatro alunos dessa turma, com seus respectivos número de acertos e erros. Registre ao lado a nota final de cada um deles:

1. André: acertou 7 questões e errou 5	NOTA:
2. Bianca: acertou 9 questões e errou 3	NOTA:
3. César: acertou 8 questões e errou 4	NOTA:
4. Diana: acertou 2 questões e errou 5	NOTA:

ATIVIDADE 2: Numa determinada região ocorreu uma competição de futebol, em que a equipe vitoriosa foi a que obteve o maior saldo de gols. Denomina-se saldo de gols a diferença entre o número de gols marcados (gols pró) e o número de gols sofridos (gols contra). Observe o quadro abaixo e preencha com o saldo de gols de cada equipe:

TORNEIO DE FUTEBOL			
EQUIPE	GP	GC	SG
A	8	5	
B	9	3	
C	2	10	
D	9	14	
E	10	12	
F	12	2	
G	11	3	

GP: Gols Pró

GC: Gols Contra

SG: Saldo Gols

a) Qual equipe venceu o torneio?

b) Organize o resultado do torneio de forma ordenada do 1º ao 7º lugar, tomando como único critério classificatório, o saldo de gols (classificação final):

1º lugar:

2º lugar:

3º lugar:

4º lugar:

5º lugar:

6º lugar:

7º lugar:

Nessa etapa, apresentamos as duas atividades, mencionadas anteriormente, a respeito da temática dos Números Inteiros.

Na atividade 1, propomos uma situação-problema envolvendo o cálculo das notas finais de quatro alunos de uma turma, baseado em critérios determinados pelo professor. Porém, temos a intenção de provocar nos discentes uma postura desafiadora e investigativa em relação à nota da aluna Diana, quando esta tem o número de acertos inferior ao número de erros, ocasionando uma subtração até então, para eles, inexistente.

A atividade tem como propósito, mostrar a insuficiência dos números naturais para representar algumas situações do cotidiano, sendo necessário para isto o surgimento de outro conjunto numérico, a partir da inclusão dos números negativos.

Em relação à atividade 2, levamos em consideração o conhecimento prévio dos alunos sobre o saldo de gols de uma equipe de futebol, tendo em vista que eles chegam à etapa de estudo dos Números Inteiros, no contexto da escola básica, já tendo algum contato com os números negativos em situações reais, como por exemplo, em saldo de gols num campeonato de futebol ou no registro de temperaturas.

Na escolha da atividade 2, pensamos numa situação que enfatizasse a ideia de nem sempre ser possível resolver a operação de subtração no conjunto dos números naturais, pois nem sempre teremos como resto ou diferença, um número também natural.

Ainda nessa atividade, procuramos proporcionar discussões entre os discentes, quando um dos itens da questão pede para organizar uma classificação final do torneio, sendo necessário comparar todos os saldos obtidos. A comparação entre saldos positivos é realizada sem dificuldade alguma pelos alunos, por se tratar de dois números naturais. Porém, no caso em que tivermos dois saldos negativos, a comparação não parece ser óbvia, pois não é comum para os discentes se depararem com situações do dia a dia que requeiram a comparação entre dois números negativos.

Nesta perspectiva, no problema proposto os estudantes precisarão responder, por exemplo, qual dos saldos é o maior: “Equipe C (saldo de -8) ou Equipe D (saldo de -5)?”. Portanto, o real propósito desta atividade é preparar os discentes para compreender como se dar a comparação dos Números Inteiros.

Logo após a apresentação do problema, referente às atividades 1 e 2, teremos a 2ª etapa da Sequência Fedathi, denominada de *maturação*. É o momento em que os discentes se debruçam sobre o problema proposto, procurando compreender, interpretar e identificar as variáveis envolvidas na busca de um resultado ou solução.

MATURAÇÃO/DEBRUÇAMENTO

- Formação de equipes, compostas cada uma por quatro alunos, para resolução das atividades 1 e 2;
- Mediação do professor com a utilização de perguntas e/ou contraexemplos;
- A postura mão-no-bolso, adotada pelo professor;
- Observação das atitudes e comportamentos dos alunos, durante o trabalho em equipe;

- O professor como incentivador dos discentes, na criação das estratégias;
- A valorização de um trabalho investigativo.

Nessa etapa, as equipes estarão formadas, cada uma com quatro componentes, para resolver as situações-problema representadas nas atividades 1 e 2, respectivamente. No primeiro momento, o professor irá expor no quadro branco, através de slides, as duas questões para ser realizada uma leitura compartilhada destas.

Em seguida, o professor entregará para cada membro das equipes, folhas contendo as situações-problema lidas anteriormente.

Após esta exploração inicial, os discentes começam a formular estratégias e conjecturas, familiarizando-se com os dados e apropriando-se mais plenamente do sentido da tarefa. Neste instante, deverão fazer a interpretação das situações com os seus colegas de grupo, tendo suas ideias valorizadas e não sendo necessária a validação constante por parte do professor.

O professor irá acompanhar atentamente o momento de discussões nos grupos, observando as atitudes e comportamentos dos alunos na resolução destas atividades, para que, com as informações obtidas por ele, possa utilizar perguntas de modo a perceber o que estão fazendo e como estão pensando.

A mediação do docente, feita com a utilização de perguntas e/ou contraexemplos durante a exploração das atividades, terá papel decisivo para o processo de ensino e aprendizagem desta temática. No sentido de exemplificarmos, caso os discentes ainda apresentem dúvidas quanto à interpretação das situações propostas, conduzindo as mesmas a uma direção que as tornem inviáveis para resolução, a intervenção do professor com uso de perguntas é imprescindível.

Nesta perspectiva, a intervenção que faremos para exploração das atividades serão baseadas em perguntas, classificadas segundo Sousa (2015), conforme descrevemos no capítulo 3, como sendo: pergunta de rotina; pergunta de investigação ou investigativa; pergunta diagnóstica; contraexemplo e pergunta de avaliação ou avaliativa.

Como exemplo de pergunta de rotina, para iniciarmos a interação entre professor e aluno, indagamos: “Vocês estão acompanhando atentamente a

apresentação dos colegas?” Tendo em vista que para calcularmos o número de pontos ganhos ou perdidos, referente à Atividade 1, precisaremos considerar uma soma de fatores iguais, podemos elaborar como pergunta de rotina, por exemplo: “ Qual a página do livro que trata a multiplicação como soma de parcelas iguais?”

Nesta perspectiva, em relação à Atividade 1, por exemplo, poderão ser feitas na fase inicial, as seguintes perguntas de investigação: “Baseado nesses critérios, quantos pontos um aluno ganha ao acertar 6 questões?” “E quantos pontos perde um aluno ao errar duas questões?” “Qual(is) operação(ões) podemos realizar para este cálculo?”

Geralmente, ao ser indagado pelos alunos, o docente responde prontamente, dando-lhes uma resposta sem que eles argumentem o que fora exposto. No entanto, nesta etapa, é fundamental que o professor adote a postura mão-no-bolso, ou seja, não forneça respostas prontas ou diretas para os discentes, deverá induzi-los a pensar e a criar suas próprias estratégias.

Neste contexto, suponhamos que os estudantes fiquem intimidados para o preenchimento do quadro da Atividade 1, o docente em vez de indicar qualquer solução, poderá questioná-los, ao fazê-los por exemplo, a indagação: “Se eu tenho a quantidade de pontos que um determinado aluno ganhou e também sei o número de pontos que ele perdeu, como faço para obter a sua nota final?”

Possivelmente apareça uma variedade de percursos seguidos pelos alunos, com os seus avanços, recuos, divergências e o modo como reagem às intervenções e mediações do professor, tratando-se de elementos imprevisíveis numa aula investigativa. Neste caso específico, é de fundamental importância o amplo conhecimento do professor acerca do ensino dos Números Inteiros, prevendo os principais obstáculos e desafios sobre o tema.

Essa abordagem requer tolerância por parte do professor, pois até então, os únicos números que os alunos tinham conhecimento e manipulavam, eram os naturais, e introduzir a ideia dos números negativos não será algo fácil de aceitação.

Para reforçarmos o que foi dito anteriormente, o discente poderá considerar, no mínimo estranho, subtrair uma quantidade maior de uma menor, cuja situação ocorrerá em algum momento, nas atividades que foram propostas.

Na resolução da Atividade 1, é natural que surjam algumas perguntas relacionadas ao cálculo para obtenção da nota final, principalmente em relação à nota da aluna Diana, que obteve o número de acertos inferior ao número de erros. Neste caso, o aluno poderá, categoricamente, afirmar: “É impossível determinar a nota de Diana, pois não posso retirar 5 pontos de um total de 4”.

