UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ALAN DE SOUZA SAMPAIO

SISTEMA PERMANENTE DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA DO CEARÁ (SPAECE): DETALHAMENTO DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO 3° ANO DO ENSINO MÉDIO

QUIXADÁ – CEARÁ
2018

ALAN DE SOUZA SAMPAIO

SISTEMA PERMANENTE DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA DO CEARÁ (SPAECE): DETALHAMENTO DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO 3° ANO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional. Área de Concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ulisses Lima Parente.

QUIXADÁ – CEARÁ
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Estadual do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Sampaio, Alan de Souza .

Sistema permanente de avaliação da educação básica do ceará (spaece): detalhamento da matriz de referência de matemática do 3° ano do ensino médio [recurso eletrônico] / Alan de SouzaSampaio. - 2018

.1 CD-ROM: il.; 4 ¾ pol.

CD-ROM contendo o arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico com 101 folhas, acondicionado em caixa de DVD Slim (19 x 14 cm x 7 mm).

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Quixadá, 2018 .

Área de concentração: Matemática. Orientação: Prof. Dr. Ulisses Lima Parente..

1. SPAECE. 2. Matriz de referência. 3. Descritor. I. Título.

ALAN DE SOUZA SAMPAIO

SISTEMA PERMANENTE DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA DO CEARÁ (SPAECE): DETALHAMENTO DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO 3° ANO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional. Área de Concentração: Matemática.

Aprovada em: 28 de setembro de 2018

BANCA EXAMINADORA

Ulisses Lima Parente

Prof. Dr. Ulisses Lima Parente (Orientador)
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Jobson de Q. O.

Prof. Dr. Jobson de Queiroz Oliveira
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Maria José Araújo Souza

Prof.ª Dr.ª Maria José Araújo Souza
Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais, a minha esposa e aos meus filhos.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer inicialmente a Deus, pois não teria chegado até aqui se não fosse sua proteção.

A minha família: minha mãe Cineide, meu pai Cimar, aos meus filhos Ian e Elias e a minha querida esposa Rosinha, pelo incansável apoio aos meus estudos.

Sou muito grato aos gestores da Escola Adauto Bezerra de Monsenhor Tabosa-Ce, por toda a disposição em me ajudarem com questões de horário e ainda mais, aos nobres colegas de trabalho, sobretudo aos que me ajudaram de forma direta: meu nobre amigo Francisco Diego, pelas suas dicas preciosas e livros emprestados, a minha querida amiga Professora Camila Franco pela insubstituível e grandiosa ajuda com a revisão do texto, ao meu colega Junior Frota pela enorme ajuda na formatação do trabalho, e ao Professor Wallace César pelas dicas do Inglês.

Agradeço a CAPES, pela bolsa, sem a qual essa conquista seria dificultada.

Tenho de agradecer aos meus colegas da turma do PROFMAT, pelo companheirismo e amizade, e de forma destacada ao amigo Aécio Ferreira.

Aos ilustres professores da UECE-Quixadá com os quais ao longo desses quase três anos tive o prazer de conviver e aprender, em especial ao meu orientador Prof. Dr. Ulisses Lima Parente, pela paciência e sugestões.

À Prof.ª Dr. Maria José Araújo Souza pelas recomendações e apoio.

“Pois da mesma forma que uma palavra inconsiderada arrasta ao erro, o silêncio inoportuno deixa no erro aqueles a quem poderia instruir”.

(Gregório Magno)

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), tendo a Matriz de Referência como foco principal. Teve como objetivo geral a compreensão do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE) como exemplo de avaliação externa bem consolidada. O estudo realizado apresenta a evolução desse sistema por abrangência, série/ano e número de alunos avaliados; seus componentes básicos: Matriz de Referência, Item e Escala de Proficiência. Traz, também, um detalhamento da Matriz de Referência de Matemática do 3° ano do ensino médio com um exemplo de item (questão) para cada habilidade (descritor) da referida matriz; discussão sobre as estratégias adotadas pelos alunos na resolução dos itens e recomendações/sugestões/métodos de ensino aos professores de Matemática da rede estadual do Ceará para o ensino de tais habilidades. Os autores que embasaram o estudo foram Haydt, Dante, Lima, Luckesi e Perrenoud, além disso, o estudo foi desenvolvido em sua maior parte considerando as contribuições dos Boletins Pedagógicos divulgados anualmente pela Secretária de Educação do Ceará (SEDUC). Ao final do estudo conclui-se, portanto que o SPAECE como sistema de avaliação tem cumprido seu papel na melhoria da educação cearense e que professores de Matemática do ensino médio devem procurar informações (formação) sobre esta avaliação, principalmente a respeito da Matriz de Referência e interpretação da Escala de Proficiência, só assim estarão contribuindo para solucionar as dificuldades dos alunos, que ainda são muitas.

Palavras-chave: SPAECE. Matriz de referência. Descritor.

ABSTRACT

This academic research presents a study about the Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), it has the Reference Matrix as main focus. Its general objective is to understand the Permanent System of Evaluation of Basic Education of Ceará (SPAECE) as an example of a well-established external evaluation. The study presents the evolution of this system by comprehensiveness, grades and number of students assessed; its basic components: Reference Matrix, Item and Proficiency Scale. It also includes a detailing of the Mathematics Reference Matrix of the junior students of high school with an example of item (question) for each skill (descriptor) of said matrix; discussion about strategies adopted by students in solving the items and recommendations / suggestions / teaching methods to teachers of Mathematics of the state network of Ceará for teaching such skills. The authors of the study are Haydt, Dante, Lima, Luckesi and Perrenoud, and was developed by the most part considering the contributions of the Pedagogical Bulletins published annually by the Secretary of Education of Ceará (SEDUC). In the end of the study, was concluded that SPAECE is an evaluation system has fulfilled its role of improving the education in Ceará and the Mathematics teachers of high school must seek information (training) about this evaluation, especially about the Reference Matrix and Interpretation of the Proficiency Scale, as they will be contributing to solving the difficulties of the students, which are still plenty of.

Keywords: SPAECE. Matrix of reference. Descriptor.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPS	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SPAECE	Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará
PCN_s	Parâmetros Curriculares Nacionais
SEDUC	Secretaria da Educação do Estado do Ceará
D	Descritor
CAEd	Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
CREDE	Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação
TRI	Teoria de Resposta ao Item
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EaD	Educação a Distância

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA

Decidi ser Professor de Matemática ainda na adolescência, aos 15 anos, muito por achar a disciplina fascinante e também por ver o exemplo de minha mãe, uma alfabetizadora muito dedicada. Concluí a educação básica em minha cidade natal Monsenhor Tabosa – CE, em uma escola pública, na qual hoje sou professor, logo após, tive que morar em Sobral - CE, onde fiz a graduação em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA) de 2006 a 2009, foi nessa época que tive a primeira experiência no magistério, ensinando Matemática no 5° e 6º anos de uma escola da rede municipal de Sobral, foi a partir daí que percebi o quanto um professor deve ser preparado para enfrentar os problemas de aprendizagem na disciplina de Matemática.

Em 2010 fui aprovado em dois concursos públicos para o magistério, sendo um deles para professor de Matemática de nível médio SEDUC, cargo que ocupo até os dias de hoje. Ao longo desses anos lecionando na rede pública de ensino, tenho contato direto com avaliações internas e externas, estas últimas representadas pelo SAEB e SPAECE. Como professor temos o dever de conhecermos bem estas avaliações, sobretudo o sistema de avaliação cearense, nesse sentido tenho me qualificado no assunto, conhecendo seus principais componentes e de forma destacada as Matrizes de Referência, para a partir daí, produzir itens de boa qualidade que ajudem os estudantes a desenvolver as habilidades consideradas essenciais para a etapa de escolaridade em que se encontram. Todo esse conhecimento tem-se transformado em bons resultados, pois a Escola Governador Adauto Bezerra, onde trabalho tem avançado anualmente nos resultados de Matemática do SPAECE.

Nos últimos quatro anos, tenho buscado qualificar-me como professor de Matemática, em 2015 concluí o curso de Especialização em Ensino de Matemática pela Universidade Candido Mendes (UCAM) e ainda buscando qualificar-me para aperfeiçoar o processo de ensino aprendizagem na relação com meus alunos, em 2016, fui aprovado no Exame Nacional de Admissão do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), pela Universidade Estadual do Ceará (UECE).

1.2 PROBLEMÁTICA

O fato de que os professores, sobretudo os da educação básica, não têm tempo para uma formação continuada sólida e eficaz não é novidade para ninguém, isso ocorre por diversos motivos, entre eles podemos citar: carga horária excessiva, desmotivação com a profissão, falta de apoio por partes de gestores da educação etc. Desta forma, muitos profissionais deixam de se qualificar no que diz respeito a novidades e práticas de ensino inovadoras. Nas últimas décadas tem-se notado uma crescente nas chamadas avaliações externas, que produzem resultados que poderão contribuir muito na solução dos problemas de aprendizagem, e nesse sentido os professores devem conhecer bem tudo que envolve esses sistemas de avaliações.

Em nosso estado, existe o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE) e percebe-se o quanto os professores de Português e Matemática, principalmente os iniciantes, ainda estão carentes de formação sobre avaliação externa e, também, nesse sistema, apesar de alguns esforços feitos pela SEDUC nesse sentido, oferecendo formação através da EaD.

1.3 JUSTIFICATIVA

A presente dissertação se propõe a fazer um estudo sobre o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), com foco no detalhamento da Matriz de Referência de Matemática do 3º ano do Ensino Médio, já que a temática ainda é muito carente de subsídios para professores de Matemática de nível médio, principalmente no que diz respeito a metodologias de ensino para os descritores da Matriz de Referência.

Na perspectiva de uma escola mais eficaz no processo de ensino aprendizagem vê-se necessário a utilização da avaliação como instrumento diagnóstico. Assim, a organização de situações que culminem no alcance dos objetivos propostos passa diretamente pelo entendimento do que é avaliar. De acordo com os PCN_s (BRASIL, 2000) a avaliação consiste no processo regulador das aprendizagens e caracteriza-se por ser um elo do percurso escolar e seu resultado, é a certificação das diversas aprendizagens adquiridas pelos alunos. Sendo assim, a avaliação além de permitir a verificação do nível de aprendizagem dos alunos, permite também, determinar o nível de qualidade do processo de ensino, ou seja, o êxito do trabalho docente.

No âmbito das avaliações em larga escala, implantadas com a justificativa da necessidade de monitorar o funcionamento das redes de ensino e fornecimento de subsídios aos gestores para formulação das práticas com dados mais definidos, o SPAECE tem como características, entre outras, a definição de uma matriz, na qual são especificados os objetos de avaliação, e o emprego de provas padronizadas, como condição para que sejam possíveis, quando cabíveis, comparações baseadas em resultados mais objetivos. O Governo do Estado do Ceará, por meio da SEDUC, vem implementando, desde 1992, o SPAECE.

É importante entender os aspectos que norteiam essa avaliação. Na primeira parte do texto são feitas considerações sobre o processo de avaliação externa e as etapas percorridas nesse processo; explicando entre outras coisas os critérios a serem observados na elaboração de itens de avaliação em larga escala, bem como recomendações técnicas e pedagógicas a serem consideradas na elaboração de bons itens.

Na segunda parte desse trabalho é proposta uma análise detalhada da Matriz de Referência de Matemática do 3º ano do Ensino Médio. O detalhamento é feito dando exemplo de item para cada DESCRITOR (habilidade) da matriz; são utilizados 9 itens de avaliações anteriores e 15 itens elaborados pelo autor. Nos itens é feita uma análise de cada alternativa, de modo a “especular” os procedimentos adotados pelos alunos ao assinalar, considerando o gabarito (alternativa correta) e os distratores (demais alternativas). Depois de cada análise é dada uma sugestão de como trabalhar a habilidade cobrada pelo descritor. Nessa perspectiva,

> Conhecer os conteúdos a serem ensinados é a menor das coisas, quando se pretende instruir alguém. Porém, a verdadeira competência pedagógica não está aí; ela consiste, de um lado, em relacionar os conteúdos a objetivos e, de outro, a situações de aprendizagem. (PERRENOUD, 2000, p.26).

O processo avaliativo tem a premissa no estabelecimento de objetivos/desejos e comumente é uma comprovação de resultados ou/e até que ponto as metas estabelecidas foram alcançadas. Assim,

> A ação educativa é finalística, isto é, pressupõe objetivos. Todo professor estabelece metas para seu trabalho docente. E como ensinar e aprender são processos intimamente relacionados, à medida que o professor prevê os objetivos do seu ensino, está, também, propondo os objetivos a serem alcançados pelos alunos como resultado da aprendizagem. (HAYDT, 2008, p.20).

A relevância do estudo realizado se dá pelo suporte teórico para professores de Matemática do Ensino Médio, numa análise mais profunda da Matriz de Referência do 3° ano e uma oportunidade de conhecer práticas pedagógicas utilizadas em sala, podendo contribuir no trabalho das habilidades cobradas pelos descritores. O estudo realizado além de pesquisa bibliográfica se alicerça na experiência profissional do professor (autor do estudo).

Espera-se que o texto construído no trabalho sirva como apoio não somente teórico, mais na prática pedagógica em sala de aula.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Geral

O objetivo geral desse estudo consistiu em compreender o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE).

1.4.2 Específicos

Auxiliar professores de Matemática do ensino médio no que diz respeito aos conhecimentos sobre a Matriz de Referência de matemática do 3° ano do ensino médio.

Descrever práticas pedagógicas utilizadas em sala, podendo contribuir no trabalho das habilidades cobradas pelos descritores;

Possibilitar a diferenciação entre Currículo e Matriz de Referência;

Conhecer as partes de um item do Teste, e também a estrutura do próprio Teste.

Descrever um caminho para a interpretação de resultados por meio da Escala de Proficiência.

2 AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA

2.1 O QUE É AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA?

A avaliação está presente no cotidiano escolar, e um dos principais sujeitos responsável por esse processo é o professor, que, por meio de diversos instrumentos tais como observações, provas, registros etc., busca aferir o aprendizado dos alunos, e diante dos resultados procura alternativas para que estes avancem. Mas será que esse tipo de avaliação é suficiente para resolver todos os problemas de aprendizagem, por exemplo? A resposta é não, e é por esse motivo que nas últimas décadas, tem-se notado um crescente avanço nas chamadas avaliações externas, também chamadas de avaliações em larga escala.

As avaliações em larga escala “permitem a construção de diagnósticos macroeducacionais, que dizem respeito à rede de ensino como um todo, e não apenas às escolas e aos alunos específicos.” (CEARÁ, 2015, p.13), portanto são instrumentos, ou seja, testes de proficiência padronizados, aplicados aos alunos, professores, diretores e coordenadores. Observa-se então, que tal avaliação envolve os principais componentes da comunidade escolar, dessa forma as informações produzidas por esses testes e questionários possibilitam tomadas de decisões mais condizentes com a realidade, e assim governantes podem elaborar políticas públicas para melhorar a qualidade da educação.

Pelo exposto acima, o principal objetivo das avaliações externas é servir de base para a tomada de decisões pelos gestores da educação, mais, além disso, são produzidas informações sobre cada aluno de forma individual, assim esses resultados podem ser apreciados pelos professores e coordenadores escolares, logo o sucesso deste tipo de avaliação. Portanto, podemos dizer que as avaliações externas e internas são complementares. Assim,

> Se a avaliação não estivesse apta a dialogar com as escolas, tomadas em si, na figura dos gestores escolares e dos professores, os sistemas de avaliação jamais teriam experimentado o desenvolvimento que tiveram nas últimas décadas no Brasil. (CEARÁ, 2015, p.13).

O leitor deve estar se perguntando o que é avaliado em um teste de proficiência. Na próxima seção, inicia-se um estudo sobre o Sistema Permanente de

Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), um exemplo de avaliação externa.

2.2 SISTEMA PERMANENTE DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA DO CEARÁ (SPAECE)

Em termos de avaliação externa

> O Governo do Estado do Ceará, por meio da Secretaria da Educação (SEDUC), vem implementando, desde 1992, o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE. Esse sistema tem por objetivo fornecer subsídios à formulação, reformulação e monitoramento das políticas educacionais, além de possibilitar aos professores, diretores escolares e gestores educacionais um quadro da situação da Educação Básica na rede pública de ensino. (CEARÁ, 2008, p.14).

O SPAECE é uma avaliação externa em larga escala, que avalia as competências e habilidades de alunos do ensino fundamental e do ensino médio, nas disciplinas de Português e Matemática, a partir de 2010 a EJA nos níveis ditos acima também passa a ser avaliada. As questões da prova, ou seja, os itens dos testes são elaborados por professores da rede pública de ensino sob a coordenação do CAEd, da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), tendo como orientação uma Matriz de Referência, que é um recorte do currículo vigente. Desde 2008 são aplicados, questionários contextuais, investigando dados socioeconômicos e hábitos de estudo dos alunos, perfil e prática dos professores de Português e Matemática e também de diretores. O SPAECE caracteriza-se como uma avalição realizada de forma censitária e universal, que engloba escolas estaduais e municipais. A partir de 2007 o SPAECE, passa a avaliar também as competências de leitura dos alunos do 2° ano do Ensino Fundamental. Assim, o SPAECE avalia três eixos:

a) Avaliação da Alfabetização – SPAECE-Alfa (2º ano, teste de leitura);
b) Avaliação do Ensino Fundamental (5º e 9º anos, teste de Português e Matemática);
c) Avaliação do Ensino Médio (1ª, 2ª e 3 ª séries, teste de Português e Matemática).

O SPAECE, como avaliação, e principalmente por ser em larga escala, tornou-se um instrumento indispensável na busca por uma educação de qualidade, pois a partir dessa avaliação, os gestores têm em mãos, diagnósticos de como está o quadro de aprendizagem de todas as escolas do estado.

2.3 EVOLUÇÃO DO SPAECE, POR ABRANGÊNCIA, SÉRIE/ANO E Nº DE ALUNOS AVALIADOS

O Quadro 1 sintetiza a evolução do SPAECE, desde seu início.

Quadro 1 - Evolução do SPAECE, por abrangência, série/ano e nº de alunos avaliados

(continua)

ANO	ABRANGÊNCIA	SÉRIE/ANO	Nº DE ALUNOS AVALIADOS
1992	Fortaleza	4ª e 8ª EF	14.600
1993	Fortaleza e 14 municípios sede das Delegacias	4ª e 8ª EF	22.886
1994	Fortaleza e 14 municípios sede das Delegacias	4ª e 8ª EF	21.812
1996	Fortaleza e 14 municípios sede das Delegacias + 05 Municipalizados	4ª e 8ª EF	25.253
1998	Fortaleza e 20 municípios sede dos CREDE + 02 municípios por CREDE	4ª e 8ª EF	39.710
2001	Adesão das escolas (184 municípios) – SPAECE NET	8ª EF e 3ª EM	12.540
2002	Adesão das escolas (179 municípios) – SPAECE NET	8ª EF e 3ª EM	23.258
2003	Adesão das escolas (184 municípios) – SPAECE NET	8ª EF e 3ª EM	28.557
2004	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipal	4ª e 8ª EF e 3ª EM	141.593
2006	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	4ª e 8ª EF e 3ª EM	187.561
2007	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	2º EF	170.904
2008	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	2º, 5º e 9º EF e 1ª, 2ª e 3ª EM	614.566
2009	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	2º, e 5º EF e 1ª, 2ª e 3ª EM	546.951
2010	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	2º, 5º e 9º EF e 1ª, 2ª e 3ª EM; EJA (EF e EM)	667.196

(conclusão)

ANO	ABRANGÊNCIA	SÉRIE/ANO	Nº DE ALUNOS AVALIADOS
2011	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	2º, 5º e 9º EF; 1ª, 2ª e 3ª EM; EJA (EF e EM)	658.654
2012	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	2º, 5º e 9º EF; 1ª, 2ª e 3ª EM; EJA (EF e EM)	647.693
2013	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	Censitário: 2º e 5º EF 1ª EM e EJA (EF e EM) Amostral: 9º EF 2ª e 3ª EM	659.669
2014	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	Censitário: 2º, 5º e 9º EF 1ª EM e EJA (EF e EM) Amostral: 2ª e 3ª EM	622.566
2015	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	Censitário: 2º, 5º e 9º EF 1ª e 3ª EM[1] e EJA (EF e EM)	449.010
2016	Universalizado (184 municípios) – Redes Estadual e Municipais	Censitário: 2º 5º e 9º EF 3ª EM e EJA (EM)	385.462

Fonte: Dados do CAEd colhidos pelo autor.

