



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO – UFRJ

MADSON SOARES LACERDA

**A ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA
ANÁLISE NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Rio de Janeiro

2018

MADSON SOARES LACERDA

**A ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA
ANÁLISE NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do departamento de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação da Professora Marisa Leal.

Rio de Janeiro
2018

CIP - Catalogação na Publicação

L131? Lacerda, Madson Soares
A Álgebra nos anos finais do ensino fundamental:
uma análise nos livros didáticos / Madson
Soares Lacerda. -- Rio de Janeiro, 2018.
55 f.

Orientadora: Maria Beatriz Bezerra Leal.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do
Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa
de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2018.

1. Álgebra. 2. Livros didáticos. 3.
Aprendizagem. I. Leal, Maria Beatriz Bezerra,
orient. II. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO – UFRJ

MADSON SOARES LACERDA

A ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:

UMA ANÁLISE NOS LIVROS DIDÁTICOS

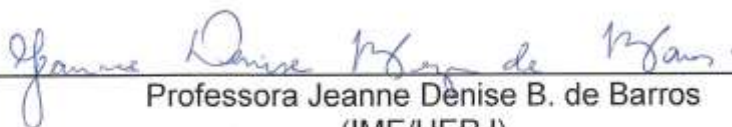
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do departamento de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação da Professora Marisa Leal.



Professora Marisa Beatriz B. Leal (Presidente)
(IM/UFRJ)



Professor Maria Aguiéiras A. de Freitas
(IM/UFRJ)



Professora Jeanne Denise B. de Barros
(IME/UERJ)

Rio de Janeiro
2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus parentes e familiares por tudo que me proporcionaram até aqui, em especial meus pais, a todos os professores que já tive, a todos os meus amigos, a CAPES pelo apoio financeiro e também a grandiosa professora Marisa Leal pela orientação e apoio durante o curso.

É um erro capital teorizar antes de ter os dados. Insensivelmente, começa-se a distorcer os fatos para adaptá-los às teorias, em vez de fazer com que as teorias se adaptem aos fatos.

Sherlock Holmes, em *A scandal in Bohemia*, de Conan Doyle (1891)

RESUMO

Com o intuito de contribuir para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem do conteúdo algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental, este trabalho tenta responder ao seguinte questionamento: será que alguns dos livros didáticos de Matemática, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017 para o uso em sala de aula, atendem as orientações referentes ao ensino de Álgebra? Para realizarmos esta incumbência, fazemos um resgate histórico da evolução da Álgebra, apresentamos seus aspectos no currículo brasileiro, discutimos orientações pedagógicas para o seu ensino e por fim analisamos os exercícios referentes ao conteúdo algébrico de três coleções de livros didáticos aprovados no PNLD de 2017.

Palavras- chave: Álgebra, livros didáticos

ABSTRACT

In order to contribute to improving the teaching-learning process of algebraic content in the final years of Elementary School, this paper tries to answer the following question: Will some of the Mathematics textbooks, approved in the National Program of Didactic Book (PNLD) 2017 for use in the classroom, meet the guidelines regarding the teaching of Algebra? In order to carry out this task, we make a historical rescue of Algebra's evolution, present its aspects in the Brazilian curriculum, discuss pedagogical orientations for its teaching, and finally analyze the exercises related to the algebraic content of three collections of textbooks approved in the PNLD of 2017.

Key-words: Algebra, books

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Livro Vontade de Saber/7º ano	32
Gráfico 2 - Livro Vontade de Saber/8º ano	34
Gráfico 3 - Livro Vontade de Saber/9º ano	35
Gráfico 4 – Livro Praticando a Matemática/7ºano	36
Gráfico 5 – Livro Praticando a Matemática/8º ano	38
Gráfico 6 - Livro Praticando a Matemática/9º ano	39
Gráfico 7 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/7º ano	40
Gráfico 8 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/8º ano	42
Gráfico 9 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/9º ano	43

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Álgebra retórica de Al – Kwarizmi	15
Quadro 2 - Aprimoramento da linguagem algébrica	16
Quadro 3 - Subtraindo monômios ou polinômios	19
Quadro 4 - Resquícios da Matemática Moderna	21
Quadro 5 - Atividade relacionada ao pensamento algébrico	23
Quadro 6 - Concepções algébricas	24
Quadro 7 - Concepções algébricas/ conteúdos e procedimentos	25
Quadro 8 - Atividade proposta	31
Quadro 9 - Pensamento Algébrico (padrão aritmético)	44
Quadro 10 - Pensamento Algébrico (padrão geométrico)	44
Quadro 11 - Equações (Vontade de Saber 7º ano)	45
Quadro 12 - Aritmética Generalizada (Vontade de Saber 7º ano)	45
Quadro 13 - Equações (Praticando a Matemática 7º ano)	46
Quadro 14 - Aritmética Generalizada (Praticando a Matemática 7º ano)	46
Quadro 15 - Equações (Nos dias de hoje - Matemática na medida certa 7º ano)....	46
Quadro 16 - Aritmética Generalizada (Nos dias de hoje - Matemática na medida certa 7º ano)	47
Quadro 17 - Estrutural (Vontade de Saber 8º ano)	48
Quadro 18 - Estrutural (Praticando a Matemática 8º ano)	48
Quadro 19 - Estrutural (Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 8º ano)	49
Quadro 20 - Funcional (Vontade de Saber 9º ano)	49
Quando 21- Funcional (Praticando a Matemática 9º ano)	50

Quadro 22 – Funcional (Nos dias de hoje- Matemática na medida certa 9º ano)50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Livro Vontade de Saber/7º ano	32
Tabela 2 - Livro Vontade de Saber/8º ano	33
Tabela 3 - Livro Vontade de Saber/9º ano	35
Tabela 4 - Livro Praticando a Matemática/7º ano	36
Tabela 5 - Livro Praticando a Matemática/8º ano	37
Tabela 6 - Livro Praticando a Matemática/9º ano	39
Tabela 7 - Livro Nos dias de hoje – Matemática na medida certa/7º ano	40
Tabela 8 - Livro Nos dias de hoje – Matemática na medida certa/8º ano	41
Tabela 9 - Livro Nos dias de hoje – Matemática na medida certa/9º ano	43

Sumário

Introdução.....	12
1- A Álgebra na história.....	14
1.1 - Álgebra antiga.....	14
1.2 - Álgebra escolar no Brasil.....	18
2 - Aprendizagem em Álgebra.....	22
2.1- O ensino de Álgebra e o pensamento algébrico.....	22
2.2- Concepções algébricas.....	23
3 - Análise de Livros.....	28
3.1 - Motivação da escolha das coleções.....	28
3.2 – Coleções em análise.....	28
3.3 - Metodologia da análise.....	30
3.4 - Coleção Vontade de Saber.....	31
3.5 - Coleção Praticando a Matemática.....	36
3.6 - Coleção Nos Dias de Hoje Matemática na Medida Certa.....	40
4 - Análise dos Resultados.....	46
4.1 - 6º ano.....	46
4.2 - 7º ano.....	47
4.3 - 8º ano.....	50
4.4 - 9º ano.....	52
5 - Conclusão.....	54

Introdução

O livro didático é um dos mais importantes e tradicionais instrumentos pedagógicos utilizado em sala de aula, ocupando de modo geral uma posição de destaque na mediação do processo de ensino-aprendizagem e no planejamento curricular escolar. De acordo com Santos e Lima (2010, p.14)

“O livro didático traz para os processos de ensino e de aprendizagem mais um personagem, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o estudante. Nesse diálogo, o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado - no nosso caso a Matemática -, os métodos adotados para que os estudantes consigam aprendê-lo mais eficazmente; a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade”.

No currículo escolar brasileiro dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), a formação Matemática envolve uma série de conteúdos a serem estudados dentro do universo aritmético, algébrico e geométrico, e, de acordo com a nossa experiência docente, dentre estes, a Álgebra destaca-se como um dos conteúdos que mais trazem dificuldades no processo de ensino-aprendizagem. Gomes (2013, p.25) discursa sobre essa dificuldade, argumentando que

“É preciso que o professor tenha em mente que a linguagem algébrica atualmente utilizada foi construída durante um longuíssimo período. Mais comumente, essa circunstância não é levada em conta no processo de ensino-aprendizagem, e as etapas da construção da linguagem algébrica não são consideradas – os professores têm a expectativa de que os estudantes dominem rapidamente os símbolos e regras para seu uso. Verifica-se, contudo, que essa aprendizagem não é algo corriqueiro, e é muito frequente que os alunos apresentem dificuldades.”

Considerando os percalços do ensino de Álgebra e a notoriedade do livro didático como um instrumento pedagógico em sala de aula, faz-se necessária uma reflexão a respeito da proposição de conteúdos realizada por este, visto que muitas vezes esse elemento mostra-se insatisfatório levando-se em conta os objetivos pedagógicos. Desse modo, a proposta deste trabalho é tentar responder o seguinte questionamento: será que alguns dos livros didáticos de Matemática, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017 para o uso em sala de aula, atendem as orientações referentes ao ensino de Álgebra? Para buscar responder esta pergunta, analisamos os exercícios propostos de conteúdo algébrico de 3 coleções de livros didáticos destinadas ao Ensino Fundamental que foram aprovadas no PNLD 2017; *Vontade de Saber* (2015), dos autores Joemir Souza e Patrícia Moreno Pataro, *Praticando a Matemática* (2015), dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos e

Nos dias de hoje – Matemática na medida certa (2015), dos autores Marília Centurión e José Jakubovic, tomando como referência as orientações dadas para o ensino de Álgebra, pelos autores James Kaput e Zalman Usiskin, sendo estas, o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é a construção da linguagem algébrica, e o trabalho envolvendo as concepções algébricas (Aritmética Generalizada, Equações, Funcional e Estrutural) que são os diferentes uso das letras em Álgebra. Tendo em vista este questionamento, dividiremos essa dissertação em 5 capítulos. No Capítulo 1, fazemos um breve resumo histórico da Álgebra, no entanto sem a preocupação de pormenorizar essa narrativa, para os leitores interessados nesse assunto sugerimos as seguintes bibliografias, *História da Matemática* (2012), de Carl Boyer; *Introdução à história da Matemática* (2004), de Howard Eves; *História da Matemática* (2013), de Tatiana Roque. Em seguida, fazemos outro resumo histórico, caracterizando a Álgebra como saber escolar, considerando apenas o cenário brasileiro. De maneira geral, o objetivo deste capítulo é dar um panorama sobre a construção histórica da Álgebra e verificar como esse ramo da Matemática que hoje faz parte do currículo do ensino básico no Brasil se desenvolveu neste contexto. No Capítulo 2, verificamos as orientações dadas sobre o ensino de Álgebra, segundo os autores James Kaput e Zalman Usiskin, os quais tomaremos como referência. No Capítulo 3 é feita a descrição detalhada das coleções didáticas, a justificativa da escolha dessas coleções, a metodologia da análise didática e os resultados da análise. No Capítulo 4 é feita a discussão dos resultados obtidos no Capítulo 3 e, finalmente, no Capítulo 5 serão apresentadas as conclusões a respeito dos dois capítulos anteriores procurando responder o questionamento levantado no início desta introdução.