A partir desta afirmação, o docente poderá questionar, com perguntas investigativas: “É sempre possível realizarmos qualquer uma das quatro operações básicas envolvendo dois números naturais?” “Por quê?” “Como representarei a nota final desta aluna?” “Qual o significado da nota que foi atribuída para Diana?”

Na Atividade 2, durante a leitura compartilhada, o docente irá esclarecer os significados das expressões “gols pró” e “gols contra”, para que os alunos compreendam a denominação saldo de gols numa competição de futebol.

Supondo que o discente não tenha ainda interpretado a situação-problema corretamente, o professor, como mediador, deverá motivá-los com perguntas diagnósticas, por exemplo: “Como se obtém o saldo de gols de uma equipe?” “O que significa ter saldo de gols positivo?” “O que significa ter saldo de gols negativo?” “O que significa saldo de gols?” “O que vocês já sabem sobre saldo de gols de uma equipe?”

Mostrar-se-á mais uma vez, para os alunos, no momento da exploração dessa atividade, a necessidade de ampliar o conjunto dos números naturais, com a inclusão dos negativos, pelo fato de esse conjunto numérico se mostrar insuficiente na representação de diversas situações do dia a dia.

Nesta perspectiva, o aluno irá se deparar novamente com casos de subtrações, em que o subtraendo é maior do que o minuendo. Quando forem determinar, por exemplo, o saldo de gols da equipe C, mencionada no problema, tendo esta dois gols pró e dez gols contra, provavelmente ficarão surpresos, pois pelo significado de saldo de gols, terão que obter uma resposta para a expressão $2 - 10$, cuja diferença não tem significado para os Números Naturais.

Para esta compreensão, podemos também utilizar perguntas investigativas ou de investigação, cuja função é levar o aluno a raciocinar sobre a questão proposta, como forma de desafiá-lo e buscar a solução, como por exemplo: “Se uma determinada equipe obteve saldo de gols igual a -1 , o que poderá ter ocorrido com essa equipe em

relação ao número de gols marcados e ao número de gols sofridos?” “E se o saldo obtido for zero, o que podemos dizer a respeito?”

A resolução da atividade 2, exigirá que o aluno compare entre si, os saldos obtidos no preenchimento da tabela, para que seja dada a classificação final do torneio futebolístico. Certamente, os discentes comparam com extrema facilidade, quaisquer dois inteiros positivos, porém enfrentarão dificuldades na comparação entre dois saldos, quando estes forem negativos.

Isto ocorrerá, quando tiverem que decidir, por exemplo, entre as equipes C (saldo igual a -8) e D (saldo igual a -5), qual obteve o maior saldo de gols. Terão que comparar também, entre as equipes A (saldo igual a 3) e D (saldo igual a -5), cuja comparação não pode ser generalizada, tendo como referência os Números Naturais.

Portanto, o real significado de saldo deve ser bem explorado pelo professor durante a mediação, esclarecendo de fato o que representa um saldo positivo e um saldo negativo.

Nessa circunstância, caso os discentes apresentem dificuldades na comparação de dois Números Inteiros, o docente exemplificará de forma específica, utilizando-se de perguntas avaliativas, através de ideia semelhante a da situação proposta, ao supor: “Consideremos que dois times X e Y tenham saldo de gols respectivamente 0 e -5 , qual deles ficou melhor classificado?” “Por quê?” “E se os saldos dessas duas equipes fossem -8 e 6 , respectivamente, qual deles é o maior?” “Por quê?” “ Há números menores que o zero?” “ Qual é o maior: -5 ou -7 ?”

Suponhamos ainda que o aluno afirme o seguinte: “Professor, se uma equipe obteve um saldo de gols igual a -2 , então esta marcou exatamente 1 gol e sofreu 3 gols.” A partir desta afirmação, o professor poderá utilizar como contraexemplo: “Pensando assim, qual o saldo de gols de uma determinada equipe que marcou 2 gols e sofreu 4 ?” “E de uma outra que marcou 5 gols e sofreu 7 ?”

Os contraexemplos apresentados anteriormente têm a finalidade de fazer o discente reconhecer que, para uma equipe apresentar um saldo de gols igual a -2 , diversas possibilidades poderão ter ocorrido em relação ao número de gols pró e contra, e não somente a que foi apresentada por ele.

No caso em que o aluno apresente desinteresse em realizar a atividade, este deverá ser atentamente observado pelo professor, no sentido de não deixá-lo disperso, mas contribuindo para os objetivos da Sequência Fedathi que, conforme Sousa (2015) devem favorecer, durante todo o processo de ensino, a participação ativa do discente e contribuir para o desenvolvimento da autonomia do aluno ao longo da aprendizagem.

Após a apresentação desse momento de discussão entre os alunos nos seus respectivos grupos, com a mediação do professor no desenvolvimento da atividade, daremos sequência com a próxima etapa, a *solução*.

SOLUÇÃO / APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS:

- Organização da sala em um semicírculo;
- Socialização dos resultados, realizada por representantes de cada grupo, momento em que eles irão expor para a turma os resultados obtidos em cada equipe;
- Questionamentos em torno das soluções apresentadas;
- Entrega dos registros ao professor ou exposição dos resultados na sala de aula.

Na etapa anterior, foi destinado um tempo de 30 minutos para que cada grupo procurasse, por meio de discussões, a resolução da situação-problema.

Ao finalizar o tempo, o professor irá solicitar à turma que se organize em um semicírculo, como forma de obter uma melhor visualização, para que o representante de cada grupo faça a socialização do que foi discutido entre eles, apresentando as hipóteses, as estratégias e os resultados obtidos.

No momento da socialização, as imagens das atividades propostas no início estarão projetadas no quadro, como forma de um melhor acompanhamento do que está sendo explorado, e o professor ficará sempre atento quanto ao cumprimento dos itens listados no acordo didático.

A apresentação oral, enfatizada durante a socialização, além de ser um momento importante para a discussão de ideias, representa uma situação de avaliação e também de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de comunicação e de argumentação, incluindo as atitudes e valores, o uso de conceitos e a linha de raciocínio utilizada.

Durante a apresentação desses resultados, o docente questionará as soluções, perguntando aos demais componentes se desejam acrescentar algo à exposição de seus representantes, assim como se algum outro grupo respondeu de forma semelhante ao que acabara de ser exposto. Tal momento possibilitará aos estudantes perceberem as diferentes formas de compreensão e representação a respeito da situação-problema proposta para resolução.

Nesta ocasião, percebemos o quanto a metodologia Sequência Fedathi se diferencia do modelo tradicional de ensino, pois neste último, é o professor que apresenta suas soluções, principalmente nas aulas direcionadas para correções de exercícios, como sendo as únicas corretas e formais, ignorando totalmente as estratégias utilizadas pelos discentes, pois estes não têm a oportunidade de apresentar suas soluções, nem tampouco de constatar as de seus colegas.

Na maioria das vezes, ainda nestas aulas voltadas para correções de tarefas, o docente convida somente os alunos destaques, ou seja, aqueles que dominam o conteúdo, para apresentarem suas soluções. Dessa forma, o professor não reconhece a grande importância de discutir a linha de raciocínio utilizada pelos demais alunos incluindo seus erros, que são fundamentais para o desenvolvimento da aprendizagem na vivência da Sequência Fedathi.

A exposição das estratégias de resolução, realizada pelos alunos, mencionada anteriormente, é de suma importância no processo ensino-aprendizagem. Nesse instante, o professor tem a função de levar o discente a adquirir competências para defender e justificar seus argumentos, no sentido de compreender, diferenciar e confrontar com os dos outros.

Finalizada as apresentações, o docente observará as estratégias e resultados apresentados ou receberá as folhas com os registros feitos pelos grupos, no sentido de verificar as representações escritas que os discentes utilizaram, como soluções do problema proposto.

Concluída esta fase, dar-se continuidade à metodologia da Sequência Fedathi, denominada de *prova*.

PROVA/FORMALIZAÇÃO:

- Verificações das soluções que foram apresentadas pelos alunos;
- O reconhecimento da insuficiência dos naturais, na obtenção do cálculo das notas dos discentes;
- Apresentação e formalização do modelo geral (tendo como referência o surgimento dos números negativos);
- Dificuldades na aceitação dos números negativos no contexto histórico;
- Exploração de situações do cotidiano em que estão presentes os números negativos;
- Estudo da reta numérica como principal recurso para a compreensão dos Números Inteiros;
- Abordagem diversificada da reta numérica;
- Atividade prática: construção da reta numérica;
- Conclusões e generalizações, através de um modelo geral, a respeito da comparação de Números Inteiros a partir da reta numérica.