Algumas observações:

a) Inicialmente, em 1992 o atual SPAECE era chamado de “Avaliação do Rendimento Escolar dos Alunos de 4ª e 8ª Séries”, era conhecido nos meios escolares como “Avaliação das Quartas e Oitavas”, e futuramente passou a ser denominada “Avaliação da Qualidade do Ensino” (LIMA, 2007);

b) “A partir de 1995, fica estabelecido pela nova gestão da SEDUC que as avaliações seriam intercaladas com os levantamentos do SAEB, passando assim a ser bianual, nos anos pares.” (LIMA, 2007, p.126);

[1] Na 3ª série do EM foram avaliados apenas os alunos das escolas do 2º ciclo do Programa Ensino Médio Inovador/Jovem de Futuro.

c) Em 1996, o sistema de avaliação foi denominado de Sistema Permanente de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado do Ceará, ressalte-se que alguns textos produzidos com base nos resultados do ciclo de aferição de 1996 passam a denominá-la de Sistema Permanente de Avaliação do Ensino do Estado do Ceará, utilizando, inclusive, pela primeira vez, a sigla SPAECE (LIMA, 2007);
d) No ano 2000 o sistema de avaliação cearense através da Portaria Nº 101/00, passa a denominar-se oficialmente Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE (LIMA, 2007);
e) Com o SPAECE NET o “Ceará tornou-se pioneiro no Brasil com a utilização da informática na avaliação do desempenho escolar de alunos da rede pública estadual de ensino.” (CEARÁ, 2002, p.59 *apud* LIMA, 2007, p.141);
f) A idealização do SPAECE-Alfa em 2007 surge em decorrência da prioridade do atual governo com a alfabetização das crianças logo nos primeiros anos de escolaridade, expressa por meio do Programa Alfabetização na Idade Certa (PAIC), (CAEd);
g) Em 08.10.2008 a Assembleia Legislativa do Estado do Ceará, aprova a Lei que institui o Prêmio Aprender pra Valer que consiste na premiação do quadro funcional de todas as escolas que alcançarem as metas anuais de evolução da aprendizagem dos alunos do ensino médio, definidas pela SEDUC, tendo por referência os resultados do SPAECE, e a Lei – 14.483/08 que institui a premiação de um computador para alunos do Ensino Médio que evidenciem melhor desempenho acadêmico (nível de desempenho ADEQUADO) nas escolas da rede pública de ensino do Estado do Ceará;
h) Atualmente a Avaliação do Ensino Médio, é realizada, anualmente, de forma censitária, na 3ª série do Ensino Médio e, é por isso, que este trabalho, irá fazer o detalhamento da Matriz de Referência, apenas do 3° ano do Ensino Médio.

3 COMPONENTES DAS AVALIAÇÕES EXTERNAS

3.1 MATRIZ DE REFERÊNCIA

Quando o professor deseja realizar uma avaliação, precisa definir que conteúdo irá avaliar, o mesmo ocorre quando se quer realizar uma avaliação em larga escala, e é nesse sentido que surge um dos principais componentes da avaliação externa, a Matriz de Referência. A Matriz de Referência é um instrumento que informa com clareza o que será avaliado, ela surge da Matriz Curricular (currículo) e nela consta habilidades fundamentais possíveis de serem avaliadas em teste de múltiplas escolhas, assim é um elemento norteador para elaboração das avaliações em larga escala e como tal não abarca todo o currículo, portanto é importante compreender a diferença entre tais, visto que a matriz não é utilizada como plano de ensino anual. Mais claramente temos

> Matriz de Referência não se confunde, em absoluto, com Matriz Curricular (currículo). Elas são documentos relacionados, mas possuem objetos e objetivos distintos. A Matriz de Referência é dotada de um âmbito de atuação mais estreito e delimitado do que a Matriz Curricular. A primeira diz respeito ao contexto das avaliações em larga escala, ao passo que a segunda se relaciona com aspectos que, embora envolvam, extrapolam o âmbito da avaliação. A Matriz Curricular direciona a produção do currículo em uma série de pontos: os objetivos do ensino e da aprendizagem, os conteúdos e as habilidades a serem desenvolvidos, as metodologias a serem utilizadas, os processos de avaliação etc. É um documento que se relaciona com o ensino e com a aprendizagem em múltiplas dimensões, levando em consideração todas as atividades de caráter pedagógico que as instituições escolares devem exercer. Com isso, é preciso que se reconheça que a Matriz Curricular não é o objeto de uma avaliação em larga escala. Logo, quando estamos diante de um sistema de avaliação, não é o currículo, como um todo, que está sendo avaliado (CEARÁ, 2014, p.17).

Diante do exposto acima é importante que professores entendam o seguinte: Matrizes de Referências se referem a habilidades e competências a serem desenvolvidas e não seleção de conteúdos que devem ser ensinados, pois

> A função verdadeira da avaliação da aprendizagem seria auxiliar a construção da aprendizagem satisfatória; porém, como ela está centralizada nas provas e exames, secundariza o significado do ensino e da aprendizagem como atividades significativas em si mesmas e superestima os exames. Ou seja, pedagogicamente, a avaliação da aprendizagem, na medida em que estiver polarizada pelos exames, não cumprirá a sua função de subsidiar a decisão da melhoria da aprendizagem. (LUCKESI, 2006, p.25).

3.1.1 A Matriz de Referência para Avaliação em Matemática

Nas avaliações a "Matriz de Referência é formada por grandes temas que, por sua vez, agrupam um conjunto de elementos que descrevem as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos. Por seu caráter descritivo, tais elementos são chamados de descritores." (CEARÁ, 2014, p.17). Cada descritor apresenta apenas uma habilidade a ser cobrada. Cada item (questão) do teste, por sua vez, está relacionado a apenas um descritor. Para que se entenda melhor essa organização, observemos no Quadro 2 a Matriz de Referência para Avaliação em Matemática do SPAECE (3° ano Ensino Médio).

Quadro 2 – Matriz de referência – SPAECE matemática – 3° ano do ensino médio temas e seus descritores

(continua)

I – INTERAGINDO COM OS NÚMEROS E FUNÇÕES	
D16	Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.
D19	Resolver problema envolvendo juros simples.
D20	Resolver problema envolvendo juros compostos.
D24	Fatorar e simplificar expressões algébricas.
D28	Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 1º grau.
D40	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D42	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da probabilidade de um evento.
II – CONVIVENDO COM A GEOMETRIA	
D49	Resolver problemas envolvendo semelhança de figuras planas.
D50	Resolver situação-problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo.
D51	Resolver problemas usando as propriedades dos polígonos. (Soma dos ângulos internos, número de diagonais e cálculo do ângulo interno de polígonos regulares).
D52	Identificar planificações de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
D53	Resolver situação-problema envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
D54	Calcular a área de um triângulo pelas coordenadas de seus vértices.
D55	Determinar uma equação da reta a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
D56	Reconhecer, dentre as equações do 2° grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.
D57	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

(conclusão)

D58	**Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.**
III - VIVENCIANDO AS MEDIDAS	
D64	Resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume.
D65	Calcular o perímetro de figuras planas, numa situação-problema.
D67	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D71	Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera.
D72	Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, em situação-problema.
IV - TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	
D76	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas aos gráficos que as representam e vice-versa.
D78	Resolver problemas envolvendo medidas de tendência central: média, moda ou mediana.

Fonte: Elaborado pelo autor.

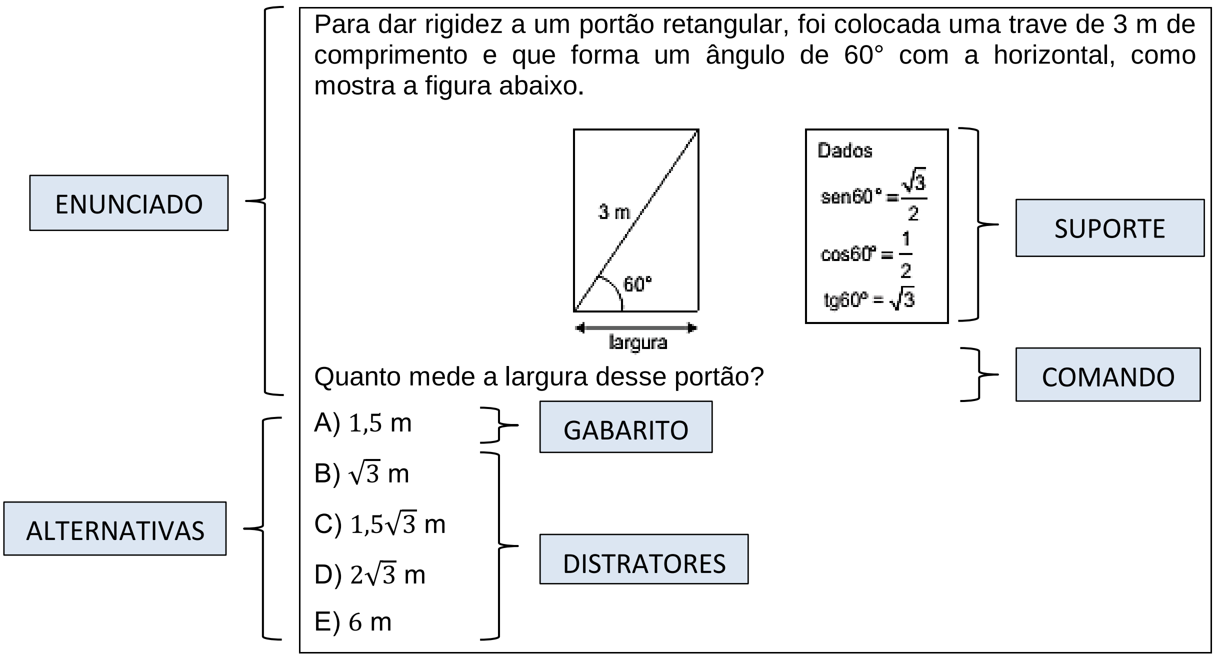
A Matriz de Referência contempla os seguintes tópicos (Grandes Temas): Números e Funções, Geometria, Medidas e Tratamento da Informação, cada um destes está dividido em descritores, ao todo 24. Como pode ser notado no Quadro 2 a numeração dos descritores não segue uma ordem, a explicação é que a numeração começa com o D1(descritor do 5° ano) e termina com o D78(descritor do 3º ano) e estes 78 descritores são distribuídos ao longo das Matrizes do 5°e 9° do ensino fundamental e 1°, 2° e 3° anos do ensino médio, e além disso, existem descritores que estão presente em mais de uma Matriz. As matrizes funcionam como objetos que darão origem aos instrumentos dos sistemas de avaliação em larga escala. É a partir dessa Matriz que os itens dos testes são produzidos. E como são compostos os cadernos de avaliação do SPAECE? Atualmente para o Ensino Médio, são utilizados 91 itens de Língua Portuguesa e 91 de Matemática, distribuídos em 7 blocos de 13 itens, para cada disciplina. Geramos assim, 21 modelos de cadernos para cada disciplina, pois os alunos respondem a 2 blocos de Língua Portuguesa (26 itens) e 2 blocos de Matemática (26 itens). Assim, cada aluno responde, no total, a 52 itens alternados entre Língua Portuguesa e Matemática. Portanto, a prova de Matemática é composta por 26 itens.

Uma pergunta natural que surge no momento é a seguinte: São utilizados todos os descritores da Matriz de Referência, na montagem dos cadernos de teste? Uma análise dos resultados preliminares de 2017 por aluno, divulgado pela SEDUC, mostra que dos 21 modelos de cadernos para Matemática, existem cadernos que deixam de contemplar descritores, enquanto existem outros onde alguns descritores são cobrados 2 vezes, para exemplificar, apresentamos o resultado da aluna Elizabeth de Oliveira Silva Nascimento[2], que acertou todos os 26 itens da avaliação de Matemática, no teste dela os descritores D19, D51, D65, D67 e D76 foram cobrados cada um duas vezes, já os descritores D19, D64 e D71 não foram cobrados.

3.2 ITEM

Quando se trata de avaliação em larga escala, o item é uma questão utilizada nos testes, caracterizando-se por avaliar uma única habilidade, indicada por um descritor da Matriz de Referência do teste. Para elaborar bons itens de avaliação é fundamental que se compreenda a quais habilidades esses descritores se referem e o que, exatamente pretendem avaliar. Vamos agora, entender a estrutura do item, observando na Figura 1, um exemplo de item aplicado no SPAECE de 2010.

Figura 1 – Exemplo de item



Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2010).

[2] Aluna do 3° ano da EEM Governador Adauto Bezerra da cidade de Monsenhor Tabosa - CE, no ano de 2017.

No item acima, Figura 1, observa-se sua composição, distribuída em: enunciado, suporte, comando e alternativas de respostas, que podem ser distratores ou o gabarito.

Segundo o CAEd:

a) *O **enunciado*** é responsável por impulsionar os estudantes a solucionar os problemas apresentados.
b) *O **suporte*** equivale a uma imagem, um gráfico, uma tabela, um texto ou outro recurso que apresente uma situação-problema ou um questionamento com informações necessárias à resolução do item.
c) *O **comando*** corresponde à orientação dada ao estudante para a resolução do item. Esse deve ser preciso e estar nitidamente atrelado à habilidade que se pretende avaliar, explicando com clareza a tarefa a ser executada.
d) *As **alternativas** de resposta* são apresentadas numa lista de quatro ou cinco opções, sendo apenas uma correta – o ***gabarito***.
e) São denominadas ***distratores*** as alternativas de resposta que não estão corretas, mas que devem ser plausíveis, referindo-se a raciocínios possíveis dos estudantes. Assim, o distrator pode revelar uma competência que não foi adquirida pelo estudante e mostrar o caminho que o professor deve seguir para sanar essa dificuldade.

As provas de Matemática podem ou não conter suporte, já nos testes de Língua Portuguesa sua presença é obrigatória. No exemplo exposto anteriormente, o suporte é representado pelo portão e também pelo seno, cosseno e tangente do ângulo de 60°. No Ensino Médio, as alternativas de respostas, devem ser em número de cinco, enquanto que no Ensino Fundamental são apenas quatro. O comando é uma interrogação ou uma complementação, como exposto na Figura 1, tem-se uma interrogação.

Para a elaboração de itens com boa qualidade técnica segue um roteiro com as principais considerações, segundo o CAEd:

a) ITENS

- Devem estar rigorosamente relacionados aos descritores das Matrizes de Referência;
- Devem medir uma única habilidade;
- Devem identificar claramente o descritor a ser avaliado;

- Devem ser elaborados em linguagem clara e objetiva.

b) ENUNCIADOS

- Devem apresentar, por completo, o problema a ser resolvido;
- É vedada a construção de enunciados que induzam o estudante à resposta;
- Devem evidenciar a habilidade prevista pelo descritor;
- É vedado o uso de expressões como “Assinale a alternativa correta”, “Qual das alternativas...”, “A alternativa que indica ...”, e equivalentes.

c) SUPORTES

- É vedada a utilização de textos base, gráficos, figuras, ilustrações e tabelas que não estejam relacionados com o item;
- Devem apresentar imagens de gráficos, figuras e tabelas nítidas e bem posicionadas.

d) ALTERNATIVAS

- As incorretas devem ser plausíveis (plausibilidade: semelhanças ou similaridade em relação à alternativa correta);
- É vedada a construção de alternativas que induzam o estudante a acertar o item por exclusão;
- Devem ter, aproximadamente, a mesma extensão;
- Devem apresentar respostas completas.

e) GABARITOS

- Devem atender à habilidade indicada pelo descritor;
- Devem ser redigidos de forma a não se tornarem atrativos (em relação aos distratores);
- Devem ser redigidos de forma clara e objetiva;
- Devem ter, aproximadamente, a mesma extensão dos distratores.

3.3 A ESCALA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA

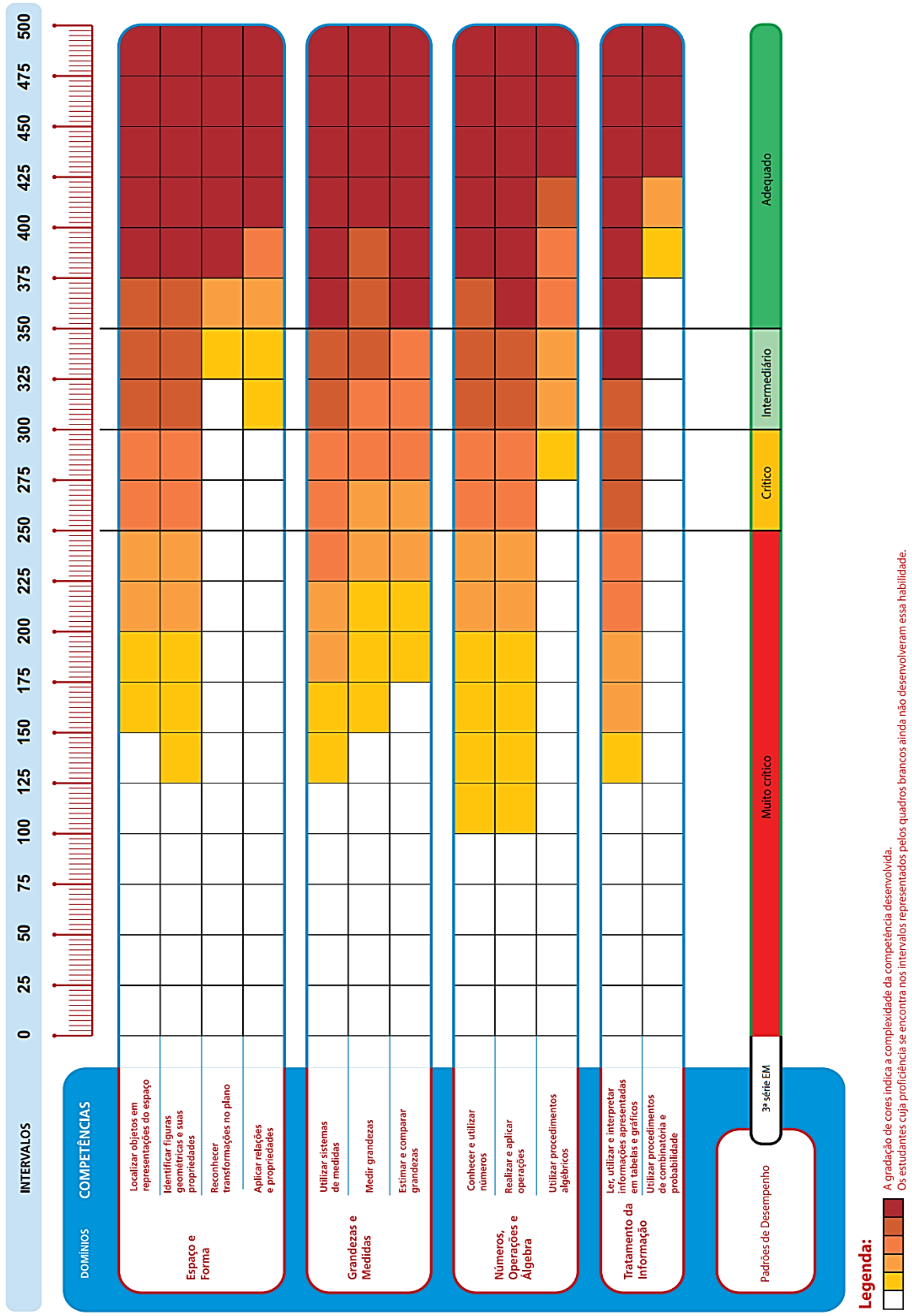
Nas avaliações em larga escala da educação básica realizadas no Brasil, em geral, os resultados dos estudantes em Matemática são dispostos em uma mesma Escala de Proficiência (uma espécie de régua na qual os resultados obtidos nas avaliações externas são apresentados), esta Escala é definida pelo SAEB, e possibilita uma interpretação pedagógica dos resultados.

> A ESCALA DE PROFICIÊNCIA foi desenvolvida com o objetivo de traduzir medidas em diagnósticos qualitativos do desempenho escolar. Ela orienta, por exemplo, o trabalho do professor com relação às competências que seus alunos desenvolveram, apresentando os resultados em uma espécie de régua onde os valores obtidos são ordenados e categorizados em intervalos ou faixas que indicam o grau de desenvolvimento das habilidades para os alunos que alcançaram determinado nível de desempenho. (CEARÁ, 2014, p.23).

O SPAECE utiliza a mesma Escala de Proficiência em Matemática do SAEB, o que torna possível a comparação dos resultados obtidos entre a avaliação do SPAECE e outras avaliações de larga escala; entre as diferentes edições do SPAECE e entre as diversas etapas de escolaridades avaliadas.

A seguir, na Figura 2 apresenta-se a Escala de Proficiência em Matemática do SPAECE.

Figura 2 – Escala de Proficiência de Matemática



Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2014).

3.3.1 A estrutura da Escala

A Escala de Proficiência em Matemática do SPAECE estrutura-se em linhas e colunas, conforme visto na página anterior.

> Na primeira coluna são apresentados os grandes domínios do conhecimento em Matemática para toda a educação básica. Cada um desses domínios da escala se divide, na segunda coluna, em competências que, por sua vez, reúnem um conjunto de habilidades. As habilidades, representadas por diferentes cores, que vão do amarelo ao vermelho, estão dispostas nas várias linhas da escala. Essas cores indicam a gradação de complexidade das habilidades, pertinentes a cada competência apresentada na escala. Assim, por exemplo, a cor amarela indica o primeiro nível de complexidade da habilidade, passando pelo laranja e indo até o nível mais complexo, representado pela cor vermelha. A legenda explicativa das cores informa sobre essa gradação na própria escala. (CEARÁ, 2012, p.25).

