



UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Ana Cristina Magalhães Oliveira

**MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: PERSPECTIVAS
PARA O ENSINO FUNDAMENTAL**

Teófilo Otoni

2018

Ana Cristina Magalhães Oliveira

**MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: PERSPECTIVAS
PARA O ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito para obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Silvia Swain
Canôas

Teófilo Otoni

2018

Ficha Catalográfica
Preparada pelo Serviço de Biblioteca/UFVJM
Bibliotecário responsável: Gilson Rodrigues Horta – CRB6 nº 3104

O482m Oliveira, Ana Cristina Magalhães.
2018 Modelagem matemática em sala de aula: perspectivas para o ensino fundamental. / Ana Cristina Magalhães Oliveira. Teófilo Otoni, 2018.
112 p. ; il.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2018.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Sílvia Swain Canôas.

1. Educação matemática. 2. Modelagem matemática. 3. Ensino e aprendizagem. 4. Investigação. I. Título.

CDD: 510

ANA CRISTINA MAGALHÃES OLIVEIRA

Modelagem Matemática em sala de aula: perspectivas para o ensino fundamental

Dissertação apresentada ao
MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL,
nível de MESTRADO como parte dos
requisitos para obtenção do título de
MAGISTER SCIENTIAE EM
MATEMÁTICA

Orientador (a): Prof.^a Dr.^a Silvia Swain
Canôas

Data da aprovação : 18/07/2018


Prof.Dr.^a SILVIA SWAIN CANÔAS - UFVJM


Prof.Dr. ALEXANDRE FAISSAL BRITO - UFVJM


Prof.Dr. JOSE FERNANDES SILVA - IFMG

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001”.

“This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) Finance Code 001”.

Dedico este trabalho a todos os professores que não se acomodam frente aos desafios da Educação Básica e lutam pela melhoria do ensino, valorização da profissão e progresso dos estudantes!

AGRADECIMENTOS

À Deus pela proteção, pela força que me foi enviada em todos os momentos e por seu infinito amor.

À CAPES pelo apoio financeiro.

À minha família pela qual tenho tanto amor e orgulho. Especialmente a meus pais: Geraldo Vieira e Maria Magalhães, pelo carinho, incentivo e por serem meu exemplo de dignidade, perseverança e persistência. Às minhas maravilhosas irmãs e queridos irmãos pelo apoio e carinho incondicionais.

Ao meu marido Fábio, pela compreensão, paciência, cumplicidade e confiança em mim depositada. Obrigada por estar sempre ao meu lado e disposto a me ajudar.

À minha sogra, D. Ivarta Júlia, pela paciência, carinho e por cuidar de mim como uma filha.

Aos colegas que seguiram ao meu lado nessa jornada e que estarão para sempre guardados em meu coração: Eduardo de Jesus, Eduardo Duarte, Flávio, Isadora, Kassandra, Kélcio, Lúcia, Marcos, Nelúcio, Pedro, Rodrigo e Wagner. Agradeço ao Lucas Rodrigues e à Sílvia Teixeira pelas orientações.

Agradeço especialmente ao meu colega e amigo Leonaldo Viegas, pela parceria, viagens compartilhadas, apoio nos momentos difíceis e amizade respeitosa e sincera. Você foi um presente de Deus nessa jornada!

À todos os meus amigos e colegas de trabalho que demonstraram interesse em minha caminhada e foram capazes de compreender minhas renúncias necessárias e inevitáveis nesse período de desafios intensos.

Aos meus alunos do 9º ano da escola “Senador Simão da Cunha” por terem contribuído com minha pesquisa.

Aos meus queridos Pibidianos Ana Clara e Mateus por me auxiliarem em diversas atividades. À Daniele, em especial, pela motivação e apoio durante essa caminhada, sobretudo na reta final.

À UFVJM e aos professores do Mestrado por me auxiliarem na construção de novos conhecimentos.

Ao Prof. Dr. José Fernandes Silva e ao Prof. Dr. Alexandre Faissal Brito, membros da banca examinadora, pelas contribuições dadas a nível de excelência.

Em especial à minha professora e orientadora Prof^a. Dra. Silvia Swain Canôas, pelas orientações, colocações pontuais e acompanhamento a este trabalho.

Ainda que eu falasse as línguas dos homens e dos anjos, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda a fé, e não tivesse amor, nada seria!

1 Coríntios 13:1,3

RESUMO

O presente estudo direcionou atenção na busca da expansão do conhecimento relacionado à Modelagem Matemática, por se tratar de uma tendência que busca associar a Matemática formal aos problemas da realidade do estudante, com possibilidades de melhoria no ensino e aprendizagem da Matemática. Nesta direção, procurou responder à seguinte questão: Quais as perspectivas, contribuições e limitações da utilização da Modelagem Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental? Na busca por respostas a esta questão, foi realizada uma pesquisa bibliográfica a fim de conhecer as concepções, os processos, os obstáculos e as potencialidades dessa metodologia. Foram encontrados diferentes estilos de pensamentos referentes à Modelagem. A perspectiva teórica adotada nesse trabalho se baseia na proposta de Barbosa e Burak, que a defendem como sendo uma Metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no modelo matemático. Posteriormente, foi desenvolvida uma proposta de Modelagem Matemática com os estudantes de uma escola estadual localizada em Peçanha - MG, cujo tema investigado foi as Nascentes existentes no município. Através do relato das ações ocorridas nas etapas de Modelagem, objetivou-se contemplar tanto a Matemática abordada no tema quanto as relações, obstáculos e resultados significativos ocorridos. Observa-se que a atuação mediadora do professor, pode ser fator importante para o trabalho com a Modelagem. De modo geral, foi possível concluir que a Modelagem Matemática se mostrou uma ferramenta de grande auxílio para o ensino da disciplina, uma vez que estimulou investigações e despertou o interesse dos estudantes para novas ações.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ensino e Aprendizagem. Investigação.

ABSTRACT

The present study focused attention on the expansion of knowledge related to Mathematical Modeling, because it is a trend that seeks to associate formal mathematics with the problems of student reality, with possibilities for improvement in teaching and learning of Mathematics. In this direction, he tried to answer the following question: What are the perspectives, contributions and limitations of the use of Mathematical Modeling in the 9th year of Elementary School? In the search for answers to this question, a bibliographical research was carried out in order to know the conceptions, the processes, the obstacles and the potentialities of this methodology. Different styles of thinking regarding Modeling were found. The theoretical perspective adopted in this work is based on the proposal of Barbosa and Burak, who defend it as a Methodology or teaching strategy, focused more on the process of teaching and learning than on the Mathematical Model. Subsequently, a proposal of Mathematical Modeling was developed with the students of a state school located in Peçanha - MG, whose subject investigated was the springs existing in the municipality. Through the report of the actions taken in the Modeling stages, it was aimed to contemplate both the Mathematics addressed in the theme and the relationships, obstacles and significant results that occurred. It is observed that the mediating action of the teacher, can be an important factor for the work with the Modeling. In general, it was possible to conclude that Mathematical Modeling proved to be a very useful tool for the teaching of the discipline, since it stimulated investigations and aroused students' interest in new actions.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Teaching and Learning Research.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Planificação e projeção de um paralelepípedo utilizando a técnica do kirigami	38
2	Imagens de Kirigamis confeccionados por estudantes do 8º ano do ensino fundamental	39
3	Casos de Modelagem definidos por Barbosa	53
4	Gráfico 1: Faixa etária dos alunos	63
5	Gráfico 2: Tempo de estudo fora do ambiente escolar	63
6	Gráfico 3: Acesso às mídias de comunicação e informação	64
7	Gráfico 4: Participação dos estudantes nas aulas de Matemática	65
8	Gráfico 5: Envolvimento dos estudantes em relação às atividades propostas	65
9	Gráfico 6: Aptidão e aprendizagem Matemática	66
10	Gráfico 7: Percepção da utilidade Matemática no cotidiano dos estudantes	66
11	Transcrição na íntegra das respostas dos estudantes à pergunta: “Onde você utiliza a Matemática vista em sala de aula no seu dia a dia?”	67
12	Gráfico 8: Aprendizagem de conteúdos Matemáticos	68
13	Gráfico 9: Motivos das dificuldades existentes em relação aos conteúdos matemáticos	68
14	Esquema simplificado de Modelagem Matemática	69
15	Etapas de Modelagem segundo Burak (2004, 2010)	70
16	Entrada dos estudantes do 9º ano ao Parque Mãe d’Água	76
17	Nascentes localizadas no Parque Mãe d’Água, denominadas respectivamente: “Pai d’água”, “Mãe d’água” e “Filho d’água”	77
18	Cálculos desenvolvidos por um estudante	79
19	Apresentação dos dados da pesquisa realizada pelos estudantes contendo erros.	80
20	Estudantes atuantes no trabalho	80
21	Coletas das vazões	81
22	Gráfico 10: Vazão dos chafarizes coletadas durante cinco semanas	82
23	Cálculos desenvolvidos por um estudante	83
24	Cálculos desenvolvidos por um estudante	83
25	Cálculos desenvolvidos por um estudante	85
26	Cálculos desenvolvidos por um estudante	85
27	Cálculos desenvolvidos por um estudante	85
28	Cálculos desenvolvidos por um estudante	86
29	Cálculos desenvolvidos por estudantes	87
30	Respostas de estudantes	88
31	Cálculos desenvolvidos por um estudante	90

LISTA DE TABELAS

1	Teorias do currículo	30
2	Temas sugeridos pelos estudantes para o Projeto de Modelagem	71
3	Principais chafarizes da cidade de Peçanha	78
4	Tabela referente à atividade 2	86
5	Fórmulas: Variância e Desvio padrão	89

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	21
1 CAPÍTULO I - O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	25
1.1 O ensino da Matemática.....	25
1.2 Estratégias de ensino	27
1.3 O currículo.....	29
1.4 Conceituando aprendizagem e significado	32
2 CAPÍTULO II - UM POUCO SOBRE MINHAS EXPERIÊNCIAS COMO PROFESSORA.....	35
2.1 O início	35
2.2 A Escola	36
2.3 Minha primeira motivação: Feiras de Matemática	37
2.4 Primeira experiência com um projeto de Matemática: a arte do kirigami.....	37
2.5 “O que eu faço é Modelagem?”	40
3 CAPÍTULO III - MODELAGEM MATEMÁTICA	45
3.1 Características e definições	45
3.2 O conceito de modelo.....	48
3.3 Algumas perspectivas sobre o conceito de Modelagem Matemática	48
3.4 Modelagem Matemática e Projetos	51
3.5 Modelagem Matemática: etapas metodológicas.....	52
3.6 Limitações da Modelagem Matemática em sala de aula	57
3.6.1 Adequação do professor a uma nova proposta de ensino.....	57
3.6.2 A exigência da mudança de postura dos estudantes	58
3.6.3 Conciliação de tempo, produtividade e o currículo proposto	59
4 CAPÍTULO IV - A PESQUISA	61
4.1 Metodologia.....	61
4.2 Análises prévias: caracterização dos sujeitos da pesquisa	62
4.2.1 Seção 1: Perfil dos estudantes da turma	63
4.2.2 Seção 2: Participação dos estudantes em sala de aula.....	64
4.2.3 Seção 3: Percepção sobre a disciplina Matemática	66

4.3	Relato da experiência de Modelagem Matemática	69
4.3.1	<i>Primeiro encontro: Apresentação da Modelagem Matemática ..</i>	69
4.3.2	<i>1ª etapa da Modelagem: “A escolha do tema”</i>	70
4.3.3	<i>2ª etapa da Modelagem - “Pesquisa Exploratória”</i>	72
4.3.4	<i>3ª Etapa da Modelagem: “Levantamento dos problemas”</i>	74
4.3.5	<i>4ª Etapa da Modelagem: “Resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema”.....</i>	78
4.3.6	<i>5ª Etapa da Modelagem: “Análise crítica das soluções”.....</i>	84
4.3.7	<i>Direcionamento final do projeto.....</i>	88
4.3.8	<i>Alguns desvios e considerações relacionados às práticas com Modelagem relatadas</i>	91
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
	REFERÊNCIAS	97
	APÊNDICE A – Carta de Apresentação à Escola	101
	APÊNDICE B – Carta Informativa aos Pais ou Responsáveis	102
	APÊNDICE C – Questionário Aplicado à turma	103
	APÊNDICE D – Entrevista da Pesquisa Estatística.....	106
	APÊNDICE E – Tabelas da Pesquisa de Campo	108
	APÊNDICE F – Atividades de Consolidação.....	111
	ANEXO A –	113

INTRODUÇÃO

A Matemática sempre esteve presente na vida do homem. Desde os primórdios, tem sido uma ferramenta essencial no cotidiano das pessoas e como tal, é descrita como um corpo de conhecimentos necessários para que se compreenda o mundo e “está visceralmente presente na sociedade tecnológica em que vivemos, podendo ser encontrada sob várias formas em nosso dia-a-dia.” (FIORENTINI, 1995, p.32). Sendo assim, o ensino da Matemática nas escolas, desempenha um papel fundamental na vida de cada indivíduo, visto que ela está presente nas mais variadas áreas do conhecimento.

O que se observa no cotidiano escolar, é que a Matemática é considerada, muitas vezes, uma disciplina abstrata, relacionada somente às atividades escolares e direcionada aos intelectuais. Os professores dessa disciplina lidam diariamente com questionamentos dos estudantes relacionados à serventia e utilidade da Matemática. “Muitos estudos em Educação Matemática têm revelado um quadro desolador sobre o que acontece na sala de aula tradicional.” (SKOVSMOSE, 2000, p.14).

A insatisfação dos estudantes em relação aos conteúdos matemáticos e os baixos resultados obtidos em avaliações externas revelam que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno, para uma metodologia que valorize seus conhecimentos e o estimule a investigar. Nesse sentido, Brasil (1998), esclarece quanto à urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade exige.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) indicam como objetivos do Ensino Fundamental, dentre outros, que os alunos sejam capazes de

questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1998, p.8).

É importante e necessário que o estudante perceba que a Matemática existe também para que se faça uso dela, para resolver problemas do dia a dia, compreender a realidade e tomar decisões.

Fiorentini (1995) discorre, sob um ponto de vista histórico-crítico, que a aprendizagem efetiva da Matemática não se traduz apenas no desenvolvimento de habilidades ou na fixação de alguns conceitos através da memorização ou da realização de uma série de exercícios. A aprendizagem realmente ocorre quando o aluno é capaz de atribuir sentido e significado às ideias matemáticas, capaz de refletir, tomar decisões, demonstrar, analisar, argumentar e criar.

Klüber e Burak (2008, p.22) concordam que “esse tipo de ensino que somente informa, causa o problema da dispersão, uma vez que as informações só têm significado

[...] quando se transformam em instrumento de interlocução, de diálogo”.

Diante de tal realidade, percebe-se a necessidade em educar por meio da Matemática e não para a Matemática, adotar métodos de ensino mais dinâmicos, atrativos e produtivos, a fim de despertar no educando maior aceitação, curiosidade e interesse para novas descobertas e aprendizados em relação à disciplina referida.

Nesse sentido, a Modelagem Matemática, uma tendência em Educação Matemática, que busca associar a Matemática formal aos problemas da realidade, vem como uma possibilidade.

Segundo Caldeira, Silveira e Magnus (2011), há uma multiplicidade de perspectivas no que se entende por Modelagem Matemática, porém, há certa tendência no consentimento quanto ao propósito dessa atividade: compreender situações da realidade fazendo uso das conjecturas teóricas e metodológicas da Matemática.

Klüber (2009) indica a existência de três estilos diferentes de pensamentos referentes à Modelagem:

1) a Modelagem Matemática entendida como um ambiente de aprendizagem; apresentando Barbosa (2001, 2003, 2006, 2007) como a principal diretriz.

2) a Modelagem Matemática como metodologia que visa a construção de Modelos Matemáticos; apresentando Bassanezi, Biembengut e Hein como principais referências.

3) a Modelagem Matemática como Metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no Modelo Matemático; apresentando como principal referência, Burak (2004).

Observa-se que a Modelagem Matemática possui distintas perspectivas. Assim, faz-se necessário esclarecer a concepção aqui defendida. O trabalho se desenvolve na visão de Modelagem Matemática proposta por Burak (2004) que tem como base o interesse dos grupos de estudantes, parte fundamental no processo de ensino e aprendizagem; e de Barbosa (2001), o qual considera que, por meio dessa abordagem “a ideia é atravessar a fronteira entre a escola e o contexto extraescolar, apreender uma situação e trazê-la para análise.” (BARBOSA, 2013, p.2).

Diante disso, este trabalho apresenta algumas práticas que foram realizadas nesse âmbito no Ensino Fundamental, como uma forma de demonstrar possíveis encaminhamentos a partir do uso dessa metodologia ¹. Em seguida, por meio da Modelagem Matemática, é relatada uma experiência realizada com estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de expor como se deram as relações entre estudantes, estudante e professor e estudante e ambiente de aprendizagem.