Nessa etapa o professor, segundo Sousa (2013), apresenta e formaliza o modelo matemático a ser ensinado, chamado de modelo geral, através de notação simbólica e linguagem matemática, em que servirá para aplicação e resolução de outras situações-problema.

A partir do momento em que o professor recolher os registros feitos pelos alunos, irá ler cada um deles e fará comentários acerca das resoluções apresentadas, bem como a verificação da notação simbólica e da linguagem matemática utilizadas no momento da solução.

Caso o professor verifique alguma dificuldade em relação ao conteúdo matemático presente nas soluções da situação-problema, deverá conversar com os alunos a respeito, sendo que, nesse momento utilizará perguntas, para que possa contar com a participação e envolvimento de todos.

No desenvolvimento da atividade 1, não foi feita menção alguma aos números negativos, pois os alunos deveriam resolver a situação-problema de acordo com sua leitura e interpretação. O cálculo da nota final referente à da aluna Diana, conduzirá os discentes a perceberem a insuficiência dos naturais para a resolução desse problema e a necessidade da existência de outro conjunto numérico que satisfaça a situação, pelo fato de não ser possível realizar a subtração desejada com os números naturais.

Na ocasião, o docente irá formalizar esse novo conjunto numérico, com o surgimento dos números negativos, mencionando a existência destes em situações do cotidiano e apresentando a simbologia necessária para a sua correta representação.

Como estratégia para formalização dos Números Inteiros, o professor irá recorrer ao contexto histórico, destacando as dificuldades de aceitação dos números negativos como objetos matemáticos, enfatizando as oposições e contribuições de matemáticos renomados, como por exemplo, Brahmagupta, Diofanto e Euler.

Vale ressaltar que para o cálculo da nota final da aluna Diana (Atividade 1), podemos interpretar como se ela estivesse “devendo ponto”. Assim, faremos uma conexão entre essa situação e a introdução da ideia de número negativo, em que iremos explorar situações que caracterizam o reconhecimento de significados distintos que o sinal – (menos) pode assumir, como por exemplo, indicação de um número negativo, uma subtração ou um oposto.

Nesta perspectiva, pretendendo uma melhor compreensão da ideia dos números negativos, o professor apresentará *slides* com figuras bem ilustrativas no quadro branco da sala, abordando situações do dia a dia, em que estes números estão presentes, estimulando a participação do aluno para a leitura e interpretação destas.

Para isto, serão exploradas circunstâncias que abordem, por exemplo, dívidas, temperaturas e altitude, diferenciando sentidos opostos, como: ter saldo/estar devendo, temperatura positiva/temperatura negativa, estar acima/estar abaixo do nível do mar.

Após serem feitas estas discussões, representações e formalizações a respeito dos Números Inteiros, com a ampliação dos números naturais, a partir da inclusão dos negativos, dar-se-á continuidade com a exploração da Atividade 2, em que será abordada a comparação dos Números Inteiros.

Depois das apresentações dos alunos em relação à classificação das equipes, mencionada na Atividade 2, o professor fará a formalização envolvendo a comparação de Números Inteiros, com a utilização da reta numérica. Assim, leva-se em consideração o conhecimento prévio do discente referente ao cálculo de saldo de gols de uma equipe, pois já são conhecedores deste fato antes mesmo de frequentarem o

ambiente escolar, e com isso aborda-se o conhecimento matemático científico, enfatizado a partir de um modelo.

Inicialmente, apresenta-se através de *slides* projetados no quadro, ilustrações de termômetros, ficando bem definidos as temperaturas positivas e negativas, além de evidenciar a temperatura central referente ao zero.

Dessa forma, o professor fará uma generalização a partir da contextualização abordada através do termômetro, enfatizando o papel preponderante da reta numérica para a conceituação, o ensino e a compreensão dos inteiros.

No sentido de melhor descrever o contexto, juntamente com a figura do termômetro, apresenta-se um texto informativo, através de leitura compartilhada, sobre temperaturas registradas em diferentes países, mostrando fotos de pessoas utilizando, por exemplo, agasalho para se proteger do frio intenso, quando submetidas a temperaturas negativas, ou seja, temperaturas baixas.

Esta contextualização, além de mostrar ao aluno a utilidade dos números negativos, nas representações em situações reais, também tem como objetivo concluir que temperaturas negativas são menores que a temperatura associada ao zero e, portanto, menores que qualquer temperatura positiva.

Geralmente, ao se utilizar a reta numérica como ferramenta para o ensino dos Números Inteiros, esta é representada graficamente em posição horizontal e no sentido orientado da esquerda para a direita, ficando a entender para o discente, como única forma de representá-la.

Diferentemente dessa abordagem, nesta sessão didática a reta numérica também será explorada a partir de representações variadas, como por exemplo, em posição vertical, horizontal ou inclinada, desde que seja determinado previamente o sentido crescente das mesmas.

Após as explorações das gravuras e ilustrações dos termômetros, será feita a conversão da reta numérica presente na representação gráfica destes para uma reta numerada, cuja orientação é definida, favorecendo ao aluno na compreensão gráfica e geométrica desse recurso.

Dessa forma, com a finalidade de ressaltar ideias contidas na reta numérica, para uma melhor compreensão dos Números Inteiros, será realizada sua construção, passo a passo, com os materiais disponibilizados pelo professor.

O docente construirá a reta numérica com a participação do aluno, entregando para cada um deles materiais como régua, lápis, borracha e folha de papel milimetrado, destacando que o número 1 corresponderá à unidade positiva que irá determinar, a partir da relação de sucessor, os demais números positivos (sendo estes do conhecimento do aluno por serem os próprios números naturais) e os números negativos serão determinados um a um, ao utilizarmos a ideia da simetria geométrica desses números tendo o zero como referencial;

Em consequência da representação dos números negativos e do estudo da reta numérica, tendo como foco principal a comparação dos Números Inteiros, mediante a abordagem nos exemplos anteriores, em que é determinado o sentido crescente da reta, os alunos possivelmente serão capazes de responder aos seguintes questionamentos:

- a) Qual é o maior 8 ou -8 ? Justifique.
- b) Quem é o maior -7 ou -10 ? Quem é o maior -5 ou -11 ? Por quê?

Realizados esses questionamentos, o docente não deve fazer nenhuma generalização de imediato, mas esperar que o próprio aluno chegue a suas devidas conclusões a respeito da comparação entre Números Inteiros. Nesse contexto, não é difícil concluir que:

1. Todo número inteiro negativo é menor do que qualquer número positivo;
2. Todo número inteiro negativo é menor do que zero;
3. Todo número inteiro positivo é maior do que zero (mesma ideia dos números naturais).

A seguir, elencamos alguns recursos complementares, constituindo como instrumento orientador do trabalho docente e também como suporte para o próprio aluno na busca de sua aprendizagem.

RECURSOS COMPLEMENTARES:**- Sugestões de fontes de pesquisa para o professor:**

LIVROS: Sequência Fedathi: Uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e Ciências (SOUSA *et al.*, 2013); Números Inteiros (RIPOLL; RANGEL; GIRALDO, 2016).

SITE: <https://www.somatematica.com.br>

- Sugestões de fontes de pesquisa para o aluno:

LIVROS: Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992); Praticando Matemática (ANDRINI ; VASCONCELLOS, 2002); Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992).

SITE: <https://portaldosaber.obmep.org.br>

Neste tópico, o professor indica outras atividades e/ou fontes de pesquisa em livros, textos, sites e recursos didáticos que possam ser utilizados na sua preparação ao abordar o ensino dos Números Inteiros. O docente também pode sugerir atividades de pesquisa sobre os números negativos, a reta numérica e conseqüentemente os Números Inteiros.

O próximo momento diz-se respeito à avaliação, sendo que esta poderá ser realizada de várias maneiras. O docente poderá observar a evolução ou não dos discentes sobre o tema explorado verificando a reação destes, através de perguntas, ou ainda propondo que resolvam problemas e/ou exercícios sobre o conteúdo estudado.

AVALIAÇÃO:

- Retomada dos principais momentos da aula;
- Entrega de exercícios para os alunos resolverem em casa (APÊNDICE E, deste trabalho);
- Utilização de perguntas, oralmente, sobre o conteúdo dos Números Inteiros, como forma de verificar a aprendizagem.

Neste momento da aula, o professor retoma os principais momentos presenciados durante as discussões, com a participação dos alunos em relação às considerações e formalizações a respeito dos números negativos (na Atividade 1) e da comparação dos Números Inteiros (Atividade 2), a partir da reta numérica.