Na primeira linha da Escala de Proficiência, numa escala numérica, temos os intervalos divididos em faixas de 25 pontos, que vão de zero a 500. Cada intervalo corresponde a um nível e um conjunto de níveis forma um PADRÃO DE DESEMPENHO. Na última linha, em tons de vermelho, amarelo, verde claro e verde escuro estão agrupados os padrões de desempenho definidos pela SEDUC para Matemática do Ensino Médio.

3.3.2 A relação entre a Escala de Proficiência e a Matriz de Referência do 3° do Ensino Médio

A Escala de Proficiência em Matemática é composta por quatro domínios – Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números, Operações e Álgebra e Tratamento da Informação – estes apresentam competências que englobam as habilidades indicadas nos descritores da Matriz de Referência para avaliação.

No Quadro 3, a seguir, pode-se ver quais os descritores contribuem para a constituição de cada uma das competências da Escala de Proficiência.

Quadro 3 - Descritores que contribuem para a constituição de cada uma das competências da Escala de Proficiência

DOMÍNIO	COMPETÊNCIAS	DESCRITORES (3ª SÉRIE DO EM)
ESPAÇO E FORMA	Localizar objetos em representações do espaço.	D57
	Identificar figuras geométricas e suas propriedades.	D52
	Reconhecer transformações no plano.	*
	Aplicar relações e propriedades.	D49, D50, D51, D53, D54, D55, D56 e D58
GRANDEZAS E MEDIDAS	Utilizar sistemas de medidas.	*
	Medir grandezas.	D65, D67, D71 e D72
	Estimar e comparar grandezas.	D64
NÚMEROS, OPERAÇÕES E ÁLGEBRA	Conhecer e utilizar números.	D16
	Realizar e aplicar operações.	D78
	Utilizar procedimentos algébricos.	D19, D20, D24, D28 e D40
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	Ler, utilizar e interpretar informações apresentadas em tabelas e gráficos.	D76
	Utilizar procedimentos de combinatória e probabilidade	D42

Fonte: Elaborado pelo autor.

* As habilidades relativas a essas competências não são avaliadas nesse ano de escolarização.

3.3.3 Interpretando a Escala de Proficiência

Com os resultados em mãos, ou seja, de posse das proficiências de seus alunos, o que a sua escola pode fazer? Bem, se sua escola se preocupa em eliminar as dificuldades dos alunos, deve extrair o máximo de informações oferecidas pela Escala de Proficiência, daí é preciso interpretá-la.

Essa interpretação pode ser feita de três modos:

a) o primeiro, é perceber, a partir de um determinado tema, o grau de complexidade das competências a ele associadas, através da gradação de cores ao longo da Escala;

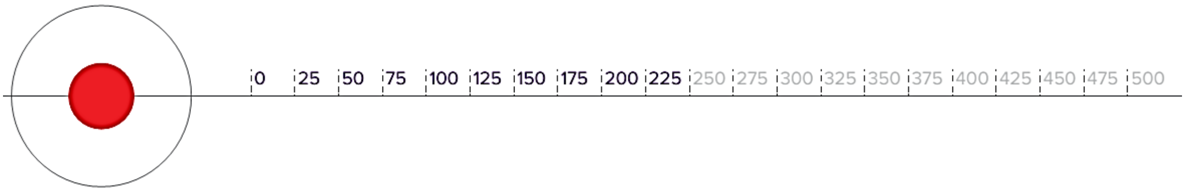
b) o segundo é ler a Escala por meio dos Padrões e Níveis de desempenho, que apresentam um panorama do desenvolvimento dos alunos em determinados intervalos;
c) o terceiro é interpretar a Escala de Proficiência a partir do desempenho de cada instância avaliada: estado, CREDE e escola.

Essas três possibilidades de leitura e interpretação da escala são muito importantes, pois trazem informações fundamentais para o planejamento pedagógico dos professores de matemática, de modo a realizarem intervenções em sala de aula.

Na segunda forma de interpretação da escala de proficiência, os intervalos da Escala são agrupados em padrões definidos pela SEDUC para o SPAECE. Os Padrões de Desempenho são categorias definidas a partir de cortes numéricos que agrupam os níveis da Escala de Proficiência, com base nas metas educacionais estabelecidas pelo SPAECE. Esses cortes dão origem a quatro Padrões de Desempenho – **Muito crítico**, **Crítico**, **Intermediário** e **Adequado.**

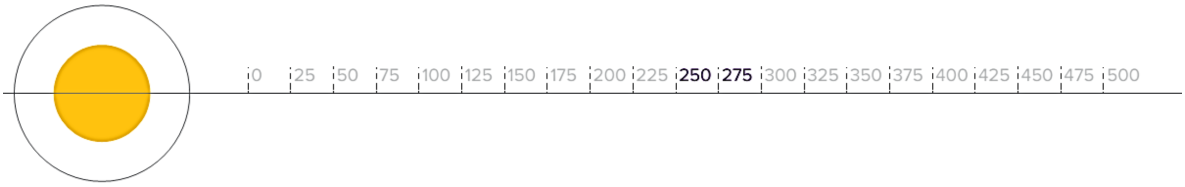
Esses padrões são importantes para o entendimento do ponto em que determinada escola se encontra em relação ao desempenho acadêmico, pois se a proficiência média de uma escola em Matemática é, por exemplo, 280, isso mostra, segundo a Escala de Proficiência (última linha da Escala) que essa, encontra-se no padrão de desempenho CRÍTICO. Na avaliação do Ensino Médio de Matemática do SPAECE, considera-se quatro padrões de desempenho, os quais apresentam o perfil de desempenho dos alunos. Desta forma, alunos que se encontram em um Padrão de Desempenho abaixo do esperado para sua etapa de escolaridade necessitam de uma visão diferenciada por parte da escola, numa perspectiva de intervenção pedagógica, infelizmente, em muitas escolas, esta ação é deixada em segundo plano. A seguir, expõe-se as características gerais dos padrões de desempenho para o 3° ano e seus respectivos níveis de proficiência, segundo a análise dos resultados do SPAECE 2016 feita pelo CAEd.

MUITO CRÍTICO (Abaixo de 250).



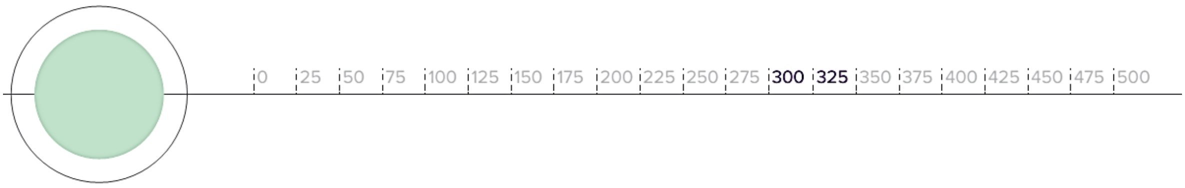
Padrão de desempenho muito abaixo do mínimo esperado para a etapa de escolaridade e área do conhecimento avaliadas. Para os alunos que se encontram neste padrão, deve ser dada atenção especial, exigindo uma ação pedagógica intensiva por parte da instituição escolar.

CRÍTICO (250 ⊢ 300)



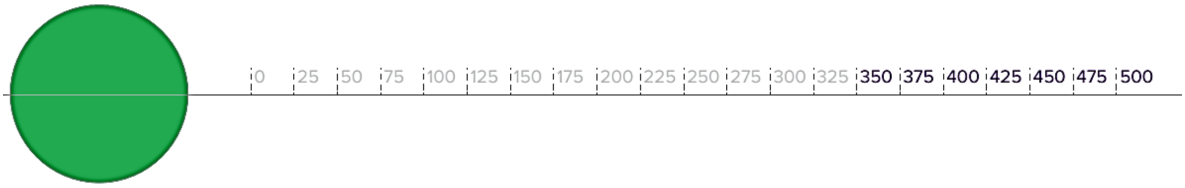
Padrão de desempenho considerado básico para a etapa e área de conhecimento avaliadas. Os alunos que se encontram neste padrão caracterizam-se por um processo inicial de desenvolvimento das competências e habilidades correspondentes à etapa de escolaridade em que estão situados.

INTERMEDIÁRIO (300 ⊢ 350)



Padrão de desempenho considerado adequado para a etapa e área do conhecimento avaliadas. Os alunos que se encontram neste padrão demonstram ter desenvolvido as habilidades essenciais referentes à etapa de escolaridade em que se encontram.

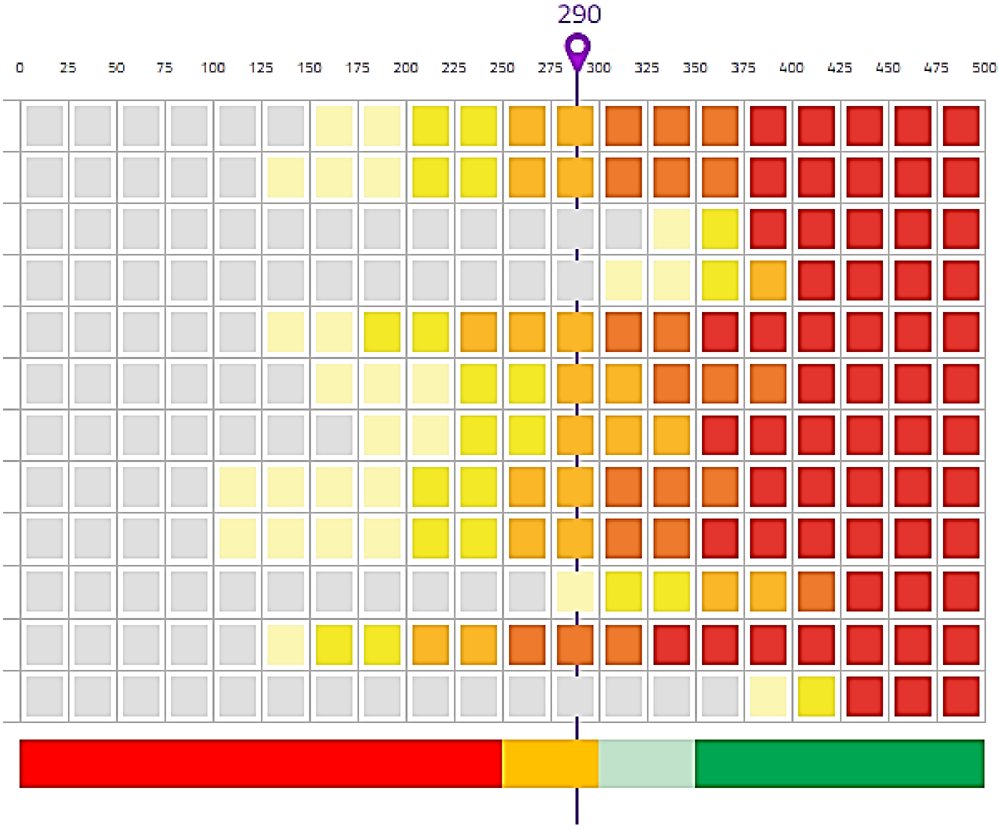
ADEQUADO (350 e acima)



Padrão de desempenho desejável para a etapa e área de conhecimento avaliadas. Os alunos que se encontram neste padrão demonstram desempenho além do esperado para a etapa de escolaridade em que se encontram.

Quando a SEDUC divulga seus resultados é disponibilizado para as escolas a quantidade de alunos em cada Padrão de Desempenho, além disso, o CAEd em seus boletins anuais de análise de resultados traz as descrições das habilidades relativas aos Níveis de Desempenho do Ensino Médio (ANEXO A), facilitando assim, o planejamento de intervenções pedagógicas, já que a escola dispõe de resultados não somente gerais, mais individuais. Os Níveis de desempenho são: Nível 1 - Até 250 pontos, Nível 2 - De 250 a 275 pontos, Nível 3 - De 275 a 300 pontos, Nível 4 - De 300 a 325 pontos, Nível 5 - De 325 a 350 pontos, Nível 6 - De 350 a 375 pontos, Nível 7 - De 375 a 400 pontos, Nível 8 - De 400 a 425 pontos, Nível 9 - Acima de 425 pontos. Através de tais instrumentos, o professor poderá verificar o que o aluno aprendeu ou não, ao observar em que padrão/nível ele se encontra. Na prática o que o professor de Matemática deve fazer após ser informado que a proficiência de um aluno X é 290, por exemplo? O primeiro passo é localizar essa proficiência na Escala conforme a Figura 3 abaixo.

Figura 3 – Recorte da Escala de Proficiência



Fonte: Elaborado pelo autor.

O segundo é traduzir essa medida em resultados qualitativos, para isso o professor vai escolher a forma de interpretar a Escala. Se ele interpretar pelos domínios e competências, considerando-se a evolução das habilidades ao longo da Escala de Proficiência (1° modo), basta procurar o boletim pedagógico divulgado pela SEDUC e verificar o que o aluno X já aprendeu ou não em cada domínio da Escala. Observe abaixo a leitura dessas informações para o domínio ESPAÇO E FORMA na competência LOCALIZAR OBJETOS EM REPRESENTAÇÕES DO ESPAÇO (primeira linha da Figura 3).

BRANCO: 0 A 150 PONTOS

Os alunos cuja proficiência se encontra na faixa branco, de 0 a 150 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.

AMARELO-CLARO: 150 A 200 PONTOS

Alunos cuja proficiência se encontra no intervalo de 150 a 200 pontos na escala, marcado pelo amarelo-claro, estão no início do desenvolvimento desta competência. Esses alunos são os que descrevem caminhos desenhados em mapas e identificam objeto localizado dentro/fora, na frente/atrás ou em cima/embaixo.

AMARELO-ESCURO: 200 A 250 PONTOS

Alunos cuja proficiência se encontra no intervalo amarelo-escuro, 200 a 250 pontos na escala, realizam atividades que envolvem referenciais diferentes da própria posição, como, por exemplo, localizar qual objeto está situado entre outros dois. Também localizam e identificam a movimentação de objetos e pessoas em mapas e croquis.

LARANJA-CLARO: 250 A 300 PONTOS

O laranja-claro, 250 a 300 pontos na escala, indica um novo grau de complexidade desta competência. Neste intervalo, os alunos associam uma trajetória representada em um mapa à sua descrição textual. Por exemplo: dada uma trajetória entre duas localidades, no mapa, o aluno verifica qual a descrição textual que representa esse deslocamento e vice-versa.

LARANJA-ESCURO: 300 A 375 PONTOS

No intervalo de 300 a 375 pontos, cor laranja-escuro, os alunos já conseguem realizar atividade de localização utilizando sistema de coordenadas em um plano cartesiano. Por exemplo: dado um objeto no plano cartesiano, o aluno identifica o seu par ordenado e vice-versa.

VERMELHO: ACIMA DE 375 PONTOS

No intervalo de 375 a 500 pontos, representado pela cor vermelha, os alunos localizam figuras geométricas por meio das coordenadas cartesianas de seus vértices, utilizando a nomenclatura abscissa e ordenada.

Pelo exposto acima, sabendo que a proficiência do aluno X é 290 pontos, verifica-se que ele está no LARANJA – CLARO 250 A 300 PONTOS, portanto ele domina habilidades dessa faixa para baixo. No entanto, se o professor interpretar a Escala por meio dos Padrões e Níveis de Desempenho (2° modo) basta procurar o boletim pedagógico divulgado pela SEDUC ou consultar (ANEXO A) e verificar o que o aluno X consegue desenvolver, nesse caso, como sua proficiência é 290 pontos, pode-se ver na Escala que ele encontra-se no Padrão de Desempenho CRÍTICO e além disso está no Nível 3 - De 275 a 300 pontos.

4 DETALHAMENTO DA MATRIZ DE REFERÊNCIA: MATEMÁTICA DO 3° ANO DO ENSINO MÉDIO

A seguir é apresentado um detalhamento da Matriz de Referência, ou seja, pretende-se apresentar cada um dos 24 descritores, dando um exemplo de item para cada, além de levantar as hipóteses mais prováveis sobre as estratégias usadas pelos estudantes para responder aos itens. Para cada descritor, o autor dá sugestões de como trabalhar em sala de aula, uma vez que na Matriz de Referência, diferentemente de um currículo não temos tais orientações.

A prova do SPAECE não é liberada para alunos e professores, muito menos os itens usados, no entanto, o CAEd em seus boletins anuais de divulgação de resultados acaba liberando alguns itens, como foi o caso do boletim de 2009 e 2010. Dos 24 itens que serão utilizados como exemplo, três são da prova de 2009 e seis da prova de 2010 e os demais elaborados pelo autor baseado em sua experiência de 8 anos na rede estadual.

Quadro 4 – D16 – Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.

ITEM CARACTERÍTICO
(M120363A9) A fração geratriz correspondente à dízima periódica 2,333... é A) $\frac{3}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{23}{9}$ E) $\frac{23}{3}$

Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2009).

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) não levaram em conta a parte inteira da dízima, calculando a fração geratriz da dízima periódica 0,333...

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) não desenvolveram a habilidade requerida pelo item e simplesmente usaram os algarismos presentes na dízima para escrever a fração de forma errada.

c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) calcularam corretamente a fração geratriz conforme apresentado abaixo, demonstrando dessa forma terem desenvolvido a habilidade avaliada pelo item. $\mathrm{x} = 2{,}333 \ldots \Rightarrow 10\mathrm{x} = 23{,}333 \ldots \Rightarrow 10\mathrm{x} - \mathrm{x} = 23{,}333 \ldots - 2{,}333 \ldots \Rightarrow 9\mathrm{x} = 21 \Rightarrow \mathrm{x} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$.

d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) não decoraram corretamente um algoritmo que existe para determinação de dízimas periódicas, pois utilizaram o denominador como sendo um 9, já que o período da dízima é 3 e, portanto, apenas um algarismo, entretanto, por não dominarem plenamente os passos do algoritmo, concluem equivocadamente que o numerador deva ser 23, e não 23 – 2 = 21.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) escreveram a fração geratriz como sendo a razão entre o número formado pela parte inteira com um período e o número correspondente ao período, mostrando dessa forma não terem desenvolvido a habilidade em questão.

SUGESTÃO: Após ensinar, conforme a solução apresentada na alternativa C, pois o aluno precisa atribuir significado ao que aprende, ou seja, ele deve saber o porquê das coisas e não apenas decorar regras, fica como opção o método abaixo.

Primeiro apresente alguns exemplos de dízimas periódicas com suas respectivas frações geratrizes, onde a parte inteira é zero e o período se inicia logo após a vírgula, conforme os exemplos a seguir.

1) $0{,}222 \ldots = \frac{2}{9}$;

2) $0{,}555 \ldots = \frac{5}{9}$;

3) $0{,}232323 \ldots = \frac{23}{99}$;

4) $0{,}121212 \ldots = \frac{12}{99}$;

5) $0{,}234234234 \ldots = \frac{234}{999}$;

6) $0{,}123123123 \ldots = \frac{123}{999}$.

Em seguida, peça aos alunos para tentarem inferir o padrão que ocorre, vê-se então, que quase 100% dos alunos dirão a seguinte regra: ***No numerador fica o período, já no denominador temos uma quantidade de noves conforme a quatindade de dígitos do período.***

A partir daí pode-se encontrar a geratriz de qualquer dízima. Veja:

$$2{,}333\ldots = 2 + 0{,}333\ldots = 2 + \frac{3}{9} = \frac{18}{9} + \frac{3}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

$$1{,}2444\ldots = \frac{10 \times 1{,}2444\ldots}{10} = \frac{12{,}444\ldots}{10} = \frac{12 + 0{,}444}{10} =$$

$$= \frac{12 + \frac{4}{9}}{10} = \frac{\frac{108}{9} + \frac{4}{9}}{10} = \frac{\frac{112}{9}}{10} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45}$$

Observa-se que, trabalhando dessa forma, sempre caímos no caso mais simples, além de trabalhar outros conceitos envolvendo frações.

Quadro 5 – D19 – Resolver problema envolvendo juros simples.

ITEM CARACTERÍSTICO
(M120370A9) Ana emprestou R$ 3.000,00 a uma amiga e cobrou 1,2% ao mês de juros simples. Quanto Ana receberá de juros por um período de 3 meses? A) R$ 36,00 B) R$ 108,00 C) R$ 1.080,00 D) R$ 3.108,00 E) R$ 10.800,00

Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2010).

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) calcularam 1,2% de 3000, ou seja, encontraram o juros produzidos em apenas um mês, esses alunos não compreenderam o comando do item.
b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) compreenderam o enunciado e calcularam corretamente o juros simples, demonstrando terem desenvolvido esta habilidade. Veja uma solução: $\mathrm{j} = \mathrm{c} \times \mathrm{i} \times \mathrm{t} = 3000 \times 0{,}012 \times 3 = 108$, onde j=juros, c=capital, i=taxa no formato decimal e t=tempo.
c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) calcularam 12% de R$3000,00 encontrando R$360,00 e depois multiplicaram por 3.

d) Os alunos que marcaram a alternaiva (D) calcularam o juros de forma correta, encontrando R$108,00, no entanto, não compreederam bem o comando e calcularam o montante que é o capital mais o juros.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) provavelmente empregaram uma taxa de 1200%, fizeram isso ao multiplicar 1,2 por 3 encontrando 3,6 e então multiplicaram esse valor por R$ 3000,00 encontrando R$ 10.800,00.

