



Universidade Federal do Pará  
Instituto de Ciências Exatas e Naturais  
Programa de Mestrado Profissional em Matemática  
em Rede Nacional – PROFMAT

Ronaldo Jorge Souza de Lima

**Uso do *software* livre Geogebra no *smartphone* como  
ferramenta de ensino e aprendizagem**

Belém  
2018

Ronaldo Jorge Souza de Lima

**Uso do *software* livre Geogebra no *smartphone* como ferramenta de ensino e aprendizagem**

Dissertação de Mestrado, apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito básico para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz

Belém  
2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

L732u LIMA, RONALDO JORGE SOUZA.  
Uso do software livre Geogebra no smartphone como ferramenta de ensino e aprendizagem /  
RONALDO JORGE SOUZA LIMA. — 2018.  
115 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz  
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional,  
Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

1. Geogebra 3D. 2. Software livre. 3. Aplicativos Móveis. 4. Material Didático. I. Título.

CDD 510

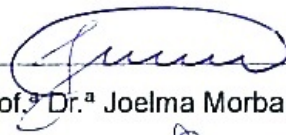
---

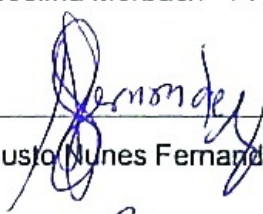
Ronaldo Jorge Souza de Lima

**Uso do software livre Geogebra no *smartphone* como ferramenta de ensino e aprendizagem**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da UFPA como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática, julgado pela seguinte banca examinadora:

  
Orientador: Prof. Dr. Marcos Monteiro Diriz - FACMAT/ICEN/UFPA

  
Prof.ª Dr.ª Joelma Morbach - PROFMAT/ICEN/UFPA

  
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes - PROFMAT/ICEN/UFPA

  
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento - FACMAT/ICEN/UFPA

Data da apresentação: 30/10/2018

RESULTADO: APROVADO

## **AGRADECIMENTOS**

- Agradeço à minha esposa Iralde Ribeiro de Lima pela compreensão do tempo de convívio muitas vezes sacrificado para realização deste trabalho e as minhas queridas filhas Fernanda Cássia Ribeiro de Lima, Fátima Cássia Ribeiro de Lima e Déborah Nazaré Siqueira de Lima que sempre me motivaram no decorrer desta empreitada;
- Aos Professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da UFPA, pelo aprendizado compartilhado e pelas experiências vivenciadas;
- Ao professor Marcos Monteiro Diniz pela paciência na orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão desta monografia;
- Aos amigos de turma, pela alegria compartilhada e o apoio nos momentos de dificuldade;
- A todos que direta ou indiretamente participaram dessa importante etapa de nossas vidas.

## RESUMO

O presente trabalho dissertativo buscou produzir uma cartilha em forma de material didático como proposta de atividade para a utilização de aplicativos gratuitos “mobile” no ensino e aprendizagem de Matemática na educação básica. Neste sentido, foi necessário levantar, analisar, discutir as ferramentas de tal forma a indicar uma possibilidade de aplicação de um procedimento utilizando os aplicativos móveis **Calculator Graphing Geogebra** e **Geogebra 3D Graphing Calculator**. Com relação aos aspectos metodológicos, fez-se necessário a realização de pesquisa bibliográfica, com o intuito de fundamentar teoricamente o trabalho em conceitos como: ensino e aprendizagem, aplicativos móveis, informática e ensino da Matemática. Também, em etapa posterior, realizou-se atividade de pesquisa de campo junto a professores e alunos de duas escolas municipais da cidade de Belém, com aplicação de questionários, contendo perguntas fechadas e abertas, constituindo-se em abordagem quanti-qualitativa. Verificou-se, em última instância, que os aplicativos móveis se constituem em importantes aliados na facilitação do processo ensino e aprendizagem da matemática na educação básica, contribuindo para motivar, dotar de autonomia e tornar mais agradável o ensino de Matemática na educação básica.

**Palavras-Chave:** Material Didático. Aplicativos Móveis. *software* livre. Geogebra 3D.

## ABSTRACT

The present dissertation aimed at producing a booklet in the form of didactic material as a proposal of activity for the use of free mobile applications in the teaching and learning of Mathematics in basic education. In this sense, it was necessary to raise, analyze and discuss the tools in such a way as to indicate a possibility of applying a procedure using the mobile applications ***Calculator Graphing Geogebra*** and ***Geogebra 3D Graphing Calculator***. With regard to the methodological aspects, it was necessary to carry out a bibliographical research, in order to theoretically base the work on concepts such as: teaching and learning, mobile applications, computer science and mathematics teaching. Also, in a later stage, field research was carried out with teachers and students from two municipal schools in the city of Belém, with questionnaires, containing closed and open questions, constituting a quantitative-qualitative approach. Finally, it was verified that the mobile applications constitute important allies in facilitating the process of teaching mathematics in basic education, contributing to motivate, provide autonomy and make the teaching of mathematics in basic education more enjoyable.

**Key-words:** Courseware. Mobile Applications. Software free. Geogebra 3D.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tela do <i>smartphone</i> com os aplicativos <i>CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA</i> e <i>GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR</i> . . . .	20
Figura 2 – Espelhamento da tela do <i>smartphone</i> entre notebook e projetor . . .	27
Figura 3 – Interesse e concentração dos alunos nas atividades propostas. . . .	28
Figura 4 – Momento de descontração dos alunos com outro aplicativo. . . . .	29
Figura 5 – Início da oficina docente. . . . .	31



## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Opinião dos alunos acerca dos assuntos de Matemática . . . . .	32
Gráfico 2 – Opinião dos alunos acerca do uso do smartphone para facilitar o aprendizado em Matemática. . . . .	32
Gráfico 3 – Opinião dos alunos sobre a escola ter um espaço onde se possam realizar novas metodologias para o ensino de Matemática. . . . .	33
Gráfico 4 – Opinião dos alunos sobre o emprego dos aplicativos mobile Calcula- tor Graphing Geogebra e Geogebra 3D Graphing Calculator para melhorar o conhecimento de matemática abordado. . . . .	34
Gráfico 5 – Interesse dos alunos em conhecer outros aplicativos moveis que ajudassem em outras disciplinas que não Matemática. . . . .	34
Gráfico 6 – Opinião dos alunos sobre o uso dos aplicativos moveis da família Geogebra como auxílio no aprendizado da disciplina matemática. .	35

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Cronograma das oficinas dos discentes que foram realizadas nas Escolas Municipais Manuela Freitas e João Nelson Ribeiro . . . . .	26
Quadro 2 – Cronograma da oficina para os docentes realizada na E.M. Manuela Freitas . . . . .	30

## SUMÁRIO

<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1 REFERENCIAL TEÓRICO</b> . . . . .	<b>14</b>
1.1 GLOBALIZAÇÃO E O USO DO SMARTPHONE PELO JOVEM E ADULTO NO BRASIL . . . . .	16
<b>2 METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>22</b>
2.1 PESQUISA POR APLICATIVOS <i>MOBILE OPEN SOURCE</i> E POTEN- CIALIDADES DESTES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA . . . . .	22
2.2 OFICINAS COM MATERIAL DE APOIO PARA PROFESSORES E PRO- POSTA DE ENSINO PARA ALUNOS . . . . .	23
2.3 ELABORAÇÃO E APRESENTAÇÃO DA CARTILHA . . . . .	24
<b>3 RESULTADOS OBTIDOS</b> . . . . .	<b>25</b>
3.1 OFICINA DISCENTE COM APLICAÇÃO DE CONTEÚDOS MATEMÁ- TICOS NOS APLICATIVOS <i>CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA</i> E <i>GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR</i> . . . . .	25
3.2 OFICINA DOCENTE PARA O USO DOS APLICATIVOS <i>CALCULATOR</i> <i>GRAPHING GEOGEBRA</i> E <i>GEOGEBRA 3D GRAPHING</i> <i>CALCULATOR</i> . . . . .	29
3.3 COMPREENSÃO DOS DISCENTES APÓS AS EXPERIMENTAÇÕES	31
3.4 ASPECTOS RELEVANTES DA CARTILHA ELABORADA APÓS APLI- CAÇÃO DAS OFICINAS . . . . .	35
3.4.1 Ajustes Pré-operacionais . . . . .	36
3.4.2 Apresentação dos Aplicativos . . . . .	36
3.4.3 Exercícios Propostos: Resolvidos . . . . .	36
3.4.4 Elaboração da Cartilha . . . . .	37
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>38</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>A ROTEIRO DE PESQUISA PARA DISCENTES</b> . . . . .	<b>40</b>
<b>B RELATÓRIO DE ATIVIDADES</b> . . . . .	<b>42</b>
<b>C TUTORIAL</b> . . . . .	<b>45</b>

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O processo de ensino-aprendizagem da Matemática no ensino fundamental pode ser facilitado por diversas metodologias, propostas com intuito de minimizar adversidades surgidas por problemas com aprendizagem e falta de entusiasmo com o ensino, geralmente, motivados por uma variedade extensa de situações como a falta de professores, dificuldades de logística e a desmotivação.

Muitas vezes, o que colabora para esse cenário é o distanciamento entre a teoria com a realidade do aluno, assim como a dificuldade em se repensar o ensino de Matemática nas séries iniciais dando ênfase aos aspectos relevantes de seu tempo, como a imersão das tecnologias informacionais, fruto do desenvolvimento científico, e a utilização de ferramentas computacionais de maneira que possam a estimular professores e alunos a interagir nesse processo.

Outro problema comumente detectado, com relação ao ensino de Matemática, tem sido o uso da metodologia que privilegia a aprendizagem mecânica, praticada por alguns profissionais da área, pois para os mesmos não é disponibilizado um horário destinado a sua formação continuada, divergindo com Inciso II do Artigo 35, da Lei de Diretrizes e Bases, que prevê uma educação voltada para aprendê-lo sempre:

II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores (BRASIL, 1996).

Diante da atual situação, parece evidente a importância da utilização de mais recursos didáticos e metodológicos com o intuito de facilitar o aprendizado. Dessa forma, a informática passa a ser uma ferramenta de grande relevância no processo de ensino-aprendizagem, tornando-se um mecanismo de diversificação e um recurso atrativo que possibilita a professores e alunos assumir o papel de geradores de seus conhecimentos.

Outra questão de grande relevância é que na Educação, a Matemática e a Tecnologia não poderão ser aceitas desvinculadas do contexto político-econômico de cada local onde estão inseridas. A contextualização e interdisciplinaridade constituem hoje um dos princípios curriculares que possui diferentes funções e isso significa que podemos - e devemos - articular, adequar, simplificar e criar procedimentos de observação, solução e comentários, rompendo com o uso do quadro como espaço único de observação.

Em meio a esse cenário, a proposta deste trabalho é levantar, analisar e discutir as ferramentas computacionais existentes no ensino de Matemática no sentido de oportunizar orientações aos professores em relação a qualquer tema, verificando de que maneira essas ferramentas podem auxiliar e/ou simplificar a compreensão dos conteúdos ministrados.

Nesta perspectiva, a pesquisa procurou indicar uma possibilidade de aplicação utilizando aplicativos móveis gratuitos, denominados *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*, como alternativa para facilitar o ensino-aprendizagem desta disciplina, uma vez que, segundo Kamthan (1999), a falta de motivação observada nos estudantes em disciplinas da área de Ciências Exatas está envolvida com temas que fundamentam conceitos teórico-práticos, implicando em grande dificuldade para o aprendizado desses conceitos.

Carraher (1992) alerta, sobre essa questão, para a importância da perfeita articulação entre currículo e aplicações propostas por softwares voltados a estimular o aprendizado. Neste sentido, o autor afirma que:

”Um *software* não funciona automaticamente como estímulo à aprendizagem o sucesso de um *software* em promover a aprendizagem depende da integração do mesmo no currículo e nas atividades de sala de aula”. (CARRAHER, 1992, p. 23).

Logo corroboramos que o docente necessita de um momento específico em seu horário escolar para ter conhecimento dos softwares que são ligados ao estímulo da aprendizagem, pois assim provavelmente o professor iria ter condições de observar o software educacional que mais seria adequado a sua metodologia em sala de aula.

Pensar no processo de desenvolvimento cognitivo do indivíduo, nos dias atuais, pressupõe a necessidade de considerarmos a presença das tecnologias da informação no contexto em que as mesmas estão inseridas. Desta forma, é necessário compreender a função que este tipo de instrumento exerce no respectivo processo.

Nesta perspectiva, com este trabalho, pretendemos que o professor de Matemática da Educação Básica conheça e possa utilizar os aplicativos móveis gratuitos disponibilizados nos smartphones como alternativa em suas práticas didáticas cotidianas, de maneira que potencialize seus objetivos educacionais, no entanto, também sabemos que muitas dificuldades existem entre o desejo e a prática desse ensino, portanto, começaremos a nortear esse trabalho classificando os softwares móveis educativos e discutindo a viabilidade de uso desses aplicativos que possam ajudar professores e alunos.

Vale ressaltar que a interferência da escola se faz necessária, no sentido de oferecer ao aluno oportunidades significativas de construção de conhecimentos e valores que estão atrelados à atual conjuntura social, e, principalmente, promovendo a utilização das tecnologias de informação como instrumentos auxiliares à prática pedagógica, com o objetivo de promover interação, cooperação, comunicação e motivação, a fim de diversificar e potencializar as relações inter e intrapessoais mediante algumas situações que venham a dar um novo significado ao processo de aprendizagem.

Acreditamos que o indivíduo, ao interagir com uma tecnologia informática, um computador ou software, por exemplo, internaliza os signos e sistemas de símbolos dessa ferramenta e externaliza os mesmos em suas atividades ou representações, de modo que o smartphone age como um mediador entre o sujeito (usuário) e o objeto de seu estudo (uma idéia, por exemplo), dando oportunidade a esse indivíduo para que seja capaz de construir e abstrair novos elementos e informações.

Assim, produzimos uma cartilha, como proposta de tutorial para utilização dos aplicativos *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*, visando ser um facilitador no processo de ensino aprendizagem de Matemática na educação básica.

Para atingir os objetivos propostos, o presente trabalho está estruturado na seguinte forma: Usamos primeiro a Tecnologia da Informação e Educação: limites e possibilidades da aplicação tecnológica no processo ensino-aprendizagem: esta seção visa descrever conceitos e aplicabilidade da Tecnologia da Informação no processo ensino e aprendizagem, dando ênfase ao aprendizado da Matemática básica. Na metodologia buscamos, evidenciar os percursos metodológicos adotados para a execução da pesquisa, apresentando elementos essenciais na aplicação dos aplicativos *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* em duas turmas do nono ano do ensino fundamental e duas turmas da Educação para Jovens e Adultos (EJA), que é um programa do governo que visa oferecer o Ensino Fundamental e Médio para pessoas que já passaram da idade escolar e que não tiveram oportunidade de estudar, partir de oficinas para alunos e professores da rede pública, em uma terceira etapa apresentamos os resultados obtidos com uma análise crítica dos resultados de acordo com a percepção dos agentes envolvidos nas observações coletadas e, como última instância da pesquisa, produzimos uma cartilha com a apresentação de tutoriais para o uso dos aplicativos móveis *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*.

## 1 REFERENCIAL TEÓRICO

As transformações sociais, políticas e econômicas proporcionadas pelo avanço das chamadas Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), têm chamado a atenção de muitos teóricos, nas mais diversas áreas do conhecimento. Na área da sociologia, Castells, Majer e Gerhardt (2002) já se manifestava com olhar crítico acerca da então badalada globalização, até então caracterizada por sua capacidade de romper com limites do tempo e do espaço, interligando sociedades por meio de rede em qualquer parte do planeta.

Segundo Castells, Majer e Gerhardt (2002, p. 41), a despeito de qualquer pretensão integradora, "as redes globais conectam, mas mantêm sociedades desconectadas. O ser, individual ou coletivo, excluído do global exclui o global reciprocamente e refaz sua identidade". Como se vê, os avanços tecnológicos e científicos no meio comunicacional, paradoxalmente, conectavam pessoas localizadas em diferentes continentes, também eram capazes de provocar o isolamento entre indivíduos de uma mesma localidade, gerando assimetrias econômicas e sociais de grande complexidade analítica.

Uma importante questão estratégica para o sucesso de qualquer empresa na atualidade é a sua capacidade de analisar, planejar e reagir rapidamente às condições de seus negócios. Para tanto, faz-se necessário que uma organização disponha de mais e melhores informações que constituem, reconhecidamente, o avanço de informações, uma decorrência natural de um mundo no qual os negócios estão migrando para a rede, como a Internet, a rede mundial de computadores Oliveira (1999). Essa reflexão, pensamos que é válida também para o ensino e aprendizagem, pois devemos analisar, planejar e reagir rapidamente às novas propostas tecnológicas que nos são oferecidas cotidianamente, visando sempre as facilidades que esses avanços tecnológicos podem nos oferecer ao ensino e aprendizagem.

Uma das certezas da vida hoje, além do fato de que ela tem começo, meio e fim, é que ninguém fica fora da Internet. A economia digital está transformando, e vai transformar ainda muito mais o mundo dos negócios. Empresas que não tiverem seus sites, com serviços ou produtos à venda, serão esmagados pela concorrência eletrônica. Uma nova linguagem está nascendo e, com ela, uma época de muitas oportunidades, especialmente para empreendedores e visionários. Idéias boas não faltam a dificuldade é executá-las (CASTELLS; MAJER; GERHARDT, 2002), dessa forma devemos oportunizar, a comunidade escolar os recursos digitais para que essa população não fique oprimida frente a essa revolução digital pelo qual a sociedade passa.

A incorporação de novas tecnologias da informação, seja na área pública ou

na privada, vem apresentando uma limitação frequente a justificativas eminentemente técnicas. O fato é que, muitas iniciativas de modernização caracterizadas pela incorporação de equipamentos inquestionavelmente mais potentes revelam pífios resultados. Parece que a sociedade ainda não está totalmente preparada para o impacto que a tecnologia da informação vem causando (CASTELLS; MAJER; GERHARDT, 2002), logo presumimos que devemos agregar de maneira eficaz as novas tecnologias no ambiente escolar para evitar resultados insignificantes nos processos de aprendizagem do discente.

Sabemos que a globalização da economia e as reestruturações nela inseridas têm sido motivo de profundas mudanças em todo o mundo. Nesse cenário, o Estado, em suas diversas esferas de organização, vem sendo questionado quanto à sua eficiência e eficácia no processo de desenvolvimento (OLIVEIRA, 1999), com isso entendemos que é o momento de as instituições públicas realizarem autocríticas em busca de uma sintonia com estes novos tempos.

No instante em que decidimos conhecer e utilizar recursos da informática, deparamo-nos com uma difícil iniciação, uma vez que dia após dia, novos e indispensáveis conceitos surgem para a formação das mentes humanas. A quantidade de informações é tão grande que a especialização e a investigação se fazem imperiosas no cotidiano (CASTELLS; MAJER; GERHARDT, 2002).

Usando essas reflexões sobre a utilização da informática, muitas são as questões a serem elucidadas: qual a melhor metodologia didática a ser utilizado na área da Matemática? Haveria alguma metodologia adequada e criativa para a implantação de aplicativos móveis que se coadunem com os objetivos pretendidos pelo profissional da área educacional? Como a classe estudantil poderia se beneficiar com estes aplicativos móveis? Essas e muitas outras questões sempre recaem na necessidade de treinamento e especialização profissional, de dominar melhor a máquina e também de criar uma metodologia adequada de trabalho.

A tecnologia nos trouxe novas e profundas mudanças sociais e culturais e percebemos que a tecnologia é uma ferramenta quase que indispensável no processo de ensino e aprendizagem, pois sua evolução alarga nosso tempo e, em alguns casos, substitui a mão-de-obra humana. Devido a esse raciocínio pensamos que é necessário essas novas tecnologias devem fazerem parte do cotidiano das escolas. Nesse sentido, a sociedade não prescinde de acompanhar este processo que, nos últimos anos, vem ocorrendo com uma rapidez impressionante (CASTELLS; MAJER; GERHARDT, 2002).



## 1.1 GLOBALIZAÇÃO E O USO DO SMARTPHONE PELO JOVEM E ADULTO NO BRASIL

Em meio às perspectivas analíticas acerca da expansão das tecnologias da informação e comunicação advindas do processo de globalização no Brasil, dois aspectos devem ser levados em consideração. Primeiro, a disseminação da Internet, que se deu mais efetivamente a partir da década de 1990, conforme asseverou Lemos (2013); com o crescimento do número de brasileiros conectados à grande rede de computadores, os primeiros dispositivos móveis passaram a ser comercializados em larga escala, com ênfase para os celulares inteligentes, que passaram a ser chamados de *smartphone* Lemos (2013). Já em 2013 os *smartphones* superaram em vendas pela primeira vez na história os celulares tradicionais.

Desse contexto de imersão tecnológica e globalização, um novo conceito de relacionamentos sociais se estabelecia, segundo Lemos (2013) como cibercultura. Segundo o autor, trata-se de “[...] uma sinergia entre a vida social e os dispositivos eletrônicos e suas redes de telemáticas” (LEMOS, 2013, p. 10).

O *smartphone*, no cenário da cibercultura, foi um dos principais propulsores das novas tendências e inovações tecnológicas. Decorrem daí as redes sociais, cujo princípio básico consiste na facilitação da comunicação em tempo real entre as pessoas, compartilhando uma gama de conteúdos, hábitos e costumes que se proliferam na mesma velocidade em que novas aplicações deste segmento surgem.

Ao mesmo tempo em que a venda de *smartphone* crescia no Brasil e no mundo, também avançavam as redes sociais no cotidiano das pessoas, com destaque para o *facebook*, *whatsapp* e *twitter* e *youtube*, que não serão descritos neste trabalho, já que a ênfase está no âmbito educacional.

Hoje não podemos mais fugir dessa realidade tecnológica, e a educação não pode ficar para trás. As escolas precisam sofrer transformações frente a essa “nova tecnologia” e assim construir uma aprendizagem inovadora que leva o indivíduo a se sentir como um ser globalizado. Não se pode deixar essa ferramenta se tornar obsoleta nas escolas públicas. É necessário dinamizar e potencializar esta ferramenta de ensino, elevando o estímulo que favorece a aprendizagem de tal forma aumentar as expectativas de que os estudantes desenvolvam técnicas de investigação (CASTELLS; MAJER; GERHARDT, 2002).

Por outro lado, em diversos fóruns as comunidades acadêmicas têm discutido e vêm reafirmando o que se deveria esperar das atividades de ensino e de aprendizagem das disciplinas de ciências exatas (matemática, química e física) no ensino básico. Propõe-se que essas atividades devam estar voltadas à formação completa do cidadão, vinculando os conteúdos curriculares às dimensões sócio-político-econômicas e

aos conhecimentos prévios dos alunos. Esperamos que nessas atividades o aluno interaja com os conteúdos e coopere com seus colegas na construção dos conceitos e métodos científicos (MAGNO et al., 2004).

Alguns autores têm mostrado como essa perspectiva pode ser desenvolvida em sala de aula: através de estratégias de solução de problemas Pozo et al. (1998). Mas, é interessante discorrer um pouco sobre o que se entende por problema. A palavra problema relaciona-se tanto à ideia da questão matemática que necessita de solução quanto às interrogações mais amplas, em qualquer domínio de conhecimento, que são objeto de discussão.

A primeira dessas noções está relacionada com a habilidade na utilização de algoritmos algébricos que é um tema que muito preocupa aqueles professores que desejam melhorar o rendimento de seus alunos nos exames e nas provas tradicionais (KEMPA, 1986) e, inclusive, na Avaliação Nacional do Rendimento Escolar conhecida como prova Brasil. No entanto, o segundo entendimento faz referência a uma situação concebida como problemática, em cujo sujeito não dispõe de procedimentos automáticos que o levem a soluções imediatas, ou seja, requerem do sujeito alguma forma de reflexão e de tomada de decisão sobre a sequência de passos a seguir para a proposição de uma ou outra solução. Assim, para se diferenciar, a palavra exercício designaria o entendimento algébrico e algoritmo, por outro lado, para as situações novas ou diferentes das já aprendidas se daria o nome de problema (POZO et al., 1998). Nesse entendimento, o problema possuiria um maior caráter subjetivo e, em muitos deles, não haveria uma só solução, mas sim, a mais adequada (GARRET, 1995).

Esse entendimento de problema e sua utilização como estratégia de aprendizagem em sala de aula se assemelha bastante ao conceito de tema gerador, utilizado e desenvolvido pela Pedagogia da Autonomia de Paulo Freire Freire (1996). O tema gerador é entendido como o assunto que centraliza o processo da educação, sobre o qual acontecem os estudos, pesquisas, análises, reflexões, discussões e conclusões (CORAZZA, 1992). Segundo a pedagogia da autonomia, o processo de escolha desses assuntos, problemas ou temas geradores é fruto de uma mediação entre as responsabilidades dos professores e os interesses dos alunos.

O Brasil iniciou a busca de um caminho para informatizar a educação em 1971, quando pela primeira vez se discutiu o uso de computadores no ensino de Física (USP/São Carlos). Em 1973, algumas experiências começaram a ser desenvolvidas em outras universidades, usando computadores de grande porte como recurso auxiliar do professor para ensino e avaliação em Química (Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ) e desenvolvimento de software educativo na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Destacam-se, ainda, nos anos 70, as experiências do Laboratório de Estudos Cognitivos do Instituto de Psicologia (LEC), da UFRGS, apoiada-

das nas teorias de Piaget e Papert, com público-alvo de crianças com dificuldades de aprendizagem de leitura, escrita e cálculo (ANDRADE; LIMA, 1993).