A recapitulação desses principais pontos será realizada de forma oral e com a participação dos alunos, enfatizando as principais discussões realizadas na sessão didática, perguntando para os discentes, por exemplo: “Como comparar dois Números

Inteiros?” “Quem é o maior 1 ou – 20?” “Por quê?”. Poderá solicitar a algum aluno para desenhar uma reta numérica no quadro, citando propriedades importantes para a comparação de Números Inteiros.

Com a finalidade de verificar a aprendizagem dos alunos no estudo dos Números Inteiros o professor entregará uma lista de exercícios para resolverem em casa.

Enfim, a utilização de perguntas ou questionamentos servirão para que possamos ter uma ideia se o que elaboramos favoreceu a aprendizagem dos alunos em relação ao novo saber construído.

O terceiro e último nível da Sequência Fedathi é a *análise* de todo o desenvolvimento da aula realizada pelo professor, tendo como referência os dois níveis anteriores, ou seja, a preparação e a vivência.

ANÁLISE:

Nesse momento o professor avaliará a sua aula, levando em consideração a forma de como foi abordado o ensino dos Números Inteiros, enfatizando a necessidade do seu surgimento e também a comparação entre eles, tendo como referência os níveis e etapas da Sequência Fedathi. Além de analisar o tratamento dado às dificuldades que foram surgindo, comportamentos e erros dos alunos, bem como a postura e atitudes tomadas por ele, verificando se a sua mediação, através do uso da pergunta e/ou contraexemplos, motivou os discentes a fazer reflexões das suas dúvidas e afirmações.

Logo depois de concluída a aula, o professor fará suas reflexões acerca do desenvolvimento desta, tendo como referência alguns questionamentos: “Como foi o envolvimento e a participação dos alunos?” “O que ficou a desejar?” “A metodologia aplicada foi eficaz?” “O que pode ser aprimorado para outra aula?” “Como se deu a mediação?” “Os objetivos foram atingidos?” Enfim, esses são alguns questionamentos que auxiliam o processo avaliativo da aula do professor e da aprendizagem da turma.

Após a descrição desta sessão didática, sugerimos mais duas sessões explorando a adição (APÊNDICE B) e a multiplicação de Números Inteiros (APÊNDICE C).

A seguir descrevemos a importância deste trabalho para a mudança de nossa prática docente, assim como na possibilidade dessas sessões didáticas aqui sugeridas, que possam ser vivenciadas por nós e também por outros pesquisadores, no desenvolvimento de futuras pesquisas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho de pesquisa tivemos a pretensão de entender as dificuldades enfrentadas pelos alunos na compreensão tanto do conceito quanto das operações básicas com os Números Inteiros, por tratar-se de um tema relevante e um pré-requisito necessário e fundamental para o entendimento de vários conteúdos da Matemática.

Dessa forma, recorreremos ao contexto histórico sobre os Números Inteiros, revelando os obstáculos encontrados na aceitação dos números negativos, principalmente pela comunidade matemática, e assim compreendemos o porquê destes também constituírem como desafio para os alunos, o que requer do professor tolerância quanto ao tempo de compreensão e aprendizagem dos discentes em relação a este conteúdo.

Entre as razões apontadas para a fragilidade ou deficiência do ensino dos Números Inteiros, está a forma de como é trabalhado, sendo na maioria das vezes a abordagem puramente tradicional, em que conceitos e regras são construídos sem quase ou nenhuma participação do aluno, além do uso do livro didático como único recurso, seguido fielmente pelo docente.

A proposta apresentada, a partir de sessões didáticas, para a construção dos Números Inteiros, com a utilização de situações-problema e vivência da Sequência Fedathi, teve como propósito auxiliar o professor para uma abordagem que julgamos ser eficaz no estudo dessa temática. A respeito da organização das sessões didáticas, pautadas nessa metodologia, consideramos essa proposta como desafiadora, pelo fato de os alunos normalmente presenciarem somente aulas expositivas no ensino desse conteúdo.

Para essa construção, propomos a preparação de uma estrutura didática, levando em consideração a participação ativa dos discentes e a mediação do professor, em que seguimos como referência estrutural os três níveis (*preparação, vivência e análise*) e o cumprimento das quatro etapas da Sequência Fedathi, sugeridas e utilizadas pelo Grupo Fedathi, quais são: *tomada de posição, maturação, solução e prova*.

Na *tomada de posição*, temos uma situação-problema que envolve os Números Inteiros, cuja solução é o novo conhecimento a ser transmitido ao aluno. Em seguida ocorre a *maturação*, em que os estudantes irão se debruçar sobre o problema, identificando e compreendendo as variáveis envolvidas.

Nesta etapa, pela pesquisa bibliográfica, constatamos a importância da mediação do professor, através da utilização de questionamentos ou perguntas, favorecendo um *feedback* para este, como forma de acompanhar o desenvolvimento dos conteúdos, além de estimular o raciocínio dos discentes.

Em relação aos questionamentos ou dúvidas dos estudantes, verificamos que estes deverão ser tratados pelo professor com a postura *mão-no-bolso*, assim denominada por Fedathi, pela necessidade de que o docente se contenha na condição de mediador, induzindo o aluno a pensar, sem indicar caminhos para solução, nem apresentar-lhe respostas.

Na etapa da *solução*, os discentes apresentarão seus resultados, obtidos nas discussões dos grupos, fazendo a socialização das estratégias e soluções encontradas, que na etapa seguinte serão validadas ou não pelo professor, daí a necessidade de acompanhamento e de mediação docente nesse momento de exposição dos resultados pelos discentes.

Uma vez apresentados os resultados da situação-problema pelos estudantes, o docente direciona para a quarta e última etapa da Sequência Fedathi, a *prova*, relacionando o que foi apresentado pelos discentes com o novo conhecimento a ser ensinado, elaborando um *modelo matemático geral*, em que será aplicado em outras situações-problema, não se limitando apenas a um caso particular.

Compreendemos por meio das sugestões de sessões didáticas, elaboradas segundo as etapas da Sequência Fedathi, que o estudo dos Números Inteiros deve ser feito pelo aluno, com a mediação do professor. Antes de qualquer abordagem conceitual em sala de aula, o docente deve diagnosticar sobre os conhecimentos prévios do discente a respeito da temática em questão.

Inicialmente, é recomendável a exploração de situações-problema do próprio cotidiano do estudante, se utilizando de atividades práticas e de materiais concretos, como por exemplo, no manuseio do termômetro e o uso de réguas na construção da

reta numérica, e só depois partir para a construção abstrata do conceito de Número Inteiro.

Ainda, diferentemente da abordagem tradicional, enfatizamos nas sugestões de sessões didáticas, a importância do momento destinado para a resolução do problema, pelos alunos, ocorrendo discussões, criando estratégias de soluções para depois apresentá-las. Essas discussões são de fundamental importância, pois os discentes passam a conhecer diferentes métodos utilizados e a defender suas conjecturas perante a turma, em que o professor não lhes forneça respostas prontas ou apresente regras e fórmulas sem quaisquer questionamentos.

A pesquisa apresenta uma forma diferenciada de abordar o estudo dos Números Inteiros, a partir de sessões didáticas, pautadas na Sequência Fedathi, para ser vivenciadas no intuito de verificarmos a contribuição destas na compreensão deste conjunto numérico.

Em relação a estes pré-requisitos do professor, a escolha para a vivência dessa metodologia poderá sofrer resistência, por parte do profissional, tendo em vista que o docente tende a executar o que teoricamente julga ser mais fácil, ou seja, considera mais cômodo lecionar sem ser preciso organizar uma estrutura de aula nestes moldes, alegando a própria falta de tempo como fator de impedimento.

Dessa forma, prefere, a partir da exposição do conteúdo, apresentar toda construção abstrata que envolve o estudo dos Números Inteiros, ditando regras e fórmulas, sem nenhum questionamento, como se fosse algo óbvio para aceitação.

Portanto, esperamos que as sugestões de sessões didáticas pautadas na metodologia de ensino da Sequência Fedathi possam subsidiar a prática do professor no processo de ensino-aprendizagem dos Números Inteiros, ocasionando um rompimento do modelo de ensino apenas expositivo, mostrando a importância do protagonismo do aluno na construção do seu conhecimento. Em nossa prática docente temos procurado vivenciar os princípios da Sequência Fedathi.