¹Nesse trabalho, defende-se a concepção de Modelagem Matemática (MM) na visão de Barbosa (2001) e Burak (2004). Portanto, a MM é referenciada como uma Metodologia, Estratégia de ensino ou Ambiente de aprendizagem.

Nesta direção, a seguinte questão de pesquisa surge como norteadora deste estudo: **Quais as contribuições, limitações e perspectivas da utilização da Modelagem Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental?**

Na tentativa de buscar responder a essa questão, apresentam-se os objetivos elencados a seguir:

Geral

Identificar as contribuições e limitações da utilização da Modelagem Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental.

Específicos

- Verificar os avanços e as limitações com relação à utilização da Modelagem em sala de aula.
- Desenvolver uma proposta de Modelagem Matemática com os estudantes.
- Caracterizar e definir os conteúdos matemáticos que emergem da atividade de ensino e aprendizagem com a Modelagem Matemática.

A organização da dissertação

O capítulo I: *O ensino e aprendizagem da Matemática*, discorre sobre o ensino da Matemática, que apesar de sua inquestionável importância, é imposta no currículo muitas vezes de maneira abstrata; e conceitua aprendizagem e significado. Identificam-se algumas estratégias de ensino e tendências que atentam para a necessidade de desenvolvimento investigativo e crítico do estudante.

No capítulo II: *Um pouco sobre minhas experiências como professora*, apresento minhas experiências, na tentativa de contextualizar o ambiente onde as atividades de modelagem foram desenvolvidas. Disserto sobre minhas incertezas em caracterizar os trabalhos desenvolvidos pela Modelagem Matemática, devido à ausência de criação de um modelo final, mas sim de vários entendimentos relacionados à Matemática e a outras situações cotidianas. Por fim, relato experiências de projetos que foram realizados a partir das possibilidades oferecidas pela Modelagem.

O capítulo III: *Modelagem Matemática*, tem por finalidade apontar as definições e as diferentes perspectivas sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica na Educação. Descreve aspectos importantes quando esta é adotada como metodologia de ensino, tais como o conceito de modelo, que pode ser entendido como uma representação, capaz de conceder, na maioria dos casos, a tomada de decisão. Ainda

neste capítulo são descritas abordagens da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem e sua similaridade com projetos. Apresentam-se as etapas da Modelagem, bem como possíveis limitações atribuídas à prática.

O capítulo IV: *A Pesquisa*, tem por finalidade descrever, detalhadamente, toda a parte prática do estudo em questão, desde o planejamento à aplicação. Neste capítulo, procurou-se apresentar o passo a passo de um Projeto de Modelagem que foi desenvolvido com o intuito de relatar as ações ocorridas nesse ambiente de aprendizagem. Apresenta-se o perfil da turma participante através da análise de questionários aplicados aos mesmos. Finaliza-se com algumas considerações relacionadas à prática com Modelagem relatada.

Por fim, são apresentadas as considerações finais desse trabalho, as referências bibliográficas e os apêndices inerentes à pesquisa.

1 CAPÍTULO I - O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Este capítulo aborda o ensino da Matemática, que como tal é um assunto sobre o qual é preciso refletir. Apontam-se algumas estratégias de ensino e concepções que atentam para a necessidade de promover e executar práticas em sala de aula que desenvolvam atitudes positivas envolvendo aluno e professor, fundamentais no processo de construção do conhecimento.

1.1 O ensino da Matemática

O ensino de Matemática com base em Brasil (1998), implica necessariamente no entendimento de que a Matemática deve ser explorada em aspectos tais como o cultural, o social, entre outros relativos à vida humana. Assim, tanto na Matemática quanto nas demais disciplinas, são os homens que, ao se relacionarem com o meio onde vivem e com os outros homens, buscam respostas às suas necessidades, produzindo o conhecimento necessário para sua vida.

A Matemática, assim como ocorre com todas as ciências, possui sua concepção e seu estilo, e o seu ensino está em constante construção. Fiorentini (1995) expõe que com o passar dos anos, a linguagem Matemática foi se tornando “formal, precisa e rigorosa”, o que elevou a Matemática a um nível mais elevado de abstração e formalização. E considera que “o acesso a esse saber matemático altamente sistematizado e formalizado, tornou-se muito difícil e passou a ser privilégio de poucos.” (FIORENTINI, 1995, p.32).

Mesmo sendo inquestionável que seus conceitos e resultados, muitas vezes, têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida cotidiana: na indústria, no comércio e na área tecnológica, além de ser uma ferramenta essencial nas ciências como Física, Química e Astronomia, o ensino da Matemática, muitas vezes baseado sistematicamente em fórmulas e conceitos, tem resultado em insatisfação, rejeição e questionamentos relacionados à sua relevância. Para Burak e Klüber (2008, p.23), “quando se ensina qualquer coisa descontextualizada se incitam à alienação e ao desinteresse. As pessoas não têm como dar respostas claras sobre as diversas realidades que se apresentam a elas.”

Caldeira (2015, p.60) destaca: “espera-se que possa ser mudado o conceito de que ensinar Matemática significa ensinar apenas as regras e as convenções estabelecidas por um conjunto de procedimentos hierarquizado do professor para o aluno.”

Nesse contexto, a Educação Matemática surgiu da necessidade de abordar os problemas relativos ao ensino e à aprendizagem da Matemática e considerar outros aspectos envolvidos no processo. “Aspectos como, por exemplo, a capacidade cognitiva do sujeito que aprende, a sua cultura, os fatores sociais e econômicos, a língua materna e outros.” (TIAGO; KLÜBER, 2012, p. 94).

Segundo Skovsmose,

A Educação Matemática crítica enfatiza que a Matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido [...]. A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. Ela é parte de nossa cultura tecnológica e exerce muitas funções. (SKOVSMOSE, 2000, p.2).

Ressaltando a importância do ensino da Matemática, cita-se Fiorentini, que destaca:

Garantir ao futuro cidadão essa forma de pensamento e de leitura do mundo proporcionada pela Matemática é, segundo nosso ponto de vista, a principal finalidade da Educação Matemática comprometida com a formação da cidadania, pois a Matemática está visceralmente presente na sociedade tecnológica em que vivemos, podendo ser encontrada sob várias formas em nosso dia-a-dia. Ou seja, a razão primeira pela qual ensinamos e aprendemos Matemática tem a ver com o modo de vida do homem moderno. (FIORENTINI, 1995, p.32).

Ainda segundo Fiorentini (1995) sob um ponto de vista histórico-crítico, a aprendizagem real da Matemática não constitui-se exclusivamente no desenvolvimento de habilidades, na memorização de alguns princípios ou da realização de listas de exercícios, como entende a pedagogia tradicional ou tecnicista. O aluno aprende efetivamente Matemática, quando se torna capaz de atribuir fundamento e significação às ideias matemáticas e passa a ser capaz de refletir, estabelecer relações, defender, investigar, argumentar e produzir.

De acordo com Pimenta (1994), não basta produzir conhecimento, mas é necessário que se produza as condições de produção do conhecimento. Entretanto, o que tem predominado no ensino da Matemática é uma concepção formalista, onde os conteúdos são apresentados como verdades que não devem ser questionadas, mas absorvidas, distorcendo assim princípios da Escola Nova, onde “o professor deve agir como um estimulador e orientador da aprendizagem”. (PILETTI, 1993, p.21).

Nesta direção, observa-se que o ambiente de ensino e aprendizagem pode estar mais focado na necessidade de promover e executar práticas em sala de aula que desenvolvam atitudes positivas envolvendo aluno e professor em uma nova maneira de ensinar e aprender os conteúdos matemáticos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017)² indica novas competências para o ensino, dentre as quais destacam-se: a necessidade de desenvolver a curiosidade intelectual do aluno, que deve recorrer a todas as ciências, integrando análises investigativas, reflexivas e críticas; exercitar a sua capacidade de criar, inventar e imaginar, para

²A Base Nacional Comum Curricular BNCC, homologada em 2017, define os conhecimentos e habilidades essenciais que todos os alunos da Educação Básica têm o direito de aprender, da Educação Infantil até o Ensino Médio. Ela é obrigatória e vai nortear os currículos das escolas, redes públicas e privadas de ensino de todo o Brasil.

que seja capaz de investigar causas, elaborar hipóteses, formular e resolver problemas com base em conhecimentos de diferentes áreas. Assim, o ensino da Matemática vem com maior ênfase em ambientes de aprendizagem focados na investigação, no desenvolvimento de projetos, na resolução de problemas e na modelagem.

Atenta-se à necessidade de ampliação dos métodos de ensino e de integração do professor nesses ambientes de aprendizagem. A seguir, são descritas algumas estratégias de ensino abordadas no âmbito da Matemática.

1.2 Estratégias de ensino

Ponte (2005), ao escrever sobre estratégias de ensino e aprendizagem, identifica duas estratégias principais no ensino da Matemática: o ensino direto e o ensino aprendizagem exploratório. Expõe que no ensino direto, o professor é o responsável, embora implicitamente, de transmitir conhecimento. Assume o papel de conceder informação, através da exposição da matéria e mobilização dos conceitos e técnicas. O aluno, por sua vez conduzido pelo professor, atua como ouvinte e, embora possa participar da aula, respondendo às questões feitas pelo professor, a atividade principal é a resolução de exercícios, que estão diretamente relacionados à compreensão (ou não) dos saberes apresentados pelo professor. Nessa modalidade de ensino, a teoria vem em primeiro lugar, seguida da prática, através dos exercícios, podendo incluir um ou outro problema ou investigação.

Já o ensino aprendizagem exploratório, oferece outras possibilidades, dando ênfase em tarefas de exploração e investigação. Nessa estratégia, o professor atua como mediador do processo, ou seja, não expõe todos os caminhos, possibilitando ao aluno a descoberta e a construção do conhecimento. Primeiramente, é dada ênfase à prática, ou seja, às atividades de exploração e investigação e ao diálogo entre professor e aluno. Posteriormente, à formalização de conceitos e à implantação de conexões matemáticas, momento onde também podem aparecer exercícios e problemas.

Ressalta ainda que o professor tem o poder de optar por uma dessas estratégias, ou articular as duas modalidades. Aponta a diversificação como sendo importante e necessária, pois cada modalidade atribui tarefas que possuem objetivos curriculares diferentes:

- As tarefas de natureza mais fechada (exercícios, problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.
- As tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua auto-confiança.
- As tarefas de natureza mais desafiante (investigações, problemas), pela sua parte, são indispensáveis para que os alunos tenham uma efetiva experiência matemática.
- As tarefas de cunho mais aberto são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos

alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, etc. (PONTE, 2005, p.17).

Ponte (2005, p.24) concorda ainda que é “indiscutível que uma preparação cuidada é uma condição necessária para a qualidade do trabalho do professor e inclui, de modo decisivo, a definição da estratégia e a seleção das tarefas.”

O planejamento, a análise da turma para facilitar a tomada de decisões posteriores e a instauração de métodos pertinentes, são práticas necessárias e muito importantes. Porém, podem não garantir inteiramente o sucesso no processo de ensino e aprendizagem, visto que vários outros fatores internos ou externos podem interferir no desdobramento das atividades e dos resultados. Contudo, ao introduzir uma estratégia conveniente, abordando tarefas variadas e oportunidades para investigação, observação e argumentação, o professor parte para um estágio significativo, oferecendo possibilidades que beneficiem a aprendizagem dos alunos.

Percebe-se, que o papel do professor de Matemática hoje, não é somente o de enumerar fórmulas e conteúdos, mas sim de estimular e orientar o aluno a relacionar o que é construído em sala de aula à sua vida diária, valorizando e justificando a disciplina. É necessário que as práticas suscitem a construção de conhecimentos matemáticos.

O modo de ensinar sofre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino da Matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem. (FIORENTINI, 1995, p.4).

A visão e abordagem do professor em relação à Matemática, é que determina sua prática pedagógica. Fiorentini (1995) concorda que o professor que a infere como uma ciência exata, pronta e acabada, certamente desempenha um papel contrário àquele professor que tem por base o seu conhecimento, experiências, crenças e objetivos, que a concebe como ciência dinâmica estabelecida pelos homens, a partir de determinadas necessidades e conveniências. Um aspecto importante a ser enfatizado, é que as práticas adotadas pelo professor são produzidas em conjunto com outros participantes desse processo: diretores, colegas, supervisores, estudantes, dentre outros. Especialmente, mesmo que com papéis notoriamente diferentes, as práticas adotadas em sala de aula, resultam de uma formação entre ambos, professor e aluno, que são fundamentais nesse processo de construção.

Como uma das partes integrantes e essencial nesse processo, está a determinação do currículo, que será caracterizado a seguir.

1.3 O currículo

Segundo Caldeira, numa visão bem reduzida, o currículo é definido no senso comum, como sendo “a lista de conteúdos que os professores precisam cumprir nas suas instituições, dentro de cada etapa de escolaridade.” (CALDEIRA, 2015, p.54). Mas o seu significado vai muito além disso.

Num sentido mais específico, Currículo da Educação Escolar é o resultado das relações de forças que se estabeleceram num determinado tempo histórico e numa determinada sociedade, e que, consensualmente (ou não), propiciaram o quê e como deveria ser ensinado às crianças e aos adolescentes pelas instituições escolares. Tais relações foram sendo conduzidas pelas forças empregadas nos confrontos de ideias entre os que viveram nestes tempos e em tempos anteriores. (CALDEIRA, 2015, p.55).

Silva (2010) faz uma análise significativa sobre o currículo, não como uma tentativa de definir o seu verdadeiro significado, mas sim de analisar as várias teorias de currículo, com o intuito de saber quais questões buscam responder, procurando dar ênfase no “como” tem sido definido em diferentes momentos. Admite que a questão principal que serve de base para qualquer teoria do currículo é a de saber qual conhecimento deve ser abordado, procurando fundamentar a escolha de determinados conhecimentos e saberes em detrimento de outros, classificados como menos significativos. E explica que:

De uma forma mais sintética a questão central é: o quê? Para responder a essa questão, as diferentes teorias podem recorrer a discussões sobre a natureza humana, sobre a natureza da aprendizagem ou sobre a natureza do conhecimento, da cultura e da sociedade.[...] Ao final, entretanto, elas têm que voltar à questão básica: o que eles ou elas devem saber? Qual conhecimento ou saber é considerado importante ou válido ou essencial para merecer ser considerado parte do currículo? (SILVA, 2010, p.14).

O autor apresenta as diferentes teorias do currículo por meio de um quadro, que retrata sucintamente, as amplas categorias de teoria de acordo com os conceitos evidenciados por elas. São assim apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Teorias do currículo

Teorias Tradicionais	Teorias Críticas	Teorias Pós-Críticas
ensino, aprendizagem, avaliação, metodologia, didática, organização, planejamento, eficiência, objetivos	ideologia, reprodução cultural e social, poder, classe social, capitalismo, relações sociais de produção, conscientização, emancipação e libertação, currículo oculto, resistência	identidade, alteridade, diferença, subjetividade, significação e discurso, saber-poder, representação, cultura, gênero, raça, etnia, sexualidade, multiculturalismo

Fonte: (Silva, 2010, p.17)

As teorias tradicionais do currículo se caracterizam por aceitarem os conhecimentos e saberes dominantes, onde a ênfase é voltada para a valorização do conteúdo, o aspecto intelectual, a eficiência, produtividade, organização e o desenvolvimento, baseadas nos conceitos puramente pedagógicos de ensino e aprendizagem, onde o ensino é autoritário e inibidor da participação do aluno.

As teorias críticas do currículo se apoiam na questão de ideologia e poder, caracterizadas pela liberdade de escolha de uma identidade ou subjetividade considerada ideal mediante as múltiplas possibilidades. A escola é vista como um espaço responsável por socializar os conhecimentos e os saberes universais. Há uma relação interativa entre professores e estudantes, sendo ambos sujeitos ativos na construção da aprendizagem e possuem a chance de verificar aqueles conceitos da vida cotidiana que comumente são vistos como naturais. “O currículo é visto como experiência e como local de interrogação e questionamento da experiência.”(SILVA, 2010, p.40).

As teorias pós-críticas do currículo empreenderam uma importante mudança na maneira de concebê-lo. Abordam o conceito de discurso, coloca sua ênfase na indeterminação sobre o conhecimento, no sentido de interpelar como algo se tornou verdade. Inclui no currículo a questão da identidade, a preocupação com o perfil do indivíduo que se deseja formar para a sociedade. Apresenta um conjunto variado de perspectivas que faz com que o currículo seja formulado além de conceitos técnicos, categorias psicológicas ou imagens inertes como as de grade curricular e listas de conteúdos. Embora tudo isso o componha, deve também ser repensado e concebido de outras formas, não restrito às estreitas categorias tradicionais. O foco passa a ser o indivíduo, os grupos sociais. Além de instruir e preparar o indivíduo para o mercado de trabalho e consumo, a ênfase é dada na formação do cidadão, para que saiba conviver com outros grupos, tolerar, reconhecer e compreender as diferenças e preservar o multiculturalismo.

A teoria pós-crítica deve se combinar com a teoria crítica para nos ajudar a compreender os processos pelos quais, através de relações de poder e controle, nos tornamos aquilo que somos. Ambas nos ensinaram, de diferentes formas, que o currículo é uma questão de saber, identidade e poder. (SILVA, 2010, p.147).