Capítulo 1

A Álgebra na História

1.1 Álgebra Antiga

A palavra Álgebra, em português, é a evolução do termo árabe *al jarb* que significa “reunião de partes deslocadas” ou “a arte de reunir ossos quebrados”. *Al jarb* foi empregada em Matemática pelo árabe Muhammad ibn Musa al – Khwarizmi , mais conhecido como Al- Khwarizmi , em sua obra intitulada *Kitab al- jabr wa'l – muqabala* que traduzido ao português significa *o livro da restauração e do balanceamento*. Segundo Mol (2013, p. 67) “nessa obra, al-Khwarizmi discorreu sobre soluções de equações de primeiro e segundo graus[...]”. Desse modo, pode-se dizer que “a álgebra tem origem no estudo sistemático dos métodos para classificar e resolver equações” (ROQUE 2013, p. 248). Apesar de nos dias de hoje conhecermos a Álgebra em um sentido amplo, sendo um ramo da Matemática presente em conteúdos que não envolvem necessariamente as equações, podemos observar pelo que diz Roque que nem sempre foi assim, ou seja, esse conceito desenvolveu-se para muito além da teoria das equações, e atualmente podemos verificar que se ramificou em diversas áreas. Conforme argumenta Tinoco (2011, p.34)

“No desenvolvimento da Álgebra ao longo da História destacam-se duas fases que se distinguem nos pontos de vista tanto cronológico quanto conceitual: a fase antiga ou elementar, que inclui o desenvolvimento da linguagem e dos métodos algébricos, priorizando a resolução de equações, e a fase moderna ou abstrata, consolidada a partir do século XIX, que inclui o estudo das estruturas matemáticas, tais como grupos, anéis e corpos.”

Contudo, apesar de o livro de Al Khwarizmi ser um importante marco na sistematização do estudo do que, antigamente, conhecia-se por Álgebra (fase elementar), gregos e indianos já haviam, em seus trabalhos, pavimentado o caminho para o desenvolvimento da teoria de equações. No entanto, as equações ganharam uma maior importância quando o francês François Viète, no final do século XVI, em sua obra intitulada *Introdução à arte analítica* (In artem analyticem isagoge), passou a representá-las utilizando letras e símbolos matemáticos de um modo sistemático. Viète inseriu vogais e consoantes para representar constantes e incógnitas respectivamente, além de utilizar os símbolos “+” e “-”. Entretanto, é importante salientar que o processo de utilização da linguagem simbólica se deu de maneira gradual, antes do estágio do simbolismo, fase que caracteriza o período em que a linguagem simbólica

começou a ser sistematizada, a Álgebra antiga teve o estágio retórico. Este estágio descreve um período do desenvolvimento algébrico em que não se utilizavam símbolos para representar as expressões. Roque (2013, p.249) diz que “apesar disso, havia um vocabulário padrão para designar os objetos que surgiam nos problemas, sobretudo para os três modos sob os quais o número aparecia no cálculo da álgebra: a raiz, o quadrado e o número simples.” O quadro abaixo exemplifica a retórica utilizada por Al - Kwarizmi e a sua interpretação simbólica escrita nos dias de hoje.

Quadro 1: Álgebra retórica de Al - Kwarizmi

- “Um quadrado é igual a cinco raízes. A raiz do quadrado então é 5, e 25 forma o seu quadrado que, é claro, é igual a 5 de suas raízes.” O texto apresenta a equação $x^2 = 5x$, sua raiz $x = 5$ e afirma que $x^2 = 25$.
- “Um quadrado e dez raízes são iguais a 39 unidades.” A frase faz referência à equação $x^2 + 10x = 39$.

Fonte: Mol (2013, p. 67)

Conforme Tinoco (2011, p. 34)

“O estágio retórico abrange a Álgebra formulada pelos egípcios, babilônios e gregos, entre estes, os pitagóricos e Euclides. Ainda neste período, constata-se o destaque dado à Geometria, utilizada como recurso, para a apresentação da resolução de problemas algébricos.”

O estágio do simbolismo (ou estágio simbólico) tem seu início, somente a partir dos séculos XVI e XVII, ou seja, é neste momento em que as letras seriam amplamente utilizadas para representar quantidades desconhecidas, como falamos, foi François Viète que sistematizou esse uso, porém antes dele, o alemão Michael Stifel (1486-1567) e os italianos Girolamo Cardano (1501 -1576) e Rafael Bombelli também empregavam esta simbologia. Sendo assim

“Antes de Viète, a álgebra européia se aplicava a problemas cuja resolução não era auxiliada pelo uso do simbolismo. Somente quando a influência de Arquimedes e Apolônio trouxe novos problemas à cena matemática seus praticantes perceberam que o simbolismo era um fator capaz de auxiliar na resolução de problemas e de generalizar os métodos empregados. Exceto pela notação, a álgebra desse período é muito parecida com a que nos é ensinada nas escolas, porém há uma grande distância entre essa arte e a disciplina matemática chamada atualmente álgebra.” (ROQUE, 2013, p. 269)

Baumgart (1992) apresenta exemplos da utilização do simbolismo que denotam essa fase do desenvolvimento algébrico.

Quadro 2: Aprimoramento da linguagem algébrica

Bombelli (1572):	$\frac{x}{1} \cdot p \cdot \frac{1}{8} \cdot \text{Egual a } 20.$ $x^6 + 8x^3 = 20$
Viète (1591):	$1 \text{ QC} - 15 \text{ QQ} + 85 \text{ C} - 225 \text{ Q} + 274 \text{ N}$ aequatur 120. $x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120$
Harriot (1631):	$aaa - 3bba \text{=====} + 2 \cdot ccc.$ $x^3 - 3b^2x = 2c^3$
Descartes (1637):	$x^3 - 6xx + 13x - 10 = 0.$
Wallis (1693):	$x^4 + bx^3 + cxx + dx + e = 0.$

Fonte: Baumgart (1992, p. 12,13)

Convém destacar que os estágios pelos quais a linguagem algébrica se desenvolveu (neste texto, estágios retórico e simbólico) foram designados em 1842 pelo alemão Georg Heinrich Friedrich Nesselmann (1811 - 1881) no seu livro *Ensaio sobre uma história crítica da álgebra*. Nesta obra o autor, no entanto, estabelece três estágios da linguagem algébrica, além do retórico e do simbolismo, existe um intermediário entre estes, o qual ele denomina estágio sincopado, de acordo com Tinoco (2011, p.35)

“neste longo período, do século II até cerca de 1500, as palavras foram, gradualmente, substituídas por abreviações. O grego Diofanto, no século III, introduziu o estilo sincopado de escrever equações ao representar pela primeira vez uma abreviatura especial para a incógnita.”

Porém, é importante esclarecer que o estágio sincopado é contestado por alguns autores, conforme Roque (2013, p. 234)

“essa classificação é reproduzida com frequência nos tratamentos históricos sobre o simbolismo algébrico, apesar de diversos estudos mais atuais demonstrarem que ela não se sustenta diante das novas evidências sobre a história da álgebra [...] no texto de Diofanto as quantidades são abreviadas e não simbolizadas [...] símbolos não são somente abreviações ou notações empregadas para facilitar a prática de procedimentos de cálculo e resolução de problemas; o simbolismo algébrico é um tipo de representação que conduz a abstrações que não estavam presentes na *Aritmética* de Diofanto. Pa-

ra caracterizar o pensamento algébrico não basta associá-lo ao uso de símbolos, e menos ainda ao uso de abreviações.”

O estágio simbólico foi um fator fundamental para o desenvolvimento da Álgebra, segundo Milies (20--?, p.4) “foi possível determinar “fórmulas gerais” de resolução de equações e discutir métodos de trabalhos “gerais” ” . A partir de então, ao longo do tempo, foram surgindo diversos problemas sofisticados de resolução de equações. A Álgebra Moderna teve seu início com a criação de um novo conceito matemático (estrutura matemática), que mais tarde, seria um instrumento fundamental na organização de partes da Matemática: o conceito de grupo. Desenvolvido pelo matemático francês Evariste Galois (1811-1832), este conceito surgiu na procura da resposta aos questionamentos sobre soluções das equações de grau maior que 4, isto é, o progresso do estudo de equações se deu de tal modo que propiciou o advento de novas formulações em Matemática. Outras estruturas matemáticas foram surgindo com o desenvolvimento algébrico, tais como anéis e corpos, e de maneira geral caracterizam-se do seguinte modo

“uma estrutura matemática é determinada por um conjunto universo de objetos matemáticos, por operações que envolvem estes objetos e também por relações entre esses elementos do universo [...] Uma estrutura matemática sem operações é chamada estrutura relacional. Por outro lado, podemos esquecer as relações da estrutura matemática e nos concentrarmos nas suas operações, de modo a caracterizar quais propriedades as operações daquela estrutura partilham. Uma estrutura matemática fundada em operações é uma estrutura algébrica.” (NASCIMENTO; FEITOSA, 2013, p. 12-13)

E ainda

“Um exemplo bastante simples e que está na experiência matemática de todo estudante é a estrutura matemática determinada por $(N, 0, 1, +, \cdot, s, \leq)$, em que N é o conjunto dos números naturais, 0 e 1 são dois números naturais particulares, s é a operação (função) sucessor, que a cada número natural n atribui o seu sucessor $n + 1$, $+$ é a operação de adição de números naturais, \cdot é a operação de multiplicação de números naturais e \leq é a relação usual de ordem de números naturais”(NASCIMENTO; FEITOSA, 2013, p. 11)

Desse modo, verificamos então que a Álgebra Moderna avançou na direção da axiomatização de conceitos, distanciando-se das equações, concedendo assim, um novo aspecto a esta área. No entanto apesar de muito teórica, a Álgebra Moderna traz consigo inúmeras aplicações em diversas áreas do conhecimento. Conforme afirma Milies (20--?, p.4)

“A passagem da álgebra clássica para a assim chamada álgebra abstrata foi um processo sumamente interessante. Representa não somente um pro-

gresso quanto aos conteúdos técnico-científicos da disciplina como amplia consideravelmente o seu campo de aplicação e, o que é mais importante, implica - num certo sentido - uma mudança na própria concepção do que a matemática é da compreensão de sua condição de ciência independente e da evolução dos métodos de trabalho.”

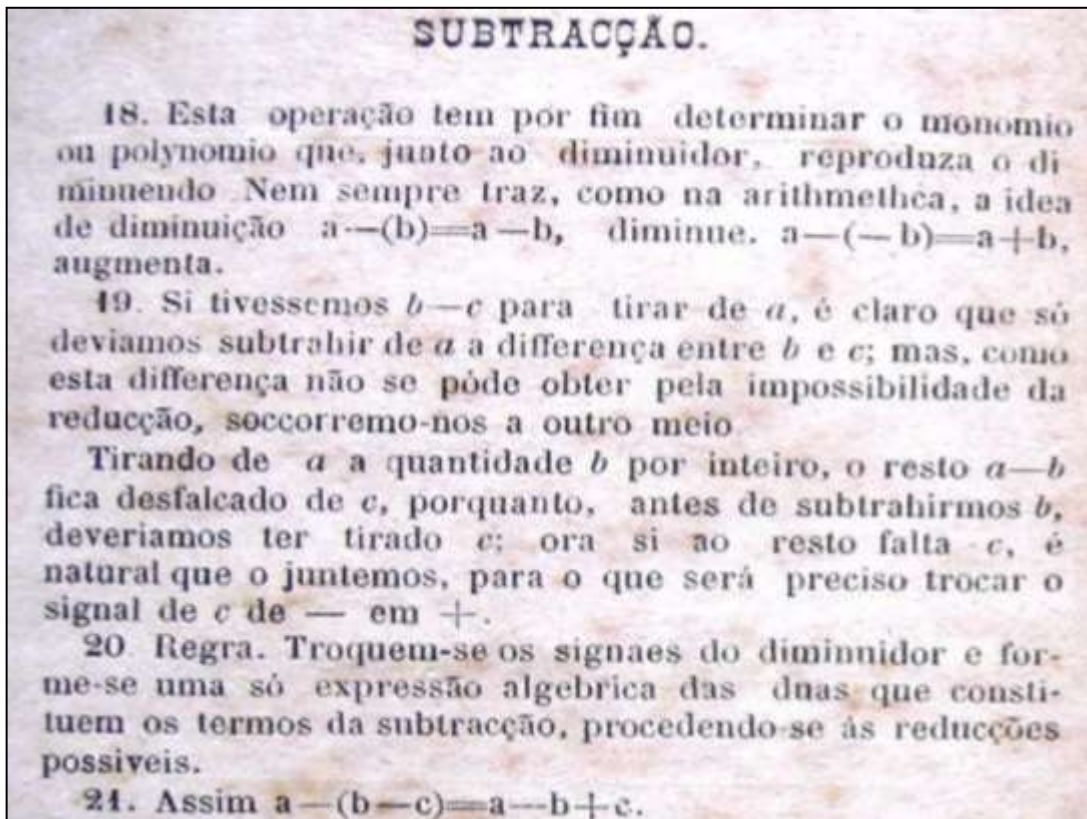
1.2 Álgebra Escolar no Brasil

A Álgebra foi incorporada no currículo brasileiro no início do século XIX, período em que o Brasil ainda era colônia de Portugal, a partir da criação das “aulas régias”, feita por Sebastião José de Carvalho e Melo, o marquês de Pombal, que naquela circunstância era primeiro ministro de Portugal. Juntamente com aritmética, geometria e trigonometria, a Álgebra fazia parte do conteúdo matemático escolar que juntamente a disciplinas de gramática, formavam o componente curricular da época. Conforme Gomes (2013, p.33)

“No Brasil, durante o século XIX e até nas três primeiras décadas do século XX, as disciplinas matemáticas eram ensinadas separada e sucessivamente na escola secundária, na seguinte ordem: Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, com programas, livros e professores diferentes. Não havia clareza em relação aos objetivos do ensino da matemática e tudo era considerado importante.”

