



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT



Uma abordagem do ensino de Lógica Matemática no
Ensino Médio

Diego Roberto Rodrigues Orsano

São Luís – MA
2018

Diego Roberto Rodrigues Orsano

Dissertação de Mestrado:

**Uma abordagem do ensino de Lógica Matemática no Ensino
Médio**

Dissertação submetida à Coordenação Acadêmica Institucional do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal do Maranhão, oferecido em associação com a Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador:

Prof^o. Dr. Flausino Lucas Neves Spindola

São Luís – MA

2018

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Rodrigues Orsano, Diego Roberto.

Uma abordagem do ensino de Lógica Matemática no Ensino Médio / Diego Roberto Rodrigues Orsano. - 2018.

81 f.

Orientador(a): Flausino Lucas Neves Spindola.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Rede - Matemática em Rede Nacional/ccet, Universidade Federal do Maranhão, UFMA, 2018.

1. Exercícios de lógica. 2. Fundamentos de matemática.
3. Lógica computacional. 4. Lógica matemática.
5. Tabelas verdade. I. Neves Spindola, Flausino Lucas. II. Título.

DIEGO ROBERTO RODRIGUES ORSANO

Uma abordagem do ensino de Lógica Matemática no Ensino Médio.

Dissertação apresentada ao PROF-
MAT/Universidade Federal do Maranhão
como requisito parcial para a obtenção do
grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em 28/09/2018

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Flausino Lucas Neves Spindola (Orientador)
Universidade Federal do Maranhão (UFMA)

Prof^a Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto
Universidade Estadual do Maranhão (UEMA)

Prof^o. Dr. Antônio José da Silva
Universidade Federal do Maranhão (UFMA)

Dedico este trabalho a toda minha amada família, em especial aos meus pais, irmãs, meus filhos Ester e Levi e minha esposa Alline Áurea.

Agradecimentos

Inicio meus agradecimentos por Deus, sem Ele não teria conseguido, por diversas vezes recorri a Ele que me sustentasse.

Aos meus pais pelo exemplo, torcida, e a maior herança que poderiam ter deixado a mim, a educação, sem eles não seria o homem e profissional que me tornei.

À minha esposa pela compreensão do tempo de convívio muitas vezes sacrificado para realização deste trabalho. Minha esposa Aline, meus filhos Ester e Levi são o maior presente que Deus poderia ter me dado nesta vida. Por toda felicidade, carinho, compreensão, apoio, incentivo, dedicação encontrada na minha querida família que sempre farão parte de cada vitória.

Às minhas irmãs pelo amor, amizade, orações em silêncio que nos deixaram mais unidos e confiantes do valor que temos uns para os outros, a elas um carinhoso abraço.

A minha sogra, que por muitas vezes, fez muito além do que podia, dando amor, dedicação a nossos filhos, meu muito obrigado.

Aos meus cunhados pela torcida e confiança.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Flausino Lucas Neves Spindola, de quem sou muito grato. Logo, sem ele, esse trabalho não seria possível.

Aos professores do programa PROFMAT da UFMA, pela dedicação em compartilhar tanto conhecimento. À SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), pela excelência em promover Mestrado para professores de Ensino Médio, com a primazia em investir na qualificação dos professores.

Resumo

O presente trabalho tem como o objetivo principal apresentar um ensino de Lógica Matemática para o ensino médio, tendo como foco principal a abordagem da teoria do assunto e a resolução de questões de vestibulares e concursos públicos. Foi apresentada inicialmente uma breve história do nascimento da Lógica, em seguida abordamos a Lógica matemática explorando a definição de proposições, os princípios básicos da lógica, construções de tabelas verdades, os conectivos lógicos, as equivalências lógicas, os diagramas lógicos e argumentos. Finalizamos nosso estudo buscando uma aplicação da Lógica Matemática no ensino de algoritmos na computação.

Palavras-chave Lógica Matemática. Fundamentos de Matemática. Tabelas Verdade. Exercícios de Lógica. Lógica Computacional.

Abstract

The purpose of this work is to present a teaching approach of Mathematical Logic for high school, focusing on theoretical knowledge and resolution of tests for brazilian public and entrance exams. We first present a brief history of Logic and Philosophy, since Ancient Greece. From this, we present Mathematical Logic, exploring the definition of propositions, the basic principles of logic, constructions of truth tables, logical connectives, logical equivalences, logical diagrams and arguments. We finish our study looking for an application of Mathematical Logic in the teaching of computational algorithms.

Keywords Mathematical Logic . Fundamentals of Mathematics. Truth Tables. Logic Tests. Computational Logic.

Sumário

Lista de Tabelas	p. 1
1 Introdução	p. 2
2 Lógica Matemática	p. 6
2.1 Um pouco da história da lógica na Grécia Antiga	p. 6
2.2 Proposição	p. 8
2.3 Proposições simples e proposições compostas	p. 11
2.4 Princípios básicos da lógica	p. 12
2.5 Negação de proposições simples	p. 13
2.6 Tabela verdade	p. 14
2.6.1 Número de linhas de uma tabela verdade	p. 14
2.7 Operações Lógicas – Conectivos	p. 15
2.7.1 Conectivo “e” (Conjunção)	p. 16
2.7.2 Conectivo “ou” (Disjunção)	p. 16
2.7.3 Conectivo “ou ... ou ...” (disjunção exclusiva)	p. 17
2.7.4 Conectivo “Se ... então ...” (condicional)	p. 17
2.7.5 Conectivo “... se e somente se ...” (bicondicional)	p. 17
2.8 Tautologia, Contradição e Contingência	p. 21
2.8.1 Tautologia	p. 21
2.8.2 Contradição	p. 21
2.8.3 Contingência	p. 22

3	Equivalências	p. 25
3.1	Implicação Lógica	p. 25
3.2	Propriedades da implicação lógica	p. 25
3.3	Equivalências Lógicas	p. 26
3.4	Como negar proposições compostas	p. 28
3.5	Negação de uma conjunção	p. 28
3.6	Negação de uma disjunção	p. 29
3.7	Negação da disjunção exclusiva	p. 30
3.8	Negação de uma condicional simples	p. 31
3.9	Negação de uma bicondicional	p. 33
4	Diagramas lógico e argumentos	p. 35
4.1	Quantificadores	p. 35
4.1.1	Quantificador Universal	p. 35
4.1.2	Quantificador Existencial	p. 36
4.2	Tipos de proposições categóricas	p. 36
4.3	Diagramas Lógicos	p. 37
4.4	Argumentos	p. 50
5	Uma aplicação do raciocínio lógico matemático na computação	p. 56
5.1	Algoritmos	p. 57
5.2	Partes de um algoritmo	p. 57
5.3	Pseudocódigo	p. 58
5.4	Representação dos Operadores nos Algoritmos	p. 59
5.5	Estrutura de Condição	p. 62
5.5.1	Estruturas de Condições Encadeadas	p. 63
5.6	Estrutura de repetição	p. 64

6 Considerações Finais

p. 68

Referências

p. 69

Lista de Tabelas

1	Conectivos e Símbolos	p. 12
2	Tabela Verdade, para $n = 1$	p. 14
3	Tabela Verdade, para $n = 2$	p. 15
4	Tabela Verdade, para $n = 3$	p. 15
5	Tabela Verdade, Conectivo “e” (Conjunção)	p. 16
6	Tabela Verdade, Conectivo “ou” (Disjunção)	p. 16
7	Tabela Verdade: Conectivo “ou ...ou ...” (disjunção exclusiva)	p. 17
8	Tabela Verdade: Conectivo “Se ...então ...” (condicional)	p. 18
9	Tabela Verdade: Conectivo “...se e somente se ...” (bicondicional)	p. 18
10	Tabela Verdade: Tautologia	p. 21
11	Tabela Verdade: Contradição	p. 22
12	Tabela Verdade: Contingência	p. 22
13	Tabela Verdade: Negação de uma conjunção	p. 28
14	Tabela Verdade: Negação de uma disjunção	p. 29
15	Tabela Verdade: Negação da disjunção exclusiva	p. 30
16	Tabela Verdade: Negação de uma condicional simples	p. 31
17	Tabela Verdade: Negação de uma bicondicional	p. 33
18	Tabela de Comandos	p. 60
19	Operadores Relacionais	p. 60
20	Tabela de conectivos	p. 61
21	Tabela de Decisão	p. 64

1 *Introdução*

O ensino da matemática constitui um dos desafios do ensino básico, necessitando assim, de técnicas e metodologias que possam facilitar a interação entre docentes e discentes. É fato que são inúmeros os trabalhos que abordam a utilização de recursos didáticos (jogos, softwares, técnicas de ensino, etc.) visando o melhor aproveitamento possível para o educando. Uma das alternativas da matemática que pode ser trabalhada de forma a despertar interesse nos envolvidos é a Lógica Matemática.

O desenvolvimento das práticas de raciocínio lógico é comumente relacionado ao estudo da Matemática. Entretanto, o que se observa é que a essência da lógica, enquanto ciência, como também do pensamento lógico, é a argumentação. Nesse sentido, pode-se dizer que argumentar não é uma atividade exercida apenas no ensino da matemática. Efetivamente, pode ser desenvolvida também a partir da apropriação adequada da língua materna, assim como de outras motivações adequadas. Argumentar é apresentar razões lógicas e práticas.

Por certo, mesmo que não seja viável justificar que o estudo da matemática tenha certa superioridade acerca do desenvolvimento do raciocínio lógico, igualmente não se pode desconsiderar que essa ciência é de fato um campo de pesquisa propício para isso. Além disso, com a ausência de estudo do raciocínio lógico é moroso encontrar respostas para as questões matemáticas.

Desse modo, o desenvolvimento da lógica é necessário na resolução de questões como uma forma de competência indispensável para a aprendizagem da matemática. A partir do instante em que o aluno raciocina e começa a criar relações de maneira abstrata, há uma associação de conteúdo matemático de forma mais eficiente a fim de solucionar os problemas. Segundo Antunes (2001), comumente na 6^a série (atual 7^o ano) convencional, as habilidades intelectuais do aluno crescem notavelmente. É nesse momento que o jovem nas relações escolares ultrapassa os limites de ser criança e passa a pensar de forma abstrata.

Certamente, os problemas que envolvem a lógica contribuem para o aprimoramento da racionalização lógica e, provavelmente, propô-los em ocasiões de curso de matemática produz agradáveis quebras de rotina, contanto que o nível de complexidade esteja adequado aos alunos. No entanto, esses modelos de problemas não guardam relações especiais com assuntos matemáticos, como também não possibilita, por si só, que os estudantes argumentem em matemática.

É comum, inclusive, que a despeito da eficiente resolução de problemas de lógica, alguns alunos não vejam lógica na Matemática - cujas definições, processos e resultados muitas vezes lhes parecem arbitrários (MATEUS; CÂNDIDO, 2013).

De acordo com Tinoco e Silva (2004), pesquisadoras do Projeto Fundação, da UFRJ, relataram que os estudantes esporadicamente assistem às demonstrações, assim como se exigem deles uma justificativa sobre suas respostas ou ainda das afirmativas. Percebe-se isso nas aulas de geometria, como também no ensino de álgebra e de aritmética. Em geometria, são mostrados os conceitos prontos a fim de serem reproduzidos por todos sem a devida contextualização e da mesma forma, apresentadas as fórmulas desgastadas para serem meramente aplicadas em problemas categorizados na escola. Durante o ensino de álgebra e de aritmética, as aulas têm ênfase quanto aos procedimentos como a solução de equações, manejo com as expressões, emprego de regras que muitas vezes pouco contribuem para a compreensão das questões.

Dessa forma, a maneira como a lógica é integrada à matemática escolar pode determinar o fracasso ou o êxito do desenvolvimento argumentativo dessa ciência. Por isso, o desenvolvimento do raciocínio lógico nos estudantes é uma ação inevitável, visto que há uma necessidade de estimulá-los ao pensamento mais crítico sobre os conteúdos das diferentes disciplinas, deixando-os mais argumentativos com base em parâmetros e em conceitos logicamente comprovados. Hellmeister (2018), aborda a lógica Matemática, objetivando apresentar aos alunos o desenvolvimento de uma teoria baseada em alguma estrutura lógica. Como docente de cursos de licenciatura em matemática, ela observou que alunos já aprovados na disciplina de "lógica" continuavam não fazendo distinção entre um resultado e sua recíproca, continuando, assim, a não entender a diferença entre exemplos, demonstrações e contra-exemplos e, conseqüentemente, sem compreender a vivência de provas de resultados, mostrando que infelizmente essa disciplina não os ajudou a sanar as deficiências trazidas do ensino médio. Isso, provavelmente, seja pelo fato de que essa ciência trabalha a lógica de forma abstrata, sem a exemplificação concreta ligada a temas matemáticos específicos.

Cordenonsi (2007), apresentou um trabalho com o objetivo de potencializar o pro-

gresso de objetos de aprendizagem para o auxílio no desenvolvimento do raciocínio lógico. Ao longo das pesquisas, foram apresentados quatro objetos de aprendizagem que foram modelados e desenvolvidos segundo as normas de padronização estabelecidas pelo projeto RIVED para Objetos de Aprendizagem.

Sousa e Saravali (2016), realizaram trabalhos a partir da fundamentação teórica piagetiana que consistiu em investigar como se formam e progridem as ideias de crianças e adolescentes a respeito do não aprender, bem como verificar as relações entre os níveis de compreensão da realidade social e o desenvolvimento cognitivo. Participaram 40 alunos, entre seis e 16 anos, submetidos a quatro instrumentos metodológicos: análise de uma história envolvendo uma situação de não aprendizagem e três provas operatórias (conservação da substância, peso e volume). Os resultados indicaram que os sujeitos possuem ideias muito simples em relação a questões envolvendo a aprendizagem e a não aprendizagem. Os dados também evidenciaram uma correlação significativa entre os níveis de compreensão da realidade social e o desenvolvimento cognitivo.

Lemes et al (2006), realizou pesquisas objetivando confrontar o desempenho de alunos de 6^a a 8^a séries em avaliação realizada na sala de aula, mensurando conhecimentos da matemática com o desempenho deles em uma avaliação de raciocínio lógico desenvolvida para tal finalidade. Os resultados comprovaram que o desempenho dos alunos foram superiores na prova de conhecimentos matemáticos na 6^a e 7^a séries e superior em raciocínio lógico na 8^a série, indicando também que a apropriação de conhecimentos matemáticos melhora o desenvolvimento do raciocínio lógico pelo aluno, como um método de desenvolvimento do mesmo.

Não é novidade o uso de problemas matemáticos como ferramenta facilitadora de ensino. Xavier et al (2017), trabalhou problemas de matemática nas séries iniciais. O objetivo do trabalho foi o de apresentar ao professor que trabalha com o ensino de Matemática as vantagens de trabalhar com a metodologia baseada na resolução de problemas. Foram apresentadas vantagens que não são eram pontuais, mas que se propagavam para toda a vida do aluno, despertando-o para a busca constante de conhecimento para alcançar as soluções desejadas para problemas matemáticos ou não-matemáticos. Segundo os autores, além de capacidade intelectual, o leitor perceberia que os alunos expostos a esta metodologia ainda desenvolveriam qualidades pessoais, como a criatividade, a comunicação, a socialização e o hábito de discutir ideias com outras pessoas.