Antes desta pesquisa, geralmente, iniciávamos nossas aulas realizando, de imediato, a exposição completa do conteúdo, visando, principalmente, o cumprimento do currículo escolar. Não havia momentos para discussões a respeito de situações-problemas, alegando a perda de tempo para eventuais investigações, às vezes até

começando com um problema, mas apresentando logo a resposta, sem proporcionar aos alunos a oportunidade de pensar, de buscar a solução.

A partir desse trabalho, percebemos a necessidade da mudança de postura em nossa prática docente, principalmente quanto à mediação, no sentido de proporcionar momentos investigativos. Nesse sentido, é importante que o que propomos neste trabalho seja utilizado em nossa própria organização didática.

Após o conhecimento da Sequência Fedathi e desenvolvimento deste trabalho, mesmo que de forma ainda incipiente, procuramos adotar uma postura mediadora em nossa prática docente, partindo de problemas, usando perguntas sobre a situação apresentada, induzindo o aluno a pensar, refletir, analisar e verificar suas afirmações ou soluções, proporcionando um ambiente de investigação e consequentemente de aprendizagem significativa.

A partir deste trabalho, defendemos a Sequência Fedathi como metodologia que vem a contribuir para o avanço nos estudos referentes à Educação Matemática, retratando um ensino de Matemática vinculado a vida prática e da relação com as diversas áreas do conhecimento humano.

Temos a consciência de que é imprescindível que essa metodologia seja utilizada em nossa ação docente, vivenciando seus níveis e etapas no planejamento de nossas aulas do Ensino Médio. Assim, o que está sendo proposto neste trabalho será pautado em nossa própria organização didática e poderá ser utilizado como referência para outros profissionais docentes, a começar pelo nosso local de trabalho.

Ressaltamos que apesar desta pesquisa ter enfoque no ensino dos Números Inteiros, as discussões referentes à Sequência Fedathi, incluindo postura e mediação docente, elaboração das sessões didáticas, podem ser apreciadas por professores de qualquer outra disciplina.

Dessa forma, a Sequência Fedathi poderá ser tema de futuras pesquisas, como, por exemplo, direcionadas à verificação da utilização das sessões didáticas sugeridas nesse trabalho, para que seja possível avaliarmos as contribuições destas nos processos de ensino e de aprendizagem dos Números Inteiros, no 7^o ano do Ensino Fundamental. Essa metodologia também pode ser utilizada no ensino de outros conteúdos matemáticos, em outras etapas de ensino, visando sempre a mediação do

professor e a aprendizagem significativa dos estudantes, por meio de situações desafiadoras e investigativas.

REFERÊNCIAS

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos**: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. de Elza F. Gomide e Helena Castro. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BEZERRA, A. M. A. O plateau como elemento de reflexão e melhoria das práticas escolares. In: BORGES NETO, Hermínio. **Sequência Fedathi**: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018. Cap. 8, p. 67-72.

BOGDAN, R.; BIKLEN, R. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: BNCC** – apresentação. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>> Acesso em: 09 out. 2018.

CARVALHO, R. L. **Contribuições da teoria da atividade no ensino de funções com o uso do Laptop educacional**. 2013. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2013.

CORREIA, L. P. **Uma intervenção no ensino de operações com números inteiros**. 2017. 113 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2017.

COSTA. M. F. da; COSTA, M. de F. B. da. **Projeto de pesquisa**: entenda e faça. 5. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

DANCZUK, F. E. **Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros**. 2016. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Tecnológica do Paraná, Pato Branco, 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. (Coleção Formação de Professores).

GALDINO NETO, E. G.; VICTER, E. F. Os números negativos no universo escolar. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6, 2013, Canoas. Anais eletrônicos... Canoas: ULBRA, 2013. Disponível em: <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/805/169>>. Acesso em: 13 fev. 2018.

HEFEZ, A. **Aritmética**. Rio de Janeiro: SBM, 2014. (Coleção PROFMAT; 08).

KLING, M. **O fracasso da matemática moderna**; Tradução de Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

LIMA, E.L., **Meu professor de matemática e outras histórias**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Formação de Professores).

LOPES, J. P. B. **A Sequência Fedathi e o ensino de sólidos geométricos**. 2015. 166 f. (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

PINTO, C. E. **Pentes de ovos, ovos e as quatro operações básicas da matemática com números inteiros**. 2013. 16 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São João del-Rei. 2013.

PORTAL DO SABER. **Multiplicação de Números Inteiros**. Disponível em: <<https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=22>>. Acesso em: 29 abr. 2018.

RIOS, N. M. **Os números inteiros: construção histórica e as dificuldades atuais em sala de aula**. 2017. 48 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São Paulo, São José dos Campos, 2017.

RIPOLL, Cydara; RANGEL, Leticia; GIRALDO, Victor. **Livro do Professor de Matemática na Educação Básica: Números Inteiros**. São Paulo: SBM, 2016.

SALGADO, R.C.S. **O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos**. 2011. 307 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

SANTANA, A. C. S. Mão no bolso: Postura, metodologia ou pedagogia?. In: BORGES NETO, Hermínio. **Sequência Fedathi: Fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018. Cap. 1, p. 15-22.

SANTOS, M. J. C. dos (org.). **Tecendo redes de experiências cognitivas: reflexões entre a teoria e a prática**. Campinas, SP: Pontes, 2018.

SANTOS, S. G. **Números Inteiros: estratégias que visam facilitar a compreensão de conceitos e operações**. 2016. 96 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

SIMÃO, A. O. **A fixação da aprendizagem dos números inteiros e suas operações na educação básica**. 2016. 39 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

SOARES, T. A; NOBRE, F. A. S. A pergunta. In: BORGES NETO, Hermínio. **Sequência Fedathi: Fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018. Cap. 3, p. 27-36.

SOUSA, F. E. E. de et al.(Org.). **Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências**. Fortaleza: UFC, 2013. 184 p.

SOUSA, F. E. E. de. **A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da Sequência Fedathi**. 2015. 282 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

SOUZA, M. J. A. Sequência Fedathi: apresentação e caracterização. In: SOUSA, F. E. E. de et al. (Org.). **Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências**. Fortaleza: UFC, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Sessão didática abordando o conjunto dos números inteiros como ampliação dos números naturais, a partir da inclusão dos números negativos

IDENTIFICAÇÃO

- **INSTITUIÇÃO:** (Nome da Escola)
- **PROFESSOR:** (Nome do professor)
- **NÍVEL / MODALIDADE DE ENSINO:** Ensino Fundamental
- **DISCIPLINA:** Matemática
- **TURMA:** 7º ANO
- **DATA:** 17/03/2018
- **TEMPO DIDÁTICO:** 1h 40min

OBJETIVOS:

Gerais:

- Reconhecer a insuficiência dos números naturais na resolução de algumas situações-problema, compreendendo o conjunto dos Números Inteiros como ampliação dos números naturais, a partir da inclusão dos números negativos.
- Dar significado aos números negativos através de situações do cotidiano;
- Reconhecer o papel fundamental da reta numerada para a conceituação, o ensino e a compreensão dos Números Inteiros.

Específicos:

- Ampliar o conceito dos números naturais;
- Reconhecer a necessidade do surgimento de um conjunto numérico, para representar diversas situações do cotidiano em que os naturais são insuficientes;
- Construir o conjunto dos Números Inteiros, a partir da ampliação dos números naturais.
- Identificar e registrar números negativos;
- Comparar os Números Inteiros e representá-los na reta numérica;
- Reconhecer a ordenação dos inteiros mediante a reta orientada;
- Compreender a ressignificação do zero, não apenas como ausência de quantidades, mas também passando a ser compreendido como um referencial, separando os números inteiros positivos dos negativos.

CONTEÚDO/TEMA: Números Inteiros

CONHECIMENTOS PRÉVIOS / PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS:

- Conhecer das quatro operações básicas envolvendo os números naturais;
- Compreender o real significado de um saldo positivo e de um saldo negativo;
- Distinguir a representação dos números positivos dos números negativos.

COMPORTAMENTOS ESPERADOS DOS ALUNOS:

- Algumas dificuldades que poderão surgir na abordagem da situação-problema como atividade introdutória referente aos números negativos:
- Não compreensão da situação-problema proposta pelo professor;
- Em não operar corretamente com os números naturais;
- Na possibilidade de determinar um resultado para o cálculo de uma expressão do tipo $a - b$, sendo a e b números naturais, com $b > a$;
- Realização do cálculo do saldo de gols, quando o número de gols sofridos for superior ao número de gols marcados;
- Na comparação do saldo de gols entre as equipes, para que possa listar a classificação final;
- Na interpretação de um saldo negativo e de um saldo positivo.

