UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Wagner dos Reis Silva

A VISUALIZAÇÃO DOS SÓLIDOS DE PLATÃO COM O USO MATERIAIS CONCRETOS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DOS POLIEDROS

Teófilo Otoni

2018

Wagner dos Reis Silva

A VISUALIZAÇÃO DOS SÓLIDOS DE PLATÃO COM O USO DE MATERIAIS CONCRETOS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DOS POLIEDROS

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Alexandrino
Coorientadores: Prof. Antônio Carlos Telau e Prof. Dr. Geraldo Moreira da Rocha Filho

Teófilo Otoni

2018

Ficha Catalográfica
Preparada pelo Serviço de Biblioteca/UFVJM
Bibliotecária responsável: Graziela Lopes da Costa - CRB6 nº 2807

S58v 2018	Silva, Wagner dos Reis. A visualização dos sólidos de Platão com o uso de materiais concretos: uma proposta para o ensino de poliedros. / Wagner dos Reis Silva. Teófilo Otoni: UFVJM, 2018. 74 p.:il. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2018. Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Alexandrino. 1. Geometria Espacial. 2. Poliedros de Platão. 3. Ensino de matemática. I. Título. **CDD: 516**

WAGNER DOS REIS SILVA

A VISUALIZAÇÃO DOS SÓLIDOS DE PLATÃO COM O USO DE MATERIAIS CONCRETOS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DOS POLIEDROS

Dissertação apresentada ao MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL, nível de MESTRADO como parte dos requisitos para obtenção do título de MAGISTER SCIENTIAE EM MATEMÁTICA

Orientador(a): Prof. Dr. Carlos Henrique Alexandrino

Coorientadores: Prof. Antônio Carlos Telau e Prof. Dr. Geraldo Moreira da Rocha Filho

Data da aprovação: 15/08/2018

Prof. Dr. CARLOS HENRIQUE ALEXANDRINO - UFVJM

Silvia Swain Canôas

Prof.ª Dr.ª SILVIA SWAIN CANÔAS - UFVJM

Prof. Dr. ELENILSON DE VARGAS FORTES - IFG

TEÓFILO OTONI

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela vida, saúde e por realizar essa conquista pessoal e profissional.

A minha esposa Rosimere Souza de Matos, minhas filhas Ana Caroline Souza Santos, Mirele Souza Silva e Heloísa Souza Silva pelo apoio, compreensão e paciência.

Aos meus Amigos que ajudaram de formas variadas. Aos meus colegas do PROFMAT, pelo companheirismo e descontração, em especial a Flavio e Rodrigo que custearam as viagens à Universidade.

Aos membros de minha igreja que oraram durante o mestrado.

À Universidade dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM) pela oportunidade de realizar o curso.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) pela organização e coordenação do PROFMAT.

Aos professores do PROFMAT, Dr. Nolmar Melo, Dra. Silvia Canôas, Dr. Faissal, Dr. Mauro Lúcio Franco e em especial o professor Dr. Carlos Henrique Alexandrino pela orientação durante o mestrado.

Aos coordenadores, professores e técnicos administrativos ligados ao programa PROFMAT na UFVJM em geral pela dedicação e trabalho no processo.

A EEEM "Augusto de Oliveira"de Braço do Rio/Conceição da Barra - ES e a EMEF "Anedina Almeida Santos"de Nova Lima/São Mateus - ES e colegas de trabalho pelo apoio, compreensão e motivação.

A todos que passaram pelo meu caminho e apoiaram de alguma forma com gestos simples, eu agradeço de coração.

Sabemos que Deus age em todas as coisas para o bem daqueles que o amam, dos que foram chamados de acordo com o seu propósito.

Romanos 8:28

RESUMO

A Geometria espacial é normalmente ensinada nas escolas de modo tradicional e muitas vezes o único recurso pedagógico disponível é o livro didático e esse requer que o aluno conheça um objeto tridimensional no plano bidimensional, gerando assim, dificuldades na aprendizagem. Sendo assim, este trabalho de dissertação versa sobre a metodologia aplicada em sala pelos professores de matemática para ensinar geometria espacial. Nesta pesquisa de mestrado será dada ênfase aos poliedros de Platão, pois através da construção dos mesmos os alunos irão desenvolver habilidades de visualização que contribuirão de maneira significativa no processo de ensino-aprendizagem da geometria. Esse trabalho encontra justificativa na insatisfação dos resultados das avaliações externas em matemática. Alguns dos motivos do baixo rendimento nas avaliações externas são a falta de uso de materiais manipuláveis nas aulas de matemática, má formação dos professores e o abandono do ensino da geometria, o que torna o ensino da geometria espacial desinteressante e cansativo. Essa pesquisa de mestrado sugere utilizar diversos materiais de baixo custo para a construção dos poliedros de Platão e ensinar suas propriedades relacionando-as com competências e habilidades de visualização e assim, tornar o ensino de matemática mais atrativo e interessante. De fato, desenvolver competências básicas sobre geometria nas escolas públicas é uma tarefa difícil, por isso propõe-se intervenções com materiais manipuláveis que é a construção dos sólidos de Platão que auxiliarão na construção de outros sólidos e sugestões de questões anteriores sobre esse conteúdo que usados de maneira planejada e seguindo as orientações desta proposta irão contribuir de maneira significativa para o processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial. Espera-se que essa proposta seja aplicada nas escolas e possibilite ao professor de matemática estratégias para ensinar a geometria.

Palavras chave: Geometria Espacial, Poliedros de Platão, Ensino de matemática.

ABSTRACT

Spatial geometry is usually taught in schools in a traditional way and often the only pedagogical resource available is the textbook and this requires the student to know a three-dimensional object in the two-dimensional plane, thus generating learning difficulties. Thus, this work of dissertation is about the methodology applied in the classroom by teachers of mathematics to teach spatial geometry. In this master's research, emphasis will be placed on Plato's polyhedra, since through their construction students will develop visualization skills that will contribute significantly to the teaching-learning process of geometry. This work finds justification in the dissatisfaction of the results of external evaluations in mathematics. Some of the reasons for poor performance in external evaluations are the lack of use of manipulatives in math class, poor teacher training, and the neglect of geometry teaching, which makes the teaching of spatial geometry uninteresting and tiresome. This master's research suggests using a variety of low-cost materials to construct Plato's polyhedra and teach their properties relating them to visualization skills and abilities and thus make math teaching more attractive and interesting. In fact, developing basic skills in geometry in public schools is a difficult task, so we propose interventions with manipulable materials that is the construction of Plato's solids that will help in the construction of other solids and suggestions of previous questions about this content that used in a planned manner and following the guidelines of this proposal will contribute significantly to the teaching-learning process of spatial geometry. It is hoped that this proposal will be applied in schools and will allow the mathematics teacher strategies to teach geometry.

Keywords: Spatial Geometry, Plato's Polyhedra, External Evaluations, Math Teaching.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UFVJM - Universidade Federal dos Vales dos Jequitinhonha e Mucuri
PAEBES - Programa de Avaliação Básica do Espírito Santo
CAED - Faculdade de Educação
LDB - Lei e Diretrizes da Base de Educação
PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

Sumário

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Diante das dificuldades em lecionar geometria espacial nas escolas públicas do Espírito Santo, propõe-se discorrer sobre a geometria espacial explorando os sólidos de Platão, sua história e suas propriedades, que despertaram curiosidades em muitos que, por observarem suas características, os estudaram.

A Geometria espacial está presente em vários objetos do dia-a-dia, pois ela também é usada nas fabricações de utensílios. Mesmo sendo útil nas construções humanas a geometria é pouco ensinada nas escolas. "Talvez um dos motivos dessa dificuldade pode estar relacionado à forma como é ministrada a disciplina. Na maioria das vezes, as fórmulas matemáticas são impostas aos alunos sem esclarecimentos adicionais" (SOUZA, 2015, p. 16).

Isso tem gerado um desinteresse em aprender matemática. "Um número significativo de alunos que se comportam de maneira apática ao processo de ensino, por considerá-lo monótono e sem aplicabilidade no seu cotidiano"(SANTOS, 2014, p.16).

No ensino desse conteúdo é normalmente usado o quadro e o livro didático e de forma mecânica, gerando uma dificuldade em ensinar a visualizar e abstrair e a consequência disso é o desinteresse. Kaleff afirma que:

> "Especificamente no contexto geométrico, a habilidade da visualização assume importância fundamental. Ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo tem possibilitado o controle sobre o conjunto das operações mentais básicas exigidas no trato da Geometria". (Kaleff, 2006, p. 16)

As dificuldades que os alunos encontram em aprender geometria espacial são comprovadas nos baixos resultados das avaliações externas aos quais os alunos são submetidos todos os anos, tais como: Programa de Avaliação Básica do Espírito Santo (PAEBES) e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que revelam uma fotografia do ensino de matemática onde aplicam as avaliações.

A geometria espacial é um conteúdo indispensável de ser ensinado nas escolas, entretanto pouco aprofundado, muitas vezes o professor de matemática sem formação adequada e por não haver uma obrigatoriedade de seguir um currículo unificado não leciona geometria espacial. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) mostram que:

> "No entanto, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que note seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações" (Brasil, 2006, p. 25) .

Diante dessa problemática surgem as seguintes perguntas: Como o uso de construções ajuda aos alunos a solucionarem as questões anteriores das avaliações externas? Como contribuir com os professores de matemática na incumbência de ensinar geometria espacial? Como aperfeiçoar a habilidade de visualização a partir da construção dos sólidos de Platão? Como empregar materiais manipuláveis para compreender as propriedades dos poliedros, através dos sólidos de Platão?

Essa pesquisa de mestrado propõe que deva haver uma intervenção pedagógica no âmbito escolar para melhorar o interesse dos alunos nas aulas de matemática através da construção e manuseio dos Sólidos de Platão. Ela será desenvolvida com o auxílio de materiais manipuláveis de baixo custo e de fácil aquisição.

Com o uso de materiais manipuláveis, apresenta-se aos alunos uma melhor assimilação do conteúdo de geometria espacial por meio de visualização, da representação, da planificação e da construção dos sólidos de Platão. Desta forma, deseja-se aprimorar o processo ensino aprendizagem de matemática, incrementando um conhecimento, variado e principalmente com assimilação dos conceitos geométricos envolvidos. Com esta pesquisa de mestrado, almeja-se que os alunos se tornem mais recíprocos e questionadores quando estiverem examinando cada circunstância apresentada.

1.1 Objetivo Geral

- Elaborar uma intervenção didática para aprimorar a habilidade de visualização dos poliedros através da construção dos sólidos de Platão com materiais manipuláveis.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Utilizar materiais manipuláveis para aprimorar a habilidade de visualização dos poliedros na geometria espacial;
- Aprender as propriedades dos poliedros através das construções e manuseio dos sólidos de Platão;
- Auxiliar os professores de matemática na incumbência de ensinar geometria espacial;
- Analisar as questões de geometria espacial que se encontram nas avaliações externas.

Esta pesquisa de mestrado será dividida em seis capítulos, no segundo capítulo mostrará a revisão bibliográfica sobre a história da geometria espacial, desde seu surgimento até o século XX, a história da geometria no Brasil, a vida de Platão, a formação do professor de matemática.

O terceiro capítulo mostrará os materiais e métodos que contém as intervenções didáticas a serem desenvolvidas passo a passo para melhor entendimento do professor e atuação nas suas aulas. As intervenções didáticas mostram como usar materiais manipuláveis como canudos flexíveis, jujubas e palitos de dente e origami para a construção dos sólidos de Platão e análises de questões anteriores de avaliações externas que abordam esse conteúdo.

O quarto capítulo mostra os resultados e discussões sobre as aplicações das intervenções e a culminância em uma feira de ciências que cumprirá os objetivos desta pesquisa.

Capítulo 2

REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta pesquisa de mestrado foram estudados vários livros como: "Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática"de Fiorentini e Miorin, "Vendo e Entendendo Poliedros: Do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos"de Kaleff, Formação de professores: "Para aprender matemática e O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores"de Lorenzato, "Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática"de Rêgo e Rêgo, "Introdução à História da Matemática"de Eves.

Também foram estudados artigos de várias revistas como: **"Las representaciones planas de cuerpos 3- dimensionales en la ensenanza de la geometria espacial"** de GUTIÉRREZ na Revista Ema, "O abandono do ensino da geometria no Brasil: Causas e consequências de Pavanello"na Revista Zetetiké. Vários trechos de documentos governamentais como: Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio, Leis e Diretrizes e Bases da Educação.

Pesquisou-se também várias dissertações de mestrado como: "O uso de material concreto para melhor visualização dos sólidos geométricos"de Monteiro, "Geometria Espacial no Ensino Médio: Um estudo sobre o uso do material concreto na resolução de problemas"de Moraes, "Poliedros de Platão: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico"de Santos, "O abandono do ensino da geometria: Uma visão histórica"de Pavanello que indica que esta não é uma pesquisa inédita e contribuiu para uma pesquisa de qualidade.

2.1 História da Geometria até o Século XIX

A geometria teve início na babilônia no período de 2000 a.C. a 1600 a.C. e acredita-se que eles possuíam conhecimento sobre áreas de figuras planas e volume de prismas (Eves, 2011). Ela surgiu diante dos problemas encontrados diariamente, a mesma desenvolveu-se através de medições, divisão de terrenos, construções, entre outros problemas.

Pavanello afirma em seu livro que:

> "É difícil precisar quando o homem começou a desenvolver o conhecimento geométrico, o que parece é que foi construído de forma empírica, como resposta às necessidades de ordens práticas da comunidade, como a necessidade de demarcação de terras e a construção de moradias mais avançadas para abrigar homens, animais e alimentos"(Pavanello, 1989, p. 13).

As inundações dos rios Nilo, Eufrates, Tigres e outros rios forçaram a encontrar meios para controlarem as inundações e consequentemente irrigarem as terras, criando áreas cultiváveis, desse modo a matemática foi se desenvolvendo através da prática, pois assim houve a necessidade de novas técnicas para cultivar a terra e dividir os terrenos. Segundo Eves:

> "Com a drenagem de pântanos, o controle de inundações e a irrigação eram possíveis transformar as terras ao longo desses rios em regiões agricultáveis ricas. Projetos extensivos dessa natureza não só serviram para ligar localidades anteriormente separadas, como também a engenharia, o financiamento e a administração desses projetos, e os propósitos que os motivaram requeriam o desenvolvimento de considerável tecnologia e da matemática concomitante" (Eves, 2011, p. 57).

No Egito com a vazão do rio Nilo iniciavam as medidas dos terrenos, trabalhos de utilidade pública, construções de templos, pirâmides que duram até os dias de hoje. Euclides de Alexandria escreveu o livro Os Elementos em 13 volumes e nele reuniu tudo sobre a matemática da época e a geometria espacial foi abordada nos volumes 11, 12 e 13.