Redling (2011), foi outro pesquisador que realizou estudo cujo objetivo era investigar e analisar a compreensão e a prática de professores de matemática do Ensino Fundamental

II sobre resolução de problemas, destacando sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Na investigação, verificou-se que os docentes verbalizavam suas concepções e crenças de ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, com foco em um trabalho que os alunos manifestam sua capacidade de liberdade de aprendizagem. Em contrapartida, percebeu também que as ações docentes apontavam para uma realidade diferente onde conteúdos eram formalizados previamente e problemas eram utilizados para finalizar os assuntos, fato que, segundo a autora, não caracterizava o uso da resolução de problemas matemáticos como metodologia de ensino-aprendizagem.

Já os pesquisadores Rodrigues e Magalhães (2011), apresentaram os resultados obtidos a partir de entrevistas realizadas com 20 docentes da área, que trabalhavam em escolas públicas e particulares, nas cidades de Extrema-MG e de Perdões-MG. Os dados foram coletados em observações de aulas através de Estágio Supervisionado. Os autores concluíram que, apesar de muitos professores admitirem o reconhecimento da importância desta metodologia para as aulas de matemática, a maior parte deles não a utilizava de forma satisfatória, trabalhando principalmente com as questões propostas em livros didáticos, desconsiderando as etapas propostas para a resolução de problemas.

Portanto, em princípio, é possível criar métodos para se trabalhar a grande maioria dos conteúdos de matemática. Para tanto, o presente trabalho traz algumas formas de se trabalhar o ensino da Lógica no Ensino Médio, de forma que forneça subsídios para alunos e professores, através de técnicas desenvolvidas ao longo de anos de sala de aula.

2 *Lógica Matemática*

2.1 Um pouco da história da lógica na Grécia Antiga

A Lógica diz respeito a um tipo de conhecimento que, dentro da história do ocidente, surge como método de pensamento que prima pela coerência e consequente ausência de contradições. O *logos*, palavra que pode ser traduzida como linguagem–discurso e pensamento–conhecimento, configurou–se como o advento para que os filósofos gregos propusessem questionamentos acerca da obediência ou não de regras pelo *logos*, ou seja, se o *logos* possuía ou não regras, princípios e critérios que determinasse seu uso e funcionamento.

O problema da lógica tem seu primórdio ainda no período pré-socrático da Filosofia. Começa com Parmênides e Heráclito e suas divergentes concepções sobre a origem dos seres. Heráclito nos dizia que o *logos* e a verdade estão na mudança das coisas (tudo flui) – e essas, por sua vez, no dever de alteração e transformação. Parmênides, por sua vez, se posicionava contrário à concepção de Heráclito. Para ele, a razão deve ter por guia princípios de não–contradição e de identidade para, através destes, conhecer a Verdade. É em concordância com este pressuposto que se deve compreender a proposição de Ser em Parmênides: aquele que é idêntico a si mesmo. E, se aquilo que é idêntico a si não pode se transformar em algo contrário a si, temos a introdução do princípio de não–contradição e do princípio de identidade no seio da história da Filosofia Ocidental.

No século V a. C., de Sócrates e Platão, seguindo a admoestação socrática do conhecer a si mesmo, o Homem se torna o objeto de estudo da Filosofia. Não era mais tão importante determinar qual o princípio de tudo o que existe (objeto de estudo dos pré-socráticos, com Heráclito e Parmênides), mas sim conhecer o Homem em suas diversas facetas a saber: o Homem como um ser epistemológico, axiológico, político e estético. Além disso, conviveram com Sócrates e Platão, nesse período, outros importantes personagens da história da Filosofia ocidental, dos quais destacamos aqui os sofistas e Aristóteles que também contribuíram para o conhecimento do homem.

Os sofistas foram classificados na tradição clássica da Filosofia como mestres na arte da persuasão, ou seja, indivíduos capazes de convencer os interlocutores daquilo que desejassem, capacidade essa transmitida a seus alunos mediante pagamento. Foram, dessa forma, provavelmente os primeiros professores particulares da Grécia Antiga. A capacidade de convencer pelo discurso, independentemente de qualquer pretensão de verdade, era útil no contexto da democracia grega naquele período, visto que a Grécia vivia em um contexto de democracia direta. Nesse tipo de regime os cidadãos decidem, pela fala em praça pública, os rumos da pólis¹, sem a necessidade de representantes que se ponham entre eles e o poder. Assim, era muito importante saber argumentar e convencer com tais argumentos: quem convence tem poder.

Sócrates e Platão proferiram ásperas críticas aos procedimentos dos sofistas. Para esses dois pensadores o que os sofistas faziam não era Filosofia, mas filodoxia² e isso não poderia consentido. Os sofistas alteravam, mediante uso hábil da palavra, a realidade dos fatos, deturpavam a verdade das ideias. Daí a necessidade de uma análise criteriosa dos discursos. Em outras palavras, se faz mister uma apreciação rigorosa daquilo que é dito com vistas a impedir o uso de ideias que verbalizadas servem muito mais para o engano que para o esclarecimento.

É verdade que os pré-socráticos e Platão, conforme supracitado, tenham se ocupado com questões lógicas, no entanto nenhum deles fez isso de forma tão ampla e rigorosa quanto o fez Aristóteles (séc. IV a.C.), embora esse filósofo não tenha denominado seu estudo de lógica. Esta palavra só apareceria provavelmente no século seguinte com os estoicos.

É verdade que os pré-socráticos e Platão, conforme supracitado, tenham se ocupado com questões lógicas, contudo nenhum deles fez isso de forma tão ampla e rigorosa quanto Aristóteles (séc. IV a.C.), embora esse filósofo não tenha denominado seu estudo de lógica. Esta palavra só apareceria provavelmente no século seguinte com os estoicos.

A obra de Aristóteles que trata da lógica é denominada de Analíticos e, como o nome sugere, trata-se da análise do pensamento nas suas partes integrantes. Esse volume coadunado a outros que tratam do mesmo tema recebeu o título de Organon, que significa instrumento no qual passou a ser utilizado para proceder corretamente no pensar.

¹Pólis significa cidade-estado. Na Grécia Antiga, a pólis era constituída por um aglomerado urbano que abarcava toda a vida pública de um pequeno território bem como a totalidade dos cidadãos.

²A palavra Filosofia faz referência a busca do saber. Saber aqui significa o mesmo que episteme ou conhecimento perfeito; aquele que tem origem no mundo das ideias de Platão. Filodoxia, por sua vez, esta vinculada etimologicamente a doxa, palavra grega que diz respeito àquele conhecimento que se traduz como mera opinião, como um saber frágil e depreciado.

A Lógica Silogística³ aristotélica foi amplamente aceita na Ciência e na Matemática e ofereceu uma sólida base aos refinados sistemas de lógica moderna. Entretanto, seu declínio ocorreu em meados do século XIX. A partir daí o interesse nos fundamentos da matemática estimulou o desenvolvimento da lógica simbólica (agora chamada de lógica matemática).⁴

2.2 Proposição

Os resultados apontados nessa seção seguem conforme Gelson Iezzi (2013).

Chama-se proposição ou sentença toda oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa.

O valor lógico de uma proposição p é representado por $V(p) = V$, caso a proposição seja verdadeira, ou $V(p) = F$, caso a proposição seja falsa.

Exemplos de proposições:

a: 3 é par. $V(a) = F$.

b: O sol é uma estrela. $V(b) = V$.

c: Teresina é a capital do Piauí. $V(c) = V$.

d: 7 é um número primo. $V(d) = V$.

e: $5 \times 4 = 20$. $V(e) = V$.

f: $2 > 4$. $V(f) = F$.

g: $(-2)^3 > 4$. $V(g) = F$.

³Segundo o Dicionário Aurélio, um silogismo é um termo filosófico com o qual Aristóteles designou a argumentação lógica perfeita, constituída de três proposições declarativas que se conectam de tal modo que a partir das duas primeiras, chamadas premissas, é possível deduzir uma conclusão. A teoria do silogismo foi exposta por Aristóteles em Analíticos anteriores. Silogismo regular é o argumento típico dedutivo, composto de 3 proposições – Premissa Maior, Premissa Menor e Conclusão - onde 3 termos, Maior, Médio e Menor, são compostos 2 a 2. Num silogismo, as premissas são um ou dois juízos que precedem a conclusão e dos quais ela decorre como conseqüente necessário dos antecedentes, dos quais se infere a conseqüência. Nas premissas, o termo maior e o termo menor são comparados com o termo médio, e assim temos a premissa maior e a premissa menor segundo a extensão dos seus termos. Um exemplo clássico de silogismo é o seguinte: Todo homem é mortal. Sócrates é homem. Logo, Sócrates é mortal.

⁴Em 1854, George Boole publicou: “An Investigation of the Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities”, introduzindo a lógica simbólica e os princípios do que é hoje conhecido por lógica booleana.

h: O Brasil foi campeão de futebol em 1994. $V(h) = V$.

Aqui, pode-se listar alguns tipos de frases que não são proposições:

I) Interrogativas:

Onde está a caneta?

Qual é o seu nome?

II) Exclamativas:

Que dia lindo!

Parabéns!

III) Imperativas:

Fecha a porta.

Faça a prova.

IV) Vagas:

Ele é grande.

Ela foi uma grande professora.

$X > Y$.

V) Ambíguas:

Não aguento mais o cachorro do meu amigo.

VI) Paradoxais:

Esta frase é uma mentira.

Aqui, podemos ver alguns exemplos de questões que foram cobradas em vestibulares ou concursos públicos:

Questão 2.1 (FATEC). Proposição é uma frase declarativa que exprime um pensamento de sentido completo. Toda proposição possui um único valor lógico: Falso (F) ou Verdadeiro (V).

Assinale a alternativa que apresenta uma proposição.

a) Vamos estudar?

b) Parabéns!

- c) $x + y > 3$
 d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$
 e) $x^2 + 5x + 6$

Comentário. Analisando as alternativas, temos que:

A alternativa a) é uma frase interrogativa.

A alternativa b) é uma frase exclamativa.

A alternativa c) é uma sentença que possui incógnitas.

A alternativa d) é uma proposição, pois, podemos classificar a igualdade em verdadeira ou falsa.

A alternativa e) não podemos classificar em verdadeira ou falsa pois não é uma equação ou inequação.

A única alternativa que possui sentido completo e um único valor lógico é a alternativa D, pois, logo, a alternativa correta é a letra d.

Questão 2.2 (ICMS/SP FCC). Das cinco frases abaixo, quatro delas têm uma mesma característica lógica em comum, enquanto uma delas não tem essa característica.

- I. Que belo dia!
 II. Um excelente livro de raciocínio lógico.
 III. O jogo terminou empatado?
 IV. Existe vida em outros planetas do universo.
 V. Escreva uma poesia.

A frase que não possui essa característica comum é a

- a) I.
 b) II.
 c) III.
 d) IV.
 e) V.

Comentário. Analisando as alternativas, temos que:

O item I é uma frase exclamativa.

O item II é uma frase que não pode ser classificada como verdadeira ou falsa.

O item III é uma frase interrogativa.

O item IV é uma frase que possui sentido completo e um único valor lógico.

O item V é uma frase imperativa.

A única alternativa que possui sentido completo e um único valor lógico é a alternativa d.

Questão 2.3 (UFMT). Assinale a alternativa que NÃO apresenta uma proposição.

- a) Jorge Amado nasceu em Itabuna–BA.
- b) Antônio é produtor de cacau.
- c) Jorge Amado não foi um grande escritor baiano.
- d) Queimem os seus livros.

Analisando as alternativas, temos que:

A letra d é frase imperativa, assim é a única que não é uma proposição por não poder assumir nenhum dos valores lógicos V ou F.

As outras alternativas são frases que não podem ser classificadas como proposições por não poderem serem classificadas como V ou F.

2.3 Proposições simples e proposições compostas

Os resultados apontados nessa seção seguem conforme Gelson Iezzi (2013).

Definição 1. *Chama-se proposição simples ou proposição atômica aquela que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma.*

Aqui, pode-se listar alguns exemplos de proposições simples:

- a) Maria é alta.
- b) Maria é jogadora de basquete.
- c) O número 6 é par.
- d) A terra é um planeta.
- e) 5 é um número ímpar.
- f) 3 é um número primo.

Definição 2. *Chama-se proposição composta ou proposição molecular aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições.*

Aqui, pode-se listar alguns exemplos de proposições compostas:

- a) Maria é alta e é jogadora de basquete.

- b) O número 6 é par ou a terra é um planeta.
- c) 5 é um número ímpar, mas 3 é um número primo.
- d) Se marcos estudar, então marcos será aprovado.
- e) Ou Diego é Piauiense, ou é Maranhense.

Nas sentenças anteriores, vimos em destaque os vários tipos de conectivos – ditos conectivos lógicos – que poderão estar presentes em uma proposição composta. Conectivos Lógicos são expressões que servem para unir duas ou mais proposições. Estudaremos cada um dos conectivos mais a frente, uma vez que é de nosso interesse conhecer o valor lógico das proposições compostas. Veremos que para determinarmos se uma proposição composta é verdadeira ou falsa, dependeremos de duas coisas: 1º) do valor lógico das proposições componentes; e 2º) do tipo de conectivo que as une.

Tabela 1: Conectivos e Símbolos

Conectivos	Símbolos
não	\sim
e	\wedge
ou	\vee
se ... então	\rightarrow
se, e somente se	\leftrightarrow

Fonte: Da autoria

2.4 Princípios básicos da lógica

Definição 3 (Princípio da identidade). *Uma proposição verdadeira é verdadeira e uma proposição falsa é falsa.*

Definição 4 (Princípio da não contradição). *Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa, nunca verdadeira e falsa.*

Definição 5 (Princípio do terceiro excluído). *Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa, nunca uma outra opção.*

Questão 2.4 (IDIB). Acerca dos princípios de raciocínio lógico, analise as seguintes afirmativas:

- I. O princípio da identidade indica que uma proposição verdadeira é verdadeira e que uma proposição falsa é falsa.

II. O princípio da não contradição indica que nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

III. O princípio do terceiro excluído indica que uma proposição poderá assumir um terceiro valor lógico.

Analisando as afirmativas acima, marque a alternativa correta.

- a) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas I e III estão corretas.
- d) Apenas a afirmativa I está correta.

Os itens I e II estão corretos conforme definidos nessa seção e o item III está errado pois o princípio do terceiro excluído indica que uma proposição “não” poderá assumir um terceiro valor lógico. Logo, a alternativa correta é a letra a.

2.5 Negação de proposições simples

Os resultados apontados nessa seção seguem conforme Edgar Filho (2002).