SUGESTÃO: O assunto porcentagem, pré-requisito fundamental para o juros simples deve estar bem consolidado. Juros simples é um conteúdo que o aluno já traz como bagagem do ensino fundamental, mas deve ser reforçado com ajuda de situações práticas do cotidiano, tais como empréstimos feitos a agiotas. É importante deixar claro que raramente esse tipo juros é utilizado em transações bancárias.

Com relação aos cálculos é relevante não estimular o uso exaustivo de fórmulas, pois é mais importante entender a ideia. Para solucionar o problema acima basta fazer

$$\text{juros} = (1{,}2\% \text{ de R\$ } 3000{,}00\ ) \times 3 = 36 \times 3 = \text{R\$}108{,}00.$$

No entanto, quando os alunos chegam ao Ensino Médio, a maioria conhece a fórmula $j = \frac{c \times i \times t}{100}$, mas nessa etapa de ensino geralmente os alunos são apresentados a seguinte fórmula equivalente $j = c \times i \times t$, aqui é importante que o professor esclareça aos alunos a diferença, na primeira, a taxa está na forma de fração, enquanto que na segunda, está no formato decimal.

Quadro 6 – D20 – Resolver problema envolvendo juros compostos.

ITEM CARACTERÍSTICO
Maria aplicou R$ 1.000,00 à taxa de 0,8% ao mês no sistema de juros composto. Quanto Maria receberá de juros por um período de 2 meses? A) R$ 1.016,064 B) R$ 16,064 C) R$ 1.116,4 D) R$ 116,4 E) R$ 1.600,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) calcularam de forma correta o montante, usando a relação $\mathrm{m} = \mathrm{c} \times (1 + \mathrm{i})^{\mathrm{t}}$, entretanto não compreenderam bem o comando, assim deixaram de calcular o juros que é $\mathrm{j} = \mathrm{m} - \mathrm{c}$.
b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) compreenderam bem o enunciado e calcularam de forma correta o juros, fazendo $\mathrm{m} = \mathrm{c} \times (1 + \mathrm{i})^{\mathrm{t}} = 1000 \times (1 + 0{,}008)^2 = 1000 \times 1{,}008^2 = 1000 \times 1{,}016064 = \mathrm{R\$}\ 1.016{,}064$ e depois usando que $\mathrm{j} = \mathrm{m} - \mathrm{c} = 1016{,}064 - 1000 = \mathrm{R\$}\ 16{,}064$ encontraram a resposta correta. Demonstrando que desenvolveram a habilidade desse descritor.
c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) calcularam apenas o montante e de forma errada, pois, na relação $\mathrm{m} = \mathrm{c} \times (1 + \mathrm{i})^{\mathrm{t}}$ usaram $i = 0{,}08$ ao invés de $i = 0{,}008$ obtendo como resposta R$ 1.116,4.
d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) calcularam o montante erroneamene conforme feito no item C, encontrando $m = R\$\ 1.116{,}4$. Depois calcularam o juros usando $\mathrm{j} = \mathrm{m} - \mathrm{c} = 1116{,}4 - 1000 = \mathrm{R\$}\ 116{,}4$.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) não compreenderam o enunciado e apenas multiplicaram os valores presentes no item, ou seja, calcularam $1000 \times 0{,}8 \times 2 = \mathrm{R\$}\ 1.600{,}00$.

SUGESTÃO: Na apresentação do sistema de juros compostos é interessante que o professor resolva um problema do cálculo do montante usando os dois sistemas: juros simples e composto, dessa forma o aluno poderá compará-los, ao final da solução o professor poderá perguntar aos alunos o que gerou a diferença no cálculo dos montantes, sendo possível assim, entender a famosa expressão “juros sobre juros”, que define o juros compostos.

Neste estudo, surge uma bela oportunidade do professor fazer uma relação de juros com funções, já que no juros simples o montante em função do tempo é uma função AFIM, e o montante no juro composto em função do tempo é uma função EXPONENCIAL, veja uma situação prática. Consideremos uma dívida de R$ 5000,00 paga com juros de 40% ao ano.

No sistema de **juros simples**, o juros são obtidos em função do tempo de aplicação, por meio da equação $\mathrm{j} = 5000 \times 0{,}4 \times \mathrm{t}$ ou $\mathrm{j} = 2000\mathrm{t}$, observe que esta equação é do tipo $(\mathrm{f}(\mathrm{x}) = \mathrm{ax})$, cujo gráfico é uma reta que passa pela origem, já o montante é obtido em função do tempo e a equação dessa função é $\mathrm{M} = 5000 +$

$2000t$ ou $M = 2000t + 5000$, que é do tipo $(f(x) = ax + b)$, cujo gráfico também é uma reta que passa pelo ponto (0, 5000).

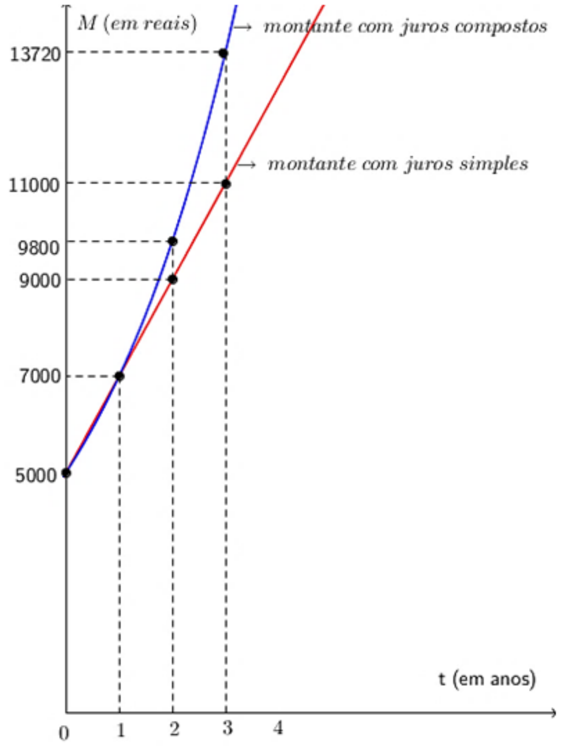
No sistema de **juros compostos**, o montante é obtido em função do tempo e a equação dessa função é $M = 5000 \times (1{,}4)^t$ que é do tipo $(f(x) = ab^x)$. Veja a tabela e o gráfico das duas funções abaixo.

Tabela 1 – Montante nos juros simples e composto

t (em anos)	0	1	2	3	4	...
$M(\mathbf{t}) = 2000t + 5000$	5000	7000	9000	11000	13000	...
$M(\mathbf{t}) = 5000 \times (1{,}4)^t$	5000	7000	9800	13720	19208	...

Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 1 – Montante nos juros simples e composto



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que a intersecção dos gráficos ocorre no ponto (1, 7000), ou seja, após 1 ano os montantes a juros simples e a juros compostos coincidem. A partir desse ponto, o gráfico do montante a juros compostos está sempre acima do gráfico do montante a juros simples, isto é, para t > 1.

Quadro 7 – D24 – Fatorar e simplificar expressões algébricas.

ITEM CARACTERÍSTICO
Ao fatorar e simplificar a expressão algébrica $\frac{x^2-9}{x^2+3x}$, a expressão obtida será A) $-\frac{9}{3x}$ B) $-\frac{3}{x}$ C) $\frac{x-3}{x}$ D) $-\frac{8}{1+3x}$ E) $-\frac{2}{1+x}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) cometeram erro ao simplicar a expressão. Veja o que eles fizeram: $\frac{\cancel{x^2}-9}{\cancel{x^2}+3x} = -\frac{9}{3x}$.

b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) cometeram erro ao simplicar a expressão. Veja o que eles fizeram:

$$\frac{\cancel{x^2}-9}{\cancel{x^2}+3x} = -\frac{9}{3x} = -\frac{\cancel{3}\times 3}{\cancel{3}x} = -\frac{3}{x}\,.$$

c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) usaram a fatoração da diferença de dois quadrados no numerador e colocaram o fator comum em evidência no denominador e então simplificaram corretamente, demonstraram assim terem desenvolvido essa habilidade. Observe: $\frac{x^2-9}{x^2+3x} = \frac{(x-3)\cancel{(x+3)}}{x\cancel{(x+3)}} = \frac{x-3}{x}\,.$

d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) cometeram erro ao simplificar a expressão. Veja o que eles fizeram: $\frac{\cancel{x^2}-9}{\cancel{x^2}+3x} = \frac{1-9}{1+3x} = -\frac{8}{1+3x}$.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) cometeram erro ao simplificar a expressão. Veja o que eles fizeram: $\frac{x^2-9}{x^2+3x} = \frac{\cancel{x^2}-3\times\cancel{3}}{\cancel{x^2}+\cancel{3}x} = \frac{1-3}{1+x} = -\frac{2}{1+x}$.

SUGESTÃO: Revisar e exercitar os produtos notáveis abaixo:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \, .$$

É muito importante que relembremos também, as fatorações a seguir:

FATOR COMUM

Exemplo: $4x^2 + 8xy = 4x(x + 2y)$

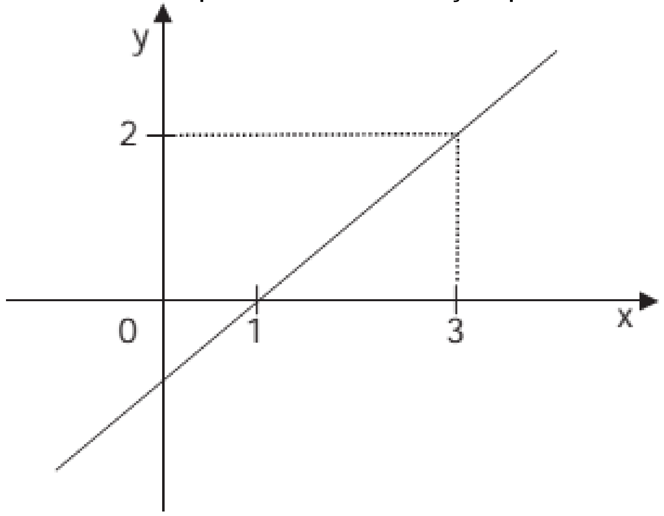
Aqui o fator comum é $4x$.

AGRUPAMENTO

Exemplo: $ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$

Observe que inicialmente não temos fator comum em todos os termos, no entanto, depois do agrupamento surge o fotor comum $(x + y)$.

Quadro 8 – D28 – Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 1º grau.

ITEM CARACTERÍSTICO
(M100088A9) O gráfico, abaixo, representa uma função polinomial de primeiro grau.  Qual a representação algébrica dessa função? A) y = x + 2 B) y = x – 1 C) y = 2x + 1 D) y = 2x + 3 E) y = 3x + 1

Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2009).

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) calcularam a taxa de crescimento de forma correta, porém cometeram um erro muito comum entre os alunos, que é tomar o 2 (neste caso) como coeficiente linear, já que ele está no eixo das ordenadas.

b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) reconheceram o formato da expressão algébrica da função do 1° grau que é $y = mx + n$, além de terem observado que os pares (1, 0) e (3, 2) pertencem ao gráfico, a partir daí, calcularam corretamente a taxa de crescimento, fazendo $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-0}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$, já para o cálculo do coeficiente linear, substituiram o par ordenado (3, 2) na expressão $y = mx + n$, ficando com $2 = 1 \times 3 + n \Rightarrow n = -1$. Desta forma eles mostraram ter desenvolvido bem essa habilidade, acertando o item.

c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) não conseguiram enxergar a relação dos pontos do gráfico com os coeficientes da expressão algébrica da função e usaram os números 2 e 1 presentes no suporte como coeficientes.

d) Os alunos que marcaram a alternaiva (D) não desenvolveram a habilidade requerida e observaram que o par ordenado (3, 2) pertence à reta, e daí deram suas respostas usando os valores do par ordenado.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) demonstraram não conseguir associar os pontos do gráfico aos coeficientes da expressão algébrica da função, sendo atraídos pelos dois números assinalados no eixo das abscissas.

SUGESTÃO: Ao longo de 8 anos dando aula nas turmas de 1° ano, é possível notar o quanto os alunos têm dificuldade em adquerir essa habilidade, desta forma é importante desenvolver um trabalho usando situações problemas tais como: o valor de uma corrida de táxi, envolvendo a bandeirada acrescida do valor por km rodado e juros simples, além disso, usar o Geogebra[3] é fundamental, pois quando você escreve a expressão $y = mx + n$, fazendo a variação dos coeficientes m e n, o aluno percebe a relação destes com a posição do gráfico e passa a entender melhor as formas de calcular cada um, outra vantagem de usar esse software é na quantidade de exemplos que podem ser dados em pouco tempo.

[3] O Geogebra é um software educativo de geometria dinâmica, gratuito, e que pode ser obtido no site <www.geogebra.org>, ele é usado para desenhar e manipular diferentes figuras geométricas e também visualizar as propriedades algébricas dos objetos construídos.

Quadro 9 – D40 – Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.

ITEM CARACTERÍSTICO
As raízes do polinômio de terceiro grau $P(x) = (x+3)(x-2)(x-4)$ são
A) 3, -2 e -4
B) -3, -2 e -4
C) -3, 2 e 4
D) 3, 2 e 4
E) 1, 2 e 4

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) ainda não desenvolveram totalmente a habilidade, pois 3, -2 e -4 não são raízes de P(x), observe que os alunos trocaram o sinal de cada raíz.
b) Os alunos que marcaram a alternativa (B), ainda não desenvolveram totalmente a habilidade, já que -2 e -4 não são raízes de P(x).
c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) conseguiram desenvolver bem essa habilidade, pois compararam de forma correta o polinômio dado com a expressão $P(x) = a_3(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3)$ e concluíram corretamente que as raízes são $\alpha_1 = -3,\ \alpha_2 = 2$ e $\alpha_3 = 4$.
d) Os alunos que marcaram a alternaiva (D) ainda não desenvolveram totalmente a habilidade, pois 3 não é uma raíz de P(x).
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) demonstraram não ter desenvolvido nada sobre a habilidade requerida, já que incluíram o 1 como raíz.

SUGESTÃO: Mostre que um polinômio de primeiro e segundo graus pode ser fatorado a partir de suas raízes, fazer a demonstração desses dois fatos é fácil, depois explique que esses fatos se generaliza, ou seja, se o polinômio $P(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ admite n raízes $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$, podemos decompô-lo em fatores da seguinte forma:

$$a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = a_n(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_n) \text{ com } n \geq 1 \text{ e } a_n \neq 0.$$

FATO 1: Se um polinômio do 1° grau $ax + b$ admite como raíz α_1 , podemos escrevê-lo na seguinte forma fatorada:

$$ax + b = a(x-\alpha_1)$$

<u>PROVA</u>: Seja $P(x) = ax + b$, um polinômio do 1° grau que admite como raíz α_1 , daí $P(\alpha_1) = a\alpha_1 + b = 0$, ou seja, $\alpha_1 = -\frac{b}{a}$. Assim

$$P(x) = ax + b = a\left(x + \frac{b}{a}\right) = a\left[x - \left(-\frac{b}{a}\right)\right] = a(x - \alpha_1).$$

FATO 2: Se um polinômio do 2° grau $ax^2 + bx + c$ admite como raízes α_1 e α_2 podemos escrevê-lo na seguinte forma fatorada:

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)$$

<u>PROVA</u>: Seja $P(x) = ax^2 + bx + c$, um polinômio do 2° grau que admite como raízes α_1 e α_2 , a parti daí temos que $\alpha_1 + \alpha_2 = -\frac{b}{a}$ e $\alpha_1 \alpha_2 = \frac{c}{a}$. Assim

$$P(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left[x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a}\right] =$$
$$= a[x^2 - (\alpha_1 + \alpha_2)x + \alpha_1 \alpha_2] = a(x^2 - \alpha_1 x - \alpha_2 x + \alpha_1 \alpha_2) =$$
$$= a(x^2 - \alpha_2 x - \alpha_1 x + \alpha_1 \alpha_2) = a[x(x - \alpha_2) - (x - \alpha_2)\alpha_1] =$$
$$= a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) .$$

Quadro 10 – D42 – Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da probabilidade de um evento.

ITEM CARACTERÍSTICO
Na tabela abaixo está representada a distribuição por turno dos alunos que fazem reforço de Matemática em uma escola de Ensino Médio.

	Manhã	Noite
Masculino	20	23
Feminino	25	12

Escolhendo ao acaso um aluno desse grupo, qual a probabilidade de que seja do sexo feminino que faz o reforço noturno?

A) $\frac{37}{80}$

B) $\frac{35}{80}$

C) $\frac{72}{80}$

D) $\frac{12}{80}$

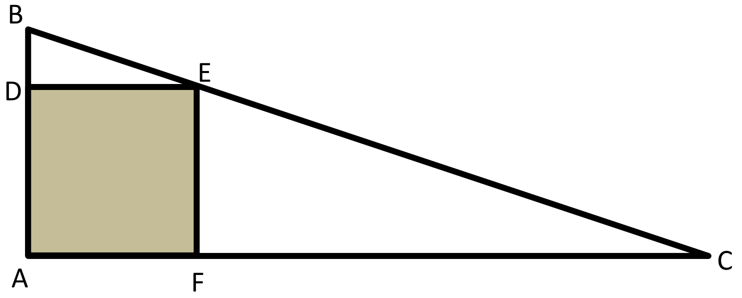
E) $\frac{12}{35}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) não compreenderam bem o comando do item e calcularam a probabilidade do evento “ser do sexo feminino”.
b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) não compreenderam bem o comando do item e calcularam a probabilidade do evento “ser do reforço noturno”.
c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) calcularam a probabilidade do evento “ser do sexo feminino” e também calcularam a probabilidade do evento “ser do reforço noturno”, e depois somaram os dois resultados.
d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) demonstraram ter desenvolvido essa habilidade e calcularam fazendo: O evento “ser do sexo feminino” que faz reforço noturno, tem 12 casos “favoráveis” e a probabilidade é $\frac{12}{80}$, já que são 80 casos “possiveis”.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) identificaram de forma correta os casos “favoráveis” no entanto erraram quando consideraram como casos “possíveis” apenas os alunos da noite.

SUGESTÃO: Para desenvolver bem essa habilidade, podem ser utilizados exemplos simples, como o lançamento de dados; lançamento de uma moeda honesta, extração de cartas de uma baralho, nascimento de crianças e sorteio de números. Uma estratégia inicial que ajuda bastante, sobretudo em turmas com mais dificuldades é explorar o cálculo da probabilidade de diversos eventos no lançamento de dois dados simultaneamente.

Quadro 11 – D49 – Resolver problemas envolvendo semelhança de figuras planas.

ITEM CARACTERÍSTICO
Na figura abaixo, ADEF é um quadrado e ABC é um triângulo retângulo no vértice A, $\overline{AB}$ = 4m e $\overline{AC}$ = 12m.  Quanto mede o lado do quadrado ADEF? A) 3 m B) 1m C) 8 m D) 6 m E) 9 m

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) compreenderam bem o enunciado, identificaram que os triângulos BDE e EFC são semelhantes pelo caso (ângulo, ângulo) e calcularam corretamente o lado do quadrado.Veja: Seja l o lado do quadrado, assim, $\overline{\mathrm{DB}} = 4 - \mathrm{l}$ e, $\overline{\mathrm{FC}} = 12 - \mathrm{l}$, daí temos a proporção $\frac{\overline{\mathrm{DB}}}{\overline{\mathrm{FE}}} = \frac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{FC}}} \Rightarrow \frac{4-\mathrm{l}}{\mathrm{l}} = \frac{\mathrm{l}}{12-\mathrm{l}} \Rightarrow \mathrm{l} = 3.$ Mostraram assim terem desenvolvido completamente essa habilidade.

b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) compreenderam bem o enunciado, identificaram que os triângulos BDE e EFC são semelhantes pelo caso (ângulo, ângulo) e calcularam corretamente o lado do quadrado.Veja: Seja l o lado do quadrado, assim, $\overline{\mathrm{DB}} = 4 - \mathrm{l}$ e, $\overline{\mathrm{FC}} = 12 - \mathrm{l}$, daí temos a proporção $\frac{\overline{\mathrm{DB}}}{\overline{\mathrm{FE}}} = \frac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{FC}}} \Rightarrow \frac{4-\mathrm{l}}{\mathrm{l}} = \frac{\mathrm{l}}{12-\mathrm{l}} \Rightarrow \mathrm{l} = 3.$ No entanto, calcularam foi $\overline{\mathrm{DB}} = 4 - \mathrm{l} = 4 - 3 = 1$, ao invés de $\overline{AD}$.

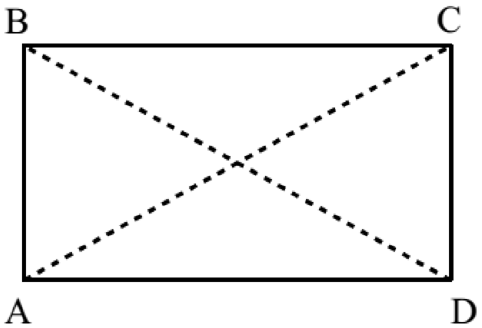
c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) não desenvolveram a habilidade do item e simplesmente fizeram $12 - 4 = 8$.

d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) demonstraram não ter desenvolvido conhecimentos sobre semelhança de figuras planas e fizeram $\mathrm{l} = \frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) calcularam corretamente o lado do quadrado $l = 3$, conforme os cálculos da alternativa A, no entanto não observaram bem o comando do item e deram como solução a área do quadrado.