A partir das observações que Platão fazia da natureza surgiram os primeiros conceitos da geometria, pois nela existem as mais variadas formas geométricas e Gerdes relata em seu livro que:

> "As ideias geométricas vêm quando o homem resolve pôr a natureza exterior a serviço de seus interesses por meio das transformações dessa natureza. Observando a natureza, como a superfície de um lago, o contorno do Sol e da Lua, um raio de Luz, o homem pôde refletir e gradualmente elaborar conceitos, como os conceitos de círculos, retas e outros. Ao observar, pode-se perceber na cela de uma colmeia, numa teia de aranha e outros, formas geométricas que lhe inspiram". (Gerdes, 1992, p. 23).

Nas construções de casas, na divisão dos terrenos, na expectativa de chuvas, etc. Os estudiosos da época desenvolverão técnicas que contribuíram com o desenvolvimento local, assim a geometria ganharia forma dedutiva (Engles,1975).

Piaget e Garcia (1987) comentam sobre a geometria na Grécia antiga, e como ela mobilizou os grandes pensadores da época. "Sem dúvida, a geometria é na matemática grega, o ramo que deu prova de tal perfeição que se transformou por vários séculos, no próprio paradigma da ciência" (Piaget & García, 1987, p. 91).

No Período de 1300 a 1700, os pintores usaram cores claras e fortes para que o volume dos objetos ganhasse destaque, como mostra a Figura 2.1.

Figura 2.1 – Igrejas Antigas

Fonte: (Bispo,2011)

Um grande precursor da geometria no século XVIII foi Carl Friedrich Gauss que fez grandes descobertas no ramo da geometria (Eves, 2011). Segundo Eves:

> "Quando lhe faltava um mês para completar 19 anos de idade o acontecimento foi sua surpreendente contribuição a teoria das construções euclidianas de polígonos regulares e, em particular, a descoberta de que um polígono regular de 17 lados e construtível nesses moldes" (Eves, 2011, p. 519).

A contribuição de Gauss a geometria tornou-a científica e seus resultados foram importante para a sociedade. Eves afirma em seu livro que:

> "Em 1812, num artigo sobre séries hipergeométricas, Gauss fez a primeira investigação sistemática sobre convergência de séries. A obra-prima de Gauss sobre a teoria das superfícies, **Disquisitiones generales circa** superfícies curvas, surgiu em 1827, e inaugurou o estudo da geometria intrínseca das superfícies do espaço" (Eves, 2011, p. 524).

A partir do século XVII a geometria ganhava nova forma que se chamaria Geometria Analítica, com a junção com a álgebra, René Descartes foi o grande precursor como afirma Monteiro:

> "Em 1637, um matemático chamado René Descartes conseguiu unir a álgebra e a geometria, pois ele descobriu que para toda figura havia uma fórmula relacionada, com isso ele criou o plano cartesiano para representar graficamente as expressões algébricas" (MONTEIRO, 2013, p. 20).

A partir do século XVII desenvolveu-se a geometria não euclidiana através do estudo do quinto postulado de Euclides e a geometria ganha nova estrutura.

2.2 Platão: Um grande geômetra

Platão, (Eves, 2011) foi filósofo, matemático, astrônomo e político grego nasceu em Atenas na Grécia por volta de 427 a.C. "Apesar de Platão não ter sido um renomado matemático sua paixão pelos entes geométricos influenciou significativamente o estudo dessa ciência, promovendo aprofundamento dos conhecimentos matemáticos" (Santos R. A., 2014, p. 21).

Aos 20 anos aproximadamente, torna-se discípulo do filósofo Sócrates, e então deixa Atenas após a morte de seu mestre e viajaria para a África e Europa, onde tem contato com os pitagóricos que colaboraram para fundar uma escola denominada "Academia". Um dos lemas da Academia era: "Que não entre ninguém desprovido de geometria".

Uma das Obras de Platão foi relacionada aos poliedros regulares, que estão no Livro XIII dos Elementos de Euclides, onde "apresentou uma descrição dos cinco poliedros regulares e mostrou como construir modelos desses sólidos, juntando triângulos, quadrados e pentágonos para formar suas faces" (Eves, 2011, p. 114) e ficaram conhecidos como sólidos de Platão, mesmo não sendo ele quem o descobriu, Eves afirma que:

> "O primeiro escólio desse livro observa o que se "iria tratar de sólidos de Platão, assim chamados erradamente, por que três deles, tetraedro, o cubo e o dodecaedro se devem aos pitagóricos, ao passo que o octaedro e icosaedro se devem a Teeteto". É bem possível que isso corresponda a fatos" (Eves, 2011, p. 114).

Ele associava o tetraedro ao fogo, hexaedro a terra, octaedro ao ar, icosaedro a água e o dodecaedro associava ao universo.

Uma definição sobre os poliedros de Platão é dada por Eves "Um poliedro se diz regular se suas faces são polígonos regulares congruentes e seus ângulos poliédricos são todos congruentes (Eves, 2011, p. 114).

Os sólidos de Platão são: o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, dodecaedro e icosaedro e o tetraedro é formado por quatro faces triangulares congruentes, o hexaedro que possui seis faces quadradas, o octaedro que possui oito faces triangulares congruentes, o dodecaedro possui 12 faces pentagonais congruentes, e o icosaedro possui 20 faces triangulares congruentes. A seguir a Tabela 2.1 mostra as principais características dos sólidos de Platão.

Tabela 2.1 – As principais características dos sólidos de Platão

Poliedros	Faces	Vértices	Arestas	Formato das faces	Arestas nos vértices
Icosaedro	20	12	30	Triangulares	5
Dodecaedro	12	20	30	Pentagonais	3
Octaedro	8	6	12	Triangulares	4
Hexaedro	6	8	12	Quadradas	3
Tetraedro	4	4	6	Triangulares	3

As relações entre os números de faces e os elementos da natureza foi explicado por Johann Kepler (1571-1630), no século XVI e XVII, pois segundo Eves:

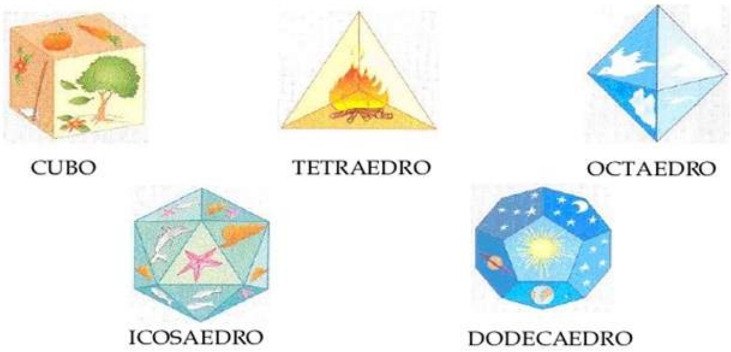
> "O tetraedro abarca o menor volume para a sua superfície, ao passo que o icosaedro o maior. Agora, essas relações volume-superfície são qualidades de secura e umidade, respectivamente, e como o fogo é o mais seco dos quatro "elementos" e a água o mais úmido, o tetraedro deve representar o fogo e o icosaedro a água. Associa-se o cubo com a terra porque o cubo, assentando quadradamente sobre uma de suas faces, tem maior estabilidade. O octaedro, seguro frouxamente por dois de seus vértices opostos, entre o indicador e o polegar, facilmente rodopia, tendo a estabilidade do ar. Finalmente, associa-se o dodecaedro com o universo porque o dodecaedro tem 12 faces e o zodíaco tem 12 seções" (Eves, 2011, p. 114).

Os sólidos de Platão são encontrados na natureza, assim como afirma Eves:

> "O tetraedro, o cubo e o octaedro se encontram na natureza como cristais, por exemplo, de sulfoantimoneto de sódio, sal comum e alúmen, respectivamente. Os outros dois não podem ocorrer na forma de cristais, mas se encontram na natureza como esqueletos de animais marinhos microscópicos chamados radiolários" (Eves, 2011, p. 114).

A Figura 2.2 ilustra os sólidos de Platão com suas respectivas representações da natureza.

Figura 2.2 – Os sólidos de Platão e suas relações com a natureza



Fonte: (Tramontano, 2008)

Platão não é considerado um grande matemático como Pitágoras e Tales de Mileto, mas dedicou-se ao estudo da geometria espacial principalmente nos poliedros regulares.

2.3 A História da Geometria no Brasil

A Geometria era ensinada no Brasil desde a época da colônia, entretanto foi no século XX que começou a se desenvolver, mesmo a população sendo praticamente agrícola, com poucas indústrias, com maior parte da população era analfabeta, e sem direito à educação. As escolas que existiam eram destinadas à elite e a maioria das escolas era de ensino primário. Pavanello afirma que:

> "O ensino da matemática na escola primária é essencialmente utilitário, busca-se o domínio das técnicas operatórias necessárias à vida prática e atividades comerciais. Com a mesma orientação trabalham-se algumas noções de geometria" (Pavanello, 1993, p. 8).

Não havia preocupação com aplicação de atividades práticas em relação a matemática e à geometria, existia também a separação entre os ramos da matemática, como afirma Pavanello:

> "Por sua vez, o ensino secundário é, em geral, pago e destina-se às elites e à preparação para os cursos superiores. Os conteúdos de matemática (aritmética, álgebra, geometria, etc.) são ensinados separadamente e por professores diferentes. O tratamento dado a eles é puramente abstrato, sem qualquer preocupação com as aplicações práticas" (Pavanello, 1993, p. 8).

Os professores eram profissionais de áreas afins, sem qualquer formação pedagógica, as matérias não se correlacionavam e eram ensinadas separadamente.

A partir da 1ª guerra mundial foram feitas modificações e avanços, através de reivindicações oriundas dos efeitos da guerra e acontecimentos mundiais como a crise de 1929 influenciaram a educação brasileira. A eminente 2ª guerra mundial contribuiu para a industrialização do Brasil, aumento do comércio e a necessidade de mão de obra qualificada e isso influenciou na expansão das escolas (Pavanello, 1993).

A constituição de 1934 reformula a educação, porém continua a tendência que se intitula de "As escolas para o "povo" (as profissionais) e as destinadas à elite (as secundárias)" (Pavanello, 1993, p. 10). As escolas profissionais eram destinadas à mão de obra barata e as secundárias tinham como objetivo levar os alunos às universidades. Outra mudança é a unificação da matemática, agora lecionada por um único professor, e a geometria deveria iniciar por questões intuitivas e atingir uma exposição formal.

Em 1942 surge uma nova estrutura para o ensino básico que Pavanello afirma ser: o "seu primeiro ciclo, agora denominado curso ginasial tem 4 anos de duração e o segundo, subdividido em clássico e científico com duração de 3 anos" (Pavanello, 1993, p. 10). Pavanello destaca como era dividido o ensino de geometria na escola secundária segundo o novo modelo:

> "A geometria, no entanto, é abordada nas quatro séries, intuitivamente e nas duas séries iniciais e dedutivamente nas últimas. Ela é também bastante priorizada no segundo ciclo, constando da programação de todas as séries. Inclui-se ainda trigonometria no 2º ano e geometria analítica no 3º ano" (Pavanello, 1993, p. 11).

Na década de 50, as dificuldade de ensinar geometria eram: Excesso de conteúdo, apenas o ensino primário era totalmente gratuito, não existiam professores qualificados para ocuparem as vagas destinadas no ensino secundário. Na década de 60 o Brasil sofre influência do movimento da matemática moderna onde sua principal função é adaptar a matemática do ensino básico a matemática do ensino superior. Segundo Pavanello o movimento da matemática moderna influenciou o ensino da geometria:

> "Quanto à geometria, opta-se, num primeiro momento, por acentuar nesses livros as noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotando-se, para sua representação, a linguagem da teoria de conjuntos. Procura-se trabalhá-la segundo uma abordagem "intuitiva" que se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização dos teoremas como postulados, mediante os quais pode-se resolver alguns problemas" (Pavanello, 1993, p. 13).

Um dos motivos para o esquecimento do ensino da geometria na escola pública foi a lei 5692/71, conhecida como Lei de Diretrizes de Bases da Educação, a LDB, de 1971 que em seu Art. 4 afirma:

> "Art. 4º, os currículos do ensino de 1º e 2º graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos". (LDB, 1971, p. 1).

A LDB de 1971 permitia que os professores escolhessem os conteúdos de acordo com a realidade local, o que gerou uma revolução no ensino da geometria na época: "esse procedimento ao permitir que cada professor monte seu programa de acordo com as necessidades da clientela" (Pavanello, 1993, p. 13).

Outro motivo para a defasagem do ensino da geometria espacial foi a lei 5692/71 Art.7º que substituiu o desenho geométrico pela disciplina de artes, como pode-se verificar na citação abaixo:

> "Art. 7º será obrigatória à inclusão de Educação Moral e Cívica, Educação Física, Educação Artística e Programas de Saúde nos currículos plenos dos estabelecimentos de 1º e 2º graus, observado quanto à primeira, o disposto no Decreto-Lei n. 369, de 12 de setembro de 1969" (LDB, 1971, p. 1).

A substituição do desenho geométrico pela disciplina de Educação Artística proporcionou o abandono do ensino de geometria que já era pouco trabalhado nas escolas públicas. A troca "do desenho geométrico que é substituído, nos dois níveis de ensino, pela Educação Artística" (Pavanello, 1993, p. 13) gerou a decadência no processo de ensino da geometria, pois os alunos passaram a apresentar uma dificuldade ainda maior em lidar com figuras geométricas.

O resultado da LDB de 1971 provocou graves consequências em relação às escolas públicas, unificando o ensino primário com o ensino secundário, chamado de 1º grau, ampliando as escolas de 1º e 2º graus, e formando professores em sua maioria em cursos superiores particulares de licenciaturas curtas. Aumentaram as escolas públicas sem estrutura o que acarretaram baixas condições de trabalho, o sucateamento do salário.

Segundo Pavanello as consequências dessas mudanças continuam:

> "Se houve ampliação da rede oficial de ensino em todos os níveis, ela foi acompanhada de um processo de deterioração, física e cognitiva da escola pública, a única acessível às camadas menos favorecidas da população. A dualidade histórica de ensino brasileiro (escola da elite x escola do povo) traduzido, agora, em termos de escola particular x escola pública"(Pavanello, 1993, p. 15).

Nas escolas particulares e academias militares o ensino de geometria continuava com qualidade, mesmo com as dificuldades encontradas ela era ensinada (Pavanello, 1993).

As reformas que aconteceram na educação brasileira foram consequências dos acontecimentos políticos internacionais que influenciaram negativamente o ensino da geometria no Brasil e configurou com "a dualidade tradicional de nosso ensino poderia, então, ser reformulada como escola onde se ensina a geometria, (escola da elite) x "escola onde não se ensina geometria, (escola do povo)" (Pavanello, 1993).