Diante desse vasto contexto de currículo, entende-se que o programa das disciplinas é um dos seus componentes, e nesse, inclui-se a Matemática escolar. Admitindo-se a Matemática como uma ciência que não está estagnada e pode ser descoberta e construída a partir das relações entre sujeito e ambiente, advindas de necessidades e utilidades, o que se observa em relação ao seu ensino de acordo com Caldeira, é que existe uma Matemática exclusiva, que está posta nos currículos, “apenas como determinadas regras e convenções ditas universais – aquilo que comumente denominamos de lista de conteúdos”. (CALDEIRA, 2009, p.43).

Segundo Skovsmose (2000), a Educação Matemática tradicional engloba o paradigma do exercício, onde existe somente uma resposta correta, em que de modo geral, o livro didático retrata as condições habituais da prática de sala de aula. Comumente, o que acontece na realidade, é que a prática do professor se baseia em tarefas de natureza mais fechada, onde o aluno atua como receptor de conteúdos, sobretudo através do estudo dos capítulos e da resolução de exercícios e problemas apresentados no livro didático adotado pela instituição. Nesse sentido, Burak analisa que:

O lado “seguidor” que se desenvolve no estudante, subtrai-lhe a possibilidade de desenvolver sua autonomia, a iniciativa, liberdade de conjecturar e, com isso inibe o desenvolvimento de muitas competências necessárias à formação de um cidadão, tudo em nome de uma visão de currículo completamente superada, no entanto em termos teóricos apenas. (BURAK, 2010, p.19).

Faz parte do cotidiano escolar, por exemplo, uma forte pressão por parte dos pais, supervisores ou dos próprios professores para o cumprimento dos programas pré-estabelecidos, “sempre em nome de que o estudante precisa de certos pré-requisitos para a continuidade dos seus estudos e que no ano seguinte serão cobrados certos conteúdos” (BURAK, 2010, p.19). Por conseguinte, o trabalho do professor corre o risco de não levar em consideração o cenário com o qual está atuando, os objetivos de cada conteúdo, as singularidades da turma, os fatores sociais e todo o cenário escolar.

Nesse contexto, Caldeira esclarece que:

Numa visão sistêmica, cumprir o programa não é ter que seguir rigorosamente os conteúdos listados nele, mas fazer o aluno perceber que determinados conteúdos existem e podem ser aprendidos quando tivermos a oportunidade de percebê-los como instrumentos de compreensão de uma dada realidade, que esteja em interdependência com outros conteúdos que não somente os da Matemática por ela mesma. (CALDEIRA, 2015, p.59).

Essa ideia também é compartilhada por Jacobini (2004) que sustenta que o ensino de Matemática não seja voltado apenas para o conteúdo curricular ou para finalidades da Matemática, mas, também, como um instrumento crítico que possibilite encarar problemas que

são importantes social e politicamente, de modo que o ensino de Matemática consiga colaborar com a formação de estudantes comprometidos com a idealização de uma sociedade mais justa e democrática.

A adoção de uma forma instrutiva de trabalho pelo professor, em que um programa de estudo é aperfeiçoado tendo como base as particularidades e necessidades de cada ambiente, pode oferecer maiores contribuições, uma vez que possibilita que as ações empreendidas estejam em consonância com as adversidades encontradas em sala de aula.

Assim, o trabalho do professor deve ser acima de tudo criativo. Em um mesmo ambiente, há geralmente estudantes que se encontram em diferentes níveis de aprendizagem em relação aos conteúdos matemáticos. Além disso, podem haver divergências em relação à motivação, interesse, disciplina, assistência e participação da família, dentre outros.

Dessa forma, cabe ao professor observar as situações que se manifestam, através do comportamento e intervenções dos alunos, para, a partir daí, analisar seus objetivos e reformular suas estratégias, articulando o currículo de acordo com as conveniências e interesses de todos em sala de aula, a fim de favorecer os estudantes e mostrar que, “às vezes, é possível existir uma outra Matemática que não somente aquela do currículo oficial.” (CALDEIRA, 2009, p.44). Uma Matemática em uso, a Matemática das situações e não apenas a Matemática das regras e fórmulas.

Nessa perspectiva, destaca-se uma tendência em Educação Matemática denominada Modelagem Matemática. Nesse ambiente, o professor direciona o processo de ensino e aprendizagem a partir do momento em que o estudante é inserido no processo de obtenção de informações, pesquisa, levantamento de hipóteses, percepção e resolução de problemas cotidianos, de modo a oferecer ao estudante a oportunidade de agir como coautor do seu próprio conhecimento. As definições e características envolvidas nesse ambiente de aprendizagem serão retomadas mais adiante.

1.4 Conceituando aprendizagem e significado

Skovsmose (2000) esclarece que muitos esforços têm sido realizados para clarificar a noção de significado no tocante às referências possíveis dos conceitos matemáticos. Explica que o significado também pode ser visto, primeiramente, como uma característica das ações e não somente como uma característica dos conceitos. E exemplifica através do ensino de fração: “a ideia de fração pode ser introduzida através da ideia de divisão de pizzas e, mais tarde, o significado de “fração” pode ser desenvolvido pela introdução de outros conjuntos de referências.” (SKOVSMOSE, 2000, p.7).

Rabello e Passos (2013) discorrem que Vygotsky ³ defende que o processo de construção do conhecimento caracteriza-se pela participação ativa do sujeito no meio sócio cultural onde vive. O sujeito apreende um conhecimento para que, por meio dele, possa se desenvolver. Segundo ele, para que o indivíduo seja capaz de realizar uma tarefa é fundamental que participe de ambientes e práticas inerentes que facultem esta aprendizagem. E complementa que:

Não podemos pensar que a criança vai se desenvolver com o tempo, pois esta não tem, por si só, instrumentos para percorrer sozinha o caminho do desenvolvimento, que dependerá das suas aprendizagens mediante as experiências a que foi exposta. (RABELLO; PASSOS, 2013, p.5).

Nesse contexto, a escola possui um papel essencial, pois é um dos ambientes onde este processo de construção é vivenciado. Vygotsky desenvolveu uma concepção que implica imediatamente no ensino escolar e que tem sido bastante discutido e aplicado atualmente: o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

Para que haja uma melhor compreensão desse conceito, faz-se necessário compreender o significado de dois níveis: o nível de desenvolvimento real (NDR) e o nível de desenvolvimento potencial (NDP): o NDR é determinado pela capacidade do indivíduo de resolver um problema de forma autônoma. Caracteriza-se como aprendizagens que já foram consolidadas; o NDP é determinado pela capacidade do indivíduo de resolver um problema sob a orientação de um adulto ou em colaboração com outro companheiro. Nesse nível, o indivíduo já possui habilidades que se encontram em processo de construção. Caracteriza-se como aprendizagens que estão emergindo, saberes que o indivíduo conseguirá aprender com a ajuda de outro, alguém mais experiente. Para Vygotsky, “a ZDP deve ser determinada pela distância entre os dois níveis: o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial.” (ALVES, 2005, p.12).

Segundo Oliveira (1995, p.60), a ZDP “refere-se ao caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas, estabelecidas no seu nível de desenvolvimento real.”

O conceito de ZDP pode ser entendido como a área do próximo desenvolvimento, impulsionado pelo aprendizado consolidado. Trata-se do campo intermediário do processo. O papel do professor é atuar nessa ZDP, pois é justamente onde a aprendizagem vai ocorrer.

A atribuição de um professor seria então a de criar condições propícias para a aprendizagem, servindo de mediador entre o estudante e o aprendizado, através das relações com o outro, da essência das interações coletivas. A atuação do professor na ZDP do estudante contribui para movimentar os processos de desenvolvimento ali existentes, assim, conhecimentos potenciais vão se transformando em conhecimentos reais.

³Segundo Ivic e Coelho (2010), Lev Semionovich Vygotsky foi um dos maiores psicólogos do século XX. Desenvolveu estudos sobre poesia, teatro, língua e problemas dos signos e da significação, teorias da literatura, cinema, problemas de história e de filosofia. Tudo o interessava vivamente, antes de se dedicar à pesquisa em Psicologia. Tornou-se autor de uma notável teoria do desenvolvimento mental. Desenvolveu ideias que tratam da metodologia da ciência, da psicologia geral, da psicologia da arte, das crianças deficientes, da pedagogia e da educação. Criou uma das teorias mais promissoras da Psicologia, a teoria histórico-cultural dos fenômenos psicológicos.

Fiorentini (1995, p.33) define que “aprender, portanto, significa significar: estabelecer relações possíveis entre fatos/ideias e suas representações (signos).”.

Almeida e Silva (2014), ao analisarem trabalhos que caracterizam o conceito de “significado” no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, relatam que:

em atividades de modelagem pode-se identificar a atribuição/produção de significado para conteúdos matemáticos, para a aprendizagem, para o modelo matemático, para o problema em estudo e mesmo para a própria Modelagem Matemática. (ALMEIDA; SILVA, 2014, p.142).

Assim, segundo Almeida e Silva (2014), a ação de significar a que muitos autores se referem como construção de significado, ou mesmo como compreensão ou conhecimento, pode se revelar perante distintas circunstâncias e de distintas maneiras, podendo ser entendida pelo pesquisador a partir de particularidades do quadro teórico que sustenta sua pesquisa. E acrescentam que:

Em atividades de Modelagem Matemática o significado vai para além do estabelecimento da associação nominativa entre palavra (ou signo) e objeto, mas é constituído por meio de relações, usos e produtos que vão se constituindo no decorrer do desenvolvimento da atividade de Modelagem. É nesta constituição que se centraliza o potencial da Modelagem Matemática para a aprendizagem, para a formação do estudante. (ALMEIDA; SILVA, 2014, p.142).

Neste trabalho, procura-se destacar as potencialidades da Modelagem por possibilitar diversos encaminhamentos e significados, características fundamentais em um ensino de qualidade. Mesmo sendo esse conceito relativo, valorizar o desenvolvimento de competências, através de atividades que desenvolvam o raciocínio, a comunicação e a representação, são importantes ações para a promoção da aprendizagem. Assim, é importante esclarecer que quando o termo aprendizagem é abordado nesse trabalho, considera-se como sendo o ato de construir conhecimento e que inúmeras habilidades podem advir dessa aquisição, seja de modo imediato ou não.

2 CAPÍTULO II - UM POUCO SOBRE MINHAS EXPERIÊNCIAS COMO PROFESSORA

Nesse capítulo, apresento meus caminhos como professora. Caracterizo a escola, com o propósito de designar o cenário onde se deu todo o processo de desenvolvimento desse trabalho. Discorro sobre minhas primeiras motivações e minhas indeterminações quanto à caracterização dos trabalhos desenvolvidos pela Modelagem Matemática.

2.1 O início

Iniciei minha carreira docente em 2009, como professora de Matemática. Nos anos que se seguiram, atuei em escolas públicas e em escola privada, nas modalidades de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

A experiência em sala de aula me trouxe, no decorrer dos anos, mais confiança em relação aos conteúdos matemáticos propostos nos programas. Lecionar em ambientes distintos e em situações variadas possibilitou-me vivenciar e observar diversas atitudes e ações dos estudantes.

Apesar da construção de conhecimentos diversos advindos de minhas experiências, certa inquietação sempre fez parte da minha vida profissional. Refiro-me à falta de empatia ou até mesmo à rejeição dos estudantes frente aos conteúdos matemáticos, cujas manifestações costumavam ocorrer.

Algumas indagações, comentários e às vezes o desinteresse dos estudantes pela disciplina, causavam-me desconforto. Dentre as situações que me incomodavam, cito um trecho de Barbosa (2001), que reflete a minha realidade:

Quando os alunos perguntavam-me o porquê de estudar Matemática, ficava tremendamente perturbado, pois os argumentos de que a Matemática é usada no dia a dia ou que eles iriam precisar dela no ano seguinte não eram muito convincentes. (BARBOSA, 2013, p.1).

Sentia que os estudantes necessitavam de uma resposta que os convencesse e os possibilitasse ver algum sentido em toda aquela intangibilidade. De fato, sempre concordei que há Matemática em tudo, mas muitas vezes isto não é perceptivo, pois acontece de modo implícito.

Embora estivesse sempre preocupada em oferecer respostas convincentes às perguntas e dúvidas dos estudantes perante os conteúdos trabalhados, encontrava dificuldades ao fazer a associação entre determinados conteúdos matemáticos e a vida do estudante fora do ambiente escolar.

Esse sentimento de desconforto se manteve durante muitos anos. Entretanto, minha preocupação em tornar a Matemática mais atraente e significativa para os estudantes também. Através de estudos e práticas, minha trajetória direcionou-me a caminhos que auxiliaram e ainda auxiliam nessa prazerosa e emocionante missão que é ser professora de Matemática.

2.2 A Escola

A Escola Estadual “Senador Simão da Cunha” (SSC) localiza-se no centro da cidade de Peçanha-MG, município que possui em média segundo o IBGE (2010), 17.800 habitantes. Atende alunos dos anos finais do Ensino Fundamental - modalidade de ensino do 6º ao 9º ano, no período matutino e vespertino. Atualmente possui em média 500 (quinhentos) alunos, somados os dois turnos nos quais funciona.

Segundo o seu Projeto Político Pedagógico (PPP), esta Instituição possui como missão:

Proporcionar um ensino de qualidade, através do resgate de valores e da construção do conhecimento, que garanta o acesso, permanência e sucesso do aluno, promovendo uma aprendizagem significativa que seja capaz de conduzi-lo de forma crítica e participativa e prepará-lo para a cidadania responsável. (PPP, 2018, p.11).

Almeja que a construção do conhecimento deixe as atividades rotineiras e passe a acontecer de forma dinâmica, com liberdade na troca de experiências, buscando inovações que levem o aluno a ousar, colocando em prática o conhecimento adquirido.

Dentre as metas da escola, citadas no PPP, encontram-se:

- Diversificar as metodologias, utilizando atividades criativas e recursos tecnológicos disponíveis, incentivando os alunos, para que adquiram as habilidades e competências necessárias à continuidade do seu percurso escolar.
- Vivenciar projetos que propiciem socialização, reflexão, conhecimento, lazer, resgate da autoestima, o convívio harmonioso, promovendo assim uma cultura de paz no ambiente da escola.
- Criar condições para desenvolvimento de atividades e eventos para que os alunos participem e compreendam o processo de aprendizagem, cresçam em domínio da língua, apropriação dos conceitos, desenvolvimento de habilidades e operações de pensamento, adotando a vivência de valores assimilados. (PPP, 2018, p.13).

Esta instituição é comprometida com o ensino no âmbito de vivenciar projetos que proporcione conhecimento, reflexão e socialização, além de resgatar a autoestima dos estudantes para promover a cultura no ambiente escolar através de Feiras de Ciências, Matemática e Literatura, gincanas, oficinas, excursões, eventos culturais, artísticos, musicais e esportivos.

Dentre os quais se destacam a Feira de Literatura e Matemática – FLIMAT, em que estudantes e professores têm a oportunidade de apresentar para as famílias e visitantes, os projetos com temas pré-definidos e desenvolvidos durante as aulas, relacionados às disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Esse é um evento que ocorre anualmente e oportuniza momentos produtivos de interação e aprendizagem. Destacam-se também os campeonatos de xadrez, que têm gerado importantes resultados através das participações dos estudantes em torneios municipais, regionais e estaduais há vários anos.

2.3 Minha primeira motivação: Feiras de Matemática

Leciono na escola SSC em um cargo efetivo desde o ano de 2013. No ano de 2014, a escola integrava o Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID)⁴. Dentre os objetivos desse programa, incluem-se:

incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica; [...] inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES, 2018).

A escola era vinculada ao Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG) - *campus* São João Evangelista (IFMG/SJE), cidade vizinha localizada a 26 quilômetros de distância.

Dentre as atividades propostas pela equipe integrante do PIBID na escola, estava a organização e a realização de uma Feira de Matemática⁵, cujos trabalhos expostos poderiam posteriormente, ser submetidos para participação na Feira Regional de Matemática intitulada “Feira Regional de Matemática do Vale do Rio Doce”, que acontecia anualmente no IFMG/SJE desde o ano de 2013.

Por se tratar de um ambiente muito rico que concedia possibilidades diversificadas de aprendizagem e interação, as Feiras de Matemática tornaram-se acontecimentos especiais, passando a fazer parte dos eventos pelos quais professores e estudantes da escola se empenhavam em participar.

2.4 Primeira experiência com um projeto de Matemática: a arte do kirigami

No ano de 2015, minha motivação inicial enquanto professora era a de desenvolver um projeto significativo que pudesse ser apresentado na Feira Regional de Matemática do Vale do Rio Doce.

Estimulada pela possibilidade de desenvolvimento de um trabalho com os estudantes para a feira, que fosse capaz de motivá-los com relação à Matemática, escolhi algo relacionado à arte, a fim de tornar as aulas mais criativas e agradáveis. A partir de pesquisas pela internet, encontrei uma técnica muito interessante denominada Kirigami.