SUGESTÃO: Esse é um conteúdo de grande aplicabilidade, portanto, atividades práticas como o cálculo de distâncias inacessíveis tais como a altura da caixa d'água de sua escola ajudará no desenvolvimento desta habilidade.

Quadro 12 – D50 – Resolver situação-problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo.

ITEM CARACTERÍSTICO
O retângulo ABCD abaixo representa o portão da entrada de uma fazenda, onde $\overline{AD} = 4\text{m}$ e $\overline{AB} = 2\text{m}$. Para deixar o portão mais firme é necessário colocar tábuas nas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.  Qual é o comprimento de uma destas tábuas? A) 6 m B) $\sqrt{12}$ m C) 20 m D) $\sqrt{20}$ m E) $2\sqrt{20}$ m

Fonte: Elaborado pelo autor.

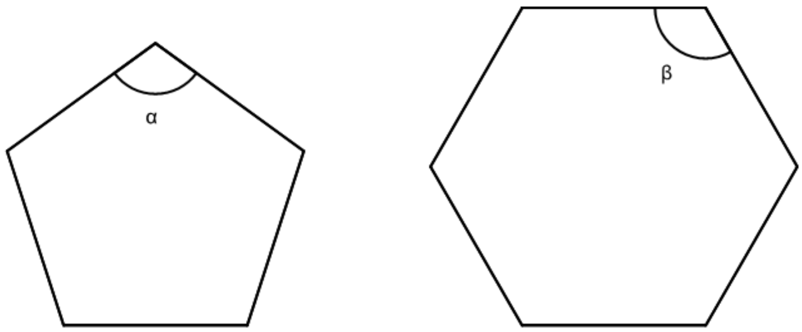
a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) não compreenderam o enunciado, demonstrando não terem conhecimento do Teorema de Pitágoras e apenas somaram as medidas dos catetos.

b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) ainda estão com dúvidas na aplicação do Teorema, já que fizeram $\overline{BD}^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \Rightarrow \overline{BD} = \sqrt{12}$.

c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) aplicaram corretamente o Teorema, fazendo $\overline{\mathrm{BD}}^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, no entanto, não extraíram a raíz quadrada de 20.
d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) desenvolveram de forma completa a habilidade cobrada, pois entenderam bem o enunciado e aplicaram corretamente o Teorema de Pitágoras. Observe: $\overline{\mathrm{BD}}^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow \overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{20}$.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) não compreenderam bem o comando do item, pois encontraram o resultado correto, mas multiplicaram por 2 achando que fosse o comprimento das duas tábuas.

SUGESTÃO: Demonstre o Teorema de Pitágoras, como consequêcia de outras relações métricas no triângulo retângulo, isso é fácil de fazer usando semelhança de triângulos e depois disso, utilize exemplos do dia a dia para que os alunos verifiquem as diversas situações em que as relações métricas do triângulo retângulo são utilizadas na resolução de problemas.

Quadro 13 – D51 – Resolver problemas usando as propriedades dos polígonos. (Soma dos ângulos internos, número de diagonais e cálculo do ângulo interno de polígonos regulares).

ITEM CARACTERÍSTICO
Observe os polígonos regulares abaixo.  A soma das medidas dos ângulos $\alpha + \beta$ é A) 108° B) 120° C) 228° D) 1260° E) 180°

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) calcularam apenas o valor de α.

b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) encontraram apenas o valor de β.

c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) desenvolveram bem essa habilidade. Observe as contas. Para o pentágono temos: $S_n = (n-2) \times 180° \Rightarrow S_5 = (5-2) \times 180° = 540°$, logo $\alpha = \frac{540°}{5} = 108°$. Para o hexágono temos: $S_n = (n-2) \times 180° \Rightarrow S_6 = (6-2) \times 180° = 720°$, logo $\beta = \frac{720°}{6} = 120°$. Finalmente $\alpha + \beta = 108° + 120° = 228°$.

d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) calcularam a soma dos ângulos internos do pentágono e do hexágono e somaram os valores.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) calcularam a soma dos ângulos internos do hexágono e do pentágono e subtrairam os valores.

SUGESTÃO: Realizar oficina sobre polígonos regulares, com o objetivo de desenvolver o cálculo das soma dos ângulos internos, ângulo interno e números de diagonais. O professor pode fazer os cálculos para o pentágono, hexágono e heptágono como ilustração, e depois pedir para os alunos continuarem o trabalho preenchendo o Quadro 14, assim eles poderão deduzir sem grandes problemas, as relações usadas para os cálculos.

Quadro 14 – Instrumental para a realização da oficina sobre o D51

(continua)

POLÍGONO REGULAR	**Nº DE LADOS (n)**	**SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS (S_n)**	**ÂNGULO INTERNO (a_i)**	**Nº DE DIAGONAIS (d)**
Octógono	8			
Eneágono	9			
Decágono	10			
Undecágono	11			

(conclusão)

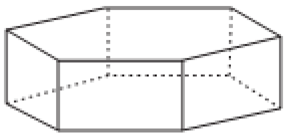
POLÍGONO REGULAR	Nº DE LADOS (n)	SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS (S_n)	ÂNGULO INTERNO (a_i)	Nº DE DIAGONAIS (d)
Dodecágono	12			
Tridecágono	13			
Tetradecágono	14			
Pentadecágono	15			
Hexadecágono	16			
Heptadecágono	17			
Octadecágono	18			
Eneadecágono	19			
Icoságono	20			
...	...			
Polígono de n lados	n			

Fonte: Elaborado pelo autor.

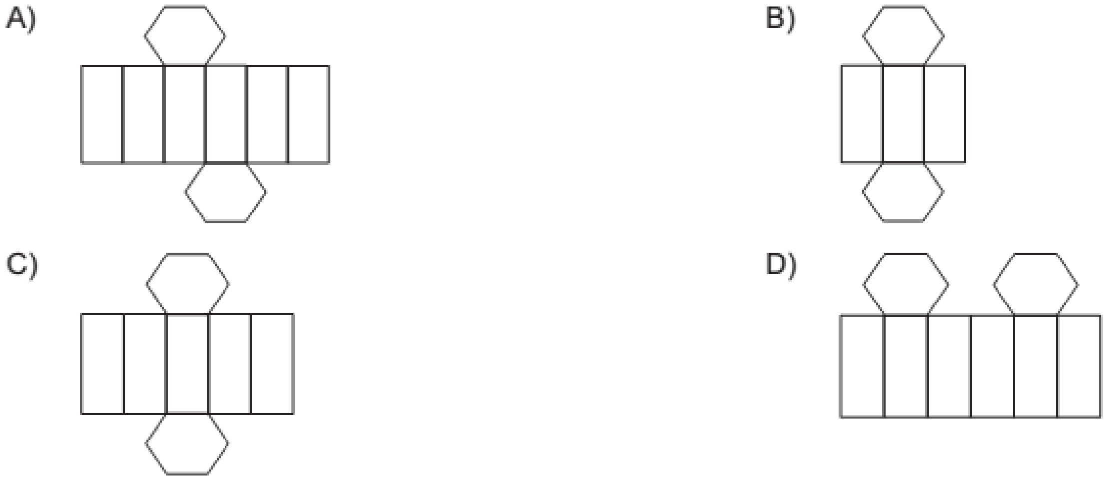
Quadro 15 – D52 – Identificar planificações de alguns poliedros e/ou corpos redondos.

ITEM CARACTERÍSTICO

(M090235A9) A pizzaria “Mama Pizza” entrega pizza em caixas, como mostra a figura abaixo.



A forma que melhor representa a planificação dessa caixa é



Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2010).

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) perceberam que as faces superior e inferior desse sólido geométrico são hexágonos e que, consequentemente, esse sólido deve apresentar seis faces retangulares. Esses alunos demonstraram ter desenvolvido a habilidade avaliada pelo item.

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) perceberam que as faces superior e inferior desse sólido são hexágonos, mas erraram ao considerar somente as faces laterais visíveis, que se encontram de frente para o observador.

c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) identificaram corretamente as faces superior e inferior como sendo hexágonos, mas erraram ao considerar o número de faces laterais.

d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) perceberam que a planificação do sólido deveria conter seis faces laterais em forma de retângulos e duas faces hexagonais, mas não se atentaram para a posição relativas desses hexágonos.

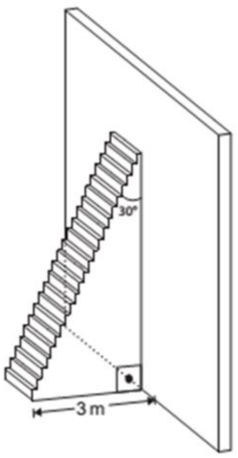
Obs: O item acima apresenta apenas quatro alternativas.

SUGESTÃO: Levar os alunos para o Laboratório de Matemática, dividir a turma em equipes, de modo que cada uma fique com alguns sólidos diferentes para desenhar estes na sua forma planificada, após esta etapa, cada equipe vai apresenta-se para a turma, mostrando como foi feito o desenho destas planificações.

Quadro 16 – D53 – Resolver situação-problema envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).

ITEM CARACTERÍSTICO

(M120005A9) Uma escada encostada em um muro tem seu pé apoiado no chão, a uma distância de 3m do muro, conforme indicado na figura abaixo.



Dados:

$$\text{sen } 30° = \frac{1}{2}, \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{tg } 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Qual é o comprimento dessa escada?

A) $1{,}5$ m

B) $1{,}5\sqrt{3}$ m

C) $2\sqrt{3}$ m

D) $3\sqrt{3}$ m

E) 6 m

Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2010).

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) aplicaram a razão trigonométrica seno, no entanto, trocaram numerador por denominador na razão, fazendo $\text{sen } 30° = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 1{,}5.$

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) demonstraram não conhecer as razões trigonométricas, pois aplicaram o cosseno ao invés do seno e ainda trocaram o denominador pelo numerador na razão, além disso, confundiram cateto adjacente com cateto oposto, fazendo $\cos 30° = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 1{,}5\sqrt{3}.$

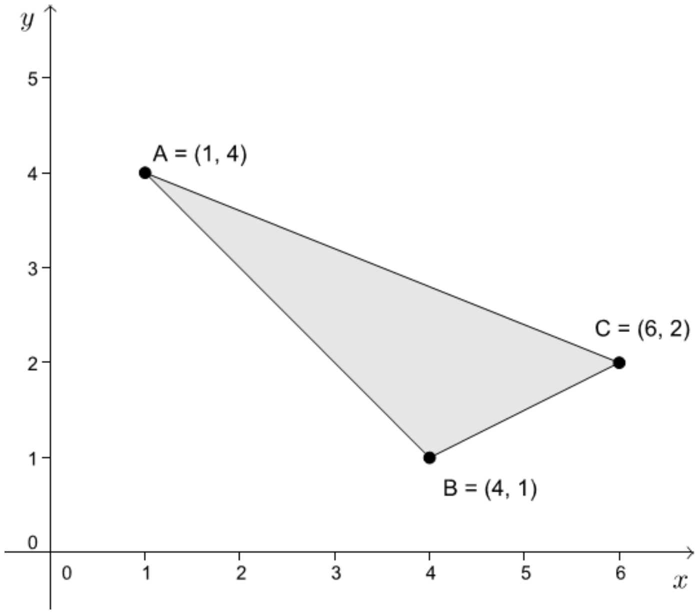
c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) aplicaram o cosseno para o cálculo do comprimento da escada, demonstrando não dominar essa habilidade.

d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) aplicaram a tangente, ao invés do seno para o cálculo do comprimento da escada.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) aplicaram a razão trigonométrica adequada para a situação que é o seno, demonstraram assim dominar bem essa habilidade. Obeserve os cálculos $\text{sen } 30° = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 6.$

SUGESTÃO: Definir as relações trigonométricas usando semelhança de triângulos e depois aplicar em situações práticas do cotidiano. Uma atividade simples, mas efetiva para o aprendizado dessa habilidade é realizar uma oficina para a confecção de um Teodolito caseiro, desta forma o aluno terá em mãos um instrumento para medir ângulos, agora com lápis, papel, trena e o teodolito, basta calcular distâncias.

Quadro 17 – D54 – Calcular a área de um triângulo pelas coordenadas de seus vértices.

ITEM CARACTERÍSTICO
Observe abaixo, o triângulo desenhado sobre o plano cartesiano.  A área desse triângulo em unidades de área (u.a) é igual a A) 4,5 u.a B) 9 u.a C) 18 u.a D) 192 u.a E) 96 u.a

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) desenvolveram bem essa habilidade, fazendo $\text{Área} = \frac{|D|}{2}$, onde D é o determinante formado pelas coordenadas dos vértices. Veja: $D = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 9$, logo $\text{Área} = \frac{|D|}{2} = \frac{|9|}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$.

b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) consideraram apenas o cálculo do determinante.

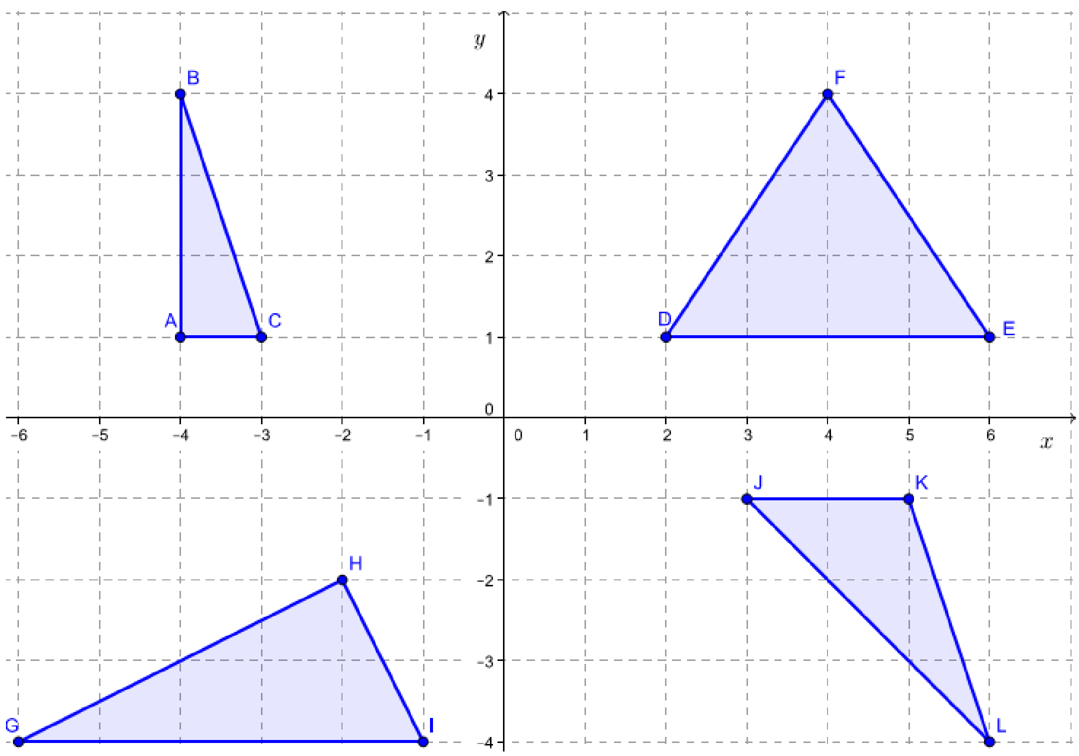
c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) não desenvolveram nada dessa habilidade e somaram os valores das coordenadas dos pares ordenados encontrando 18 como solução.

d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) não desenvolveram nada dessa habilidade e multiplicaram entre si os valores das coordenadas dos pares ordenados encontrando 192 como solução.

e) Os alunos que marcaram a alternativa (E) não desenvolveram nada dessa habilidade e multiplicaram entre si os valores das coordenadas dos pares ordenados encontrando 192 e depois dividiram por dois, encontrando como solução 96.

SUGESTÃO: Entrar no Geogebra, aplicar a malha quadriculada e desenhar alguns triângulos conforme a figura abaixo, feito isso, peça aos alunos para fazer o cálculo da área dos triângulos do modo convencional $\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$ ou contando as unidades de área, já que tem a malha e depois calcular as mesmas áreas usando a relação $\text{Área} = \frac{|D|}{2}$, onde D é o determinante, formado pelas coordenadas dos três vértices, dessa forma, eles ficarão convencidos que o cálculo da área de um triângulo pode ser feito usando apenas as coordenadas dos vértices do triângulo.

Figura 4 – Triângulos desenhados na malha quadriculada do Geogebra



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 18 – D55 – Determinar uma equação da reta a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

ITEM CARACTERÍSTICO
(M120010A8) A equação da reta que passa pelos pontos P(3,1) e T(2,-1) é
A) $x - 2y - 4 = 0$
B) $2x + y - 3 = 0$
C) $2x - y + 1 = 0$
D) $x - 2y - 1 = 0$
E) $2x - y - 5 = 0$

Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2010).

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) calcularam o coeficiente angular de forma errada fazendo $m = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{3-2}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$, e depois substituiram esse valor, juntamente com T(2,-1) na expressão $y - y_0 = m(x - x_0)$, obtendo equivocadamente $x - 2y - 4 = 0$

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) verificaram que a reta passa pelo ponto T, ou seja, o ponto T satisfaz esta equação e daí optaram por essa alternativa.

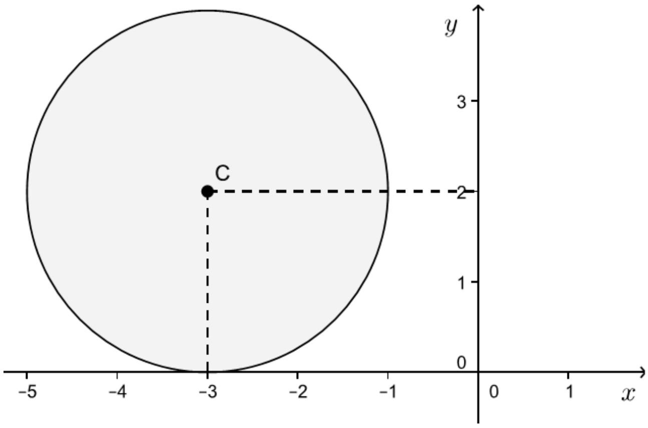
c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) calcularam o coeficiente angular corretamente fazendo $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-(-1)}{3-2} = 2$, porém ao usar a expressão $y - y_0 = m(x - x_0)$, com $m = 2$ e P(3,1) erraram, pois consideraram $y_0 = 3$ e $x_0 = 1$. Veja: $y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 3 = 2(x - 1) \Rightarrow 2x - y + 1 = 0$.

d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) calcularam o coeficiente angular de forma errada fazendo $m = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{3-2}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$, e depois substituiram esse valor, juntamente com P(3,1) na expressão $y - y_0 = m(x - x_0)$, obtendo $x - 2y - 1 = 0$.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) calcularam o coeficiente angular fazendo $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-(-1)}{3-2} = 2$, e depois substituiram esse valor, juntamente com P(3,1) na expressão $y - y_0 = m(x - x_0)$, obtendo $2x - y - 5 = 0$. Esses alunos demonstraram ter desenvolvido a habilidade avaliada pelo item.

SUGESTÃO: Explicar o que é inclinação de uma reta e coeficiente angular, isso pode ser feito com ajuda do Geogebra, além disso, demonstrar e exercitar a **equação fundamental da reta** $y - y_0 = m(x - x_0)$, onde $P_0 = (x_0, y_0)$ é um ponto da reta e m é seu coeficiente angular ou declividade.

Quadro 19 – D56 – Reconhecer, dentre as equações do 2° grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.

ITEM CARACTERÍSTICO
Observe a circunferência de centro C representada abaixo.  Qual é a equação dessa circunferência? A) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ B) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ C) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$ D) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 2$ E) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2$

Fonte: Elaborado pelo autor.