Chama-se negação de uma proposição p é, representada por “não p ”, cujo valor lógico é verdade (V) quando p é falsa e a falsidade (F) quando p é verdadeira (V). Assim uma proposição quando negada, recebe valores lógicos opostos dos valores lógicos da proposição original.

Notação: $\sim p$ lê-se não p .

Podem-se empregar também, como a negação de uma proposição p , as seguintes expressões: não é verdade que p ; é falso que p .

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

$$\text{Exemplo 2.1. } \begin{cases} p : \text{ O professor Diego é lindo. } V(p) = V \\ \sim p : \text{ O professor Diego não é lindo. } V(\sim p) = F \end{cases}$$

$$\text{Exemplo 2.2. } \begin{cases} r : \text{ O professor Diego é rico. } V(r) = F \\ \sim r : \text{ O professor Diego não é rico. } V(\sim r) = V \end{cases}$$

$$\text{Exemplo 2.3. } \begin{cases} s : \text{ Teresina é a capital do Ceará. } V(s) = F \\ \sim s : \text{ Teresina não é a capital do Ceará. } V(\sim s) = V \end{cases}$$

$$\text{Exemplo 2.4. } \begin{cases} q : \text{ As galinhas têm penas. } V(q) = V \\ \sim q : \text{ Não é verdade que as galinhas têm penas. } V(\sim q) = F \end{cases}$$

$$\text{Exemplo 2.5. } \begin{cases} t: 2 = 3. V(t) = F \\ \sim t: 2 \neq 3. V(\sim t) = V \end{cases}$$

$$\text{Exemplo 2.6. } \begin{cases} u: 5 < 6. V(u) = V \\ \sim u: 5 \geq 6. V(\sim u) = F \end{cases}$$

2.6 Tabela verdade

É uma tabela que analisa os valores lógicos das proposições simples e compostas, iremos utilizar uma tabela que prevê todos os possíveis valores lógicos que uma sentença pode possuir a partir dos valores lógicos das proposições simples.

2.6.1 Número de linhas de uma tabela verdade

O número de linhas de uma tabela verdade (Tabela 2) de uma proposição composta está em função do número de proposições simples que a compõem, ou seja, o número de linhas de uma tabela verdade é calculado pela potência 2^n , pelo princípio fundamental da contagem como cada proposição só pode assumir um dos valores lógicos (verdadeiro ou falso) temos que para n proposições simples o número de linhas será dado por 2^n , onde a base 2 é uma constante que indica os dois valores lógicos verdadeiro (V) e falso (F) e, o expoente n é igual ao número de proposições simples que estão envolvidas no caso em análise.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 2.7. Para uma única proposição simples p o número de linhas da tabela verdade é $2^1 = 2$.

Tabela 2: Tabela Verdade, para $n = 1$

p
V
F

Fonte: Da autoria

Exemplo 2.8. Para uma proposição composta de duas proposições simples p e q , o número de linhas é $2^2 = 4$.

Tabela 3: Tabela Verdade, para $n = 2$

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Fonte: Da autoria

Exemplo 2.9. Para uma proposição composta de três proposições simples p , q e r o número de linhas da tabela verdade é $2^3 = 8$.

Tabela 4: Tabela Verdade, para $n = 3$

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Fonte: Da autoria

Questão 2.5 (PC–SP). Qual o número de linhas de uma tabela verdade utilizada para determinar o valor lógico de uma proposição composta formada por 4 (quatro) proposições simples?

- a) 16
- b) 24
- c) 48
- d) 8
- e) 4

O número de linhas de uma proposição é dado por 2^n , onde a base 2 é uma constante que indica os dois valores lógicos verdadeiro (V) e falso (F) e, o expoente n é igual ao número de proposições simples que estão envolvidas no caso em análise, assim o número de linhas dessa proposição é $2^4 = 16$, logo a alternativa correta é a letra a.

2.7 Operações Lógicas – Conectivos

Os resultados apontados nessa seção seguem conforme Edgar Filho (2002).

2.7.1 Conectivo “e” (Conjunção)

Dadas duas proposições p e q , chama-se “conjunção de p e q ” a proposição “ $p \wedge q$ ” (lê-se: p e q). A conjunção $p \wedge q$ será verdadeira quando as duas proposições (p e q) forem ambas verdadeiras; e será falsa nos outros casos.

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

1. Ana é alta e Paula é gorda.
2. 6 é um número par e 4 é um número ímpar.
3. São Luís é a capital do Maranhão e Teresina é a capital do Piauí.

Tabela 5: Tabela Verdade, Conectivo “e” (Conjunção)

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

Fonte: Da autoria

2.7.2 Conectivo “ou” (Disjunção)

Dadas duas proposições p e q , chama-se “disjunção de p e q ” a proposição “ $p \vee q$ ” (lê-se: p ou q). A disjunção $p \vee q$ será verdadeira se pelo menos uma das proposições (p ou q) for verdadeira e será falsa apenas no caso em que as duas proposições (p e q) forem falsas.

Tabela 6: Tabela Verdade, Conectivo “ou” (Disjunção)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	F

Fonte: Da autoria

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

1. $2 > 3$ ou 4 é um número par.
2. O professor Diego possui um carro ou Antônia é médica.

2.7.3 Conectivo “ou ... ou ...” (disjunção exclusiva)

Dadas duas proposições p e q , chama-se “disjunção de p e q ” a proposição “ $p \vee q$ ” (lê-se: ou p ou q).

A disjunção $p \vee q$ será verdadeira se as proposições (p e q) possuírem valores lógicos diferentes e será falsa quando possuírem valores lógicos iguais.

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

1. Ou 4 é um número par , ou 5 é um número primo.
2. Ou Marcos é Matemático, ou Ana é Médica.

Tabela 7: Tabela Verdade: Conectivo “ou ... ou ...” (disjunção exclusiva)

p	q	$p \vee q$
V	V	F
F	V	V
V	F	V
F	F	F

Fonte: Da autoria

2.7.4 Conectivo “Se ... então ...” (condicional)

Dadas duas proposições p e q , a proposição se p , então q , que será indicada por “ $p \rightarrow q$ ”, é chamada de condicional.

A proposição condicional $p \rightarrow q$ será falsa quando p for verdadeira e q for falsa; e será verdadeira nos outros casos.

Na condicional ($p \rightarrow q$), p é condição suficiente para q e q é condição necessária para p .

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

1. Se Levi é Teresinense, então Levi é piauiense.
2. Se João estudar, então João será aprovado em matemática.

2.7.5 Conectivo “... se e somente se ...” (bicondicional)

Dadas duas proposições p e q , a proposição “ p se, e somente se q ”, que será indicada por “ $p \leftrightarrow q$ ”, é chamada de bicondicional.

Tabela 8: Tabela Verdade: Conectivo “Se ...então ...” (condicional)

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	F	V

Fonte: Da autoria

A proposição bicondicional $p \leftrightarrow q$ será verdadeira quando p e q forem ambas verdadeiras ou ambas falsas; e será falsa nos outros casos.

Na bicondicional ($p \leftrightarrow q$) a proposição p é condição necessária e suficiente para que q e q é condição necessária e suficiente para p .

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

1. 4 é par se, somente se, 5 é impar.
2. $3 > 2$ se e, somente se $4 > 5$.

Tabela 9: Tabela Verdade: Conectivo “...se e somente se ...” (bicondicional)

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	V

Fonte: Da autoria

Questão 2.6 (ESPM). Observando-se a tabela verdade reproduzida abaixo, podemos concluir que as seqüências de valores lógicos indicadas pelas setas e são, respectivamente:

A	B	$\sim B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \wedge \sim B$	$\sim B \rightarrow A$
V	V	F	V	V		
V	F	V	F	F	1	2
F	V	F	F	V		
F	F	V	F	V	↓	↓

- a) VFVV e VVFF
- b) FVFF e VVVF
- c) VFVV e VFVF
- d) FFVV e VVVF
- e) FVFF e VVFF

Completando a tabela acima fazendo as operações lógicas, temos que a alternativa correta é a letra b conforme a tabela abaixo.

A	B	$\sim B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \wedge \sim B$	$\sim B \rightarrow A$
V	V	F	V	V	F	V
V	F	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	F	F

Questão 2.7 (FUNDATEC). Considere a seguinte proposição: “Marcia é uma atleta dedicada, mas nunca chega em primeiro lugar”. Nessa proposição, o conectivo lógico é:

- Disjunção exclusiva.
- Disjunção inclusiva.
- Condicional.
- Conjunção.
- Bicondicional.

Na proposição “Marcia é uma atleta dedicada, mas nunca chega em primeiro lugar” não ficou claro qual conectivo foi utilizado, agora fazendo a concordância gramatical a palavra “mas” da idéia da conjunção que seria o conectivo “e”, logo a alternativa correta é a letra d.

Questão 2.8 (COPERVE). Considere as seguinte proposições:

- $3 \times 3 = 9$ e $4 \div 2 = 2$.
- $3 + 1 \times 3 = 6$ ou $5 \times 1 = 1$.
- $4 - 3 = 2$ ou $8 \div 2 = 3$.
- $3 + 3 = 9$ e $4 - 2 = 4$.

- Todas as proposições estão corretas.
- Apenas as proposições (I) e (III) estão corretas.
- Apenas as proposições (III) e (IV) estão corretas.
- Apenas as proposições (I) e (II) estão corretas.
- Apenas as proposições (I), (II) e (IV) estão corretas.

Analisando os itens acima temos que:

(I) $3 \times 3 = 9$ (V) e $4 \div 2 = 2$ (V), na conjunção temos que V e V resulta numa proposição V.

(II) $3 + 1 \times 3 = 6$ (V) ou $5 \times 1 = 1$ (F), na disjunção inclusiva temos que V ou F resulta numa proposição V.

(III) $4 - 3 = 2$ (F) ou $8 \div 2 = 3$ (F), na disjunção inclusiva temos que F ou F resulta numa proposição F.

(IV) $3 + 3 = 9$ (F) e $4 - 2 = 4$ (F), na conjunção temos que F e F resulta numa proposição F.

Logo as proposições corretas são I e II, assim a alternativa correta é a letra d.

Questão 2.9 (VUNESP). Considere verdadeiras as três afirmações seguintes:

- Ou Marta não é enfermeira, ou Clarice não é médica.
- Se Douglas não é professor, então Clarice é médica.
- Paulo é diretor ou Douglas não é professor.

Sabendo que Marta é enfermeira, a afirmação que possui um valor lógico verdadeiro é

- a) se Clarice não é médica, então Marta não é enfermeira.
- b) se Marta é enfermeira, então Douglas não é professor.
- c) Paulo é diretor e Douglas não é professor.
- d) Clarice é médica ou Paulo não é diretor
- e) se Clarice é médica, então Douglas não é professor.

Comentário. Sabendo que todas as proposições dadas no enunciado são verdadeiras, devemos começar analisando a posição simples “Marta é enfermeira”, cujo valor lógico é verdadeiro.

Agora, sabendo que “Marta é enfermeira” é V (VERDADEIRA), temos que:

- i) Ou Marta não é enfermeira, ou Clarice não é médica. (VERDADEIRA)

Lembrando que “ $p \vee q$ ” será verdadeira apenas quando p e q tiverem valores lógicos diferentes, logo;

p: Marta não é enfermeira (F)

q: Clarice não é médica (V)

- ii) Se Douglas não é professor, então Clarice é médica. (VERDADEIRA)

Lembrando que $p \rightarrow q$ será falsa apenas quando p for V e q for F, logo;

p: Douglas não é professor (F), portanto Douglas é professor.

q: Clarice é médica (F)

iii) Paulo é diretor ou Douglas não é professor. (VERDADEIRA)

Lembrando que “ $p \vee q$ ” será verdadeira quando pelo menos uma das proposições p ou q for verdadeira, logo;

p : Paulo é diretor (V).

q : Douglas não é professor (F).

Podemos concluir que: Clarice não é Médica, Douglas é professor e Paulo é diretor.

Portanto, a alternativa verdadeira será a letra e, que afirma; se Clarice é médica (F), então Douglas não é professor (F).

2.8 Tautologia, Contradição e Contingência

Os resultados apontados nessa seção seguem conforme Edgar Filho (2002).

2.8.1 Tautologia

Chama-se tautologia toda proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade encerra somente a letra V (verdade), ou seja, uma proposição composta é uma tautologia se, e somente se, ela for sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõem.

Aqui, pode-se listar um exemplo:

Exemplo 2.10. A proposição $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ é uma tautologia pois a última coluna da tabela verdade abaixo é toda verdadeira.

Tabela 10: Tabela Verdade: Tautologia

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Fonte: Da autoria

2.8.2 Contradição

Chama-se contradição toda proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade encerra somente a letra F (falsidade), ou seja, uma proposição composta é uma

contradição se, e somente se, ela for sempre falsa, independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõem. Assim, a última coluna de sua tabela-verdade terá apenas o valor lógico F (Falso) em todas as suas linhas.

Aqui, pode-se listar um exemplo:

Exemplo 2.11. *A proposição $(A \leftrightarrow \sim B) \wedge (A \wedge B)$ é uma contradição pois a última coluna da tabela verdade abaixo é toda falsa.*

Tabela 11: Tabela Verdade: Contradição

A	B	$A \leftrightarrow \sim B$	$A \wedge B$	$(A \leftrightarrow \sim B) \wedge (A \wedge B)$
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	F

Fonte: Da autoria

2.8.3 Contigência

Chama-se contingência toda proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade figuram as letras V e F cada uma pelo menos uma vez, ou seja, uma proposição composta é uma contingência se, e somente se, ela não for nem tautológica, nem contraditória.

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

Exemplo 2.12. *A proposição $A \leftrightarrow (A \wedge B)$ é uma contingência pois última coluna de sua tabela-verdade terá pelo menos o valor lógico V (Verdadeiro) uma vez ou o valor lógico F (Falso) pelo menos uma vez.*

Tabela 12: Tabela Verdade: Contingência

A	B	$A \wedge B$	$A \leftrightarrow (A \wedge B)$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	V

Fonte: Da autoria

Questão 2.10 (IBFC). De acordo com o raciocínio lógico proposicional a proposição composta $[p \vee (\sim q \leftrightarrow r)] \rightarrow \sim p$ é uma:

a) Contingência

- b) Tautologia
- c) Contradição
- d) Equivalência

Comentário: Construindo a tabela-verdade da proposição $[p \vee (\sim q \leftrightarrow r)] \rightarrow \sim p$, verifica-se que é uma contingência pois aparece valores lógicos verdadeiro e falso.

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \leftrightarrow r$	$p \vee (\sim q \leftrightarrow r)$	$[p \vee (\sim q \leftrightarrow r)] \rightarrow \sim p$
V	V	V	F	F	F	V	F
V	V	F	F	F	V	V	F
V	F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	V

Logo, a alternativa correta é a letra a.

Questão 2.11 (IESES). Indique a alternativa que representa uma tautologia.