Para entender a realidade nas escolas públicas brasileiras deve-se recorrer a sua história, pois essa é a maneira de entender-se como funcionavam e como surgiram as dificuldades que encontramos hoje para o ensino da geometria espacial.

2.4 Formação do Professor de Matemática

O professor desempenha um papel fundamental no processo de ensino aprendizagem. Segundo Lorenzato:

> O sucesso ou fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e os alunos. Por isso o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos (Lorenzato, 2010, p. 1).

Os professores de matemática têm uma carência, de estudos inovadores que mostrem como desenvolver atividades inovadoras, em se tratando da geometria e essa carência aumenta. Entretanto "dar aulas é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento" (Lorenzato, 2010, p. 3)

A má formação dos professores depende também de como as universidades organizam seus cursos de licenciatura e suas pós-graduações em educação, pois Lorenzato afirma que:

> A permissão para alguém dar aulas mesmo sem conhecer o assunto também atinge a pós-graduação, quando cursos de formação continuada a professores são ministrados por matemáticos que, apesar de conhecerem profundamente o campo que escolheram para fazer seus doutorados, nunca lecionaram para crianças ou jovens, nem apresentam afinidade com a arte de ensinar e desconhecem as contribuições do campo da educação matemática (Lorenzato, 2010, p. 6).

O professor desempenha um papel imprescindível no processo de ensino que muitas vezes é tradicional e dificultando a inserção de novas metodologias. "Não longe vão os tempos em que, aos jovens das 7ª e 8ª séries, a geometria era apresentada unicamente como uma enorme coleção de teoremas a serem demonstrados pelos alunos". (Lorenzato, 2010, p. 7).

A experiência do professor contribuirá para analisar o uso das novas metodologias. "Escolas e livros, por melhores que sejam não conseguem oferecer os conhecimentos que o professor adquire por meio de sua prática pedagógica" (Lorenzato, 2010, p. 9).

Para uma sociedade que se atualiza rapidamente, novas metodologias devem ser desenvolvidas, mas para isso o professor deve se atualizar e está disposto a aprender, pesquisar e frequentar cursos de formação continuada ou pós-graduações. Segundo Lorenzato:

> Tendo em vista do que cabe ao professor de se manter atualizado, é fundamental que ele possua ou adquira o habito de leitura, além de constante procura de informações que possam melhorar sua prática pedagógica (Lorenzato, 2010, p. 11).

A formação continuada do professor de matemática acontece lentamente por alguns motivos listados:

> No entanto, o professor convive com um grande desafio: deve manter-se atualizado, mas por receber baixa remuneração precisa dar muitas aulas e, assim, ele não tem tempo nem dinheiro para investir em seus estudos. Além disso, muitas secretarias de educação desestimulam a formação continuada, não oferecendo ao professor qualquer tipo de retorno (Lorenzato, 2010, p. 12).

A tendência pedagógica tradicional possui algumas características sobre a atuação do professor em sala de aula que é citada por Lorenzato:

> No passado, professor era sinônimo de autoridade, fora e dentro de sala de aula. Por isso, muitos professores davam suas aulas como se fossem donos da verdade, cabendo aos seus alunos apenas ouvirem e obedecerem. Foi uma época de culto ao silêncio (Lorenzato, 2010, p. 15).

O professor é protagonista no processo de ensino aprendizagem da geometria espacial, onde a prática pedagógica assume importância crucial no resultado da aprendizagem doa alunos.

Capítulo 3

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Os Materiais manipuláveis no Ensino de Geometria Espacial

Os Parâmetros Curriculares Nacionais garantem que a geometria contribui para "um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive" (Brasil, 2006, p. 51). O aluno que aprende geometria torna-se mais apto a continuar os estudos. Lorenzato afirma que:

> Bastaria o argumento de que sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas, também não poderão se utilizar da geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano (Lorenzato, 2012, p. 5).

Isso tem levado os educadores a buscarem meios para facilitar o ensino das propriedades geométricas dos sólidos e para tornar esse ensino mais atrativo e motivador (Kaleff, 2006). E é nossa obrigação estar bem preparados para propiciar a aprendizagem da matemática àqueles que nos são confiados (Lorenzato, 2010).

Uma das alternativas é o uso de materiais manipuláveis para facilitar a aprendizagem e compreensão das definições e teoremas da geometria espacial. Esses materiais devem ser utilizados de maneira planejada até cumprirem os objetivos propostos. Moraes afirma:

> " é de suma importância que os materiais tenham uma conexão com o exercício proposto. O material por si só não basta e vice-versa. Porém, este serve apenas como apoio para que o aluno desenvolva seu processo de raciocínio até que não seja mais necessário o seu uso" (Moraes, 2014, p. 49).

Ao construírem e manusearem os sólidos de Platão os alunos terão a oportunidade de tocar os objetos de estudo e é uma alternativa que favorece a aprendizagem, pois assim também afirma Fiorentini e Miorin (1990):

> "o material ou o jogo pode ser fundamental para que isso ocorra. Nesse sentido, o material mais adequado, nem sempre, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um material, o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de uma forma mais efetiva". (Fiorentini e Miorim, 1990, p. 5)

Os professores possuem dificuldade em inserir materiais manipuláveis nas aulas de geometria espacial, muitas vezes esses materiais servem apenas para distrair os alunos e não são analisados os resultados.

É comum o professor de matemática não utilizar com clareza as definições e propriedades matemáticas que os materiais ou jogos possuem, entretanto são importantes para o processo de ensino-aprendizagem, normalmente, não questiona se estes realmente são necessários, e em quais conteúdos devem ser usados (Fiorentini e Miorim).

O uso de materiais manipuláveis torna as aulas diferenciadas e poderá auxiliar no desenvolvimento de habilidades de visualização. Fiorentini e Miorim afirmam que:

> geralmente costuma-se justificar a importância desses elementos apenas pelo seu caráter "motivador" ou pelo fato de ter "ouvido falar" que o ensino da matemática tem de partir do concreto ou, ainda, porque através deles as aulas ficam mais alegres e os alunos passam a gostar da matemática (Fiorentini e Miorim, 1990, p. 1).

A falta de experiência sobre o uso de materiais manipuláveis ocorre pelo fato do ensino tradicional continuar como principal tendência pedagógica nas escolas.

Até o século XVI, a capacidade de desenvolvimento cognitivo da criança era idêntica à do adulto. A criança era considerada um adulto pequeno. Assim, o ensino deveria corrigir as dificuldades que a criança possuia. A transmissão de conhecimento era comum nessa época. O ensino era autoritário e a aprendizagem do aluno era considerada passiva, onde eles apenas decoravam fórmulas através da repetição (Fiorentini e Miorim, 1990).

Os materiais manipuláveis devem interagir com o meio. Segundo Fiorentini e Miorim deve-se analisar o material antes de aplicar as intervenções, o que pode influenciar positivamente o processo de ensino aprendizagem.

O professor deverá observar qual material ou jogo deve optar, deverá analisar a estrutura física e política da escola, sobre o papel da escola naquela comunidade que ela está inserida, o jogo ou material concreto deverá ter relação com o conteúdo a ser ministrado para desenvolver nos alunos habilidades inerentes a sua formação intelectual e moral. Não deve julgar o material por ele ser atraente ou lúdico apenas, nenhum material é válido por si só (Fiorentini e Miorim, 1990).

As aulas com o uso dos materiais manipuláveis como origami devem ser planejadas. Visto que ele é uma ferramenta importante para desenvolver a habilidade de visualização dos poliedros e identificar as faces, vértices, arestas e analisar os polígonos regulares que compõe suas faces, aplicando diversos conceitos e definições. Segundo, Rego e Gaudêncio:

> "o origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que os cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Arte." (Rêgo e Rêgo, 2012, p. 18).

É importante que o aluno desenvolva habilidades que permitam compreender e interpretar diferentes tipos de representações no plano de objetos no espaço, ou seja, habilidades que desenvolvam a compreensão de criar, mover, transformar e analisar imagens mentais de objetos no espaço que foram criados no plano bidimensional. Os livros didáticos, por melhor que sejam não garantem o desenvolvimento dessas habilidades por não desenvolverem nos aprendizes essa experiência (Gutiérrez, 1998).

As construções dos poliedros com canudos flexíveis garante a observação do interior dos poliedros e segundo Rêgo:

> "ainda em geometria, sugerimos para a confecção de esqueletos de poliedros, que poderão ser explorados posteriormente no estudo de propriedades de sólidos, planos de simetria, teorema de Euler, dentre outros". (Rêgo , 2012, p. 47).

A visualização é de suma importância na geometria espacial, pois ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a ter controle sobre o conjunto de operações básicas mentais exigidas no trato da geometria (Kaleff, 2006).

Com materiais manipuláveis de baixo custo a construção dos poliedros é importante, segundo Kallef:

> "tem se observado que alguns professores estranham a introdução deste tipo de construção e representação de poliedros por meio das arestas, pelo fato de tal representação não privilegiar o aparecimento do interior dos sólidos, não dando a ideia real das mesmas. Todavia, a experiência tem revelado que a construção dos esqueletos não só é muito indicada para as primeiras séries escolares, como para o ensino médio, pois o aluno pode "ver" a parte interna da figura formada, enxergando por entre as arestas. Por outro lado, esse material também proporciona ao aluno a possibilidade de construir concretamente diversos elementos geométricos tais como: diagonais, alturas, seções planas, etc." (Kaleff, 2006, p. 123).

A visualização de sólidos geométricos garante aos alunos a possibilidade de aprender e conhecer seu objeto de estudo, a visualização de sólidos gera um aprendizado diferenciado.

As atividades com materiais manipuláveis desenvolvem as atividades mentais nos alunos o que favorece a aprendizagem, nem sempre isso acontece, pois é necessário que o aluno utilize esses materiais de maneira organizada e concisa e um planejamento adequado garantirá isso (Lorenzato, 2010).

Nos cursos superiores as demonstrações são questões de muitas reclamações entre os estudantes e eles apresentam e dificuldades na habilidade de visualização. Pavanello afirma que:

> "Mesmo nos cursos superiores de matemática constata-se que os alunos apresentam muita dificuldade em compreender os processos de demonstração ou são incapazes de usá-los ou mesmo de utilizar qualquer representação geométrica para a visualização de conceitos matemáticos". (pavanello, 1993, p. 3).

A Geometria espacial poderá contribuir para um tipo especial de pensamento, já que ser um bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria (Lorenzato, 2010).

As Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica orientam que: o conjunto de competências e habilidades que o trabalho de Matemática deve auxiliar a desenvolver pode ser descrito tendo em vista este relacionamento com as demais áreas do saber.

A geometria espacial tem um papel fundamental em qualificar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois resgata o abstrato e o transforma em algo concreto, deixando-o com uma visão tridimensional do mundo que o cerca. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio destacam:

> "o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano [...]. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivos. Esse estudo apresenta dois aspectos: a geometria que leva à trigonometria e a geometria pra o cálculo de comprimentos, áreas e volumes" (Brasil, 2006, p. 75).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio a geometria quando trabalhada no Ensino Médio proporciona ao aluno interpretar o mundo a sua volta, pois a geometria espacial são à base de todas as construções humanas.

> "...as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca" (Brasil, 2006, p. 70).

O uso dos materiais manipuláveis é uma alternativa que auxilia o professor de matemática na incumbência de ensinar geometria espacial e desenvolver habilidades importantes para a formação do aluno.

3.2 Os Sólidos de Platão Construídos de Materiais manipuláveis

Essa pesquisa de mestrado é uma intervenção didática sobre os sólidos de Platão e foram construídos os 5 sólidos, são eles: Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro. Esta atividade tem o objetivo de visualização dos sólidos de Platão usando materiais manipuláveis. Os materiais utilizados são: O origami dá ênfase às faces, jujubas e palitos de dente dão ênfase aos vértices e os canudos flexíveis dão ênfase às arestas.

Essa atividade será desenvolvida com alunos do ensino médio que em sua maioria possuem dificuldades em aprender as propriedades dos poliedros. A Tabela 3.1 ilustra a intervenção didática para executar a proposta.

Tabela 3.1 – Plano de aula sobre os Sólidos de Platão

Plano de aula sobre sólidos de Platão	
Descritores	Corresponder figuras tridimensionais às suas vistas. Corresponder figuras tridimensionais às suas planificações. Utilizar a Relação de Euler para determinar o número de faces, de vértices ou de arestas de poliedros convexos.
Público Alvo	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.
Avaliação	A avaliação será realizada durante a aplicação da proposta.
Competências	Visualizar e descrever propriedades e relações geométricas por meio da construção e comparação de figuras. Fazer pequenas inferências e deduções em geometria construindo as figuras e comparando com os teoremas simples da geometria espacial.
Habilidades	Saber justificar os processos utilizados nas construções geométricas. Conhecer os sólidos geométricos e suas características.
Pré-Requisito	Polígonos Regulares.

A Tabela 3.1 indica uma sequência didática onde na primeira linha destacam os descritores que são conteúdos a serem trabalhos nas construções dos sólidos de Platão. Portanto nela também possui o público alvo, que são os alunos do 9º ano do ensino fundamental.

As competências e habilidades indicam que o processo de construção e manuseio dos sólidos de Platão produzem resultados satisfatórios, pois os alunos irão poderão justificar os processos de construção, conhecer os sólidos geométricos e visualizar suas propriedades.

A Tabela 3.2 ilustra as vantagens e desvantagens de usar a construção dos poliedros de diversos materiais.

Tabela 3.2 – Modelos de Construção de Poliedros

Modelo de construção de Poliedros			
Modelos	O que é?	Aspectos positivos	Aspectos negativos
Palitos de dente e jujubas	Consiste em montar poliedros cujos vértices são feitos com jujubas e cujas arestas são palitos de dente.	Rápida e fácil execução, limpo, utiliza materiais fáceis de encontrar e de baixo custo.	As construções resultam os sólidos procurados, porém não garante regularidade.
Canudos flexíveis	Consiste em montar poliedros cujas arestas são canudos, unindo-os e formando os poliedros.	Método limpo, de baixo custo e de grande impacto e visual agradável.	São usados dois canudos por arestas e o uso de tesoura, o que requer um cuidado especial, dependendo do sólido pode demorar.
Origami	Consiste em montar poliedros através do origami modular com as montagens das peças feitas com chamex ou similares.	Método limpo, impacto visual positivo, textura, e os alunos gostam muito de aprender essa técnica.	Difícil e demorada execução, sólidos fechados que não permitem visualização de figuras inscritas. Requer do professor uma atenção especial.

A Tabela 3.2 indica os aspectos positivos e negativos dos materiais manipuláveis que serão usados nas construções dos sólidos de Platão. Portanto esses materiais possuem como características positivas serem materiais de baixo custo, fácil aquisição e ser um método limpo, além de do visual agradável.