NECESSIDADES DO PROFESSOR:

- Apropriação acerca dos princípios, níveis e etapas da Sequência Fedathi;
- Organização quanto ao uso de perguntas e/ou contraexemplos como forma de mediação;
- Não fornecer respostas prontas, ou seja, adotar a postura “mão-no-bolso”;
- Elaboração de situações-problema do cotidiano que explorem a ideia dos números negativos;
- Domínio do conteúdo científico e de uma boa formação didático-pedagógica.

AMBIENTE: Sala de aula.

PREPARAÇÃO DO AMBIENTE:

A turma será dividida em equipes de quatro componentes para resolver a situação-problema proposta pelo professor e disponibilizada em folhas que serão entregue para cada aluno. Os recursos que serão utilizados: folhas contendo as situações propostas para resolução, lápis, caneta, marcadores para quadro branco, réguas, folhas de papel milimetrado, notebook e data show.

TOMADA DE POSIÇÃO / APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:

Acordo Didático:

- As equipes serão formadas por quatro componentes de forma voluntária para a discussão e resolução da situação-problema proposta pelo professor;
- Conversa com a turma sobre a necessidade da participação de todos na discussão;
- Durante a resolução da atividade não deve haver interação entre os grupos;
- Depois que cada equipe concluir a sua resolução, será feita a apresentação dos resultados;
- Será selecionado um representante de cada grupo para apresentar os resultados encontrados na equipe;
- No momento em que o representante estiver apresentando, os demais componentes da equipe poderão complementar a sua fala;
- O trabalho em equipe será realizado no tempo de 30 minutos;
- O professor ficará acompanhando e mediando o trabalho com a utilização de perguntas;
- Expectativas do professor: a participação ativa dos alunos nas atividades, mantendo respeito e cumprimento daquilo que lhes foi proposto.

- O que os alunos podem esperar do professor: acompanhamento atento às estratégias apresentadas por eles durante a resolução da atividade, auxiliando-os com esclarecimentos sobre as dúvidas que forem surgindo, para que consigam desenvolver a tarefa e chegar à solução, possibilitando a aprendizagem.

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:

ATIVIDADE 1: Um professor de Matemática resolveu calcular a nota final da prova de cada aluno, de acordo com os seguintes critérios:- Para cada questão correta, o aluno ganha dois pontos;- Para cada questão errada, o aluno perde um ponto;- Para cada questão não respondida, o aluno não ganha e nem perde nenhum ponto. Temos abaixo o desempenho de quatro alunos dessa turma, com seus respectivos número de acertos e erros. Registre ao lado a nota final de cada um deles:

1. André: acertou 7 questões e errou 5	NOTA:
2. Bianca: acertou 9 questões e errou 3	NOTA:
3. César: acertou 8 questões e errou 4	NOTA:
4. Diana: acertou 2 questões e errou 5	NOTA:

ATIVIDADE 2:

Numa determinada região ocorreu uma competição de futebol, em que a equipe vitoriosa foi a que obteve o maior saldo de gols. Denomina-se saldo de gols a diferença entre o número de gols marcados (gols pró) e o número de gols sofridos (gols contra). Observe o quadro abaixo e preencha com o saldo de gols de cada equipe:

TORNEIO DE FUTEBOL			
EQUIPE	GP	GC	SG
A	8	5	
B	9	3	
C	2	10	
D	9	14	
E	10	12	
F	12	2	
G	11	3	

GP: Gols Pró

GC: Gols Contra

SG: Saldo Gols

- a) Qual equipe venceu o torneio?
 b) Organize o resultado do torneio de forma ordenada do 1º ao 7º lugar, tomando como único critério classificatório, o saldo de gols (classificação final):
 1º lugar:
 2º lugar:
 3º lugar:
 4º lugar:
 5º lugar:
 6º lugar:
 7º lugar:

MATURAÇÃO/DEBRUÇAMENTO:

- Formação de equipes, compostas cada uma por quatro alunos, para resolução das atividades 1 e 2;
- Mediação do professor com a utilização de perguntas e/ou contraexemplos;
- A postura mão-no-bolso, adotada pelo professor;
- Observação das atitudes e comportamentos dos alunos, durante o trabalho em equipe;
- O professor como incentivador dos discentes, na criação das estratégias;
- A valorização de um trabalho investigativo.

SOLUÇÃO / APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS:

- Organização da sala em um semicírculo;
- Socialização das soluções, realizada pelos representantes de cada grupo;
- Questionamentos das soluções;
- Entrega dos registros ao professor.

PROVA/FORMALIZAÇÃO:

- Verificação das soluções que foram apresentadas pelos alunos;
- O reconhecimento da insuficiência dos naturais, na obtenção do cálculo das notas dos discentes; Apresentação e formalização do modelo geral (tendo como referência o surgimento dos números negativos);
- Dificuldades na aceitação dos números negativos no contexto histórico;
- Exploração de situações do cotidiano em que estão presentes os números negativos;
- Estudo da reta numérica como principal recurso para a compreensão dos números inteiros;
- Abordagem diversificada da reta numérica;
- Atividade prática: construção da reta numérica; Conclusões e generalizações, através de um modelo geral, a respeito da comparação de números inteiros a partir da reta numérica.

RECURSOS COMPLEMENTARES:

- **Sugestões de fontes de pesquisa para o professor** - LIVROS: Sequência Fedathi: Uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e Ciências (SOUSA *et al.*, 2013); Números Inteiros (RIPOLL; RANGEL; GIRALDO, 2016).SITE: <https://www.somatematica.com.br>
- **Sugestões de fontes de pesquisa para o aluno** - LIVROS: Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992); Praticando Matemática (ANDRINI e VASCONCELLOS, 2002); Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992). SITE: <https://portaldosaber.obmep.org.br>

AValiação:

- Retomada dos principais momentos da aula;
- Entrega de exercícios para os alunos resolverem em casa (APÊNDICE E, neste trabalho);
- Utilização de perguntas, oralmente, sobre o conteúdo dos Números Inteiros, como forma de verificar a aprendizagem.

ANÁLISE:

Nesse momento o professor avaliará a sua aula, levando em consideração a forma de como foi abordado o ensino dos números negativos, enfatizando a necessidade do seu surgimento e também a comparação entre eles, tendo como referência os níveis e etapas da Sequência Fedathi. Além de analisar o tratamento dado às dificuldades que foram surgindo, comportamentos e erros dos alunos, bem como a postura e atitudes tomadas por ele, verificando se sua mediação através do uso da pergunta e/ou contraexemplos motivou os discentes a fazerem reflexões acerca de suas dúvidas e afirmações.

IDENTIFICAÇÃO

- **INSTITUIÇÃO:** (Nome da Escola)
- **PROFESSOR:** (Nome do professor)
- **NÍVEL / MODALIDADE DE ENSINO:** Ensino Fundamental
- **DISCIPLINA:** Matemática
- **TURMA:** 7º ANO
- **DATA:** 30/04/2018
- **TEMPO DIDÁTICO:** 1h 40min

OBJETIVOS:**Gerais:**

- Compreender as características dos Números Inteiros e da sua importância no seu cotidiano, através de diferentes situações em que estejam presentes variados contextos e nos quais surja a necessidade da utilização dos Números Inteiros.

Específicos:

- Identificar e reconhecer informações numéricas envolvendo números positivos e negativos em contextos diversificados;
- Representar um Número Inteiro na reta numérica, para compreender a comparação do maior e menor número;
- Realizar a operação de soma com Números Inteiros;

CONTEÚDO/TEMA: Números Inteiros**CONHECIMENTOS PRÉVIOS / PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS:**

- Saber operar com a adição e subtração de números naturais;
- Associar corretamente as representações: depósito (número inteiro positivo) e retirada (número inteiro negativo);
- Saber diferenciar os significados entre saldo bancário positivo e saldo bancário negativo.

COMPORTEMENTOS ESPERADOS DOS ALUNOS:

- Na abordagem da situação-problema como atividade introdutória referente à adição de números inteiros, possíveis dificuldades que poderão surgir: interpretação da situação-problema proposta pelo professor; representar matematicamente, com a utilização de sinais a situação-problema; operar corretamente com os números naturais; somar dois números negativos, como por exemplo, no resultado da expressão: $-30 - 50$.

NECESSIDADES DO PROFESSOR:

- Desenvolver a aula com estrutura baseada nos princípios, níveis e etapas da Sequência Fedathi;
- Elaborar perguntas e/ou contraexemplos que poderão ser feitas como forma de mediação;

- Fazer o levantamento de possíveis perguntas ou questionamentos que poderão ser feitos pelos alunos;
- Adotar a postura mão-no-bolso, ou seja, não fornecer respostas prontas ou diretas para as dúvidas, perguntas ou questionamentos dos discentes;
- Propor situações-problema do cotidiano que explorem a adição de Números Inteiros.