No Estado do Pará, em 1997, formou-se a primeira turma de professores com especialização em Informática Educativa e implantaram-se 9 (nove) Núcleos de Tecnologia Educacional (NTE) com a finalidade de desenvolver pesquisas, formação, acompanhamento e assessoramento pedagógico aos professores lotados nas salas de informática das escolas da rede pública estadual (EDUCACIONAL-SANTARÉM/PA, 2017).

Partiremos fazendo uma reflexão em relação a alguns indícios que justificou e norteou o nosso trabalho; no destacando que, é necessário trabalhar o estímulo do profissional desta área e despertar no mesmo a importância de sua atuação, para que metodologias diferenciadas possam ser aceitas de maneira eficaz pelos alunos.

Acreditamos que a introdução da tecnologia pode de fato revolucionar a sala de aula, pois entendemos que a sua utilização no ambiente escolar contribui para essa mudança de paradigmas, sobretudo, para o aumento da motivação em aprender, uma vez que as ferramentas de informática exercem um enorme fascínio em nossos alunos. Todavia, o computador não é a solução para todos os problemas educacionais, pelo contrário é um grande aliado, mas sozinha, a tecnologia não é capaz de mudar nada (MAGNO et al., 2004).

Entendemos que o grande mentor das revoluções educacionais ainda é o professor. A tecnologia, por sua vez, vem crescendo de maneira exponencial é a informática, logo se torna cada vez mais importante para o professor de matemática básica buscar nesse recurso metodologias facilitadoras do dueto ensino-aprendizagem, e neste sentido o docente tem que procurar cada vez mais se inserir no contexto de tecnologias informacionais, pois este recurso é um excelente facilitador de ações que busquem promover o conhecimento (MAGNO et al., 2004).

O *Software Livre* são programas em que os usuários possuem livre acesso ao código-fonte do software e fazem alterações conforme as suas necessidades, pois seria bom se as pessoas comesçassem a se questionar como os *softwares* funcionam e como eles são feitos?

Essa é a razão os sistemas operacionais livres: GNU/Hurd<sup>1</sup>, GNU/Linux, BSDs, Android. Segundo a *Free Software Foundation* (Fundação para o Software Livre-FSF), e é considerado livre qualquer programa que pode ser copiado, usado, modificado e redistribuído de acordo com as necessidades de cada usuário. Em outras palavras, o software é considerado livre quando atende a esses quatro tipos de liberdades definidas pela fundação. Nada impede que um desenvolvedor cobre pelas modificações

<sup>1</sup> GNU é o nome de um projeto lançado em 27 de setembro de 1983 por Richard Stallman e que atualmente é mantido pela Free Software Foundation (FSF). O objetivo do projeto era criar um sistema operacional parecido com o Unix, chamado GNU, totalmente baseado em software livre.

feitas, pois há custos como em qualquer outra atividade, porém a diferença está na filosofia do software livre, a qual visa o espírito de liberdade e não o lucro e, portanto, é importante na aplicação dentro das escolas públicas (MAGNO et al., 2004).

A FSF é uma organização fundada em 1985 por Richard Stallman, considerado o pai do *software* livre. Stallman sempre foi contra *softwares* proprietários, ou seja, programas que não permitem aos usuários alterar seu código-fonte para modificar programa - não importando se ele for gratuito ou pago. Também é de criação de Stallman o projeto GNU, que junto do kernel desenvolvido por Linus Torvalds formaria mais tarde o sistema operacional Linux (SILVEIRA, 2001). Aqui nosso trabalho começa a ter viabilidade porque os aplicativos que sugerimos são gratuitos (livres) e sendo assim, temos a possibilidade real de trabalharmos dentro das escolas públicas para fins educacionais e esse é um dos motivos para sugerimos os aplicativos *mobile CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*, os outros fatores que nos levaram a escolher esses aplicativos *mobile* é que são aplicativos com atualizações constantes que sempre melhoram suas funcionalidades e aumentam suas potencialidades sendo importante ressaltar também a fácil comunicação entre os usuários dos aplicativos e seus desenvolvedores através da loja de aplicativos tanto do *android* como do *apple*.

**GeoGebra** (aglutinação das palavras **Geometria** e **Álgebra**) é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única interface gráfica Sua distribuição é livre, nos termos da General Public License (GNU), e é escrito em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. Usaremos a versão *mobile* que “roda” no sistema operacional *Android*. O programa livre Geogebra foi criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula. O projeto foi iniciado em 2001, na Universität Salzburg - ÁUSTRIA, e tem prosseguido em desenvolvimento na *Florida Atlantic University*.

O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Portanto, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Com isto, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. A partir da versão 5.0, que foi disponibilizada em novembro de 2014, também é possível trabalhar com geometria em três dimensões.

Em dezembro de 2015 foi lançado o aplicativo *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e logo em seguida o *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* para *smartphone android*, que após várias atualizações, apresenta funcionalidade bem próxima das versões para os sistemas operacionais Windows e Linux, e essa similaridade contribuiu também para propormos este trabalho. Além dessas similaridades as versões *mobile* dos aplicativos Geogebra apresentam algumas novidades em relação à versão clássica para desktop, como por exemplo, novo editor de funções matemáticas, desenhos à mão livre e reconhecimento de formas, toque longo em um objeto para alterar suas propriedades e tudo está sendo executado através dos nativos tecnológicos, LaTeX, CAS, gráficos, etc, por isso é super prático de usar.

A Figura 1 a seguir mostra a interface dos aplicativos *Calculator Graphing Geogebra* e *Geogebra 3D Graphing Calculator*.

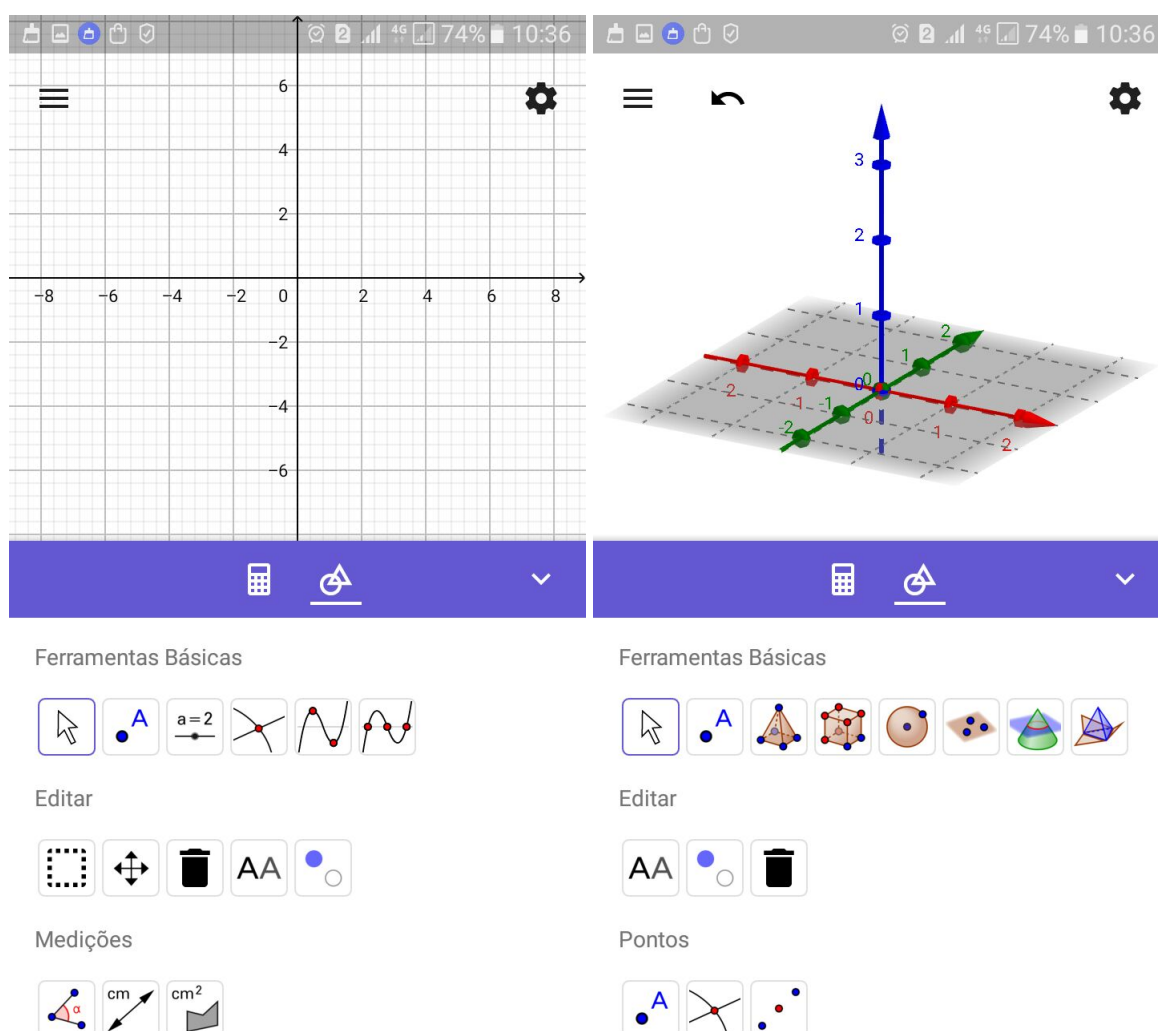


Figura 1: Tela do smartphone com os aplicativos *Calculator Graphing Geogebra* e do *Geogebra 3D Graphing Calculator*, respectivamente.

Fonte: Próprio autor (2017).

Consideramos que a tecnologia móvel pode se tornar uma ferramenta de grande relevância no processo de ensino e aprendizagem, pois é um mecanismo de diversificação e um recurso atrativo, que possibilita aos professores e alunos desenvolverem conhecimentos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática básica no ensino fundamental, com conseqüente diminuição dos problemas, como o distanciamento da prática cotidiana que privilegia a aprendizagem mecânicizada.

A nossa proposta é discutir sobre as ferramentas da tecnologia móvel existentes no ensino de Matemática que possam ser utilizadas no ensino fundamental nas escolas públicas e oportunizar, docentes e discentes, orientações em relação ao uso dessa tecnologia, de maneira que essa ferramenta possa auxiliar e/ou simplificar a compreensão de conteúdos existentes dentro da disciplina Matemática e discutir com esses atores se o uso dos aplicativos educacionais utilizados em *smartphone* é capaz de atender aos requisitos do processo ensino aprendizagem e após essa análise crítica indicar a utilidade dos aplicativos móveis *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* como alternativas para o ensino de Matemática básica no Ensino Fundamental.

Dessa maneira, tentamos apoiar mudanças educacionais significativas que possibilitem a formação integral do educando em permanente processo de transformação. Por outro lado, só apenas isso ainda é pouco, pois de acordo com Pereira (2006, p. 68); “Observa-se que as escolas públicas mesmo quando disponibilizam desses recursos em sua maioria não atendem de maneira adequada as perspectivas dos alunos”.

Concluimos, portanto, que a tecnologia móvel é ferramenta que não pode ser desprezada, pois sua utilização na educação pode dinamizar e potencializar o ensino dentro das escolas.

## 2 METODOLOGIA

Inicialmente foi feita uma pesquisa sobre aplicativos *mobile* gratuitos que tratam sobre Educação Matemática que estão disponíveis no *play store* (loja de aplicativos do Google), com o intuito de orientar alunos e professores sobre aplicativos existentes que podem auxiliar no ensino e aprendizagem. Após essa pesquisa fizemos um levantamento dos aplicativos móveis gratuitos da família Geogebra que funcionam nos *smartphone* para auxiliar no ensino e aprendizagem de Matemática, em um terceiro momento partimos para realização de oficinas junto a professores e alunos para avaliação, produção e aprimoramento de materiais didáticos, junto a essas oficinas realizamos uma pesquisa quantitativa partir de questionário a alunos do Ensino Fundamental: do nono ano da Escola Municipal Manuela Freitas e da Quarta Totalidade da Escola Municipal João Nelson Ribeiro, Belém-Pará, com propósito de analisar as diversas realidades vivenciadas por estes discentes e verificar se eles acreditam que as novas mídias podem facilitar seus aprendizados e solicitamos também propostas de utilização e logística para uma efetiva aplicação desse recurso tecnológico no ambiente escolar.

Finalizamos esse trabalho com a produção de uma cartilha de instruções para a utilização dos aplicativos móveis *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* na Educação Básica, que contém resolução de diversos exercícios por meio da manipulação desses aplicativos móveis.

### 2.1 PESQUISA POR APLICATIVOS *MOBILE OPEN SOURCE* E POTENCIALIDADES DESTES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Preliminarmente nossa pesquisa começou pelo estudo *software* livre *MODEL-LUS*, pois era sobre o qual desenvolveríamos nosso trabalho, este programa computacional que foi criado na Universidade Nova de Lisboa, sendo disponibilizado até a versão 4.0 em diversos idiomas (inglês, espanhol, português, etc.), tem uma interface intuitiva e se pode construir e explorar modelos matemáticos, bem como fazer simulações por meio de animações, gráficos, tabelas e vídeos. Pode-se, também, analisar e compreender dados experimentais visualmente e interativamente, por meio das múltiplas representações oferecidas por ele, as quais são possíveis por intermédio de diversas “janelas” disponibilizadas, conforme a necessidade do usuário, porém houve uma descontinuidade nas melhorias de suas funcionalidades, o que nos levou a procurar outras opções de programas computacionais.

Devido à dificuldade encontrada inicialmente decidimos então utilizar em nosso trabalho a tecnologia móvel, pois o *smartphone* atualmente faz parte do cotidiano de uma parcela significativa da população, isso é fato tanto aqui na cidade Belém-PA, quanto em outros centros urbanos brasileiros. Realizamos então o levantamento dos principais aplicativos móveis gratuitos *mobile* que possuem utilização para os conteúdos da matemática básica, como por exemplo, *App Photomath*, *Desmos Calculadora Gráfica*, *Calculadora Gráfica Mathlab*, porém os aplicativos *mobile free* que mais atenderam às necessidades da nossa pesquisa foram o *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e o *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*, e os motivos pelo qual nos levaram a optar por esses dois aplicativos foram: o potencial dos aplicativos gratuitos da família geogebra *mobile*; a estabilidade desses aplicativos nos *smartphone*; o fato desses aplicativos “rodarem” no cartão micro SD, sem consumir a memória interna do *smartphone* e a fácil interatividade entre o usuário desses aplicativos e seus desenvolvedores.

Após a escolha dos aplicativos que seriam utilizados em nosso trabalho surgiu um obstáculo que era controlar o *smartphone* pelo computador, pois necessitávamos fazer a projeção da interface desses aplicativos para um grupo de pessoas, então fizemos uma pesquisa de aplicativos que fossem capazes de fazer esse pareamento. Os aplicativos pesquisados foram o gratuito AirDroid, a versão gratuita do aplicativo Wondershare MirrorGo e a versão gratuita do aplicativo TeamViewer, e optamos pelo TeamViewer por ser o aplicativo de acesso remoto de computadores de uma interface que permite o acesso e execução de tarefas de forma relativamente fácil e rápida.

## 2.2 OFICINAS COM MATERIAL DE APOIO PARA PROFESSORES E PROPOSTA DE ENSINO PARA ALUNOS

As oficinas ocorreram em duas etapas distintas. Inicialmente, voltada para o público discente, onde no início da oficina foi distribuído um roteiro de pesquisa (ver Apêndice A) e após o preenchimento desse roteiro foi dada ênfase na criação e resolução de questões alinhadas com o nível de escolarização e com o intuito de perceber a reação dos alunos diante da ferramenta digital. Participaram desta oficina um total de 129 alunos, matriculados em duas escolas públicas da cidade de Belém-PA. Vale frisar que as oficinas ocorreram a partir do dia 05 de setembro de 2017 e foram finalizadas no dia 09 de maio de 2018, distribuídas em dois turnos, com carga horária que variava entre quatro a seis horas/aula (ver Apêndice B).

Na segunda etapa de oficinas, agora direcionada ao público docente, também demos ênfase na resolução de exercícios oriundos de provas de concursos, vestibulares e do Exame Nacional do Ensino Médio. Neste sentido, objetivamos apresentar aos docentes a ferramenta e seus principais recursos, bem como receber as críticas que



poderiam ensejar no aperfeiçoamento do material instrucional produzido(ver apêndice B).

Em última instância, realizamos uma pesquisa de campo junto aos 129 alunos que participaram das oficinas com o intuito de compreender a percepção deles sobre o uso dos aplicativos móveis *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*. Ao término, fizemos os gráficos e a discussão dos resultados obtidos.

### 2.3 ELABORAÇÃO E APRESENTAÇÃO DA CARTILHA

Por fim, para consolidar o aprendizado coletivo, construído no período de apresentação das oficinas e coleta das opiniões de discentes e docentes, apresentamos o material didático de uma cartilha, em forma de tutorial, subdividida em material para o professor com os exercícios resolvidos com auxílio dos aplicativos moveis *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* e um material para o aluno sem a resolução dos exercícios.

A finalidade desse material para o aluno feito em separado é proporcionar ao professor a possibilidade dele repassar ao discente esse produto e trabalhar com eles essa metodologia.

### 3 RESULTADOS OBTIDOS

#### 3.1 OFICINA DISCENTE COM APLICAÇÃO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS NOS APLICATIVOS *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* E *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*

Foram realizadas atividades com duas turmas do nono ano da **E.M. Manuela Freitas** e duas turmas da educação de jovens e adultos do Ensino Fundamental da **E.M. João Nelson Ribeiro**, usando os aplicativos *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* para apresentar os conceitos matemáticos encontrados na geometria e na álgebra, mais especificamente sobre conteúdos abordados no último ano do fundamental maior.

Vale destacar que as atividades das oficinas ocorreram em momentos distintos, iniciando na Escola Municipal Manuela Freitas, a partir do dia 22 de setembro de 2017, estendendo-se até o dia 09 de maio de 2018, em turmas do Ensino Fundamental Maior e da Educação de Jovens e Adultos, de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 1: Cronograma das oficinas dos discentes que foram realizadas nas Escolas Municipais Manuela Freitas e João Nelson Ribeiro

CRONOGRAMA DE ATIVIDADES NA ESC. MUNICIPAL MANUELA FREITAS Ano: 2017			
Data	Nº de horas	Turmas	Atividades Desenvolvidas
22 e 29/09	6h	42304/42305	Oficina manipulando o aplicativo <b>Calculator Graphing Geogebra</b> para construir e resolver problemas com a função do 1º grau
20/10 e 20/11	6h	42304/42305	Oficina manipulando o aplicativo <b>Calculator Graphing Geogebra</b> para construir e resolver problemas com a função do 2º grau
CRONOGRAMA DE ATIVIDADES NA ESC. MUNICIPAL JOÃO NELSON RIBEIRO Ano: 2017			
Data	Nº de horas	Turmas	Atividades Desenvolvidas
05,12,17,19 e 26/09	8h	33401/33402	Oficina manipulando o aplicativo <b>Calculator Graphing Geogebra</b> para construir e resolver problemas com polígonos regulares e área de figuras planas
10/10, 17/10, 07/11 e 14/11	8h	33401/33402	Oficina manipulando o aplicativo <b>Geogebra 3D Graphing Calculator</b> para conhecer os sólidos geométricos e planificar os sólidos geométricos
CRONOGRAMA DE ATIVIDADES NA ESC. MUNICIPAL JOÃO NELSON RIBEIRO Ano de 2018			
07/03, 14/03, 04/04 e 11/04	10h	44401/44402	Oficina manipulando o aplicativo <b>Calculator Graphing Geogebra</b> para construir e resolver problemas com a função do 1º grau e 2º grau
02 e 09/05	6h	44401/44402	Oficina manipulando o aplicativo <b>Geogebra 3D Graphing Calculator</b> para resolver situações problema com sólidos geométricos

Fonte: Próprio autor (2017/2018).

No primeiro momento foi ministrada uma aula expositiva com os conceitos prévios necessários para o desenvolvimento do modelo matemático. Foram expostas as funções do primeiro e segundo graus bem como conceitos sobre polígonos e sólidos geométricos.

Explicado os conceitos básicos sobre esses conteúdos, os alunos estavam prontos para dar início à resolução de problemas. Usando os aplicativos *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* com os aplicativos gratuitos TeamViewer13 instalado no Computador e o aplicativo móvel Quick-Support da TeamViewer no *smartphones* foi possível espelhar o smartphone no computador e com isso orientar os alunos na sala de aula (Figura 2), sendo dessa forma resolvidos vários exercícios com o auxílio dos aplicativos móveis da família Geogebra.

Figura 2: Espelhamento da tela do smartphone entre notebook e projetor



Fonte: Próprio autor (2017).

Vale destacar que os alunos do nono ano demonstraram um grande interesse pelo uso do *smartphone* como ferramenta para auxiliar no entendimento da disciplina Matemática (Figura 3), inclusive procurando outros aplicativos que não o *calculator graphing Geogebra*, para auxiliarem tanto em matemática, quanto em outras disciplinas, podemos citar como exemplos dos aplicativos pesquisados pelos alunos o *Khan Academy*, o *Brainly*, o Truques Matemáticos e o Desmos Calculadora Gráfica. Os alunos da terceira etapa da totalidade, por sua vez, demonstraram interesse pelo uso do *smartphone* como ferramenta para auxiliar no entendimento da disciplina Matemática, e como estratégia de recompensa de empenho nas atividades propostas, liberamos ao final de cada aula o uso do *smartphone* pelos alunos para o entretenimento (Figura 4).

Figura 3: Interesse e concentração dos alunos nas atividades propostas.



Fonte: Próprio autor (2017).

Figura 4: Momento de descontração dos alunos com outro aplicativo.



Fonte: Próprio Autor (2017).

Esse procedimento de reservar alguns momentos para o uso do *smartphone* com a finalidade da recreação, estimulou os discentes concluírem os exercícios propostos.

### 3.2 OFICINA DOCENTE PARA O USO DOS APLICATIVOS *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* E *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*

As oficinas voltadas para o público docente usando os aplicativos *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* teve como objetivo principal proporcionar aos professores o conhecimento dos aplicativos e apresentar suas potencialidades e com isso isto colher a avaliação dos mesmos para aprimorar os materiais trabalhados na oficina.

Vale destacar que as atividades das oficinas ocorreram em momentos distintos, na Escola Municipal Manuela Freitas, a partir do dia 11 de março de 2018, estendendo-se até o dia 18 de março 2018, totalizando 32 professores, que participaram das atividades propostas com carga horária de 4 horas, conforme quadro a seguir:

Quadro 2: Cronograma da oficina para os docentes realizada na E.M. Manuela Freitas

Data	Nº horas	Atividades Desenvolvidas
11/04/2018	4 horas	Oficina usando os aplicativos Calculator Graphing Geogebra e Geogebra 3D Graphing Calculator para Resolver problemas que caíram em concursos vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio
18/04/2018	4 horas	Oficina usando os aplicativos Calculator Graphing Geogebra e Geogebra 3D Graphing Calculator para Resolver problemas que caíram em concursos vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio

Fonte: Próprio autor (2018).

A participação dos docentes nos pareceu bastante satisfatória, uma vez que muitos se interessaram pelas ferramentas disponibilizadas pelos aplicativos *mobiles* em sala de aula, com o intuito de facilitar a compreensão do ensino da matemática (Figura 5). Neste sentido, um momento inicial de grande envolvimento docente consistiu na sincronização das telas do *smartphone* com o *notebook* e a tela de projeção para *Datashow*, por meio dos aplicativos *TeamViewer*.

Figura 5: Início da oficina docente.



Fonte: Próprio Autor (2018).

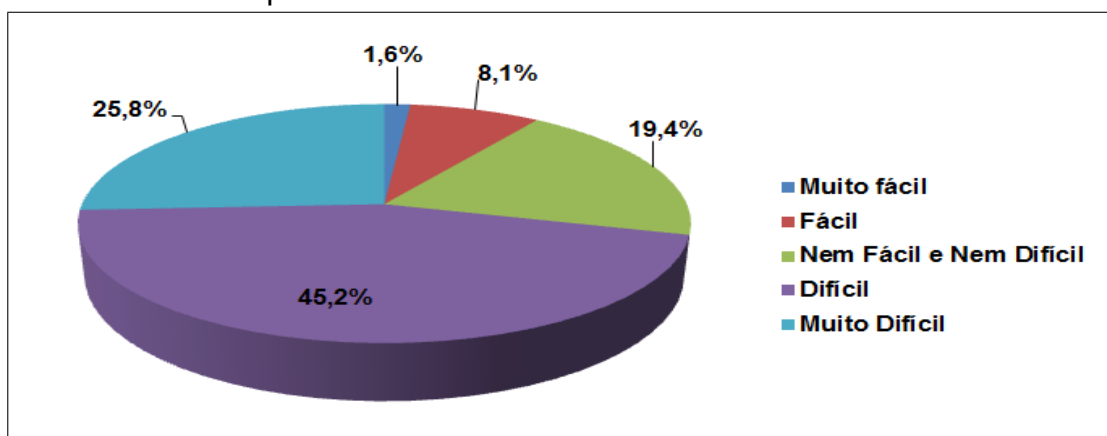
Posteriormente, com a apresentação da ferramenta propriamente dita, os docentes se mostraram ávidos e receptivos em compreender o uso de cada funcionalidade e não tiveram dificuldades em se familiarizar com os recursos apresentados. No entanto, conforme ressaltou um dos participantes, um dos fatores que poderia inibir ou inviabilizar o uso dos *smartphones* em sala de aula diz respeito à proibição normativa imposta aos alunos quanto ao uso de celulares em sala de aula, principalmente em escolas públicas estaduais e em algumas municipais.