Entretanto as construções podem demorar e requer do professor um planejamento adequado como providenciar materiais necessários aos alunos para desenvolver a habilidade de visualização, os aspectos negativos servem como orientação ao trabalho do docente.

3.2.1 As Jujubas e Palitos de Dente como Material Didático

Os objetivos dessa atividade é construir os sólidos de Platão e aprender suas propriedades. Serão construídos os poliedros regulares com jujubas e palitos de dente e com as seguintes orientações:

- Providenciar Jujubas e palitos de dente em quantidade suficiente para construir os 5 sólidos de Platão;

- Dividir a sala em 5 grupos referentes aos 5 poliedros regulares;

- Usar Linguagem matemática nas construções;

- Avaliar o processo de construção antes, durante e depois e averiguar se os objetivos foram alcançados.

  Os objetivos desta atividade são:

- Aprender os nomes dos sólidos que serão construídos;

- Identificar o tipo de face de cada poliedro construído;

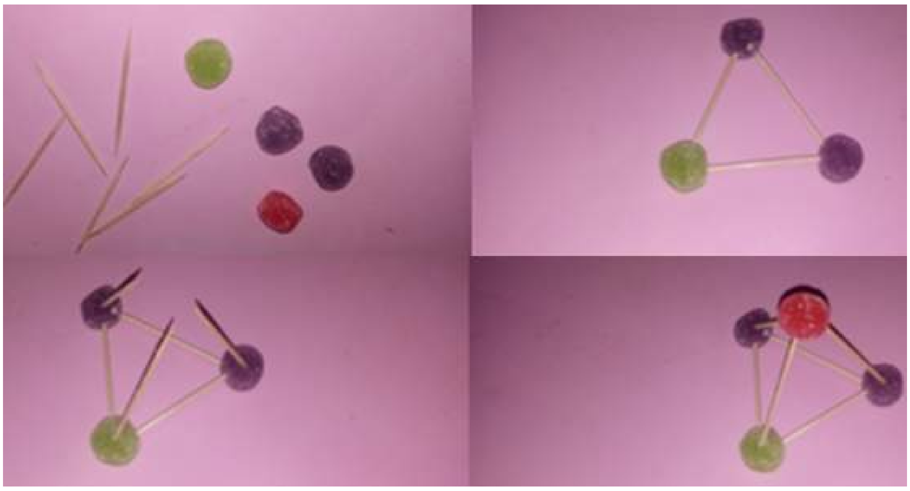
- Analisar o número de palitos por jujubas em comparação com o número de arestas por vértices;

- Compreender a Relação de Euler;

A execução desta atividade com jujubas e palitos de dente será conduzida passo a passo como descrito abaixo.

1º Passo: Separar a quantidade de jujubas e palitos de dente correspondente ao número de vértices e arestas do tetraedro para começar a executar a manipulação. Observar se cada jujuba possuirá 3 palitos e construir de maneira que isso aconteça, formando assim o tetraedro como ilustra a Figura 3.1.

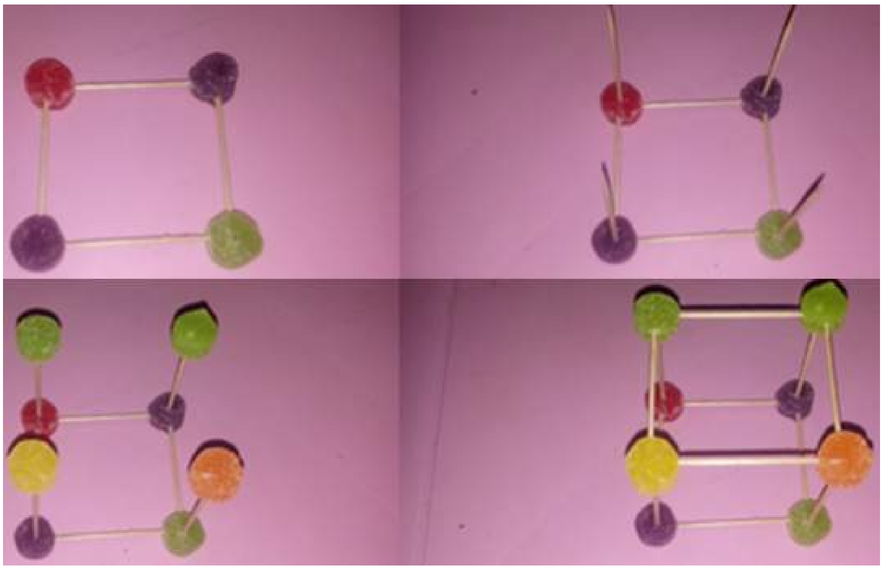
Figura 3.1 – Construção do tetraedro com jujubas



Fonte: Autor da pesquisa

2º Passo: Para iniciar a construção do hexaedro será necessário selecionar 12 palitos e 8 jujubas, associados as arestas e os vértices respectivamente e espetar 3 palitos por jujuba e finalizar a construção do hexaedro conforme ilustrado na Figura 3.2.

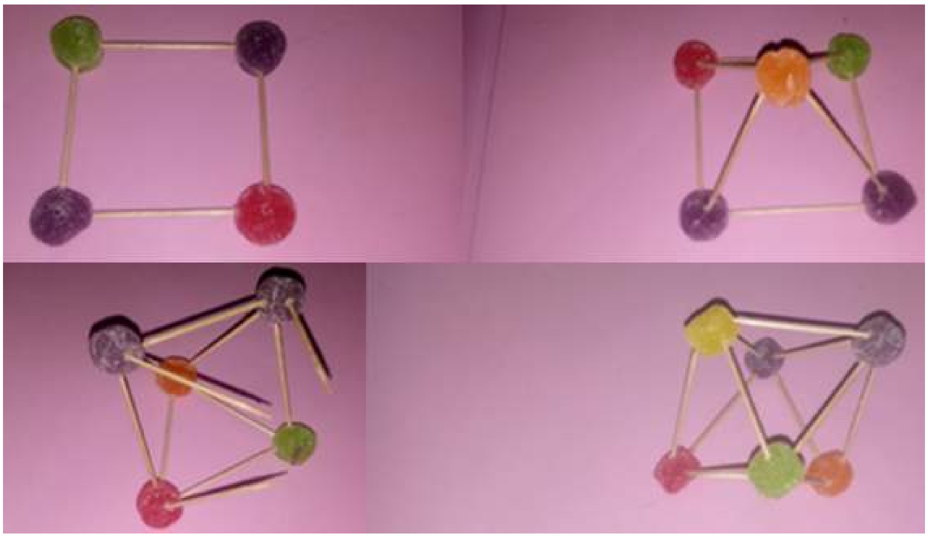
Figura 3.2 – Construção do hexaedro com jujubas



Fonte: Autor da pesquisa

3º Passo: O próximo poliedro regular a ser construído é o octaedro que possui 12 arestas e 6 vértices, logo são necessários de seis jujubas e doze palitos. Será construída uma pirâmide de base quadrada com outra anexada no vértice oposto para cessar o octaedro como indicado na Figura 3.3.

Figura 3.3 – Construção do octaedro com jujubas



Fonte: Autor da pesquisa

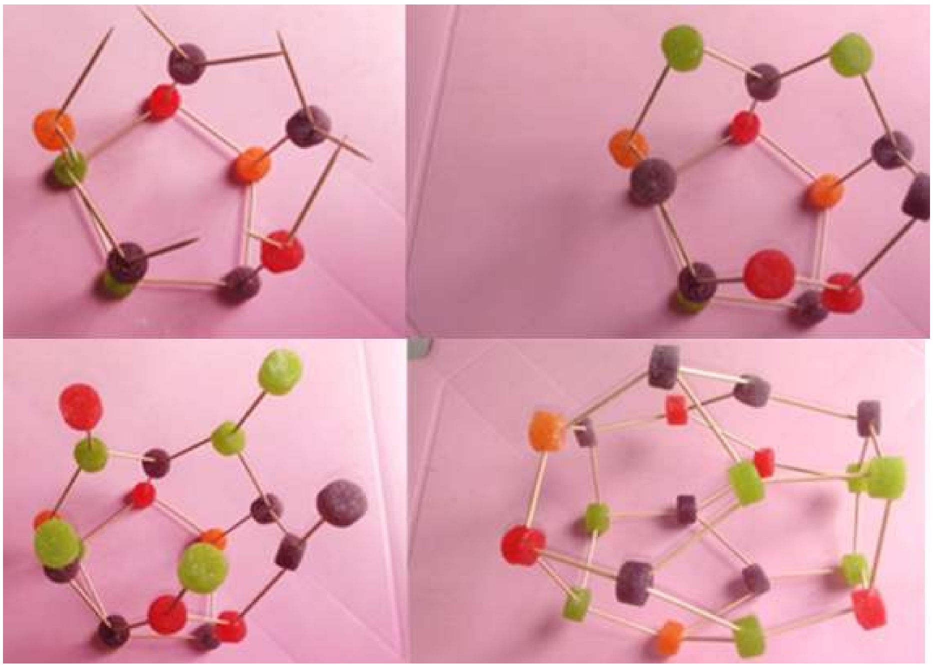
4º Passo: Para iniciar a construção do dodecaedro, é necessário construir um pentágono e espetar os palitos perpendicularmente nos vértices do mesmo como ilustra a Figura 3.4.

Figura 3.4 – Construção do dodecaedro com jujubas

Fonte: Autor da pesquisa

5º Passo: Para prosseguir a construção, observe a ilustração da Figura 3.5 para cessar a construção do dodecaedro que está com as arestas e faces irregulares. Entretanto manteve as 12 faces pentagonais.

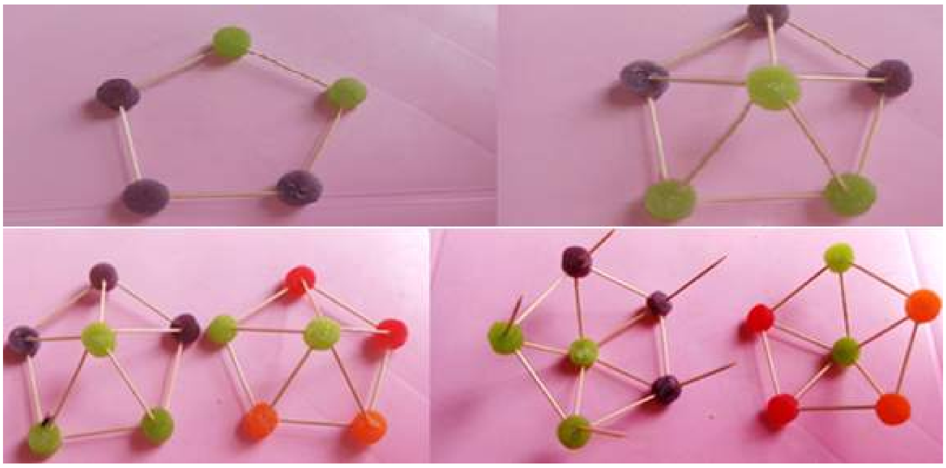
Figura 3.5 – Construção do dodecaedro com jujubas



Fonte: Autor da pesquisa

6º Passo: A montagem do icosaedro poderá ser demorada, entretanto seguir essas orientações facilitará o processo. De acordo com a Figura 3.6 construa duas pirâmide de bases pentagonais e insira os palitos perpendicularmente na base uma delas para uni-las.

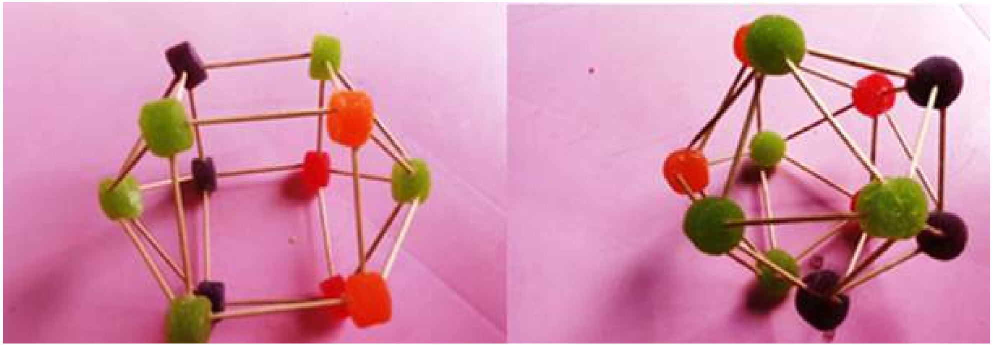
Figura 3.6 – Construção do icosaedro com jujubas



Fonte: Autor da pesquisa

7º Passo: Unir as duas pirâmides e inserir os palitos nas faces quadradas para formar triângulos com a condição de haver sempre cinco palitos por jujubas como indicado na Figura 3.7 para concluir a construção do icosaedro.

Figura 3.7 – Construção do icosaedro com jujubas



Fonte: Autor da pesquisa

Essa atividade contribuiu para o desenvolvimento de habilidades sobre visualização dos sólidos de Platão com ênfase nos vértices dos poliedros que foram representados por jujubas.

3.2.2 Os Canudos Flexíveis como Materiais Didáticos

Segundo (JUNIOR, 2014) a montagem com canudos flexíveis é bastante útil, pois é possível construir os poliedros e representar suas propriedades com clareza como diagonais internas, altura, centro dos sólidos com ênfase nas arestas.

Nesta atividade serão construídos os sólidos de Platão com canudos flexíveis, material de fácil aquisição, baixo custo e por ter ênfase nas arestas será importante no processo de visualização dos poliedros.

As orientações para a construção dos sólidos de Platão com auxílio desses materiais estão listadas a seguir:

- Providenciar tesoura, régua, durex e canudos flexíveis;
- Dividir a sala em cinco grupos;
- Usar Linguagem matemática nas construções;
- Avaliar a execução das atividades;

  Os objetivos dessa atividade ultrapassam a construção dos sólidos de Platão com canudos e os objetivos estão listados a seguir:

- Aprender o nome dos sólidos que serão construídos;
- Calcular o perímetro dos poliedros;
- Verificar se as arestas são iguais;
- Analisar a quantidade de arestas por vértices;

- Compreender a relação de Euler;

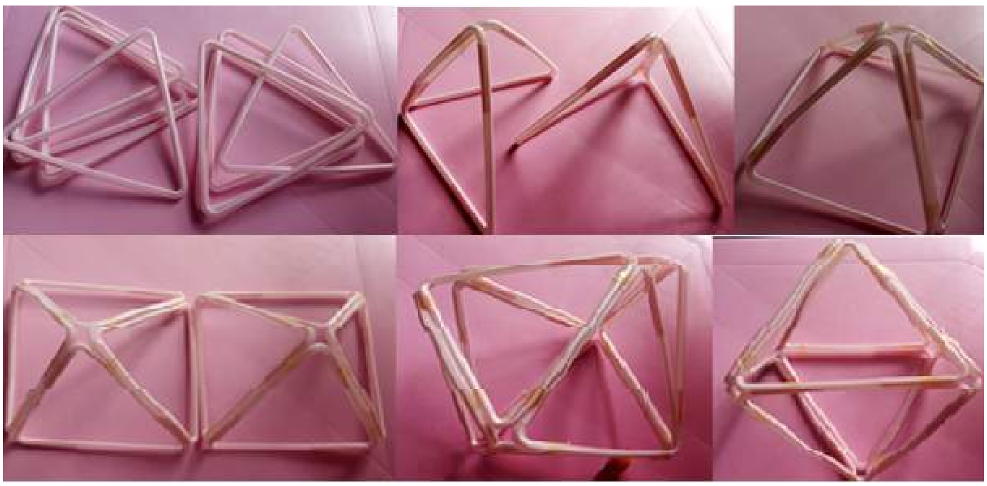
1º Passo: Para iniciar essa atividade é necessário cortar a parte não flexível do canudo em aproximadamente 5 cm e unir a parte flexível do canudo na parte cortada que formará o triângulo equilátero. Todavia é primordial a construção de quatro triângulos congruentes para uni-los e cessar a construção do tetraedro como indicado na Figura 3.8.