Um exemplo de livro didático, deste período, dedicado ao ensino de Álgebra é o livro *Resumo de Álgebra* do professor maranhense José Augusto Corrêa publicado em 1886. Nele, o autor prioriza a exposição dos conteúdos, propondo poucos exercícios; faz uso de uma linguagem extremamente formal, além de utilizar uma notação carregada de simbolismos. O quadro a seguir denota uma explicação extraída do livro, que ensina como subtrair monômios ou polinômios.

Quadro 3: Subtraindo monômios ou polinômios



Fonte: Corrêa (1886, p. 16)

Ministradas de forma avulsa, somente em 1931, período em que o Brasil já era uma República, as disciplinas de conteúdo matemático seriam denominadas comumente de Matemática, com a reforma educacional realizada por Francisco Campos, naquela circunstância, ministro da “Educação e Saúde” do governo de Getúlio Vargas. Com esta reforma cujo “principal objetivo era o de ampliar a finalidade do curso secundário, que deveria deixar de ser apenas um curso propedêutico para ingresso nas faculdades, para possuir uma finalidade própria” (SOARES, DASSIE, ROCHA, 2004, p.8), Campos organizou sob forma de uma única disciplina os conteúdos que eram ministrados de modo estanque (aritmética, geometria, álgebra e trigonometria), além disso, implementou também o estudo de Matemática em todas as séries do currículo. Em relação ao estudo de Álgebra nesse período “prevalecia a crença de que a aquisição ainda que mecânica, das técnicas requeridas pelo transformismo algébrico[...]seria necessária e suficiente para que o aluno alcançasse a capacidade para resolver problemas” (GOMES, 2013, p. 34), ou seja, o método de ensino preconizava a reprodução de regras sem nenhuma preocupação em explicar as mes-

mas, de modo que a aprendizagem se dava de forma engessada, conforme Miorim, Fiorentini e Miguel (1992, p. 42)

“No que se refere particularmente ao ensino da Álgebra Elementar, a análise de livros didáticos de forte penetração em nossas escolas, nos vários momentos desse período, bem como a consulta aos programas oficiais ao longo de todo período republicano, até por volta da metade da década de 60, revelam-nos que, em linhas gerais, os tópicos de Álgebra Elementar que eram objetos de ensino permaneceram praticamente inalterados: cálculo algébrico (compreendendo as operações com polinômios), razões e proporções, equações e inequações de 1º grau a uma incógnita, equações a várias incógnitas, sistemas de equações, radicais (operações e propriedades), equações do 2º grau, o trinômio do 2º grau, equações redutíveis ao 2º grau, problemas do 2º grau e sistemas de equações do 2º grau.”

Outra reforma educacional que trouxe grandes impactos ao ensino secundário no Brasil foi instaurada por Gustavo Capanema, que assumiu o ministério de “Educação e Saúde” em 1934. Esta reforma, apesar de manter a Matemática como disciplina única, alterou a organização do ensino secundário. A partir de então, novos elementos no cenário internacional trouxeram grandes mudanças na Matemática escolar do Brasil, dando-se início a um movimento de renovação chamado movimento da Matemática Moderna. Gomes (2012, p. 43) diz que

“O movimento da Matemática moderna teve enorme impacto na Matemática escolar brasileira, pela realização de inúmeros cursos para professores e, em grande parte, pela publicação e ampla circulação de uma enorme quantidade de manuais que, muito frequentemente, declaravam-se adeptos do então novo ideário pelo uso do adjetivo moderno em seus títulos. Criaram-se as coleções denominadas curso moderno de Matemática, estabelecendo-se um novo padrão para o ensino no nível ginasial”

Em relação ao conteúdo matemático, observa-se a ênfase do ensino da linguagem dos conjuntos e das estruturas algébricas com o intuito de se estabelecer a unificação entre Aritmética, Geometria e Álgebra, de modo a dar alicerce lógico às construções matemáticas. Desta forma, a Álgebra obteve maior notoriedade, pois os avanços em matemática ao longo do século XVIII até então, aconteceram devido ao processo de algebrização, tornando o conteúdo matemático mais preciso e abstrato. Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 46) ainda dizem que “o estudo do cálculo algébrico e o das equações não poderia efetivar-se sem referir-se a um campo numérico e às suas propriedades estruturais indispensáveis nas transformações de equivalência”, o que demonstra o tratamento rigoroso dado ao conhecimento algébrico. No entanto, ao final da década de 70 o movimento da matemática moderna começa a receber críticas e novas tendências surgiram a respeito do ensino de Álgebra, no entanto notam-se alguns resquícios deste movimento nos livros didáticos recentes.

A atividade abaixo, proposta em um livro de 7º ano de 2009, exemplifica os resquícios do movimento da Matemática Moderna.

Quadro 4: Resquícios da Matemática Moderna

Resolver a equação $9x - 7 = 5x + 13$, sendo que $U = \mathbb{Q}$

Fonte: Giovanni, Castrucci (2009, p. 137)

Capítulo 2

Aprendizagem em Álgebra

2.1 O ensino de Álgebra e o pensamento algébrico

Nossa experiência profissional como professores tem nos mostrado que o conhecimento algébrico é fundamental, pois permite ao aluno desenvolver a capacidade de generalizar e abstrair e, além disso, é uma ferramenta de auxílio de resolução de vários problemas matemáticos, sejam eles aritméticos ou geométricos. Podemos dizer que esta é a principal motivação de seu ensino. Gil (2008, p.11) afirma que

“um dos objetivos do estudo da Álgebra é que o aluno, tendo a compreensão dos seus conceitos, seja capaz de utilizá-los em outras situações. Enfim, que o aluno perceba a Álgebra como uma aliada na resolução de certos problemas em diferentes contextos.”

No ensino de Matemática no Brasil, a Álgebra de modo geral passa a fazer parte do currículo a partir dos anos finais do ensino fundamental, no entanto alguns pesquisadores, e até mesmo os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCNs) orientam que o conteúdo algébrico pode ser desenvolvido também nos anos iniciais (1º ao 5º ano do ensino fundamental) e afirmam que

“Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. Embora se considere importante que esse trabalho chamado de pré-álgebra aconteça nas séries iniciais [...]” (BRASIL, 1998, p.117)

A pré-álgebra a qual os PCNs (1998) se referem, alguns autores caracterizam-na como pensamento algébrico. O educador matemático James Kaput conceituou o pensamento algébrico do seguinte modo

“é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais. Este processo de generalização pode ocorrer com base na aritmética, na Geometria, em situações de modelação matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático leccionado desde os primeiros anos de escolaridade. (KAPUT apud PONTE 2009, p.9)”

Neste sentido, podemos entender que o pensamento algébrico, envolve a construção significativa da interpretação do fazer algébrico que não compreende necessariamente o uso de simbolismos (letras). Luiz Márcio Imenes, autor de livros didáticos,

fornece uma exemplificação da utilização deste conceito no processo de ensino-aprendizagem

“o ensino de álgebra deve ser invertido: ponha a criança para perceber regularidades, para descobrir como uma coisa varia em função de outra, para escrever no papel o que descobriu – seja com letra, seja com palavras, seja com desenhos. Em resumo, comece primeiro com as funções e suas incógnitas, e não com as expressões algébricas e suas variáveis.” (Em: <<https://imaginariopuro.wordpress.com/2016/08/26/e-proibido-ensinar-algebra-direito/>> Acesso em: 20/03/2018)

A atividade abaixo exemplifica o uso do conceito de pensamento algébrico

Quadro 5: Atividade relacionada ao pensamento algébrico

▽ ⊗ ▽ ⊗ ▽ ⊗ ...

As figuras acima representam uma sequência. Cada figura é um elemento da sequência.

- Qual é o 8º elemento da sequência? Por quê?
- Sem desenhar, qual é o 20º elemento da sequência? Por quê?
- Qual figura estaria na 15ª posição? E na 19ª posição? Você conseguiria dizer em quais outras posições estaria essa mesma figura?
- Para organizar os dados obtidos complete a tabela:

Figura	Posições						
▽	1ª	3ª	5ª				
⊗	2ª	4ª	6ª				

- Em quais posições o triângulo aparece? E a bolinha? Justifique.
- Elabore uma pergunta que você poderia fazer aos seus alunos sobre a sequência. Explique o que você entende ser importante verificar que os alunos compreendem ao responder essa pergunta.

Fonte: Gomes (2013, p. 45)

Deste modo, podemos caracterizar o pensamento algébrico como um dos pilares do ensino de Álgebra.

2.2 Concepções Algébricas

Outra proposta que pode ser caracterizada como pilar do ensino de Álgebra, são as denominadas concepções algébricas, quanto a essas, o educador Zalman Usiskin (1995, p.13) diz que “as finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis”. Usiskin aponta quatro concepções de Álgebra explicitadas no quadro a seguir

Quadro 6 : Concepções algébricas

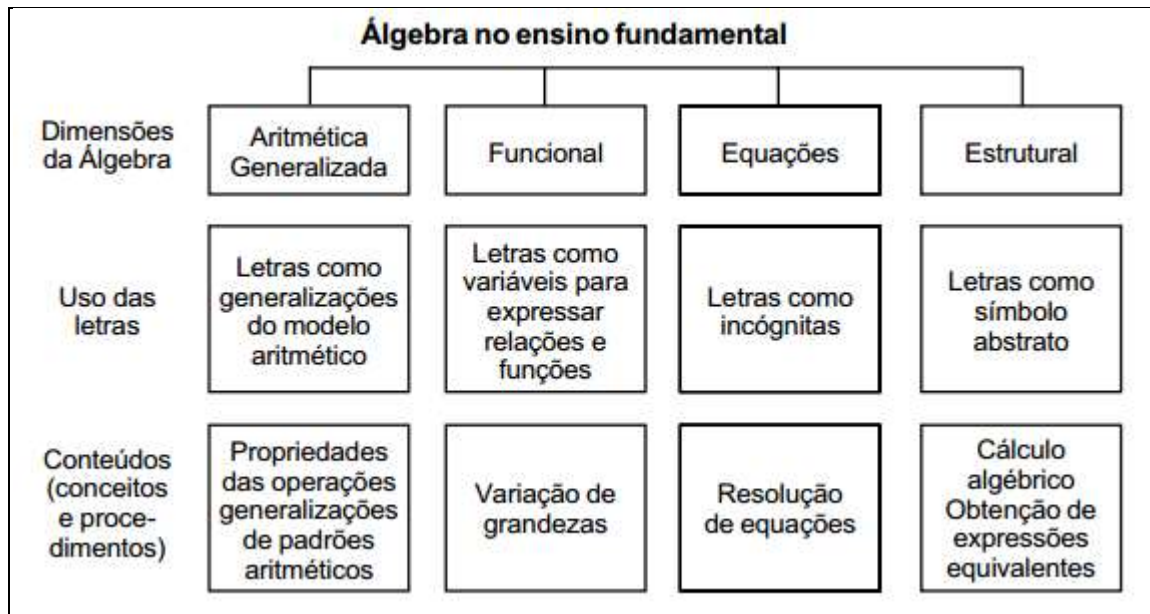
Concepções da Álgebra	Uso das variáveis
Aritmética Generalizada	Generalizadora de modelos Traduzir – Generalizar
Meio de resolver certo problemas	Incógnitas, constantes Resolver - Simplificar
Estudo das Relações	Argumentos, parâmetros Relacionar – Gráficos
Estrutura	Sinais arbitrários no papel Manipular - Justificar

Fonte: Usiskin (1995, p.20)

Os PCNs (Brasil, 1998, p.116, 117) atendem às propostas de ensino de Álgebra apresentadas e dizem

“Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. [...] É fato conhecido que os professores não desenvolvem todos esses aspectos da Álgebra no ensino fundamental, pois privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações muitas vezes descoladas dos problemas. Apesar de esses aspectos serem necessários, eles não são, absolutamente, suficientes para a aprendizagem desses conteúdos. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com essas quatro dimensões ao longo dos terceiro e quarto ciclos.”