### 3.3 COMPREENSÃO DOS DISCENTES APÓS AS EXPERIMENTAÇÕES

A pesquisa de campo apresentada a seguir, foi fruto da percepção dos alunos após as oficinas ministradas acerca do uso dos aplicativos mobiles. Neste sentido, inicialmente, procuramos saber a compreensão deles acerca dos assuntos de matemática normalmente ministrados em sala de aula, conforme apresentamos no Gráfico 1 a seguir:



Gráfico 1: Opinião dos alunos acerca dos assuntos de Matemática

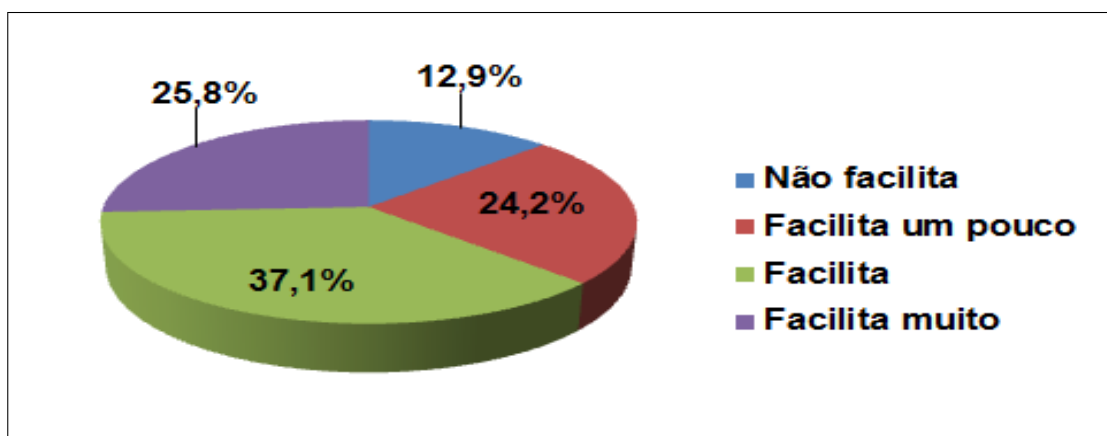


Fonte: Próprio autor (2018).

Um número significativo dos discentes afirmou ter muita dificuldade em assimilar assuntos matemáticos em sala de aula, pois esta foi a resposta de 45,2% dos entrevistados. No outro extremo, apenas 1,6% do alunado disse ter muita facilidade com os referidos conteúdos. Depreende-se desse cenário a importância de romper paradigmas e iniciar o experimento de novos recursos didáticos e tecnologias voltadas à educação, tais como as propostas neste trabalho.

Em etapa posterior, inquerimos junto aos alunos quanto ao uso do *smartphone* para facilitar a assimilação de conteúdos de matemática, conforme demonstrado na Gráfico 2 a seguir:

Gráfico 2: Opinião dos alunos acerca do uso do *smartphone* para facilitar o aprendizado em Matemática.



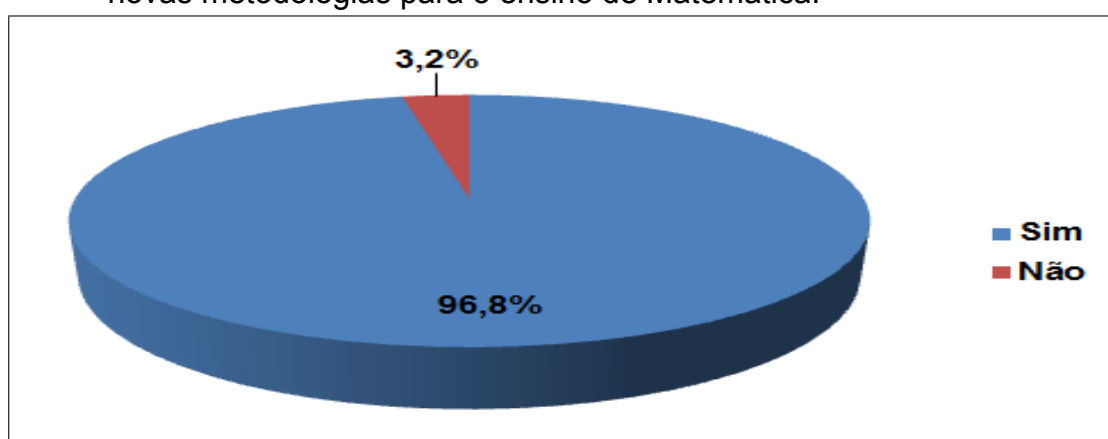
Fonte: Próprio autor (2018).

Novamente, a percepção dos alunos veio ao encontro dos objetivos desta pesquisa, uma vez que para a maioria deles, cerca de 37,1%, o uso do *smartphone* facilita assimilar assuntos de matemático, sendo que 25,8% diz que facilita muito, o que demonstra a receptividade desse público para experiências didáticas apoiadas por dispositivos móveis.

A facilidade de grande parte do alunado com o uso dos *smartphones* pode explicar a propensão desses em aceitar a imersão de tais recursos no meio escolar, conforme já apontado por (LEMOS, 2013).

No que concerne ao espaço físico necessário para que novas metodologias voltadas ao ensino da matemática aconteçam, questionamento esse retratado na Gráfico 3, observa-se que os alunos se mostram majoritariamente favoráveis a essa ideia, pois 96,8% responderam positivamente.

Gráfico 3: Opinião dos alunos sobre a escola ter um espaço onde se possam realizar novas metodologias para o ensino de Matemática.

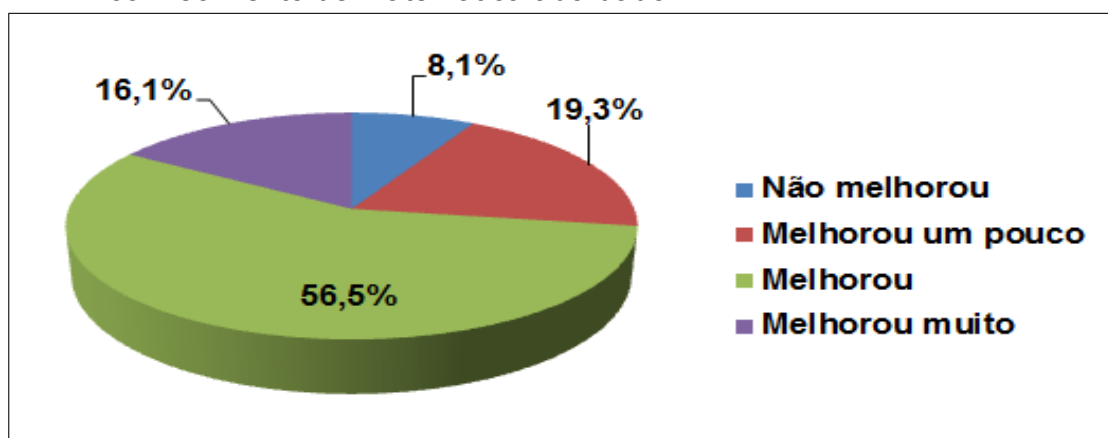


Fonte: Próprio autor (2018).

É importante destacar a opinião de alguns dos professores que participaram da oficina docente, já que para eles o uso dos dispositivos móveis não é aceito por grande parte das escolas, tolhidas por regulamento a não permitir o uso de celulares em sala de aula. Logo, depreende-se daí que os investimentos em infraestrutura para promover a inclusão de tais recursos no cotidiano escolar esbarram em dificuldades administrativas.

Em fase posterior, já fazendo referência ao conteúdo das oficinas realizadas, buscamos compreender a percepção dos alunos quanto ao o emprego dos aplicativos móveis *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* para melhorar o conhecimento de matemática abordado, conforme demonstra a Gráfico 4, a seguir:

Gráfico 4: Opinião dos alunos sobre o emprego dos aplicativos mobile Calculator Graphing Geogebra e Geogebra 3D Graphing Calculator para melhorar o conhecimento de matemática abordado.



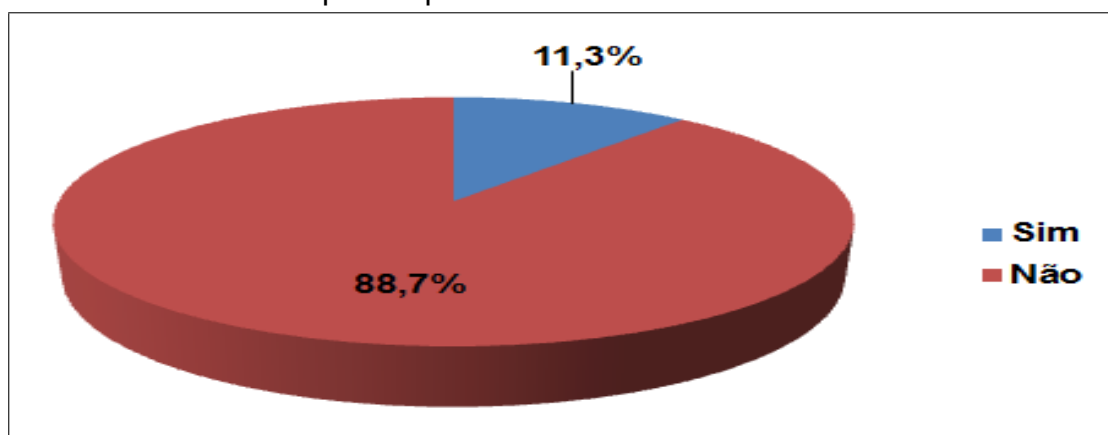
Fonte: Próprio autor (2018).

Os aplicativos móveis *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* serviram para melhorar o conhecimento de matemática abordado entre cerca de 56,5% dos alunos, sendo que 16,1% afirmou ter melhorado muito a partir do conhecimento e uso de tais recursos.

Acreditamos, com base nesse posicionamento dos alunos frente aos aplicativos apresentados, que haja predisposição de professores e alunos para implementar essa metodologia didática em sala de aula, faltando tão-somente o engajamento por parte das demais autoridades relacionadas com a educação pública para que se inicie tal processo.

Neste sentido, a última pergunta realizada junto aos alunos buscou saber se há entre eles interesse em conhecer outros aplicativos móveis que ajudem em outras disciplinas, para além da matemática, conforme se mostra na Gráfico 5 a seguir:

Gráfico 5: Interesse dos alunos em conhecer outros aplicativos moveis que ajudassem em outras disciplinas que não Matemática.

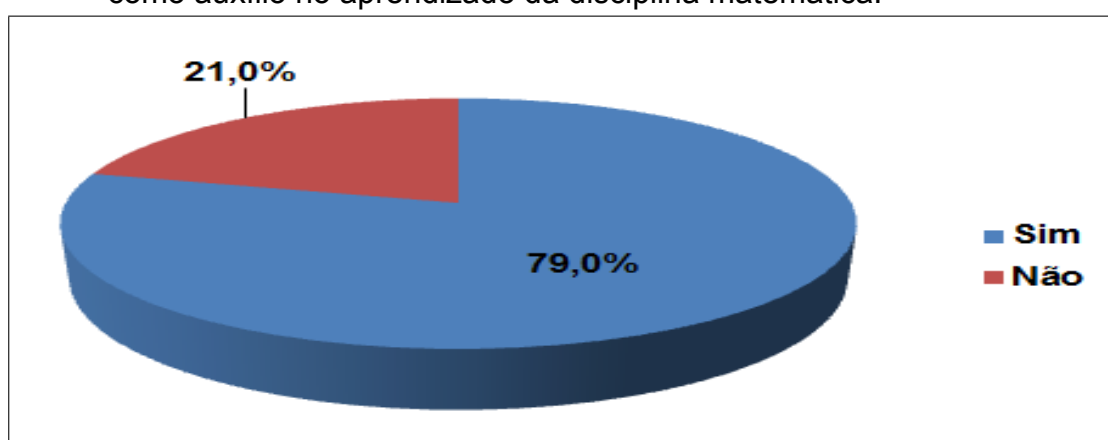


Fonte: Próprio autor (2018).

Com base no interesse dos alunos em fazer uso dos *smartphones* em sala de aula, verificamos que 88,7% dos entrevistados afirmou ser favorável a utilização de outros aplicativos que possam facilitar o aprendizado nas demais disciplinas do currículo escolar. Esse posicionamento vai ao encontro de reforçar novos estudos na área de tecnologias educativas que contemplem tal anseio.

Por fim, realizamos o questionamento acerca do uso dos aplicativos móveis da família Geogebra como auxílio no aprendizado da disciplina matemática apresentou como resultado a seguinte receptividade (Gráfico 6).

Gráfico 6: Opinião dos alunos sobre o uso dos aplicativos moveis da família Geogebra como auxílio no aprendizado da disciplina matemática.



Fonte: Próprio autor (2018).

Percebemos, com base nas respostas dos alunos, que a maioria se mostra favorável à implementação dos aplicativos da família Geogebra no ensino da disciplina matemática, já que 79% afirmou estar de acordo com tal posicionamento. Cabe assim, em última instância, fortalecer e compartilhar as experiências entre docentes, corpo técnico e autoridades responsáveis pela educação para que tal finalidade seja atingida.

#### 3.4 ASPECTOS RELEVANTES DA CARTILHA ELABORADA APÓS APLICAÇÃO DAS OFICINAS

Aqui serão apresentados os principais aspectos que compõem a cartilha elaborada após a aplicação das oficinas ministradas, com vistas à assimilação tanto por alunos quanto por professores, dos aplicativos móveis da família Geogebra. Vale lembrar, neste sentido, que a iniciativa de elaborar tal material consiste na possibilidade de disseminar o conhecimento compartilhado entre os participantes das oficinas ministradas.

Nesta perspectiva, serão comentados cada seção que compõem a cartilha, que podem ser resumidas em: Ajustes Pré-operacionais, Apresentação dos Aplicativos e Tarefas resolvidas.

### 3.4.1 Ajustes Pré-operacionais

Após a apresentação da cartilha, fez-se necessário apresentar, inicialmente ao leitor, em forma de tutorial, como controlar o smartphone pelo computador e posteriormente projetar as telas em projetores de slides. Aqui é importante salientar a existência de um conjunto de aplicativos que realizam essa tarefa de sincronização de dispositivos móveis e/ou computadores de mesa. No caso presente, optou-se pelo software TeamViewer QuickSupport.

A sincronização via TeamViewer QuickSupport é realizada por meio da instalação simultânea do software no dispositivo móvel e no computador que receberá o compartilhamento das imagens, para posterior autenticação, descrita na cartilha em cinco passos.

### 3.4.2 Apresentação dos Aplicativos

Realizados os ajustes pré-operacionais, a sequência da cartilha conta com a seção “Apresentação dos aplicativos”, onde são detalhadas as principais partes dos aplicativos *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR*. Vale lembrar que são aplicativos móveis gratuitos que oferecem a possibilidade de rodar tanto na memória interna como no cartão micro SD do *smartphone* e têm finalidades didáticas para serem utilizados em situações de ensino e aprendizagem de matemática. Com ele é possível realizar cálculos aritméticos, algébricos e utilizar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos. Eles podem ser adquiridos tanto na loja de aplicativo Play Store do software Android como no Apple Store na loja de aplicativos da Apple. Sendo que o *Geogebra 3D Graphing Calculator* no *smartphone* da Apple é um aplicativo de realidade aumentada.

Para fixar o conteúdo acerca das funcionalidades existentes em cada um dos aplicativos móveis, optamos por ilustrar cada recurso e tela para que, de forma concreta, o leitor possa se familiarizar com tais recursos, extraindo a melhor experiência possível desses aplicativos.

### 3.4.3 Exercícios Propostos: Resolvidos

Decidimos nesta seção, demonstrar de forma prática, o uso dos aplicativos móveis na resolução de exercícios diversos, extraídos de exames nacionais consolidados e atuais. Destacamos que o aplicativo móvel *CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA* e *GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR* permitem que o leitor abstraia alguns conceitos formais do ensino de Matemática Básica por meio da resolução de situações problemas que envolvam várias competências e habilidades da disciplina.

#### **3.4.4 Elaboração da Cartilha**

Como resultado dessa monografia apresentamos uma cartilha subdividida em material para o professor: tutorial e atividades e material para alunos: tutorial e atividades, que foi construída levando em consideração as diversas opiniões, dos discentes e docentes que fizeram parte das oficinas apresentadas no decorrer desse trabalho, para edificação desse trabalho se analisou também a questão da logística para ajustes operacionais com o objetivo de dar funcionalidade ao uso desse material (ver Apêndice C).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi baseado em informações coletadas entre alunos de duas escolas públicas e professores da Secretária Municipal de Belém do Pará.

Aos alunos foi aplicado um instrumento de verificação, que averiguava a sua expectativa com relação à implementação do uso dos aplicativos *mobiles* como ferramenta no processo de ensino aprendizagem.

Embora o resultado tenha sido favorável para a circunstância, percebemos nesse evento, primeiramente: que esse aluno conseguiu relacionar as informações quando foi questionado, o que nos leva a crer, que pelo menos em princípio a facilidade de execução da atividade em forma de uma rotina é válida e que podemos sugerir seu aprimoramento e ajuste na estratégia. Em outro ponto de análise podemos estabelecer o fato de disponibilizar um tempo maior para possibilitarmos o aprendizado de informações básicas de sintaxe; pois, dessa forma podemos contagiar com a hipótese de construção de suas próprias estruturas de rotina.

Aos professores realizamos oficinas com a finalidade de perceber a viabilidade, a logística e o melhoramento do material didático que pretendíamos confeccionar.

No conjunto de observações coletadas a partir das experiências vivenciadas por meio das oficinas docentes e discentes, constatamos que a inclusão de aplicativos *mobile* além de necessários são importantes aliados para facilitar o aprendizado dos alunos tanto na disciplina Matemática, tal como foi demonstrado neste trabalho, assim como nas demais disciplinas, já que vai ao encontro do anseio de grande parte dos alunos e professores que participaram das oficinas.

Vale ressaltar que a tecnologia evoluiu muito, e não é possível abdicar dessa evolução tecnológica no processo de ensino e aprendizagem, e o uso dos *smartphone* faz parte do cotidiano da sociedade, e esse uso proporcionou profundas transformações de comportamento nesta sociedade, pois o acesso à informação é muito mais rápido, logo percebemos que apenas os métodos tradicionais de ensino como, por exemplo, o uso do quadro não consegue ser atraente para essa geração que está vivenciando essa frequente corrente que fomentam a comunicação mais eficaz e acelerada entre todos. Então nosso entendimento de que é necessário aproximar do cotidiano escolar as novas tecnologias e identificar que elas podem contribuir com a motivação dos estudantes e assim transformar o uso do celular em sala de aula num agente facilitador do processo ensino aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, P.; LIMA, M. *A utilização da Informática na escola pública brasileira*. Brasília: MEC: Secretaria de Educação a Distância, 1993.
- BRASIL. *Lei nº 9.394, de 24 de dezembro de 1996*. Brasília: BRASIL, 1996.
- CARRAHER, D. O papel do computador na aprendizagem. *Acesso*, v. 5, n. 3, p. 19–21, 1992.
- CASTELLS, M.; MAJER, R. V.; GERHARDT, K. B. *A sociedade em rede*. São Paulo: Paz e Terra, 2002. v. 1.
- CORAZZA, S. M. *Tema gerador: concepção e práticas*. Ijuí: UNIJUI, 1992.
- EDUCACIONAL-SANTARÉM/PA, N. T. *Histórico do NTE*. 2017. [Online; accessed 16-setembro-2017]. Disponível em: <<http://ntestm-pa.blogspot.com/p/historico-do-nte.html>>.
- FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática docente*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- GARRET, R. M. Resolver problemas en la enseñanza de las ciencias. *Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales*, v. 2, n. 5, p. 6–15, 1995.
- KAMTHAN, P. *Java applets in Education*. 1999. [Online; accessed 14-novembro-2017]. Disponível em: <<https://www.irt.org/articles/js151/>>.
- KEMPA, R. Resolución de problemas de química y estructura cognoscitiva. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, v. 4, n. 2, p. 99–110, 1986.
- LEMOS, A. *Cibercultura: tecnologia e vida social na cultura contemporânea*. 7. ed. Porto Alegre: Sulina editora, 2013.
- MAGNO, W. C. et al. Realizando experimentos didáticos com o sistema de som de um pc. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, 2004.
- OLIVEIRA, G. Revolução tecnológica democratiza o conhecimento. *Folha de São Paulo*, 1999.
- PEREIRA, R. F. *Os jogos na educação*. Maringá: Massoni, 2006.
- POZO, J. I. et al. *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998. v. 3.
- SILVEIRA, S. A. da. *Exclusão digital: a miséria na era da informação*. São Paulo: Editora Fundação Perseu Abramo, 2001.



## A ROTEIRO DE PESQUISA PARA DISCENTES

### Apêndice A

(1) Em sua opinião, os assuntos de Matemática que são dados em sala de aula são:

- Muito difícil
- Nem fácil nem difícil
- Muito fácil
- Difícil
- Fácil

(2) Você acha que o uso do smartphone facilita o aprendizado em Matemática?

- Não facilita
- Facilita um pouco
- Facilita
- Facilita muito

(3) Você acha fundamental a escola ter um espaço onde se possam realizar novas metodologias para o ensino de Matemática?

- Sim
- Não

(4) O emprego dos aplicativos mobile *Calculator Graphing Geogebra* e *Geogebra 3D Graphing Calculator* melhorou o seu conhecimentos de matemática abordados?

- Não melhorou
- Melhorou pouco
- Melhorou
- Melhorou muito

(5) Gostaria outros aplicativos moveis que ajudassem em outras disciplinas que não Matemática?

- Sim
- Não

(6) Você acha que o uso dos aplicativos moveis da família Geogebra ajuda no aprendizado da disciplina matemática?

---

---

---

---

## B RELATÓRIO DE ATIVIDADES

### Apêndice B

RELATÓRIO DAS OFICINAS FEITAS COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA SECRETÁRIA MUNICIPAL DE BELÉM DO PARÁ/2018		
DATA	Nº horas/aulas	Atividades Desenvolvidas
11/04/2018	4 horas	Oficina usando os aplicativos <b>Calculator Graphing Geogebra</b> e <b>Geogebra 3D Graphing Calculator</b> para resolver problemas que caíram em concursos vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio
18/04/2018	4 horas	Oficina usando os aplicativos <b>Calculator Graphing Geogebra</b> e <b>Geogebra 3D Graphing Calculator</b> para resolver problemas que caíram em concursos vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio
Número total de professores que participaram das oficinas=32 professores		
<p><b>Resumo das atividades executadas:</b> As atividades tiveram por finalidade proporcionar aos professores o conhecimento dos aplicativos e apresentar suas potencialidades e com isso isto colher a avaliação dos mesmos para com isso aprimorar os materiais trabalhados na oficina.</p>		
<p><b>Resultados alcançados:</b> Um bom contingente de professores demonstrou interesse em conhecer as diversas ferramentas que os aplicativos proporcionam, foi elencado também através de relatos desses professores que em algumas escolas o uso do smartphone pelo aluno é proibido pelas coordenações e direções dessas instituições de ensino.</p>		

<b>RELATÓRIO DAS ATIVIDADES 2017: ESCOLA MUNICIPAL MANUELA FREITAS</b>			
Data	Nº horas/aulas	Turmas nono ano	Atividades Desenvolvidas
22/09/2017	3 horas/aulas	42304	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para Construir e resolver problemas com a função do 1º grau
29/09/2017	3 horas/aulas	42305	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para Construir e resolver problemas com a função do 1º grau
20/10/2017	3 horas/aulas	42304	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para Construir e resolver problemas com a função do 2º grau
10/11/2017	3 horas/aulas	42305	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para construir e resolver problemas com a função do 2º grau
Número total de alunos que participaram das oficinas=62 alunos			
<b>Resumo das atividades executadas</b> : A atividade teve por finalidade compreender a função polinomial do 1º grau e do 2º grau por meio da construção gráfica, nos aplicativo móvel Calculator Graphing Geogebra usando para isso a resolução de situações problemas que envolvam esses conteúdos.			
<b>Resultados alcançados</b> : Os alunos do nono ano demonstraram um grande interesse pelo uso do smartphone como ferramenta para auxiliar no entendimento da disciplina Matemática, inclusive procurando outros aplicativos que não o calculator graphing Geogebra, para auxiliarem tanto em matemática, quanto em outras matérias, podemos citar como exemplos dos aplicativos pesquisados pelos alunos o Khan Academy, o Brainly, o Truques Matemáticos e o Desmos Calculadora Gráfica.			

<b>RELATÓRIO DAS ATIVIDADES 2017/2018 E.M. JOÃO NELSON RIBEIRO</b>			
Data	Nº horas/aulas	Turmas	Atividades Desenvolvidas
05 e 19/09/2017	4 horas/aulas	33401/33402	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para cons- truir e resolver problemas com políg- onos regulares
12 e 26/09/2017	4 horas/aulas	33401/33402	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para cons- truir e resolver problemas de área de figuras planas
10 e 17/10/2017	4 horas/aulas	33401/33402	Oficina usando os aplicativo <b>Geoge- bra 3D Graphing Calculator</b> para co- nhecer os sólidos geométricos
07 e 14/11/2017	4 horas/aulas	33401/33402	Oficina usando os aplicativo <b>Geoge- bra 3D Graphing Calculator</b> para planificar os sólidos geométricos
07 e 14/03/2018	4 horas/aulas	44401/44402	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para cons- truir e resolver problemas com a fun- ção do 1º grau
04 e 11/04/2018	4 horas/aulas	44401/44402	Oficina usando os aplicativo <b>Calcula- tor Graphing Geogebra</b> para cons- truir e resolver problemas com a fun- ção do 2º grau
02 e 09/05/2018	4 horas/aulas	44401/44402	Oficina usando os aplicativo <b>Geoge- bra 3D Graphing Calculator</b> para re- solver situações problema com sól- dos geométricos
Número total de alunos que participaram das oficinas = 67 alunos			
<b>Resumo das atividades executadas</b> : As atividades tiveram por finalidade utilizar os aplicativos Calculator Graphing Geogebra e Geogebra 3D Graphing Calculator como ferramentas alternativas no processo de ensino de Matemática.			
<b>Resultados alcançados:</b> Os alunos da terceira etapa da totalidade demonstraram interesse pelo uso do smartphone como ferramenta para auxiliar no entendimento da disciplina Matemática, porém em alguns momentos percebemos o uso do smartphone pelos alunos para o entretenimento com o emprego do aplicativo whatsapp, no entanto isso em nada prejudicou o processo de aprendizagem.			