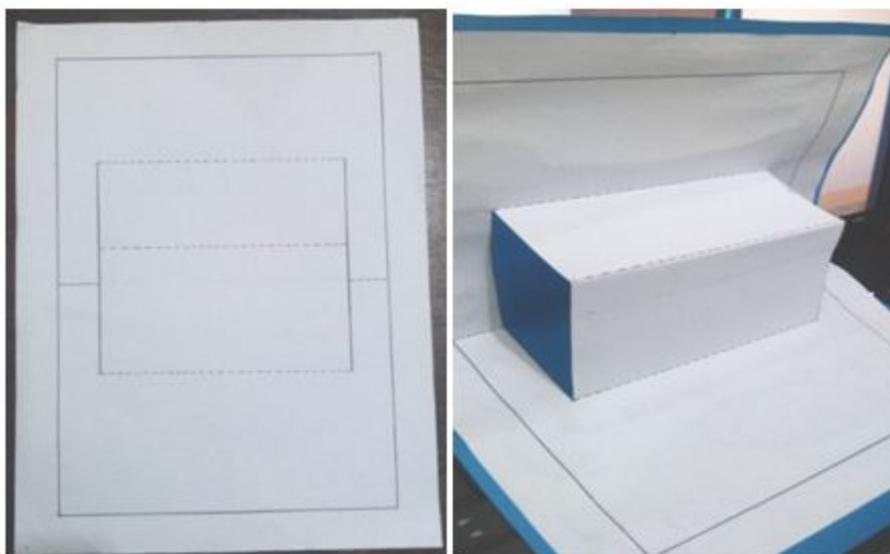
⁴Segundo à CAPES (2018), o PIBID é uma ação da Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) que visa proporcionar aos discentes na primeira metade do curso de licenciatura uma aproximação prática com o cotidiano das escolas públicas de educação básica e com o contexto em que elas estão inseridas.

⁵Os objetivos das Feiras de Matemática em âmbitos municipal, regional e estadual são: (a) despertar nos estudantes interesse pela Matemática; (b) levar o estudante a entender Matemática escolar mediada pelo professor; (c) despertar para a necessidade da integração do ensino da Matemática; (d) integrar conhecimentos e tecnologias de informação e comunicação aos processos de ensino e aprendizagem; (e) promover intercâmbio de experiências pedagógicas; (f) promover a divulgação e a popularização de conhecimentos matemáticos, socializando resultados de pesquisas. (BIEMBENGUT; ZERMIANI, 2011, p.296).

O Kirigami, conhecido também como origami arquitetônico, é uma arte japonesa desenvolvida nos anos 80 cuja técnica envolve a junção das dobraduras do tradicional origami somadas à cortes. A prática do Kirigami configura-se em transformar figuras planas em figuras tridimensionais, incentivando a criação e imaginação em como tais figuras se transportam de uma dimensão à outra.

Essa técnica desenvolve-se através do manuseio de instrumentos de desenho e de habilidades motoras, que possibilitam o trabalho com planificações originais ou pré-fabricadas, que ao serem recortadas, dobradas e coladas em partes específicas do desenho, originam uma figura tridimensional. A técnica oportuniza relacionar elementos geométricos como as retas, segmentos de reta, circunferências, ângulos, medidas e percepção das dimensões.

Figura 1 – Planificação e projeção de um paralelepípedo utilizando a técnica do kirigami



Fonte: Acervo pessoal 2015

Vi ali a possibilidade de proporcionar uma aula dinâmica que diferenciase a rotina de estudo dos alunos e conduzisse de forma coerente conteúdos de Geometria e da Matemática de modo geral, presentes na arte apresentada.

O projeto intitulado “A arte do kirigami”, foi desenvolvido em duas turmas de oitavo ano durante algumas aulas. Os estudantes se mostraram motivados com a possibilidade de utilizar instrumentos de desenho aplicados a uma arte em uma aula de Matemática. Alguns modelos confeccionados são apresentados na Figura 2.

Figura 2 – Imagens de Kirigamis confeccionados por estudantes do 8º ano do ensino fundamental



Fonte: Acervo pessoal 2015

As atividades foram desenvolvidas com êxito e como já estava idealizado, o projeto veio a ser inscrito, aprovado e exposto na Feira Regional em SJE. Na ocasião, o trabalho foi muito bem aceito tanto pelos estudantes em sala de aula, quanto pelas pessoas que prestigiaram o evento.

Recebemos uma premiação de destaque no evento e fomos selecionados para submeter o projeto à participação na IV Feira Nacional de Matemática⁶ em Jaraguá do Sul, Santa Catarina, no ano de 2015.

O trabalho foi aceito e exposto na Feira Nacional de Matemática. A participação como orientadora de um projeto foi um divisor de águas em minha carreira docente. Esse evento possibilitou uma expansão em minha maneira de lidar com a Matemática e com os projetos desenvolvidos nesse âmbito.

Na premiação do evento, o projeto obteve um troféu de “menção honrosa”, título que caracterizava que o trabalho apresentado, embora dispusesse de qualidades e acertos, continha alguns pontos a sublinhar.

A justificativa veio como a concretização de uma incerteza que eu enquanto professora, já sentia. A avaliação se referia à falta de conteúdos matemáticos. Embora tenha sido bem executado e apresentado, o projeto poderia ter explorado mais significativamente a Matemática propriamente dita. Essa crítica serviu como um alerta, visto que durante o trabalho em sala de aula, embora sempre fosse utilizada a linguagem e algumas definições matemáticas, percebia que os estudantes estavam mais interessados na confecção da figura e que mesmo utilizando a Matemática na prática, esses conceitos não ficaram claros a ponto de serem consolidados naquelas atividades.

⁶A Feira Nacional de Matemática (FNMat) foi criada com os mesmos objetivos das tradicionais Feiras Catarinenses e das Feiras Baianas de Matemática. São esses: promover o intercâmbio de experiências exitosas no ensino da Matemática dos diversos estados participantes; diminuir a aversão à Matemática; proporcionar maior integração entre a Matemática e as demais disciplinas e inovar metodologia para o ensino de Matemática. A primeira edição da Feira Nacional ocorreu em 2010 (I FNMat) e desde então tem beneficiado professores da área de Matemática e engajado estudantes de escolas públicas e privadas da Educação Básica e do Ensino Superior. (SBEM, 2018).

Assenti que programar atividades diferenciadas através do desenvolvimento de projetos para ensinar Matemática era muito válido, se relacionado ao envolvimento, participação e interesse dos estudantes. Porém não bastava realizar uma atividade em que os estudantes se interessassem apenas pelo manuseio e reprodução de materiais, mas que, além disso, houvesse a compreensão significativa da Matemática existente por trás das atividades desenvolvidas.

A partir desse momento, percebi que esse ambiente de trabalho poderia ser produtivo, desde que fosse concebido seguindo objetivos e critérios de planejamento e desenvolvimento.

Ainda sobre a participação na Feira Nacional, durante a visita a outros trabalhos que estavam sendo apresentados, percebi que muitos deles possuíam algo em comum. Independentemente do tema, o trabalho era direcionado ao estudo da Matemática envolvida por trás de um determinado assunto.

Os temas eram bem diversificados: desde temas transversais como meio ambiente e doenças epidemiológicas, a assuntos específicos que faziam parte do cotidiano dos estudantes como zoológico e tribo indígena. Esses temas me interessaram por serem assuntos que aproximavam o estudante da sua realidade, e, pensando em minha cidade e na realidade dos meus alunos, já comecei a ter ideias de possíveis temas para serem trabalhados em projetos futuros.

Nos anos seguintes, continuei desenvolvendo projetos seguindo os mesmos objetivos de participação em Feiras. Assim, foram desenvolvidos projetos de exploração e investigação, cujos temas foram “O desperdício de alimentos” e “Construção de telhados”.

A partir do meu ingresso, em 2016, no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT senti-me motivada em aprofundar meus conhecimentos nesse âmbito de projetos. Dessa forma, decidi pesquisar outras maneiras de ensinar e aprender Matemática, descobrindo na Modelagem Matemática algumas possibilidades.

Ao estudar essa nova prática, que para mim era até o momento, desconhecida, me deparei com uma infinidade de encaminhamentos possíveis para tal atividade. Assim, me interessei pela definição geral, que para mim era por si só, suficiente: a Modelagem Matemática consistia em estudar matematicamente um tema da vida real.

2.5 “O que eu faço é Modelagem?”

A partir do meu interesse com a síntese do processo, decidi obter melhores informações relacionadas à Modelagem. Foi possível obter algumas respostas em publicações de autores como Barbosa que explicitava que:

No Brasil, Modelagem está ligada à noção de trabalho de projeto. Trata-se em dividir os alunos em grupos, os quais devem eleger temas de interesse para serem investigados por meio da Matemática, contando com o acompanhamento do professor. (BARBOSA, 2001, p.1).

Nesse artigo, Barbosa descreve várias atividades de Modelagem e declara que a Modelagem trata-se de um ambiente que possibilita aos alunos indagarem situações por meio da Matemática sem mecanismos fixados antecipadamente e com diversas possibilidades de encaminhamento.

As atividades desenvolvidas nesse ambiente de modelagem iam ao encontro de algumas publicações analisadas. Burak (2004) explica que

a Modelagem ensina, ainda de forma natural e indissociável, o ensino e a pesquisa, pois ao trabalhar com temas diversos, de livre escolha do grupo ou dos grupos, favorece a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar naquela realidade. Não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade que não se conhece. Assim, ao trabalhar um tema, procura-se conhecer as várias dimensões ou aspectos envolvidos que compõem essa realidade. (BURAK, 2004, p.5).

Minha intenção também ia ao encontro de vários relatos sobre esse ambiente de ensino e aprendizagem. Dos quais cito Rocha e Araújo (2012), que ao se referirem às atividades relacionadas a essa metodologia, argumentam que:

o objetivo não é simplesmente desenvolver habilidades de cálculos matemáticos, mas, também, de promover a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a Matemática serve como suporte tecnológico. (ROCHA; ARAÚJO, 2012, p.4).

Passei a perceber que, assim como a palavra modelo, modelagem poderia ser entendida de várias maneiras. Possuía significados de acordo com a concepção adotada e com o ambiente em que se encontrasse. Nesse sentido, Ripardo *et al* (2009) discursam que:

A nosso ver, isso não se caracteriza como ponto negativo e sim como ganho em termos de pesquisa, pois proporciona liberdade para cada professor, juntamente com seus alunos, desenvolverem seus próprios projetos de modelagem de acordo com suas realidades socioeconômicas dentro da organização espaço-tempo das escolas e, principalmente adequando à estrutura cognitiva dos estudantes. (RIPARDO; OLIVEIRA; SILVA, 2009, p.97).

Um desses significados estava em consonância com minha prática: tratava-se de uma alternativa didática para se trabalhar conceitos matemáticos mediante temas escolhidos pelos próprios estudantes ou pelo professor, com a concordância dos envolvidos.

Foram pesquisados e analisados diversos trabalhos desenvolvidos no âmbito da Educação Básica, quando a Modelagem é adotada com a intenção focada no ensino e na aprendizagem da Matemática. Dentre os quais se destacam dois relatos, por estarem em consonância com a concepção de Modelagem aqui assumida:

- Burak e Klüber (2011) apresentam um relato que tem como base o tema “Indústria Cerâmica”, onde apresentam possíveis encaminhamentos para o desenvolvimento da Modelagem, especialmente no Ensino Fundamental. O trabalho se inicia com a pesquisa exploratória, através de visitas a órgãos da prefeitura, biblioteca e uma indústria relacionada à atividade. São coletadas diversas informações e levantados vários questionamentos e hipóteses relacionados ao tema. Diante das questões expostas, escolhe-se uma como problema principal: Qual o potencial de crescimento físico da indústria? Com base nesse

problema, os autores elaboram possíveis encaminhamentos para o desenvolvimento da Modelagem. Segundo eles, para resolver esse problema, podem ser elaboradas novas questões a serem investigadas, relacionadas às medidas do terreno ocupado pela indústria visitada. Na sequência, analisa-se a planta baixa do terreno, onde é possível estudar as medidas e trabalhar conceitos de geometria plana, como polígonos, perímetro e áreas. Generalizando as medidas, podem-se obter expressões que representam o perímetro e/ou a área de figuras planas como o triângulo e o retângulo, e, a partir daí, encontrar expressões matemáticas que expressem as áreas de outras figuras geométricas como o losango e o trapézio. Assim, o trabalho com as expressões possibilita responder à questão principal escolhida. Por fim, os autores fazem a seguinte análise:

Em relação ao desenvolvimento do conteúdo e da expressão ou expressões encontradas, percebe-se a possibilidade que elas oferecem, do ponto de vista de sua aprendizagem, de generalização de situações, de retomada de conceitos e construção de novos conceitos, Além disso, permite analisar a situação estudada sob várias perspectivas, sendo elas matemáticas ou não. (BURAK; KLUBER, 2011, p.62).

- Caldeira, Silveira e Magnus (2011), descrevem um trabalho realizado em uma classe de 9º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública. O tema, escolhido pelos alunos, foi denominado “Lazer” e posteriormente, delimitado para “Acesso à internet para os alunos da escola”. Após conversas e hipóteses levantadas a respeito do tema, os trabalhos foram direcionados para os custos de implantação e manutenção de uma sala de computadores conectados à internet. Os alunos fizeram um levantamento dos custos de equipamentos e serviços necessários para a implantação de uma sala de informática na escola. O trabalho se desenvolveu a partir de análises dos custos coletados, por meio de diversos cálculos, conjecturas e elaboração de sentenças matemáticas que representassem o custo adequado para cada situação levantada. Ao término do trabalho, a professora buscou sistematizar o conteúdo de Funções polinomiais do 1º grau, que estava previsto no programa. Os autores relataram todo o processo, evidenciando pontos positivos e alguns obstáculos encontrados. Por fim, consideraram que embora tenham enfrentado problemas de desinteresse de alunos, a utilização da metodologia proporcionou, muito mais que apenas a elaboração e validação de modelos matemáticos, o questionamento da realidade, onde os alunos

[...] tiveram a oportunidade de problematizar uma limitação que sofrem na sua realidade. [...] trabalhos, como esse, feitos com mais frequência, questionando outros elementos inseridos no dia a dia dos alunos, podem efetivar na formação política dos meninos e meninas presentes nesse ambiente de aprendizagem. (BURAK; KLUBER, 2011, p.79).

A partir do momento em que possibilitamos ao estudante a construção de significados com relação à Matemática que se deseja ensinar, produzimos uma reflexão que fica para sempre com o estudante. Este é um tipo de síntese. O modelo produzido é um modelo de apreensão da realidade objetiva e subjetiva. O estudante cria uma estrutura nova de pensamento sobre

a Matemática e com a Matemática. Sobre a Matemática, à medida que ele consegue entender que ela está presente em determinado contexto do mundo real. Com a Matemática, à medida que ele aprende a lidar com a Matemática que surge no contexto das situações controladas pelo professor.

Acredito que aprendemos através da mediação entre os conhecimentos espontâneo e científico. A cada nova situação, acrescenta-se novas descobertas, mesmo que seja interpretada no nível local do pensamento.

Assim, mais confiante em relação às possibilidades proporcionadas pela Modelagem, me senti motivada a continuar desenvolvendo trabalhos de acordo com esse ambiente de aprendizagem.

3 CAPÍTULO III - MODELAGEM MATEMÁTICA

“Aquilo que escuto eu esqueço, Aquilo que vejo eu lembro, Aquilo que faço eu aprendo.” Confúcio

Este capítulo aborda as características, definições, concepções e desafios da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica na Educação. Expõe aspectos importantes quando esta é adotada como metodologia. Descreve o conceito de modelo, necessário para a compreensão das diferentes perspectivas existentes nesse ambiente.

3.1 Características e definições

A Modelagem Matemática surgiu no Brasil nos anos de 1970. Segundo Biembengut (2006), registram-se três pessoas, consideradas elementares para a implantação e a consolidação da Modelagem Matemática no ensino brasileiro. São eles:

Aristides Camargos Barreto, entusiasta em modelar matematicamente músicas, utilizou-se da modelagem em suas aulas na graduação da PUC-Rio de Janeiro-RJ desde a década de 1970; Ubiratan D’ Ambrosio, representante brasileiro na comunidade internacional de Educação Matemática, nas décadas de 1970 e 1980 promoveu cursos e coordenou projetos na Universidade de Campinas (SP) - UNICAMP que impulsionaram a formação de grupos em matemática aplicada, biomatemática e em modelagem e Rodney Carlos Bassanezi, que além de atuar nesses cursos e projetos da UNICAMP, tornou-se o principal disseminador da modelagem matemática pois, ao adotá-la em suas práticas de sala aula (graduação, pós-graduação lato e stricto sensu e cursos de formação continuada) conquistou número significativo de adeptos por todo o Brasil. (CREMM, 2006).