O quadro nº 7, retirado dos próprios PCNs (Brasil, 1998, p.116), mostra como o uso das letras e como os conteúdos (conceitos e procedimentos) se encaixam de acordo com a concepção algébrica pertinente.

Quadro 7: Concepções algébricas/conteúdos e procedimentos

Fonte: (Brasil,1998, p.16)

Vamos exemplificar de modo concreto, utilizando o conteúdo matemático, como o uso do simbolismo algébrico ocorre em cada concepção algébrica; para isso será explicada de maneira pormenorizada cada concepção.

- A Álgebra como Aritmética Generalizada

Nesta concepção, a Álgebra é empregada na generalização de modelos matemáticos. Além disso, podemos interpretar também como um modo de traduzir problemas para a linguagem matemática. Como exemplo, a equivalência $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$ é generalizada pela expressão $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$ ($a \neq 0$), ou seja, utilizamos as letras para universalização de uma propriedade. Outro exemplo, que envolve agora a tradução de um problema, pode-se citar o seguinte “Um número somado com sua quarta parte é igual 75. Que número é este?” Para resolver esta questão, muitas vezes se opta transcrevê-la em linguagem matemática, desse modo temos $x + \frac{x}{4} = 75$, obtendo então um modelo matemático que descreve o problema.

- A Álgebra como Meio de Resolver Certos Problemas / Equações

Na concepção anterior exemplificamos uma situação na qual obtínhamos um modelo matemático pertinente ao problema apresentado; este modelo é a equação. Nesta concepção, o intuito é realizar procedimentos de modo que possamos solucionar a equação, ou seja, encontrar o valor desconhecido (ao qual damos o nome de incógnita) que satisfaça a igualdade (identidade). Tomando como modelo o exemplo anterior, temos

$$x + \frac{x}{4} = 75 \longrightarrow \frac{5x}{4} = 75 \longrightarrow 5x = 300 \longrightarrow x = 60$$

Podemos verificar que o procedimento de solução da equação passa pela etapa de simplificação das mesmas através do conceito de equivalência de equações, desse modo esta concepção traz consigo a idéia de simplificar para resolver, ficando claro que a letra exerce o papel de elemento incógnito.

- A Álgebra como Estudo das Relações/ Álgebra Funcional

Nesta concepção as letras assumem uma relação de interdependência, ou seja, elas se associam de modo que o valor de uma depende do valor da outra, representando de maneira geral a vinculação entre grandezas matemáticas. Encontramos essa circunstância no estudo de funções, em que as letras recebem a denominação de variáveis. Vejamos como exemplo a função afim expressa pela relação: $Y = 2X + 1$. Neste caso, dizemos que

- X é a variável independente
- Y é a variável dependente
- 2 e 1 são parâmetros

Podemos atribuir qualquer valor à variável X (desde que faça parte do domínio da função) e assim obteremos o valor correspondente em Y. Este é o fator determinante que nos mostra a diferença desta concepção para a concepção anterior. Ao tratarmos de função, diferentemente de equação, não estamos interessados em um valor que satisfaça a igualdade, mas sim na variação dos mesmos, o que nos permite investigar a relação entre as variáveis.

- A Álgebra como Estrutura/ Álgebra Estrutural

Esta concepção trata do cálculo algébrico propriamente dito, ou seja, da manipulação de expressões algébricas respeitando procedimentos aritméticos e os princípios de equivalência. As letras não possuem significação de incógnita, nem de variável. Vejamos como exemplo, a multiplicação entre dois polinômios

$$(x^2 + 5). (6x + 10) = 6x^3 + 10x^2 + 30x + 50$$

O que vemos é a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação (procedimento aritmético) e de multiplicação de monômios (procedimento de equivalência) que nos traz como resultado o produto entre os polinômios. Podemos perceber que é pura manipulação algébrica cujo objetivo é chegar a um resultado equivalente através do processo de multiplicação. Essa elucidação é importante pois segundo Tinoco (2011, p.12)

“É grande a dificuldade dos alunos para compreenderem os diferentes papéis das letras nas diversas concepções e, em geral, a experiência deles é muito limitada para isso. Acreditamos na importância de os alunos terem oportunidades de vivenciar situações em que eles possam perceber esses diferentes papéis. Assim, eles certamente terão mais consciência da importância e da riqueza da álgebra estudada no ensino básico, diminuindo suas dificuldades.”

Capítulo 3

Análise de Livros

3.1 Motivação da escolha das coleções

Os doze livros didáticos que são analisados neste capítulo fazem parte de coleções organizadas em quatro volumes destinados aos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano), ou seja, etapas da escolaridade que formam o terceiro e quarto ciclos desta categoria de ensino. Todos os livros em análise foram aprovados no ano de 2017, pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Este programa foi iniciado no ano de 1985 pelo governo federal e tem por finalidade o fornecimento gratuito de livros didáticos a alunos do ensino fundamental das escolas públicas de todo país. O critério para aprovação dos livros didáticos ao PNLD passa pelo crivo de um conjunto de especialistas de diversas áreas do conhecimento e uma vez aprovado, o livro passa a integrar o Guia do Livro Didático, que é um documento que norteia o corpo docente e o corpo diretivo das escolas na escolha do livro didático que será utilizado em cada etapa da escolaridade. O PNLD é administrado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) sob a incumbência do Ministério da Educação (MEC). A motivação para a escolha das coleções se deve ao fato de eu tê-las recebido na escola em que leciono, Escola Municipalizada Ciep 338 – Célia Rabelo, em Duque de Caxias/RJ, para análise juntamente com os outros professores de Matemática para que pudéssemos decidir qual delas adotar.

3.2 Coleções em análise

1ª Coleção

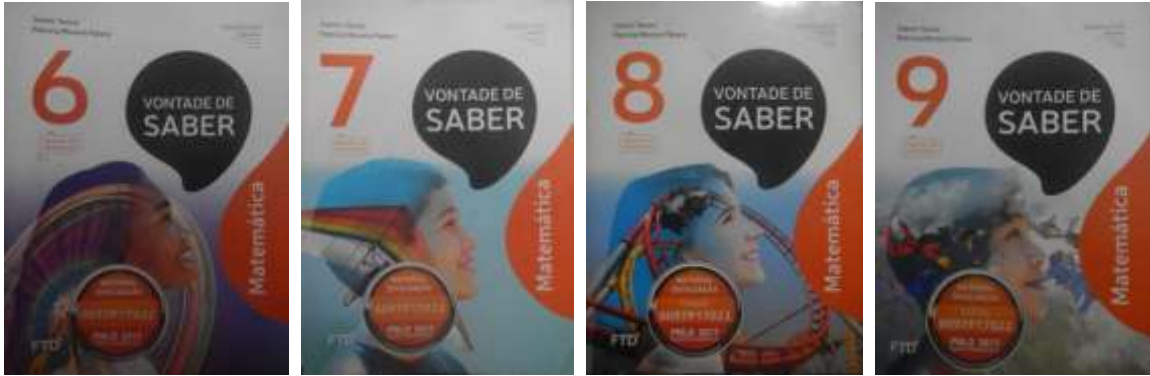
Coleção: Vontade de Saber

Autores: Joamir Souza/Patrícia Moreno Pataro

Ano: 2015

Edição: 3ª

Editora: FTD



2ª Coleção

Coleção: Praticando a Matemática

Autores: Álvaro Andrini/ Maria José Vasconcellos

Ano: 2015

Edição: 4ª

Editora: Editora do Brasil



3ª Coleção

Coleção: Nos dias de hoje – Matemática na medida certa

Autores: Marília Centurión/José Jakubovic

Ano: 2015

Edição: 1ª

Editora: LeYa



3.3 Metodologia da Análise

Considerando as perspectivas de ensino propostas vistas no Capítulo 2, será feita uma análise quantitativa em cada livro didático a respeito dos exercícios de conteúdo algébrico propostos, com o objetivo de verificar se os mesmos, de modo geral, abrangem o trabalho com as concepções algébricas e se promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Ou seja, será verificado se as coleções atendem as orientações de ensino da álgebra. Cabe dizer, porém, que as concepções algébricas não são excludentes entre si, de modo que na mesma atividade pode haver a percepção de mais de uma concepção envolvida. Para realizar esta tarefa, os capítulos dos livros são divididos em dois blocos de conteúdos, *Números e Operações* e *Grandezas e Medidas*, apesar da organização curricular proposta pelos PCNs dividir o conteúdo matemático em quatro blocos de conteúdos, *Números e Operações*, *Grandezas e Medidas*, *Espaço e Forma* e *Tratamento da Informação*, a divisão para análise didática será feita apenas em dois, pois o conteúdo algébrico está presente somente neles. No entanto, enfatiza-se que não é rígida a classificação dos capítulos nos blocos de conteúdos, sendo esta, então, estruturada conforme experiência do autor. O quantitativo de questões analisado será disposto numa tabela e a partir desta tabela será construído um gráfico de setores para verificação dos resultados. Será considerado para efeito de contabilidade, o total de itens que uma questão tem. Considere o exemplo retirado da página 137 do livro de 8º ano da coleção *Vontade de Saber*.

Quadro 8: Atividade proposta

3. Escreva uma equação que represente cada um dos problemas e depois resolva-a.

- a) A subtração de 7 do triplo de um número x é igual ao dobro desse número mais 2.
- b) A adição de uma unidade ao dobro de um número x é igual ao maior número natural de dois algarismos.
- c) O quádruplo de um número x , menos 6, é igual ao dobro desse número, mais 8.
- d) A quinta parte de um número x é igual a esse número menos 12.

Fonte: Souza, Pataro (2015, p.137)

Na atividade do quadro 8 há um exercício com quatro itens e, em cada item, as concepções algébricas *Aritmética Generalizada* e *Equações* são trabalhadas, deste modo, contabilizamos quatro atividades para cada uma das concepções. Em cada um dos doze livros, não foram contabilizados os exercícios extras que se apresentam no final de cada capítulo, apenas os exercícios propostos.

3.4 Coleção Vontade de Saber

Livro 6º ano

Este livro não possui exercícios que abordam o conteúdo algébrico.