- a) Se Rafael é inteligente e Fabrício é chato então Rafael é inteligente ou Fabrício é chato.
- b) Se Rafael é inteligente ou Fabrício é chato então Rafael não é inteligente e Fabrício não é chato.
- c) Se Rafael é inteligente ou Fabrício é chato então Rafael é inteligente e Fabrício é chato.
- d) Se Rafael é inteligente e Fabrício é chato então Rafael é inteligente e Fabrício não é chato.

Comentário. Para facilitar a resolução da questão, iremos construir a tabela-verdade das proposições listadas nas alternativas considerando que:

p: Rafael é inteligente.

q: Fabrício é chato

A proposição “Se Rafael é inteligente e Fabrício é chato então Rafael é inteligente ou Fabrício é chato” é representada por $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ e sua tabela-verdade é dada por

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Como a última coluna da tabela-verdade acima é toda verdadeira, temos que “Se Rafael é inteligente e Fabrício é chato então Rafael é inteligente ou Fabrício é chato” é representada por $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$, é uma tautologia.

Logo, a alternativa correta é a letra a.

Questão 2.12 (IFB). Na era digital um professor de filosofia contribui na formação dos estudantes quando ajuda-os a conhecer alguns princípios da lógica matemática. Assim sendo a proposição $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$ é uma:

- a) Contigência
- b) Tautologia
- c) Contradição
- d) Indeterminação
- e) Inferência

Comentário: A tabela-verdade da proposição $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$ é dada por

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

Como a última coluna da tabela-verdade acima é toda falsa, temos que a proposição $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$ é uma contradição. Logo, a alternativa correta é a letra c.

3 *Equivalências*

Os resultados apontados nessa seção seguem conforme Edgar Filho (2002).

3.1 *Implicação Lógica*

Definição 6. *Diz-se que uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica logicamente ou apenas implica uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, se $Q(p, q, r, \dots)$ é verdadeira (V) todas as vezes que $P(p, q, r, \dots)$ é verdadeira.*

Indica-se que a proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica a proposição $Q(p, q, r, \dots)$ com a notação: $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$.

Em particular, toda proposição implica uma tautologia e somente uma contradição implica uma contradição.

3.2 *Propriedades da implicação lógica*

É imediato que a relação de implicação lógica entre proposições goza das propriedades reflexiva (R) e transitiva (T), isto é, simbolicamente:

(R) $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow P(p, q, r, \dots)$

(T) Se $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$ e $Q(p, q, r, \dots) \Rightarrow R(p, q, r, \dots)$, então $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow R(p, q, r, \dots)$.

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

Exemplo 3.1. *A proposição “ $p \wedge q$ ” é verdadeira (V) somente na linha 1 e , nesta linha, as proposições “ $p \vee q$ ” e “ $P \leftrightarrow Q$ ” também são verdadeiras (V). Logo, a primeira proposição implica cada uma das outras duas proposições, isto é:*

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

3.3 Equivalências Lógicas

Definição 7. Diz-se que uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ é logicamente equivalente ou apenas equivalente a uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, se as tabelas verdades destas duas proposições são idênticas.

Indica-se que a proposição $P(p, q, r, \dots)$ é equivalente a proposição $Q(p, q, r, \dots)$ com a notação: $P(p, q, r, \dots) \Leftrightarrow Q(p, q, r, \dots)$

Assim, podemos dizer que duas proposições compostas P e Q são equivalentes, ou seja, $P \Leftrightarrow Q$, se possuem a mesma tabela-verdade, ou seja, $P \Leftrightarrow Q$ se, e somente se, $P \leftrightarrow Q$ for tautológica.

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

Exemplo 3.2. $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

A proposição $p \rightarrow q$ é equivalente a proposição $\sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva) por possuírem a mesma tabela-verdade, ou seja, valores lógicos iguais.

Questão 3.1 (INSPER). A proposição “se você trabalhar muito, então você enriquecerá” é equivalente à proposição

- “se você não trabalhar muito, então não enriquecerá”.
- “se você enriquecer, então você trabalhará muito”.
- “não trabalhe muito, ou você enriquecerá”.
- “se você enriquecer, então você não trabalhará muito”.
- “se você trabalhar muito, então não enriquecerá”.

Dadas duas proposições simples p e q , temos que a condicional $p \rightarrow q$ é equivalente à disjunção $\sim p \vee q$. Assim, se p é “se você trabalhar muito” e q é “você enriquecerá”, então a proposição equivalente a “se você trabalhar muito, então você enriquecerá” é “não trabalhe muito, ou você enriquecerá”. Alternativa correta letra c.

Questão 3.2 (FATEC). Na Lógica, tem-se que a proposição: Se ocorre P, então ocorre Q é equivalente à proposição. Se não ocorre Q, então não ocorre P.

Assim sendo, se $x < 3$, então $y = -4$ é equivalente a

- a) Se $x > 3$, então $y \neq -4$.
- b) Se $x \geq 3$, então $y \neq 4$.
- c) Se $y \neq 4$, então $x \geq 3$.
- d) Se $y \neq -4$, então $x > 3$.
- e) Se $y \neq -4$, então $x \geq 3$.

A proposição $p \rightarrow q$ é equivalente a proposição $\sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva), logo se $x < 3$, então $y = -4$ é equivalente a se $y \neq 4$ então $x \geq 3$. Alternativa correta letra E.

Uma outra equivalência da condicional “Se p , então q ” é dada por “não p ou q ”.

Notação: $(p \rightarrow q) \iff \sim p \vee q$.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Observe que os valores lógicos a 3ª coluna são iguais aos valores lógicos da 5ª coluna, portanto as proposições $p \rightarrow q$ e $\sim p \vee q$ são logicamente equivalentes.

Exemplo 3.3. Uma proposição logicamente equivalente a proposição “Se 2 é par, então $3^2 = 6$ ” é “2 é ímpar ou $3^2 = 6$ ”.

Questão 3.3 (UPENET/IAUPE). Dizer que “Totó é poodle ou Scooby não é labrador”, do ponto de vista lógico, é o mesmo que

- a) Scooby é labrador e Totó não é poodle.
- b) Totó é poodle se e somente se Scooby não for labrador.
- c) Se Totó é poodle, então Scooby não é labrador.
- d) Se Totó não é poodle, então Scooby é labrador.
- e) Se Scooby é labrador, então Totó é poodle.

Comentário: Considere a proposição Totó é poodle ou Scooby não é labrador. Seja:

q: Totó é poodle.

p: Scooby não é labrador.

Dadas duas proposições simples p e q , temos que $(q \rightarrow p) \Leftrightarrow \sim q \vee p$.

Assim, a proposição equivalente a Totó é poodle ou Scooby não é labrador é Se Scooby é labrador, então Totó é poodle. Logo, a alternativa correta é a letra e.

3.4 Como negar proposições compostas

Para negar uma proposição simples devemos acrescentar a partícula “não” antes do verbo mas quando tratamos de proposições compostas temos que construir a tabela-verdade dessa proposição e observar que a a tabela verdade de uma proposição quando for negada será o contrário de sua tabela original, ou seja, se tivermos uma tabela com a última coluna assumindo os valores lógicos VVFF a tabela verdade que sera sua negação deverá ter na sua coluna os valores lógicos FFVV, a seguir veremos alguns casos.

3.5 Negação de uma conjunção

Para negar uma conjunção $(p \wedge q)$, devemos negar p , mudar o conectivo “e” pelo conectivo “ou” e negar q . Notação: $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$.

Podemos verificar a validade da equivalência acima observando a tabela a seguir, veja que a 4° coluna da tabela abaixo é igual a 7° coluna, logo dizemos que as proposições são equivalentes.

Tabela 13: Tabela Verdade: Negação de uma conjunção

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

Fonte: Da autoria

Exemplo 3.4. A negação da proposição p : $2 > 3$ e $4^3 = 16$ é dada por $\sim p$: $2 \leq 3$ ou $4^3 \neq 16$.

Questão 3.4 (IESES). Joana e Maria são irmãs. Afirmar que NÃO é verdade que “Joana é hiperativa e Maria é bonita” é logicamente equivalente à afirmação.

- a) Maria não é bonita ou Joana não é hiperativa.
- b) Se Joana não é hiperativa então Maria não é bonita.
- c) Joana é hiperativa ou Maria não é bonita.
- d) Maria não é bonita e Joana não é hiperativa.

Comentário. Considere a proposição Joana é hiperativa e Maria é bonita. Seja;
 p: Joana é hiperativa.
 q: Maria é bonita.

Dadas duas proposições p e q , para negar uma conjunção $(p \wedge q)$, devemos negar p , mudar o conectivo “e” pelo conectivo “ou” e negar q .

$$\text{Notação: } \sim (p \wedge q) \iff p \vee \sim q.$$

Assim, a negação da proposição “Joana é hiperativa e Maria é bonita” é Maria não é bonita ou Joana não é hiperativa. Logo, a alternativa correta é a letra a.

3.6 Negação de uma disjunção

Para negar uma disjunção $(p \vee q)$, devemos negar p , mudar o conectivo “ou” pelo conectivo “e” e negar q . Notação: $\sim (p \vee q) \iff \sim p \wedge \sim q$.

Podemos verificar a validade da equivalência acima observando a tabela a seguir, veja que a 4ª coluna da tabela abaixo é igual a 7ª coluna, logo dizemos que as proposições são equivalentes.

Tabela 14: Tabela Verdade: Negação de uma disjunção

p	q	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

Fonte: Da autoria

Questão 3.5 (FUNDATEC). A negação da sentença: Paulo não protocolou o projeto de lei até o meio-dia ou Paulo está presente na sessão ordinária é:

- a) Paulo protocolou o projeto de lei até o meio-dia ou Paulo não está presente na sessão ordinária.
- b) Paulo protocolou o projeto de lei até o meio-dia e Paulo não está presente na sessão ordinária.
- c) Paulo protocolou o projeto de lei até o meio-dia e Paulo está presente na sessão ordinária.

ordinária.

d) Paulo não protocolou o projeto de lei até o meio-dia e Paulo não está presente na sessão ordinária.

e) Paulo protocolou o projeto de lei até o meio-dia ou Paulo está presente na sessão ordinária.

Comentário. Considere a proposição Paulo não protocolou o projeto de lei até o meio-dia ou Paulo está presente na sessão ordinária. Seja;

p: Paulo não protocolou o projeto de lei até o meio-dia

q: Paulo está presente na sessão ordinária.

Dadas duas proposições p e q , para negar uma disjunção ($p \vee q$), devemos negar p, mudar o conectivo “ou” pelo conectivo “e” e negar q.

Notação: $\sim (p \vee q) \iff \sim p \wedge \sim q$.

Assim, a negação da proposição Paulo não protocolou o projeto de lei até o meio-dia ou Paulo está presente na sessão ordinária é Paulo protocolou o projeto de lei até o meio-dia e Paulo não está presente na sessão ordinária. Logo, a alternativa correta é a letra b.

3.7 Negação da disjunção exclusiva

Para negar uma disjunção exclusiva ($p \veebar q$), devemos manter p, mudar o conectivo “ou... , ou...” pelo conectivo “se e, somente se” e manter q. Notação: $\sim (p \veebar q) \iff p \leftrightarrow q$.

Podemos verificar a validade da equivalência acima observando a tabela a seguir, veja que a 4° coluna da tabela abaixo é igual a 5° coluna, logo dizemos que as proposições são equivalentes.

Tabela 15: Tabela Verdade: Negação da disjunção exclusiva

p	q	$p \veebar q$	$\sim (p \veebar q)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Fonte: Da autoria

Questão 3.6 (CESPE). Ao comentar a respeito da instabilidade cambial de determinado país, um jornalista fez a seguinte colocação: “Ou cai o ministro da Fazenda, ou cai o dólar”.

Acerca desse comentário, que constitui uma disjunção exclusiva, julgue o item seguinte. A negação da colocação do jornalista é equivalente a “Cai o ministro da Fazenda se, e somente se, cai o dólar”.

- () CERTO
() ERRADO

Comentário. Considere a proposição “Cai o ministro da Fazenda se, e somente se, cai o dólar”. Seja;

p: Cai o ministro da Fazenda.

q: Cai o dólar.

Dadas duas proposições p e q , para negar uma disjunção exclusiva ($p \vee q$), devemos manter p , mudar o conectivo “ou . . . , ou . . .” pelo conectivo “se e, somente se” e manter q .

Notação: $\sim (p \vee q) \iff p \iff q$.

Assim, a negação da proposição “Ou cai o ministro da Fazenda, ou cai o dólar” é “Cai o ministro da Fazenda se, e somente se, cai o dólar”. Logo, a questão está certa.

3.8 Negação de uma condicional simples

Para negar uma disjunção exclusiva ($p \rightarrow q$), devemos manter p , mudar o conectivo “se . . . , então . . .” pelo conectivo “e” e negar q . Notação: $\sim (p \rightarrow q) \iff p \wedge \sim q$.

Podemos verificar a validade da equivalência acima observando a tabela a seguir, veja que a 4ª coluna da tabela abaixo é igual a 5ª coluna, logo dizemos que as proposições são equivalentes.

Tabela 16: Tabela Verdade: Negação de uma condicional simples

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim (p \rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

Fonte: Da autoria

Questão 3.7 (FUNIVERSA/PCDF). Uma proposição logicamente equivalente à negação da proposição “se o cão mia, então o gato não late” é a proposição

- a) o cão mia ou o gato late.
b) o cão mia e o gato late.

- c) o cão não mia ou o gato late.
- d) o cão não mia e o gato late.
- e) o cão não mia ou o gato não late.

Comentário. Considere a proposição “se o cão mia, então o gato não late”. Seja;
 p: o cão mia.
 q: gato não late

Dadas duas proposições p e q , para negar uma condicional ($p \rightarrow q$), devemos manter p , mudar o conectivo “se . . . , então . . .” pelo conectivo “e” e negar q .

$$\text{Notação: } \sim (p \rightarrow q) \iff p \wedge \sim q$$

Assim , a negação da proposição “se o cão mia, então o gato não late” é “o cão mia e o gato late”. Logo, a alternativa correta é a letra b.

Questão 3.8 (VUNESP). Uma negação lógica para a afirmação “Se Patrícia não é engenheira, então Maurício é empresário” está contida na alternativa:

- a) Patrícia é engenheira e Maurício não é empresário.
- b) Patrícia é engenheira ou Maurício não é empresário.
- c) Patrícia não é engenheira e Maurício não é empresário.
- d) Se Maurício não é empresário, então Patrícia é engenheira.
- e) Se Patrícia é engenheira, então Maurício não é empresário.

Comentário. Considere a proposição “Se Patrícia não é engenheira, então Maurício é empresário”. Seja:

p: Patrícia não é engenheira.
 q: Maurício é empresário.