De acordo com Biembengut (2016, p.161) “questões advindas de estudantes acerca da serventia da Matemática, impulsionaram estes professores.”. Graças a esses precursores da Modelagem na Educação, discussões sobre como os modelos matemáticos são aplicados e como a Modelagem poderia contribuir com o processo de ensino, permitiram emergir a área de pesquisa de Modelagem Matemática no ensino brasileiro, buscando-se novos processos para desenvolver a Matemática no ensino dos mais diversos níveis.

A Modelagem Matemática passa a ser estudada com maior ênfase a partir da década de 80, apresentando a Matemática como uma ferramenta de ensino e aprendizagem mais próxima do contexto social, cultural, econômico e político. Vem como uma contribuição para a construção e aplicação de conteúdos matemáticos de maneira mais significativa em sala de aula.

Vale ressaltar que a princípio, a Modelagem possuía um fim em si mesma, voltada para uma Matemática que podia ser aplicada para resolver problemas. Na Educação Matemática, a Modelagem suscita outros aspectos e sofre adaptações ao ser adotada como metodologia no ambiente escolar.

Nesta direção, a Modelagem Matemática passa a ser vista como uma tendência no ensino de Matemática dado seu potencial facilitador de cenários para investigação⁷ que possibilitem a construção e aplicação dos conteúdos matemáticos.

Desde então, a Modelagem Matemática encontrou formas variadas de aproveitamento em sala de aula e são refletidas a partir das experiências vividas pelos seus adeptos que, por sua vez dão características e concepções diversas na aplicação da Modelagem.

São muitas as definições sobre Modelagem. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) expõem que alguns autores a denominam “metodologia”, outros como “ambiente de aprendizagem”, e defende a ideia de que a Modelagem se enquadra em uma concepção de “educar matematicamente”. Jacobini (2004, p.213) considera “a Modelagem como instrumento de ação política e social na aula de Matemática”.

Segundo Bassanezi (2002) é a arte de transferir situações reais em problemas matemáticos e resolvê-los assimilando suas soluções na linguagem do mundo real. Para a autora Biembengut (2016, p.98), “Modelagem Matemática é um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria Matemática”.

Barbosa (2013, p.3) delimita o que pode ser um ambiente de Modelagem: “ter referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e ser um problema para os alunos.”

Vale ressaltar que esse ambiente de aprendizagem em que os alunos se defrontam com um problema para ser resolvido, não é exclusivo da Modelagem. Essa particularidade também é verificada em outras propostas e cenários transformadores, como na metodologia de Resolução de Problemas. No entanto, “o uso de situações do cotidiano, do mundo do trabalho e das ciências é uma linha de corte que estabelece a especificidade da Modelagem Matemática em relação a outros ambientes inovadores.” (BARBOSA, 2013, p.3).

Burak (2004) afirma que na sua forma usual, o processo de ensino é provocado pelo professor, enquanto que na Modelagem Matemática, o processo é compartilhado com o grupo de alunos, pois o interesse pelo assunto gera a motivação. Segundo ele,

o fato de o grupo compartilhar o processo de ensino, isto é, escolher aquilo que gostaria de estudar, ter a oportunidade de se manifestar, de discutir e propor, desenvolve o interesse de cada grupo e dos grupos, proporcionando maior interação no processo de ensino e de aprendizagem, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado. (BURAK, 2004, p.2).

Frente a esse perfil investigativo, a Modelagem apresenta algumas competências que permitem aos estudantes desenvolverem uma aprendizagem que possua significado. Dentre as alegações favoráveis à sua utilização no ensino, Barbosa (2001) defende que em sua concepção

⁷Skovsmose caracteriza um “cenário para investigação” como sendo um ambiente que pode ser uma base para um trabalho de investigação. E acrescenta que “quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo.”. (SKOVSMOSE, 2000, p.6).

de Modelagem os alunos são estimulados a investigarem situações de outras áreas por meio da Matemática.

Diante desse quadro, vale mencionar que o programa e o currículo pré-estabelecido não são suficientes para uma nova formulação de ensino da Matemática pela Modelagem, pois é importante que as atividades nessa perspectiva, alcancem outros ambientes, além da sala de aula.

Trata-se de fazer com que o tempo de aula não esteja confinado aos 45 minutos de cada aula e que saúde, meio ambiente, esportes, ética, cidadania, sexualidade, transportes, internet, ciência, tecnologia e sociedade sejam assuntos de discussão também nas aulas de Matemática. (CALDEIRA, 2015, p.59).

Nesse ambiente, o conhecimento matemático deixa de ser visto como uma ideia pronta, encerrada e distante da realidade. Contrariamente, passa a ser visto como um saber funcional, pertinente e dinâmico. Trata-se de uma metodologia de ensino que abrange a pesquisa e a discussão de problemas que se relacionam à realidade dos alunos. Fiorentini (1995, p.26) alerta que “o aluno terá uma aprendizagem mais significativa e efetiva da Matemática se esta estiver relacionada ao seu cotidiano e à sua cultura”.

É habitual ver as pessoas expressarem sua indignação e descontentamento pela abstração Matemática. Por não perceberem sua relação com a realidade, acabam desencadeando dificuldades ou até mesmo o desgosto por essa disciplina.

Uma possível solução para aumentar o interesse e o envolvimento das pessoas e dos alunos em particular, seria interpelar a relação entre Matemática e a realidade nas aulas de Matemática, que mostra intrínseca ligação com a Modelagem Matemática. Skovsmose (2000, p.19) concorda que “referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a Matemática pode estar operando enquanto parte de nossa sociedade.”.

Ao questionar de que maneira a Modelagem Matemática pode se articular de modo a contribuir no processo de aprendizagem da Matemática, é notável que as possibilidades de ações docentes nessa perspectiva podem contribuir para a absorção de conteúdos através da exploração e investigação de problemas do cotidiano. Barbosa (2013) acredita que a Modelagem proporciona uma boa oportunidade para recordar e estender a compreensão de temas estudados anteriormente pelos alunos. Além disso, o professor pode beneficiar-se do ambiente para introduzir ou formalizar novos conceitos.

Acredita-se que o sucesso no processo de construção e troca de conhecimento, depende por parte do educador, de vontade, dedicação e preparo. É comum os estudantes receberem as situações sempre prontas. No ambiente da Modelagem, os alunos se tornam os principais responsáveis em conjecturar e analisar questionamentos. Nesse contexto, Skovsmose (2000, p.19) enfatiza “[...] a importância de estabelecer as intenções dos alunos como os elementos que dirigem o processo de aprendizagem. Um sujeito crítico tem que ser um sujeito que age.”.

Com o intuito de esclarecer como se dão os resultados das ações nesse ambiente, a seguir será explicitada a ideia de modelo, importante conceito na utilização da Modelagem.

3.2 O conceito de modelo

Alguns autores adotam a Modelagem Matemática como metodologia que visa a construção de Modelos Matemáticos como resultado final do processo. Biembengut (2016, p.23) sublinha que “modelagem é o processo envolvido na feitura de um modelo” e complementa que

as ideias geradas pela literatura sobre cognição e modelo levam-nos a considerar modelo como uma representação; que pode ser por meio de desenho ou imagem, projeto, esquema, gráfico, mapa, lei matemática, entre outras formas. Isto é, modelo é um conjunto de símbolos arbitrários, os quais interagem e/ou cooperam e atuam entre si representando alguma coisa. (BIEMBENGUT, 2016, p.84).

Um modelo matemático se dispõe de fórmulas matemáticas ou equações para representar relações, circunstâncias ou procedimentos. Segundo Sodré (2007, p.4) “consiste em um conjunto de equações que representam de uma forma quantitativa, as hipóteses que foram usadas na construção do modelo, as quais se apoiam sobre o sistema real”.

Biembengut (2016, p.88) define que “o modelo é entendido, em geral, como meio para representar algo, tomar decisões ou ser utilizado heurísticamente para conhecer melhor sobre a situação-problema.” e “será considerado válido se expressar a situação-problema, fenômeno ou ente modelado e, assim, nos permitir entender, prever, influenciar, saber e agir sobre esse ente.” (BIEMBENGUT, 2016, p.109).

Em consonância com a perspectiva de Modelagem adotada nesse trabalho, Burak (2010) consente que no âmbito da Educação Básica, o trabalho com os modelos matemáticos, não representa prioridade, visto que a maioria dos conteúdos trabalhados, nesse nível de escolaridade, vale-se de modelos já concluídos: funções, equações do primeiro ou segundo grau, fórmulas das áreas das superfícies das figuras planas, volumes de figuras espaciais, dentre muitos outros.

Burak (2010) defende ainda, que o modelo pode ser entendido como uma representação, e envolve além dos modelos matemáticos, outros resultados, que mesmo não sendo modelos que informam antecipadamente o que poderá ocorrer num momento futuro, concedem, na maioria dos casos, a tomada de decisão.

Neste trabalho, a tomada de decisão é entendida como uma das habilidades adquiridas pelo estudante de se posicionar diante da situação investigada, após conhecer e se aprofundar no assunto da pesquisa. Significa, portanto, que sendo ou não capazes de desenvolver profundas reflexões matemáticas no contexto em que está inserido, o importante é que os estudantes desenvolvam competências e utilizem o conhecimento adquirido para compreender algo que facilite sua atuação reflexiva na sociedade.

3.3 Algumas perspectivas sobre o conceito de Modelagem Matemática

Existem indicativos que apontam diferentes perspectivas sobre essa estratégia pedagógica na Educação Matemática. Caldeira (2015, p.54) enfatiza “a saudável falta de consenso

com relação a caracterizar a Modelagem Matemática”. No entanto, observa-se que diversos autores, mesmo mantendo algo em comum e conceituando o cotidiano, o mundo real, como imprescindível nesse ambiente, possuem pontos de vista próprios relacionados a ela.

Klüber ao analisar os trabalhos de Modelagem Matemática, a partir dos publicados na V Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática – CNMEM⁸ menciona a existência de indícios de que não há um único estilo de pensamento referente à Modelagem, mas aparecem pelo menos três distintos estilos:

- 1) a Modelagem Matemática entendida como um ambiente de aprendizagem; 2) a Modelagem Matemática como metodologia que visa a construção de Modelos Matemáticos; e 3) a Modelagem Matemática como Metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no Modelo Matemático. (KLÜBER, 2009, p.231).

Caldeira (2009, p.45) comenta que, como método de ensino e aprendizagem, o que a Modelagem Matemática faz, “sustentada pela epistemologia sujeito-objeto, é dar entendimento quantitativo a problemas da realidade do estudante, buscando significados nas experiências do cotidiano.”

Destacamos que a adoção do trabalho com a Modelagem pode não ser um processo simples. É necessário que haja uma boa base matemática, para organizar as hipóteses que possibilitarão uma melhor compreensão quantitativa do fenômeno estudado, a fim de obter respostas e conseqüentemente, algum modelo. Sodré (2007) reitera que Modelagem não é uma ferramenta que resolve todos os problemas e aplicá-la de forma desorganizada poderá levar o pesquisador à frustração e desilusão, tendo uma imagem ruim da mesma. E declara que:

Muitos pesquisadores usam a modelagem como uma novidade, pensando que se trata de uma nova ferramenta matemática, o que não é o caso, pois modelagem nada mais é do que um teste de hipóteses quantitativo que tem sido usado com sucesso há muitas centenas de anos na Matemática e nas ciências. O que tem de novo é que está ocorrendo um uso intenso deste método em sistemas reais, ao contrário da abordagem tradicional. (SODRÉ, 2007, p.5).

Em contrapartida, Barbosa (2001) analisa as concepções da Modelagem e expõe que o que acontece na prática com a Modelagem em sala de aula, com base na dinâmica do trabalho e na natureza das discussões matemáticas, muitas vezes difere da perspectiva teórica, dentro do esperado pelos modeladores profissionais, matemáticos puros ou aplicados. Cita exemplos de trabalhos produtivos que foram realizados sem a criação de um modelo devidamente declarado. E que às vezes não são construídos, mas utilizados modelos já conhecidos, como uma fórmula específica de algum conteúdo matemático.

No contexto a que se refere este trabalho, foi especialmente adotada a perspectiva de Barbosa que relata:

⁸A CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática é um evento de âmbito nacional, cuja décima edição ocorreu em 2017. Esse evento é destinado à discussão e divulgação da Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino a partir da apresentação de trabalhos, de palestras, de grupos de trabalhos e minicursos.

Esta natureza “aberta” que sustentamos para as atividades de Modelagem nos impossibilita de garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos. Somente a análise dos caminhos seguidos na resolução pode nos falar sobre sua ocorrência; eles podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático. (BARBOSA, 2001, p.5).

Na perspectiva de Barbosa (2001), a Modelagem pode ser entendida como uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da Matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Ressalta que os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. Acredita que o mais importante é o processo, as interações sociais e matemáticas que ocorrem durante o trabalho.

A prática da Modelagem, além de oportunizar a revisão e expansão de temas matemáticos já vistos anteriormente pelos estudantes, pode oferecer a possibilidade de formalização ou introdução de novos conteúdos matemáticos. Entretanto, por se tratar de um ambiente dinâmico, investigativo e imprevisível, Barbosa (2013, p.8) declara, em relação à introdução desses novos conteúdos, que é “difícil prever quais serão eles, isso depende justamente das resoluções produzidas pelos alunos”. Assim,

as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem Matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a Matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. (BARBOSA, 2001, p.4).

Essa perspectiva de Modelagem Matemática na Educação tem despertado o interesse de professores, visto que “muitos dos trabalhos realizados em âmbito acadêmico não conseguem, na maioria das vezes, alcançar o dia-a-dia das salas de aulas.” (KLÜBER; BURAK, 2008, p.2). Em consentimento, Burak (2010, p.19) esclarece que “as experiências verdadeiramente significativas no âmbito da sala de aula são deixadas de lado”, sendo essa uma condição que contribui negativamente para a promoção do ensino da Matemática e na educação de um cidadão do século XXI.

Esta maneira qualitativa de contemplar a Matemática pode oportunizar, através da investigação e exploração, a prática do estudante na busca por informações e no desenvolvimento da sua independência para atuar nas situações novas e desafiadoras. À medida que se esforça para reunir, apurar e estruturar os dados coletados através da pesquisa, o estudante desenvolve habilidades que podem contribuir não apenas para a sua vida estudantil, como também para a sua vida fora do ambiente escolar.

Barbosa (2013) enfatiza que no cenário de Modelagem, professor e aluno podem encaminhar-se para vários outros ambientes. E ressalta que os alunos são capazes de produzir, pelo menos três tipos de discussões:

1) Matemáticas – referem-se a ideias, conceitos e algoritmos matemáticos; 2) Técnicas – referem-se à representação da situação-problema em termos matemáticos; 3) Reflexivas – referem-se à relação entre os critérios utilizados na construção de um modelo matemático e seus resultados. (BARBOSA, 2013, p.9).

Caldeira (2009) ressalta que o estudante envolvido nesse ambiente não constrói sozinho o seu próprio conhecimento matemático quando precisa de alguma ferramenta matemática para interpretar a sua realidade, mas sim utiliza exclusivamente as regras e conteúdos que já foram estudados geralmente em sala de aula a partir do planejamento e abordagem do professor. Nesse contexto, Skovsmose alerta que não considera

a ideia de abandonar por completo os exercícios da Educação Matemática. [...] É importante que os alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem. A rota “ótima” não pode ser determinada apressadamente, mas tem que ser decidida pelos alunos e pelo professor. (SKOVSMOSE, 2000, p.14).

Neste trabalho, não se afirma estar em desacordo com o ensino baseado em regras, fórmulas e exercícios tradicionais. Esses são importantes, mas o uso da Modelagem e da Resolução de Problemas os deixam, honestamente, em segundo plano. O que se defende é que os conhecimentos matemáticos sejam construídos de maneira conveniente, produtiva e significativa para o estudante.

3.4 Modelagem Matemática e Projetos

Ripardo, Oliveira e Silva (2009) explicam que a pedagogia de projetos tem estado cada vez mais presente nas ações de ensino dos professores, devido aos efeitos satisfatórios que tem alcançado. Relata que há maior produtividade nos resultados ao se solucionar um problema, em comparação às simples atividades rotineiras. E descreve que um projeto de trabalho envolve complexidade e resolução de problemas, provoca análises, facilita a interpretação e o posicionamento por parte dos alunos, além de exigir o envolvimento e responsabilidades destes.

Para Skovsmose (2000, p.1) “em geral, o trabalho de projeto está localizado num ambiente de aprendizagem que difere do paradigma do exercício. É um ambiente que oferece recursos para fazer investigações.”

No Brasil, no âmbito da Educação Matemática, as atividades investigativas baseadas em projetos, são muitas vezes, relacionadas à utilização da Modelagem na sala de aula. Para Ripardo, Oliveira e Silva:

Certo conteúdo de Matemática pode ser trabalhado por meio de um projeto de trabalho ou por meio de modelagem. A modelagem pode ser feita por meio de um projeto de trabalho se a obtenção do modelo matemático for o objetivo maior do trabalho, mas também pode ser apenas uma das etapas do projeto de trabalho se este for concebido como uma atividade que queira obter outros produtos que não sejam exclusivamente o modelo matemático. (RIPARDO; OLIVEIRA; SILVA, 2009, p.106).