## C TUTORIAL

### Apêndice C

#### Cartilha em forma de tutorial para uso dos aplicativos mobile *Calculator Graphing Geogebra* e *Geogebra 3D Graphing Calculator*

#### MATERIAL PARA O PROFESSOR: TUTORIAL E ATIVIDADES

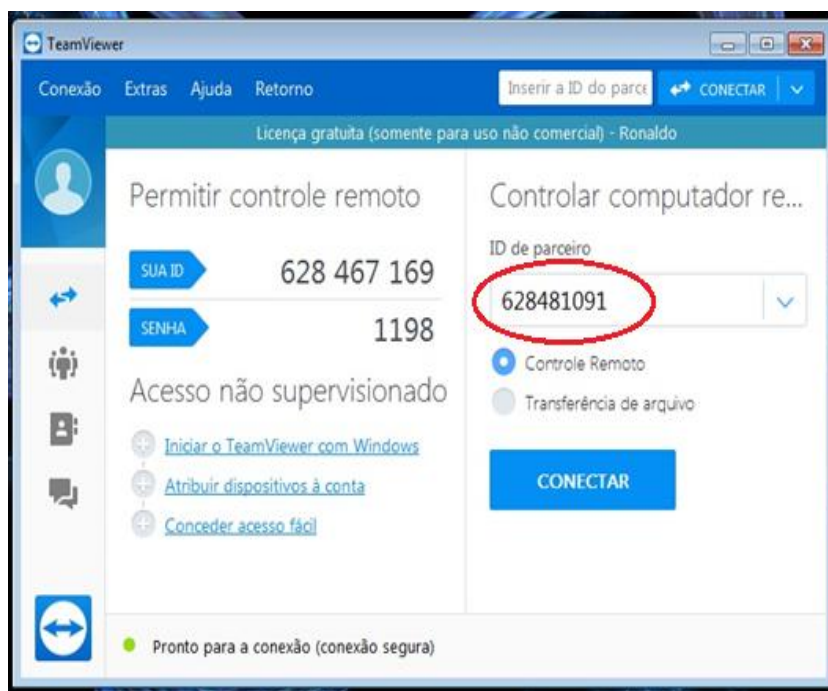
##### *Ajustes Pré-operacionais*

Inicialmente, faz-se necessário explicar, em forma de tutorial, como controlar o smartphone pelo computador, pois é preciso sincronizar a tela do dispositivo móvel no ambiente computadorizado com o intuito de realizar projeção da interface dos aplicativos *Calculator Graphing Geogebra* e *Geogebra 3D Graphing Calculator* para um público maior de participantes. Desta forma, segue-se o seguinte passo a passo:

- **1º Passo:** Realizar o download e instalar o aplicativo Team-viewer por meio do link: <https://www.tutoriaisprojetoweb.com.br/instalar-team-viewer> (windows), ou <http://www.edivaldobrito.com.br/teamviewer-no-linux-manualmente/> (Linux).
- **2º Passo:** Baixar e instalar o aplicativo TeamViewer QuickSupport no dispositivo móvel (PlayStore no Android ou AppleStore no iPhone).
- **3º Passo:** Abrir o TeamViewer QuickSupport no smartphone



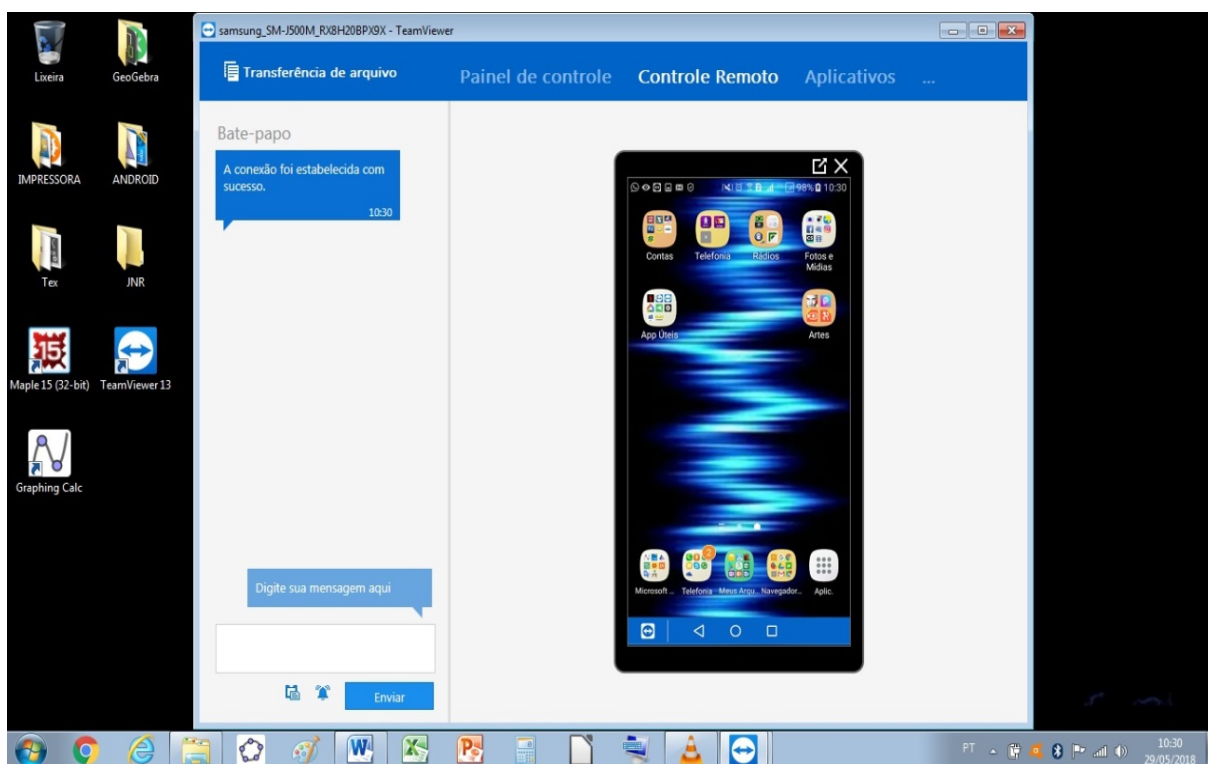
- **4º Passo:** Abrir o TeamViewer no computador



- **5º Passo:** No campo “ID do parceiro”do TeamViewer digite a ID fornecida pelo aplicativo no dispositivo móvel e clique em CONECTAR. Neste momento, aparecerá uma mensagem no smartphone solicitando permissão para conexão.



- Click em permitir e estará feita a conexão remota.



**Observação:** De preferência o computador e o smartphone devem estar conectados a mesma rede.



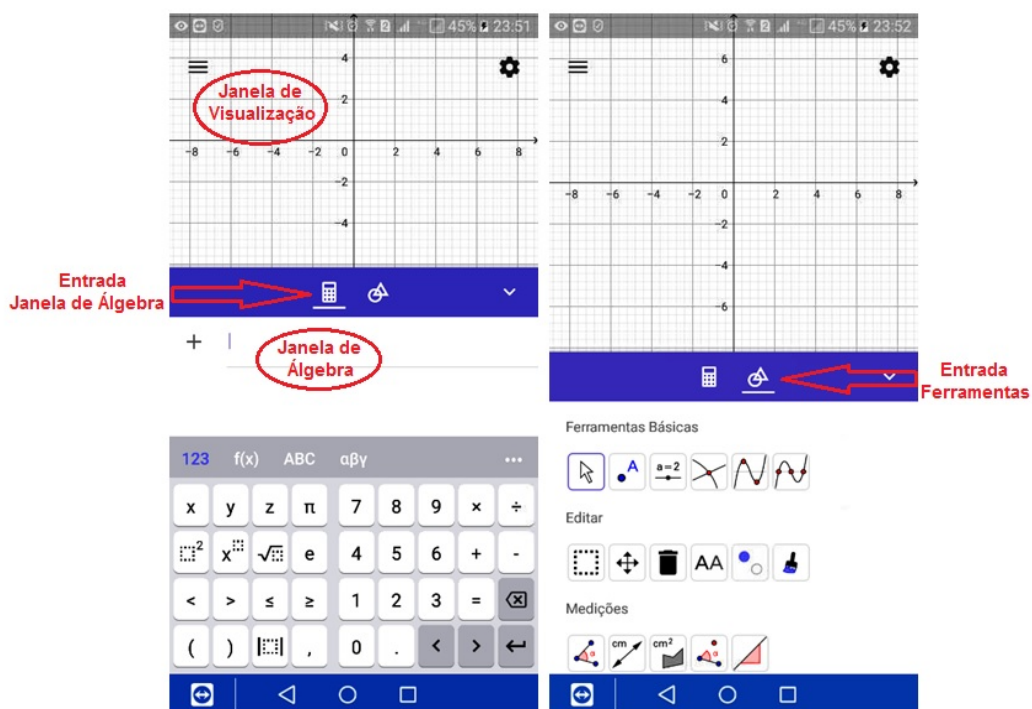
## Apresentação dos Aplicativos

Os aplicativos **Calculator Graphing Geogebra** e **Geogebra 3D Graphing Calculator** são aplicativos móveis gratuitos que oferecem a possibilidade de rodar tanto na memória interna como no cartão micro SD do smartphone e tem finalidades didáticas para ser utilizado em situações de ensino e aprendizagem de matemática. Com ele é possível realizar cálculos aritméticos, algébricos e utilizar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos. Eles podem ser baixados tanto na loja de aplicativo Play Store do software Android como no Apple Store na loja de aplicativos da Apple. Sendo que o **Geogebra 3D Graphing Calculator** no smartphone da Apple é um aplicativo de realidade aumentada.

- Conhecendo o Aplicativo **Calculator Graphing Geogebra**



Tela Inicial (Interface) do **Calculator Graphing Geogebra**:



Observa-se, na parte superior da Interface os eixos cartesianos referentes à Janela de Visualização. Aqui serão apresentados os elementos gráficos produzidos pelo usuário. Inicialmente, logo abaixo, percebe-se o ícone no formato de uma calculadora (conforme indica a seta Entrada Janela de Álgebra), para fins de digitar símbolos e equações diversas das funções matemáticas.

Ao lado do ícone referente à entrada Janela de Álgebra, observa-se outro no formato de duas figuras geométricas, que ativarão a função Ferramentas Geométricas, conforme figura da Tela Inicial.


Uma vez selecionado o botão Entrada Ferramentas, exibe-se logo abaixo um conjunto de ferramentas pré-definidas para análise e construção geométricas em duas dimensões. Cada opção tem suas especificidades em termos de uso e serão melhor detalhadas na figura a seguir:

## Ferramentas





### Ferramentas Básicas

-  → Mover
-  → Ponto
-  → Controle Deslizante
-  → Interseção de dois Objetos
-  → Otimização
-  → Raízes

### Editar

-  → Selecionar Objetos
-  → Mover Janela de Visualização
-  → Apagar
-  → Exibir/Esconder Rótulo
-  → Exibir/Esconder Objeto
-  → Copiar Estilo Visual





### Medições

-  → Ângulo
-  → Distância, Comprimento ou Perímetro
-  → Área
-  → Ângulo com Amplitude Fixa
-  → Inclinação








### Polígonos

-  → Polígono
-  → Polígono Regular
-  → Polígono Semideformável
-  → Polígono Rígido

### Círculos

-  → Círculo dados Centro e Um de seus Pontos
-  → Compasso
-  → Semicírculo Definido por Dois Pontos
-  → Círculo dados Centro e Raio
-  → Círculo definido por Três Pontos
-  → Arco Circular
-  → Arco Circuncircular
-  → Setor Circular
-  → Setor Circuncircular

### Construções

-  → Ponto Médio ou Centro
-  → Reta Perpendicular
-  → Mediatriz
-  → Reta Paralela
-  → Bissetriz
-  → Reta Tangente
-  → Lugar Geométrico

### Pontos

-  → Ponto
-  → Interseção de Dois Objetos
-  → Ponto em Objeto
-  → Vincular / Desvincular Pontos
-  → Otimização
-  → Raízes
-  → Número Complexo

### Retas

-  → Segmento
-  → Reta
-  → Semirreta
-  → Vetor
-  → Segmento com Comprimento Fixo
-  → Vetor a Partir de um Ponto
-  → Reta Polar ou Diametral
-  → Caminho Poligonal
-  → Reta de Regressão Linear

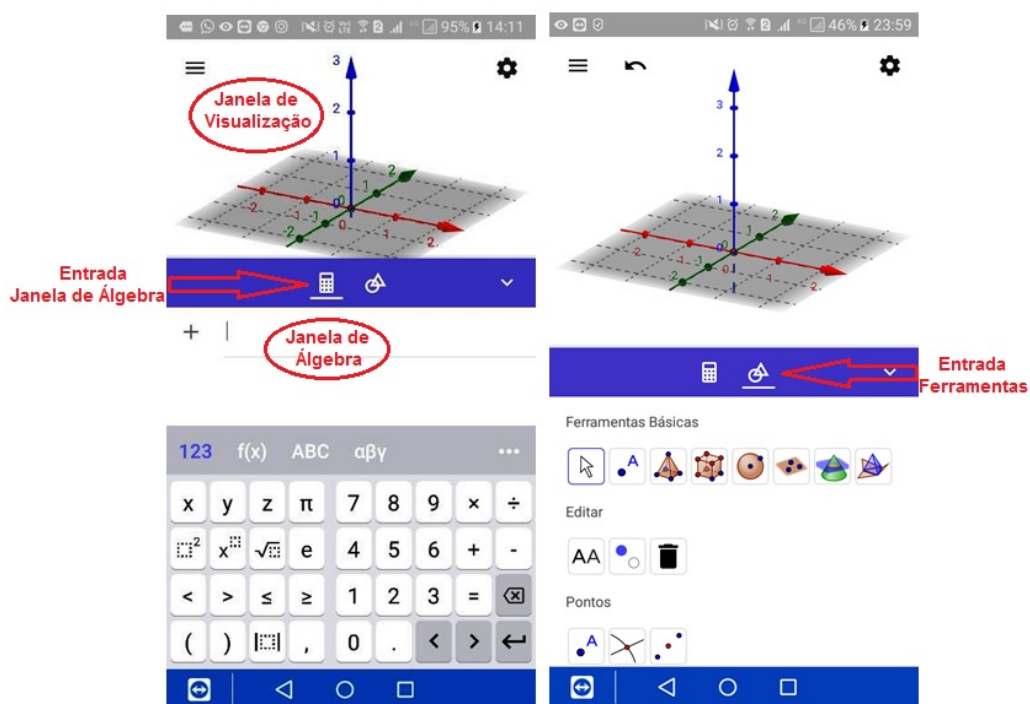
### Cônicas

-  → Elipse
-  → Cônica por Cinco Pontos
-  → Parábola
-  → Hipérbole

- Interface do Aplicativo **Geogebra 3D Graphing Calculator**



## Interface



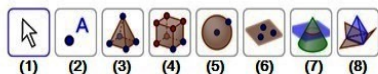
Agora observamos que na Janela de Visualização temos um eixo cartesiano em três dimensões. Aqui serão apresentados os elementos gráficos produzidos em três dimensões pelo usuário. Inicialmente, logo abaixo, percebe-se o ícone no formato de uma calculadora (conforme indica a seta Entrada Janela de Álgebra), para fins de digitar símbolos e equações diversas das funções matemáticas.

Ao lado do ícone referente à entrada Janela de Álgebra, observa-se outro no formato de duas figuras geométricas, que ativarão a função Ferramentas Geométricas, conforme figura da Interface.

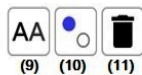
Uma vez selecionado o botão Entrada Ferramentas, exibe-se logo abaixo um conjunto de ferramentas pré-definidas para análise e construção geométricas em três dimensões. Cada opção tem suas especificidades em termos de uso e serão melhor detalhadas na figura a seguir:

## Ferramentas

### Ferramentas Básicas



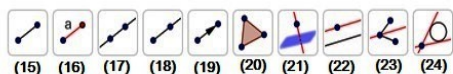
### Editar



### Pontos



### Retas e Polígonos



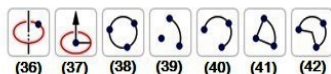
### Sólidos



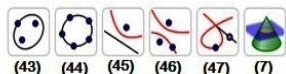
### Planos



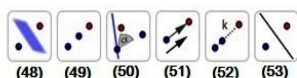
### Círculos



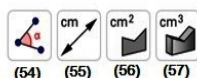
### Curvas



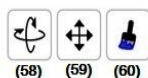
### Transformar



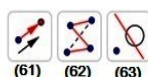
### Medições



### Outras



### Retas Especiais



(1) - Mover

(2) - Ponto

(3) - Pirâmide

(4) - Cubo

(5) - Esfera dados Centro e Um de Seus Pontos

(6) - Plano por três pontos

(7) - Interseção de Duas Superfícies

(8) - Planificação

(9) - Exibir / Esconder Rótulo

(10) - Exibir / Esconder Objeto

(11) - Apagar

(12) - Ponto

(13) - Interseseção de Dois Objetos

(14) - Ponto Médio ou Centro

(15) - Segmento

(16) - Segmento com Comprimento Fixo

(17) - Reta

(18) - Semirreta

(19) - Vetor

(20) - Polígono

(21) - Reta Perpendicular

(22) - Reta Paralela

(23) - Bissetriz

(24) - Reta Tangente

(25) - Prisma

(26) - Tetraedro

(27) - Esfera dado Centro e Raio

(28) - Cone

(29) - Cilindro

(30) - Fazer extrusão para Pirâmide ou Cone

(31) - Fazer extrusão para Prisma ou Cilindro

(32) - Planos por três pontos

(33) - Plano

(34) - Plano Paralelo

(35) - Plano Perpendicular

(36) - Círculo dados Eixo e Um de seus Pontos

(37) - Círculo (Centro - Raio + Direção)

(38) - Círculo definido por três Pontos

(39) - Arco Circular

(40) - Arco Circuncircular

(41) - Setor Circular

(42) - Setor Circuncircular

(43) - Elipse

(44) - Cônica por Cinco Pontos

(45) - Parábola

(46) - Hipérbole

(47) - Lugar Geométrico

(48) - Reflexão por Um Plano

(49) - Reflexão em Relação a um Ponto

(50) - Girar em torno de Uma Reta

(51) - Translação por um Vetor

(52) - Homotetia

(53) - Reflexão em Relação a uma Reta

(54) - Ângulo

(55) - Distância, Comprimento ou Perímetro

(56) - Área

(57) - Volume

(58) - Girar Janela de Visualização 3D

(59) - Mover Janela de Visualização

(60) - Copiar Estilo Visual

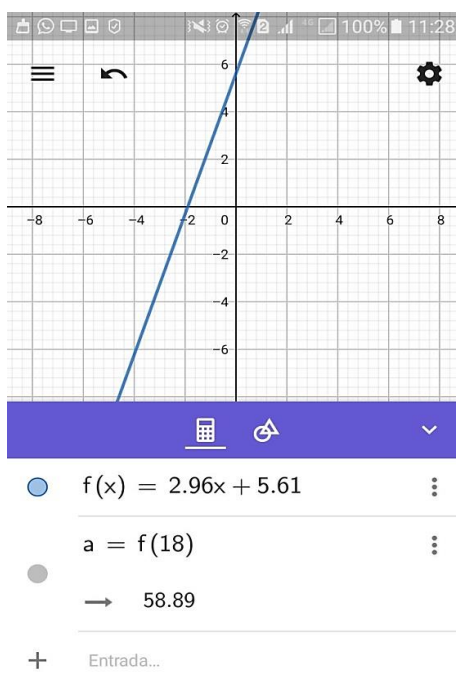
(61) - Vetor a Partir de um Ponto

(62) - Caminho Poligonal

(63) - Reta Polar ou Diametral

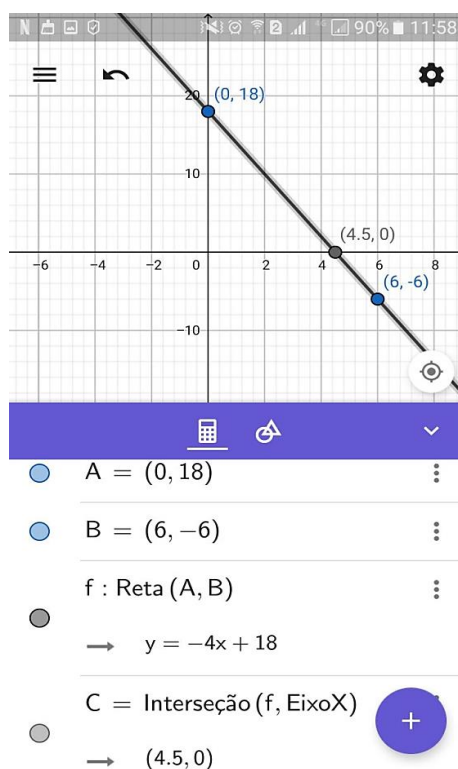
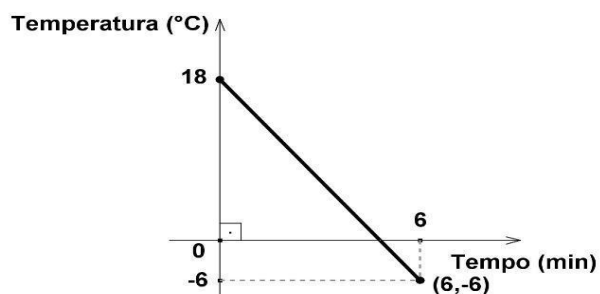
**Exercícios Propostos: Resolvidos com *Calculator Graphing Geogebra***

(1)(UnB-DF:Adaptada) Um motorista de táxi em Belém-PA cobra R\$5,61 de bandeirada (valor fixo) mais R\$ 2,96 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.



Resposta: Na Janela de Álgebra digite a função  $f(x) = 2.96x + 5.61$  e depois digite  $f(18)$  obtendo o valor de 58.89 que será o valor pago em reais pela corrida.

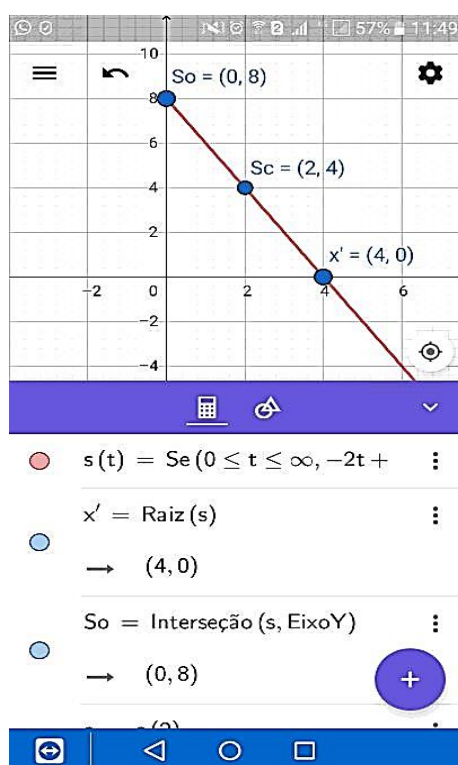
(2) Uma barra de ferro foi aquecida até uma temperatura de  $18^{\circ}\text{C}$  e a seguir foi resfriada até a temperatura de  $-6^{\circ}\text{C}$ . O gráfico mostra a temperatura da barra em função do tempo. Depois de quanto tempo, após o início do resfriamento, a temperatura da barra atingiu  $0^{\circ}\text{C}$ ?



Resposta: Na janela de Álgebra vamos determinar o ponto  $A$  e  $B$ , depois com a ferramenta Reta construiremos a reta que passa por  $A$  e  $B$  e usaremos a ferramenta Interseção de Dois Objetos e com ele vamos marcar a interseção da reta com o eixo  $X$  e assim encontraremos o tempo de 4.5 minutos para a barra atingir  $0^{\circ}\text{C}$ .