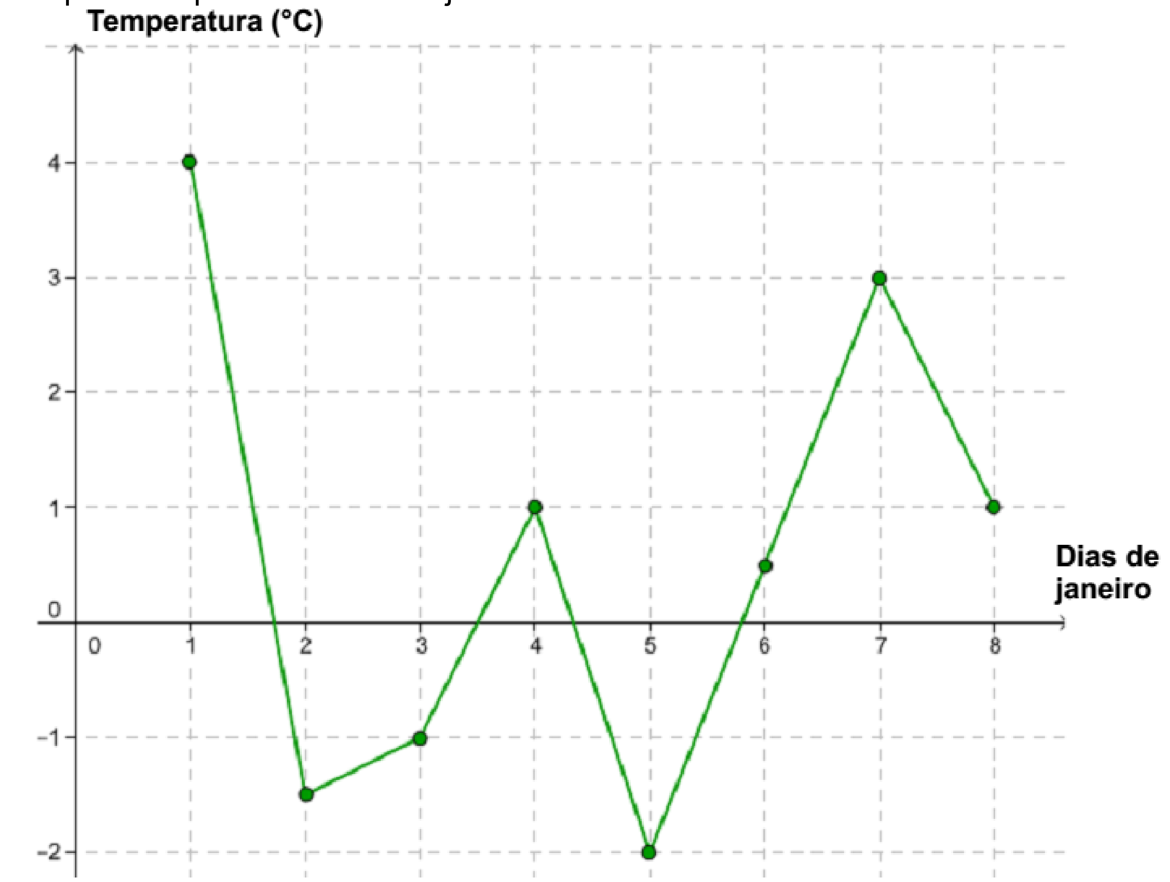
a) Os alunos que marcaram a alternativa (A) desenvolveram bem a habilidade, pois verificaram que o centro é (-3, 2) e o raio é 2 e além disso, reconheceram a forma reduzida da equação da circunferência que é $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$, quando fizeram as substituições encontraram $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$.
b) Os alunos que marcaram a alternativa (B) consideraram equivocadamente que o $x_c = 3$, e portanto erraram o item.
c) Os alunos que marcaram a alternativa (C) não desenvolveram a habilidade de identificar a localização de ponto no plano cartesiano, pois consideraram o centro como (-3, -2).
d) Os alunos que marcaram a alternativa (D) desenvolveram de forma parcial a habilidade, pois consideraram a equação reduzida da

circunferência como $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r$, quando fizeram as substituições encontraram $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 2$.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) mostraram que não desenvolveram nada da habilidade do item, pois não reconheceram o centro, o raio e a forma reduzida da circunferência.

SUGESTÃO: Demonstrar a equação reduzida e geral da circunferência usando o Teorema de Pitágoras e além disso, usar o Geogebra é fundamental para dar exemplos e corrigir os exercícios de fixação.

Quadro 20 – D57 – Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

ITEM CARACTERÍSTICO
O gráfico a seguir apresenta as temperaturas médias (em °C) de uma cidade europeia nos primeiros dias de janeiro.  O dia que ocorreu e a temperatura média mínima, nesse período estão representados respectivamente pelo par ordenado A) (5, -2) B) (-2, 5) C) (4, 1) D) (1, 4) E) (-2, 4)

Fonte: Elaborado pelo autor.

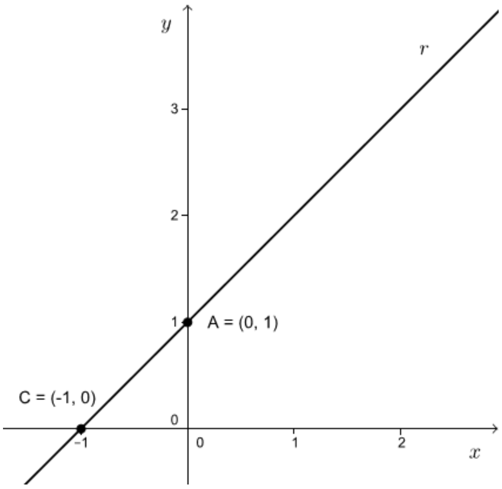
a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) desenvolveram bem essa habilidade, pois entenderam muito bem o enunciado, lendo de forma correta as informações contidas nos eixos e associando-as ao par ordenado (5, -2).

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) confundiram abcissa com ordenada.

c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) não se apropriaram bem do comando do item e marcaram equivocadamente a alternativa que mostra a temperatura máxima e o dia que ocorreu.
d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) não se apropriaram bem do comando do item e marcaram equivocadamente a alternativa que mostra o dia e a temperatura máxima respectivamente.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) se atentaram somente para as temperaturas mínimas e máximas respectivamente, desconhecendo assim tal habilidade.

SUGESTÃO: Uma proposta de atividade por meio do Geogebra é o professor marcar vários pontos na malha quadriculada da página inicial e pedir à turma para encontrar suas coordenadas, e também dado as coordenadas marcar os pontos. Os alunos geralmente têm dúvidas quando o par ordenado está sobre os eixos, aqui vai uma dica, marque por exemplo o par (0, -1), todos estão vendo que ele está sobre o eixo das ordenadas, agora movimente-o sobre o mesmo eixo e chame atenção da turma para observar que só a ordenada muda, o mesmo pode ser feito para um ponto no eixo das abcissas.

Quadro 21 – D58 – Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.

ITEM CARACTERÍSTICO
Observe abaixo, a reta r de equação reduzida $\mathrm{y = ax + b}$.      Os valores dos coeficientes a e b são   A) $\mathrm{a} = -1$ e $b = 1$ B) $\mathrm{a} = 1$ e $\mathrm{b} = 1$ C) $\mathrm{a} = 1$ e $\mathrm{b} = -1$ D) $\mathrm{a} = -1$ e $\mathrm{b} = -1$ E) $\mathrm{a} = -1$ e $\mathrm{b} = 0$

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) associaram erroneamente a abcissa do ponto onde a reta corta o eixo X ao coeficiente angular.

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) demonstraram reconhecer, no gráfico, os pontos necessários para a obtenção do coeficiente angular fazendo $\mathrm{a} = \frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}} = \frac{1-0}{0-(-1)} = \frac{1}{1} = 1$, além disso, associaram corretamente o coeficiente linear da reta à ordenada 1, representada no gráfico, esses alunos desenvolveram bem a habilidade cobrada no item.

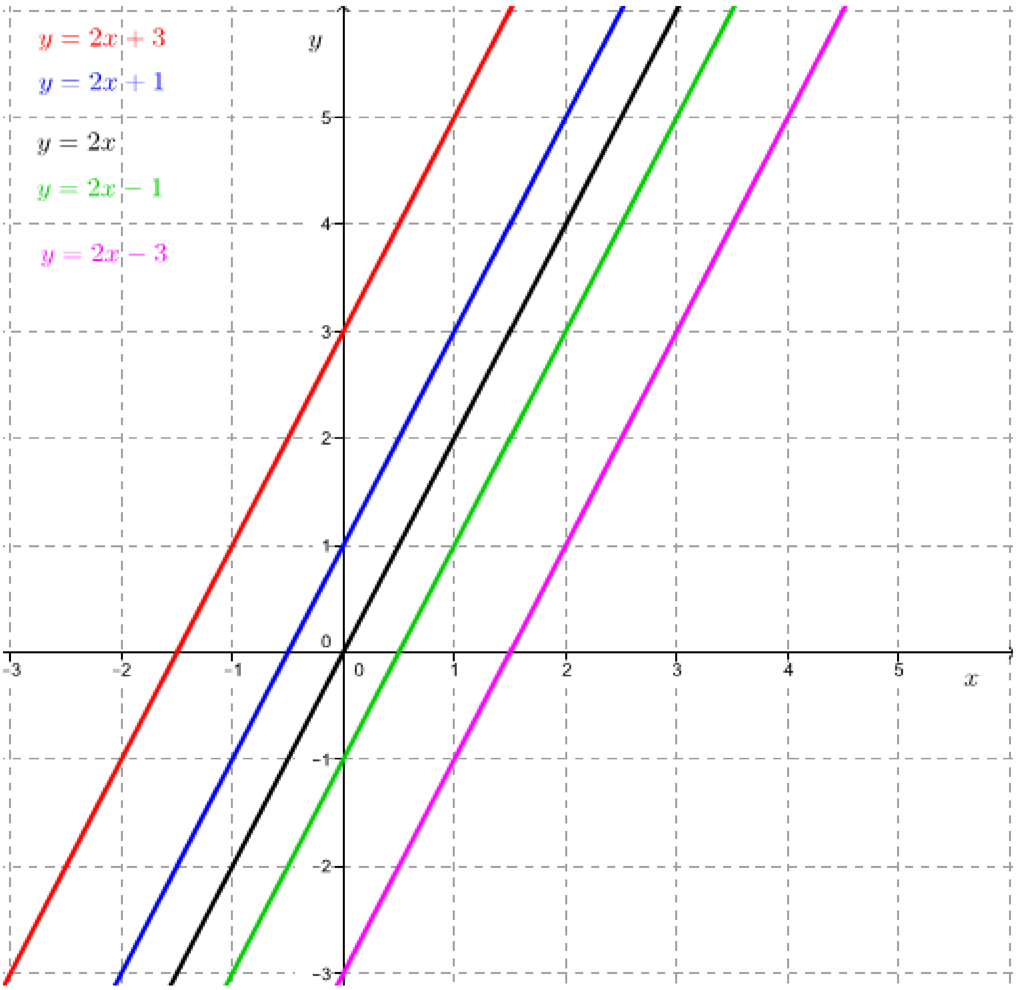
c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) calcularam corretamente o coeficiente angular conforme as contas feitas na alternativa B, no entanto, por não entenderem o significado geométrico do coeficiente linear associaram a ele à abcissa -1, representada no gráfico, demonstraram assim não terem desenvolvido completamente essa habilidade.

d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) associaram erroneamente a abcissa do ponto onde a reta corta o eixo X ao o coeficiente angular, e além disso, por não entenderem o significado geométrico do coeficiente linear associaram a esse a mesma abcissa -1, representada no gráfico.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) demonstraram não conseguir associar os pontos do gráfico aos coeficientes da expressão algébrica $y = ax + b$, sendo atraídos pela abcissas dos pontos C e A.

SUGESTÃO: A sugestão dada aqui, envolve a construção de gráficos de algumas funções que representam retas, e para isso usaremos o software Geogebra. Por exemplo, a partir da função $y = 2x$, podemos construir os gráficos das funções $y = 2x + k$, com $k \in \mathbb{R}$. Observe, a seguir os gráficos gerados a partir de alguns valores de k.

Figura 5 – Feixe de retas paralelas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando o feixe de retas acima é possível compreender coeficientes (angular e linear) das retas obtidas.

a) A reta de equação $y = 2x + k$ intercepta o eixo Y em $(0, k)$, ou seja, o coeficiente linear é a ordenada do ponto onde a reta corta o eixo Y.

b) As retas do feixe $y = 2x + k$ são paralelas e possuem o mesmo coeficiente angular $a = 2$, portanto ele determina a inclinação da reta.

Quadro 22 – D64 – Resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume.

ITEM CARACTERÍSTICO
(M120386A9) Uma empresa de transporte de combustível dispõe de três tipos de caminhões com diferentes capacidades para transportar seu produto. Na primeira semana do mês, o caminhão com capacidade de $9m^3$ fez 10 viagens com sua capacidade máxima; o caminhão com capacidade de $15m^3$ fez 5 viagens com sua capacidade máxima, e o caminhão com capacidade de $21m^3$ fez 3 viagens com capacidade máxima. Quantos litros de combustível foram transportados nessa semana pelos três caminhões? A) 228 000 B) 45 000 C) 2 280 D) 450 E) 228

Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2009).

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) demonstraram terem desenvolvido a habilidade avaliada pelo item, pois calcularam de forma correta o volume transportado pelos três caminhões fazendo $\mathrm{Volume} = (9 \times 10\mathrm{m}^3) + (15 \times 5\mathrm{m}^3) + (21 \times 3\mathrm{m}^3) = 90\mathrm{m}^3 + 75\mathrm{m}^3 + 63\mathrm{m}^3 = 228\mathrm{m}^3$ e depois realizaram a conversão de $288m^3$ para litros, ou seja, fizeram $228 \times 1000 = 228000\mathrm{l}$, já que $1\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{l}$.

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) fizeram $9\mathrm{m}^3 + 15\mathrm{m}^3 + 21\mathrm{m}^3 = 45\mathrm{m}^3$, ou seja, não consideraram as viagens feitas pelos caminhões e depois realizaram a conversão de $45\mathrm{m}^3$ para litros, ou seja, fizeram $45 \times 1000 = 45000\,\mathrm{l}$, já que $1\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{l}$. Esses alunos provavelmente não entenderam bem o enunciado.

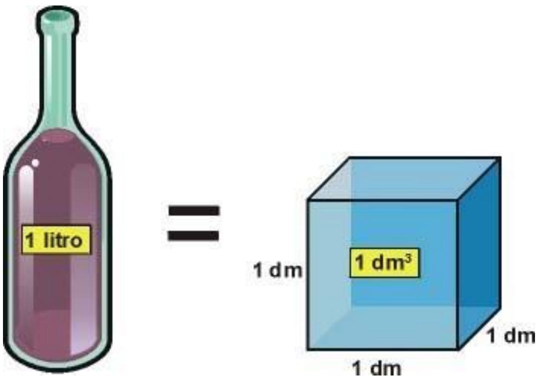
c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) fizeram quase tudo correto, isto é, encontraram todo o volume em metros cúbicos transportados pelos caminhões, no entanto, na hora de fazer a conversão consideraram equivocadamente que $1\mathrm{m}^3 = 10\,\mathrm{l}$ e daí calcularam $228 \times 10 = 2280\,\mathrm{l}$.

d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) fizeram $9\mathrm{m}^3 + 15\mathrm{m}^3 + 21\mathrm{m}^3 = 45\mathrm{m}^3$, ou seja, não consideraram as viagens feitas pelos caminhões e depois realizaram erroneamente a conversão de $45m^3$ para litros, isto é, fizeram $45 \times 10 = 450\,\mathrm{l}$, nesse caso eles tomaram que $1\mathrm{m}^3 = 10\,\mathrm{l}$. Estes alunos provavelmente não entenderam bem o enunciado do item.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) demonstraram ter algum conhecimento do cálculo de volume, já que fizeram, $\mathrm{Volume} = (9 \times 10\mathrm{m}^3) + (15 \times 5\mathrm{m}^3) + (21 \times 3\mathrm{m}^3) = 90\mathrm{m}^3 + 75\mathrm{m}^3 + 63\mathrm{m}^3 = 228\mathrm{m}^3$, porém não conseguiram converter para litros.

SUGESTÃO: Demonstrar experimentalmente a seguinte relação importante **1000 cm³ = 1 dm³ (volume) = 1 litro (capacidade)**, conforme mostra a figura abaixo.

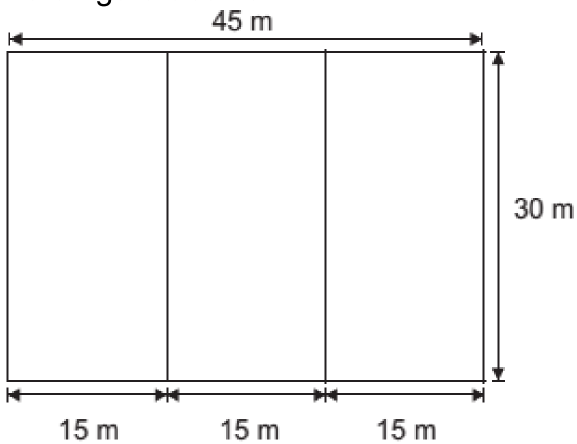
Figura 6 – Comparação entre capacidade e volume.



Fonte: internet.

Para isso, basta confeccionar um cubo de acrílico, conforme o mostrado acima, e a partir dessa demonstração explorar outras relações tais como $1\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{l}$. Observe: $1\mathrm{m}^3 = 1\mathrm{m} \times 1\mathrm{m} \times 1\mathrm{m} = 100\mathrm{cm} \times 100\mathrm{cm} \times 100\mathrm{cm} = 1000000\mathrm{cm}^3 = 1000\mathrm{l}$, já que experimentalmente $1000\mathrm{cm}^3 = 1\,\mathrm{l}$.

Quadro 23 – D65 – Calcular o perímetro de figuras planas, numa situação-problema.

ITEM CARACTERÍSTICO
(M120169A9) Um terreno retangular, medindo 30m por 45m, foi dividido em três lotes iguais, como mostra a figura abaixo.  Quantos metros de tela de arame são necessários para cercar esses três lotes? A) 120 B) 135 C) 150 D) 210 E) 270

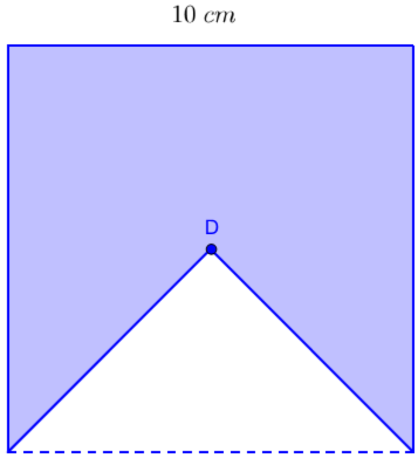
Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2009).

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) não entenderam o enunciado e apenas somaram todos os números presente no suporte do item, eles fizeram 15+15+15+30+45=120m.
b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) calcularam o semiperímetro de cada lote que é 45m e depois multiplicaram por 3. Demonstraram assim, não terem se apropriado bem do enunciado.
c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) calcularam o perímetro do terreno de dimensões 45m por 30m, esquecendo de incluir as divisões internas.
d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) entenderam bem o enunciado do item, pois calcularam de forma correta o perímetro dos três lotes fazendo $(2 \times 45) + (4 \times 30) = 90 + 120 = 210\text{m}$. Demonstraram assim, terem desenvolvido a habilidade requerida pelo item.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) calcularam o perímetro de um lote que é 15+15+30+30=90m e depois multiplicaram pelo número de lotes que é 3, obtendo 270m como resposta, nesse caso eles erraram porque contaram as divisões de dentro, cada uma duas vezes.

SUGESTÃO: Para desenvolver bem essa habilidade, o aluno precisa saber medir comprimentos com uma trena por exemplo, a partir daí é só praticar, calculando o perímetro de figuras planas presentes na própria escola, como a sala de aula, lousa, birô e quadra de esportes.

Quadro 24 – D67 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

ITEM CARACTERÍSTICO
A figura abaixo representa uma bandeirinha de festa junina que será construída a partir de um quadrado de lado 10 cm, o ponto D representa o encontro das diagonais do quadrado.  Para confeccionar 300 destas bandeirinhas, quanto de papel de seda será necessário? A) 30000 cm^2 B) 3000 cm^2 C) 22500 cm^2 D) 7500 cm^2 E) 310 cm^2

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) calcularam a área do quadrado de lado 10cm e depois multiplicaram por 300, encontrando

30000 cm^2 como solução. Eles esqueceram de descontar a área do triângulo, demonstraram assim não ter observado bem o suporte do item.

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) não desenvolveram a habilidade cobrada e apenas multiplicaram os números presentes no enunciado, ou seja, fizeram $10 \times 300 = 3000$ cm^2.

c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) demonstraram ter desenvolvido a habilidade do item, pois calcularam a área da bandeirinha como três quartos da área do quadrado de lado 10cm e depois multiplicaram o resultado por 300 encontrando 22500 cm^2 como resposta.

d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) ao invés de calcular a área da bandeirinha calcularam a área do triângulo encontrando 25 cm^2 e depois multiplicaram por 300 obtendo 7500 cm^2.

e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) também não desenvolveram a habilidade cobrada, pois simplismente somaram os números presentes no enunciado, isto é, fizeram 10 + 300 = 310 cm^2.