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) descrevem como características de um projeto: a existência de um objetivo, o desejo e o interesse daqueles que vão desenvolvê-lo, a possibilidade de descoberta de algo novo, a pertinência, a existência de diversidade, o não engrandecimento acentuado dos fins a serem alcançados, dentre outros. Os projetos possibilitam que questões relacionadas a diferentes áreas do conhecimento sejam investigadas. Relacionam a Modelagem à Pedagogia de Projetos, visto que ambos requerem estudo, reflexão e tomada de decisão, além de atividades de resolução de problemas. Ressaltam que “assim como na utilização de projetos em sala de aula, também não existem certezas na Modelagem.”. E esclarecem:

Para nós, fazer Modelagem baseia-se em três passos principais: o da formulação do problema, o do estudo de uma resolução e o da avaliação [...]. E esses passos podem estar inseridos no desenvolvimento dos projetos. Assim, quando o “fazer” Modelagem se torna parte de um projeto, podemos dizer que são feitos Projetos de Modelagem. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.113).

Essa associação entre a Modelagem e os Projetos, vem do fato de que em ambos, o estudante é o personagem principal nos métodos, sendo o principal responsável no processo de construção de novos conhecimentos.

Concorda-se que mesmo havendo interação entre professor e aluno, pode acontecer que os resultados finais se encaminhem para modelos não definidos. Esse fato não caracteriza a ineficácia do método, visto que o objetivo principal ao executar a prática de Projetos de Modelagem, é levar o estudante a relacionar a Matemática à situações do cotidiano, agregando assim, conhecimentos em outras áreas.

Jacobini (2004) considera a linha sócio-crítica de Modelagem e julga coerente incorporar a prática educativa da Modelagem que favoreçam investigações e reflexões ao trabalho com projetos. E também caracteriza essa metodologia como Projetos de Modelagem.

Essa relação está em consonância à concepção de Modelagem adotada neste trabalho. Portanto, a partir desse momento, as atividades executadas no âmbito da Modelagem poderão ser definidas como *Projetos de Modelagem*.

3.5 Modelagem Matemática: etapas metodológicas

Barbosa (2001) sustenta a segmentação da Modelagem em sala de aula em três casos distintos, relacionados aos níveis de exigência cognitiva e participação dos envolvidos. Esses casos são resumidos na Figura 3.

Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. Caso 3. A partir de temas não matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. (BARBOSA, 2001, p.8).

Figura 3 – Casos de Modelagem definidos por Barbosa

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta das informações	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: (Barbosa, 2004)

É interessante salientar que nos três casos citados acima, o professor possui um importante papel, sendo mediador⁹ em todas as etapas do processo, porém com atuações diferentes. Trata-se de uma estratégia de ensino e aprendizagem exploratória, onde o professor deve evitar começar introduzindo todas as informações.

Em conformidade com o caso escolhido e da maneira como a proposta é conduzida pelo professor, existe o risco dos alunos se sentirem imprecisos e sem uma percepção clara do que poderão ter compreendido. Cabe a ele (professor) se atentar aos momentos que exigem debates, reflexão, verificação e avaliação crítica das atividades realizadas.

Ponte (2005) admite que não é tanto a partir das atividades práticas que os alunos aprendem. A aprendizagem resulta, sobretudo, da reflexão empreendida pelo aluno a propósito da atividade que realizou.

A seleção do caso pelo professor deve ser baseada no conhecimento que possui da turma, verificando as possibilidades e obedecendo as limitações do cenário onde está atuando. Dependendo do perfil da turma, pode-se perceber a impossibilidade de implementação do caso 3, por exemplo, que exige maior dedicação e autonomia por parte dos estudantes. Diante disso, o professor pode optar por implementar o caso 1, averiguar o desenvolvimento das etapas do processo e ir evoluindo gradativamente.

Para fins de encaminhamentos do trabalho na sala de aula, Burak (2004, 2010) descreve cinco etapas no desenvolvimento da Modelagem Matemática:

- 1. Escolha do tema;
- 2. Pesquisa exploratória;
- 3. Levantamento do(s) problema(s);
- 4. Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- 5. Análise crítica da(s) solução (es).

⁹Segundo Vygotsky (1993) o desenvolvimento humano se dá nas trocas entre parceiros sociais, através de processos de interação e mediação. Mediação, em termos gerais, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação, onde esta deixa de ser direta e passa a acontecer por intermédio de um agente mediador; e sustenta que a relação do homem com o meio em que vive não é uma relação direta, mas sim uma relação mediada.

Vale ressaltar, que não se trata de etapas definidas a rigor. Segundo Burak (2010) elas apresentam o resultado dos encaminhamentos de diversos trabalhos realizados e podem sofrer alterações, podendo até mesmo apresentar diferentes encaminhamentos em comparação às etapas mais clássicas do trabalho da Modelagem, onde se prioriza a construção e validação do modelo.

A seguir, essas etapas são discutidas, apoiando-se nas ideias de Burak (2004), com o intuito de evidenciar a conciliação com a perspectiva de Modelagem em Educação Matemática adotada neste trabalho.

“*Escolha do tema*” - A escolha do tema constitui-se como ponto de partida para o trabalho com Modelagem e deve ser baseada no interesse do grupo ou dos grupos envolvidos em conjunto com o professor.

“Os temas surgem como curiosidade, uma situação problema ou, ainda, a partir de uma questão mais específica” (BURAK; KLUBER, 2016, p.6), e podem aparecer a partir de diferentes contextos: desde uma situação vivenciada na escola, em casa ou no bairro, até notícias obtidas através dos variados meios de comunicação.

Nesse sentido Jacobini esclarece que:

o importante no tema de trabalho é que ele seja do interesse de todos os que nele estão trabalhando, o que implica a possibilidade do grupo levantar vários temas para investigação. Cabe ao grupo decidir os procedimentos para a escolha do tema preferencial, e a eleição da preferência, após amplo debate, é uma alternativa envolvente e democrática. (JACOBINI, 2004, p.55).

Inicialmente, os temas “podem não ter nada de matemática e, muitas vezes os estudantes não têm muita noção do que querem realmente com o tema.” (BURAK, 2010, p.19). Esse fato pode causar certo receio por parte do professor, que de modo geral está destinado a seguir um programa proposto para aquela determinada série.

O professor, que atua como mediador em todo o processo, deve conduzir a conversa e instigar os estudantes a manifestarem sua opinião, visto que os alunos podem não estar habituados a problematizarem situações. Dessa forma, podem surgir diversos encaminhamentos e discussões, até que cheguem num consenso em relação ao tema a ser pesquisado.

“*Pesquisa exploratória*” - Essa etapa acontece de forma natural e constitui-se em uma fase significativa, pois contribui para a compreensão e aprofundamento das dimensões do tema escolhido. Neste momento do trabalho, os estudantes serão encaminhados para a procura de ambientes e materiais que possam fornecer informações para o que se deseja pesquisar. Essa etapa pode ser realizada individualmente ou em grupo, contemplar um trabalho de campo ou pesquisa bibliográfica, desde que ofereça o maior número de informações possíveis.

A organização das ideias é um passo importante para a coleta de dados. Para tal, os estudantes devem analisar a melhor forma de enunciar as questões a fim de obter respostas que satisfaçam seus objetivos em relação à pesquisa. Burak comenta que saber como organizar e tratar esses dados traduz-se em um importante valor formativo do estudante, possibilitando “a formação de um estudante mais atento, mais sensível às questões do seu objeto de estudo.” (BURAK, 2010, p.21).

De acordo com Jacobini (2004, p. 56), também nessa fase, o professor deve acompanhar o trabalho dos estudantes “intervindo quando necessário e quando solicitado, incentivando questionamentos, sugerindo certos caminhos, contribuindo com fontes de informação”. Além disso, deve ter cautela, mantendo-se moderadamente distante, para não intimidar os alunos em seus primeiros feitos, visto que quando o estudante está desenvolvendo a etapa da pesquisa, geralmente em grupo, podem surgir ricos questionamentos e discussões de maneira espontânea, situação que pode encorajá-lo a uma participação mais dinâmica e ativa.

“*Levantamento do(s) problema(s)*” - Na Modelagem, o conteúdo matemático a ser explorado é definido pelo(s) problema(s) levantado(s) a partir da pesquisa realizada na etapa anterior. É o momento em que se institui a ação matemática.

De acordo com Burak, na Modelagem Matemática os problemas¹⁰ revelam propriedades diferentes dos problemas retratados na maioria dos livros didáticos, pois decorrem da coleta dos dados, de natureza qualitativa ou quantitativa, resultantes da pesquisa exploratória e “são elaborados a partir dos dados coletados na pesquisa de campo; possuem, geralmente caráter genérico; estimulam a busca e a organização dos dados; favorecem à compreensão de uma determinada situação.” (BURAK, 2004, p.5).

As informações coletadas são apresentadas e analisadas em sala de aula, pelos grupos. Então, sempre com o auxílio do professor, os alunos são incentivados a formularem um ou vários problemas que possam contribuir para a compreensão do tema escolhido.

Nesse sentido, Burak (2010, p.22) relata que “o desenvolvimento da capacidade de articular os dados e formular problemas provindos da situação pesquisada se constitui em valor formativo e atitudinal de incomparável significado educativo.” E afirma que essa etapa,

constitui-se nos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e nas ciências sociais e humanas buscar as soluções que muitas vezes não são matemáticas, mas de atitudes e comportamento. (BURAK, 2010, p.22).

Barbosa (2013) atenta para a atitude do professor, que não deve guiar os alunos sobre como fazer, mas sim auxiliá-los a produzir os seus próprios caminhos, sem esquemas prévios. “Em outras palavras, a situação-problema deve ser um problema para os alunos.” (BARBOSA, 2013, p.2). O aluno se torna menos dependente, a partir do momento em que passa a ter liberdade para conjecturar, investigar, levantar hipóteses, fazer questionamentos, tomar decisões e porque não, errar. O erro passa a ser resultado de uma exploração verdadeira, gerado por um processo de pensamento e, portanto, deve ser valorizado.

“*Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema*” - Essa etapa pode ser entendida como a mais produtiva de todo o processo, quando se busca responder os problemas levantados com o auxílio de todas as ferramentas matemáticas disponíveis. “Na resolução de um problema ou de uma situação-problema, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado.” (BURAK, 2010, p.22). Esse é o momento onde se inicia a Matemática propriamente dita.

¹⁰Nesse trabalho assume-se que problema e situação problema são sinônimos.

Como consequência do método, poderá surgir a necessidade de alguns conceitos matemáticos que ainda não foram vistos pela turma, sendo responsabilidade do professor fazer as intervenções necessárias em seu planejamento. Assim, deve criar um ambiente propício à resolução do(s) problema(s), seja formulando conceitos ou indicando buscas no livro didático.

Nesse momento, é importante que os alunos tenham liberdade para encontrar os primeiros resultados de maneira simplificada e de maneira acessível. Posteriormente, o professor poderá se encarregar de sistematizar o conhecimento, através da formalização matemática da(s) resolução(es).

Através dessa maneira de resolução de problemas, com uma abordagem que difere da habitual adotada nos livros didáticos, o estudante passa a ter outra perspectiva da atividade. Nesse contexto, Burak discorre que:

a resolução de problemas ganha contornos e significados diferentes, a forma ou maneira usual de se resolver problemas: 1) os problemas são elaborados a partir dos dados coletados em campo; 2) prioriza a ação do estudante na elaboração; 3) parte sempre de uma situação contextualizada; 4) favorece a criatividade; 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; 6) favorece a tomada de decisão. (BURAK, 2010, p.22).

Assim, a Matemática passa a adquirir significado diante da(s) situação(es) problema investigada(s). Desenvolve-se, portanto, um caminho inverso do habitual, visto que o conteúdo passa a ser ensinado para atender às questões levantadas na pesquisa e no levantamento do(s) problema (s).

“*Análise crítica da(s) solução (es)*” - Essa etapa é considerada pela apreciação e avaliação de todas as questões e entendimentos ocorridos até então no desenvolvimento das atividades. Essa avaliação não se limita à criação de um modelo. Condizente com essa perspectiva, Burak e Klüber (2008) assumem que

não é necessariamente a análise de um modelo, mas dos conteúdos, dos seus significados e no que eles podem contribuir para a melhoria das ações e decisões enquanto pessoas integrantes da sociedade e da comunidade em que participam. (KLÜBER; BURAK, 2008, p.26).

Esse momento possibilita tanto a investigação de conhecimentos matemáticos, através da análise da adequação e coerência lógica da solução ou das soluções encontradas; quanto dos conhecimentos não matemáticos abrangidos no tema, pois são formadores de opiniões e de comportamentos. Além disso, é um momento favorável para o diálogo, troca de ideias e reflexões entre os grupos.

Nessa perspectiva, Burak considera que as ações originadas a partir das etapas descritas, são muito importantes no cenário educativo. E destaca que

as consequências das decisões tomadas, as relações, as repercussões em vários níveis dentre eles: individual, familiar, comunitário, as relações possíveis sob diversos enfoques, constitui o ponto forte dessa prática educativa, mediada pela Modelagem. (BURAK, 2010, p.24).

Acredita-se que essa perspectiva da Modelagem Matemática seja uma possibilidade para buscar sobrepor as práticas tradicionais que preconizam a memorização e a abstração. Sendo aplicada de acordo com todas essas etapas é uma poderosa ferramenta para estimular no estudante uma nova visão de ensino e aprendizagem e, por conseguinte, maior interesse pela Matemática.

A motivação em adotar a Modelagem Matemática está relacionada ao potencial conferido a ela como uma metodologia de ensino que valoriza uma postura de investigação e reflexão, capaz de contribuir com as novas demandas na Educação, onde se torna cada vez mais necessárias inovações que proporcionem conhecimento e atitudes positivas no estudante.

3.6 Limitações da Modelagem Matemática em sala de aula

Organizar um ambiente de aprendizagem por meio da Modelagem pode não ser tão simples e não se restringe às etapas apresentadas anteriormente.

A maneira como são enfocados os problemas por meio do ensino convencional, se difere da abordagem dada pela Modelagem. Barbosa (2013, p.9) destaca “possíveis limitações no contexto escolar para o desenvolvimento de ambientes como a Modelagem.” Embora sejam várias as alegações favoráveis à sua utilização no ensino, destacam-se alguns obstáculos a serem encarados para que a Modelagem possa ser utilizada em cursos regulares, tais como a adequação do professor a uma nova proposta de ensino, a exigência da mudança de postura dos estudantes e a conciliação de tempo, produtividade e o currículo proposto.

Na sequência, esses obstáculos são explicitados.

3.6.1 Adequação do professor a uma nova proposta de ensino

A adoção de uma nova abordagem de ensino pode trazer aos professores, a sensação de incômodo, uma vez que “envolve o abandono de posturas e conhecimentos oferecidos pela socialização docente e discente e a adoção de outros.” (BARBOSA, 2001, p.8).

Segundo Skovsmose (2000, p.15), “o movimento entre os diferentes ambientes possíveis de aprendizagem e a ênfase especial no cenário para investigação causarão um grau elevado de incerteza.[...] a incerteza não deve ser eliminada. O desafio é enfrentá-la.”

Na literatura é possível encontrar diversos estudos referentes à Modelagem Matemática. Ainda assim, segundo Almeida e Vertuan (2011, p.41), “perguntas como ‘O que eu faço é Modelagem Matemática?’ e ‘Como fazer Modelagem Matemática?’ ainda são latentes, especialmente no que se refere às práticas de Modelagem Matemática.”

Para aplicar essa metodologia, é necessário que o professor esteja disposto a pesquisar assuntos de outras áreas, investigar outros ambientes de interesse coletivo que sejam capazes de fornecer informações propícias à investigações matemáticas.

Biembengut atenta para o fato de que se aprende a modelar, modelando. “Não há como aprender modelagem sem fazer modelagem. Para aprender é preciso, antes de tudo, querer apreender.” (BIEMBENGUT, 2016, p.123). Conhecer as etapas de Modelagem e pesquisar ações

desenvolvidas nesse âmbito pode direcionar o trabalho do professor, possibilitando a distribuição das tarefas e apropriação das ações à realidade da turma.

Uma das principais preocupações do professor é encontrar situações de aprendizagem de natureza investigativa que constituam bons pontos de partida para o aprendizado de novos assuntos e, além disso, saber direcionar as tarefas que propõe. Por isso se mostram, muitas vezes, resistentes à adoção de novas práticas em sala de aula.

A essa sensação de incômodo que pode ser provocada nos professores, pode-se atribuir alguns motivos, dentre os quais é possível citar:

- a falta de preparo e suporte necessários para a criação de um ambiente que seja capaz de produzir a troca de informação e conhecimento;
- a falta de apoio da instituição de ensino, no sentido de se opor à tentativa de novas metodologias e práticas;
- a necessidade de tempo para planejar as atividades de Modelagem, devido à carga excessiva de horas de trabalho;
- a falta de interesse e a indisciplina dos alunos;
- a possível visão equivocada de enfraquecimento da figura do professor no ambiente de aprendizagem, uma vez que nesse ambiente, o professor possui participação fundamental como mediador de todo o processo, interagindo com os alunos por meio de indagações, comentários, colocação de questionamentos, deliberando sobre questões ou perpetrando posições;
- as dificuldades de deslocamento da turma para outros ambientes, visto que no ambiente de Modelagem, conforme Caldeira (2015, p.59), “faz-se necessário que os alunos e os professores ocupem outros espaços, como o pátio da escola, o bairro, a cidade, por exemplo.”.