(3) Sabendo que a equação da reta que representa o movimento retilíneo uniforme de um corpo é  $s = v \times t + s_o$  onde  $s$  é a posição do corpo no instante  $t$ ,  $v$  é a velocidade do corpo e  $s_o$  é o local de onde o corpo partiu e tendo um corpo que obedece a seguinte equação  $s = -2 \times t + 8$  ( $s$  em metros,  $t$  em segundos e  $v$  em metros/segundo), determine:

- O gráfico da posição  $s$  do corpo em função do tempo  $t$ ;
- O instante que o corpo passa pela origem das posições

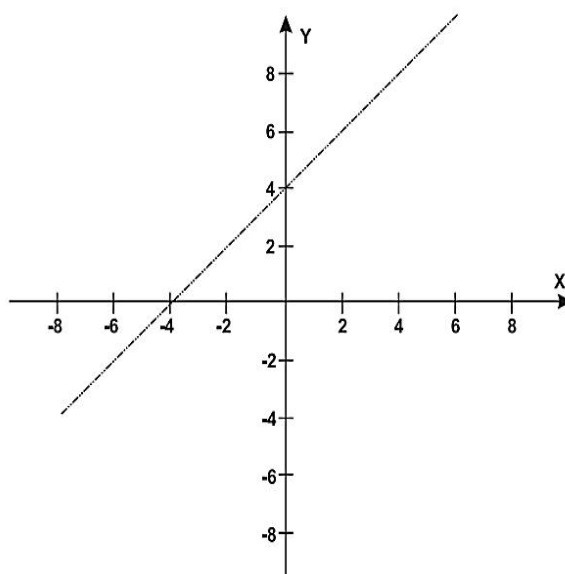


Resposta:

- Primeiro na janela de álgebra digitaremos a função  $s(t) = -2t + 8$  dessa forma  $s(t) = \text{Função}[-2t + 8, 0, \infty]$  e assim determinaremos o gráfico da posição em função do tempo.
- Para determinarmos o instante que o corpo passa pela origem das posições usaremos a ferramenta Interseção de Dois Objetos e com ele vamos marcar a interseção do gráfico determinado no item (a) com o eixo X, dessa forma concluiremos que o corpo leva quatro segundos para passar na origem das posições.

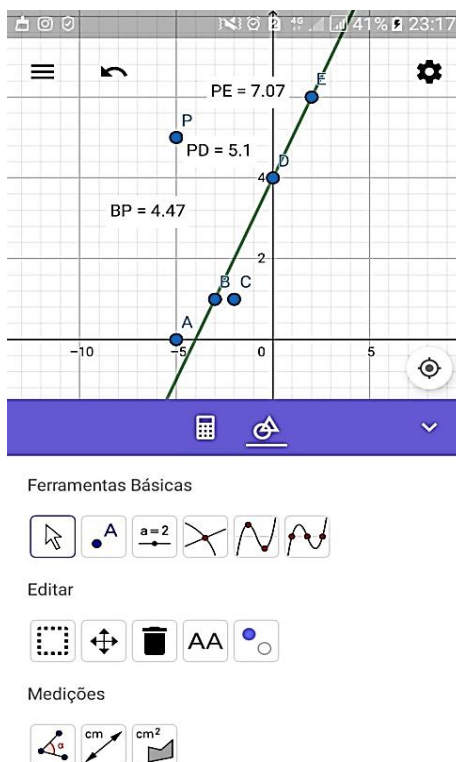


(4) (ENEM/2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



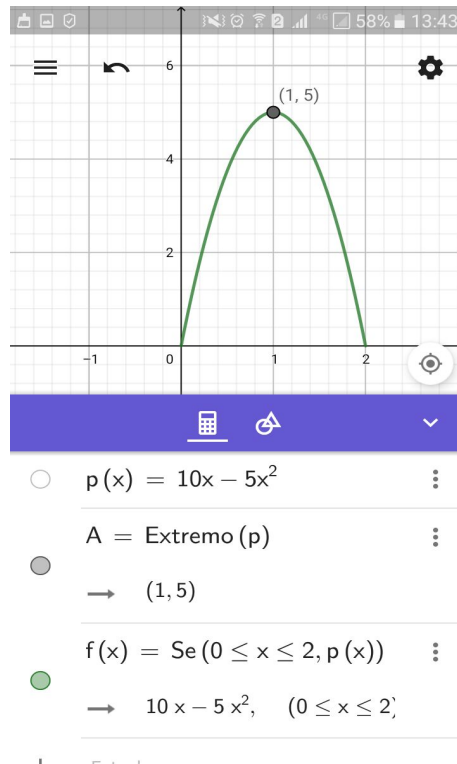
A reta de equação  $y = x + 4$  representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto  $P = (-5, 5)$ , localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que  $5\text{km}$ . Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto.

- (a)  $(-5, 0)$
- (b)  $(-3, 1)$
- (c)  $(-2, 1)$
- (d)  $(0, 4)$
- (e)  $(2, 6)$



Resposta: Primeiro vamos digitar na janela de álgebra digitaremos  $y=x+4$  e depois determinares os pontos A, B, C, D e E, logo percebemos que os pontos A e C não pertencem a reta e depois com a ferramenta distância determinaremos BP, PD, PE e perceberemos que só BP atende as condições pedidas logo a alternativa correta é a **b**.

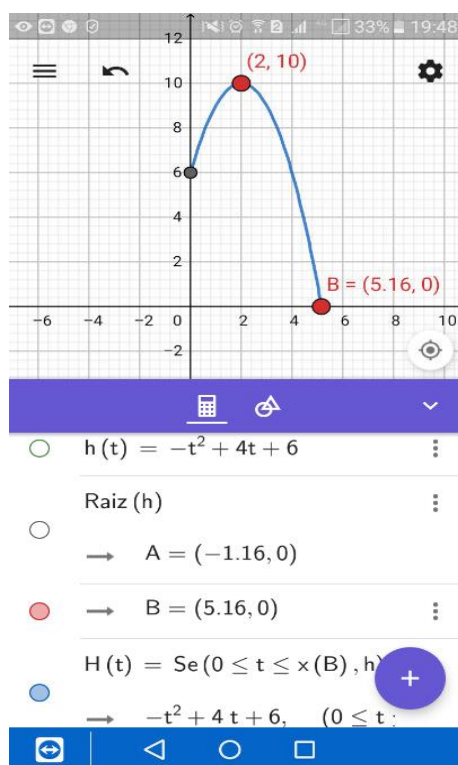
(5) A potência elétrica lançada num circuito por um gerador é expressa por:  $P(i) = 10i - 5i^2$  (no Sistema Internacional de medidas), onde  $i$  é a intensidade da corrente elétrica. Calcule a intensidade da corrente elétrica para que se possa obter a potência máxima do gerador.



Resposta: Primeiro na janela de álgebra digitaremos a função  $P(x) = 10x - 5x^2$  dessa forma  $P(x) = \text{Função}[10x - 5x^2, 0, 2]$ , pois é no intervalo  $[0, 2]$  que a função representa o fenômeno proposto e com a ferramenta Otimização vamos determinar o extremo da função  $P(x)$  que é o ponto  $(1, 5)$  onde 1 é o maior valor possível para corrente elétrica, logo 1 **ampere** é a corrente para obtermos a potência elétrica máxima de 5 **watt**.

(6) Uma bola é lançada ao ar. Suponha que sua altura  $h$ , em metros,  $t$  segundos após o lançamento seja  $h(t) = -t^2 + 4t + 6$  (Observação: no Sistema Internacional de medidas)

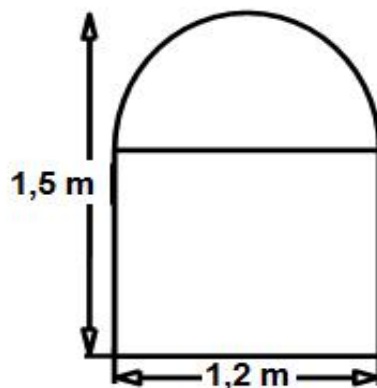
- (a) Qual é o tempo que a bola leva para atingir à altura máxima?
- (b) Qual a altura máxima atingida pela bola?



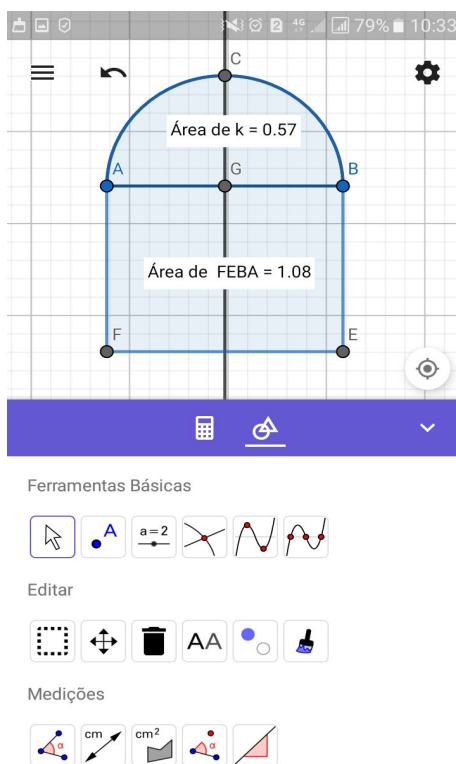
Resposta: Primeiro na janela de álgebra digitaremos a função  $h(t) = -t^2 + 4t + 6$  de então escreveremos  $H(t) = \text{Função}[h(t), 0, 5.16]$ , pois é no intervalo  $[0, 5.16]$  que a função representa o fenômeno proposto e com a ferramenta Otimização vamos determinar o extremo da função  $H(t)$  que é o ponto  $(2, 10)$  onde 2 é o tempo que a bola leva para atingir à altura máxima e 10 é a altura máxima da bola.

- (a) 2 segundos
- (b) 10 metros

(7) (UFJF-MG) Uma janela foi construída com a parte inferior retangular e a parte superior no formato de um semicírculo, como mostra a figura abaixo. Se a base da janela mede 1,2 metros e a altura total 1,5 m, dentre os valores abaixo, o que melhor aproxima a área total da janela, em metros quadrados, é:



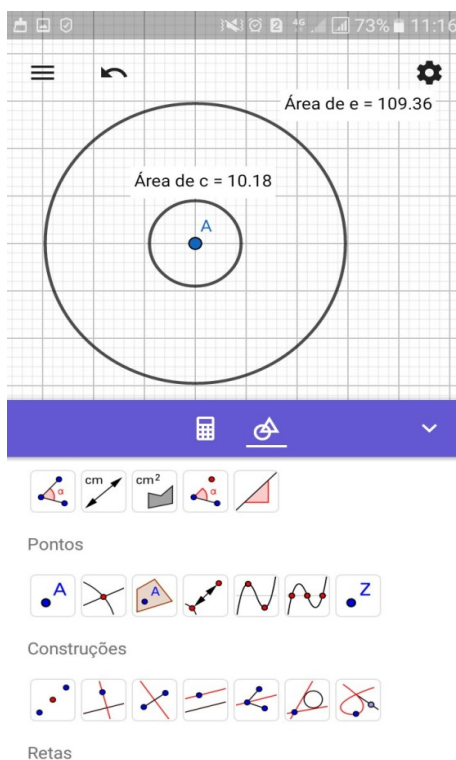
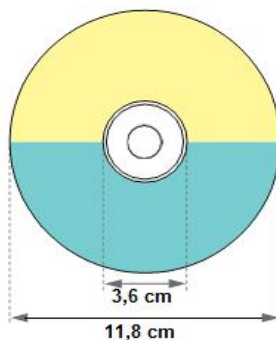
- (a)  $1,40m^2$
- (b)  $1,65m^2$
- (c)  $1,85m^2$
- (d)  $2,21m^2$
- (e)  $2,62m^2$



Resposta: Como o Raio do semicírculo é  $0,6m$  temos que a altura do retângulo é  $0,9m$  construiremos então um retângulo de base  $1,2m$  e altura  $0,6m$  e temos um semicírculo de  $0,6m$  de raio com o aplicativo e logo após mediremos a área de cada figura com o próprio aplicativo.

$$0,57m^2 + 1,08m^2 = 1,65m^2 \text{ (Letra b)}$$

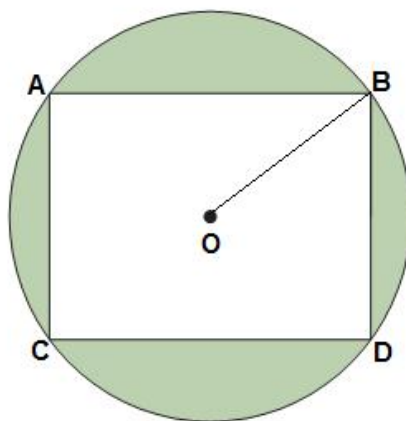
(8) (UFMT-MT) A etiqueta do CD mostrado na figura tem a forma de uma coroa circular cujo diâmetro da circunferência externa mede  $11,8\text{ cm}$  e o da circunferência interna,  $3,6\text{ cm}$ . Determine o número inteiro mais próximo da medida (em  $\text{cm}^2$ ) da área da etiqueta.



Resposta: Usando o aplicativo determinaremos o raio dos dois círculos e depois construiremos os dois círculos e com o aplicativo verificaremos a área dos respectivos círculos com o aplicativo. Com a ferramenta Área determinamos as áreas dos círculos e usando a calculadora do aplicativo chegamos ao resultado de:

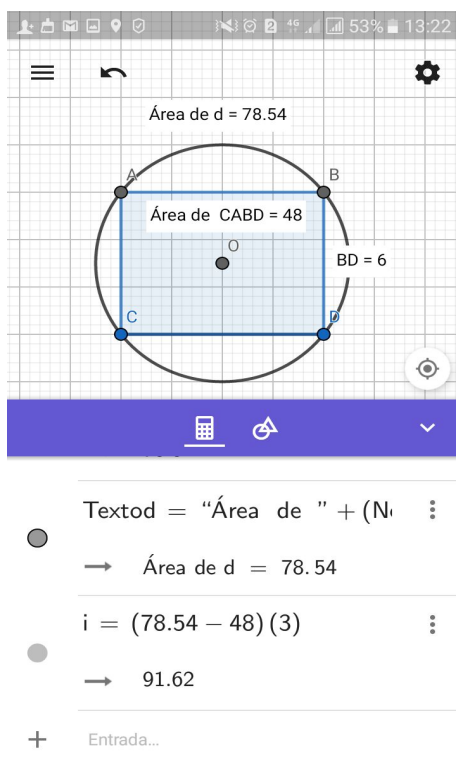
$$109,36\text{cm}^2 - 10,18\text{cm}^2 = 99,18\text{cm}^2 \text{ o inteiro mais próximo é } 99\text{cm}^2.$$

(9) (VUNESP-SP) A figura representa um canteiro de forma circular com 5 metros de raio. O canteiro tem uma região retangular que se destina à plantação de flores e outra região, sombreada na figura, na qual se plantará grama. Na figura,  $O$  é o centro do círculo,  $OB$  é o raio, o retângulo está inscrito no círculo e  $CD$  mede 8 metros.



- Determine a medida do lado  $BD$  e a área da região retangular destinada à plantação de flores.
- Sabendo-se que o metro quadrado de grama custa  $R\$3,00$ , determine quantos reais serão gastos em grama.





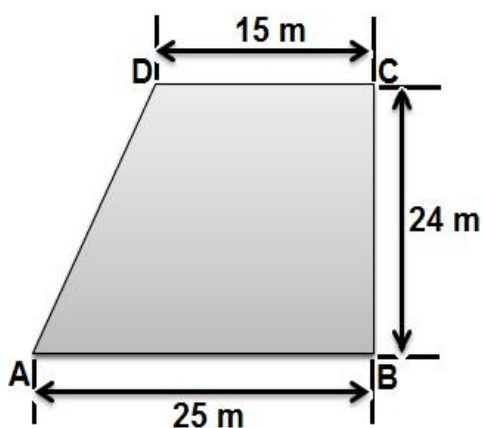
Respostas: Vamos primeiro construir um triângulo retângulo de cateto 8 e hipotenusa 10, pois a hipotenusa é o diâmetro do círculo a partir daí completa a figura formando o retângulo e o círculo com a ferramenta Área do aplicativo determina-se o que é pedido.

- (a) Com a ferramenta Distância determinamos a medida do Lado BD que é 6 metros e a Área do retângulo é  $48m^2$
- (b) Usando a própria calculadora do aplicativo determinamos

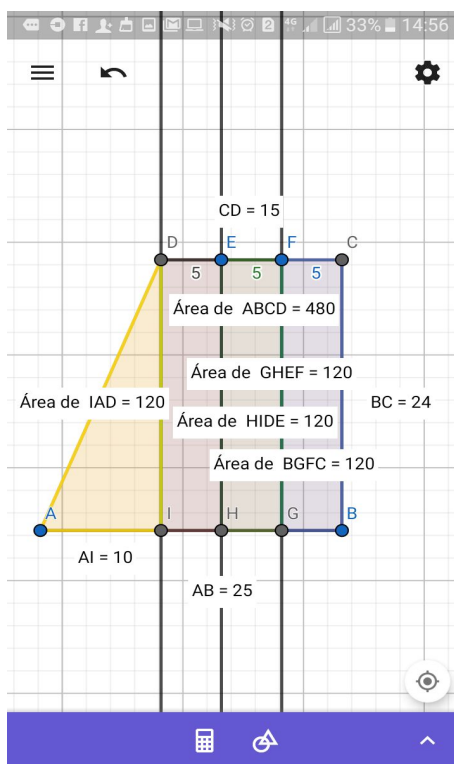
$$(78,54 - 48) \times 3 = 91,62$$

Serão gastos R\$ 91,62 em grama.

(10) (UNICAMP-SP) Um terreno tem a forma de um trapézio retangular ABCD, conforme mostra a figura:



- (a) Se cada metro quadrado desse terreno vale R\$50,00, qual é o valor total do terreno?
- (b) Divida o trapézio ABCD em quatro partes de mesma área, por meio de três segmentos paralelos ao lado BC. Faça uma figura para ilustrar sua resposta, indicando nela as dimensões das divisões no lado AB.

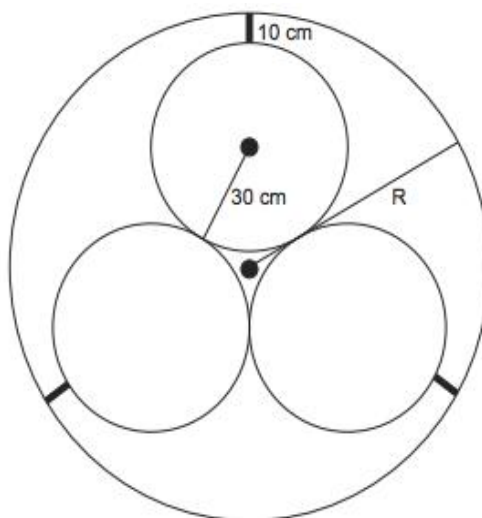


Respostas:

- (a) Desenhado um triângulo retângulo de catetos 10 e 24 e depois um retângulo de base 15 e altura 24 e utilizando a ferramenta de área determinamos que a área do trapézio é igual a  $480m^2$  e multiplicando por 50 temos  $R\$24.000,00$  como resposta.
- (b) Dividindo 480 por 4 com a calculadora do aplicativo e o resultado por 24 temos que a base de cada retângulo menor é 5.

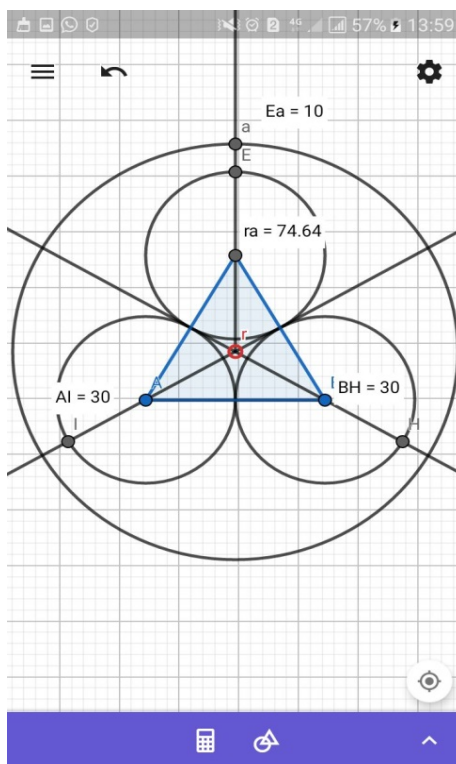
(11) (ENEM/2013) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo  $30\text{cm}$ , são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida  $R$ . Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de  $10\text{cm}$  entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:

Utilize  $1,7$  como aproximação para  $\sqrt{3}$ .



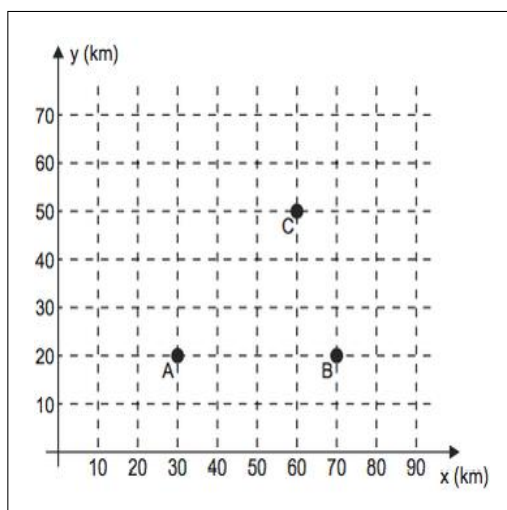
O valor de  $R$ , em centímetros, é igual a:

- a) 64,0.
- b) 65,5.
- c) 74,0.
- d) 81,0.
- e) 91,0.



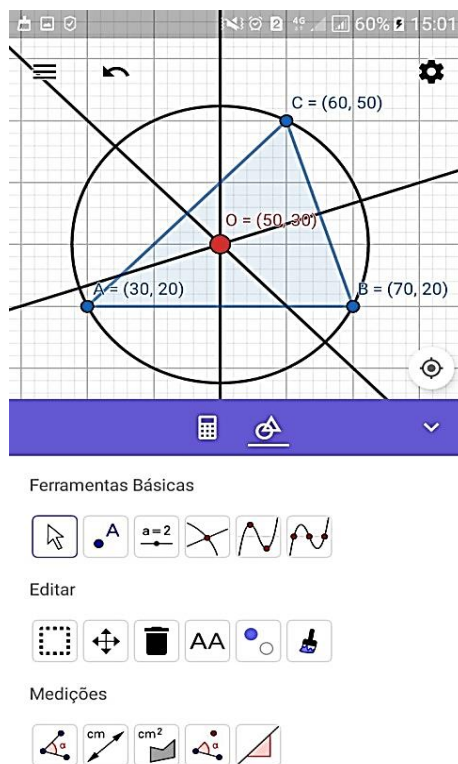
Resposta: Primeiro construiremos o triângulo de lado 60, depois circunferências de raio 30 com centro nos vértices do triângulo e traçaremos duas mediatrizes nos lados do triângulo e o encontro delas será o centro da circunferência maior traçaremos agora uma semirreta desse centro passando por um dos vértices do triângulo e marcaremos a interseção dessa semirreta com a circunferência construída nesse vértice e a partir desse ponto mediremos 10 e construiremos a circunferência maior e então com a ferramenta distancia mediremos o raio dessa circunferência que é 74,64 logo a alternativa correta é a letra C.

(12) (ENEM/2013) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



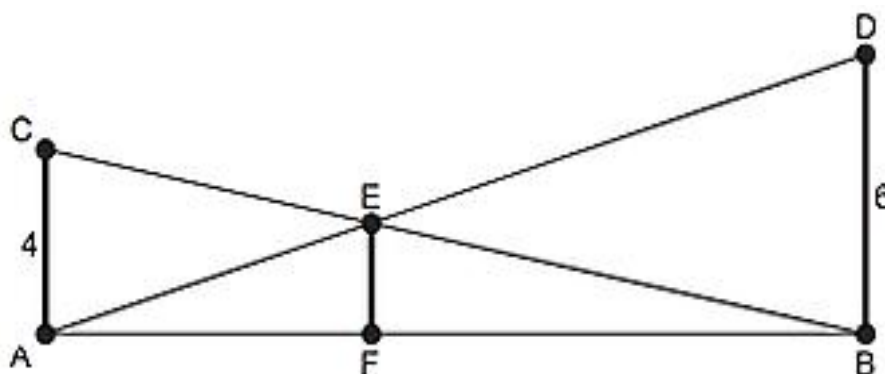
A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas. O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas

- a) (65;35).
- b) (53;30).
- c) (45;35).
- d) (50;20).
- e) (50;30).



Resposta: Primeiro marcamos os vértices do triângulo e depois traçaremos o triângulo e vamos traçar as mediatrizes desse triângulo e usando a ferramenta interseção de dois objetos marcamos o encontro dessas mediatrizes, pois esse é o ponto pedido no exercício (centro da circunferência circunscrita, como mostra a figura), então a alternativa correta é a letra E.

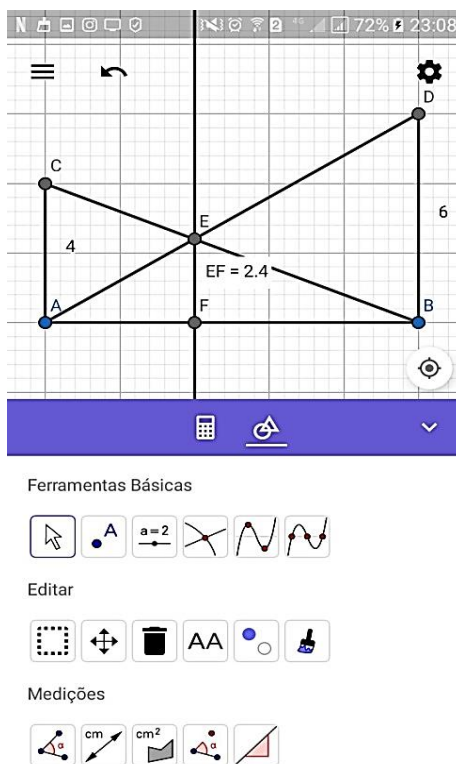
(13) (ENEM/2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a  $6m$  e  $4m$ . A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos  $AC$  e  $BD$  e a haste é representada pelo segmento  $EF$ , todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta  $AB$ . Os segmentos  $AD$  e  $BC$  representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste  $EF$ ?