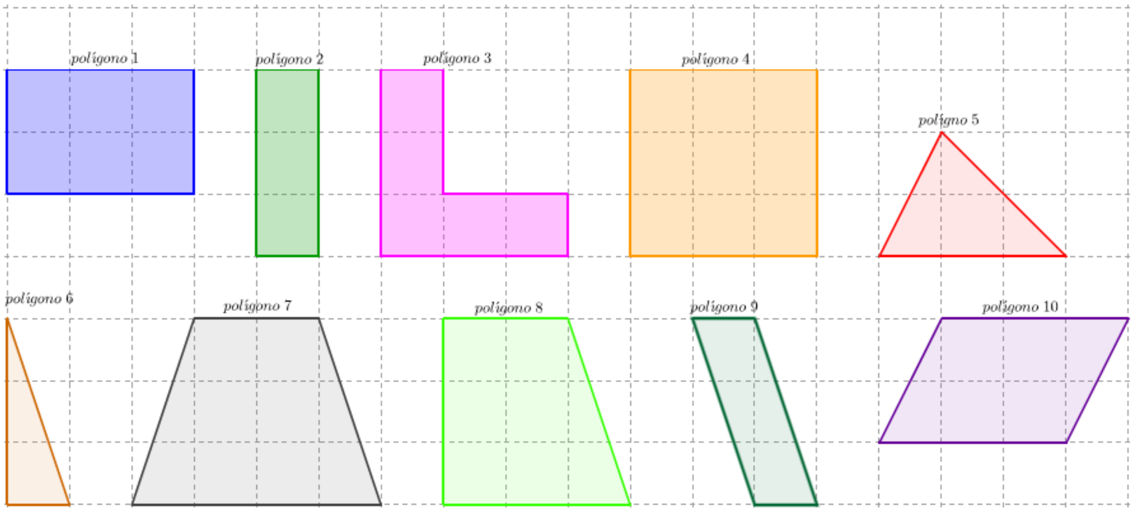
SUGESTÃO: Utilize uma malha quadriculada, pode ser a do Geogebra, desenhe alguns polígonos conforme a figura abaixo e junto com a turma calcule a área de cada um. Mais antes, defina bem o que é uma unidade de área, por exemplo o polígono1 pode ter área igual a 6mm^2 ,6cm^2, 6dm^2, 6km^2, pois a área depende da medida de comprimento adotada. Explore situações tais como:

a) A área do polígono1 (retângulo) é igual a área do polígono 10 (paralelogramo), ou seja, a área de um paralelogramo pode ser obtida a partir da área de um retângulo.

b) A área do polígono5 (triângulo) é metade da área do polígono 10(paralelogramo), ou seja, a área de um triângulo pode ser obtida através de um paralelogramo.

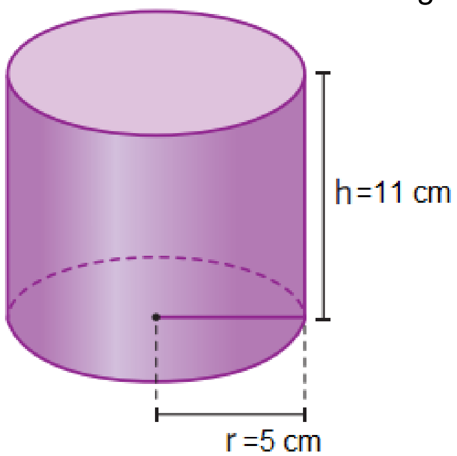
c) A área do polígono7 (trapézio) pode ser calculada dividindo ele em dois triângulos, ou seja, é possível deduzir a área de uma trapézio a partir da área de um triângulo.

Figura 7 – Polígonos desenhados na malha quadriculada do Geogebra



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 25 – D71 – Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera.

ITEM CARACTERÍSTICO
As embalagens que acondicionam leite em pó são cilíndricas. Observe na figura abaixo, uma representação matemática dessas embalagens com suas dimensões.  A quantidade de aço necessária para fabricar uma dessas embalagens é A) 55 cm^2 B) 160π cm^2 C) 135π cm^2 D) 275π cm^2 E) 16π cm^2

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) não desenvolveram ainda essa habilidade e apenas multiplicaram o raio pela altura da embalagem.
b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) desenvolveram bem essa habilidade, pois reconhecem que a área total do cilindro é dada por $\mathrm{A_t = 2A_b + A_l = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(h + r) = 2\pi 5(11 + 5) = 160\pi cm^2}$.
c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) cometeram um erro muito comum ao se fazer o cálculo da área total de um cilindro que é esquecer de incluir uma das bases, eles fizeram $\mathrm{A_t = A_b + A_l = \pi r^2 + 2\pi rh = \pi r(r + 2h) = \pi 5(5 + 2 \times 11) = 135\pi cm^2}$.
d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) não entenderam bem o enunciado e ao invés de calcular a área total fizeram o cálculo do volume encontrando $\mathrm{275\pi cm^2}$ como resposta.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) não atribuiram siguinificado ao item e apenas somaram os valores dados no suporte e depois multiplicaram por π encontrando $\mathrm{16\pi cm^2}$ como solução.

SUGESTÃO: Para o cálculo da área total de um sólido é importantíssimo que o aluno já tenha desenvolvido a habilidade de cálculo da área das principais figuras planas(D65) e também, a habilidade de identificar a planificação de sólidos(D52), a partir daí, trabalhar o cálculo da área total de objetos do cotidiano tais como: caixa de sapato, caixa da pasta de dente, lata de leite em pó, rolo de papel higiênico, caixa de chocolate com a forma de prisma de base triangular, frasco de perfumes no formato de pirâmides de base quadrangular, caixa de presente no formato de prisma hexagonal regular etc. Observe abaixo, na Figura 8 alguns desses objetos.

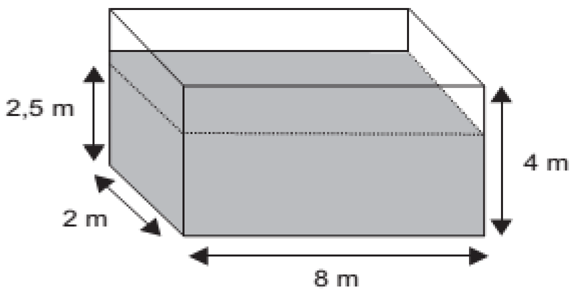
Figura 8 – Objetos do cotidiano que possui o formato de sólidos geométricos

Fonte: internet.

Quadro 26 – D72 – Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, em situação-problema.

ITEM CARACTERÍSTICO

(M0990027A9) Na figura, abaixo, está representado um reservatório com a forma de um bloco retangular, contendo água até a altura assinalada.



Qual é a quantidade de água necessária para acabar de encher completamente esse reservatório?

A) 20 m^3

B) 24 m^3

C) 40 m^3

D) 64 m^3

Fonte: Boletim pedagógico CEARÁ (2010).

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) não desenvolveram nada da habilidade requerida pelo item e calcularam o perímetro da base(retângulo) do prisma, fazendo $8 + 8 + 2 + 2 = 20$.

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) calcularam corretamente o volume de água necessária para encher o restante do reservatório, fazendo $V = A_b \times h = (2 \times 8) \times 1{,}5 = 24\ m^3$, onde $h = 4 - 2{,}5 = 1{,}5$. Demonstrando assim, terem desenvolvido a habilidade avaliada pelo item.

c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) calcularam o volume de água já existente no reservatório, fazendo $V = A_b \times h = (2 \times 8) \times 2{,}5 = 40m^3$, certamente não observaram o comando do item.

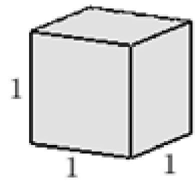
d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) calcularam a capacidade total do reservatório, fazendo $V = A_b \times h = (2 \times 8) \times 4 = 64\ m^3$, ou seja, não se atentaram ao comando do item.

Obs: O item acima apresenta apenas quatro alternativas.

SUGESTÃO: Definir o que é volume, estabelecer uma unidade de volume, demonstrar o volume do bloco retangular para os casos em que suas dimensões são números naturais e números racionais. Explicar o que é o Princípio de Cavalieri, e, a partir daí justificar o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones. Observe, abaixo, um explicação para o volume do paralelepípedo retângulo.

Inicialmente, temos que volume é a medida do espaço, assim como área é a medida da superfície, o objetivo é medir o volume do bloco retangular, ou seja, de uma caixa; para isso deve-se estabelecer como unidade de volume o cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento. Este será o cubo unitário, e por definição o seu volume é igual a 1.

Figura 9 – Cubo unitário



Fonte: Elaborado pelo autor.

Volume do bloco retangular

Figura 10 – Bloco retangular

Fonte: Elaborado pelo autor.

1° caso: Sejam x, y e z números naturais, então o volume V do bloco é $\mathrm{V} = \mathrm{xyz}$.

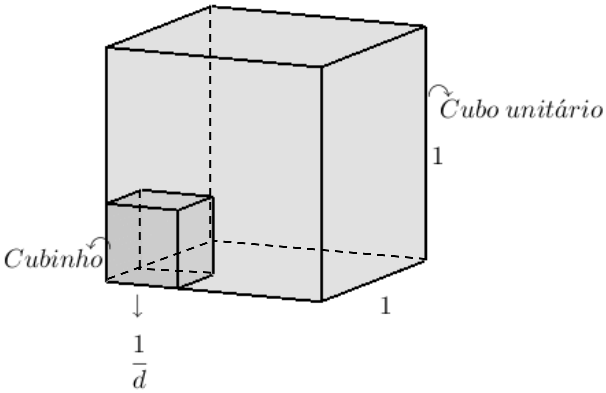
Justificativa: Calcular o volume do bloco significa dizer quantas vezes o cubo unitário cabe dentro dele. Observe que o cubo unitário cabe x vezes no comprimento e y vezes na largura, portanto forramos o chão do bloco com xy cubos unitários, e como o cubo unitário cabe z vezes na altura, segue que $\mathrm{V} = \mathrm{xyz}$.

O que acontece com o volume do bloco caso $\mathrm{x} = 4{,}2$; $\mathrm{y} = 3{,}12$ e $\mathrm{z} = 2{,}5$; isto é, se suas dimensões são números racionais? Essa pergunta é bastante coerente quando se trata de alunos do ensino médio, e justificar que o volume continua sendo o produto das dimensões é fundamental. O professor pode fazer as contas para o caso particular acima e depois generalizar como mostra o segundo caso abaixo.

2° caso: Sejam x, y e z números racionais, então o volume V do bloco é $\mathrm{V} = \mathrm{xyz}$.

Justificativa: Como x,y e z são números racionais, podemos escrevê-los como frações de mesmo denominador, assim $\mathrm{x} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}}$, $\mathrm{y} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{d}}$ e $\mathrm{z} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}$. Peguemos o cubo unitário, cuja aresta mede 1. Veja que podemos dividir o seu comprimento em d partes, ou seja, no seu comprimento podemos tomar d cubinhos cuja aresta mede $\frac{1}{\mathrm{d}}$.

Figura 11 – Cubo unitário e cubinho



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que dentro do cubo unitário cabem exatamente d^3 cubinhos, e como o volume do cubo unitário é 1, segue que o volume de cada cubinho é $\frac{1}{d^3}$. Agora voltemos ao nosso interesse que é o cálculo do volume V do bloco cujas dimensões são $x = \frac{a}{d}$, $y = \frac{b}{d}$ e $z = \frac{c}{d}$, note que no comprimento x cabem a cubinhos e na largura y cabem b cubinhos, logo na base do bloco temos ab cubinhos e como na altura cabem c cubinhos segue que o bloco retangular contém exatamente abc cubinhos, portanto o seu volume V pode se dado por $V = abc \times \frac{1}{d^3}$, já que o volume de cada cubinho é $\frac{1}{d^3}$, e ainda podemos escrever $V = abc \times \frac{1}{d^3} = \frac{a}{d} \times \frac{b}{d} \times \frac{c}{d} = xyz$, conforme queríamos mostrar.

Quadro 27 – D76 – Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas aos gráficos que as representam e vice-versa.

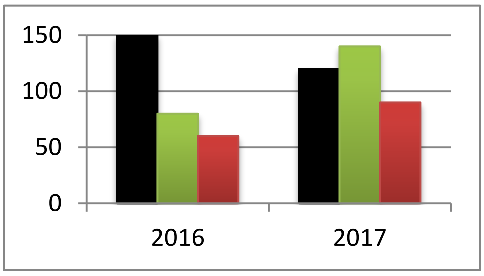
ITEM CARACTERÍSTICO

Uma montadora de caminhões possui em sua linha de montagem apenas três modelos. A tabela abaixo mostra a produção em unidades nos anos de 2016 e 2017.

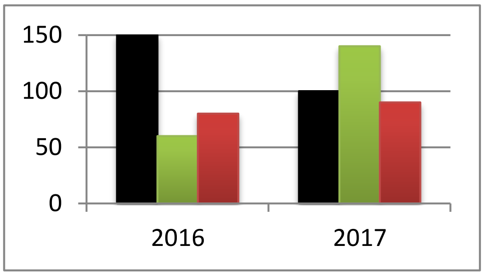
	Modelo 1	**Modelo 2**	**Modelo 3**
2016	150	80	60
2017	120	140	90

O gráfico que melhor representa esta situação é:

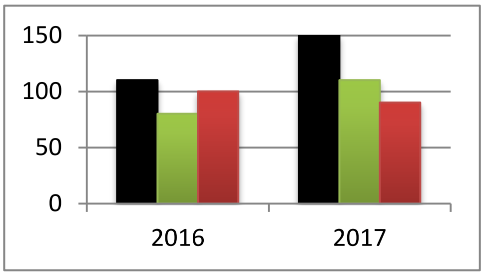
A)



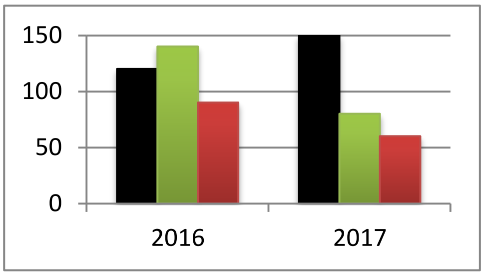
D)



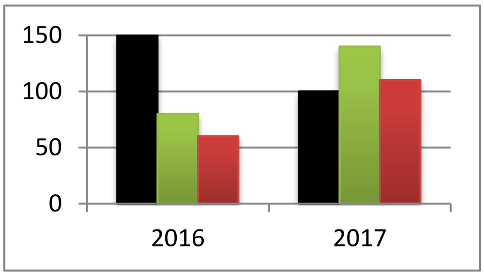
B)



E)



C)



Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) compararam os dados da tabela com o gráfico de forma adequada, mostraram assim que dominam a habilidade cobrada pelo item.

b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) não compararam de forma correta os dados da tabela com o gráfico, mostrando que não desenvolveram tal habilidade.

c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) não compararam de forma correta os dados da tabela com o gráfico, mostrando que não desenvolveram tal habilidade.
d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) não compararam de forma correta os dados da tabela com o gráfico, mostrando que não desenvolveram tal habilidade.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) não se atentaram para o suporte (tabela) e colocaram os dados de 2016 da tabela, como sendo de 2017 no gráfico e também os dados de 2017 da tabela, como sendo de 2016 no gráfico. Dessa forma erraram o item.

SUGESTÃO: A leitura de tabelas e gráficos é fundamental para entender e interpretar o mundo à nossa volta, pois, quase todas as informações do mundo de hoje são dadas usando esses instrumentos, dessa forma os professores devem trabalhar em sala, com a coleta de informações (pesquisa), organização destes dados em tabelas de frequências e posteriormente a transferências dessas informações para os gráficos, assim os alunos vão poder associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas aos gráficos que as representam e vice-versa. É importante começar pesquisando coisas simples na própria sala de aula, como a idade e o time preferido da turma.

Quadro 28 – D78 – Resolver problemas envolvendo medidas de tendência central: média, moda ou mediana.

ITEM CARACTERÍSTICO
A média dos salários de dez funcionários de uma lanchonete é R$ 980,00, foram contratados mais dois funcionários com salários de R$ 1.000,00 e R$ 1.200,00. Qual será a nova média salarial da lanchonete? A) R$ 3.180,00 B) R$ 980,00 C) R$ 1.200,00 D) R$ 1.000,00 E) R$ 1.100,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Os alunos que assinalaram a alternativa (A) não desenvolveram nada dessa habilidade e apenas somaram os valores presentes no enunciado do item, ou seja, fizeram 980 + 1000 + 1200 = 3180.
b) Os alunos que assinalaram a alternativa (B) simplesmente repetiram a média anterior, demonstraram assim, não terem desenvolvido a habilidade cobrada pelo descritor.
c) Os alunos que assinalaram a alternativa (C) entendem a definição de média aritmética(simples) da lista de n números $\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n}$ que é o valor $\overline{\mathrm{x}}$ tal que $\overline{\mathrm{x}} = \frac{\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_\mathrm{n}}{\mathrm{n}}$. Eles fizeram: Sejam $\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots, \mathrm{x}_{10}$ a lista dos dez salários, então temos $\frac{\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_{10}}{10} = 980 \Rightarrow \mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_{10} = 9800$, por outro lado após a contratação dos dois funcionários segue que $\frac{(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_{10}) + \mathrm{x}_{11} + \mathrm{x}_{12}}{10} = \frac{9800+1000+1200}{10} = \frac{12000}{10} = 1200$, observe que o erro desses alunos foi dividir por 10 e não por 12.
d) Os alunos que assinalaram a alternativa (D) entendem a definição de média aritmética(simples) da lista de n números $\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n}$ que é o valor $\overline{\mathrm{x}}$ tal que $\overline{\mathrm{x}} = \frac{\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_\mathrm{n}}{\mathrm{n}}$. Eles fizeram: Sejam $\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots, \mathrm{x}_{10}$ a lista dos dez salários, então temos $\frac{\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_{10}}{10} = 980 \Rightarrow \mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_{10} = 9800$, por outro lado após a contratação dos dois funcionários segue que $\frac{(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_{10}) + \mathrm{x}_{11} + \mathrm{x}_{12}}{12} = \frac{9800+1000+1200}{12} = \frac{12000}{12} = 1000$, demonstraram assim terem desenvolvido a habilidade cobrada.
e) Os alunos que assinalaram a alternativa (E) não entenderam o enunciado e calcularam a nova média como sendo a média aritmética dos salários dos dois contratados. Observe as contas: $\text{Média} = \frac{1000+1200}{2} = \frac{2200}{2} = 1100$.

SUGESTÃO: Média aritmética, mediana e moda são valores conhecidos como medidas de tendência central, ou seja, quando uma pesquisa envolve muitos dados é conveniente sintetizarmos estes em apenas um número que possa caracterizar os demais, na própria escola faz-se muito isso, pois é costume registrar com apenas uma nota (média) o aproveitamento de um aluno que fez vários trabalhos em um bimestre. Nesse estudo é importantíssimo que o professor defina e explique o que significa cada uma das medidas de tendência central. Veja abaixo uma estratégia que pode ser adotada para a média aritmética simples.

Média aritmética

A média aritmética (simples) da lista de n números $x_1,\ x_2, \dots, x_n$ é o valor $\bar{x}$ tal que

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Observe que a partir da definição acima obtemos:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = n\bar{x} = \underbrace{\bar{x} + \bar{x} + \cdots + \bar{x}}_{\text{n vezes}}.$$

Assim, a média de uma lista de números é um valor que pode substituir todos os elementos da lista sem alterar a **soma** de todos. Acompanhe a situação a seguir:

Um aluno obtém as seguintes notas nos quatro bimestres do ano letivo:

Tabela 2 – Notas bimestrais de um aluno

1° bimestre	2° bimestre	3° bimestre	4° bimestre
6,0	7,5	8,0	8,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Qual foi a média final desse aluno?

Para resolver o problema basta fazer:

$$\frac{6 + 7{,}5 + 8 + 8}{4} = \frac{29{,}5}{4} = 7{,}375$$

Isso significa que se a nota do aluno nos quatro bimestres fosse sempre 7,375 iríamos obter o mesmo total de pontos que é 29,5. Na situação da lanchonete, conhecendo o significado de média bastava fazer:

$$\text{Nova média} = \frac{\left(\overbrace{10 \times 980}^{\text{usando o significado}}\right) + 1000 + 1200}{12} =$$

$$= \frac{9800 + 1000 + 1200}{12} = \frac{1200}{12} = 1000$$

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O intuito da criação do SPAECE é nobre. Levantar dados sobre a aprendizagem em Matemática e Português, situação social dos alunos, formação dos professores e estrutura das escolas, enfim, ter base para a tomada de decisões e consequentemente melhorar a situação da rede estadual de ensino. Dessa forma é fundamental que professores, sobretudo os de Matemática e Português, coordenadores e diretores escolares conheçam bem esta avaliação externa, considerada uma das mais bem consolidadas de nosso país. Mas será que avaliando apenas as disciplinas citadas acima é possível ter um quadro fiel da educação cearense? Esta pergunta, por vezes ouvimos de professores de outras áreas, certamente, uma ampliação para as demais áreas se faz necessária.

A prova do SPAECE é composta por 52 itens, sendo 26 de Matemática, estas questões são elaboradas a partir de uma Matriz de Referência, composta por descritores. Após um estudo sobre o SPAECE, seus principais componentes e também a experiência profissional do autor, segue algumas recomendações:

Recomendações para as escolas/professores

As escolas devem promover formações sobre o SPAECE e seus principais componentes, estas deveriam acontecer na própria escola com a presença de professores de Matemática, Português e também de coordenadores e diretor, sub a orientação do Professor Coordenador de Área (PCA), nesse sentido é fundamental que professores entendam a diferença entre Matriz de Referência e Currículo, conheçam a estrutura de um item e principalmente adquira a habilidade de construí-lo. A SEDUC por meio das CREDES recomenda fortemente que as escolas façam uma análise dos resultados divulgados pelo CAEd via SEDUC, pois só assim estarão contribuindo para a melhoria da qualidade de ensino, essa análise deveria ser feita principalmente em itens com índices demasiadamente baixos de acertos. No entanto, o que se ver na realidade é que as escolas deixam essa tarefa somente para alguns professores e esquecem a importância de tal avaliação.