Jacobini (2004) enfatiza que o professor que optar por essa metodologia, deve se conscientizar que a Modelagem Matemática se difere do ambiente previsível de uma aula tradicional e que enfrentará desafios a partir do momento em que se ingressar nesse âmbito que se caracteriza pela necessidade de questionamentos, pelo envolvimento constante com os alunos, pelas inevitáveis dúvidas e pela busca por descobertas. E atenta que geralmente o professor precisa atender os grupos em sala de aula ou no contraturno, sem uma preparação prévia, visto que as indagações surgem em função dos assuntos pesquisados, exigindo assim momentos de reflexão e atenção do mesmo. Além disso, os grupos atuam em ritmo e tempos diferentes, representando uma ameaça ao desenvolvimento harmônico da sequência de atividades planejadas.

3.6.2 A exigência da mudança de postura dos estudantes

Perante inovações como essas, os estudantes podem reagir negativamente, contrariando a maneira positiva esperada pelo professor. Diante de atividades que passam a exigir

investigação, os estudantes podem não se sentirem à vontade para problematizar uma situação, abordá-la no âmbito da Matemática e por fim chegar a um modelo ou entendimento satisfatórios à questão proposta.

Ponte (2014, p.15), observa que “as tarefas são usualmente (mas não necessariamente) propostas pelo professor, mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a atividades muito diversas (ou a nenhuma atividade).”.

Essa reação pode ser compreendida, visto que existe um costume e uma perspectiva invariável sobre como deve ser uma aula de Matemática: incansável utilização do livro didático, aulas explicativas, exercícios de introdução e exercícios de fixação seguidos da correção dos mesmos. Resumindo-se, muitas vezes, em um processo mecanizado e desprovido de investigação.

Sobre esse ambiente, Barbosa alerta que:

De um ponto de vista sociocrítico, interessa-nos que os alunos cheguem a produzir as discussões reflexivas; do contrário, a Modelagem pode ficar restrita aos argumentos da aprendizagem, da motivação e do desenvolvimento de habilidade de exploração dos alunos. (BARBOSA, 2013, p.9).

O ambiente de Modelagem exige uma mudança de postura dos estudantes, de passiva para ativa. Habitados a receberem as situações sempre prontas pelo professor e livro didático, os estudantes, quando colocados no centro do processo de ensino e aprendizagem, muitas vezes se mostram pouco confiantes, pouco interessados ou entusiasmados em relação à proposta de Modelagem.

Rocha e Araújo (2012) discorrem que os estudantes nem sempre se envolvem na realização de projetos de Modelagem Matemática, visto que alguns alunos podem se mostrar resistentes em resolver as atividades, perante a solicitação de tarefas incomuns à sistematização didática com a qual estão acostumados. Essa resistência pode se associar a questionamentos quanto à autenticidade das atividades, à falta de direcionamento específico por parte do professor, à manifestação de incapacidade de realização das tarefas fora do ambiente escolar e em horário extraclasse, dentre outros.

De fato, os estudantes estão radicados em uma metodologia de ensino que os conduzem basicamente como receptores, que devem aprender o conteúdo imposto/ensinado pelo professor. Mudanças nesse sentido podem não ser bem aceitas a princípio. Nesse contexto Jacobini (2004, p.199) comenta que “mesmo criticando tal modelo é difícil para o aluno romper com ele e aceitar, com naturalidade, outras propostas que não tratem exclusivamente de relações matemáticas”. E atribui essa falta de iniciativa dos estudantes “à sua insegurança em relação aos procedimentos a serem adotados [...] e ao seu desconhecimento dos caminhos que deveriam ser seguidos durante a realização do trabalho.” (JACOBINI, 2004, p.211).

3.6.3 Conciliação de tempo, produtividade e o currículo proposto

Essa maneira distinta de atividade pode causar preocupação entre os professores, já que muitas vezes é necessário conciliar as atividades de Modelagem ao programa definido para determinada série. Isso certamente indica um grande desafio a ser enfrentado e superado.

É importante salientar que, segundo Burak (2004), as Diretrizes Curriculares Nacionais, ao tratar do ensino da Matemática na Educação Básica, indicam possibilidades que provocam e desfazem essa maneira habitual de se relacionar com a referida disciplina e que essas possíveis e necessárias modificações consistem em uma mudança na concepção de Educação, de ensino e de aprendizagem.

Por possuir diversas possibilidades de encaminhamentos, não é possível determinar uma duração para uma atividade de Modelagem. Conforme afirmam Almeida e Vertuan (2011, p.26) “projetos prolongados que podem se estender por semanas, situações que podem ser investigadas em algumas aulas, ou mesmo situações-problema cuja solução é encontrada em uma única aula” podem integrar atividades de Modelagem Matemática. E argumentam que o cenário da Modelagem oferece diversas possibilidades para a introdução e condução das atividades.

Ponte (2005) atenta que as tarefas de longa duração podem ser enriquecedoras, possibilitando aprendizagens profundas e significativas, mas procedem um elevado risco dos estudantes se dispersarem pelo caminho, entrarem numa situação de difícil solução ou até mesmo desistirem da tarefa.

Apesar disso, em virtude do envolvimento dos estudantes em atividades novas e desafiadoras, a Modelagem, assim como outros métodos não habituais, pode ser agregada ao currículo, de forma que esse se torne mais diversificado e motivador. De acordo com Barbosa (2004), existem muitas discussões sobre os motivos para a inserção da Modelagem no currículo. E apresenta os principais argumentos: “motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática.” (BARBOSA, 2004, p.2).

Para desenvolver a Modelagem em suas aulas, cabe ao professor reconhecer as possibilidades no ambiente escolar, a escolha do caso em que deseja atuar, a condução do processo, o dimensionamento e os encaminhamentos da Modelagem que se está propondo. Nesse contexto, vale retomar a importância das “regiões de possibilidades”, os quais Barbosa (2004) caracteriza como “casos” descritos anteriormente na Figura 3.

Efetivamente o ambiente traz vários desafios. Considera-se que essa característica deve ser considerada positiva, pois se trata de oportunidade de se fazer diferente. Nesse sentido, Cortella (2016), atenta para uma frase famosa e comum: “os alunos de hoje em dia não são mais os mesmos”. De fato não são, por isso é tão importante e necessário que os professores também não sejam os mesmos e passem a adotar novas estratégias, metodologias e atitudes, ressaltando a importância de olhar a realidade, visto que a Educação lida com o futuro.

4 CAPÍTULO IV - A PESQUISA

Neste capítulo, procurou-se apresentar, discriminadamente, um Projeto de Modelagem desde a preparação à execução do trabalho, que foi desenvolvido com o intuito de vivenciar as ações ocorridas nesse ambiente de aprendizagem. Apresenta-se a metodologia adotada e a turma participante, analisada através de questionários aplicados à mesma. Conclui-se com algumas reflexões concernentes às experiências com Modelagem descritas.

4.1 Metodologia

No ano de 2018, ano em que se deu a proposta dessa pesquisa, um novo desafio foi lançado: a introdução de uma proposta de Modelagem em um ambiente diferente dos já praticados, que se tratavam geralmente até àquele momento, de grupos pequenos de participantes previamente interessados pela ideia do projeto.

Dessa vez, optou-se por fazer uma pesquisa de cunho qualitativo, enfocando as relações entre estudantes, estudante e professor, e estudante e ambiente de aprendizagem. Segundo Denzin e Lincoln (1994), a pesquisa qualitativa preocupa-se em dar sentido ou interpretar os fenômenos em termos dos significados que as pessoas trazem para elas. Para Godoy (1995, p.62), “A palavra escrita ocupa lugar de destaque nessa abordagem, desempenhando um papel fundamental tanto no processo de obtenção dos dados quanto na disseminação dos resultados.”.

A investigação de cunho qualitativo enfoca e trata os problemas sob outra ótica, dando lugar a uma concepção distinta de objetividade, a qual não é dada numericamente, mas em termos das trocas que se dão intersubjetivamente entre os sujeitos envolvidos no processo. (BURAK; KLUBER, 2016, p.5).

A pesquisa realizada também possui aspectos da metodologia participativa Pesquisa-ação. Conforme definição de Thiollent,

é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (THIOLLENT, 1986, p.14).

Em resumo a algumas das principais perspectivas da Pesquisa-ação, Thiollent (1986) considera que se trata de uma estratégia metodológica da pesquisa social na qual o objetivo da investigação consiste em solucionar ou, pelo menos, esclarecer os problemas da situação estudada. Os pesquisadores exercem um papel ativo no equacionamento dos problemas encontrados, no acompanhamento e na análise das ações desencadeadas em função dos problemas. Esse tipo de pesquisa não se limita a uma forma de ação, pois intenciona-se favorecer a ampliação do conhecimento ou do nível de consciência das pessoas e grupos. Admite que se trata de uma metodologia flexível, cujas ações devem ser adaptadas em função das circunstâncias e da dinâmica interna do grupo de pesquisadores na sua relação com a situação estudada. Thiollent declara que:

Em geral, a ideia de pesquisa-ação encontra um contexto favorável quando os pesquisadores não querem limitar suas investigações aos aspectos acadêmicos e burocráticos da maioria das pesquisas convencionais. Querem pesquisas nas quais as pessoas implicadas tenham algo a “dizer” e a “fazer”. Não se trata de simples levantamento de dados ou de relatórios a serem arquivados. Com a pesquisa-ação os pesquisadores pretendem desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados. (THIOLLENT, 1986, p.16).

Assim procedendo, através de uma investigação centrada nos registros e análises de todas as etapas do trabalho com Modelagem, o propósito passou a ser não apenas apresentar os resultados, mas sim compreendê-los. “Os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados ou produto.” (GODOY, 1995, p.63).

A implementação da nova proposta de Projeto de Modelagem ocorreu com 31 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, na Escola Estadual “Senador Simão da Cunha”, situada na cidade de Peçanha-MG.

Em relação ao nível de exigência cognitiva e participação dos envolvidos, foi adotado o caso 3 da Modelagem descrito por Barbosa (2001), onde o professor orienta os estudantes a escolherem um tema não matemático, coletarem informações sobre o mesmo, formularem problemas a serem resolvidos e resolverem tais problemas. Nesse caso, todas as etapas do processo são desenvolvidas por estudante e professor.

Para fins de encaminhamentos do trabalho em sala de aula, além das cinco etapas descritas por Burak (2004, 2010), já apresentadas no capítulo 3, optou-se por acrescentar outro procedimento: análises prévias. Com o propósito de caracterizar o perfil dos estudantes que compunham a turma selecionada para participar da experiência de criação de um Projeto de Modelagem, foi aplicado um questionário a partir de uma ferramenta online denominada *Google Forms*.

4.2 Análises prévias: caracterização dos sujeitos da pesquisa

A fase do diagnóstico para a efetivação da Modelagem Matemática é muito importante para que antes de tudo, o professor faça uma sondagem sobre o perfil dos estudantes com os quais pretende trabalhar, a fim de planejar alguns encaminhamentos. É essencial que tome conhecimento das dificuldades e das competências matemáticas que possuem, assim poderá dar mais ênfase a determinados direcionamentos e conteúdos.

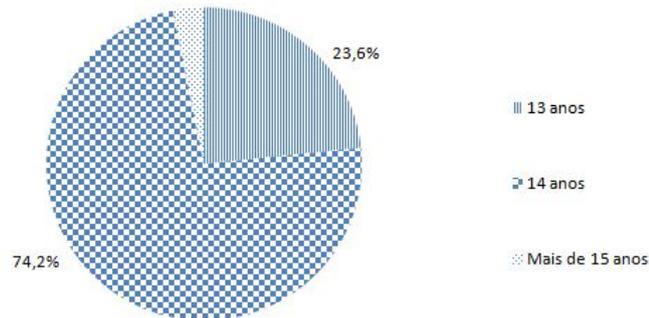
Os estudantes foram orientados a responderem aos questionários que foram separados em três seções: perfil dos estudantes, participação dos estudantes em sala de aula e a sua percepção diante da disciplina Matemática.

A seguir, são apresentados e brevemente discutidos os dados coletados em cada seção.

4.2.1 Seção 1: Perfil dos estudantes da turma

O gráfico 1 se refere à idade dos alunos e mostra que praticamente todos eles se encontram na faixa etária adequada para a série 9º ano, entre 13 e 14 anos.

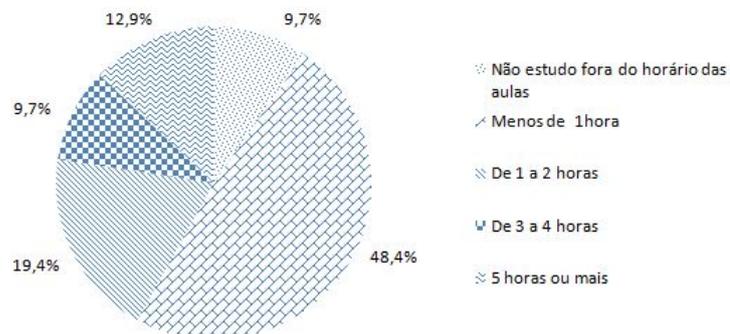
Figura 4 – Gráfico 1: Faixa etária dos alunos



Fonte: Elaborado pela autora

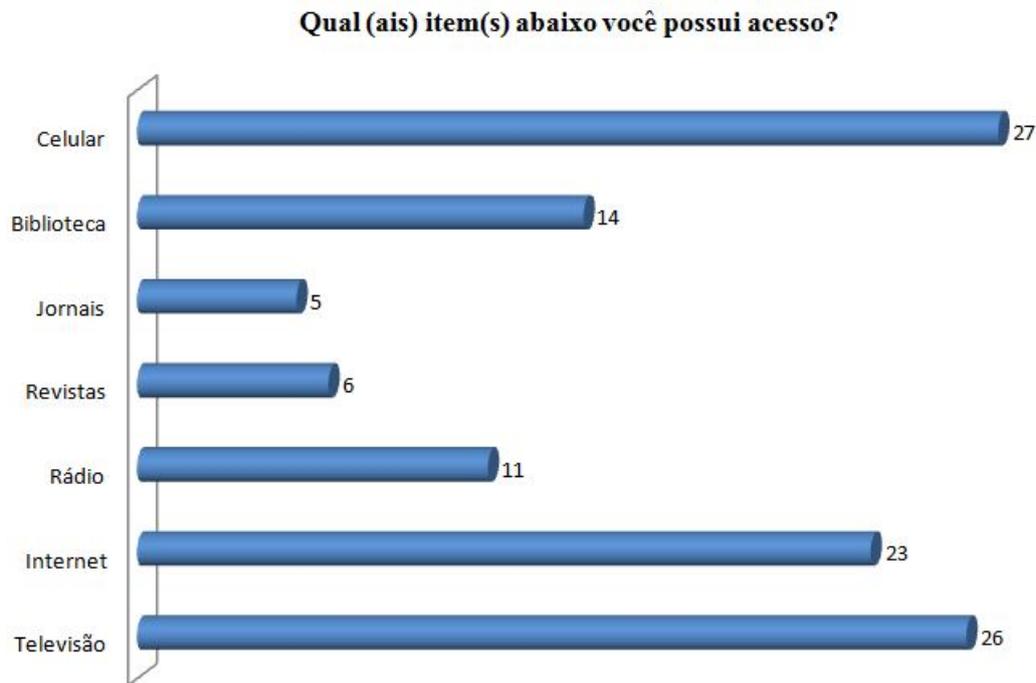
A partir da análise do gráfico 2 foi possível diagnosticar um resultado preocupante: praticamente metade dos alunos da turma dedicam um tempo mínimo de estudos fora do ambiente escolar, sendo esse inferior a uma hora por dia. Além disso, quase 10% (dez por cento) da turma admitiu a não dedicação aos estudos fora da sala de aula.

Figura 5 – Gráfico 2: Tempo de estudo fora do ambiente escolar



Fonte: Elaborado pela autora

O gráfico 3 mostra que grande parte dos alunos possuem acesso à internet, televisão e celular, o que indica a facilidade de comunicação e possibilidades de obtenção de informações.