Dadas duas proposições p e q , para negar uma condicional ($p \rightarrow q$), devemos manter p , mudar o conectivo “se . . . , então . . .” pelo conectivo “e” e negar q .

$$\text{Notação: } \sim (p \rightarrow q) \iff p \wedge \sim q.$$

Assim, a negação da proposição “Se Patrícia não é engenheira, então Maurício é empresário” é “Patrícia não é engenheira e Maurício não é empresário”. Logo, a alternativa correta é a letra c.

3.9 Negação de uma bicondicional

Para negar uma disjunção exclusiva ($p \leftrightarrow q$), devemos manter p , mudar o conectivo “se e, somente se” pelo conectivo “ou... ou...” e manter q . Notação: $\sim(p \leftrightarrow q) \iff p \vee q$.

Podemos verificar a validade da equivalência acima observando a tabela a seguir, veja que a 4ª coluna da tabela abaixo é igual a 5ª coluna, logo dizemos que as proposições são equivalentes.

Tabela 17: Tabela Verdade: Negação de uma bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$p \vee q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F

Fonte: Da autoria

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

Questão 3.9 (FATEC). Considere o exemplo. Proposição: O cachorro é um animal ou a alface é um vegetal. Negação dessa proposição: O cachorro não é um animal e a alface não é um vegetal.

Assinale a alternativa que apresenta a negação da seguinte proposição: Maria não faz o curso de Polímeros ou Júlia faz o curso de Silvicultura.

- Maria faz o curso de Polímeros e Júlia faz o curso de Silvicultura.
- Maria faz o curso de Polímeros e Júlia não faz o curso de Silvicultura.
- Maria faz o curso de Polímeros ou Júlia não faz o curso de Silvicultura.
- Maria não faz o curso de Polímeros e Júlia não faz o curso de Silvicultura.
- Maria não faz o curso de Polímeros ou Júlia não faz o curso de Silvicultura.

Para negar uma conjunção ($p \vee q$), devemos negar p , mudar o conectivo “ou” pelo conectivo “e” e negar q .

Logo a negação da proposição: Maria não faz o curso de Polímeros ou Júlia faz o curso de Silvicultura é dada por Maria faz o curso de Polímeros e Júlia não faz o curso de Silvicultura. Alternativa correta letra b.

Questão 3.10 (PUC-PR Modificada). Arno, especialista em lógica, perguntou: qual a negação de “hoje é carnaval se, e somente se, for 8 de fevereiro”?

A resposta CORRETA é:

- Hoje não é carnaval se, e somente se, não for 8 de fevereiro.

- b) Hoje não é carnaval e não é 8 de fevereiro.
- c) “ou hoje é carnaval, ou 8 de fevereiro”.
- d) Hoje é carnaval e é 8 de fevereiro.
- e) O carnaval não é no mês de fevereiro.

Comentário. Considere a proposição “hoje é carnaval se, e somente se, for 8 de fevereiro”. Seja;

p: hoje é carnaval.

q: for 8 de fevereiro.

Para negar uma disjunção exclusiva ($p \leftrightarrow q$), devemos manter p , mudar o conectivo “se e, somente se” pelo conectivo “ou ... , ou ...” e manter q .

Notação: $\sim (p \leftrightarrow q) \iff p \vee q$.

Assim, a negação da proposição “hoje é carnaval se, e somente se, for 8 de fevereiro” é “ou hoje é carnaval, ou 8 de fevereiro”. Logo, a alternativa correta é a letra c.

4 Diagramas lógico e argumentos

4.1 Quantificadores

Os resultados apontados nessa seção seguem conforme Gelson Iezzi (2013).

Existem expressões tais como:

- a) $x < 10$
- b) $x > 3$
- c) $x^2 < 9$
- d) $x^2 = 4$

Logo, não podemos classificar como verdadeira ou falsa porque vai depender do valor atribuído as incógnitas.

Expressões que contêm incógnitas serão chamadas de funções proposicionais ou sentenças abertas, assim tais expressões não são proposições, pois seu valor lógico vai depender do valor atribuído às incógnitas.

Dessa forma existe uma forma de transformar uma expressão numa proposição utilizando quantificadores.

4.1.1 Quantificador Universal

O quantificador universal, usado para transformar sentenças abertas em proposições, é indicado pelo símbolo \forall , que se lê: “qualquer que seja”, “para todo”, “para cada”.

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

1. $\forall x, x \in \mathbb{N}, x + 2 > 7.$
2. $\forall x, x \in \mathbb{Z}, x + 1 = -6.$

4.1.2 Quantificador Existencial

O quantificador existencial, usado para transformar sentenças abertas em proposições, é indicado pelo símbolo \exists , que se lê: “existe”, “existe pelo menos um” ou “existe um”.

Aqui, pode-se listar alguns exemplos:

1. $\exists x, x \in \mathbb{N}, x + 2 > 7.$

2. $\exists x, x \in \mathbb{Z}, x + 1 = -6.$

Exemplo 4.1. *Aqui, vamos mostrar alguns exemplos de problemas que envolvem a negação de proposições quantificadas:*

p : *Todo Homem é mortal.*

$\sim p$: *Algum homem não é mortal.*

q : *Alguma mulher é professora.*

$\sim q$: *Toda mulher não é professora.*

r : *Nenhum aluno gosta de matemática.*

$\sim r$: *Algum aluno gosta de matemática.*

s : $\forall x \in \mathbb{N} \ x + 1 = 4.$

$\sim s$: $\exists x \in \mathbb{N} \ x + 1 \neq 4.$

t : $\exists x \in \mathbb{R} \ x > 4.$

$\sim t$: $\forall x \in \mathbb{R} \ x \leq 4.$

4.2 Tipos de proposições categóricas

Definição 8. *Chama-se de proposições categóricas proposições simples e diretas na forma de sujeito e predicado. Esse tipo de proposições vem da forma:*

- *Todo P é Q.*
- *Algum P é Q.*
- *Nenhum P é Q.*

Aqui, temos alguns exemplos de proposições categóricas.

P: *Todas as mulheres são mortais.*

Q: *Algum professor é rico.*

R: *Nenhum homem é inteligente.*

S: *Alguns homens não sabem jogar futebol.*

Pode-se afirmar que:

A proposição P é uma proposição universal afirmativa.

A proposição Q é uma proposição particular afirmativa.

A proposição R é uma proposição universal negativa.

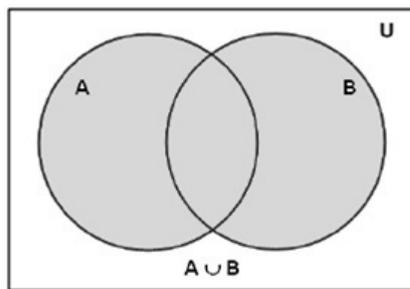
A proposição S é uma proposição particular negativa.

4.3 Diagramas Lógicos

Inicialmente, trataremos de algumas definições de conjuntos para auxiliar no entendimento do assunto relacionado a diagramas lógicos.

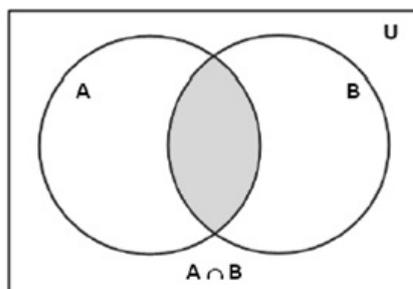
Definição 9 (União). *Dados dois conjuntos A e B , define-se a união $A \cup B$ de A e B como sendo o conjunto*

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$



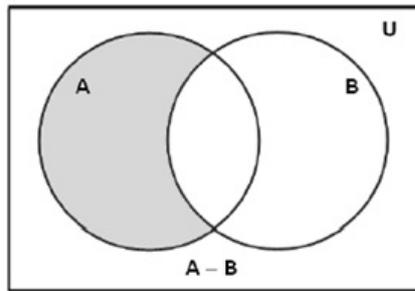
Definição 10 (Interseção). *Dados dois conjuntos A e B , define-se a interseção $A \cap B$ de A e B como sendo o conjunto*

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$



Definição 11 (Diferença). *Sejam A e B conjuntos. Define-se o conjunto diferença $A - B$ como sendo*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$



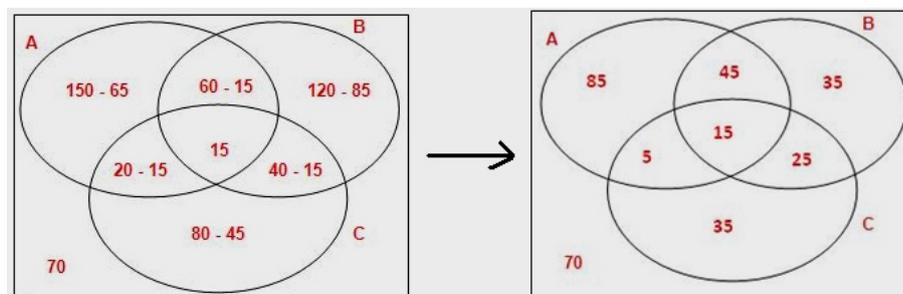
Exemplo 4.2. As marcas de refrigerante mais consumidas em um bar, num certo dia, foram A, B e C. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir:

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15
Outras	70

Faça um diagrama representativo da situação e responda:

- Quantos consumidores beberam refrigerante no bar, nesse dia?
- Dentre os consumidores de A, B e C, quantos beberam apenas duas dessas marcas?
- Quantos não consumiram a marca C?
- Quantos não consumiram a marca B nem a marca C?

Comentário: O diagrama que ilustra a situação é representado da forma abaixo.



- Quantos consumidores beberam refrigerante no bar, nesse dia?

Do diagrama feito para a situação acima, devemos somar os valores que pertencem aos conjuntos A, B e C e ainda adicionar as 70 pessoas que beberam refrigerantes, mas não foi da marca A, B ou C.

Logo, o total de consumidores é $85 + 45 + 35 + 5 + 15 + 25 + 35 + 70 = 315$.

b) Dentre os consumidores de A, B e C, quantos beberam apenas duas dessas marcas?

Esse valor é a soma dos números de consumidores que pertencem apenas a duas interseções. Logo, o total $T = 5 + 45 + 25 = 75$ consumidores.

c) Quantos não consumiram a marca C?

Esse valor é obtido diminuindo o número de consumidores da marca C do total de consumidores. Logo, foram $315 - 80 = 235$ consumidores.

d) Quantos não consumiram a marca B nem a marca C?

Esse valor é a soma dos consumidores somente da marca A e de outras marcas. Logo, o total é: $T = 85 + 70 = 155$ consumidores.

Questão 4.1 (UEG). Dados dois conjuntos, A e B onde $A \cap B = \{b, d\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ e $B - A = \{a\}$. O conjunto é igual a

- a) $\{a\}$
- b) $\{c, e\}$
- c) $\{a, b, d\}$
- d) $\{b, c, d, e\}$
- e) $\{a, b, c, d, e\}$

Comentário: Como $A \cap B = \{b, d\}$, temos que $b \in A$, $d \in A$, $b \in B$, $d \in B$ e da diferença $B - A = \{a\}$, temos que $a \in B$ e $a \notin A$. Portanto, $B = \{a, b, d\}$. Logo, a alternativa correta é a letra c.

Questão 4.2 (FATEC). Uma pesquisa foi realizada com alguns alunos da Fatec São Paulo sobre a participação em um Projeto de Iniciação Científica (PIC) e a participação na reunião anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC).

Dos 75 alunos entrevistados:

17 não participaram de nenhuma dessas duas atividades;

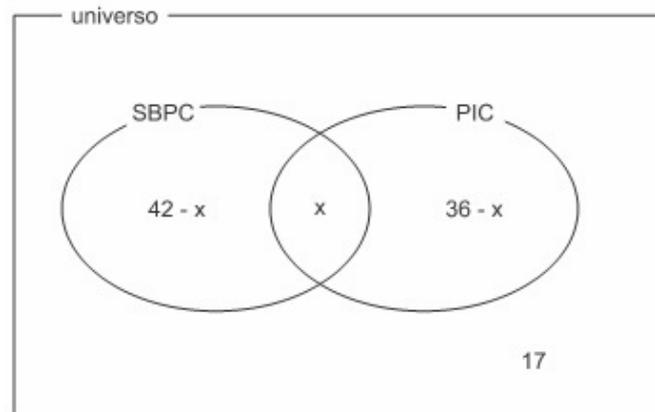
36 participaram da reunião da SBPC e

42 participaram do PIC.

Nessas condições, o número de alunos entrevistados que participaram do PIC e da reunião da SBPC é

- a) 10
- b) 12
- c) 16
- d) 20
- e) 22

Comentário: Considere que x seja o número de alunos que participaram do PIC e da reunião da SBPC, podemos representar na forma de diagramas abaixo.



$$\begin{aligned}
 41 - x + x + 36 - x + 17 &= 75 \\
 -x + 95 &= 75 \\
 -x &= -20 \\
 x &= 20
 \end{aligned}$$

Logo, a alternativa correta é a letra d.

Questão 4.3 (G1 – IFSUL). Em uma consulta à comunidade acadêmica sobre a necessidade de melhorias na área física de um determinado campus do IFSul, foi obtido o seguinte resultado:

538 sugerem reformas nas salas de aula.

582 sugerem reformas na biblioteca.

350 sugerem reformas nas salas de aula e na biblioteca.

110 sugerem reformas em outras instalações.

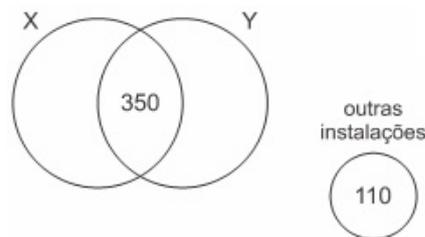
Quantas pessoas foram entrevistadas nessa consulta?

- a) 770

- b) 880
 c) 1120
 d) 1580

Resposta: Considere que reforma nas salas de aula como x e reformas na biblioteca como y . Do enunciado, temos que 350 pessoas sugerem reformas nas salas de aula e na biblioteca, ou seja, a intersecção entre x e y .

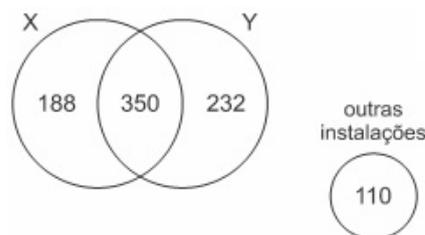
Logo, pode-se aplicar o Diagrama de Venn para tal situação da seguinte maneira:



Como 350 representa a intersecção entre reformas nas salas de aula e na biblioteca, basta achar a diferença da parte das duas partes com a parte em comum. Desta forma:

$$538 - 350 = 188 \quad \text{e} \quad 582 - 350 = 232.$$

Representando os resultados acima na forma de Diagrama de Venn, temos:



Para obter a quantidade de pessoas entrevistadas basta somar todos os valores. Note que a amostra possui 110 pessoas que opinaram reformas em outras instalações. Somando todos os valores:

$$188 + 350 + 232 + 110 = 880 \text{ pessoas.}$$

Logo, a alternativa correta é a letra b.