Figura 3.8 – Construção do tetraedro com canudos

Fonte: Autor da pesquisa

2º Passo: Para construir o octaedro devem-se confeccionar oito triângulos equiláteros e fixar com fita durex duas pirâmides de base quadrada e embutí-las como ilustrado na Figura 3.9.

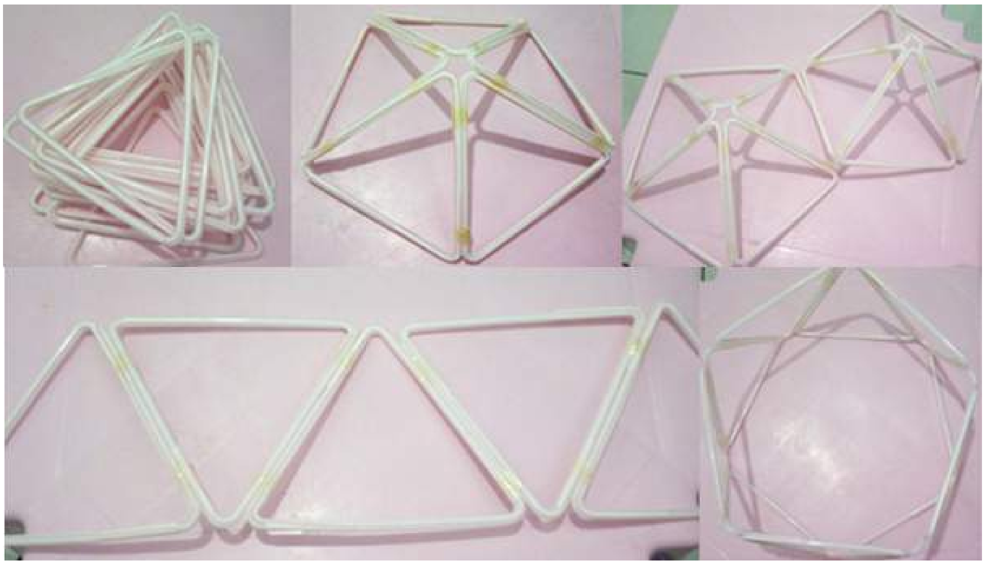
Figura 3.9 – Construção do octaedro com canudos



Fonte: Autor da pesquisa

3º Passo: Ao selecionar 20 triângulos equiláteros construídos com canudos flexíveis e confeccionar duas pirâmides de base pentagonal, e continuará o processo de construção do icosaedro regular. Portanto deve-se fixar 10 triângulos equiláteros em linha reta para organizar a lateral do icosaedro como indicado na Figura 3.10.

Figura 3.10 – Construção do icosaedro com canudos



Fonte: Autor da pesquisa

4º Passo: Para cessar a construção do icosaedro, basta fixar as pirâmides de bases pentagonais nos triângulos laterais como ilustrado na Figura 3.12.

Figura 3.11 – Construção do icosaedro com canudos

Fonte: Autor da pesquisa

5º Passo: O hexaedro é um sólido de Platão que possui 6 faces quadradas. Para a construção desse sólido serão necessários 6 quadrados e devem ser confeccionados e fixá-los como ilustrado na Figura **??**.

Figura 3.12 – Construção do icosaedro com canudos

Fonte: Autor da pesquisa

6º Passo: Construir 12 pentágonos regulares e fixá-los como indicado na Figura 3.13 para finalizar o dodecaedro.

Figura 3.13 – Construção do dodecaedro com canudos

Fonte: Autor da pesquisa

Este tipo de montagem pode ser bastante útil, pois permite mostrar aos alunos elementos representativos, tais como a altura de uma pirâmide, apótemas, diagonais internas, centro da esfera inscritível, além, é claro, de ressaltar quem são as arestas e vértices do sólido considerado.

3.2.3 O Origami como Material Didático

Serão construídos os sólidos de Platão com o origami modular que favorecerá o processo de visualização dos sólidos. Para essa construção devem seguir as seguintes orientações:

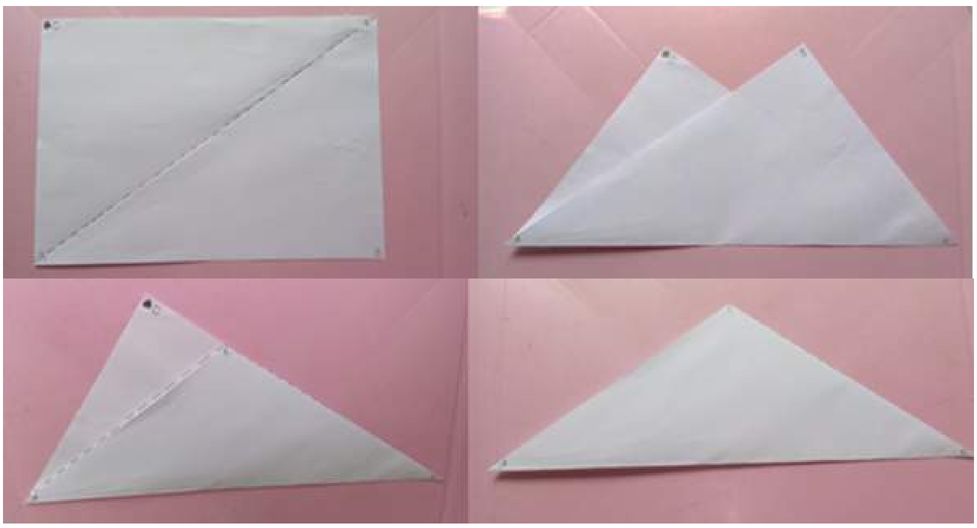
- Providenciar papel chamex em quantidade suficiente para a construção dos sólidos de Platão;
- Dividir a turma em 5 grupos;
- Usar Linguagem matemática nas construções;
- Avaliar a execução da atividade e verificar se os objetivos foram alcançados.

  Os objetivos a serem alcançados dessa atividade são:

- Aprender a calcular a área e o perímetro das faces das figuras construídas;
- Entender que os lados das figuras são congruentes;
- Compreender a Relação de Euler;
- Aprender o nome dos sólidos;

1º Passo: Para construir o dodecaedro é necessário construir as faces pentagonais e para isso trace a diagonal do retângulo e dobre-o formando outro triângulo isóscele como ilustrado na Figura 3.14.

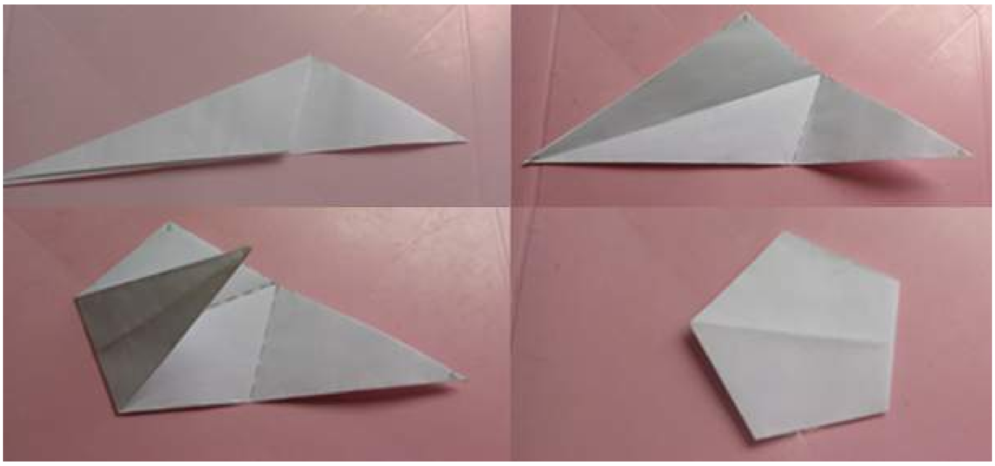
Figura 3.14 – Construção do pentágono regular



Fonte: Autor da pesquisa

2º Passo: Dobrar o triângulo isóscele na bissetriz do ângulo da base e após dobrar a outra base como indicado na Figura 3.15 formará o pentágono regular.

Figura 3.15 – Construção do pentágono regular



Fonte: Autor da pesquisa

3º Passo: Construir 12 pentágonos que se tornarão as faces do dodecaedro e encaixar as pontas nas aberturas e confeccionar o poliedro como ilustrado na Figura 3.16.

Figura 3.16 – Construção do dodecaedro com origami

Fonte: Autor da pesquisa

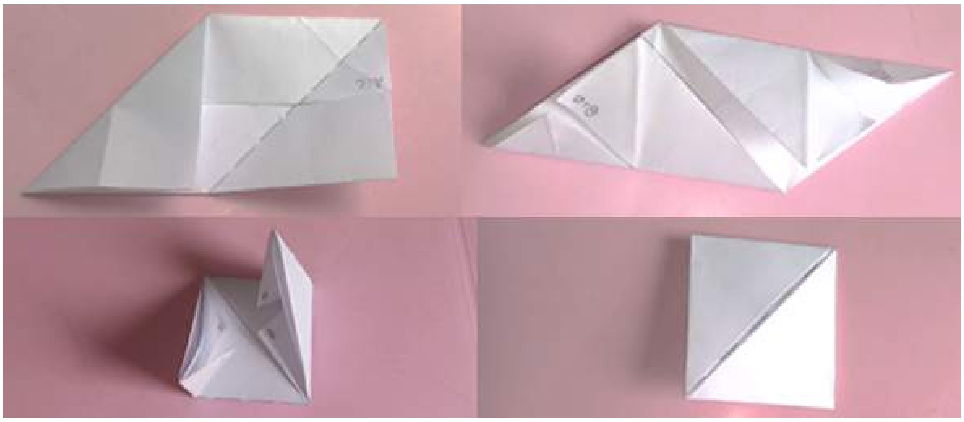
4º Passo: Para construir o hexaedro é necessário dobrar uma folha de chamex quadrada e logo após dobrar novamente até formar um trapézio retângulo como indicado na Figura 3.17.

Figura 3.17 – Construção do hexaedro

Fonte: Autor da pesquisa

5º Passo: Dobre o trapézio para formar um paralelogramo e flexione as pontas do paralelogramo para construir o quadrado como ilustrado na Figura 3.18.

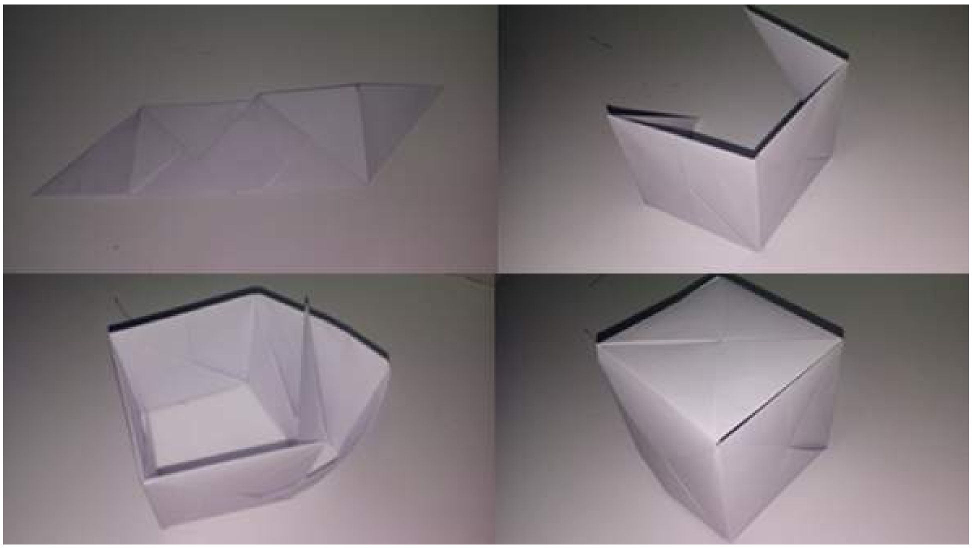
Figura 3.18 – Construção do hexaedro



Fonte: Autor da pesquisa

6º Passo: Construir seis quadrados inserir suas pontas nas aberturas das peças para a montagem do hexaedro, como ilustrado na Figura 3.19.

Figura 3.19 – Construção do hexaedro com origami

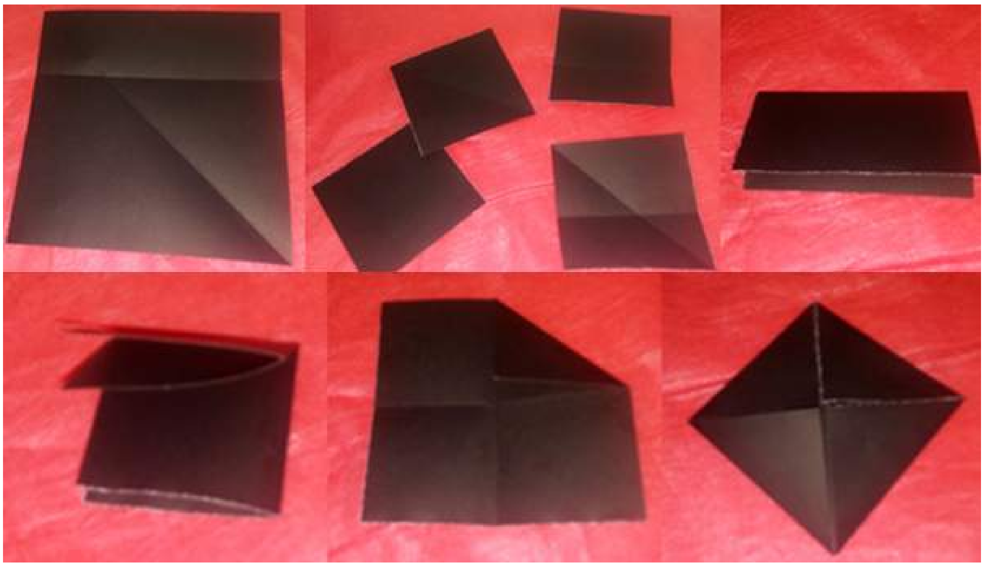


Fonte: Autor da pesquisa

7º Passo: Para construir os sólidos de Platão com faces triangulares é necessário a construção de triângulos menores que servem de encaixes. Portanto, para tal construção é necessário dividir uma folha de chamex ou similar quadrada em quatro partes congruentes.