- a)  $1m$
- b)  $2m$
- c)  $2,4m$
- d)  $3m$
- e)  $2\sqrt{6} m$

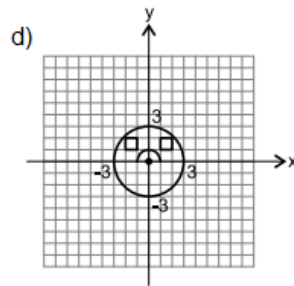
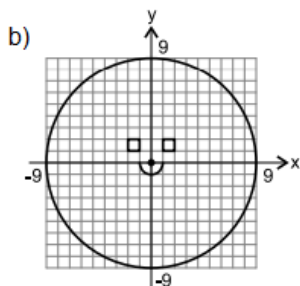
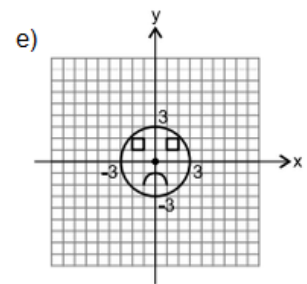
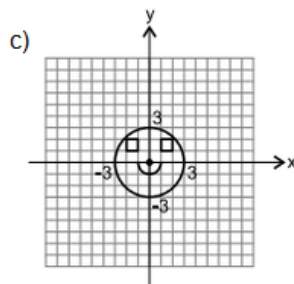
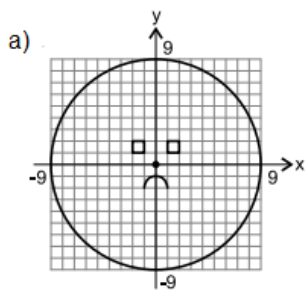


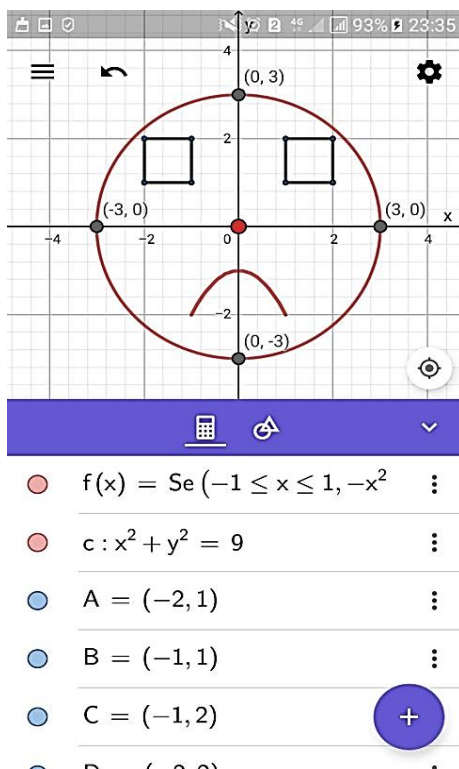


Resposta: Construiremos um segmento  $AB$  de medida qualquer, depois faremos os segmentos  $BD=6$  e  $AC=4$ , vamos traçar  $AD$  e  $BD$ , com a ferramenta interseção vamos determinar o ponto  $E$ , com a ferramenta reta perpendicular traçaremos uma perpendicular a  $AB$  passando por  $E$  e marcaremos o ponto  $F$  com a ferramenta distancia determinaremos  $EF=2,4$  letra  $C$ .

(14) (ENEM/2013) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y)$  e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

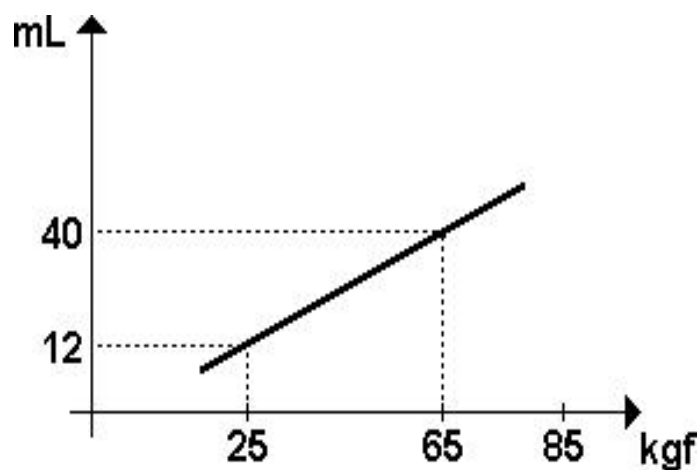
- I. É a circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 9$ ;
- II. É a parábola de equação  $y = -x^2 - 1$ , com  $x$  variando de  $-1$  a  $1$ ;
- III. É o quadrado formado pelos vértices  $(-2, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-1, 2)$  e  $(-2, 2)$ ;
- IV. É o quadrado formado pelos vértices  $(1, 1)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 2)$  e  $(1, 2)$ ;
- V. É o ponto  $(0, 0)$ .





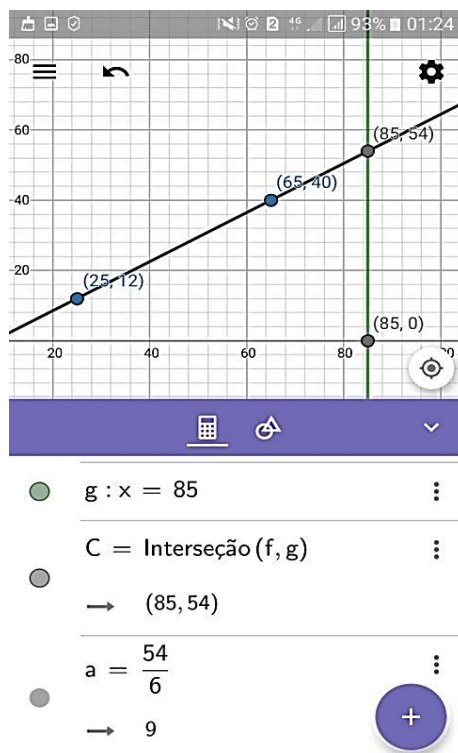
Resposta: Usaremos a janela de álgebra escrevendo as funções e escrevendo os pontos dados para determinarmos o gráfico pedido e observamos que a alternativa correta é a letra E.

(15) (UFRN) Na figura a seguir, tem-se o gráfico de uma reta que representa a quantidade, medida em mL, de um medicamento que uma pessoa deve tomar em função de seu peso, dado em kgf, para tratamento de determinada infecção. O medicamento deverá ser aplicado em seis doses.



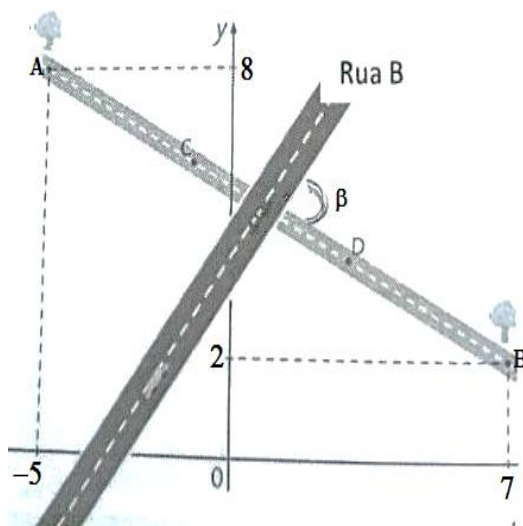
Assim, uma pessoa que pesa  $85\text{kgf}$  receberá em cada dose:

- a) 7 mL
- b) 9 mL
- c) 8 mL
- d) 10 mL

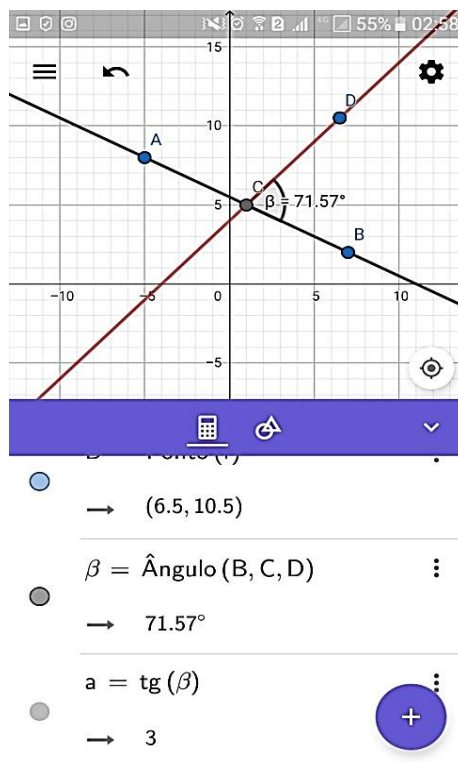


Resposta: Marcaremos os pontos (25, 12) e (65, 40), depois com a ferramenta reta traçaremos a reta que passa por estes pontos e na janela de álgebra digitaremos  $x = 85$  e com a ferramenta interseção entre dois objetos vamos determinar o ponto (85, 54) e após encontrar a ordenada 54 é só dividir pela quantidade de doses e encontraremos como resposta a alternativa B.

(16) (IFPA/2018) É comum nas cidades haver ruas se cruzando sem que tenhamos o ângulo de  $90^\circ$  entre elas. Na figura abaixo há 2 ruas nesta situação, formando um ângulo  $c$  entre elas. Sabendo que  $x - y + 4 = 0$  é a equação da reta que representa a Rua B por onde está passando os carros, qual é a tangente do ângulo  $\beta$ ?

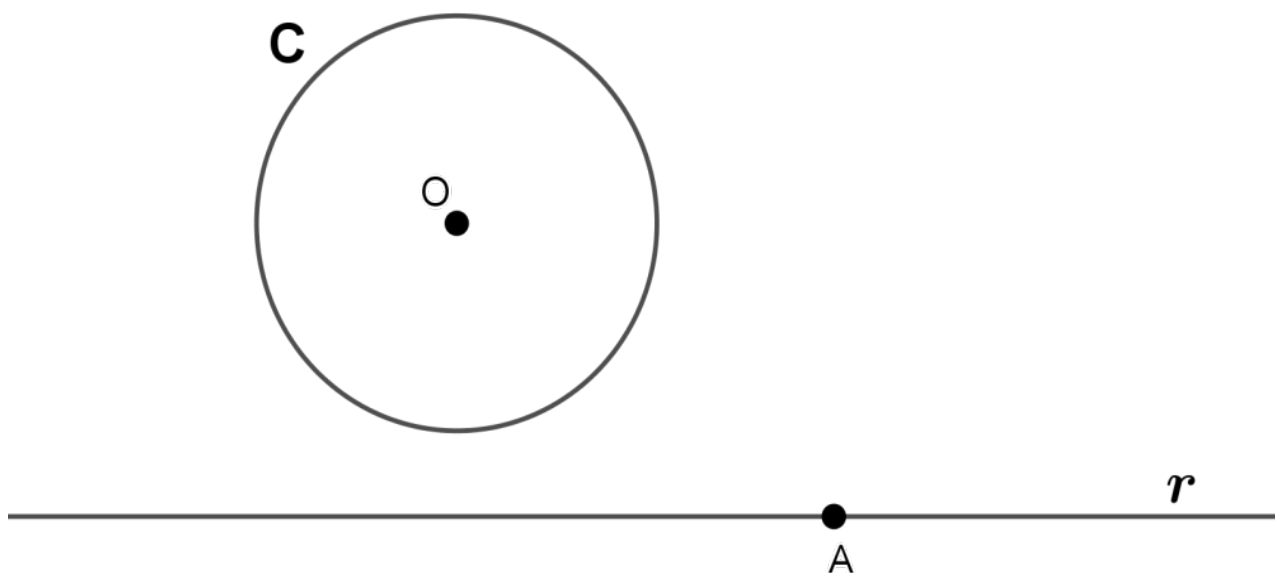


- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

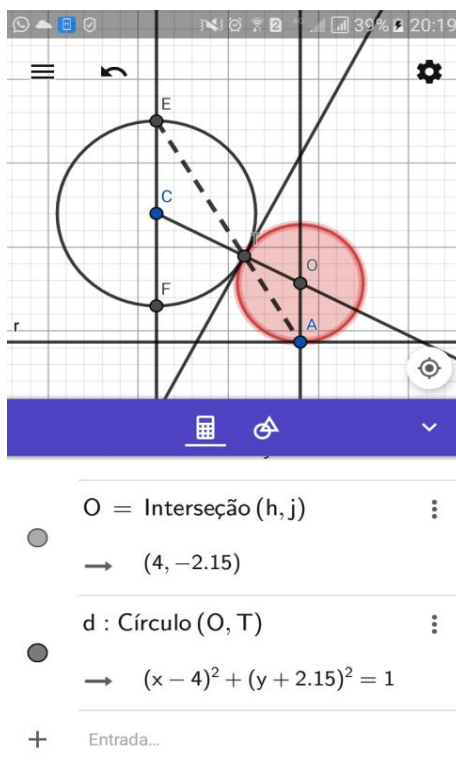


Resposta: primeiramente na janela de álgebra digitaremos a equação da reta B, depois marcaremos os pontos  $(7, 2)$  e  $(-5, 8)$  e com a ferramenta reta construiremos a reta que passa por esses pontos e com a ferramenta ângulo mediremos o ângulo  $\beta$  e na janela de álgebra mediremos a tangente de  $\beta$ , letra **A**.

(17) São dados um círculo  $C$ , uma reta  $r$  e um ponto  $A$  sobre  $r$  e um ponto  $A$  sobre  $r$  de acordo com a figura abaixo. Construa um Círculo  $C'$ , tangente exteriormente a  $C$  e tangente em  $A$  à reta  $r$ .

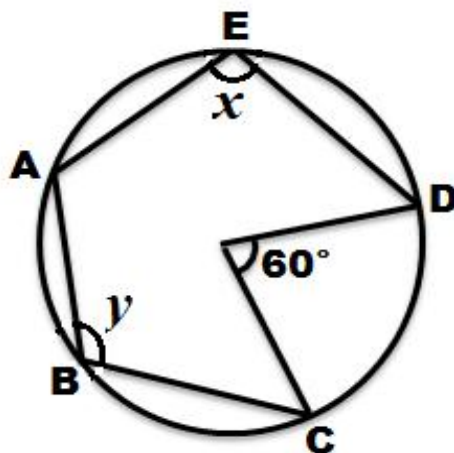




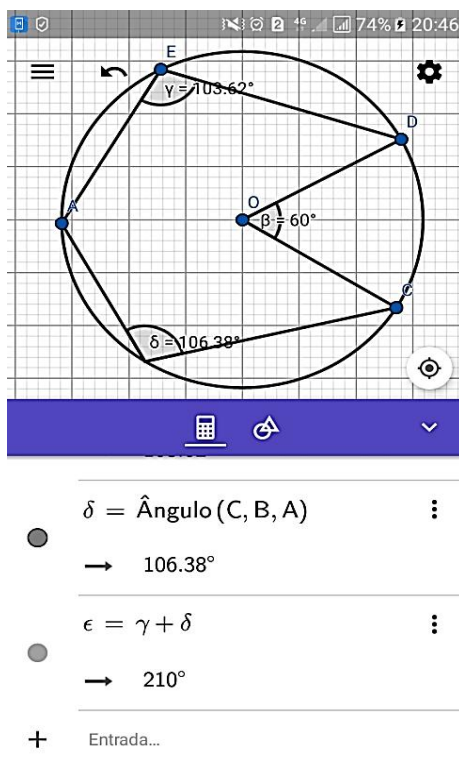


Resposta: Primeiro com a ferramenta reta perpendicular vamos traçar uma perpendicular a reta  $r$  que passe pelo centro da circunferência  $C$  e com a ferramenta Interseção de dois objetos determinaremos o ponto  $E$  e a partir desse ponto com a ferramenta segmento determinaremos o segmento  $EA$  e a interseção desse segmento com a circunferência  $C$  é um ponto de tangência da circunferência pedida, agora com a ferramenta reta perpendicular traçaremos uma perpendicular a reta  $r$  passando pelo ponto  $A$ , com a ferramenta semirreta traçaremos uma semirreta partindo do centro da circunferência  $C$  e pelo ponto de tangência e o encontro dessa semirreta com a reta perpendicular que parte de  $A$  é o centro da circunferência pedida e com a ferramenta círculo dados centro e um de seus pontos determinaremos o círculo pedido.

(18) O pentágono  $ABCDE$  abaixo está inscrito em uma circunferência de centro  $O$ . O ângulo central  $\widehat{COD}$  mede  $60^\circ$ . Então o valor de  $x + y$  é:

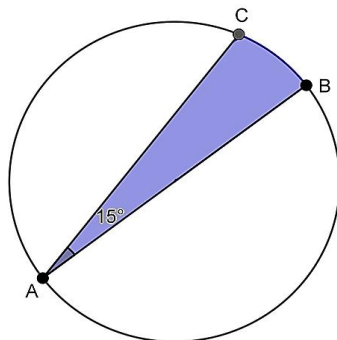


- a) 180
- b) 190
- c) 200
- d) 210

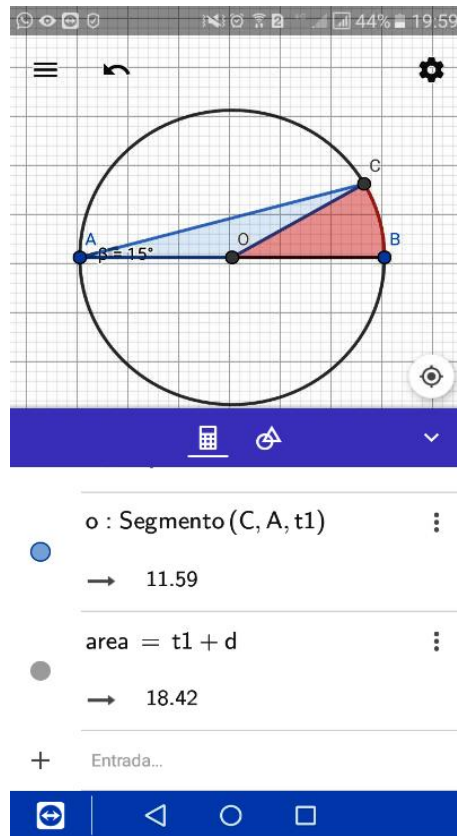


Resposta: Primeiro construiremos uma circunferência com a ferramenta Círculo dados o centro e um de seus pontos, e a partir desse ponto da circunferência vamos marcar o ângulo de  $60^\circ$  com a ferramenta ângulo com amplitude fixa então marcaremos mais três pontos sobre a circunferência e depois construiremos o pentágono agora com a ferramenta ângulo mediremos os ângulos pedidos e na janela de álgebra somaremos os ângulos pedidos e chegaremos a resposta  $210^\circ$ .

(19) VUNESP - O segmento  $AB$  da figura passa pelo centro do círculo e mede  $12\text{cm}$ . O ângulo  $\widehat{BAC}$  é de  $15^\circ$ . A área da região sombreada é igual a:



- a)  $1,5 \times \pi$
- b)  $3 \times \pi$
- c)  $2 \times (4 + \pi)$
- d)  $6 \times (3 + 2 \times \pi)$
- e)  $3 \times (3 + \pi)$



Resposta: Usando a ferramenta segmento com comprimento fixo determinaremos  $AB = 12$  e com a ferramenta ponto médio determinaremos o ponto médio entre  $A$  e  $B$ , depois construiremos com a ferramenta círculo dado o centro e um dos seus pontos uma circunferência com centro no ponto médio de  $AB$  e com  $A$  sendo um dos pontos dessa circunferência após essa construção marcaremos com a ferramenta Ângulo com amplitude fixa o ângulo  $\widehat{BAC}$  de  $15^\circ$  e com a ferramenta segmento determinaremos o segmento  $AC$  e assim determinaremos a área pedida com as ferramentas setor circular  $\widehat{BOC}$  e polígono  $OAC$  agora usando a janela de álgebra somaremos e encontraremos 18,42, ou seja, Letra **(E)**.

**Exercícios Propostos: resolvidos com Geogebra 3D Graphing Calculator**

Abra o aplicativo mobile geogebra 3d graphing calculator e uma vez na área de trabalho, leia atentamente os problemas propostos e identifique os dados mencionados seguindo alguns conceitos formais do estudo dos sólidos geométricos.

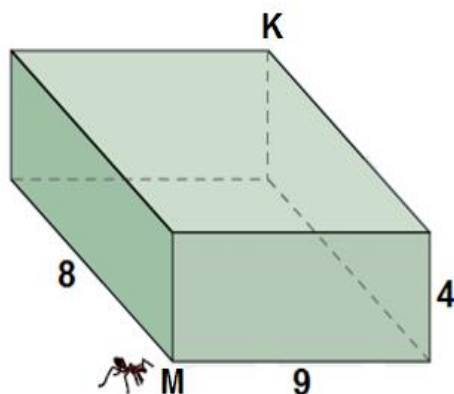
(1) Um tanque de combustível tem a forma de um poliedro convexo que tem seis faces quadradas. Sabendo as arestas desse poliedro medem dois metros, determine a capacidade desse tanque de combustível.

Dado:  $1m^3 = 1000$  litros

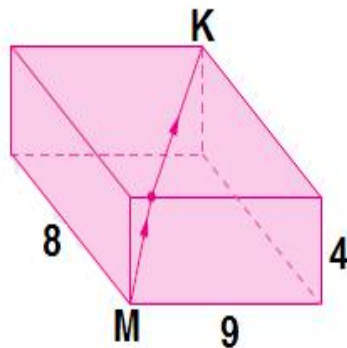


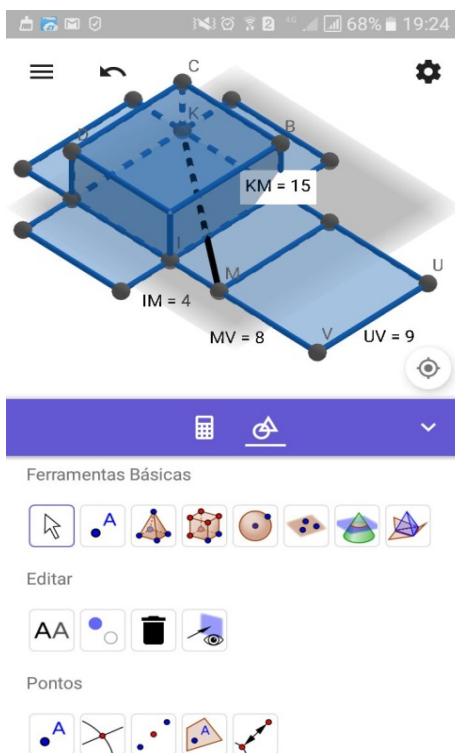
Resposta: Usando o seguimento de comprimento fixo com medida de 2 e depois a ferramenta cubo encontraremos através da ferramenta volume o volume do poliedro igual a 8 e multiplicando por 1000 determinamos que a capacidade do tanque é de 8000 litros.

(2) (UFPE) Uma formiga (ignore seu tamanho) encontra-se no vértice  $M$  do paralelepípedo reto ilustrado a abaixo. Qual a menor distância que ela precisa percorrer para chegar ao vértice  $K$  (caminhando sobre a superfície do paralelepípedo)?



Resolução: Caminho da formiga

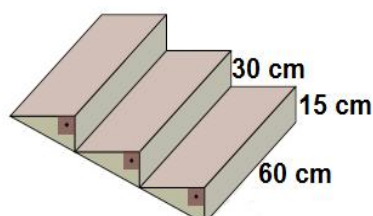




Resposta: Agora usaremos o aplicativo para planificar a caixa e medir essa distância. Primeiro marcamos os vértices do paralelepípedo depois com a ferramenta prisma construiremos o paralelepípedo após isso usaremos a ferramenta planificação e aí com a ferramenta distância mediremos o seguimento desejado. Sendo o mesmo de 15 unidades de comprimento.

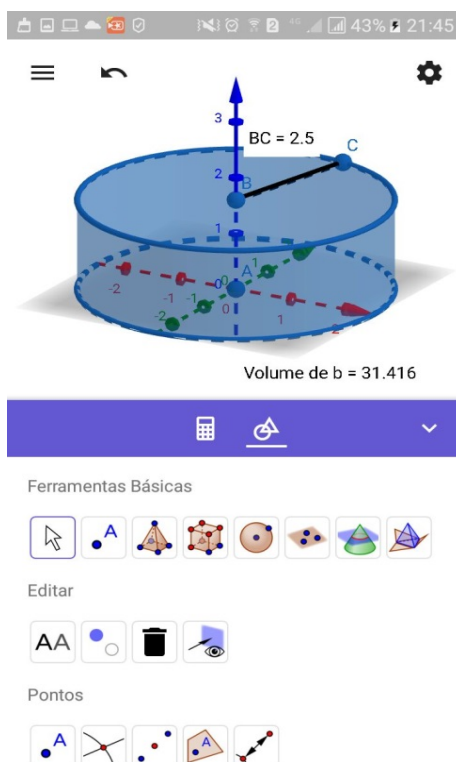


(3) (UnB-DF) A figura ao lado ilustra alguns degraus de uma escada de concreto. Cada degrau é um prisma triangular reto de dimensões 15 cm, 30 cm e 60 cm. Se a escada tem 20 degraus, qual o volume (em decímetros cúbicos) do concreto usado para construir a escada?