AMBIENTE: Sala de aula.

PREPARAÇÃO DO AMBIENTE:

- O professor disponibilizará folhas que serão entregues para cada aluno, contendo as situações propostas para resolução;
- Na sala também devem ser disponibilizados os seguintes materiais: lápis, caneta, marcadores para quadro branco, dados, régua, folhas de papel milimetrado, notebook e data show.

TOMADA DE POSIÇÃO / APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:

Acordo Didático:

- As equipes serão formadas por quatro componentes de forma voluntária para a discussão e resolução da situação-problema proposta pelo professor;
- Comentar com a turma sobre a necessidade da participação de todos na discussão;
- Durante a resolução da atividade não deve haver interação entre os grupos;
- O trabalho em equipe será realizado no tempo de 30 minutos;
- Depois que cada equipe concluir a sua resolução, será feita a apresentação dos resultados;
- Será selecionado um representante de cada grupo para apresentar os resultados encontrados;
- No momento em que o representante estiver apresentando os resultados, os demais componentes da equipe poderão complementar sua fala;
- O professor ficará acompanhando e mediando o trabalho com a utilização de perguntas;
- Expectativas do professor: a participação ativa dos alunos nas atividades, mantendo respeito e cumprimento daquilo que lhe foi proposto;
- O que os alunos podem esperar do professor: que o professor acompanhe atentamente às estratégias apresentadas por eles durante a resolução da atividade, auxiliando-os com esclarecimentos sobre as dúvidas que forem surgindo, para que consigam desenvolver a tarefa e chegar à solução, possibilitando a aprendizagem.

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:

Será apresentado para a turma o seguinte problema: Uma pessoa tem R\$ 600,00 em sua conta bancária e faz, sucessivamente, as seguintes operações:

- Retira R\$ 70,00;
- Deposita R\$ 20,00;
- Retira R\$ 460,00;
- Retira R\$ 120,00;
- Retira R\$ 50,00;

Após todas essas operações, essa pessoa ficou com saldo positivo ou negativo? Em quanto?

MATURAÇÃO/DEBRUÇAMENTO:

- Resolução da situação-problema nas equipes;
- Mediação do professor com a utilização de perguntas e/ou contraexemplos;
- A postura mão-no-bolso, adotada pelo professor;
- Observação das atitudes e comportamentos dos alunos, durante o trabalho em equipe;
- O professor como incentivador dos discentes, na criação das estratégias;
- A valorização do trabalho investigativo;
- O docente não irá mencionar, neste momento, a regra de sinais para a adição de números inteiros.

SOLUÇÃO / APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS:

- Organização da sala em um semicírculo;
- Socialização das soluções, realizada pelos representantes de cada grupo;
- Questionamentos do professor acerca das soluções;
- Entrega dos registros ao professor.

PROVA/FORMALIZAÇÃO:

- Verificações das soluções que foram apresentadas pelos alunos;
- Construção da reta numérica no piso da sala pelos estudantes;
- Com a turma posicionada em círculo, o professor explicará a dinâmica da atividade, com lançamentos de dados e deslocamento dos discentes ao longo da reta numerada, de acordo com os números obtidos nos dados;
- A vivência da atividade proposta terá como intuito levar o aluno a concluir com suas próprias palavras, a respeito da regra de sinais e em seguida formalizada pelo professor, da seguinte forma: “Se os sinais das parcelas são iguais, somam-se os valores absolutos e repete-se o sinal”; e “Se os sinais das parcelas são diferentes, subtrai-se o módulo menor do maior e repete-se o sinal do que tiver maior módulo”.

RECURSOS COMPLEMENTARES:

- **Sugestões de fontes de pesquisa para o professor:** LIVROS: Sequência Fedathi: Uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e Ciências (SOUSA *et al.*, 2013); Números Inteiros (RIPOLL; RANGEL; GIRALDO, 2016).SITE: <https://www.somatematica.com.br>
- **Sugestões de fontes de pesquisa para o aluno:** LIVROS: Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992); Praticando Matemática (ANDRINI e VASCONCELLOS, 2002); Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992). SITE: <https://portaldosaber.obmep.org.br>

AValiação:

- Retomada dos principais momentos da aula;
- Entrega de exercícios para os alunos resolverem em casa (APÊNDICE E, neste trabalho);
- Utilização de perguntas, oralmente, sobre o conteúdo dos números inteiros, como forma de verificar a aprendizagem.

ANÁLISE:

Nesse momento o professor avaliará a sua aula, levando em consideração a forma de como foi abordado o ensino da adição de números inteiros, tendo como referência os níveis e etapas da Sequência Fedathi. Além de analisar o tratamento dado às dificuldades que foram surgindo, comportamentos e erros dos alunos, bem como a postura e atitudes tomadas por ele, verificando se sua mediação através do uso da pergunta e/ou contraexemplos motivou os discentes a fazerem reflexões sobre suas dúvidas e afirmações.

IDENTIFICAÇÃO**INSTITUIÇÃO:** (Nome da Escola)**PROFESSOR:** (Nome do professor)**NÍVEL / MODALIDADE DE ENSINO:** Ensino Fundamental**DISCIPLINA:** Matemática**TURMA:** 7º ANO**DATA:** 12/05/2018**TEMPO DIDÁTICO:** 1h 40min**OBJETIVOS:****Geral:**

Dar significado aos Números Inteiros e às operações envolvendo esses números.

Específicos:

- Explorar contextos que envolvam a multiplicação de Números Inteiros;
- Resolver problemas envolvendo multiplicações de Números Inteiros por meio de estratégias não formais;
- Entender o uso da regra de sinais;
- Relacionar a multiplicação de dois inteiros à adição de parcelas repetidas;
- Estabelecer comparação entre a multiplicação de inteiros e o deslocamento sobre a reta numérica.

CONTEÚDO/TEMA: Números Inteiros**CONHECIMENTOS PRÉVIOS / PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS:**

- Identificação dos Números Inteiros;
- Operação de soma dos Números Inteiros;
- Multiplicação de números naturais;

COMPORTEMENTOS ESPERADOS DOS ALUNOS:

- Interpretação de situações-problema;
- Representar matematicamente, com a utilização de Números Inteiros, a situação proposta;
- Em operar corretamente a multiplicação de números naturais;
- Na possibilidade de encontrar produtos do tipo, por exemplo, $4 \cdot (-5)$ ou $(-3) \cdot (-6)$.

NECESSIDADES DO PROFESSOR:

- Desenvolver a aula com estrutura baseada nos princípios, níveis e etapas da Sequência Fedathi;

- Elaborar perguntas e/ou contraexemplos que poderão ser feitas como forma de mediação;
- Fazer o levantamento de possíveis perguntas ou questionamentos que poderão ser feitos pelos alunos;
- Adotar a postura mão-no-bolso, ou seja, não dar respostas prontas ou diretas para as dúvidas, perguntas ou questionamentos dos discentes;
- Propor situações-problema do cotidiano que explorem a multiplicação de Números Inteiros.

AMBIENTE: Sala de aula.

PREPARAÇÃO DO AMBIENTE:

A turma será dividida em equipes de quatro componentes para resolver a situação-problema proposta pelo professor e disponibilizada em folhas que serão entregue para cada aluno. Os recursos que serão utilizados: folhas contendo as situações propostas para resolução, lápis, caneta, marcadores para quadro branco, régua, *notebook* e data show.

TOMADA DE POSIÇÃO / APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:

Acordo Didático:

- As equipes serão formadas por quatro componentes, de forma voluntária, para a discussão e resolução da situação-problema proposta pelo professor;
- Comentar com a turma sobre a necessidade da participação de todos na discussão e resolução do problema;
- Durante a resolução da atividade não deve haver interação entre os grupos;
- Depois que cada equipe concluir a sua resolução, será feita a apresentação dos resultados;
- Será selecionado um representante de cada grupo para apresentar os resultados encontrados;
- No momento em que o representante estiver apresentando, os demais componentes da equipe poderão complementar a sua fala;
- O trabalho em equipe será realizado no tempo de 30 minutos;
- O professor ficará acompanhando e mediando o trabalho com a utilização de perguntas.
- Expectativas do professor: a participação ativa dos alunos nas atividades, mantendo respeito e cumprimento daquilo que lhe foi proposto;
- O que os alunos devem esperar do professor: que o professor acompanhe atentamente às estratégias apresentadas por eles durante a resolução da atividade, auxiliando-os com esclarecimentos sobre as dúvidas que forem surgindo, para que consigam desenvolver a tarefa e chegar à solução, possibilitando a aprendizagem.