Após a divisão em quatro partes iguais será imprescindível dobrar as pontas de cada quadrado ao centro como indicado na Figura 3.20.

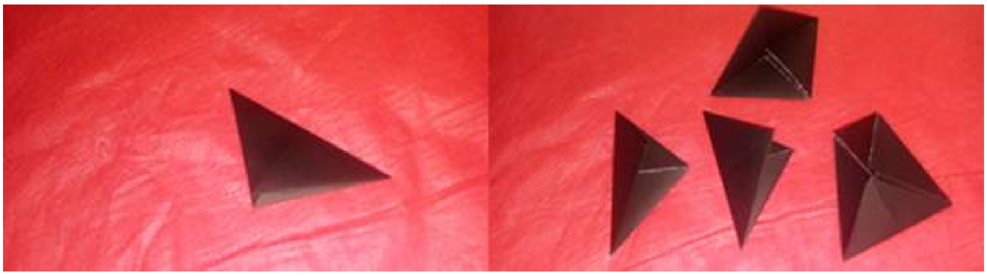
Figura 3.20 – Construção dos módulos triangulares com origami



Fonte: Autor da pesquisa

8º Passo: A Figura 3.21 ilustra como concluir a construção dos triângulos menores que servem de encaixes.

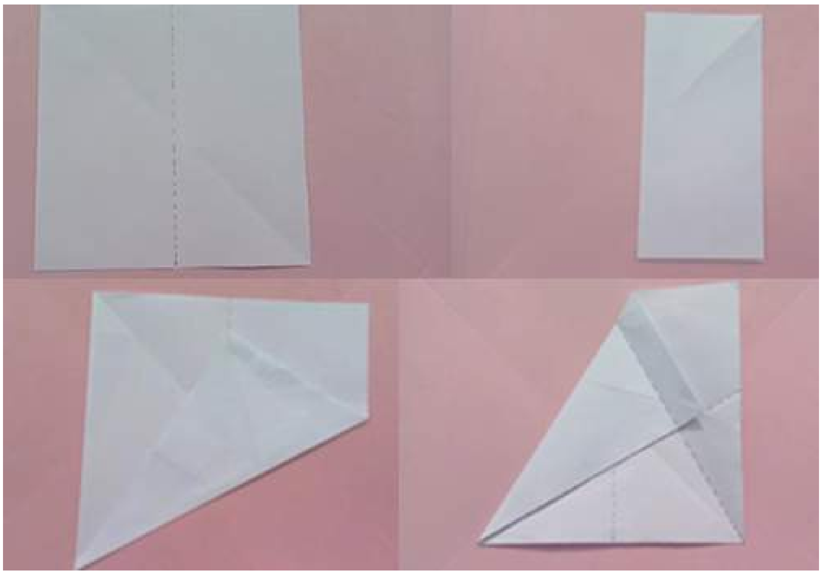
Figura 3.21 – Construção dos módulos triangulares com origami



Fonte: Autor da pesquisa

9º Passo: Para construir o triângulo equilátero é necessário dobrar uma folha quadrada ao meio e no ponto médio do lado do quadrado marcar um ponto a 3 cm em direção ao centro e levar um dos vértices opostos a esse ponto e dobrar outro lado como indicado na Figura 3.22.

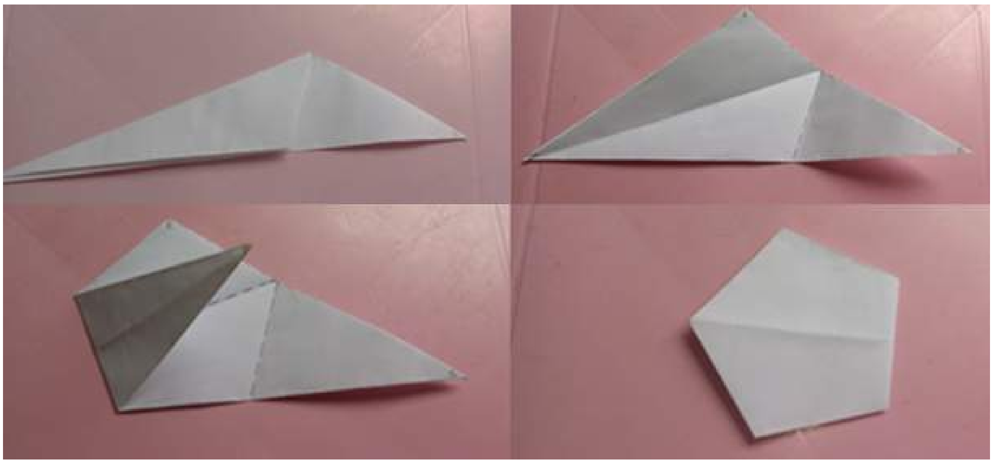
Figura 3.22 – Construção do triângulo equilátero



Fonte: Autor da pesquisa

10º Passo: Dobrar o triângulo formado para seu interior para construir um trapézio e inserir suas pontas nas aberturas de suas bases para montar o triângulo equilátero como ilustrado na Figura 3.23.

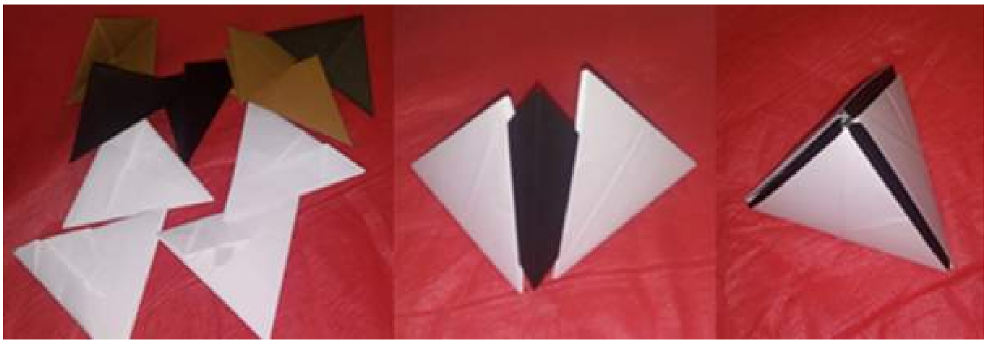
Figura 3.23 – Construção do triângulo equilátero



Fonte: Autor da pesquisa

11º Passo: Separar quatro triângulos equiláteros e seis triângulos menores que servem de encaixes para montar o tetraedro regular conforme indicado na Figura 3.24.

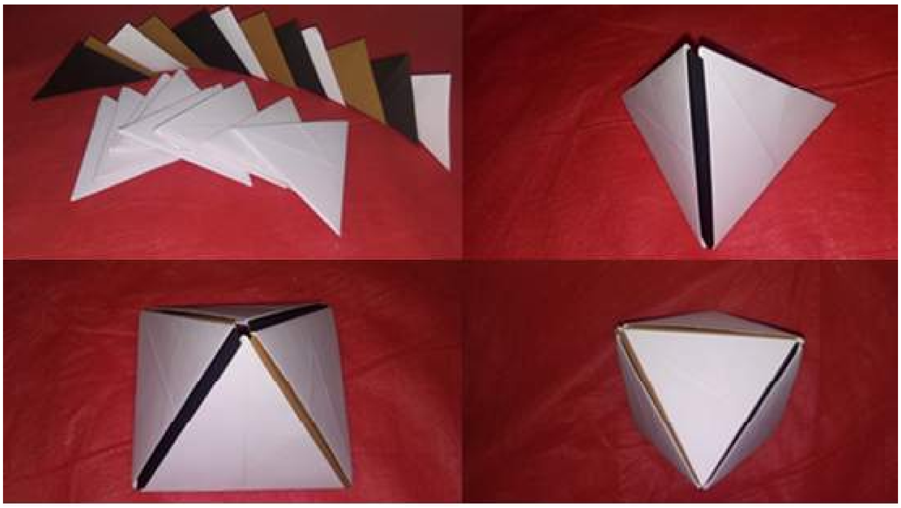
Figura 3.24 – Construção do tetraedro com origami



Fonte: Autor da pesquisa

12º Passo: Para construir o octaedro regular é necessário utilizar oito triângulos e doze triângulos menores que servem de encaixes. Portanto é necessário montar duas pirâmides de base quadrada e ao encaixá -las estará construído o octaedro como indicado na Figura 3.25.

Figura 3.25 – Construção do octaedro com origami



Fonte: Autor da pesquisa

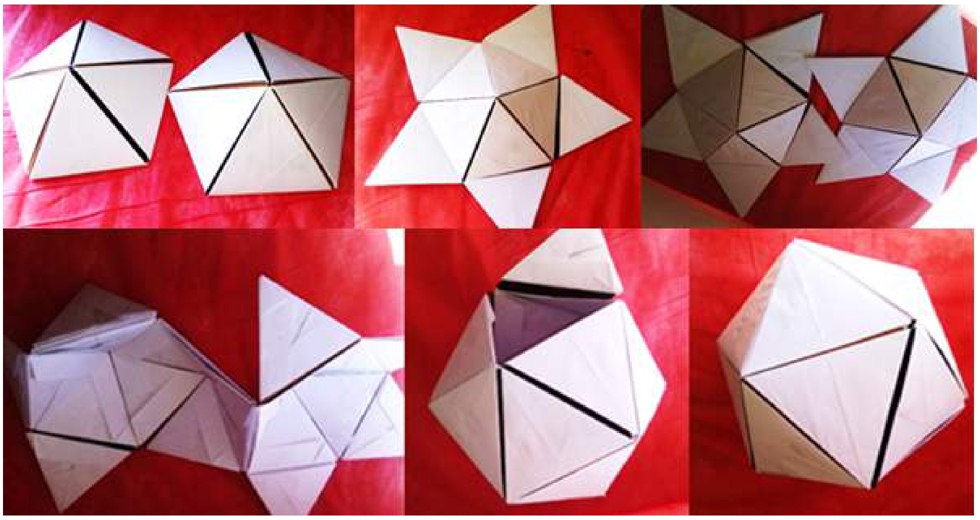
13º Passo: Para construir o icosaedro regular é necessário selecionar os vinte triângulos equiláteros e trinta triângulos menores que servem de encaixes e montar a pirâmide de base pentagonal como indica a Figura 3.26.

Figura 3.26 – Construção do icosaedro com origami

Fonte: Autor da pesquisa

14º Passo: Ao construir as duas pirâmides de base pentagonal, deve-se inserir um triângulo equilátero em cada face da base pentagonal e logo após unir as duas pirâmides como ilustrado na Figura 3.27 para formar o icosaedro regular.

Figura 3.27 – Construção do icosaedro com origami



Fonte: Autor da pesquisa

Nesta atividade o destaque foi a perfeição das figuras e como o origami poderá ser usado como ferramenta de visualização, mas esta atividade requer um cuidado especial do professor para administrar bem as aulas e desenvolver habilidades necessárias para a aprendizagem da geometria espacial.

O professor poderá construir diversas figuras geométricas além dos sólidos de Platão. Essa atividade é apenas um alicerce para a construção do conhecimento através da visualização dos sólidos, espero com esta atividade mostrar meios de ensinar geometria espacial de maneira diferenciada, atrativa e eficiente. Segue abaixo uma sugestão de atividades envolvendo os Sólidos de Platão, onde os alunos irão completar a Tabela 3.28 após o término das construções.

Tabela 3.3 – Atividades sobre os sólidos de Platão

Analisando os sólidos de Platão, preencha a tabela						
Nome	Vértices	Faces	Aresta	Tipo de face	Área	V+F-A
Tetraedro						
Hexaedro						
Octaedro						
Dodecaedro						
Icosaedro						

3.3 Sugestões de atividades sobre os sólidos de Platão

Foram selecionadas algumas questões das provas das avaliações externas sobre os conteúdos indicados na Tabela 3.4 pertencentes ao Tema - GEOMETRIA, GRANDE-

ZAS E MEDIDAS da Matriz de Referência de Matemática do Ensino Fundamental do PAEBES.

Essas questões serão aplicadas na avaliação diagnóstica e na avaliação posterior as construções dos Sólidos de Platão com materiais manipuláveis.

Essas questões propostas neste capítulo irão contribuir para o trabalho do professor com intenção de desenvolver no aluno habilidade de visualização e competências necessárias para alcançar os objetivos dessa pesquisa de mestrado. A Tabela 3.4 ilustra os conteúdos abordados.

Tabela 3.4 – Questões de Geometria Espacial

GEOMETRIA, GRANDEZAS E MEDIDAS.	
DESCRITORES	ENSINO FUNDAMENTAL
Corresponder figuras tridimensionais às suas vistas.	Questão 1 e 2
Corresponder figuras tridimensionais às suas planificações.	Questão 3 e 4
Utilizar a Relação de Euler para determinar o número de faces, de vértices ou de arestas de poliedros convexos.	Questão 5 e 6

A tabela 3.4 indica que as questões analisadas irão corresponder aos conteúdos de geometria espacial que foram desenvolvidos nas construções dos sólidos de Platão. Essas questões indicam a importância da pesquisa, pois irá revelar como são cobradas nas avaliações externas e irão servir para verificar a aprendizagem dos alunos envolvidos nessa intervenção didática.

As questões foram aplicadas no 9º ano do Ensino Fundamental no ano de 2017 na EMEF "Anedina Almeida Santos"no município de São Mateus/ES.