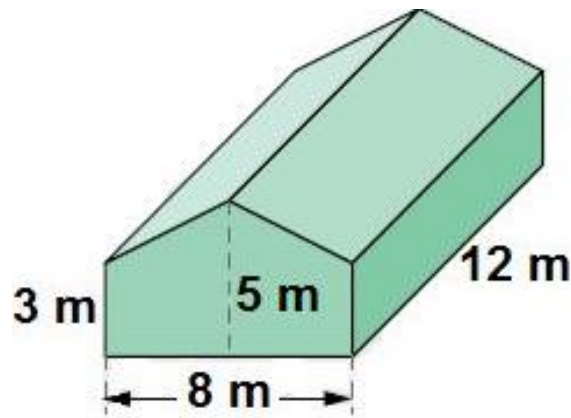
Resposta: Primeiro marcamos os vértices do prisma de base triangular depois com a ferramenta prisma construiremos o prisma de base triangular e com a ferramenta volume determinaremos o volume do prisma, como o volume encontrado está na unidade  $cm^3$  dividiremos por 1000 e transformaremos em  $dm^3$  como pede o exercício, logo o volume encontrado de um degrau foi de  $13,5dm^3$  e como são 20 degraus multiplicaremos  $13,5 \times 20 = 270dm^3$ .

(4) Uma piscina circular tem 5 metros de diâmetro. Um produto químico deve ser misturado à água na razão de 25g por 500 litros, de água. Se a piscina tem 1,6 metros de profundidade e esta totalmente cheia, quanto do produto deve ser misturado à água?

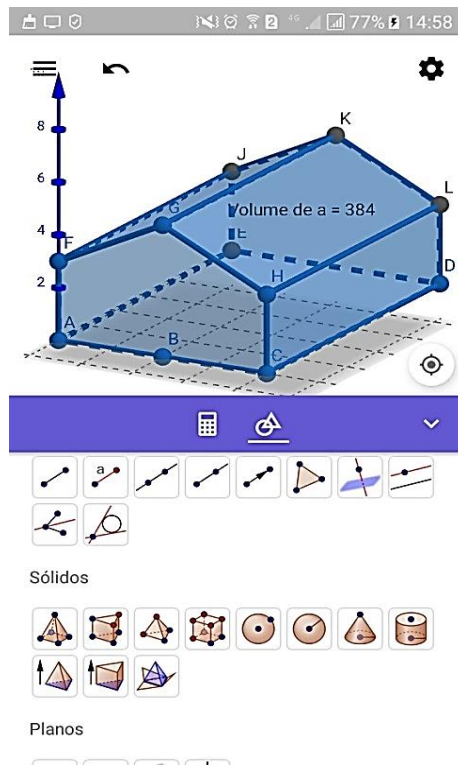


Resposta: O volume da piscina é  $31,416m^3 \times 1000 = 31416$  litros com a razão é de  $25/500$  temos então  $31416 \times (25/500) = 1570,8g$  do produto deve ser misturado a água da piscina.

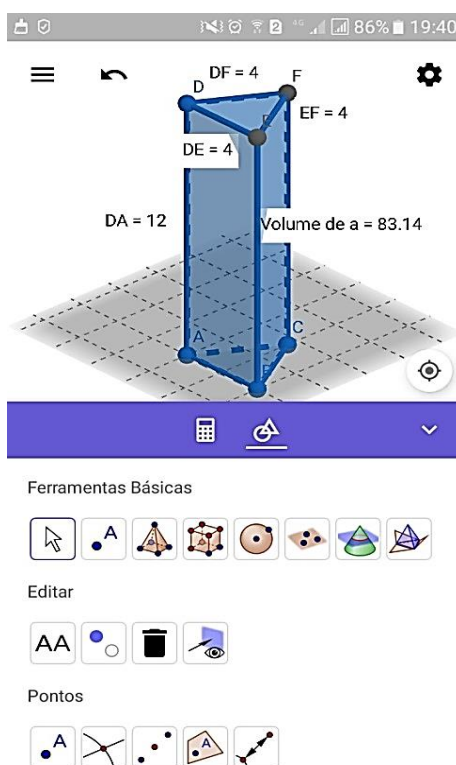
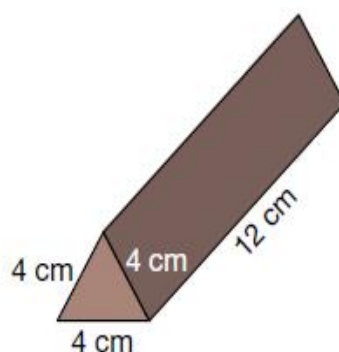
(5) (VUNESP-SP) Calcule o volume de ar contido em um galpão com a forma e as dimensões dadas pela figura.



Resposta: Primeiro marcaremos os vértices da face pentagonal e os vértices da base retangular depois com a ferramenta prisma construiremos o galpão e com a ferramenta volume encontraremos  $384m^3$ .

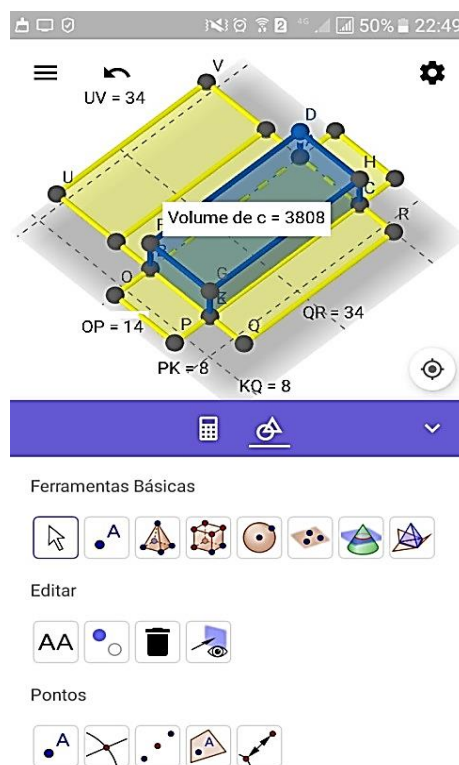
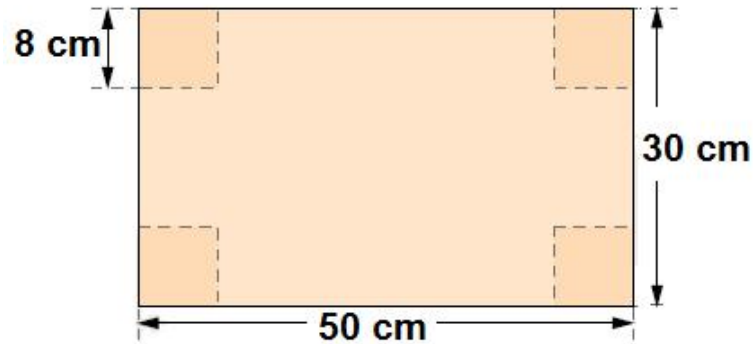


(6) Uma barra de chocolate tem o formato da figura ao lado. Calcule o volume de chocolate contido nessa barra.



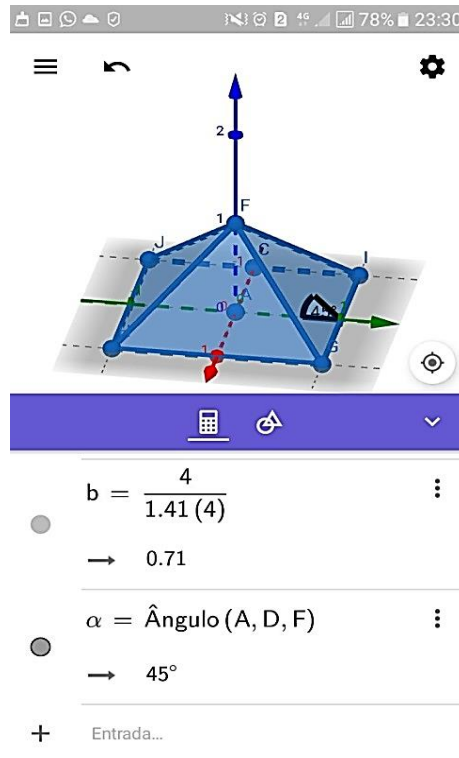
Resposta: Primeiro marcamos os vértices das faces triangulares, depois o vértice que determina a altura do prisma e com a ferramenta prisma construiremos o mesmo e com a ferramenta volume vamos determinar o volume pedido.

(7) (FCMSC-SP) Dispondo de uma folha de cartolina medindo 50 cm de comprimento por 30 cm de largura, pode-se construir uma caixa aberta cortando-se um quadrado de oito cm de lado em cada canto da folha (ver figura ao lado). Qual será o volume dessa caixa, em centímetros cúbicos?



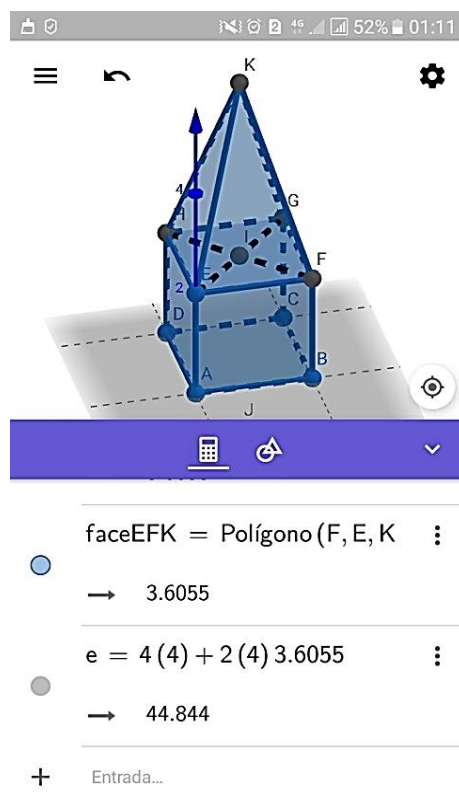
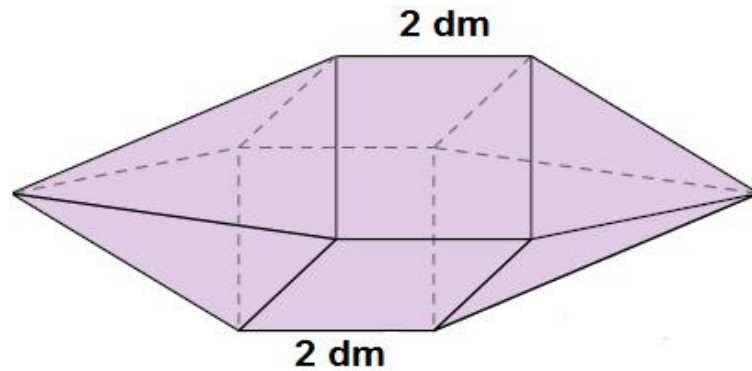
Resposta: Primeiramente determinamos as dimensões da caixa  $(50 - 2 \times 8) = 34\text{cm}$ ,  $(30 - 2 \times 8) = 14\text{cm}$ , logo as dimensões da caixa são  $34\text{cm}$ ,  $14\text{cm}$  e  $8\text{cm}$ , agora vamos marcar os vértices da caixa e depois com a ferramenta prisma construiremos a caixa e com a ferramenta volume determinaremos que a caixa tem  $3808\text{cm}^3$ .

(8) (ITA-SP) Uma pirâmide regular tem por base um quadrado de lado  $2\text{cm}$ . Sabe-se que as faces formam com a base ângulos de  $45^\circ$ . Calcular a razão entre a área da base e a área lateral.



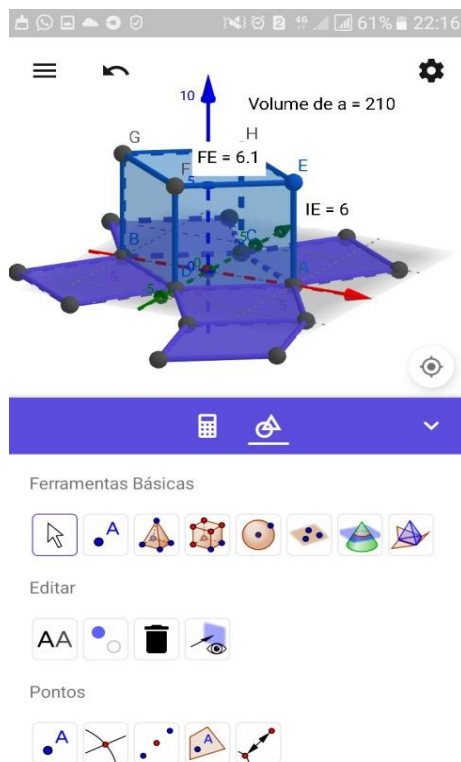
Resposta: Primeiro marcamos os vértices da base e o vértice superior da pirâmide depois com a ferramenta pirâmide construiremos a mesma e vamos conferir na janela de álgebra a área da base e das faces laterais da pirâmide e fazer a razão entre as mesmas tendo como resultado 0,71.

(9) (UFOP-MG-Adaptada) A figura a baixo mostra duas pirâmides regulares cujas bases coincidem com duas faces de um cubo de aresta dois decímetros. Sabe-se que as alturas das pirâmides são iguais a diagonal do cubo. Determine a área total do sólido formado pelas pirâmides e o cubo.



Resposta: Construiremos primeiro um cubo de aresta 2 e usaremos a ferramenta distância pra medir a diagonal do cubo e com essa medida construiremos uma pirâmide de base quadrangular e altura com a medida determinada após essa construção verificaremos as áreas das faces na janela de álgebra e usando o aplicativo somaremos as medidas das áreas de todas as faces sem esquecer que as faces triangulares eram dobradas pois são duas pirâmides congruentes o que resulta em  $44,844dm^2$ .

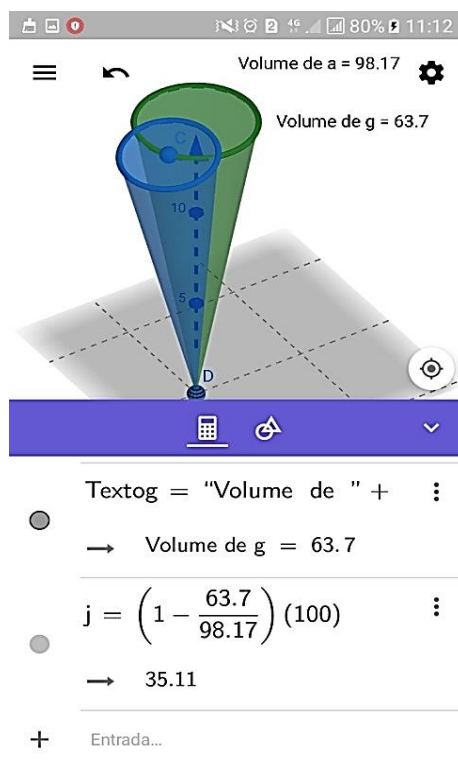
(10) Calcular em litros o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral 6 metros, sabendo-se que sua base é um losango cujas diagonais medem 7 metros e 10 metros.



Resposta: Marcaremos os vértices do losango e o vértice que determina a altura da caixa d'água e com a ferramenta prisma, construiremos o prisma e com a ferramenta volume determinaremos o volume da d'água.  $\text{Volume} = 210m^3 = 210 \times 1000 \text{ litros} = 210.000 \text{ litros}$ .



(11) Um copinho de sorvete em forma de cone tem diâmetro igual a  $5\text{cm}$  e altura igual a  $15\text{cm}$ . A empresa fabricante diminuiu o diâmetro para  $4\text{cm}$ , mantendo a mesma altura. Em quantos por cento variou o volume



Resposta: Primeiro marcaremos os vértices dos cones e depois com a ferramenta cone construiremos os cones e com a ferramenta volume determinaremos o volume dos mesmos e com o próprio aplicativo iremos fazer as operações necessárias e encontraremos a variação de 35,11%.

## MATERIAL PARA O ALUNO: TUTORIAL E ATIVIDADES

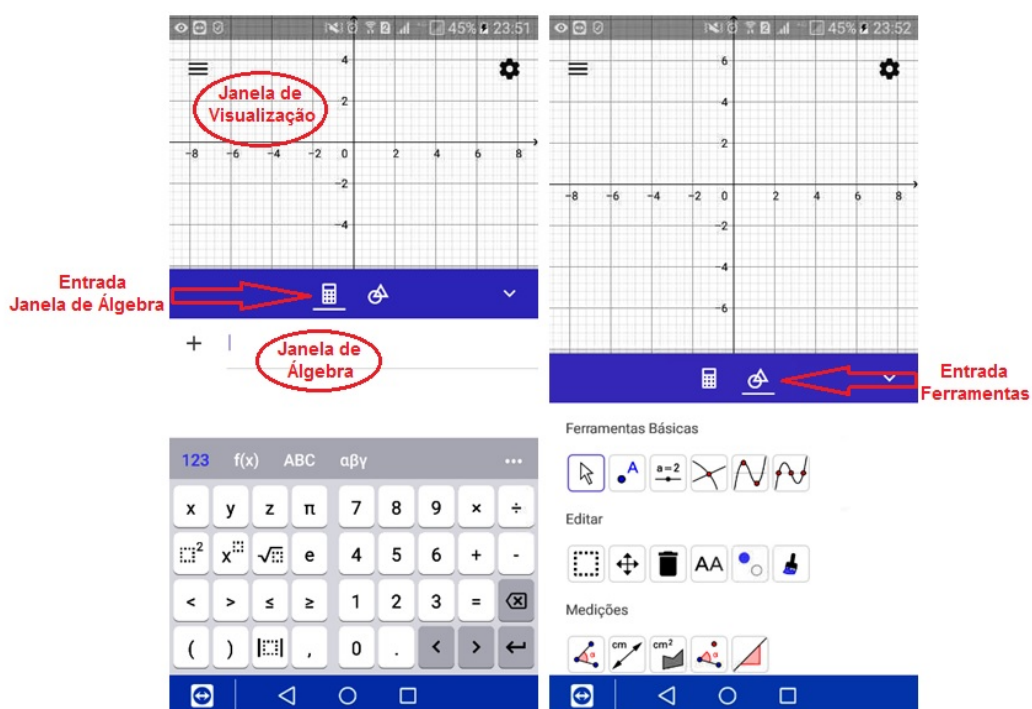
### Apresentação dos Aplicativos

Os aplicativos **Calculator Graphing Geogebra** e **Geogebra 3D Graphing Calculator** são aplicativos móveis gratuitos que oferecem a possibilidade de rodar tanto na memória interna como no cartão micro SD do smartphone e tem finalidades didáticas para ser utilizado em situações de ensino e aprendizagem de matemática. Com ele é possível realizar cálculos aritméticos, algébricos e utilizar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos. Eles podem ser baixados tanto na loja de aplicativo Play Store do software Android como no Apple Store na loja de aplicativos da Apple. Sendo que o **Geogebra 3D Graphing Calculator** no smartphone da Apple é um aplicativo de realidade aumentada.

- Conhecendo o Aplicativo **Calculator Graphing Geogebra**



Tela Inicial (Interface) do **Calculator Graphing Geogebra**:



Observa-se, na parte superior da Interface os eixos cartesianos referentes à Janela de Visualização. Aqui serão apresentados os elementos gráficos produzidos pelo usuário. Inicialmente, logo abaixo, percebe-se o ícone no formato de uma calculadora (conforme indica a seta Entrada Janela de Álgebra), para fins de digitar símbolos e equações diversas das funções matemáticas.

Ao lado do ícone referente à entrada Janela de Álgebra, observa-se outro no formato de duas figuras geométricas, que ativarão a função Ferramentas Geométricas, conforme figura da Tela Inicial.


Uma vez selecionado o botão Entrada Ferramentas, exibe-se logo abaixo um conjunto de ferramentas pré-definidas para análise e construção geométricas em duas dimensões. Cada opção tem suas especificidades em termos de uso e serão melhor detalhadas na figura a seguir:

## Ferramentas





### Ferramentas Básicas

-  → Mover
-  → Ponto
-  → Controle Deslizante
-  → Interseção de dois Objetos
-  → Otimização
-  → Raízes

### Editar

-  → Selecionar Objetos
-  → Mover Janela de Visualização
-  → Apagar
-  → Exibir/Esconder Rótulo
-  → Exibir/Esconder Objeto
-  → Copiar Estilo Visual


### Medições

-  → Ângulo
-  → Distância, Comprimento ou Perímetro
-  → Área
-  → Ângulo com Amplitude Fixa
-  → Inclinação








### Polígonos

-  → Polígono
-  → Polígono Regular
-  → Polígono Semideformável
-  → Polígono Rígido

### Círculos

-  → Círculo dados Centro e Um de seus Pontos
-  → Compasso
-  → Semicírculo Definido por Dois Pontos
-  → Círculo dados Centro e Raio
-  → Círculo definido por Três Pontos
-  → Arco Circular
-  → Arco Circuncircular
-  → Setor Circular
-  → Setor Circuncircular

### Construções

-  → Ponto Médio ou Centro
-  → Reta Perpendicular
-  → Mediatriz
-  → Reta Paralela
-  → Bissetriz
-  → Reta Tangente
-  → Lugar Geométrico

### Pontos

-  → Ponto
-  → Interseção de Dois Objetos
-  → Ponto em Objeto
-  → Vincular / Desvincular Pontos
-  → Otimização
-  → Raízes
-  → Número Complexo

### Retas

-  → Segmento
-  → Reta
-  → Semirreta
-  → Vetor
-  → Segmento com Comprimento Fixo
-  → Vetor a Partir de um Ponto
-  → Reta Polar ou Diametral
-  → Caminho Poligonal
-  → Reta de Regressão Linear

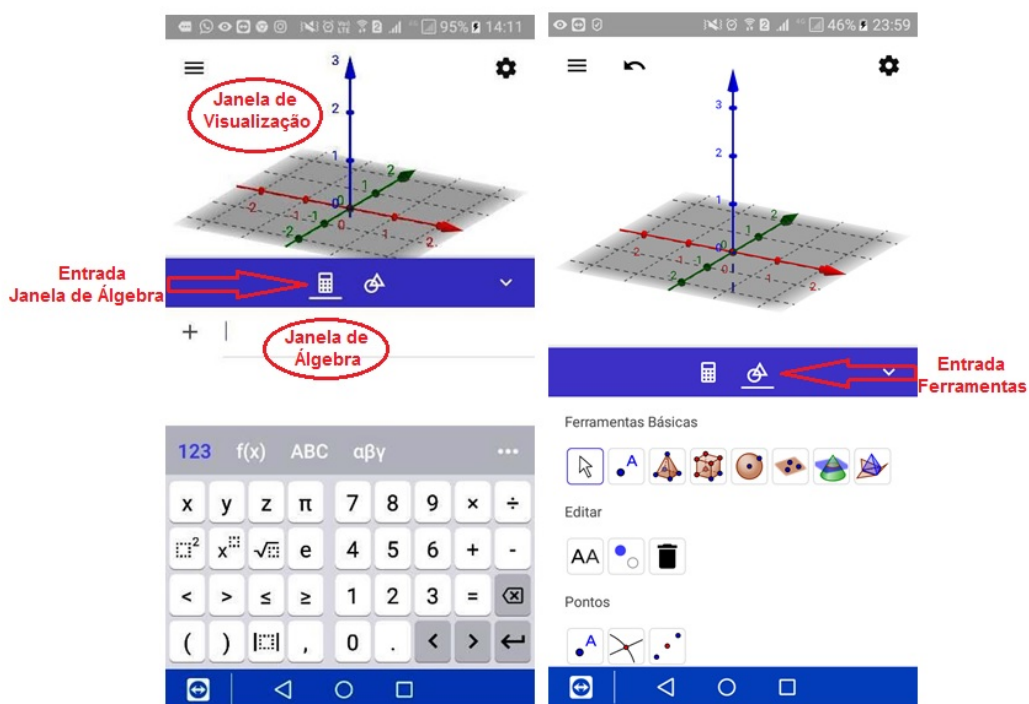
### Cônicas

-  → Elipse
-  → Cônica por Cinco Pontos
-  → Parábola
-  → Hipérbole

- Interface do Aplicativo **Geogebra 3D Graphing Calculator**



## Interface



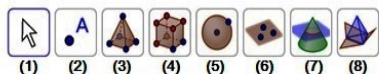
Agora observamos que na Janela de Visualização temos um eixo cartesiano em três dimensões. Aqui serão apresentados os elementos gráficos produzidos em três dimensões pelo usuário. Inicialmente, logo abaixo, percebe-se o ícone no formato de uma calculadora (conforme indica a seta Entrada Janela de Álgebra), para fins de digitar símbolos e equações diversas das funções matemáticas.

Ao lado do ícone referente à entrada Janela de Álgebra, observa-se outro no formato de duas figuras geométricas, que ativarão a função Ferramentas Geométricas, conforme figura da Interface.