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA:**ATIVIDADE 1:**

A final do campeonato mundial de futsal, disputada entre Brasil e Argentina, foi realizada no ginásio do Parque São Jorge, em São Paulo. A entrada do público no ginásio é feita por vários portões, sendo que o acesso é registrado por catracas eletrônicas que possibilitam a passagem de 100 pessoas por minuto. Para responder as perguntas abaixo, levaremos em consideração:

- O tempo que PASSOU será representado por um número POSITIVO;
- O tempo que NÃO PASSOU será representado por um número NEGATIVO;
- O número de torcedores que ENTRAM será representado por um número POSITIVO;
- O número de torcedores que SAEM será representado por um número NEGATIVO;

Agora responda, completando com Números Inteiros, os espaços entre parênteses:

- a) Quantas pessoas entram no ginásio quando se passar 10 minutos? () x () = () =
- b) Quantas pessoas entram no ginásio quando se passar 30 minutos? () x () = () =
- c) Faltado 15 minutos para o fechamento dos portões, quantas pessoas faltam para entrar no ginásio? () x () =

ATIVIDADE 2:

Considerando que durante o jogo a saída dos torcedores se dá na razão de 15 por minuto. Seguindo as considerações anteriores (referentes a atividade), responda:

- a) Quando se passar 30 minutos, com portões abertos, quantos torcedores têm saído do ginásio? () x () =
- b) Faltado 12 minutos para encerrar o jogo, quantas pessoas ainda poderão sair do ginásio? () x () =

MATURAÇÃO/DEBRUÇAMENTO:

- Formação de equipes, compostas cada uma por quatro alunos, para resolução das atividades;
- Mediação do professor com a utilização de perguntas e/ou contraexemplos;
- A postura mão-no-bolso, adotada pelo professor;
- Observação das atitudes e comportamentos dos alunos, durante o trabalho em equipe;
- O professor como incentivador dos discentes, na criação das estratégias;

- A valorização de um trabalho investigativo;
- O docente não irá mencionar, neste momento, a regra de sinais para a multiplicação de números inteiros.

SOLUÇÃO / APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS:

- Organização da sala em um semicírculo;
- Socialização das soluções, realizada pelos representantes de cada grupo;
- Questionamentos em torno das soluções apresentadas;
- Entrega dos registros ao professor.

PROVA/FORMALIZAÇÃO:

- Verificações das soluções que foram apresentadas pelos alunos;
- O professor construirá com os alunos a expressão correspondente a cada situação proposta, iniciando assim a formalização;
- Será realizada a interpretação de cada produto obtido;
- A exploração das duas atividades tem como finalidade de levar o aluno as seguintes conclusões (regra de sinais): 1) o produto de um número inteiro positivo com um número inteiro negativo é igual a um número negativo; 2) o produto de dois números inteiros positivos é igual a um número inteiro positivo; e 3) o produto de dois números inteiros negativos é igual a um número inteiro positivo;

- No sentido de reforçarmos a formalização desta operação, apresentaremos a multiplicação de um número inteiro n , seja este positivo ou negativo, por um fator positivo m , abordando a interpretação, segundo RIPOLL, RANGEL e GIRALDO (2016), como *ampliação*. A interpretação, como *ampliação*, de acordo com os esses autores, é realizada fazendo um paralelo com a multiplicação nos naturais, tendo como ideia principal a soma de parcelas repetidas, por exemplo:

a) $4 \times (+5) = (+5) + (+5) + (+5) + (+5) = +20$.

b) $(-7) \times 3 = 3 \times (-7) = (-7) + (-7) + (-7) = -21$

- Para a formalização da multiplicação, envolvendo desta vez dois números negativos, faremos a interpretação, segundo RIPOLL, RANGEL e GIRALDO (2016), da *ampliação composta com reflexão*. Baseado nesta interpretação, multiplicar dois números negativos, significa ampliar o módulo de um deles, e aplicar a reflexão, ou seja, feita a ampliação, logo em seguida reflete-se em relação à origem, tomando o simétrico ou oposto, por exemplo:

a) $(-2) \times (-5)$. Faremos primeiramente a ampliação, ou seja, o cálculo $2 \times (-5) = (-5) + (-5) = -10$. Logo em seguida, realizamos a reflexão, obtendo assim $+10$.

b) $(-2) \times (-5) = (-5) \times (-2)$. Assim, aplicando a ideia da ampliação, temos $5 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -10$. Portanto, aplicando a reflexão, obtemos $+10$.

RECURSOS COMPLEMENTARES:**- Sugestões de fontes de pesquisa para o professor:**

LIVROS: Sequência Fedathi: Uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e Ciências (SOUSA *et al.*, 2013); Números Inteiros (RIPOLL; RANGEL; GIRALDO, 2016). SITE: <https://www.somatematica.com.br>

Sugestões de fontes de pesquisa para o aluno:

LIVROS: Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992); Praticando Matemática (ANDRINI e VASCONCELLOS, 2002); Números Negativos (IMENES; JACUBO; LELLIS, 1992). SITE: <https://portaldosaber.obmep.org.br>

AVALIAÇÃO:

- Retomada dos principais momentos da aula;
- Utilização de perguntas, oralmente, sobre o conteúdo dos Números Inteiros, como forma de verificar a aprendizagem.

ANÁLISE:

Nesse momento, o professor avaliará a sua aula, levando em consideração a forma de como foi abordado o ensino da multiplicação de Números Inteiros, tendo como referência os níveis e etapas da Sequência Fedathi. Além de analisar o tratamento dado às dificuldades que foram surgindo, comportamentos e erros dos alunos, bem como a postura e atitudes tomadas por ele, verificando se a sua mediação através do uso da pergunta e/ou contraexemplos, motivou os discentes a fazer reflexões das suas dúvidas e afirmações.

APÊNDICE D - (Avaliação diagnóstica)

ALUNO: _____

Nº _____ **ANO:** _____ **TURMA:** _____

01) Na escola que Levi estuda, há 5 classes com 35 alunos, 4 classes com 32 alunos e 2 classes de 30 alunos. Qual é o número total de alunos nessa escola?

02) Pedro comprou o seu material escolar gastando exatamente R\$ 180,00. Para efetuar o pagamento ele entregou ao vendedor 4 notas de R\$ 50,00. Quanto Pedro receberá de troco?

03) O senhor Ricardo quer comprar em uma loja de eletrodomésticos três produtos diferentes, cujos preços estão estabelecidos na tabela abaixo:

PRODUTO	PREÇO (EM REAIS – R\$)
A	460
B	380
C	215

Para realizar essa compra o senhor Ricardo tem R\$ 1000,. Sabendo que ele quer comprar os três produtos (A, B e C), irá sobrar ou faltar dinheiro para essa compra? Quanto?

APÊNDICE E - Atividade de casa

ALUNO: _____

Nº: _____ **ANO:** _____ **TURMA:** _____

01) Associe um número positivo ou um número negativo a cada uma das situações:

- a) Um lucro de 20 reais.
- b) Um prejuízo de 500 reais.
- c) Um avanço de 8 minutos.
- d) Um atraso de 15 minutos.
- e) Uma temperatura de 3 graus abaixo de zero.
- f) Uma altitude de 800 m acima do nível do mar.

02) Suponha que a temperatura neste momento é de 12°C . Indique a nova temperatura se o termômetro:

- a) subir 3°C
- b) baixar 7°C
- c) baixar 15°C
- d) baixar 12°C

03) O senhor Joaquim vende bombons em seu estabelecimento e hoje recebeu do seu distribuidor 5 potes contendo bombons para revendê-los, sendo que em cada pote deverá ter exatamente 70 bombons. Seu Joaquim resolveu verificar a quantidade de bombons contida em cada um deles e os marcou através de uma etiqueta da seguinte maneira:

POTE A: colou uma etiqueta escrita com **-6**

POTE B: colou uma etiqueta escrita com **+5**

POTE C: colou uma etiqueta escrita com **0**

POTE D: colou uma etiqueta escrita com **-8**

POTE E: colou uma etiqueta escrita com **+3**

Ele explicou o significado das marcações, dizendo:

- 8 (indica que no pote faltam 8 bombons);

+5 (indica que no pote há excesso de 5 bombons).

Então, responda:

- a) Existe algum pote que contém exatamente 60 bombons? Caso exista, qual deles?
- b) Quantos bombons há em cada pote?