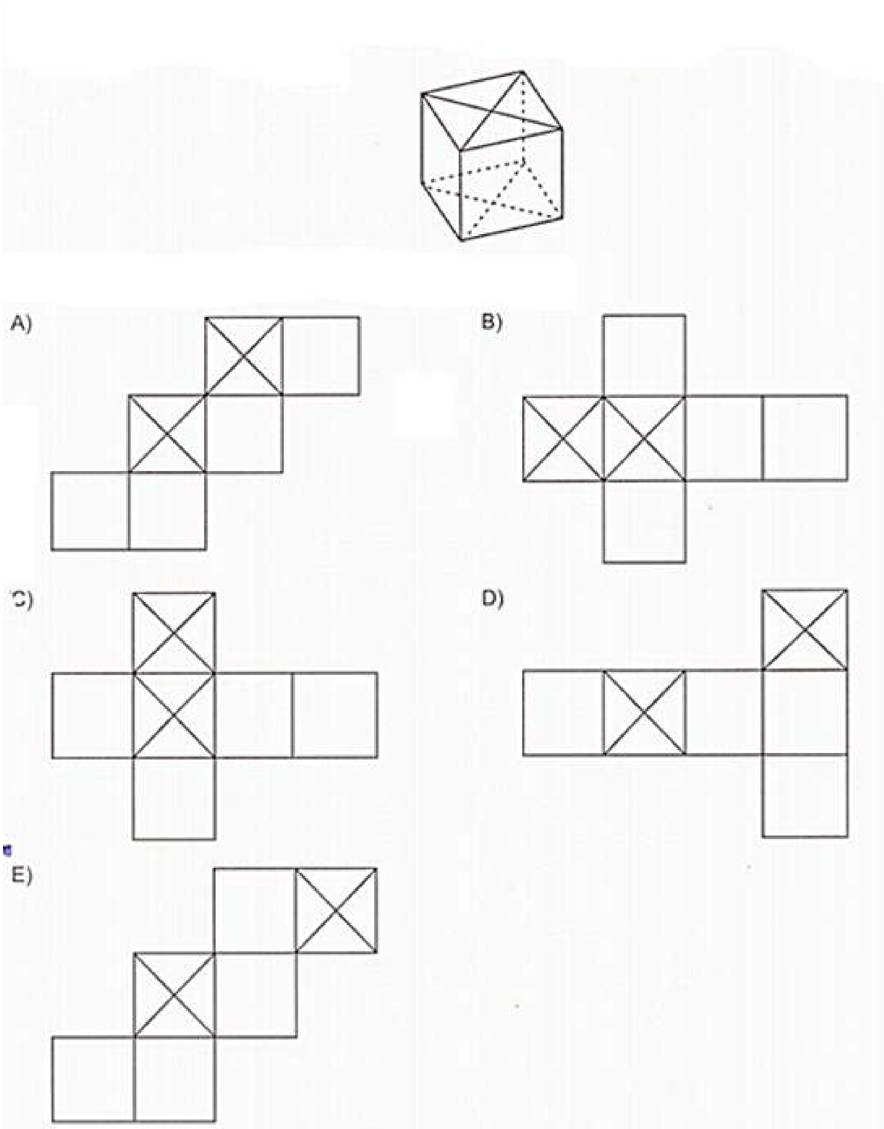
As resoluções dessas questões serão construídas nos seguintes passos:

- Identificar o descritor: relacionar o problema ao conteúdo cobrado na questão.
- Dados do problema: descrever todas as informações contidas no problema a ser resolvido.
- Pergunta do Problema: entender que deve ser resolvido no problema.
- Compare as alternativas: analisar quais são as possíveis alternativas erradas, ou detectar a alternativa correta.

A seguir serão comentadas algumas questões de avaliações externas do PAEBES que indicam a importância da visualização no ensino da geometria espacial.

1ª Questão (PAEBES, 2016): A Figura 3.28 representa uma caixa de papelão de formato cúbico, com duas faces opostas marcadas com um "X". Uma planificação dessa caixa cúbica está representada por:

Figura 3.28 – Corresponder figuras tridimensionais às suas planificações



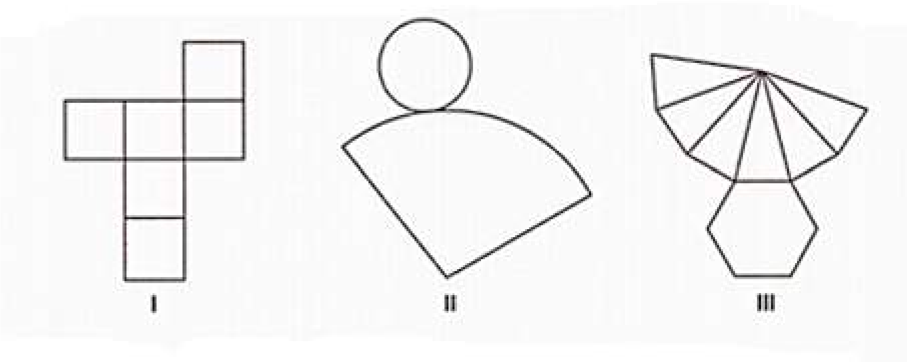
Fonte: (Caed, 2016. Adaptada)

- Identificar o descritor: Corresponder figuras tridimensionais às suas planificações.
- Dados do problema: Existe um cubo com apenas duas faces opostas com as respectivas diagonais em destaque.
- Pergunta do Problema: Qual é a planificação do cubo.

- Compare as alternativas: As alternativas (A), (B), (C) e (D) tem face com X adjacentes, logo estão erradas, pois as faces com as diagonais são opostas, assim irá restar apenas a letra (E) como alternativa correta.

2ª Questão (PAEBES, 2016): As ilustrações da Figura 3.29 representam planificações tridimensionais.

Figura 3.29 – Corresponder figuras tridimensionais às suas planificações.



Fonte: (CAEd, 2016. Adaptada)

As ilustrações I, II, e III são, respectivamente , planificações da figuras tridimensionais:

A) cubo, cone e pirâmide.

B) cubo, cone e prisma.

C) pirâmide, cone e prisma.

D) prisma, cilindro e cubo.

E) prisma, cilindro e pirâmide.

- Identificar o descritor: Corresponder figuras tridimensionais às suas planificações.

- Dados do problema: Existe 3 planificações de sólidos geométricos numeradas de I, II e III nessa ordem.

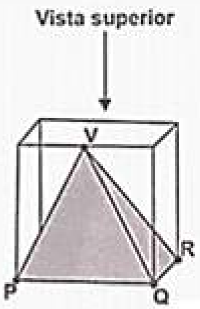
- Pergunta do Problema: O nome dos sólidos correspondente as planificações na ordem que aparecem.

- Compare as alternativas: A planificação I, representa o cubo, pois ela foi elaborada nas construções dos sólidos de Platão, logo as alternativas (C), (D) e (E) estão erradas. Visto que a figura III forma uma pirâmide, pois se assemelha ao tetraedro que foi construído anteriormente. Basta concluir que a alternativa correta é a letra (A).

3ª Questão (PAEBES, 2016): No interior do cubo transparente da Figura 3.30 está uma pirâmide [PQRSV], cuja a base, [PQRS], coincide com uma face do cubo e cujo o vértice, V, é o ponto médio de uma arestas do cubo.

O professor pediu aos seus alunos que desenhassem as vistas desse cubo com a pirâmide em seu interior. Cinco alunas apresentaram as seguintes vistas:

Figura 3.30 – Corresponder figuras tridimensionais às suas vistas.



Fonte: (Caed, 2016. Adaptada)

Qual dessas alunas representou a vista superior desse cubo com a pirâmide em seu interior?

(A) Ana.

(B) Beatriz.

(C) Carolina.

(D) Denise.

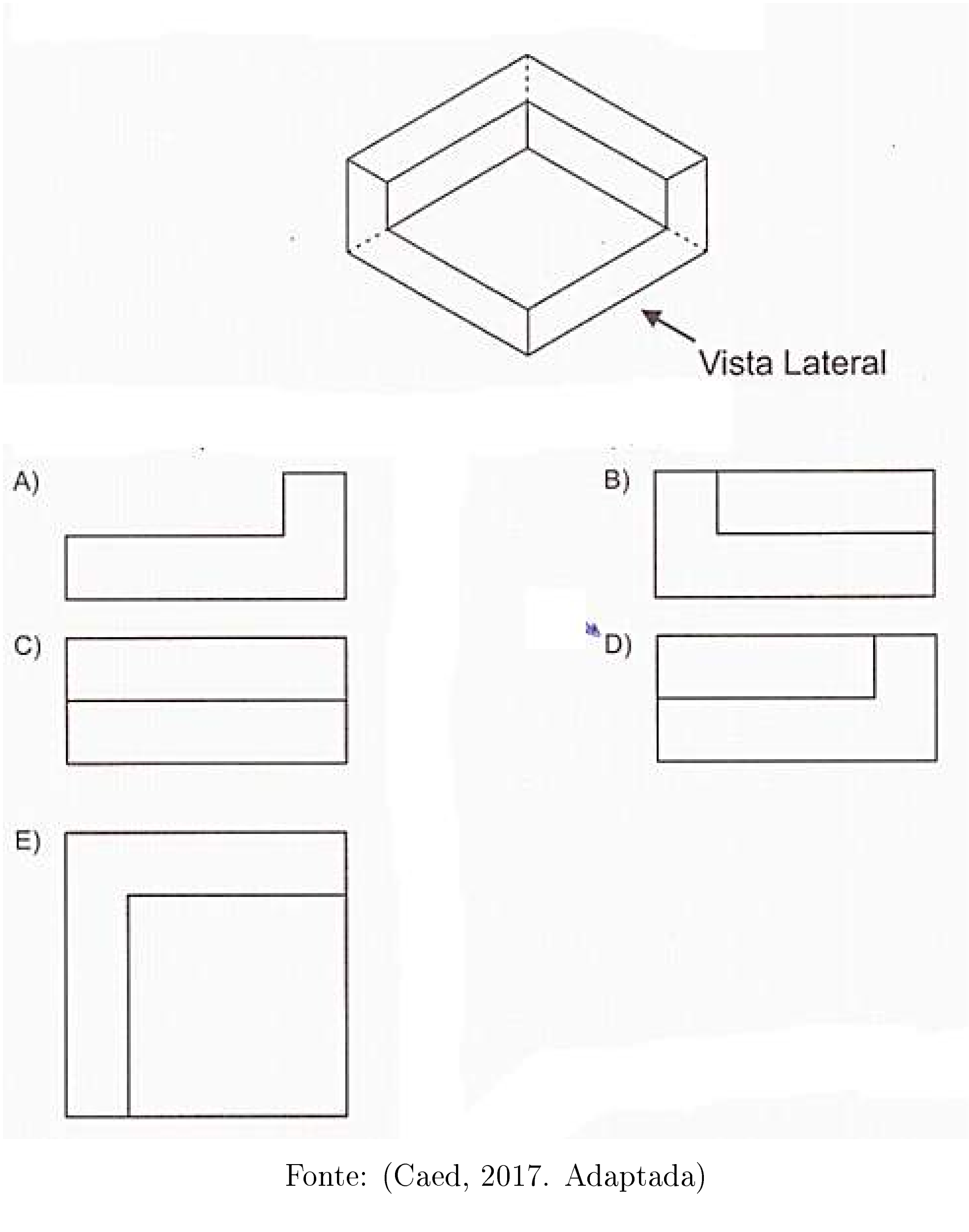
(E) Elen.

- Identificar o descritor: Corresponder figuras tridimensionais às suas vistas.
- Dados do problema: Existe um cubo transparente e uma pirâmide cinza de base quadrada inscrita nele, tal que a base da pirâmide é congruente a base do cubo e suas alturas são iguais.
- Pergunta do Problema: Determinar a vista superior do cubo.
- Compare as alternativas: As alternativas (A), (B), (C) possuem regiões transparentes, logo não é vista superior, pois a base é fechada. A alternativa (E) não apresenta

as arestas da pirâmide, logo a única solução é a letra (D).

4ª Questão (PAEBES, 2017): Observe o poliedro representado na Figura 3.31.Qual alternativa representa a vista lateral desse poliedro?

Figura 3.31 – Corresponder figuras tridimensionais às suas vistas.



Fonte: (Caed, 2017. Adaptada)

- Identificar o descritor: Corresponder figuras tridimensionais às suas vistas.
- Dados do problema: Existe um poliedro não convexo com faces retangulares e não retangulares.
- Pergunta do Problema: Determinar a vista lateral do poliedro indicada na Figura 3.31.

- Compare as alternativas: A alternativa (A) representa apenas a planificação da face observada, a letra (B) ilustra a vista lateral da outra face do poliedro, a letra (C) representa a face lateral oposta do poliedro, a letra (E) indica a face superior do poliedro em análise. Logo a alternativa correta é a letra (D).

5ª Questão (PAEBES, 2017) Um poliedro convexo é formado por 8 faces com o formato de triângulo equilátero, 18 faces com formato de quadrado e 24 vértices. A quantidade de arestas que esse poliedro possui é:

(A) 26
(B) 48
(C) 50
(D) 52
(E) 96

- Identificar o descritor: Utilizar o Teorema de Euler para determinar o número de faces, de vértices ou de arestas de poliedros convexos.

- Dados do problema: Existe um poliedro convexo com faces triangulares e quadradas.

- Pergunta do Problema: Determinar o número de arestas desse poliedro.

- Compare as alternativas: A alternativa Correta é a letra (C), pois no produto das faces e arestas deve-se aproveitar a metade, pois as arestas são contadas duas vezes e basta usar a Relação de Euler.

6ª Questão (PAEBES, 2015): O icosaedro é um dos 5 sólidos de Platão. Esse sólido possui 20 faces triangulares e 30 arestas. A quantidade de faces que esse poliedro possui é:

(A) 8
(B) 10
(C) 12
(D) 48
(E) 50

- Identificar o descritor: Utilizar o Teorema de Euler para determinar o número de faces, de vértices ou de arestas de poliedros convexos.

- Dados do problema: Existe um poliedro convexo com 20 faces triangulares chamado de icosaedro.

- Pergunta do Problema: Determinar o número de arestas desse poliedro.

- Compare as alternativas: A alternativa Correta é a letra (C), pois ele possui 20 faces triangulares, logo cada face possui 3 arestas, assim teremos 30 arestas pois uma aresta irá unir 2 faces. Ao usar a Relação de Euler iremos obter 12 vértices.

Essas sugestões de atividades serão aplicadas após a construção dos sólidos de Platão com materiais manipuláveis, assim desenvolvendo nos alunos habilidades de visualização que é crucial na aprendizagem da geometria espacial. Com essas atividades nota-se a importância dessa intervenção didática.

Capítulo 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Essa pesquisa de mestrado foi desenvolvida na EMEF "Anedina Almeida Santos"no município de São Mateus - ES com 20 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental no ano de 2017.

Nessa escola é aplicada anualmente a avaliação do PAEBES oferecida pelo governo do Estado do Espírito Santo e elaborada pela Faculdade de Educação (Caed) da Universidade Federal de Juiz de Fora/MG que revela uma fotografia da educação e orienta intervenções para sua melhoria.

A função que o Paebes desenvolve nas escolas municipais é proporcionar uma medida da qualidade da educação que é oferecida aos alunos e oferecer ferramentas para aplicações de intervenções aos alunos com dificuldade de aprendizagem.

As avaliações externas motivam os alunos e professores a melhorarem os índices, porém os alunos que são submetidos a essas avaliações não continuam na escola, logo não é possível verificar seu desenvolvimento contínuo, mas averiguar a qualidade da educação ofertada pela escola ao final do ensino fundamental.