Questão 4.4 (FUVEST). Dentre os candidatos que fizeram provas de matemática, português e inglês num concurso, 20 obtiveram nota mínima para aprovação nas três disciplinas.

Além disso, sabe-se que:

- I. 14 não obtiveram nota mínima em matemática;
- II. 16 não obtiveram nota mínima em português;
- III. 12 não obtiveram nota mínima em inglês;
- IV. 5 não obtiveram nota mínima em matemática e em português;
- V. 3 não obtiveram nota mínima em matemática e em inglês;
- VI. 7 não obtiveram nota mínima em português e em inglês e
- VII. 2 não obtiveram nota mínima em português, matemática e inglês.

A quantidade de candidatos que participaram do concurso foi

- a) 44
- b) 46
- c) 47
- d) 48
- e) 49

Comentário: Considere que M , P e I seja respectivamente o conjunto dos alunos que não obtiveram nota mínima em matemática, o conjunto dos alunos que não obtiveram nota mínima em português e o conjunto dos alunos que não obtiveram nota mínima em inglês.

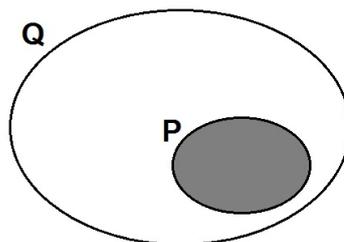
Temos que o $n(M \cup P \cup I) = 14 + 16 + 12 - 5 - 3 - 7 + 2 = 29$.

Logo, sabendo que 20 alunos foram aprovados nas três disciplinas, segue que a resposta é $29 + 20 = 49$. Portanto, a alternativa correta é a letra e.

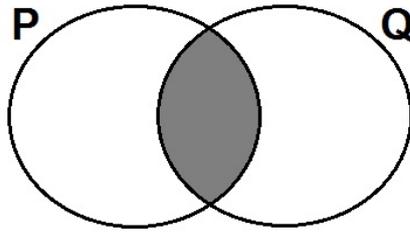
As proposições categóricas podem ser representadas na forma de diagramas lógicos que estão diretamente ligadas ao assunto de conjuntos.

Nesse tópico vamos mostrar os principais tipos de diagramas lógicos.

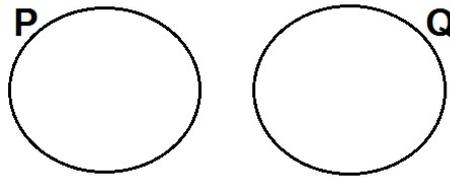
1º caso: Todo P é Q .



2º caso: Algum P é Q.



3º caso: Nenhum P é Q.



Questão 4.5 (FCC). Considere que todo técnico sabe digitar. Alguns desses técnicos sabem atender ao público externo e outros desses técnicos não sabem atender ao público externo. A partir dessas afirmações é correto concluir que

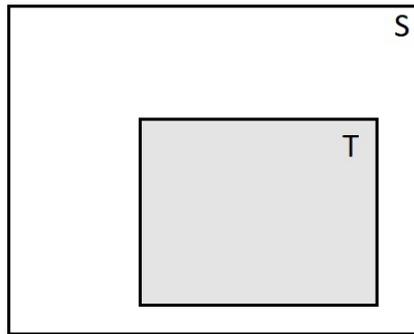
- os técnicos que sabem atender ao público externo não sabem digitar.
- os técnicos que não sabem atender ao público externo não sabem digitar.
- qualquer pessoa que sabe digitar também sabe atender ao público externo.
- os técnicos que não sabem atender ao público externo sabem digitar.
- os técnicos que sabem digitar não atendem ao público externo.

Comentário. Do enunciado da questão, podemos listar os conjuntos abaixo:

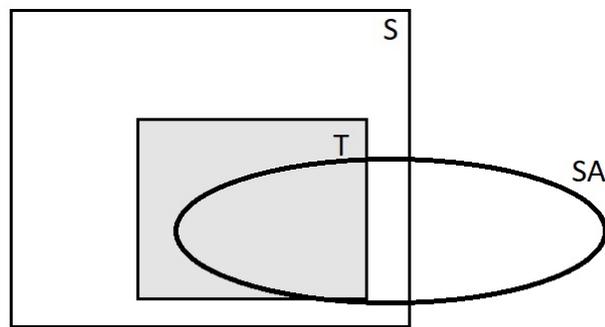
- Conjunto dos Técnicos (T).
- Conjunto das pessoas que sabem digitar (S).
- Conjunto das pessoas que sabem atender (SA).

Fazendo o diagrama de cada uma das proposições da questão, temos que:

1º **proposição:** Todo técnico sabe digitar.



2º proposição: Alguns desses técnicos sabem atender ao público externo e outros desses técnicos não sabem atender ao público externo.



Observe que nos diagramas acima, temos que:

- Existem técnicos que sabem atender, mas na outra parte do conjunto dos técnicos existem pessoas que não sabem atender.
- Existem pessoas que sabem digitar, sabem atender mas não são técnicos.
- Existem pessoas que sabem atender mas não sabem digitar e portanto não são técnicos.

Analisando as alternativas, temos que:

- a) os técnicos que sabem atender ao público externo não sabem digitar. Falso, pois todos os técnicos sabem digitar.
- b) os técnicos que não sabem atender ao público externo não sabem digitar. Falso, pois todos os técnicos sabem digitar.
- c) qualquer pessoa que sabe digitar também sabe atender ao público externo. Falso, pois há regiões do conjunto das pessoas que sabem digitar e que não fazem parte do conjunto das pessoas que sabem atender.

- d) os técnicos que não sabem atender ao público externo sabem digitar. Verdadeiro, pois do enunciado da questão todos os técnicos sabem digitar.
- e) os técnicos que sabem digitar não atendem ao público externo. Falso, pois existem técnicos que sabem digitar e também sabem atender.

Logo, a alternativa correta é a letra d.

Questão 4.6 (AFC/TCU). Em uma comunidade, todo trabalhador é responsável. Todo artista, se não for filósofo, ou é trabalhador ou é poeta. Ora, não há filósofo e não há poeta que não seja responsável. Portanto, entende-se, necessariamente que.

- a) todo responsável é artista
 b) todo responsável é filósofo ou poeta
 c) todo artista é responsável
 d) algum filósofo é poeta
 e) algum trabalhador é filósofo

Comentário. Do enunciado da questão, podemos listar os conjuntos abaixo:

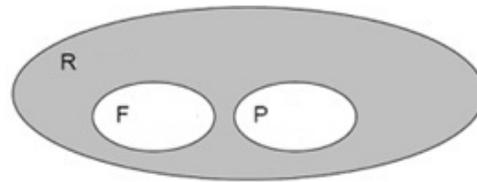
- Conjunto dos trabalhadores (T).
- Conjunto dos responsáveis (R).
- Conjunto dos artistas (A).
- Conjunto dos filósofos (F).
- Conjunto dos poetas (P).

Representando por diagramas as proposições do enunciado, temos que:

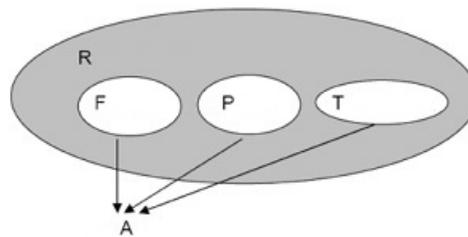
1. “Todo trabalhador é responsável”



2. Não há filósofo e não há poeta que não seja responsável, essa proposição é equivalente a dizer que Todo filósofo é responsável e que Todo poeta é responsável.



3. “Todo artista, se não for filósofo, ou é trabalhador ou é poeta, essa proposição é equivalente a dizer que ou Todo artista é trabalhador, ou Todo artista é filósofo, ou Todo artista é poeta”.



Analisando as alternativas abaixo, segue que;

- a) Todo responsável é artista. Falso, pois existem elementos que estão na área escura não são artistas.
- b) Todo responsável é filósofo ou poeta. Falso, pode ser trabalhador.
- c) Todo artista é responsável. Verdadeiro, pois o artista ou é filósofo, ou poeta, ou trabalhador, e estes conjuntos estão todos contidos no conjunto dos responsáveis.
- d) Algum filósofo é poeta. Falso, não necessariamente, pois, pelos diagramas, podemos ter nenhum filósofo sendo poeta.
- e) Algum trabalhador é filósofo. Falso, pois não necessariamente, pois, pelos diagramas, podemos ter nenhum trabalhador sendo filósofo.

Logo, a alternativa correta é a letra d.

Questão 4.7 (CONSULPLAN). Numa determinada escola de idiomas, todos os alunos estudam alemão ou italiano. Sabe-se que aqueles que estudam inglês estudam espanhol e os que estudam alemão não estudam nem inglês nem espanhol, conforme indicado no diagrama a seguir.



Pode-se concluir que:

- Todos os alunos que estudam espanhol estudam inglês. Falso, pois são todos os alunos que estudam inglês que estudam espanhol.
- Todos os alunos que estudam italiano estudam inglês. Falso, pois são todos os alunos que estudam inglês que estudam italiano.
- Alguns alunos que estudam espanhol não estudam italiano. Falso, pois são todos os alunos que estudam espanhol estudam italiano.
- Alguns alunos que estudam italiano não estudam inglês. Verdadeiro, pois o conjunto dos italianos contém elementos que não fazem parte do conjunto dos ingleses.
- Alguns alunos que estudam alemão estudam italiano. Falso, pois nenhum aluno que estuda alemão estuda italiano.

Logo pelas afirmações das alternativas a única verdadeira é letra d.

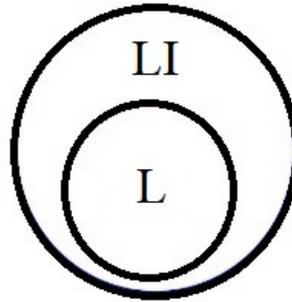
Questão 4.8 (FCC). Considerando “todo livro é instrutivo” como uma proposição verdadeira, é correto inferir que:

- “Nenhum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira.
- “Algum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira.
- “Algum livro não é instrutivo” é uma proposição verdadeira ou falsa.
- “Algum livro é instrutivo” é uma proposição verdadeira ou falsa.
- “Algum livro não é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira.

Comentário. Do enunciado da questão, podemos listar os conjuntos abaixo:

- Conjunto dos livros (L).
- Conjuntos dos livros instrutivos (LI).

O diagrama associado à proposição “todo livro é instrutivo” é da forma abaixo.



Analisando as alternativas , segue que.

- a) “Nenhum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira. Falsa, pois temos que todos os livros são instrutivos.
- b) “Algum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira. Verdadeiro, pois todos os elementos do diagrama dos livros vermelho estão contidos no diagrama dos instrutivos azul.

Logo a alternativa correta é a letra b.

Questão 4.9 (TTN–ESAF). Se é verdade que “Alguns A são R” e que “Nenhum G é R”, então é necessariamente verdadeiro que:

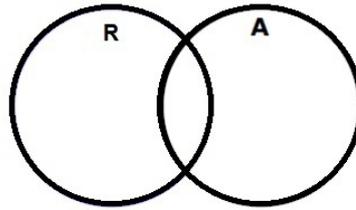
- a) algum A não é G.
 b) algum A é G.
 c) nenhum A é G.
 d) algum G é A.
 e) nenhum G é A.

Comentário. Do enunciado da questão, ficam claras as proposições categóricas clássicas:

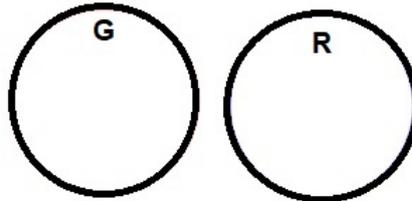
- “Alguns A são R”
- “Nenhum G é R”

Assim, podemos resolver usando diagramas lógicos. Os diagramas das proposições são da forma:

1. “Alguns A são R”

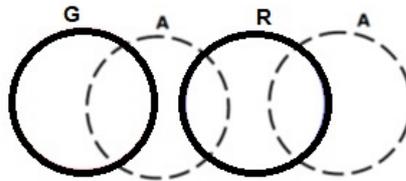


2. “Nenhum G é R”



3. Agora relacionando as duas proposições da questão , temos que o diagrama fica da forma abaixo.

“Alguns A são R” e que “Nenhum G é R”



Deve-se observar que o conjunto G pode ter interseção com o Conjunto A ou não, assim fizemos os dois casos possíveis.

Analisando as alternativas, temos que:

- a) algum A não é G; Verdadeira, pois em qualquer uma das situações mostradas nos diagramas 1, 2 e 3 sempre teve o caso de algum elemento de A não sendo elemento G.
- b) algum A é G. Falsa, pois entra em contradição com a letra d e não se pode ter duas alternativas corretas.
- c) nenhum A é G; Falsa, o diagrama 3 mostra que o conjunto A pode ter interseção com o conjunto G.
- d) algum G é A; Falsa, pois entra em contradição com a letra b e não se pode ter duas alternativas corretas.
- e) nenhum G é A; Falsa, o diagrama 3 mostra que o conjunto A pode ter interseção com o conjunto G.

Logo, a alternativa correta é a letra a.

Questão 4.10. Todos os marinheiros são republicanos. Assim sendo,

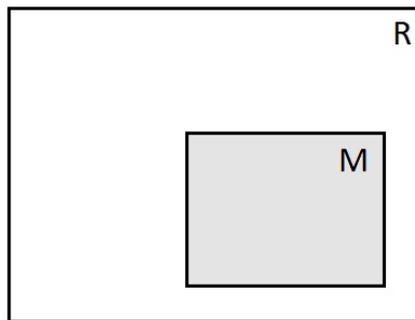
- O conjunto dos marinheiros contém o conjunto dos republicanos;
- O conjunto dos republicanos contém o conjunto dos marinheiros;
- Todos os republicanos são marinheiros;
- Algum marinheiro não é republicano

Comentário. Do enunciado da questão, podemos listar os conjuntos abaixo:

- Conjunto dos marinheiros (M).
- Conjunto dos republicanos (R).

Fica clara a proposição categórica clássica:

Todos os marinheiros são republicanos



Deve-se observar que todo marinheiro é republicano mas nem todo republicano é marinheiro, assim podemos afirmar que o conjunto dos marinheiros está contido no conjunto dos republicanos ou podemos afirmar que o conjunto dos republicanos contém o conjunto dos marinheiros.

Portanto, a alternativa correta é a letra b.

4.4 Argumentos

O argumento é um conjunto de proposições, mas não um conjunto de proposições qualquer. Nos argumentos as proposições têm que ter uma determinada relação entre elas, e sendo necessário que em uma delas seja apresentada como uma tese ou uma conclusão, e as demais proposições são justificativas da tese ou premissas para a conclusão. Geralmente, os argumentos são usados para provar algum enunciado ou para convencer alguém da verdade ou da falsidade de um enunciado. (COSTA, 1978).

Sejam $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ ($n \geq 1$) e Q proposições quaisquer, simples ou compostas.