Recomendações para o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd), da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e SEDUC

Aumentar seu banco de questões. Divulgar com mais clareza e detalhes informações sobre a TRI em seus boletins, aumentar o nível das questões, pois os problemas são resolvidos com a mera aplicação de fórmulas ou com um rápido enquadramento em casos clássicos.

Espero que o estudo apresentado sirva de fonte de consulta para professores, em especial os iniciantes na rede estadual, já que o SPAECE é algo rotineiro no cotidiano das escolas públicas do Ceará.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acessado em: 10 maio 2018.

CENTRO DE POLÍTICAS PÚBLICAS E AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO. **Avaliação.** Disponível em: <http://www.portalavaliacao.caedufjf.net/>. Acesso em: 30 jan. 2018.

CEARÁ. Secretaria da Educação**.** Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará. **Boletim Pedagógico de Avaliação:** Matemática, Ensino Médio. 2008. Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/08/BoletimPedagogico_MatEMSPAECE_2008.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

____. Secretaria da Educação. **Boletim Pedagógico da Escola - SPAECE 2009.** Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/08/BOLETIM_ SPAECE_MAT_EM_2009_VOL3.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

____. Secretaria da Educação. **Boletim de Resultados da Escola - SPAECE 2010**. Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/08/BOLETIM_ SPAECE_MAT_EM_2010_VOL3.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

____. Secretaria da Educação. **Boletim de Resultados da Escola - SPAECE 2012**. Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/08/ SPAECE-RP-MT-EM.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

____. Secretaria da Educação. **Boletim de Resultados da Escola - SPAECE 2014**. Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/08/CE-SPAECE-2014-RP-MT-1EM_2EM_3EM-WEB.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

____. Secretaria da Educação. Boletim de Resultados da Escola - SPAECE 2015.. Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/09/ CE_SPAECE_2015_RP_MT_EM_WEB.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2011.

HAYDT, Regina Cazaux. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem.** 6 ed. São Paulo: [s.n.], 2008.

LIMA, Alessio Costa. **O sistema permanente de avaliação da educação básica do ceará (SPAECE) como expressão da política pública de avaliação educacional do estado**. 2007. 145f. Dissertação (Mestrado em Políticas Públicas e Sociedade) - Centro de Estudos Sociais Aplicados, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2007. Disponível em: <http://uece.br/politicasuece/dmdocuments/alessio[1].pdf>. Acesso em: 10 jan. 2018.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2000.

ANEXO

ANEXO A – Níveis de proficiência e as habilidades e competências alocadas em intervalos menores da escala

NÍVEL 1 - ATÉ 250 PONTOS

- ✓ Reconhecer a planificação usual do cubo a partir de seu nome.
- ✓ Reconhecer um retângulo semelhante a outro, por meio da razão entre seus lados.
- ✓ Resolver problemas envolvendo conversão de litro para mililitro.
- ✓ Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três.
- ✓ Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal.
- ✓ Reconhecer o maior ou o menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal.
- ✓ Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas.
- ✓ Determinar a divisão exata de uma quantia monetária formada por três algarismos na parte inteira e dois algarismos na parte decimal, por um número natural formado por um algarismo, com duas divisões parciais não exatas, na resolução de problemas com a ideia de partilha.
- ✓ Resolver problemas simples utilizando a soma de dois números racionais em sua representação decimal, formados por um algarismo na parte inteira e um algarismo na parte decimal.
- ✓ Interpretar dados apresentados em um gráfico de linha simples.
- ✓ Interpretar dados apresentados em tabela e gráfico de colunas.
- ✓ Associar dados apresentados em gráfico de colunas a uma tabela.
- ✓ Associar uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas.
- ✓ Associar um gráfico de setores a uma tabela que apresenta a mesma relação entre seus dados.

NÍVEL 2 - DE 250 A 275 PONTOS

- ✓ Reconhecer o ângulo de giro que representa a mudança de direção na movimentação de pessoas/objetos.
- ✓ Reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva.
- ✓ Localizar um objeto em representação gráfica do tipo planta baixa, utilizando dois critérios: estar mais longe de um referencial e mais perto de outro.
- ✓ Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no primeiro ou segundo quadrante.
- ✓ Identificar, em uma coleção de pontos de uma reta numérica, os números inteiros positivos ou negativos, que correspondem a pontos destacados na reta.
- ✓ Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete.
- ✓ Resolver problemas envolvendo adição ou subtração de números inteiros com sinais opostos formados por até dois algarismos.
- ✓ Localizar o valor que representa um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica.
- ✓ Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros.
- ✓ Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente.
- ✓ Determinar o valor de uma função afim, dada sua lei de formação.
- ✓ Determinar um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética.
- ✓ Resolver problemas cuja modelagem recaia em uma função do 1° grau.
- ✓ Resolver problemas que envolvem a comparação entre dados de duas colunas de uma tabela de colunas duplas.
- ✓ Associar um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente.
- ✓ Associar dados apresentados em tabela a gráfico de setores.
- ✓ Analisar dados dispostos em uma tabela simples.

- ✓ Analisar dados apresentados em um gráfico de linha com mais de uma grandeza representada.
- ✓ Interpretar dados apresentados em gráfico de múltiplas colunas.

NÍVEL 3 - DE 275 A 300 PONTOS

- ✓ Associar uma planificação usual dada de um prisma hexagonal ao seu nome.
- ✓ Localizar pontos em um plano cartesiano com o apoio de malha quadriculada, a partir de suas coordenadas ou vice-versa.
- ✓ Reconhecer as coordenadas de um ponto dado em um plano cartesiano com o apoio de malha quadriculada.
- ✓ Interpretar a movimentação de um objeto utilizando referencial diferente do seu.
- ✓ Reconhecer que a medida do perímetro de um retângulo, em uma malha quadriculada, dobra ou se reduz à metade quando os lados dobram ou são reduzidos à metade.
- ✓ Converter unidades de medidas de comprimento, de metros para centímetros, na resolução de situação-problema.
- ✓ Determinar o volume através da contagem de blocos.
- ✓ Localizar números inteiros negativos na reta numérica.
- ✓ Localizar números racionais em sua representação decimal na reta numérica.
- ✓ Determinar a soma de números racionais em contextos de sistema monetário.
- ✓ Resolver problemas envolvendo adição e/ou subtração entre até três números inteiros positivos e negativos formados por até três algarismos.
- ✓ Determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano.
- ✓ Resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.
- ✓ Determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.

- ✓ Determinar o número de termos de uma progressão aritmética, dados o primeiro, o último termo e a razão, em uma situação-problema.
- ✓ Reconhecer que a solução de um sistema de equações dado equivale ao ponto de interseção entre as duas retas que o compõem.
- ✓ Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau, envolvendo números naturais, em situação-problema.
- ✓ Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.
- ✓ Reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo.
- ✓ Determinar a moda de um conjunto de valores.
- ✓ Associar a fração ½ a 50% de um todo.
- ✓ Analisar dados dispostos em uma tabela de dupla entrada.
- ✓ Determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente.

NÍVEL 4 - DE 300 A 325 PONTOS

- ✓ Reconhecer que o ângulo não se altera em figuras obtidas por ampliação/redução.
- ✓ Localizar pontos em um sistema de coordenadas cartesianas.
- ✓ Determinar o perímetro de uma região retangular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema.
- ✓ Determinar a área de um retângulo em situações-problema.
- ✓ Resolver problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos a partir de medidas fornecidas em texto e figura.
- ✓ Identificar, em uma coleção de pontos na reta numérica, aquele que melhor representa a localização de um numero irracional dado na forma de um radical.
- ✓ Associar uma fração com denominador 10 à sua representação decimal ou vice-versa.
- ✓ Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1º grau ou sistemas lineares.

- ✓ Resolver problemas envolvendo o cálculo da variação entre duas temperaturas representadas por números inteiros com sinais opostos.
- ✓ Determinar, em situação-problema, a adição e a subtração entre números racionais, representados na forma decimal, com até três algarismos na parte decimal.
- ✓ Resolver problemas utilizando proporcionalidade direta ou inversa, cujos valores devem ser obtidos a partir de operações simples.
- ✓ Determinar, em situação-problema, a adição e a multiplicação entre números racionais, envolvendo divisão por números inteiros.
- ✓ Determinar porcentagens envolvendo números inteiros.
- ✓ Determinar o percentual que representa um valor em relação a outro.
- ✓ Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal.
- ✓ Reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto.
- ✓ Determinar a solução de um sistema de duas equações lineares.
- ✓ Determinar em uma situação problema, a abscissa de um ponto de máximo de uma função quadrática com base em seu gráfico.
- ✓ Determinar um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral.
- ✓ Determinar a probabilidade da ocorrência de um evento simples.
- ✓ Resolver problemas de contagem usando princípio multiplicativo.

NÍVEL 5 - DE 325 A 350 PONTOS

- ✓ Reconhecer a medida do ângulo determinado entre dois deslocamentos, descritos por meio de orientações dadas por pontos cardeais.
- ✓ Associar os pontos que representam os vértices de um quadrilátero representado em cada um dos quadrantes do plano cartesiano, às suas respectivas coordenadas.
- ✓ Reconhecer a relação entre as medidas de raio e diâmetro de uma circunferência com o apoio de figura.
- ✓ Reconhecer a corda de uma circunferência e as faces opostas de um cubo, a partir de uma de suas planificações.

- ✓ Comparar as medidas dos lados de um triângulo a partir das medidas de seus respectivos ângulos opostos.
- ✓ Resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida da hipotenusa, dadas as medidas dos catetos.
- ✓ Resolver problemas fazendo uso de semelhança de triângulos com apoio de figuras.
- ✓ Determinar medidas de segmentos por meio da semelhança entre dois polígonos.
- ✓ Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de retângulos, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem.
- ✓ Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo com o apoio de figura.
- ✓ Converter unidades de medida de massa, de quilograma para grama, na resolução de situação-problema.
- ✓ Reconhecer frações equivalentes.
- ✓ Associar um número racional, escrito por extenso, à sua representação decimal, ou vice-versa.
- ✓ Estimar o valor da raiz quadrada de um número inteiro aproximando-o de um número racional em sua representação decimal.
- ✓ Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais com constante de proporcionalidade não inteira.
- ✓ Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais.
- ✓ Determinar um valor monetário obtido por meio de um desconto ou um acréscimo percentual.
- ✓ Determinar o valor de uma expressão numérica, com números irracionais, fazendo uso de uma aproximação racional fornecida ou não.
- ✓ Determinar a solução de um sistema de duas equações lineares.
- ✓ Determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente inteiro dado.
- ✓ Determinar o valor de uma expressão algébrica.

- ✓ Determinar a solução de um sistema de três equações sendo uma com uma incógnita, outra com duas e a terceira com três incógnitas.
- ✓ Resolver problemas envolvendo divisão proporcional do lucro em relação a dois investimentos iniciais diferentes.
- ✓ Resolver problemas envolvendo cálculo de juros simples.
- ✓ Resolver problemas envolvendo operações, além das fundamentais, com números naturais.
- ✓ Resolver problemas envolvendo a relação linear entre duas variáveis para a determinação de uma delas.
- ✓ Resolver problemas envolvendo probabilidade de união de eventos.
- ✓ Avaliar o comportamento de uma função representada graficamente, quanto ao seu crescimento ou decrescimento.
- ✓ Determinar a probabilidade, em percentual, de ocorrência de um evento simples na resolução de problemas.
- ✓ Resolver problemas que requerem a comparação de dois gráficos de colunas.

NÍVEL 6 - DE 350 A 375 PONTOS

- ✓ Reconhecer ângulos agudos, retos ou obtusos de acordo com sua medida em graus.
- ✓ Associar um sólido geométrico simples a uma planificação usual dada.
- ✓ Reconhecer as coordenadas de pontos representados num plano cartesiano localizados no terceiro ou quarto quadrantes.
- ✓ Determinar a posição final de um objeto, após a realização de rotações em torno de um ponto, de diferentes ângulos, em sentido horário e anti-horário.
- ✓ Resolver problemas envolvendo ângulos, inclusive utilizando a Lei Angular de Tales sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo.
- ✓ Resolver problemas envolvendo as propriedades de ângulos internos e externos de triângulos, quadriláteros e pentágonos, com ou sem justaposição ou sobreposição de figuras.
- ✓ Determinar a medida do ângulo interno de um pentágono regular, em uma situação--problema, sem o apoio de imagem.

- ✓ Resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras.
- ✓ Determinar a razão de semelhança entre as imagens de um mesmo objeto em escalas diferentes.
- ✓ Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras.
- ✓ Determinar a área de regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas.
- ✓ Reconhecer a relação entre as áreas de figuras semelhantes.
- ✓ Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo sem o apoio de figura.
- ✓ Converter unidades de medida de volume, de m^3 para litro, em situações-problema.
- ✓ Determinar o quociente entre números racionais, representados na forma decimal ou fracionária, em situações-problema.
- ✓ Determinar a soma de números racionais dados na forma fracionária e com denominadores diferentes.
- ✓ Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 2º grau, com coeficientes naturais, envolvendo números inteiros.
- ✓ Determinar o valor de uma expressão numérica com números racionais (inteiros ou não).
- ✓ Comparar números racionais com diferentes números de casas decimais, usando arredondamento.
- ✓ Localizar na reta numérica um número racional, representado na forma de uma fração.
- ✓ Associar uma fração à sua representação na forma decimal.
- ✓ Utilizar o cálculo de porcentagens na resolução de problemas envolvendo números racionais (não inteiros).
- ✓ Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de inequações do 1º grau.
- ✓ Determinar a solução de um sistema de equações lineares compostos por três equações com três incógnitas.
- ✓ Associar a representação gráfica de duas retas no plano cartesiano à solução de um sistema de duas equações lineares, ou vice-versa.
- ✓ Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau.

- Determinar a média aritmética de um conjunto de valores.
- Determinar os zeros de uma função quadrática, a partir de sua lei de formação.
- Determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente fracionário dada.
- Estimar quantidades em gráficos de setores.
- Analisar dados dispostos em uma tabela de três ou mais entradas.
- Interpretar dados fornecidos em gráficos envolvendo regiões do plano cartesiano.
- Interpretar gráficos de linhas com duas sequências de valores.

NÍVEL 7 - DE 375 A 400 PONTOS

- Resolver problemas utilizando as propriedades das cevianas (altura, mediana e bissetriz) de um triângulo isósceles com o apoio de figura.
- Determinar a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, por meio de razões trigonométricas, na resolução de problemas com apoio de figuras, dados os valores do seno, cosseno e tangente do ângulo na forma fracionária.
- Determinar o seno, o cosseno ou a tangente de um ângulo no ciclo trigonométrico ou como razão entre lados de um triângulo retângulo.
- Determinar, com o uso do teorema de Pitágoras, a medida de um dos catetos de um triângulo retângulo não pitagórico.
- Resolver problemas por meio de semelhança de triângulos sem apoio de figura.
- Determinar a equação de uma reta a partir de dois de seus pontos.
- Determinar o ponto de interseção de duas retas.
- Resolver problemas envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura.
- Reconhecer que a área de um retângulo quadruplica quando seus lados dobram.
- Determinar a área de figuras simples (triângulo, paralelogramo, trapézio), inclusive utilizando composição/decomposição.

- ✓ Determinar a área de um polígono não convexo composto por retângulos e triângulos, a partir de informações fornecidas na figura.
- ✓ Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica do 1° grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal.
- ✓ Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração e potenciação entre números racionais, representados na forma decimal.
- ✓ Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.
- ✓ Executar a simplificação de uma expressão algébrica, envolvendo a divisão de um polinômio de grau um, por um polinômio de grau dois incompleto.
- ✓ Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto.
- ✓ Reconhecer gráfico de função afim a partir de sua representação algébrica.
- ✓ Reconhecer a lei de formação de uma função afim dada sua representação gráfica.
- ✓ Corresponder um polinômio na forma fatorada às suas raízes.
- ✓ Determinar os pontos de máximo ou de mínimo a partir do gráfico de uma função.
- ✓ Determinar o valor de uma expressão algébrica, envolvendo módulo.
- ✓ Determinar a expressão algébrica que relaciona duas variáveis com valores dados em tabela ou gráfico.
- ✓ Resolver problemas que envolvam uma equação de 1º grau que requeira manipulação algébrica.
- ✓ Determinar a maior raiz de um polinômio de 2º grau.
- ✓ Resolver problemas para obter valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial do tipo $f(x) = a^x + b$, com $a>0$ e não inteiro.
- ✓ Resolver problemas envolvendo um sistema linear com duas equações e duas incógnitas.
- ✓ Resolver problemas usando permutação.

- ✓ Resolver problemas utilizando probabilidade, envolvendo eventos independentes.

NÍVEL 8 - DE 400 A 425 PONTOS

- ✓ Determinar a distância entre dois pontos no plano cartesiano.
- ✓ Determinar a equação de uma reta a partir de sua representação gráfica.
- ✓ Determinar a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, por meio de razões trigonométricas, na resolução de problemas com apoio de figuras, dados as aproximações dos valores do seno, cosseno e tangente do ângulo na representação decimal.
- ✓ Interpretar o significado dos coeficientes da equação de uma reta, a partir de sua forma reduzida ou de seu gráfico.
- ✓ Resolver problemas utilizando a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono.
- ✓ Associar um prisma a uma planificação usual dada.
- ✓ Determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da aplicação direta da relação de Euler.
- ✓ Reconhecer a proporcionalidade dos elementos lineares de figuras semelhantes.
- ✓ Determinar uma das medidas de uma figura tridimensional, utilizando o Teorema de Pitágoras.
- ✓ Determinar a equação de uma circunferência, dados o centro e o raio.
- ✓ Determinar o perímetro de uma região circular na resolução de problemas sem apoio de figuras.
- ✓ Determinar o perímetro de uma região formada pela composição de um retângulo e dois semicírculos na resolução de problemas.
- ✓ Determinar a área da superfície de uma pirâmide regular.
- ✓ Determinar o volume de um paralelepípedo, dadas suas dimensões em unidades diferentes.
- ✓ Determinar o volume de cilindros.

- ✓ Determinar o volume de um cone reto a partir das medidas do diâmetro da base e da altura na resolução de problemas sem apoio de imagem.
- ✓ Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.
- ✓ Reconhecer o gráfico de uma função trigonométrica da forma f(x) = a.sen(x).
- ✓ Reconhecer um sistema de equações associado a uma matriz.
- ✓ Determinar a expressão algébrica associada a um dos trechos do gráfico de uma função definida por partes.
- ✓ Determinar o valor de uma função quadrática a partir de sua expressão algébrica e das expressões que determinam as coordenadas do vértice.
- ✓ Resolver problemas envolvendo a resolução de uma equação do 2º grau, sendo dados seus coeficientes.
- ✓ Resolver problemas usando arranjo.

NÍVEL 9 - ACIMA DE 425 PONTOS

- ✓ Reconhecer a equação que representa uma circunferência, dentre diversas equações dadas.
- ✓ Utilizar as razões trigonométricas na resolução de problemas sem apoio de imagem.
- ✓ Determinar o centro e o raio de uma circunferência a partir de sua equação geral.
- ✓ Determinar a equação de uma circunferência a partir de seu gráfico.
- ✓ Resolver problemas envolvendo relações métricas em um triângulo retângulo que compõe uma figura plana dada.
- ✓ Determinar a quantidade de faces, vértices e/ou arestas de um poliedro por meio da relação de Euler em um problema que necessite de manipulação algébrica.
- ✓ Identificar a equação da reta dado o ângulo agudo que esta forma com o eixo-x e um de seus pontos, sem o apoio de imagem.

- ✓ Interpretar o significado dos coeficientes das equações de duas retas, a partir de sua forma reduzida ou de seu gráfico.
- ✓ Determinar o volume de pirâmides regulares.
- ✓ Resolver problemas envolvendo áreas de círculos e polígonos.
- ✓ Resolver problemas envolvendo semelhança de triângulos com apoio de figura na qual os dois triângulos apresentam ângulos opostos pelos vértices.
- ✓ Resolver problemas envolvendo cálculo de volume de cilindro.
- ✓ Resolver problemas envolvendo cálculo da área lateral ou total de um cilindro, com ou sem apoio de figuras.
- ✓ Reconhecer o gráfico de uma função exponencial do tipo $f(x) = 10^x + 1$.
- ✓ Reconhecer a lei de formação ou o gráfico de uma função logarítmica dada a expressão algébrica da sua função inversa e seu gráfico.
- ✓ Determinar a lei de formação de uma função exponencial, a partir de dados fornecidos em texto ou de representação gráfica.
- ✓ Determinar a inversa de uma função exponencial dada, representativa de uma situação do cotidiano.
- ✓ Determinar a inclinação ou coeficiente angular de retas a partir de suas equações.
- ✓ Determinar a solução de um sistema de três equações lineares e três incógnitas apresentado na forma matricial escalonada.
- ✓ Reconhecer o gráfico de uma função trigonométrica da forma $f(x) = a.sen(x) + b$.
- ✓ Resolver problemas de análise combinatória utilizando o Princípio Fundamental da Contagem ou Combinação simples.