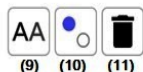
Uma vez selecionado o botão Entrada Ferramentas, exibe-se logo abaixo um conjunto de ferramentas pré-definidas para análise e construção geométricas em três dimensões. Cada opção tem suas especificidades em termos de uso e serão melhor detalhadas na figura a seguir:

## Ferramentas

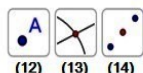
### Ferramentas Básicas



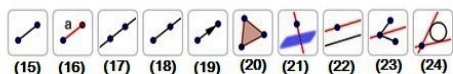
### Editar



### Pontos



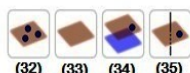
### Retas e Polígonos



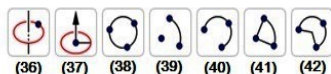
### Sólidos



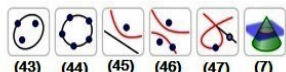
### Planos



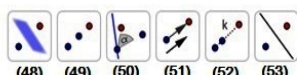
### Círculos



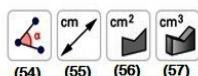
### Curvas



### Transformar



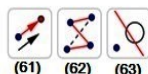
### Medições



### Outras



### Retas Especiais



(1) - Mover

(2) - Ponto

(3) - Pirâmide

(4) - Cubo

(5) - Esfera dados Centro e Um de Seus Pontos

(6) - Plano por três pontos

(7) - Interseção de Duas Superfícies

(8) - Planificação

(9) - Exibir / Esconder Rótulo

(10) - Exibir / Esconder Objeto

(11) - Apagar

(12) - Ponto

(13) - Interseseção de Dois Objetos

(14) - Ponto Médio ou Centro

(15) - Segmento

(16) - Segmento com Comprimento Fixo

(17) - Reta

(18) - Semirreta

(19) - Vetor

(20) - Polígono

(21) - Reta Perpendicular

(22) - Reta Paralela

(23) - Bissetriz

(24) - Reta Tangente

(25) - Prisma

(26) - Tetraedro

(27) - Esfera dado Centro e Raio

(28) - Cone

(29) - Cilindro

(30) - Fazer extrusão para Pirâmide ou Cone

(31) - Fazer extrusão para Prisma ou Cilindro

(32) - Planos por três pontos

(33) - Plano

(34) - Plano Paralelo

(35) - Plano Perpendicular

(36) - Círculo dados Eixo e Um de seus Pontos

(37) - Círculo (Centro - Raio + Direção)

(38) - Círculo definido por três Pontos

(39) - Arco Circular

(40) - Arco Circuncircular

(41) - Setor Circular

(42) - Setor Circuncircular

(43) - Elipse

(44) - Cônica por Cinco Pontos

(45) - Parábola

(46) - Hipérbole

(47) - Lugar Geométrico

(48) - Reflexão por Um Plano

(49) - Reflexão em Relação a um Ponto

(50) - Girar em torno de Uma Reta

(51) - Translação por um Vetor

(52) - Homotetia

(53) - Reflexão em Relação a uma Reta

(54) - Ângulo

(55) - Distância, Comprimento ou Perímetro

(56) - Área

(57) - Volume

(58) - Girar Janela de Visualização 3D

(59) - Mover Janela de Visualização

(60) - Copiar Estilo Visual

(61) - Vetor a Partir de um Ponto

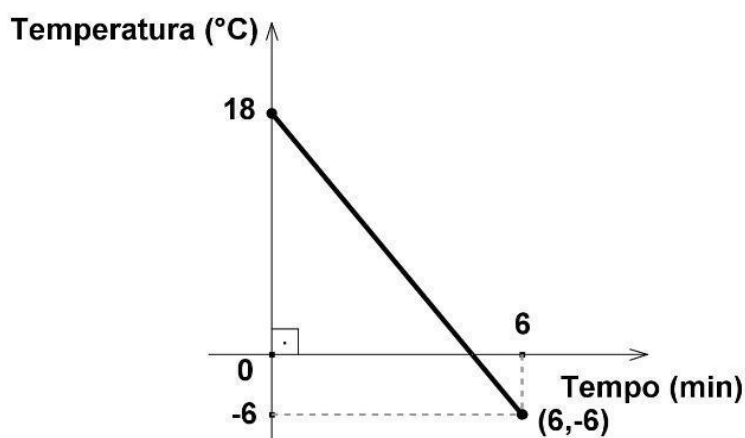
(62) - Caminho Poligonal

(63) - Reta Polar ou Diametral

### Exercícios Propostos: Função Afim, Função Quadrática e Geometrias Plana e Analítica

(1)(UnB-DF:Adaptada) Um motorista de táxi em Belém-PA cobra R\$5,61 de bandeirada (valor fixo) mais R\$2,96 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.

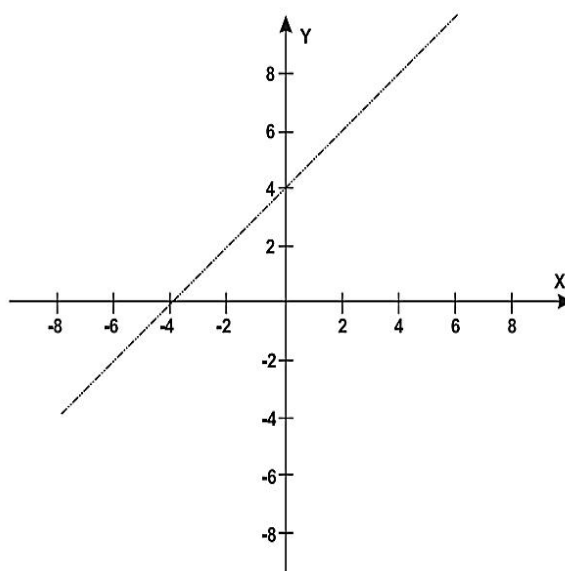
(2) Uma barra de ferro foi aquecida até uma temperatura de  $18^{\circ}\text{C}$  e a seguir foi resfriada até a temperatura de  $-6^{\circ}\text{C}$ . O gráfico mostra a temperatura da barra em função do tempo. Depois de quanto tempo, após o início do resfriamento, a temperatura da barra atingiu  $0^{\circ}\text{C}$ ?



(3) Sabendo que a equação da reta que representa o movimento retilíneo uniforme de um corpo é  $s = v \times t + s_0$  onde  $s$  é a posição do corpo no instante  $t$ ,  $v$  é a velocidade do corpo e  $s_0$  é o local de onde o corpo partiu e tendo um corpo que obedece a seguinte equação  $s = -2 \times t + 8$  ( $s$  em metros,  $t$  em segundos e  $v$  em metros/segundo), determine:

- O gráfico da posição  $s$  do corpo em função do tempo  $t$ ;
- O instante que o corpo passa pela origem das posições

(4) (ENEM/2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação  $y = x + 4$  representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto  $P = (-5, 5)$ , localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que  $5\text{km}$ . Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto.

- (a)  $(-5, 0)$
- (b)  $(-3, 1)$
- (c)  $(-2, 1)$
- (d)  $(0, 4)$
- (e)  $(2, 6)$

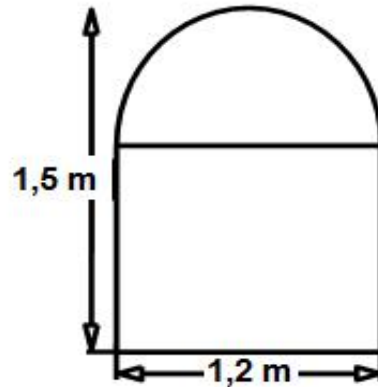
(5) A potência elétrica lançada num circuito por um gerador é expressa por:  $P(i) = 10i - 5i^2$  (no Sistema Internacional de medidas), onde  $i$  é a intensidade da corrente elétrica. Calcule a intensidade da corrente elétrica para que se possa obter a potência máxima do gerador.



(6) Uma bola é lançada ao ar. Suponha que sua altura  $h$ , em metros,  $t$  segundos após o lançamento seja  $h(t) = -t^2 + 4t + 6$  (Observação: no Sistema Internacional de medidas)

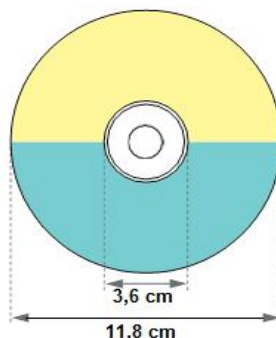
- (a) Qual é o tempo que a bola leva para atingir à altura máxima?
- (b) Qual a altura máxima atingida pela bola?

(7) (UFJF-MG) Uma janela foi construída com a parte inferior retangular e a parte superior no formato de um semicírculo, como mostra a figura abaixo. Se a base da janela mede 1,2 metros e a altura total 1,5 m, dentre os valores abaixo, o que melhor aproxima a área total da janela, em metros quadrados, é:

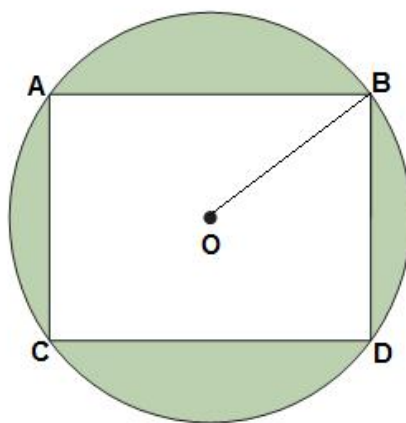


- (a)  $1,40m^2$
- (b)  $1,65m^2$
- (c)  $1,85m^2$
- (d)  $2,21m^2$
- (e)  $2,62m^2$

(8) (UFMT-MT) A etiqueta do CD mostrado na figura tem a forma de uma coroa circular cujo diâmetro da circunferência externa mede  $11,8\text{ cm}$  e o da circunferência interna,  $3,6\text{ cm}$ . Determine o número inteiro mais próximo da medida (em  $\text{cm}^2$ ) da área da etiqueta.

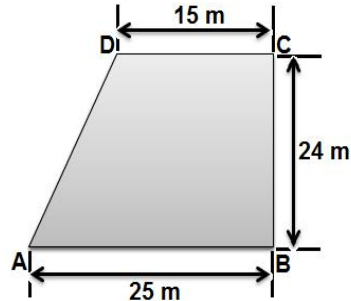


(9) (VUNESP-SP) A figura representa um canteiro de forma circular com 5 metros de raio. O canteiro tem uma região retangular que se destina à plantação de flores e outra região, sombreada na figura, na qual se plantará grama. Na figura,  $O$  é o centro do círculo,  $OB$  é o raio, o retângulo está inscrito no círculo e  $CD$  mede 8 metros.



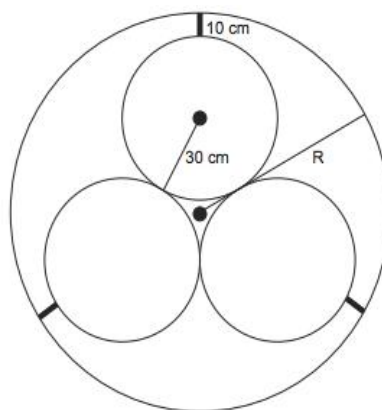
- Determine a medida do lado  $BD$  e a área da região retangular destinada à plantação de flores.
- Sabendo-se que o metro quadrado de grama custa  $R\$3,00$ , determine quantos reais serão gastos em grama.

(10) (UNICAMP-SP) Um terreno tem a forma de um trapézio retangular ABCD, conforme mostra a figura:



- (a) Se cada metro quadrado desse terreno vale R\$50,00, qual é o valor total do terreno?
- (b) Divida o trapézio ABCD em quatro partes de mesma área, por meio de três segmentos paralelos ao lado BC. Faça uma figura para ilustrar sua resposta, indicando nela as dimensões das divisões no lado AB.

(11) (ENEM/2013) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo  $30\text{ cm}$ , são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida  $R$ . Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de  $10\text{ cm}$  entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura: Utilize  $1,7$  como aproximação para  $\sqrt{3}$ .

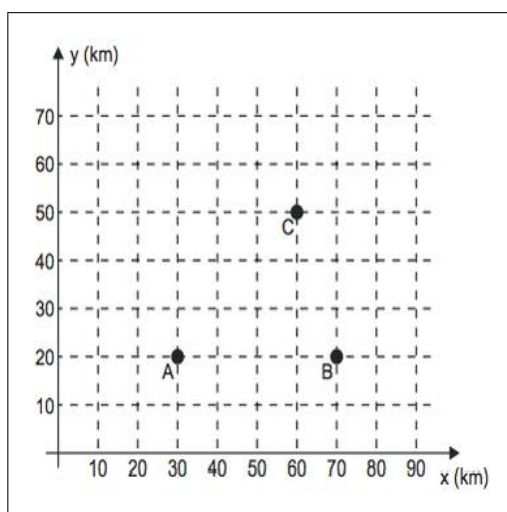


O valor de  $R$ , em centímetros, é igual a:

- a) 64,0.

- b) 65, 5.
- c) 74, 0.
- d) 81, 0.
- e) 91, 0.

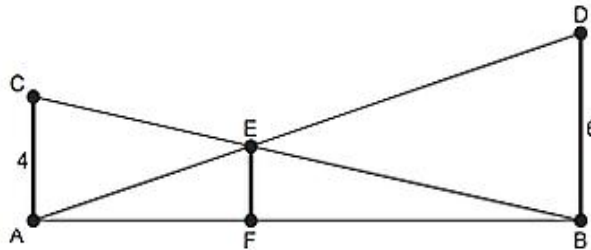
**(12)** (ENEM/2013) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas. O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas

- a) (65;35).
- b) (53;30).
- c) (45;35).
- d) (50;20).
- e) (50;30).

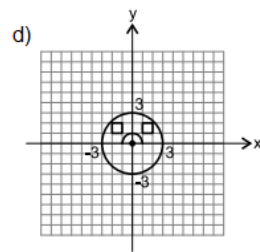
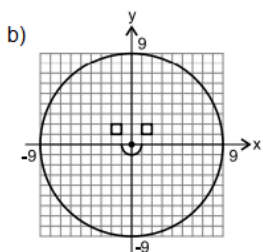
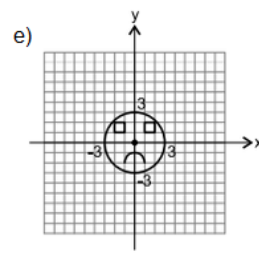
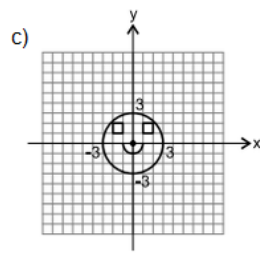
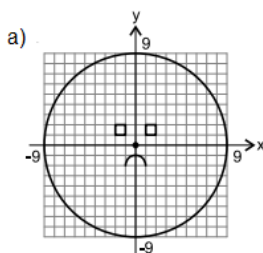
(13) (ENEM/2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a  $6m$  e  $4m$ . A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos  $AC$  e  $BD$  e a haste é representada pelo segmento  $EF$ , todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta  $AB$ . Os segmentos  $AD$  e  $BC$  representam cabos de aço que serão instalados.



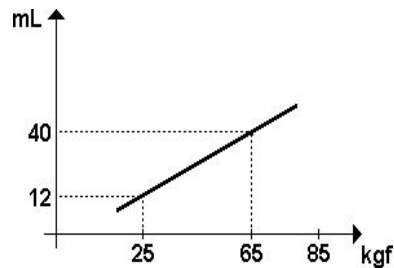
Qual deve ser o valor do comprimento da haste  $EF$ ?

(14) (ENEM/2013) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y)$  e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

- I. É a circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 9$ ;
- II. É a parábola de equação  $y = -x^2 - 1$ , com  $x$  variando de  $-1$  a  $1$ ;
- III. É o quadrado formado pelos vértices  $(-2, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-1, 2)$  e  $(-2, 2)$ ;
- IV. É o quadrado formado pelos vértices  $(1, 1)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 2)$  e  $(1, 2)$ ;
- V. É o ponto  $(0, 0)$ .



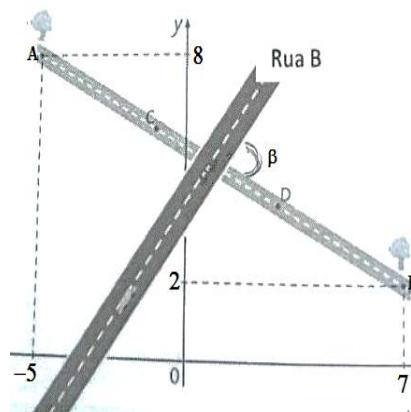
(15) (UFRN) Na figura a seguir, tem-se o gráfico de uma reta que representa a quantidade, medida em mL, de um medicamento que uma pessoa deve tomar em função de seu peso, dado em kgf, para tratamento de determinada infecção. O medicamento deverá ser aplicado em seis doses.



Assim, uma pessoa que pesa  $85\text{kgf}$  receberá em cada dose:

- a) 7 mL
- b) 9 mL
- c) 8 mL
- d) 10 mL

(16) (IFPA-2018) É comum nas cidades haver ruas se cruzando sem que tenhamos o ângulo de  $90^\circ$  entre elas. Na figura abaixo há 2 ruas nesta situação, formando um ângulo  $c$  entre elas. Sabendo que  $x - y + 4 = 0$  é a equação da reta que representa a Rua B por onde está passando os carros, qual é a tangente do ângulo  $\beta$ ?

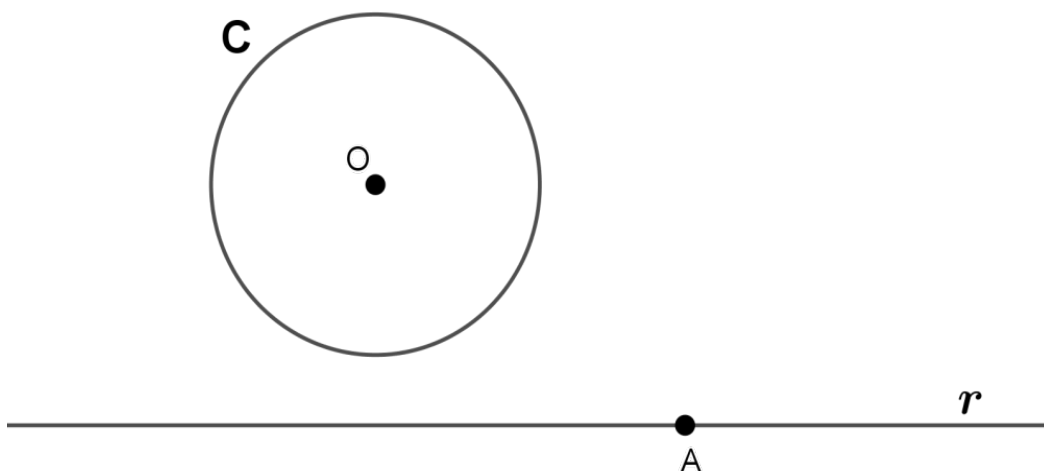


- a) 3
- b) 4
- c) 5

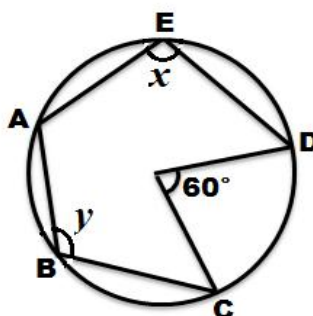
d) 6

e) 7

(17) São dados um círculo  $C$ , uma reta  $r$  e um ponto  $A$  sobre  $r$  e um ponto  $O$  sobre  $r$  de acordo com a figura abaixo. Construa um Círculo  $C'$ , tangente exteriormente a  $C$  e tangente em  $A$  à reta  $r$ .



(18) O pentágono  $ABCDE$  abaixo está inscrito em uma circunferência de centro  $O$ . O ângulo central  $\widehat{COD}$  mede  $60^\circ$ . Então o valor de  $x + y$  é:



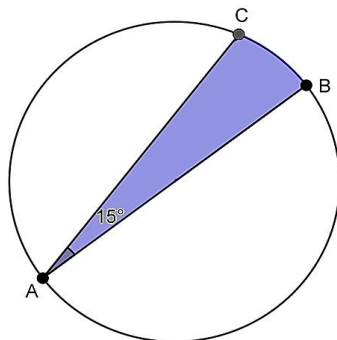
a) 180

b) 190

c) 200

d) 210

(19) VUNESP - O segmento  $AB$  da figura passa pelo centro do círculo e mede  $12\text{cm}$ . O ângulo  $\widehat{BAC}$  é de  $15^\circ$ . A área da região sombreada é igual a:



- a)  $1,5 \times \pi$
- b)  $3 \times \pi$
- c)  $2 \times (4 + \pi)$
- d)  $6 \times (3 + 2 \times \pi)$
- e)  $3 \times (3 + \pi)$

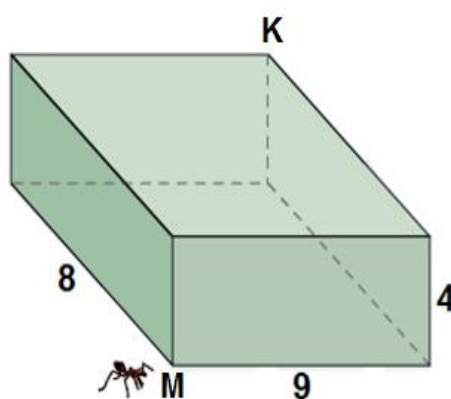


**Exercícios Propostos: Geometria Espacial**

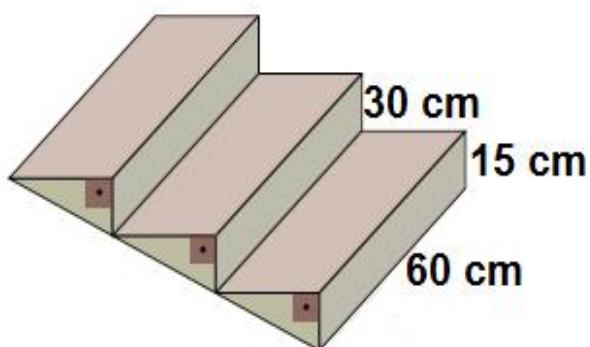
(1) Um tanque de combustível tem a forma de um poliedro convexo que tem seis faces quadradas. Sabendo as arestas desse poliedro medem dois metros, determine a capacidade desse tanque de combustível.

Dado:  $1m^3 = 1000$  litros

(2) (UFPE) Uma formiga (ignore seu tamanho) encontra-se no vértice  $M$  do paralelepípedo reto ilustrado a abaixo. Qual a menor distância que ela precisa percorrer para chegar ao vértice  $K$  (caminhando sobre a superfície do paralelepípedo)?

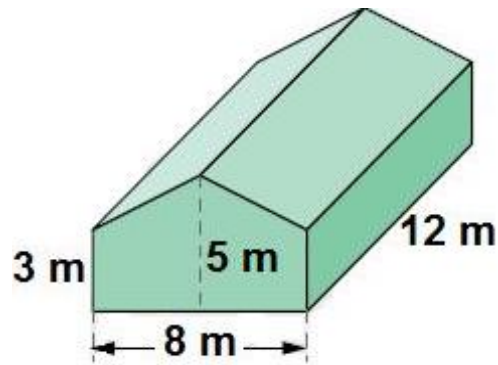


(3) (UnB-DF) A figura ao lado ilustra alguns degraus de uma escada de concreto. Cada degrau é um prisma triangular reto de dimensões 15 cm, 30 cm e 60 cm. Se a escada tem 20 degraus, qual o volume (em decímetros cúbicos) do concreto usado para construir a escada?

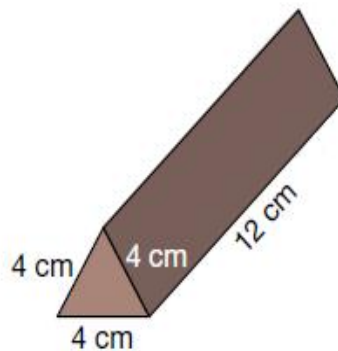


(4) Uma piscina circular tem 5 metros de diâmetro. Um produto químico deve ser misturado à água na razão de 25g por 500 litros, de água. Se a piscina tem 1,6 metros de profundidade e esta totalmente cheia, quanto do produto deve ser misturado à água?

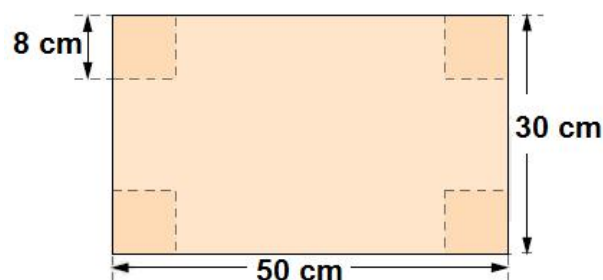
(5) (VUNESP-SP) Calcule o volume de ar contido em um galpão com a forma e as dimensões dadas pela figura.



(6) Uma barra de chocolate tem o formato da figura ao lado. Calcule o volume de chocolate contido nessa barra.

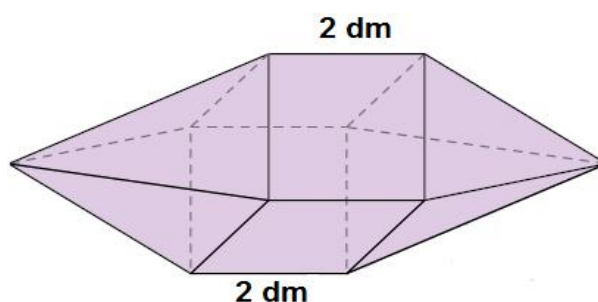


(7) (FCMSC-SP) Dispondo de uma folha de cartolina medindo 50 cm de comprimento por 30 cm de largura, pode-se construir uma caixa aberta cortando-se um quadrado de oito cm de lado em cada canto da folha (ver figura ao lado). Qual será o volume dessa caixa, em centímetros cúbicos?



(8) (ITA-SP) Uma pirâmide regular tem por base um quadrado de lado  $2\text{cm}$ . Sabe-se que as faces formam com a base ângulos de  $45^\circ$ . Calcular a razão entre a área da base e a área lateral.

(9) (UFOP-MG-Adaptada) A figura a baixo mostra duas pirâmides regulares cujas bases coincidem com duas faces de um cubo de aresta dois decímetros. Sabe-se que as alturas das pirâmides são iguais a diagonal do cubo. Determine a área total do sólido formado pelas pirâmides e o cubo.



(10) Calcular em litros o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral 6 metros, sabendo-se que sua base é um losango cujas diagonais medem 7 metros e 10 metros.

(11) Um copinho de sorvete em forma de cone tem diâmetro igual a  $5\text{cm}$  e altura igual a  $15\text{cm}$ . A empresa fabricante diminuiu o diâmetro para  $4\text{cm}$ , mantendo a mesma altura. Em quantos por cento variou o volume



Universidade Federal do Pará  
Instituto de Ciências Exatas e Naturais  
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional  
Rua Augusto Corrêa, 1 - Guamá, Belém - PA, 66075-110  
Belém - PA