Definição 12. *Chama-se argumento toda a afirmação de que uma dada sequência finita $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ ($n \geq 1$) de proposições tem como consequência ou acarreta uma proposição final Q .*

As proposições $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ dizem-se as premissas do argumento, e a proposição final Q diz-se a conclusão do argumento.

Notação $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n \implies Q$.

Na lógica, temos que a validade dos argumentos partindo do fato de que as premissas são verdadeiras para termos uma conclusão verdadeira ou falsa. Dessa forma os argumentos só podem ser válidos ou inválidos.

O tipo de argumento que possui exatamente duas premissas e uma conclusão chama-se de Silogismo.

Para Aristóteles, saber é um ato de conhecimento por demonstração e essa demonstração se dá por meio de silogismos.

“O silogismo é uma locução em que, dadas certas proposições, algo distinto delas resulta necessariamente, pela simples presença das proposições dadas.”
(ARISTÓTELES. Organon III: analíticos anteriores. Trad. Pinharanda Gomes. Lisboa: Guimarães Editores, 1986. p. 11.)

Assim, podemos afirmar que um silogismo é um tipo de raciocínio ou argumento dedutivo formado por proposições (premissas), que a partir dessas tiramos uma conclusão.

Aqui, temos alguns exemplos de argumentos na forma de silogismo.

Exemplo 4.3. *Todo homem é casado. (premissa 1)*

Marcos é homem. (premissa 2)

Logo, Marcos é casado. (conclusão)

Exemplo 4.4. *Todos os cachorros são animais.*

Totó é um cachorro.

Logo, Totó é um animal.

Exemplo 4.5. *Todo professor é inteligente.*

Levi é um professor.

Logo, Levi é inteligente.

Exemplo 4.6. *Se todo cavalo tem quatro pernas.*

Se Hércules é um cavalo.

Então, Hércules tem quatro pernas.

Questão 4.11 (CESPE). Uma noção básica da lógica é a de que um argumento é composto de um conjunto de sentenças denominadas premissas e de uma sentença denominada conclusão. Um argumento é válido se a conclusão é necessariamente verdadeira sempre que as premissas forem verdadeiras. Com base nessas informações, julgue os itens, em certo ou errado, que se seguem.

1. Toda premissa de um argumento válido é verdadeira.

Comentário: O item está errado, deve-se lembrar que existe o caso da premissa verdadeira e a conclusão falsa tornando assim um argumento inválido (não válido).

2. Se a conclusão é falsa, o argumento não é válido.

Comentário: O item está errado, deve-se lembrar que existe o caso da premissa falsa e a conclusão falsa tornando assim um argumento válido.

3. Se a conclusão é verdadeira, o argumento é válido.

Comentário: O item está certo, deve-se lembrar que a conclusão sendo verdadeira sempre teremos um argumento válido não dependendo do valor lógico da premissa.

Questão 4.12 (CESPE). As proposições seguintes constituem as premissas de um argumento.

Bianca não é professora.

Se Paulo é técnico de contabilidade, então Bianca é professor *a*.

Se Ana não trabalha na área de informática, então Paulo é técnico de contabilidade.

Carlos é especialista em recursos humanos, ou Ana não trabalha na área de informática, ou Bianca é professora.

Assinale a opção correspondente à conclusão que torna esse argumento um argumento válido.

- A) Paulo não é técnico de contabilidade e Ana não trabalha na área de informática.
- B) Carlos não é especialista em recursos humanos e Paulo não é técnico de contabilidade.
- C) Ana não trabalha na área de informática e Paulo é técnico de contabilidade.
- D) Carlos é especialista em recursos humanos e Ana trabalha na área de informática.
- E) Bianca não é professora e Paulo é técnico de contabilidade.

Comentário: Dada as premissas da questão, para facilitar vamos enumerar essas premissas da seguinte forma:

P1: Bianca não é professora.

P2: Se Paulo é técnico de contabilidade, então Bianca é professora.

P3: Se Ana não trabalha na área de informática, então Paulo é técnico de contabilidade.

P4: Carlos é especialista em recursos humanos, ou Ana não trabalha na área de informática, ou Bianca é professora.

A única proposição simples contida nas premissas acima é a P1 fica mais fácil começar a resolver a questão por essa e classificando logo a mesma de verdadeira, ou seja, Bianca não é professora será uma proposição verdadeira.

Na proposição P1 é verdadeira e temos uma condicional na proposição P2: Se Paulo é técnico de contabilidade, então Bianca é professora, temos que a única forma de uma condicional ser falsa é o caso da $V \rightarrow F$, temos que “Bianca é professora” é falso, portanto devemos ter “Paulo é técnico” também sendo falso para manter essa premissa verdadeira. Assim, concluímos que Paulo não é técnico de contabilidade.

Na proposição P3: Se Ana não trabalha na área de informática, então Paulo é técnico de contabilidade. Temos que “Paulo é técnico” é falso e assim devemos perceber que se trata de uma condicional sendo a única forma de uma condicional ser falsa é o caso da $V \rightarrow F$, temos que “Ana não trabalha” também deve ser falsa para manter essa premissa verdadeira. Assim, concluímos que Ana trabalha na área de informática.

Na proposição P4: Carlos é especialista em recursos humanos, ou Ana não trabalha na área de informática, ou Bianca é professora, temos que “Ana não trabalha” é uma proposição falsa e “Bianca é professora” também é uma proposição falsa.

Assim, para tornar a premissa verdadeira, devemos deixar a proposição “Carlos é especialista em recursos humanos” sendo verdadeira.

Como P1 é uma proposição simples, começamos por ela, assumindo que Bianca não é professora.

Com isso, em P2 vemos que “Bianca é professora” é falso, o que obriga “Paulo é técnico” a ser falso também, de modo a manter essa premissa verdadeira. Assim, temos que Paulo não é técnico de contabilidade.

Logo, das conclusões acima temos que a alternativa correta é a letra d.

Questão 4.13 (ESAF). Ana é prima de Bia, ou Carlos é filho de Pedro. Se Jorge é irmão de Maria, então Breno não é neto de Beto. Se Carlos é filho de Pedro, então Breno é neto de Beto. Ora, Jorge é irmão de Maria. Logo:

- a) Carlos é filho de Pedro ou Breno é neto de Beto.
- b) Breno é neto de Beto e Ana é prima de Bia.
- c) Ana não é prima de Bia e Carlos é filho de Pedro.
- d) Jorge é irmão de Maria e Breno é neto de Beto.
- e) Ana é prima de Bia e Carlos não é filho de Pedro.

Comentário. Uma das formas de resolver uma questão de argumento conforme a questão acima, é considerar que todas as proposições que formam as premissas são verdadeiras e assim concluir a verdade ou falsidade das proposições simples que formam as proposições compostas.

As premissas da questão são:

P1: Ana é prima de Bia, ou Carlos é filho de Pedro. (VERDADEIRA)

P2: Se Jorge é irmão de Maria, então Breno não é neto de Beto. (VERDADEIRA)

P3: Se Carlos é filho de Pedro, então Breno é neto de Beto. (VERDADEIRA)

P4: Jorge é irmão de Maria. (VERDADEIRA)

Como a proposição P4 – Jorge é irmão de Maria é a única proposição simples das premissas, devemos começar por ela.

Agora deve-se analisar a proposição P2 – “Se Jorge é irmão de Maria, então Breno não é neto de Beto”, pois é a proposição que fala que Jorge é irmão de Maria, observe que P2 é uma proposição composta ligada pela condicional, como queremos que P2 seja verdadeira, devemos afirmar que “Breno não é neto de Beto” também é uma proposição verdadeira.

Agora deve-se analisar a proposição P3 – “Se Carlos é filho de Pedro, então Breno é neto de Beto”, pois é a proposição que fala que “Breno é neto de Beto”, como descobrimos que “Breno não é neto de Beto”, devemos afirmar que “Carlos é filho de Pedro” é uma proposição falsa, portanto “Carlos não é filho de Pedro” é uma proposição verdadeira.

Agora deve-se analisar a proposição P1 – “Ana é prima de Bia, ou Carlos é filho de Pedro”, nessa proposição temos uma disjunção que sempre é verdadeira quando pelo menos uma das proposições simples que a compõem é verdadeira, sabendo que “Carlos é filho

de Pedro” é uma proposição falsa, então “Ana é prima de Bia” deve ser uma proposição verdadeira.

Logo, a alternativa correta é a letra e.

5 *Uma aplicação do raciocínio lógico matemático na computação*

Vimos no capítulo 1 a evolução da lógica que decorre desde Parmênides e Heráclito até Aristóteles, e como é possível através da lógica sintetizarmos argumentos válidos em equações das quais se pode avaliar uma informação.

Além disso, muitos outros cientistas contribuíram para o desenvolvimento da lógica, de tal modo que pudesse ser aplicada no dia a dia, como o matemático inglês George Boole (1815–1854) que apresentou a lógica booleana que permitia tirar qualquer conclusão que esteja contida em um conjunto de premissas específicas. Assim como o matemático e filósofo Gottlob Frege (1848–1925), criador da lógica de predicados, concluiu que a validade de um argumento depende exclusivamente da sua forma lógica e não do conteúdo das afirmações. Houve também o matemático italiano Giuseppe Peano (1858–1932), um dos fundadores da teoria dos conjuntos (MORAIS, 2015).

Tendo a lógica matemática evoluído a tal ponto, permitiu que o cientista Allan Turing (1912–1954), considerado como “pai da computação”, desenvolvesse e formalizasse o conceito de algoritmos e computação através da “Máquina de Turing”, que foi utilizada na 2ª guerra mundial como mensagens criptografadas entre os nazistas, este fato pode ser visto no Filme Jogo da Imitação. Alan Turing foi o pioneiro em Inteligência artificial e um dos principais contribuidores para a aplicação e desenvolvimento da lógica proposicional e matemática nos computadores. Tornando possível o mundo da informática que conhecemos hoje (TURING, 1996).

Diante o exposto vale ressaltar que a lógica matemática na computação é aplicada principalmente na programação de softwares, o que inclui jogos para videogames, sites, programa de edição de texto, planilha, apresentação, músicas, internet, whatsapp, facebook, youtube etc. Todos os programas que são utilizados em computadores e smartphone são feitos com base na matemática proposicional.

Para melhor entendermos como a programação utiliza a lógica matemática é necessário

compreender alguns conceitos intrínsecos ao ambiente computacional, como o algoritmo e suas formas de representação.

5.1 Algoritmos

Segundo (Ferrari, 2010), um algoritmo é uma sequência finita de passos (instruções) para resolver um determinado problema. Todo algoritmo deve possuir algumas premissas:

- Definir ações simples e sem ambiguidade
- Organizar ações de forma ordenada
- Estabelecer ações dentro de uma sequência finita de passos

Um exemplo de algoritmo é a receita de um bolo:

1. Derreta o chocolate
2. Misture o ovo e leite
3. Bata no liquidificador
4. Leve ao forno
5. Espere esfriar

Os algoritmos na computação, via de regra, serão executados de cima para baixo e da esquerda para direita. Ou seja, ele somente executará a instrução seguinte após o término da instrução anterior.

5.2 Partes de um algoritmo

Para o computador interpretar os algoritmos é necessária a utilização de uma linguagem de programação que surge como solução para abstrair a comunicação entre os seres humanos e os computadores, pois o computador só entende 0 e 1. Os algoritmos quando utilizados em conjunto a uma linguagem de programação passam a ser chamados de código fonte, todo software possui código fonte. Porém, dependendo da linguagem de programação haverá uma estrutura de montagem específica do algoritmo baseado em palavras-chaves definidas pela própria linguagem.

Exemplo da linguagem de programação C:

1. `#include <stdio.h>;`
2. `Int main(){`
3. `Int x, y;`
4. `Printf("Digite o valor de x:");`
5. `Scanf("%d", &x);`
6. `Printf("Digite o valor de y:");`
7. `Scanf("%d", &y);`
8. `If (x > y);`
9. `Printf("X é maior");`
10. `Else;`
11. `Printf("Y é maior");`
12. `Return 0}`.

Por se tratar de uma abordagem mais técnica não trabalharemos com o código fonte, mas sim com o pseudocódigo.

5.3 Pseudocódigo

“O pseudocódigo é uma maneira intermediária de entre a linguagem natural (humana) e a linguagem de programação na representação de um algoritmo” (Ferrari).

As linguagens de programação são mais rígidas e necessitam de maior formalismo na sua representação. O pseudocódigo dispensa tais formalidades, permitindo ao aprendiz se detenha na lógica do algoritmo e não no formalismo de sua representação.

Segundo (Ferrari, 2010) os algoritmos são capazes de realizar tarefas como:

- Ler e escrever dados;
- Avaliar relações algébricas, relacionais e lógicas;
- Tomar decisões com base nos resultados das expressões avaliadas;

- Repetir um conjunto de ações de acordo com uma condição.

Em resumo, os algoritmos são capazes de realizar o processamento de dados através de suas entradas e projetar o resultado em sua saída.

Entrada de Dados \implies Processamento \implies Saída

Na entrada de dados são fornecidas as informações necessárias para que o algoritmo possa ser executado. No processamento de dados são avaliadas todas as expressões algébricas, relacionais e lógicas, assim como todas as estruturas de controle existentes no algoritmo (condição e/ou repetição). Na saída de dados, os resultados do processamento são enviados para um ou mais dispositivos de saída, como: monitor ou impressora.

1. Início início do algoritmo
2. // declaração das variáveis
3. // corpo do algoritmo
4. Ação 1;
5. Ação 2;
6. .
7. .
8. .
9. Ação n;
10. Fim // fim do algoritmo (Estrutura de um pseudocódigo)

5.4 Representação dos Operadores nos Algoritmos

Para compreendermos os pseudocódigos é necessário sabermos de alguns comandos, representações lógicas e aritméticas na computação.

Tabela 18: Tabela de Comandos

Comando	O que faz	Exemplo
Leia	Recebe um valor que o usuário digitar no teclado e armazena em uma variável	Leia X (X assume qualquer valor)
Imprima	Imprime qualquer coisa na tela	Imprima X (Exibirá o valor de X no monitor)
{ }	Comentários dentro do algoritmo. O que estiver dentro das chaves não será executado.	{ isto é um comentário

Fonte: Da autoria

A tabela 18 exhibe alguns dos principais comandos necessários para trabalhar com algoritmos computacionais.

Tabela 19: Operadores Relacionais

Operador	Símbolo
adição	+
subtração	-
multiplicação	*
divisão	/
potenciação	^
resto (modulo)	Mod
divisão inteira	Div

Fonte: Da autoria

Os operadores relacionais por sua vez são aqueles que comparam dois valores do mesmo tipo. O retorno da expressão relacional indica se o resultado da operação foi verdadeiro ou falso. Por exemplo, a expressão $(3 < 5)$ é uma expressão lógica válida cujo valor é verdadeiro. Em contrapartida a expressão $(3 = = 5)$ é uma expressão lógica também válida, mas cujo valor é falso.