Livro: 7º ano

Organização por blocos de conteúdos:

Números e operações

- Frações
- Números decimais
- Números positivos e números negativos
- Expressões algébricas, fórmulas e equações

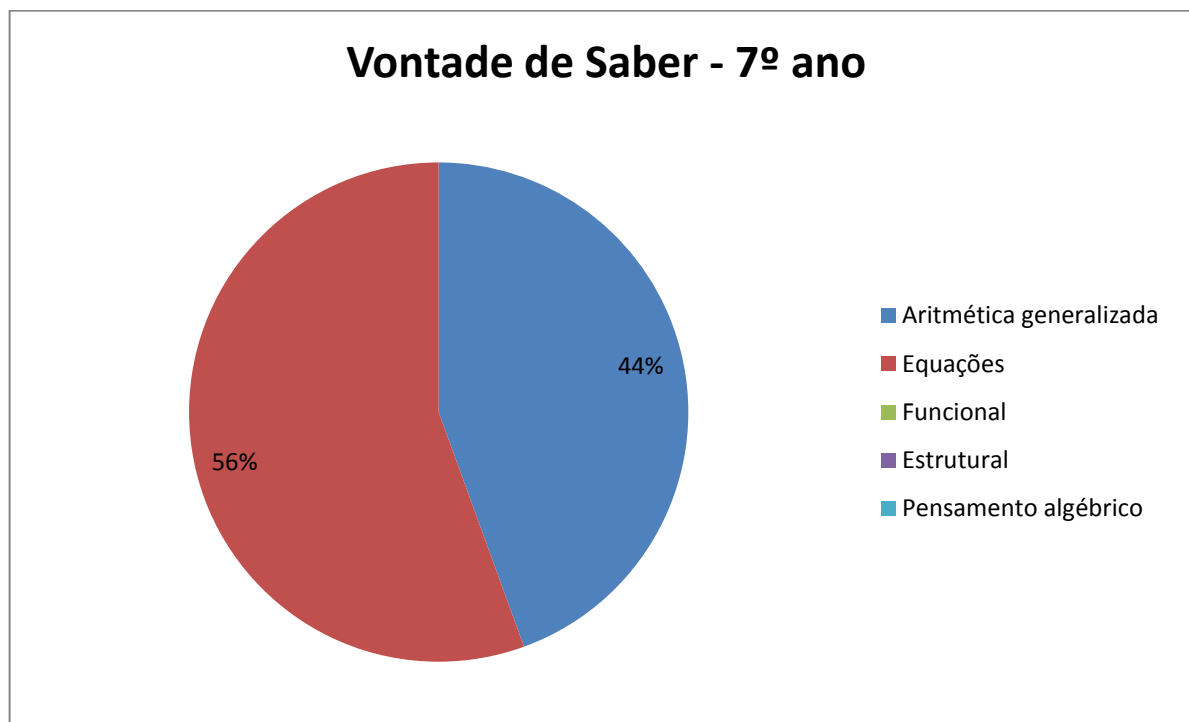
Grandezas e medidas

- Ângulos
- Polígonos
- Grandezas e medidas de temperatura, de energia e de capacidade
- Proporcionalidade
- Medidas de volume

Tabela 1 - Livro Vontade de Saber/7º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	27	35	0	0	0
Grandezas e medidas	5	5	0	0	0

Gráfico 1 - Livro Vontade de Saber/7º ano



Livro: 8º ano

Organização por eixos temáticos:

Números e operações

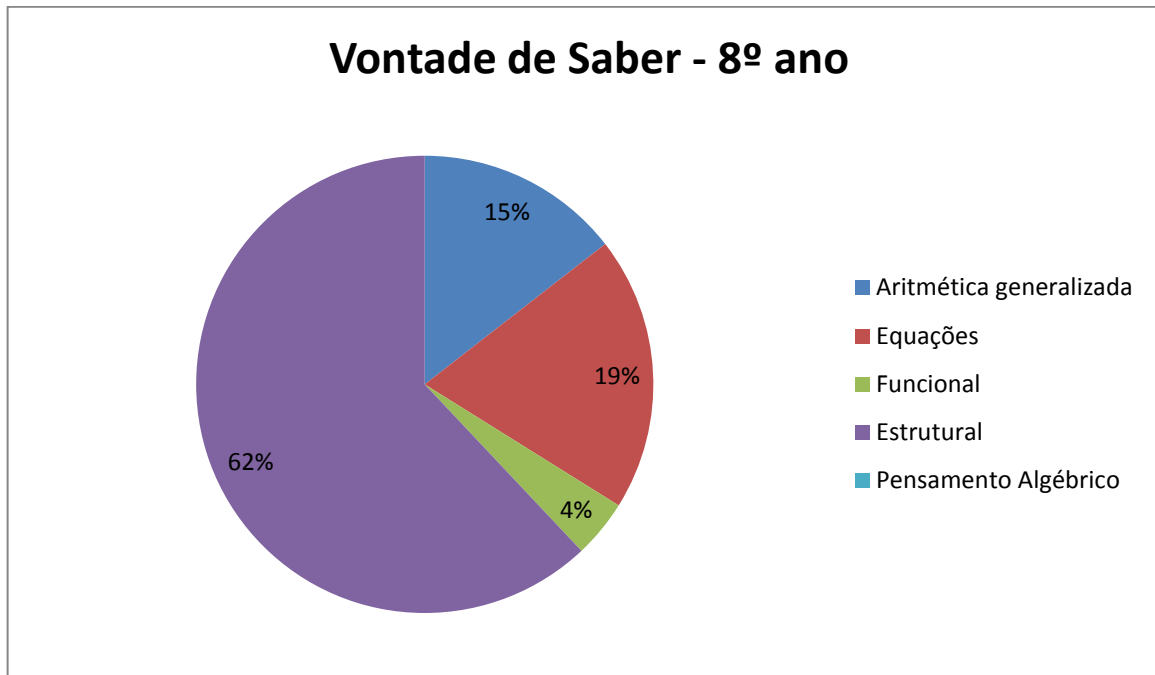
- Potências e raízes
- Conjuntos numéricos
- Polinômios, produtos notáveis e fatoração
- Equações, sistemas de equações e inequações

Grandezas e medidas

- Polígonos
- Triângulos
- Quadriláteros e formas circulares
- Regra de três
- Medidas de superfície
- Ângulos

Tabela 2 - Livro Vontade de Saber/8º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	51	44	15	226	0
Grandezas e medidas	2	27	0	1	0

Gráfico 2 – Livro Vontade de Saber/8º ano

Livro: 9º ano

Organização por eixos temáticos

Números e operações

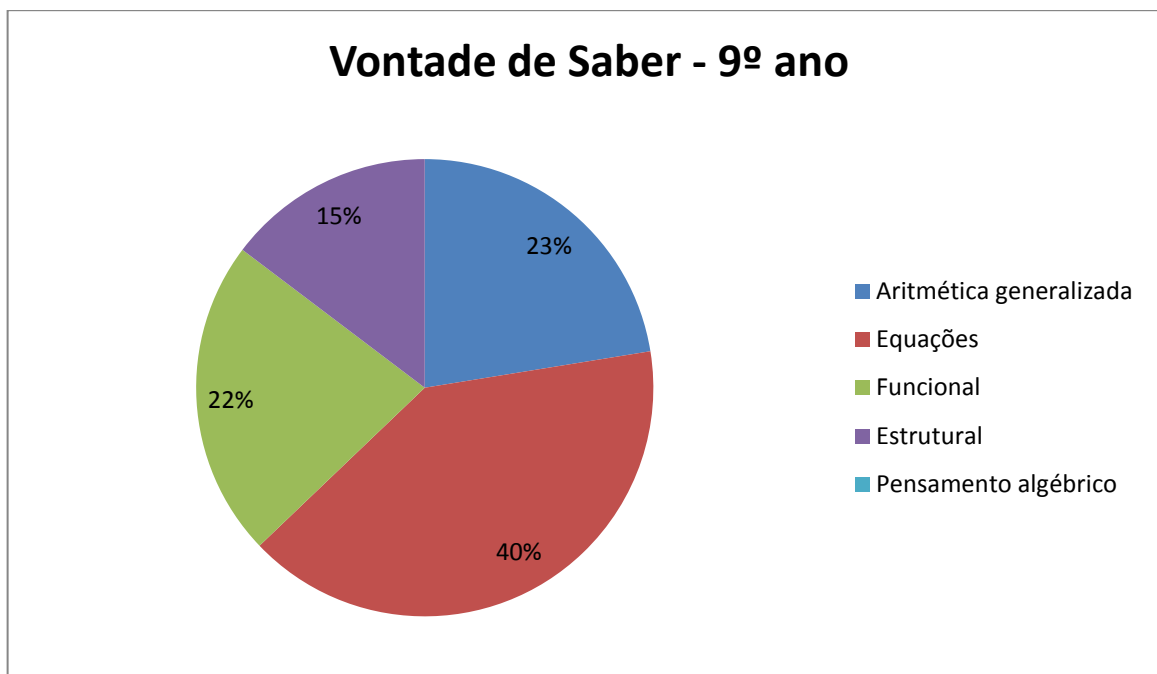
- Raízes
- Equações do 2º grau e sistemas de equações
- Matemática financeira
- Função afim
- Função quadrática

Grandezas e medidas

- Semelhança
- Relações no triângulo retângulo
- Círculo e circunferência
- Medidas em informática
- Medidas de volume

Tabela 3 - Livro Vontade de Saber/9º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	55	81	55	36	0
Grandezas e medidas	0	18	0	0	0

Gráfico 3 - Livro Vontade de Saber/9º ano

3.5 Coleção Praticando a Matemática

Livro: 6º ano

Este livro, assim como o livro de 6º ano da coleção *Vontade de Saber* não possui exercícios que abordam o conteúdo algébrico.

Livro: 7º ano

Números e operações

- Números naturais
- Frações e números decimais

- Números negativos
- Equações
- Inequações

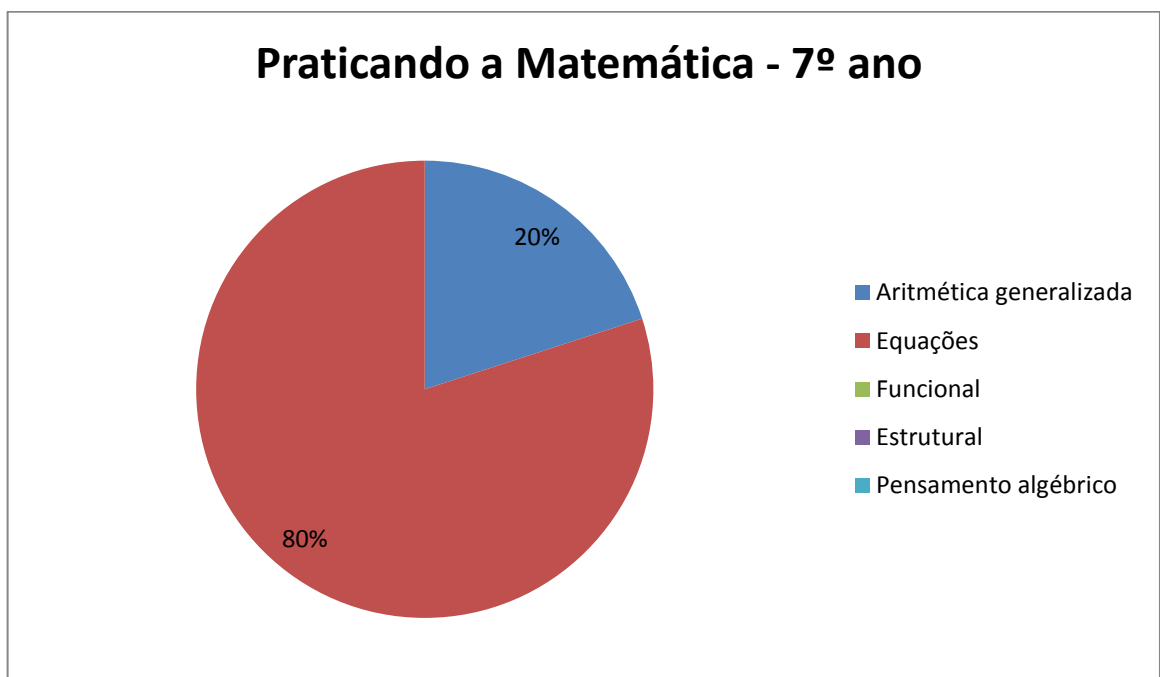
Grandezas e medidas

- Proporcionalidade
- Razões e porcentagens
- Ângulos e triângulos

Tabela 4 - Livro Praticando a Matemática/7º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento Algébrico
Números e operações	31	133	0	0	0
Grandezas e medidas	5	11	0	0	0