Os resultados foram disponibilizados em tabelas que mostram, que após as intervenções pedagógicas, houve um avanço na aprendizagem dos alunos com a melhora da nota do paebes. Isso implica que essa pesquisa deve continuar e estender a outras escolas para que seja aperfeiçoada por outros professores.

A Tabela 4.1 indica os níveis de desempenho que o PAEBES avalia e suas características.

Tabela 4.1 – Características de desempenho dos estudantes

Níveis de desempenho dos estudantes	
Abaixo do básico	Aloca estudantes com desenvolvimento muito abaixo do esperado das habilidades previstas para a disciplina e a etapa de escolaridade avaliadas, o que revela necessidade de intervenção específica junto a esses estudantes.
Básico	Encontram-se estudantes com desenvolvimento basilar das habilidades previstas na matriz de referência, demandando reforço para formação coerente com a etapa.
Proficiente	Situam-se estudantes com desenvolvimento satisfatório das habilidades elencadas para consolidação no estágio observado, o que requer empenho para aprofundar a aprendizagem.
Avançado	Atestam consolidação das habilidades avaliadas na disciplina e no ano de escolaridade, o que demanda novos estímulos e desafios para esses estudantes.

O resultado do PAEBES é importante pois ele indica como está o desenvolvimento dos alunos por níveis de desempenho que são: abaixo do básico que são alunos que se encontram muito abaixo do mínimo esperado para série que atuam e necessitando de uma intervenção pedagógica. As metas dessa pesquisa é elevar o nível básico e proficiente e diminuir o abaixo do básico.

O PAEBES também apresenta como resultado a proficiência que é uma média dos resultados das avaliações que pode variar de 0 a 500 pontos. Ele avaliou os resultados EMEF "Anedina Almeida Santos"desde o ano de 2014 que estão indicados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Resultado da avaliação externa do Paebes

Resultado do PAEBES da EMEF "Anedina Almeida Santos"				
Edição	Abaixo do básico	Básico	Proficiente	Proficiência
2014	40,7 %	55,6 %	3,7 %	243,6 %
2015	36,0%	60,0 %	4,0%	222,9 %
2016	38,1 %	61,9 %	0,0 %	236,6 %

Observam-se na Tabela 4.2 os resultados insatisfatórios dos alunos, quase 40% dos alunos dessa escola concluíram o ensino fundamental sem a mínima condição de prosseguir seus estudos. Além desses resultados oferecidos pelo Caed, será aplicada aos alunos uma avaliação diagnóstica com questões anteriores do PAEBES como indicado no capítulo 3, os resultados foram compilados na Tabela 4.4.

Tabela 4.3 – Avaliação diagnóstica

Aplicação da avaliação diagnóstica		
Questões	Conteúdos	Acertos
1ª Questão	Planificações	40%
2ª Questão	Vistas	30%
3ª Questão	Relação de Euler	50%

Após a aplicação foi realizado a intervenção didática como indicado no capítulo 3 onde os alunos construíram e manipularam os sólidos de Platão com diversos materiais concretos e a culminância foi uma apresentação na feira de ciências da escola, onde foram aplicados os conhecimentos e as construções elaboradas nas atividades dessa pesquisa.

As três atividades proposta no terceiro capítulo foram expostas na Feira de Ciências, onde os alunos foram divididos em 5 grupos relacionados aos cinco sólidos de Platão. A Figura 4.1 indica a apresentação dos alunos sobre o tetraedro e suas associações com a natureza e o sólido construído com diversos materiais manipuláveis.

Figura 4.1 – Feira de Ciências

Fonte: Autor da pesquisa

A Figura 4.2 indica onde o grupo apresentou as propriedades do dodecaedro com suas associações com a natureza, onde os alunos explicaram as principais características do dodecaedro e mostraram seus conhecimentos.

Figura 4.2 – Feira de Ciências

Fonte: Autor da Pesquisa

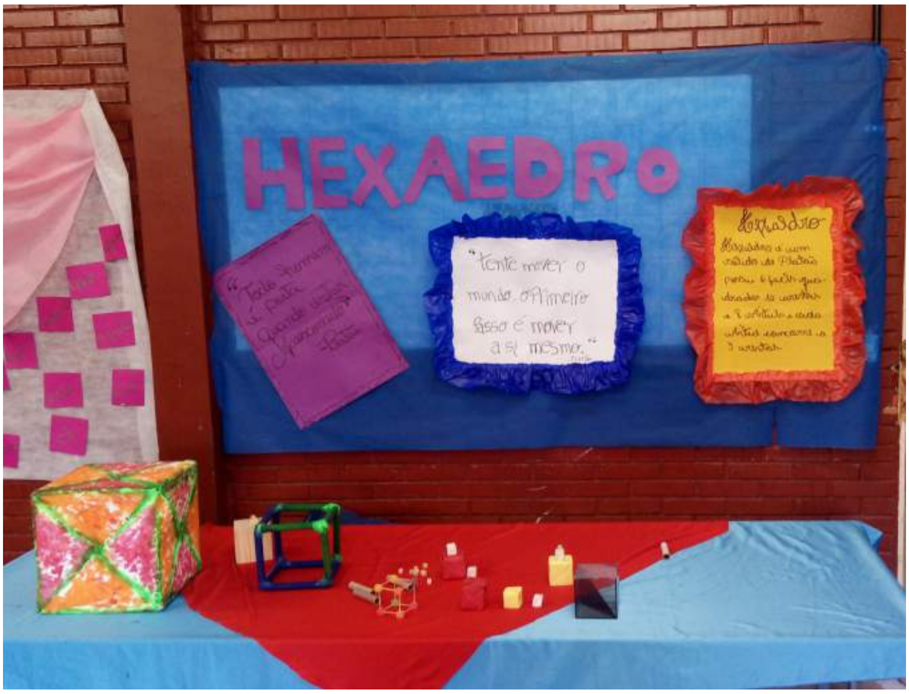
O grupo que explicou sobre o icosaedro, construiu os sólidos de vários materiais manipuláveis como ilustra a Figura 4.3.

Figura 4.3 – Feira de Ciências

Fonte: Autor da Pesquisa

A entrada na sala foi organizada da maneira que começassem pelo grupo do hexaedro onde os alunos explicavam suas propriedades e aplicações em outras áreas da ciência. A Figura 4.4 indica como ficou a ornamentação.

Figura 4.4 – Feira de Ciências



Fonte: Autor da Pesquisa

A Figura 4.5 mostra o último grupo que explica sobre as propriedades do octaedro, os alunos se empenharam para a construção dos sólidos com diversos materiais manipuláveis e ornamentação do lugar de apresentação.

Figura 4.5 – Feira de Ciências

Fonte: Autor da pesquisa

É normal na feira de ciências de uma escola o professor de matemática não estar preparado com atividades inovadoras que despertem a atenção dos alunos. As atividades com materiais manipuláveis mostram que o ensino de geometria poderá ser atrativo e interessante e com possibilidade de mostrar seu conhecimento.

As intervenções proposta nesta pesquisa de mestrado cumpriram com os objetivos, visto que os alunos se empenharam, mostram o conhecimento aos professores de matemática que visitaram a feira de ciências.

As questões anteriores das avaliações externas resultaram em uma aprendizagem significativa, onde os alunos visualizaram os conceitos de vértices, faces e arestas e aprenderam os nomes dos sólidos nas construções além de suas propriedades.

Após as aplicações dessa intervenção houve um empenho dos alunos nas atividades de matemática, eles passaram a visualizar as figuras tridimensionais com facilidade, visto que houve melhora no desempenho nas avaliações posteriores como disponíveis na Tabela.

Tabela 4.4 – Verificação da aprendizagem

Aplicação de atividade avaliativa		
Questões	Conteúdos	Acertos
1ª Questão	Planificações	60%
2ª Questão	Vistas	45%
3ª Questão	Relação de Euler	80%

As intervenções desempenharam sua função ao desenvolver habilidades de visualização ao construir e manusear os sólidos de Platão com materiais manipuláveis. Isso se justifica pois logo após a houve a avaliação do PAEBES e o resultado indica um avanço no ensino de matemática em relação aos anos anteriores como ilustrado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Resultado da avaliação externa do Paebes

Resultado do PAEBES da EMEF "Anedina Almeida Santos"				
Edição	Abaixo do básico	Básico	Proficiente	Proficiência
2014	40,7 %	55,6 %	3,7 %	243,6 %
2015	36,0%	60,0 %	4,0%	222,9 %
2016	38,1 %	61,9 %	0,0 %	236,6 %
2017	26,7%	66,7%	6,7%	247,9%

Fonte: Caed, Faculdade de Educação.

A Tabela 4.5 apresenta que os índices dos alunos abaixo do básico diminuiu, e os índices posteriores aumentaram. Entretanto necessita-se de uma continuidade nessa pesquisa para promover uma aprendizagem significativa.

Capítulo 5

CONCLUSÃO

Ao analisar a principal hipótese levantada no início dessa pesquisa de mestrado: utilizar materiais manipuláveis para o ensino da geometria espacial pode detectar uma relação muito estreita entre conhecimentos cognitivos e interativos presentes nos processos de visualização através da construção dos poliedros de Platão, ficando visível o quanto a integração entre estes conhecimentos são imprescindíveis ao desenvolvimento do aluno.

Durante a pesquisa constatamos também que a metodologia do uso de materiais manipuláveis deve ser muito bem planejada, para que os professores não incorram no risco desses recursos didáticos serem manipulados de modo aleatório, utilizados como 'brinquedos' e haja uma dispersão dos reais objetivos propostos inicialmente.

Perante o objetivo de mostrarmos uma análise dessa pesquisa de mestrado sobre os sólidos de Platão, considerarmos que a geometria espacial é pouco trabalhada nas escolas públicas, haja vista que muitos autores abordam essa problemática. A maioria das pesquisas selecionadas foi encontrada em revistas e livros sobre educação Matemática.

A leitura dessas literaturas justificam que esse abandono do ensino da geometria espacial contribuiu para os altos resultados abaixo do básico nas avaliações externa do Paebes nos últimos anos. E faltam incentivos dos governos municipais e estaduais para a formação inicial e continuada de professores, afim de buscar alternativas sobre o ensino da geometria espacial que possam influenciar a aprendizagem dos alunos.

A visualização dos poliedros com auxilio de materiais manipuláveis facilitou a aprendizagem dos alunos que através das construções e manuseio e análise das questões anteriores do Paebes que abordam geometria espacial favoreceu uma aprendizagem significativa.

Essa pesquisa de mestrado tem verificado que o ensino da geometria espacial necessita do uso de materiais manipuláveis, para que o aluno possa interagir com o meio escolar e crie estímulos para o seu desenvolvimento cognitivo. Entretanto associar essas aplicações com as questões anteriores do paebes tem mostrado a importância dessa aplicação.

O professor de matemática possui uma grande responsabilidade no processo de ensino aprendizagem da geometria espacial. Visto que a inserção de materiais manipuláveis no ensino depende de uma pesquisa aprofundada e apoio pedagógico.

Ao concluir essa pesquisa de mestrado algumas anotações merecem destaque. O primeiro é que tivemos êxito na realização das atividades propostas e objetivos cumpridos. O segundo é a quantidade considerável de conhecimentos adquiridos ao término dessa pesquisa, que amplificou nossa formação com um horizonte mais amplo, além de proporcionar termos iniciado na arte da pesquisa. Finalmente, o terceiro é que os resultados obtidos serão disponibilizados para uso de outros professores, principalmente do Profmat no sentido de direcionar para novas pesquisas que abordem os estudos de poliedros com auxílio de materiais manipuláveis.

Capítulo 6

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BISPO, A. **Cultura escrita e igreja: O ensino latino na Islândia no âmbito das sete artes liberais e seu significado para a leitura das antigas narrações**. Revista Brasil-Europa - Correspondência Euro-Brasileira, 2011.

BRASIL, M. d. (2006). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**Brasília, Vol 2: Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologia, p. 125-125, 2006.

BRASIL. Lei nº 5692/71, de 11 de agosto de 1971. **Lei e Diretrizes de Bases da Educação**. Brasília, DF. Disponível em: http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html. Acesso em 26 mai. 2018.

CAED, **Faculdade de Educação** Juíz de Fora, Minas Gerais
Disponível em: http://www.paebes.caedufjf.net/resultados/resultado-por-escola-redes-estadual-e-municipal/. Acesso mar 2018.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática** Campinas, São Paulo, 5ª edição, Brasil: Editora da Unicamp. 2011.

FIORENTINI, D.; & MIORIN, M. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. Boletim da SBM, Rio de Janeiro, p. 1 - 7, 1990.

GUTIÉRREZ, **Las representaciones planas de cuerpos 3- dimensionales en la ensenanza de la geometria espacial**. Revista Ema, v. 3, p. 193 - 220, 1998.

JUNIOR, M.P.C.; **Algumas técnicas de construção de alguns poliedros e suas aplicações no ensino**. Dissertação (Mestrado em matemática) - UNESP

-Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, 2014. Acesso em 02 de Abr de 2018, disponível em www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes.

KALEFF, A. M.; **Vendo e Entendendo Poliedros: Do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. 2 ed. Rio de Janeiro, Universidade Federal Fluminense, p. 1-12, 2006.

LORENZATO, S.; **Formação de professores: Para aprender matemática**. Campinas, V. 13, 2012, Autores Associados.

LORENZATO, S.; **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, V. 3, 2012.

MONTEIRO, B. G. **O uso de material concreto para melhor visualização dos sólidos geométricos**. Dissertação (Mestrado em matemática) - Faculdade de Pará de Minas, Pará de Minas, 2014. Acesso em 06 de Abr de 2018, disponível em www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes.

MORAES, L. **Geometria Espacial no Ensino Médio: Um estudo sobre o uso do material concreto na resolução de problemas**. Dissertação (Dissertação de Mestrado), Rio de Janeiro, p. 55, 2014. Acesso em 14 de abr de 2018, disponível em: www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes/

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: Causas e consequências**., Revista Zetetiké, Campinas, p. 7 -17, 1993. Acesso em 16 abr de 2018, disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp. br/ojs/index.php/ zetetike/article/view/8646822.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria: Uma visão histórica**. 1989. Dissertação (Dissertação de Mestrado). Unicamp, Campinas. Acesso em 20 de mar de 2018, disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/ 252057.

RÊGO, R. M., & RÊGO, R. G. **Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática** In: O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas, Autores Associados, 2012, p. 38 - 56.

SANTOS, R. A. **Poliedros de Platão: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico**. 2014. Dissertação (Dissertação de Mestrado)- Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém. Acesso em 06 de Abr de 2018, disponível em: http://www2.ufopa.edu.br/ufopa/noticias/2014/marco/defesa-de-dissertacao-do-profmat.