Observe que na computação, quando se fala em algoritmos, o símbolo “= =” realiza uma comparação, ou seja, se o valor do operador é igual ao valor do operando. Por sua vez o símbolo “=” representa uma atribuição, ou seja, o operador recebe o valor do operando. Por exemplo, a expressão $(X = 3)$ significa que a variável X recebe o valor 3. Já a expressão $(X = = 5)$ verifica se o valor atribuído a X equivale a 5.

Tabela 20: Tabela de conectivos

Conectivos	representações lógicas símbolos	Representação
Não	\neg	!
E	\wedge	AND
Ou	\vee	OR
ou ... ou	$\underline{\vee}$	XOR
Se ... então	\rightarrow	

Fonte: Da autoria

Como já visto nos capítulos anteriores, os operadores lógicos são utilizados para representar situações lógicas que não podem ser representadas por operadores aritméticos. Observe que de acordo com a tabela 20, não há representação lógica computacional para o operador lógico condicional. Isso ocorre porque a programação se utiliza da “estrutura de condição” que diverge do operador condicional lógico matemático. Por sua vez, para utilizar o operador lógico da condicional teremos que fazê-lo por sua equivalência. Visto que $(P \rightarrow Q) \iff (!P \text{ OR } Q)$.

Com todos os conceitos já apresentados podemos construir um algoritmo simples que calcule a área de uma circunferência:

1. Início {início do algoritmo}
2. $\pi = 3,14$ {entrada de dados}
3. Leia R {entrada de dados - ‘R’ assume qualquer valor}
4. $A = \pi * R^2$ {Processamento - calculando valor da área}
5. Escreva A {Saída - Exibe na tela o valor da área}
6. Fim {fim do algoritmo}

Para calcular a área é necessário saber os valores do raio R e do π . O valor de π é constante sendo definido dentro do próprio algoritmo, por sua vez, o valor do raio R deve ser informado pelo usuário pelo teclado. O processamento do algoritmo será a realização do cálculo πR^2 e a atribuição do resultado dessa expressão para a variável A . A parte da saída consistirá na escrita do valor de A no monitor.

5.5 Estrutura de Condição

Como dito anteriormente um algoritmo, em sua execução, começa da primeira linha e vai avançando sequencialmente executando o código linha após linha até chegar ao final. Entretanto, em certos casos, há a necessidade de somente executar algo caso alguma condição específica aconteça. Para esta finalidade a computação aplica as estruturas de condição. Ela funciona da seguinte forma:

Se < expressão-lógica > então: {bloco de comandos} Fim-se

A < expressão-lógica > é uma proposição que deverá retornar um valor verdadeiro (V) ou falso (F), e caso o valor resultado dessa expressão for verdadeiro, será executado o bloco de comandos que está dentro da estrutura. Se for falso, o programa ignora o bloco de comandos e continua a linha seguinte à estrutura de condição. A estrutura de condição também nos permite executar um bloco de comandos caso a expressão lógica possua valor lógico falso. Para essas situações é utilizado o comando Senão, como mostrado abaixo:

Se <expressão-lógica> então:
 {bloco de comandos verdade}
Senão:
 {bloco de comandos falsidade}
Fim-se

Questão 5.1. Considere o algoritmo abaixo:

1. Início
2. Leia X
3. Se $(X < 10) \text{ AND } (X > 1)$ então:
4. $X = 23$
5. Fim-se
6. Se $!(X > 20) \text{ OR } (X! = 23)$ então:
7. $X = 13$
8. Senão:

9. $X = X - 22$

10. Fim-se

11. Imprima X

12. Fim

Caso o usuário digite o valor 7. Qual o valor final de X:

a) 1

b) 7

c) 13

d) 22

e) 23

Comentário: Sabe-se que na linha 2 o algoritmo espera uma entrada de dados pelo usuário e atribui esse valor a X. Então, de acordo com a questão temos $X = 7$. Na linha 3, a estrutura de condição verifica a expressão lógica $(X < 10) \text{ AND } (X > 1)$ o que resulta em uma sentença verdadeira sendo executado a linha 4, $X = 23$. Na linha 6, será avaliada a sentença $!(X > 20) \text{ OR } (X \neq 23)$, observe que essa sentença equivale a $(X > 20) \rightarrow (X \neq 23)$, cujo valor lógico é falso, não sendo executada a linha 7 e sim a linha 9, onde $X = X - 22$. Ou seja, $X = 23 - 22$ então $X = 1$. Logo a resposta correta é a letra a.

5.5.1 Estruturas de Condições Encadeadas

Segundo Ferrari (2010), ninhos é quando utilizamos dentro de uma estrutura de condição mais de uma linha de comando se-então-senão. Por exemplo, considere a estrutura aninhada no algoritmo?, onde EL significa expressão lógica, BV bloco verdade e BF bloco falsidade.

1. Início

2. Se EL1 então:

3. Se EL2 então:

4. BV2
5. Senão:
6. BF2
7. Fim-se
8. Senão:
9. Se EL3 então:
10. BV3
11. Senão:
12. BF3
13. Fim-se
14. Fim-se
15. Fim

Se o EL1 for verdadeiro, mas EL2 for falsa, então é BF2 quem será executado. A tabela 21, chama de tabela de decisão, mostra as diferentes alternativas possíveis para este caso.

Tabela 21: Tabela de Decisão

EL1	EL2	EL3	Execução
V	V	-	BV2
V	F	-	BF2
F	-	V	BV3
F	-	F	BF3

Fonte: Da autoria

5.6 Estrutura de repetição

De acordo com (André e Henri, 2005), a estrutura de repetição enquanto-faça consiste no controle de fluxo de execução que permite repetir diversas vezes o mesmo trecho do algoritmo, sempre verificando antes de cada execução se ainda deve continuar a executar o mesmo trecho.

Enquanto <expressão lógica> **faça:**
bloco de comandos
Fim—enquanto

O algoritmo verifica a <expressão lógica> enquanto ela for verdadeira ele executará o bloco de comandos, assim que a expressão lógica se tornar falsa ele interrompe a repetição. O mecanismo que altera o valor lógico da expressão fica embutido dentro do bloco de comandos ou depende de alguma variável externa que será fornecida em tempo de execução pelo usuário (Ferrari).

Exemplo 5.1. *Algoritmo 4, imprimir os números inteiros pares de 1 a 100:*

1. *Início*
2. $X = 1$
3. *Enquanto* $(X < 100)$ *Faça:*
4. *Se* $(X \bmod 2 == 0)$ *Então:*
5. *Imprima* X
6. *Fim—se*
7. $X = X + 1$
8. *Fim—enquanto*
9. *Fim*

Comentário: No Algoritmo 4, a linha 2 o comando ' $X = 1$ ' atribui o valor 1 a variável X . Na linha 3, enquanto a condição de que $X < 100$ for verdadeira o algoritmo repetirá a execução dos comandos nas linhas 4 a 7. Na linha 4 a expressão lógica $(X \bmod 2 == 0)$ verifica se o valor de x quando dividido por 2 possui resto igual a zero, caso a expressão seja verdadeira será executado a ação da linha 5 'imprima X ' caso a expressão seja falsa (X dividido por 2 possui resto diferente de zero) nada será executado. Observa-se que na linha 7 há uma alteração do valor contido na variável X que passa a ser incrementada em 1 a cada execução, até chegar o momento que o valor de X vai ser igual a 100, tornando a expressão da linha 3, $(X < 100)$ falsa e encerrando a repetição do algoritmo.

Diante do exposto é possível perceber a grande influência e importância da lógica matemática para a computação. Pois, todo e qualquer programa, seja a nível estratégico,

técnico ou operacional, haverá sempre a necessidade da lógica matemática para a tomada de decisões computacionais.

Questão 5.2. Considere o pseudocódigo abaixo:

1. Início
2. $Y = 13$
3. $X = 21$
4. $I = 1$
5. Enquanto $I \leq 3$ faça:
6. $T = X$
7. $X = X + Y$
8. $Y = T$
9. $I = I + 1$
10. Fim-enquanto
11. Imprima X
12. Fim

O valor da variável X vale:

- a) 54
- b) 33
- c) 89
- d) 93
- e) 141

Comentário: perceba que nas linhas 2 a 4 são realizadas as entradas de dados, onde Y , X e I valem 13, 21, 1 respectivamente. Na linha 5 temos um comando de repetição que verifica a expressão ($I \leq 3$), caso a expressão seja verdadeira serão executados os comandos das linhas 6 a 9. Seguindo a lógica temos:

1º repetição:

$$Y = 13;$$

$$X = 21;$$

$$I = 1;$$

$$T = X, \text{ logo } T = 21;$$

$$X = X + Y, \text{ logo } X = 21 + 13, \text{ então } X = 34$$

$$Y = T, \text{ logo } Y = 21;$$

$$I = I + 1, \text{ logo } I = 1 + 1, \text{ então } I = 2.$$

2º repetição:

$$Y = 21;$$

$$X = 34;$$

$$I = 2;$$

$$T = X, \text{ logo } T = 34;$$

$$X = X + Y, \text{ logo } X = 34 + 21, \text{ então } X = 55$$

$$Y = T, \text{ logo } Y = 34;$$

$$I = I + 1, \text{ logo } I = 2 + 1, \text{ então } I = 3.$$

3º repetição:

$$Y = 34;$$

$$X = 55;$$

$$I = 3;$$

$$T = X, \text{ logo } T = 55;$$

$$X = X + Y, \text{ logo } X = 55 + 34, \text{ então } X = 89$$

$$Y = T, \text{ logo } Y = 55;$$

$$I = I + 1, \text{ logo } I = 3 + 1, \text{ então } I = 4.$$

Observe que quando o valor de $I = 4$ a expressão lógica da repetição ($I \leq 3$) se tornará falsa, finalizando as repetições, e executará a linha 9 que exibirá o valor atual de X que vale 89. Logo a resposta é a letra c.

6 Considerações Finais

Este presente trabalho foi elaborado para apresentar uma proposta no ensino da Lógica Matemática na abordagem de seus principais conceitos e métodos nas resoluções de questões.

Como o ensino de Lógica é pouco abordado no ensino médio, desenvolvemos esse trabalho para efeito de estudo para professores e alunos que precisam da presente pesquisa em algum momento de sua vida acadêmica, pois sabemos da pequena quantidade de livros didáticos que abordam esse tema.

Os conceitos dessa temática foram abordados de uma forma bem simples e didática para uma melhor compreensão e associação dos conceitos com as resoluções de questões de vestibulares e concursos públicos.

Sabemos que muitos alunos pensam em fazer vestibulares ou outros certames que abordam o tema trabalhado nessa pesquisa, assim usamos a linguagem técnica da lógica matemática e aplicamos alguns métodos para a resolução de questões.

Finalizamos o estudo apresentando uma aplicação de Lógica matemática na área da computação, focando principalmente o tema Algoritmo.

Referências

- ANTUNES, C. – *Trabalhando habilidades: Construindo idéias*. São Paulo: Scipione 2001.
- BOOLE, George. – *Biografia de George Boole*. Disponível em <https://www.ebiografia.com/george_boole>. Acesso em 5 de setembro de 2018.
- COSTA, Ronaldo Campelo da – *Raciocínio Lógico*. Piauí – Brasil, 1978.
- FERRARI, M. e CECHINEL, C. – *Introdução a Algoritmos e Programação*. São Paulo, 2010.
- FILHO, Edgar de Alencar – *Iniciação à Lógica Matemática*. São Paulo Nobel 2002.
- FORBELLONE, André Luiz Villar, EBERSPÄCHER, Henri Frederico – *LÓGICA DE PROGRAMAÇÃO*, São Paulo, Pearson Prentice Hall, 2005.
- FREGE, Friedrich Ludwig Gottlob. – *Biografia de Gottlob Frege*. Disponível em <[https://www.infopedia.pt/\\\$gottlob-frege](https://www.infopedia.pt/\$gottlob-frege)>. Acesso em 5 de setembro de 2018.
- JUNIOR, Moraes; LIMA, Alexandre – *Raciocínio Lógico: incluindo matemática, matemática financeira e estatística*. Rio de Janeiro, 2011.
- HELLMEISTER, A. C. P. – “*Lógica através de exemplos: vamos usar a RPM?*”. Disponível em <<http://www.rpm.org.br/cdrpm/47/8.html>>. Acesso em 20 de junho de 2018.
- IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos – *Fundamentos de Matemática Elementar*, Volume 1 - Conjuntos e Funções, 9ª Edição. São Paulo: Atual Editora, 2013.
- LEMES, P. F.; DAMASCENO, I. O.; SIMONI, P. C. V.; PAULA, M. T. D. – *A construção do conhecimento Lógico - matemático nas séries Finais do ensino fundamental: um estudo a partir da avaliação*. Disponível em <http://www.inicepg.univap.br/cd/INIC_2006/inic/inic/05/INIC0001169ok.pdf>. Acesso em 19 de junho de 2018.
- MATHEUS, A. R.; CANDIDO, C. C. – *A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico*. Disponível em <http://www.rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/6_mc11.pdf>. Acesso em 19 de junho de 2018.

REDLING, Julyette P. – *A metodologia de resolução de problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de matemática do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado). UNESP, 2011.

RODRIGUES, A., y MAGALHÃES, S. C. (2011). – *A Resolução de problemas nas aulas de Matemática: diagnosticando a prática pedagógica*. FEOL, Oliveira, v.1, n.1.

SCOLARI, A. T.; BERNARDI, G.; CORDENONSI, A. Z. – *O Desenvolvimento do Raciocínio Lógico através de Objetos de Aprendizagem*. Disponível em <<http://www.cinted.ufrgs.br/ciclo10/artigos/4eGiliane.pdf>>. Acesso em 19 de junho de 2018.

SOUSA, E. F. P.; SARAVALI, E. G. – *As relações entre o raciocínio lógico-matemático e a construção do conhecimento social: um estudo evolutivo*. Disponível em <<https://googleweblight.com/i?u=https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/9155&hl=pt-BR>>. Acesso em 20 de julho de 2018.

PEANO, Giusepp. – *Só matemática*. Disponível em <https://www.somatematica.com.br/biograf/peano.php>>. Acesso em 5 de setembro de 2018.

TINOCO, Lucia e SILVA, Marina Martins da. – *Argumentação no ensino de Matemática*. Projeto Fundão, Instituto de Matemática, UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

TURING, Alan – *Computação e inteligência*. FC Hanser, Trad. Em J. de F. Teixeira (Org.), Cérebros Máquinas e Consciência: Uma Introdução à Ciência da Mente. São Carlos: Editora da UFSCar. (Trabalho original publicado em 1950), 1996.

XAVIER, A. D.; OLIVEIRA, J. J.; JÚNIOR, J. B. – *A resolução de problemas de matemática nas séries iniciais*. Disponível em <<http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/6263/2/473840\%20-\%20Texto\%20Completo.pdf>>. Acesso em 5 de setembro de 2018.