Gráfico 4 – Livro Praticando a Matemática/7ºano



Livro: 8º ano

Números e operações

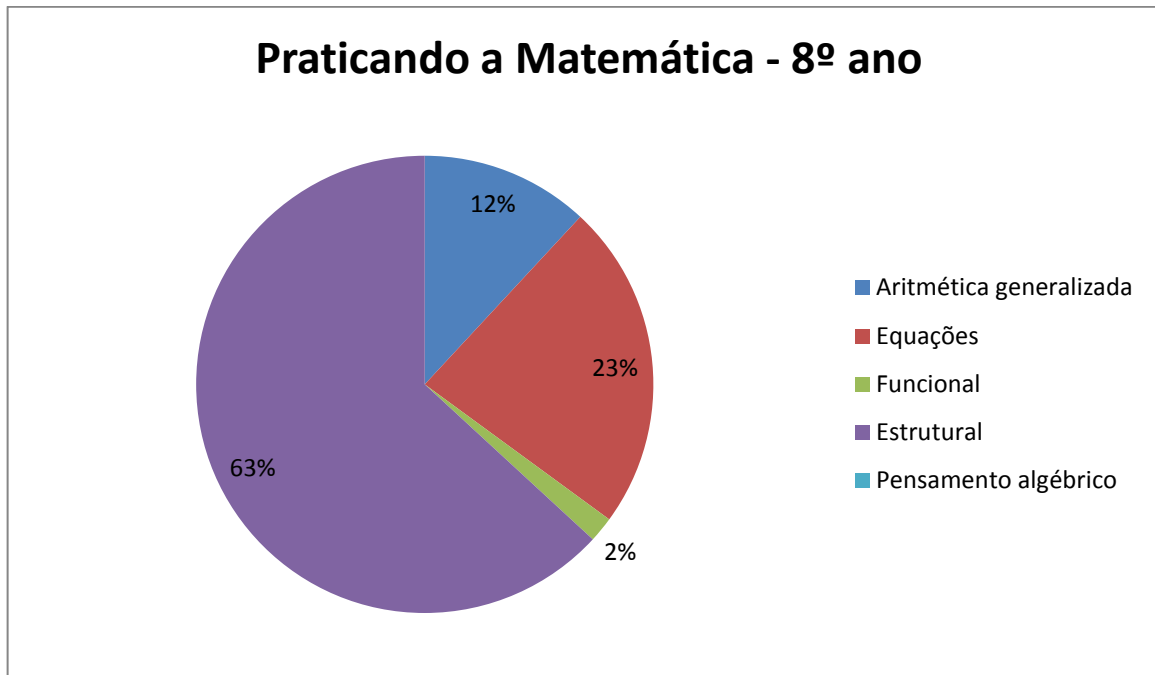
- Conjuntos numéricos
- Potenciação e notação científica
- Radiciação
- Cálculo algébrico
- Produtos Notáveis
- Fatoração
- Frações algébricas
- Sistemas de equações

Grandezas e medidas

- Razões, proporções e regra de três
- Retas e ângulos
- Triângulos
- Triângulos e pontos notáveis
- Quadriláteros e outros polígonos
- Circunferência e círculo

Tabela 5 - Livro Praticando a Matemática/8º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	52	76	8	281	0
Grandezas e medidas	1	27	0	0	0

Gráfico 5 – Livro Praticando a Matemática/8º ano

Livro 9º ano

Números e operações

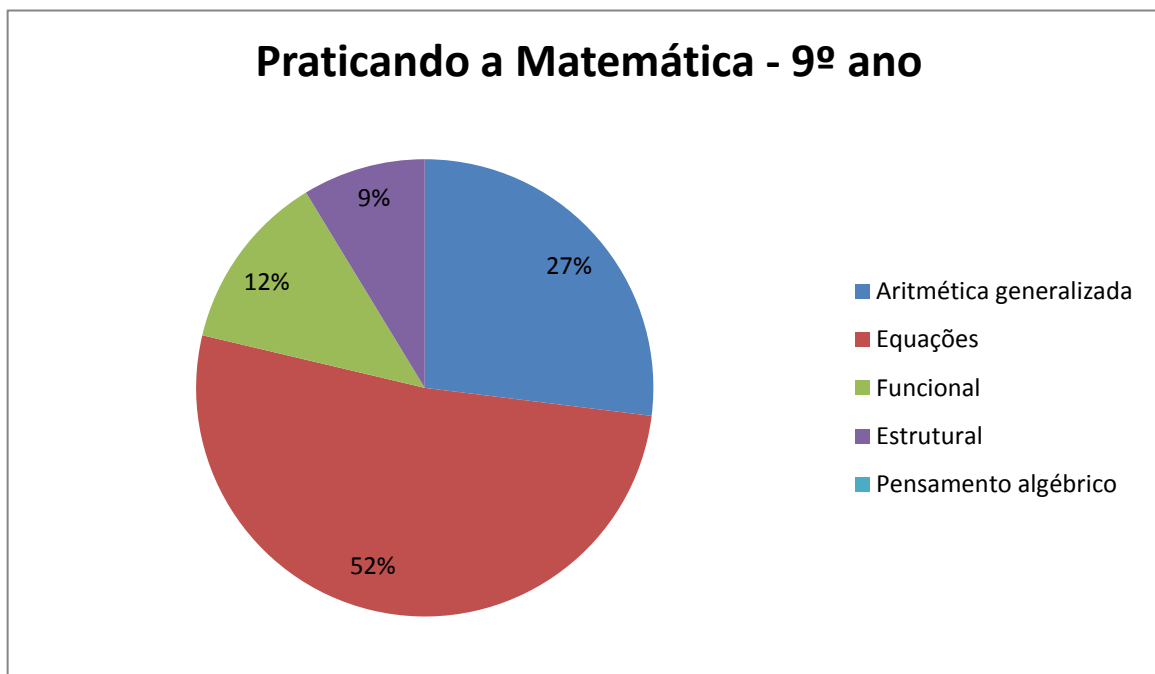
- Potenciação e radiciação
- Equações do 2º grau
- Funções
- Porcentagem

Grandezas e medidas

- Teorema de Tales e semelhança de triângulos
- Relações métricas nos triângulos retângulos
- Trigonometria no triângulo retângulo
- Círculo e cilindro

Tabela 6 - Livro Praticando a Matemática/9º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	62	111	29	20	0
Grandezas e medidas	0	8	0	0	0

Gráfico 6 - Livro Praticando a Matemática/9º ano

3.6 Coleção Nos dias de hoje – matemática na medida certa

Livro: 6º ano

Neste livro há 31 exercícios que abordam o conteúdo algébrico, todos eles exploram o pensamento algébrico, ou seja, não há exercícios referentes às concepções algébricas.

Livro 7º ano

Números e operações

- Números inteiros
- Números racionais
- Equações

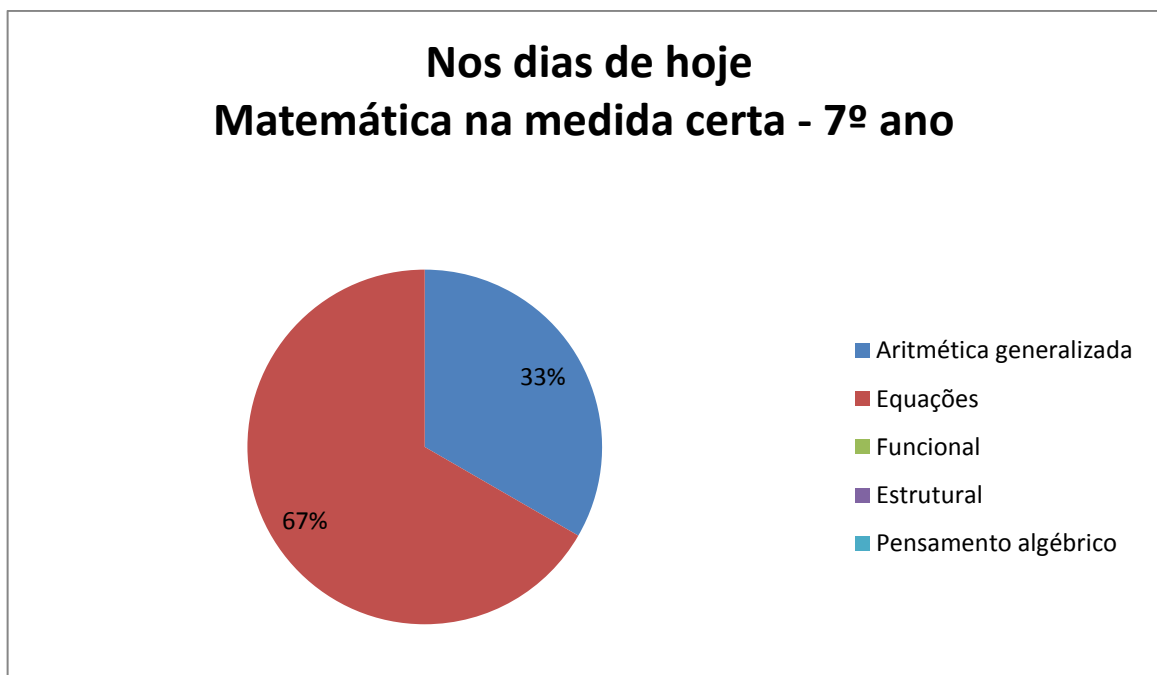
Grandezas e medidas

- Unidades de medida
- Razões e proporções
- Porcentagem

Tabela 7 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/7^o ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	34	68	0	0	0
Grandezas e medidas	0	0	0	0	0

Gráfico 7 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/7^o ano



Livro: 8º ano

Números e operações

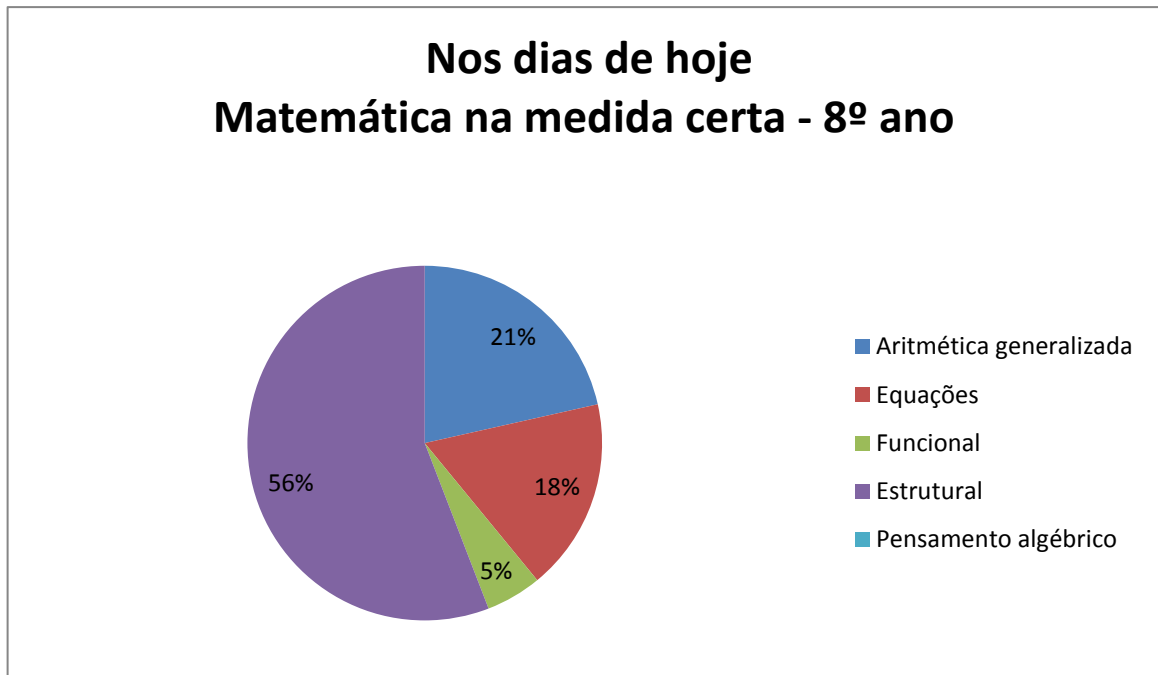
- A matemática do dia a dia
- Números reais
- Álgebra: usando variáveis
- Equações, sistemas de equações e inequações
- Produtos notáveis e fatoração

Grandezas e medidas

- Grandezas e medidas
- Os polígonos
- Construções geométricas

Tabela 8 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/8º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	44	33	13	143	0
Grandezas e medidas	11	12	0	0	0

Gráfico 8 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/8º ano

Livro: 9º ano

Números e operações

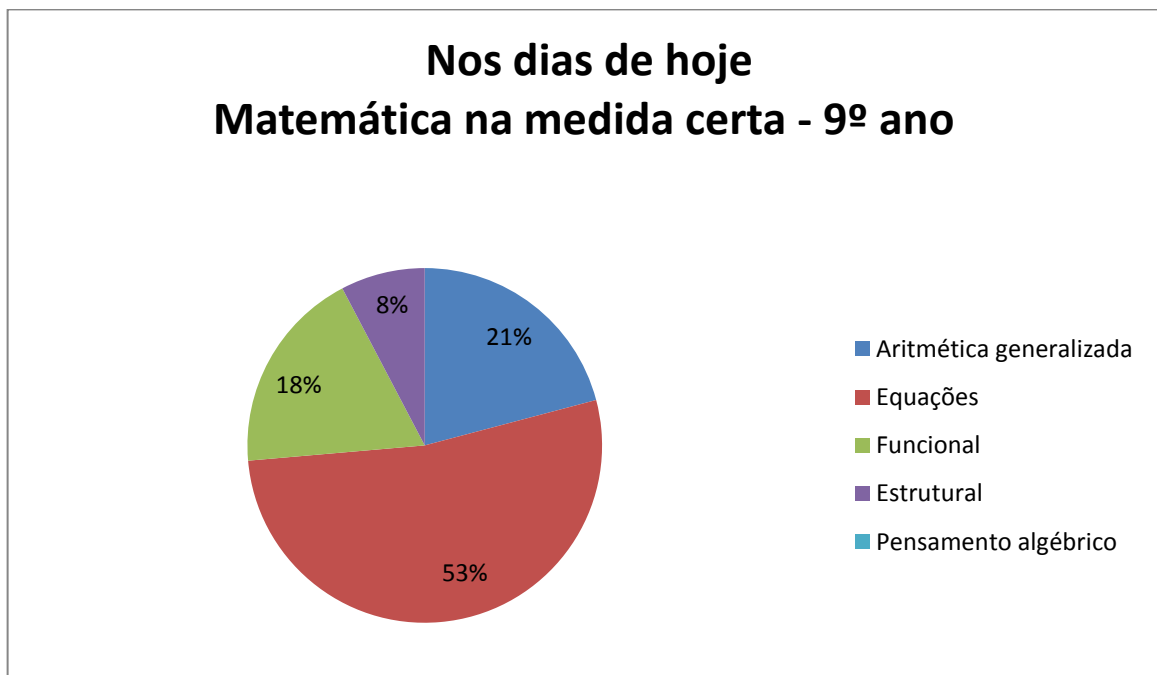
- Potências e raízes
- Álgebra: equações e sistemas de equações do segundo grau
- Funções

Grandezas e medidas

- O teorema de Pitágoras e outras relações métricas no triângulo retângulo
- Noções de trigonometria
- Geometria e medidas: áreas e volumes

Tabela 9 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/9º ano

Eixos Temáticos	Aritmética generalizada	Equações	Funcional	Estrutural	Pensamento algébrico
Números e operações	30	88	34	14	0
Grandezas e medidas	8	8	0	0	0

Gráfico 9 - Livro Nos dias de hoje - Matemática na media certa/9º ano

Capítulo 4

Análise dos resultados

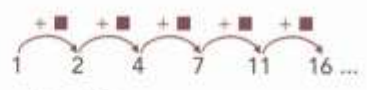
4.1 - 6º ano

Os livros da coleção *Vontade de Saber e Praticando a Matemática* não possuem exercícios referentes ao conteúdo algébrico. Nestas coleções a Álgebra começa a ser trabalhada apenas no 7º ano, no entanto o livro *Nos dias de hoje - Matemática na medida certa* traz um capítulo inteiro dedicado ao desenvolvimento do Pensamento algébrico.

Quadro 9 - Pensamento Algébrico (padrão aritmético)

5. Considere a sequência 1, 2, 4, 7, 11, 16, ...

a) Copie e complete o diagrama abaixo mostrando uma lei de formação da sequência.

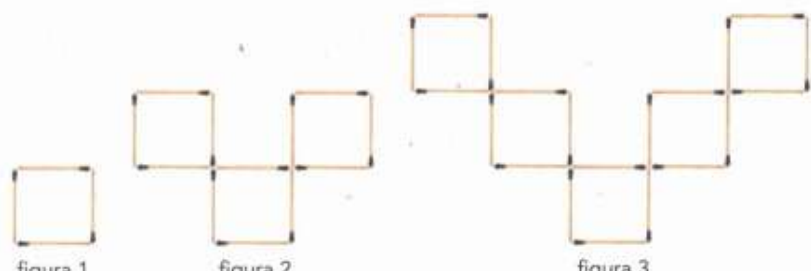


b) Quais são o 7º e o 8º termos da sequência?

Fonte: Nos dias de hoje - Matemática na medida certa 6º ano (p. 108)

Quadro 10 - Pensamento Algébrico (padrão geométrico)

7. Considere a sucessão de figuras a seguir. Observe que cada figura é formada por um conjunto de palitos.



Suponha que essas figuras representem os três primeiros termos de uma sequência que segue sempre a mesma lei de formação e responda:

a) Quantos quadrados tem a **figura 4**?

b) Quantos quadrados tem a **figura 10**? Escreva um texto em seu caderno, explicando como você pensou. Depois, troque ideias com um colega sobre a estratégia utilizada por cada um.

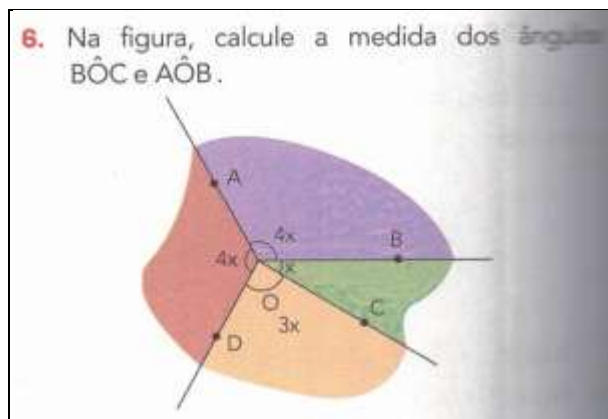
c) Uma figura dessa sequência poderia ter 50 quadrados? Justifique sua resposta.

Fonte: Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 6º ano (p.109)

4.2 - 7º ano

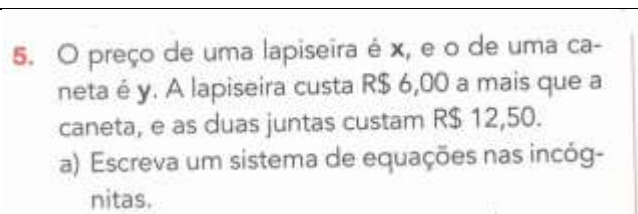
Em todos os livros analisados temos como maior destaque a exploração das concepções algébricas, Aritmética Generalizada e Equações; a concepção Equações aparece com o maior número de exercícios em todos eles. Podemos dizer que isto se deve ao fato de estes livros terem como conteúdo algébrico principal as equações de 1º grau. A concepção Aritmética generalizada tem um número razoável de exercícios, porém bem menor em comparação à concepção anterior, apenas no livro *Vontade de Saber* que essa diferença não é grande.

Quadro 11 – Equações (Vontade de Saber 7º ano)



Fonte: Vontade de Saber 7º ano (p.148)

Quadro 12 – Aritmética Generalizada (Vontade de Saber 7º ano)



Fonte: Vontade de Saber 7º ano (p.102)

Quadro 13 – Equações (Praticando a Matemática 7º ano)

54. Resolva as equações.

a) $7y + 5 - y + 8 = 31$ $y = 3$

b) $5 \cdot (3 - 2a) = 55$ $a = -4$

c) $27 = 3 \cdot (x + 3)$ $x = 6$

d) $16x + 2 \cdot (7x + 8) - 9 = 67$ $x = 2$

e) $6 \cdot (4z + 2) + 7 \cdot (-5z + 3) = 66$ $z = -3$

f) $12 + (3x + 6) \cdot (-7) - 5 = 70$ $x = -5$

Fonte Praticando a Matemática 7º ano (p. 168)

Quadro 14 - Aritmética Generalizada (Praticando a Matemática 7º ano)

55. Em certa partida de um campeonato de futebol compareceram 10 200 torcedores, cujo número de torcedores pagantes foi 246 a mais que o dobro do número de torcedores não pagantes.

a) Escreva uma equação correspondente a essa situação. Para isso, represente por x o número de torcedores não pagantes.

Fonte: Praticando a Matemática 7º ano (p. 168)

Quadro 15 - Equações (Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 7º ano)

6. Agora, resolva estas equações:

a) $\frac{x+3}{2} + \frac{x-10}{3} = 4$ $x = 7$

b) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-10}{3} = 4$ $x = -5$

Fonte: Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 7º ano (p. 113)

Quadro 16 – Aritmética Generalizada (Nos dias de hoje - Matemática na medida certa 7º ano)

7. Veja a tradução de algumas frases para a linguagem matemática:

- um número inteiro somado com seu sucessor: $x + (x + 1)$;
- a metade do sucessor de um número: $\frac{x+1}{2}$;
- um número somado à sua terça parte: $x + \frac{x}{3}$.

Agora você é quem faz a tradução:

- um número inteiro somado com o dobro de seu sucessor; $x + 2(x + 1)$
- um número inteiro somado com a metade de seu antecessor; $x + \frac{x-1}{2}$
- meu salário mais um quinto dele; $x + \frac{x}{5}$
- um número somado à sua quarta parte. $x + \frac{x}{4}$

Fonte: Nos dias de hoje - Matemática na medida certa 7º ano (p. 113)

4.3 - 8º ano

A concepção Estrutural é a mais explorada em todos os livros deste ano, com um número de exercícios muito superior em relação às outras concepções. Em seguida temos a concepção Equações como sendo a segunda mais explorada, no entanto apenas nos livros *Vontade de Saber* e *Praticando a Matemática*. No livro *Nos dias de hoje - Matemática na medida certa* temos a concepção Aritmética Generalizada como a segunda mais explorada. A concepção Funcional quase não é explorada nestes livros, tendo um número pequeno de exercícios.

Quadro 17 – Estrutural (Vontade de Saber 8º ano)

20. Simplifique as expressões.

a) $(m - 1)^2 - (m + 1)(m - 1) - 2m + 2$


b) $(x + 4)(x - 4) - (x - 4)^2 - 8x - 32$

Fonte: Vontade de Saber 8º ano (p. 109)


Quadro 18 – Estrutural (Praticando a Matemática 8º ano)

34. Escreva um polinômio para representar a medida do segmento de reta em destaque em cada item.

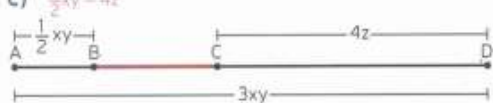
a) $2x$



b) $3x^2 + 2y + 10z$



c) $\frac{5}{2}xy - 4z$



Fonte: Praticando a Matemática 8º ano (p.100)

Quadro 19 – Estrutural (Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 8º ano)

6. Observe como podemos eliminar os parênteses e colchetes para, depois, efetuar os cálculos:

$$\begin{aligned} & (2x^2 - 3x + 1) - [(5x^2 + 3x - 5) - (x^2 + 1)] = \\ & = 2x^2 - 3x + 1 - [5x^2 + 3x - 5 - x^2 - 1] = \\ & = 2x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 3x + 5 + x^2 + 1 = \\ & = \underline{2x^2 - 5x^2 + x^2} - \underline{3x - 3x} + \underline{1 + 5 + 1} = \\ & = -2x^2 - 6x + 7 \end{aligned}$$

Seguindo o exemplo, efetue:

a) $(2y^2 - 3y + 5) - [(5y^2 + 3y - 7) - (y^2 + 3)]$

b) $(2xy^2 - 3xy + 4) - [(-2xy^2 + 4xy - 1) - (xy^2 - 3xy + 6)]$

Fonte: Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 8º ano (p. 77)

4.4 - 9º ano

Igualmente aos livros de 7º ano, nos livros do 9º ano a concepção Equações é a mais explorada. Do mesmo modo, podemos dizer que esse fato se deve ao conteúdo de equações, neste caso, equações de 2º grau. A Aritmética generalizada é bastante explorada também, no entanto a quantidade de exercícios é bem menor em relação à concepção anterior. Nos livros deste ano de escolaridade é onde a concepção Funcional aparece com o maior número de exercícios em relação aos outros anos.

Quadro 20 – Funcional (Vontade de Saber 9º ano)

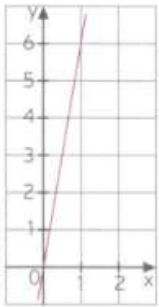
20. Um metro de corda custa R\$ 1,30. Copie e complete a tabela de preços em função do número de metros.

Comprimento (m)	Preço (R\$)
1	1,30
2	
3	
	6,50
7,5	

Fonte: Vontade de Saber 9º ano (p. 109)

Quadro 21 - Funcional (Praticando a Matemática 9º ano)

37. Observe o gráfico de uma função afim.



a) Quais as coordenadas do ponto em que o gráfico intercepta o eixo x? (0,0)

b) Esse gráfico representa uma função linear? Justifique.

c) Qual a constante de proporcionalidade dessa função? 6

b) Sim, pois o gráfico é uma reta que passa pelo ponto de coordenadas (0,0).

Fonte: Praticando a Matemática 9º ano (p. 100)

Obs.: Apenas o item (b) se refere à concepção Funcional

Quadro 22 - Funcional (Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 9º ano)

3. O quadro a seguir indica o preço de certo produto em função de sua massa:

Massa m (em gramas)	Preço P (em reais)
100	3,60
200	7,20
250	9,00
300	10,80
400	14,40
500	18,00

a) Qual destas expressões apresenta a quantidade P em função da massa m:
 $P = 0,036m$, $P = 0,36m$ ou $P = 3,6m$? $P = 0,036m$

b) P é diretamente proporcional a m? Sim

Fonte: Nos dias de hoje – Matemática na medida certa 9º ano (p.189)

Obs.: Apenas o item (b) se refere à concepção Funcional

Capítulo 5

Conclusão

Os livros didáticos das coleções *Vontade de Saber, Praticando a Matemática* e *Nos dias de hoje - Matemática na medida certa*, aprovados no PNLD 2017, estão de acordo com o que se orienta a respeito do ensino de Álgebra? Pela análise que foi desenvolvida pode-se dizer que não. Considerando, primeiramente, a pesquisa em relação ao pensamento algébrico, verificou-se que apenas o livro do 6º ano da coleção, *Nos dias de hoje – Matemática na medida certa* promove este trabalho, ou seja, o mesmo é negligenciado nas outras duas coleções. Convém destacar, no entanto, que a pré-Álgebra (pensamento algébrico) é tida como primordial para a aprendizagem posterior do conteúdo algébrico, afirmação esta, que está de acordo com os referenciais teóricos descritos ao longo deste trabalho, podendo ser iniciado, até mesmo, nos anos iniciais (1º ao 5º ano). Conforme diz Bárbara Brizuela, pesquisadora argentina, “é possível ensinar álgebra desde cedo e permitir aos pequenos que usem notações – representações por escrito de suas idéias – para ajudar a construir o raciocínio.” (Em: <https://novaescola.org.br/conteudo/1639/algebra-desde-cedo>. Acesso em: 25/05/2018) Em relação às concepções algébricas observamos uma discrepância no volume de exercícios em relação a cada ano de ensino, nos livros do 7º ano prevalece a abordagem da concepção Equações, nos livros de 8º ano prevalece a concepção Estrutural e nos livros de 9º ano a concepção Equações é a mais trabalhada, sendo que a concepção Estrutural é a mais explorada dentre todas, como podemos observar nas tabelas 3, 7 e 11. Essa divergência a favor desta concepção é observada por Tinoco

“Durante todo o Ensino Básico, essa é a concepção mais utilizada em salas de aula, sendo mesmo supervalorizada. Essa postura é grande parte das vezes prejudicial aos alunos que, geralmente, não conseguem ver sentido no arsenal de técnicas ensinadas, nem sabem como utilizá-las para abordar situações novas ou mesmo já vivenciadas por ele.” (TINOCO, 2011, p.11)

Deste modo, verifica-se então, que as coleções analisadas não trabalham as Concepções Algébricas de maneira adequada, o que corrobora os dizeres dos PCNs (Brasil,1998, p.117)

“[...] Apesar de esses aspectos serem necessários, eles não são, absolutamente, suficientes para a aprendizagem desses conteúdos. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com essas quatro dimensões ao longo dos terceiro e quarto ciclos.”

Pode-se dizer, no entanto, que a coleção *Nos dias de hoje – Matemática na medida certa* é a que mais se aproxima da proposta de ensino algébrico devido ao fato de se explorar a construção do pensamento algébrico, o que não acontece nas outras coleções. Importante salientar que não existe um trabalho articulado com as quatro concepções algébricas em nenhuma das coleções, apesar de todas trabalharem as quatro concepções, conforme foi visto, o trabalho acontece de forma estanque sendo que em cada ano de escolaridade prioriza-se uma ou outra concepção conforme abordagem de cada coleção. O prejuízo da aprendizagem em Álgebra no Ensino Fundamental acarreta, como podemos deduzir, dificuldades na aprendizagem de alguns conteúdos no Ensino Médio, uma vez que muitos destes necessitam de conhecimentos algébricos que deveriam ter sido adquiridos no Ensino Fundamental. Segue-se então, a urgente necessidade de reavaliação de alguns livros didáticos dedicados aos anos finais do Ensino Fundamental, que mesmo com a aprovação do PNLD, não atendem as propostas pedagógicas recomendadas em relação à Álgebra. Sendo um mediador entre o professor e o aluno em sala de aula, a inadequação dos livros didáticos afeta diretamente o processo de ensino-aprendizagem.

Referências

- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. Praticando Matemática. 6º ano. 4ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2015
- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. Praticando Matemática. 7º ano. 4ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2015
- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. Praticando Matemática. 8º ano. 4ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2015
- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. Praticando Matemática. 9º ano. 4ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2015
- ARAUJO, E.A. Contextualização do ensino da álgebra e formação de professores. Disponível em: < http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/mr12c.doc > Acesso em: 15 out. 2017
- BAUMGART, K. J. Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula-álgebra. Atual Editora, São Paulo, 1992
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Matemática. Ensino Fundamental. Terceiro e quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998
- CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. Nos dias de hoje – Matemática na medida certa. 6º ano. 1ª edição. São Paulo: Editora LEYA, 2015.
- CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. Nos dias de hoje – Matemática na medida certa. 7º ano. 1ª edição. São Paulo: Editora LEYA, 2015.
- CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. Nos dias de hoje – Matemática na medida certa. 8º ano. 1ª edição. São Paulo: Editora LEYA, 2015.
- CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. Nos dias de hoje – Matemática na medida certa. 9º ano. 1ª edição. São Paulo: Editora LEYA, 2015
- CORRÊA, J. A. Resumo de Álgebra. Maranhão, 1886.
- EVES, Howard. Introdução à história matemática. Campinas, Editora Unicamp, 2004.

GIL, K. HENN. Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra. 2008. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física. Porto Alegre. 2008

GOMES, M. L. M. História do Ensino da Matemática: uma introdução. Belo Horizonte CAED-UFMG 2012

GOMES, M. L. M. Álgebra e Funções na Educação Básica. Belo Horizonte CAED-UFMG 2013

MIGUEL, A; FIORENTINI, D; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? Pro-Posições. Vol 3. Nº1.1992

MIGUEL, A; FIORENTINI, D; MIORIM, M. A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-Posições. Vol 4. Nº1.1993

MILIES, C.P. Breve História da Álgebra Abstrata. São Paulo. Universidade de São Paulo, [20--?]

MOL, Rogério Santos. Introdução à história da matemática. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

NASCIMENTO, M.C; FEITOSA, H. A. Estruturas algébricas. São Paulo: Cultura acadêmica, 2013

Ponte, J. P.; Branco, N.; Matos, A. Álgebra no ensino básico. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC) do Ministério da Educação de Portugal, 2009, p.10

RESENDE, M. R. Saber científico – conhecimento específico – saber escolar e a formação de professores. Série-Estudos - Periódico do Mestrado em Educação da UCDB. Campo Grande-MS, n. 24, p. 35-53, jul./dez. 2007.

ROQUE, Tatiana. História da matemática. Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

SANTOS, M. C.; LIMA P.F. Considerações sobre a matemática no ensino fundamental. 2010. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2010->

<pdf/7166-3-2-consideracoes-matematica-marcelo-camara-e-paulo/file>.>Acesso em: 15 out. 2017

SOARES, F. S; DASSIE, B. A; ROCHA, J. L. Ensino de matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. Horizontes, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004

SOARES, W. J. B. Ensino de álgebra por José Augusto Corrêa. CIAEM 2015

SOUZA, J.; PATARO, P. M. Vontade de Saber. 6º ano. 3ª edição. São Paulo: FTD, 2015

SOUZA, J.; PATARO, P. M. Vontade de Saber. 7º ano. 3ª edição. São Paulo: FTD, 2015

SOUZA, J.; PATARO, P. M. Vontade de Saber. 8º ano. 3ª edição. São Paulo: FTD, 2015

SOUZA, J.; PATARO, P. M. Vontade de Saber. 9º ano. 3ª edição. São Paulo: FTD, 2015

TINOCO, Lucia A. de A. ÁLGEBRA: pensar, calcular, comunicar... .2.ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A.P.(Org). As idéias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.