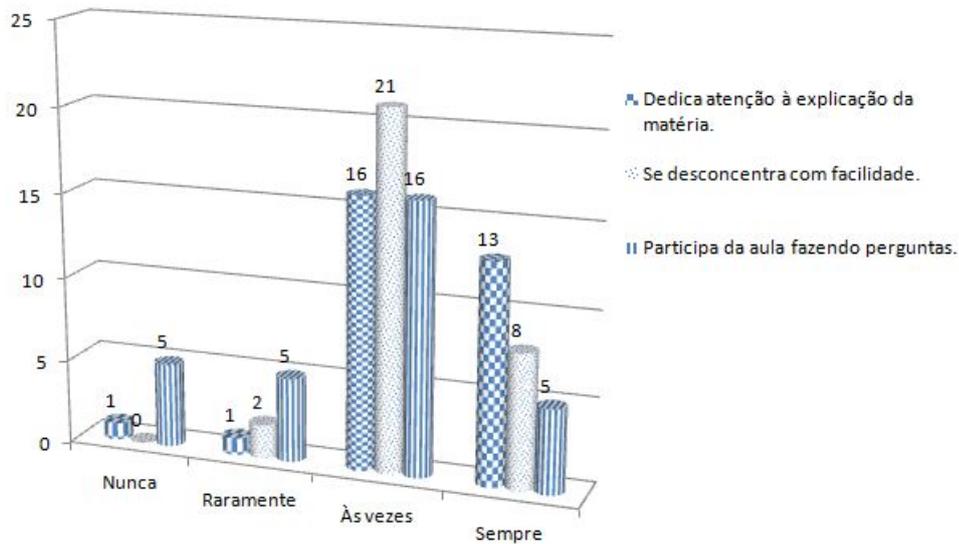
Figura 6 – Gráfico 3: Acesso às mídias de comunicação e informação

Fonte: Elaborado pela autora

4.2.2 Seção 2: Participação dos estudantes em sala de aula

A partir da análise do gráfico 4, foi possível identificar que metade da turma possui dificuldade em prestar atenção diante da explicação do professor e admitiram que às vezes se desconcentram com facilidade. A turma é relativamente participativa em relação a fazer perguntas durante a aula.

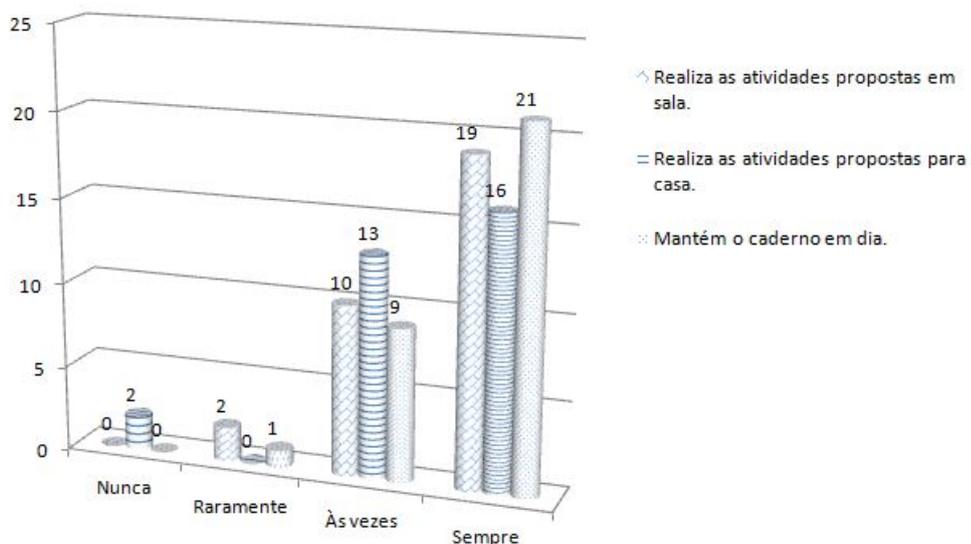
Figura 7 – Gráfico 4: Participação dos estudantes nas aulas de Matemática



Fonte: Elaborado pela autora

O gráfico 5 revela que a maioria dos estudantes realiza as atividades propostas pelo professor em sala de aula e demonstraram responsabilidade em realizar as atividades propostas para casa, contradizendo em partes o resultado analisado no gráfico 2, onde foi possível diagnosticar que um número significativo de alunos dedicam um tempo mínimo de estudos fora do ambiente escolar, mas ainda assim, possuem preocupação em manter a matéria completa em seu caderno.

Figura 8 – Gráfico 5: Envolvimento dos estudantes em relação às atividades propostas

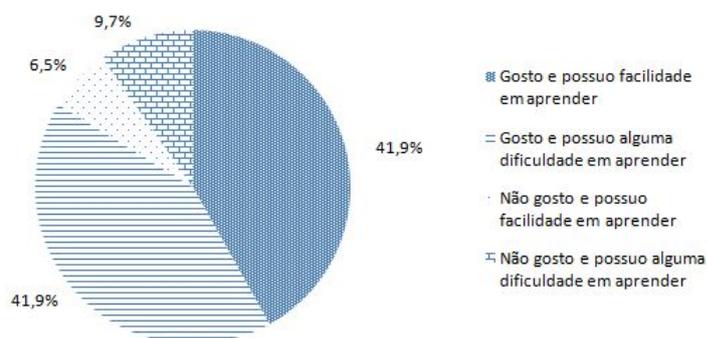


Fonte: Elaborado pela autora

4.2.3 Seção 3: Percepção sobre a disciplina Matemática

Foi possível observar a partir da análise do gráfico 6, que mais de 80% (oitenta por cento) dos estudantes gosta da disciplina. Diante dessa informação, estima-se que podem estar sendo estimulados devido à postura da escola com a valorização de projetos e da autonomia do professor em trazer outras metodologias.

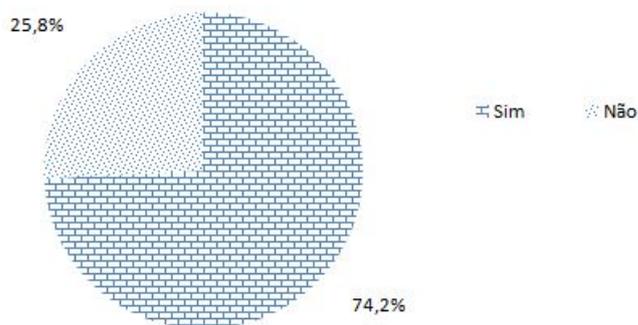
Figura 9 – Gráfico 6: Aptidão e aprendizagem Matemática



Fonte: Elaborado pela autora

A partir da análise do gráfico 7 percebe-se que praticamente 75% (setenta e cinco por cento) da turma reconheceu a utilização da Matemática vista em sala de aula em seu cotidiano. Também foram questionados onde a utilizam e a maioria das respostas se referiu à Matemática Financeira. Relacionaram a Matemática ao orçamento doméstico, compras em supermercados e pagamentos de contas.

Figura 10 – Gráfico 7: Percepção da utilidade Matemática no cotidiano dos estudantes



Fonte: Elaborado pela autora

É possível analisar a partir da Figura 11, as respostas referentes à pergunta: “Onde você utiliza a Matemática vista em sala de aula no seu dia a dia?”

Figura 11 – Transcrição na íntegra das respostas dos estudantes à pergunta: “Onde você utiliza a Matemática vista em sala de aula no seu dia a dia?”

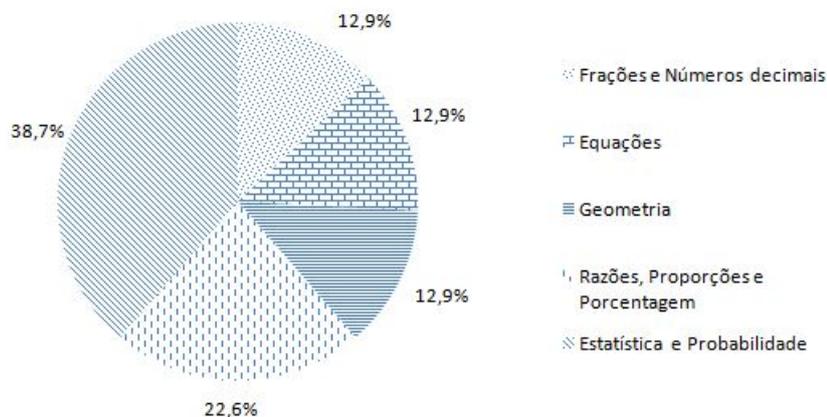
em casa (2)
 nos calculo
 em casa no trabalho
 no dia a dia
 na minha casa ou pelo celular pesquisando na internet ou olhando o que eu estudo na sala com a professora .
 no trabalho
 no trabalho, projetos da igreja e compras em supermercados
 compras, trocos, pagamentos, trabalho
 fazendo compras, pagamentos, lucro
 para fazer os deveres de matemática
 em alguns jogos
 na minha casa
 sim ,nas compras e cálculos
 fazendo cálculos e para fazer compras
 fazendo contas
 quando vou a mercearia , em casa etc
 para fazer calculos
 feira
 compras, contas, atividades matemáticas.
 nas compras no trabalho
 nas compras
 em casa, nos comercios

Fonte: Tabela gerada pelo Google Forms

Quando perguntados a respeito da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, tomados como conhecimentos prévios, de acordo com alguns temas dos eixos temáticos propostos na Proposta Curricular – (CBC) MINAS GERAIS (2005) para o Ensino Fundamental anos finais, os estudantes demonstraram maiores dificuldades nos conteúdos referentes ao tratamento da informação: estatística e probabilidade; proporcionalidade e porcentagem, como mostrado no gráfico 8.

Essa informação possibilitou ao professor, iniciar o planejamento das atividades de revisão e serviram como orientação para possíveis abordagens desses conteúdos na etapa de formulação e resolução dos problemas abordados no processo de Modelagem que viria a ser desenvolvido.

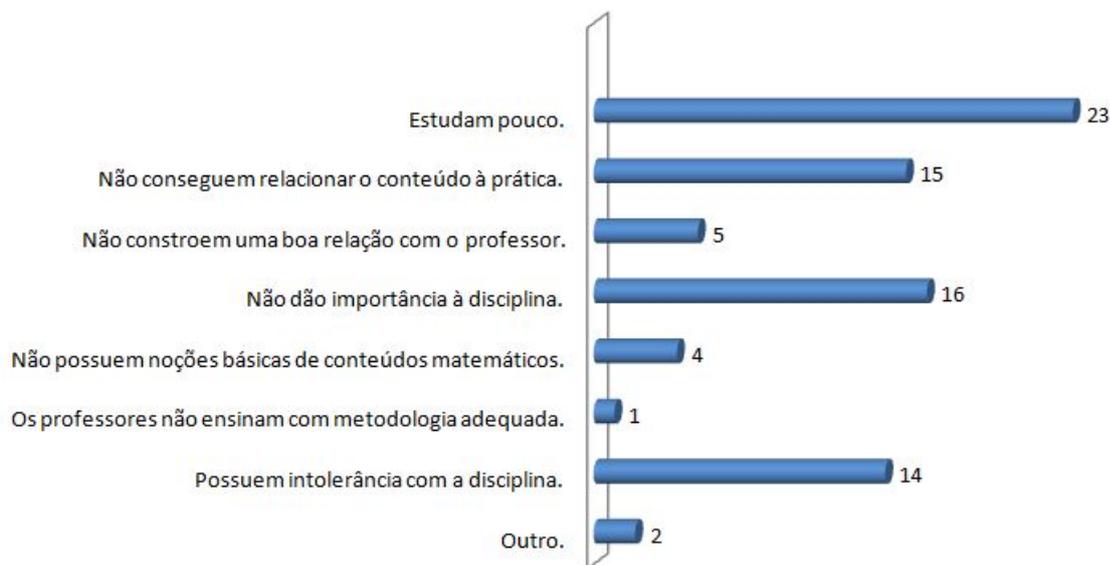
Figura 12 – Gráfico 8: Aprendizagem de conteúdos Matemáticos



Fonte: Elaborado pela autora

O gráfico 9 a seguir, indica que os alunos admitem que os principais motivos para o alto índice de dificuldade em compreensão dos conteúdos matemáticos são a falta de: dedicação, estudo, interesse e assimilação dos conteúdos à prática.

Figura 13 – Gráfico 9: Motivos das dificuldades existentes em relação aos conteúdos matemáticos



Fonte: Elaborado pela autora

4.3 Relato da experiência de Modelagem Matemática

“Foi o tempo que dedicastes à tua rosa que a fez tão importante.”

Antoine de Saint-Exupéry

Após a análise dos questionários, foi possível conhecer o perfil da turma participante do projeto. Assim, foram planejadas as atividades que seriam executadas, seguindo as etapas metodológicas descritas por Burak (2004, 2010): “Escolha do tema; Pesquisa exploratória; Levantamento do(s) problema(s); Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; Análise crítica da(s) solução (es)”.

4.3.1 Primeiro encontro: Apresentação da Modelagem Matemática

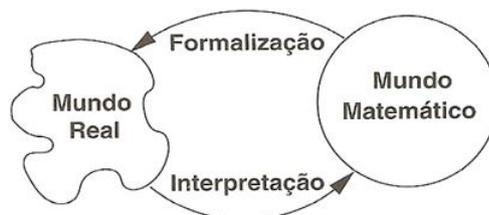
No primeiro encontro, com o propósito de informar e entusiasmar os estudantes à proposta, foi preparada uma aula baseada em slides para explicar como se dá o trabalho com Modelagem, enfatizando a sua peculiaridade em tornar os estudantes mais ativos, habilidosos e criativos em relação à resolução de problemas, além de prepará-los para a vida real como cidadãos críticos, capazes de se posicionarem frente às situações do cotidiano.

Segundo Jacobini (2004), para adotar uma nova metodologia, é importante que o professor seja claro e objetivo ao dar o primeiro passo. Deve iniciar com esclarecimentos a respeito da definição e da prática do recém-adquirido método didático de trabalho, além de incentivar a aceitação e participação dos estudantes ao convite feito.

Foram evidenciadas a relevância e a magnitude dos princípios investigativos das atividades que seriam executadas pelos estudantes e dos possíveis encaminhamentos da pesquisa.

Além disso, foi apresentado um esquema para que compreendessem melhor a metodologia em questão.

Figura 14 – Esquema simplificado de Modelagem Matemática



Fonte: (BASSANEZI, 2002, p.44)

Os slides continham imagens de alguns trabalhos que foram desenvolvidos por meio da Modelagem Matemática, incluindo as atividades desenvolvidas em anos anteriores na escola,

a fim de encorajá-los e interessá-los nesse ambiente. Também foram apresentados às etapas de Modelagem que seriam desenvolvidas no projeto.

Figura 15 – Etapas de Modelagem segundo Burak (2004, 2010)



Fonte: Slide elaborado pela autora

Foi possível observar que os estudantes demonstraram interesse pelas atividades e resultados mostrados. Ao final da aula, foram orientados a observar o seu cotidiano e pensarem em algum tema que gostariam de pesquisar utilizando a Modelagem Matemática. Para Jacobini:

Os temas podem surgir como fruto de uma proposta de interdisciplinaridade ou de transversalidade (e, portanto, envolvendo diversas disciplinas), ou das discussões na sala de aula entre o professor e seus alunos, ou de acordo com os interesses dos alunos (muitas vezes decorrentes dessas discussões), ou trazidos pelo próprio professor por causa do seu interesse em discutir determinados assuntos. (JACOBINI, 2004, p.55).

O professor deve preparar o ambiente para a escolha do tema, atentando-se às várias possibilidades oferecidas de acordo com o ambiente e a realidade da turma.

4.3.2 1ª etapa da Modelagem: “A escolha do tema”

Escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a Matemática ou com conteúdos matemáticos e sim com o que os alunos querem pesquisar. Já nesta fase é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada. (KLÜBER; BURAK, 2008, p.25).

Na aula seguinte, os estudantes foram indagados a respeito da proposta feita na aula anterior. Nesse momento, quatro estudantes já se prontificaram a dar a sua sugestão. Os possíveis temas foram comentados e anotados no quadro. Alguns estudantes se mostraram

tímidos no início, então foram estimulados para que não deixassem de expressar sua opinião. Assim, à medida que os comentários foram surgindo, houve maior interação.

A escolha do tema é um momento que exige muita conversa, para que os estudantes possam abrir a sua mente em relação a assuntos que os interessam, mas que talvez não tenham percebido.

Curiosamente, no meio dessa aula, a diretora requisitou um tempo para conversar com a turma a respeito da conservação do espaço e dos materiais da sala de aula. No que seguiu, outro tema foi acrescentado à vasta lista: a destruição do patrimônio público.

A diversidade de temas que surgiram foi algo surpreendente, totalizando dezessete assuntos propostos, descritos na Tabela 2.

Tabela 2 – Temas sugeridos pelos estudantes para o Projeto de Modelagem

1- Recursos Hídricos
2- Reciclagem do lixo
3- Consumo excessivo
4- Agricultura
5- Poluição da atmosfera
6- Desmatamento
7- Uso excessivo de internet
8- Desenvolvimento de projetos na escola
9- Alimentação e saúde
10- Vulcões
11- Guerras
12- Extinção de animais
13- Situação econômica do país
14- Produção e consumo
15- Destruição do patrimônio público
16- Preservação da natureza
17- Presídios

Fonte: Elaborado pela autora

Seguindo as orientações de Burak (2004), a escolha do tema deveria ser de interesse do grupo envolvido na pesquisa. Em acordo, Jacobini (2004, p. 55) considera que “a opção pela escolha do tema pelos próprios alunos é recomendada por muitos autores, pois refletem interesses, ansiedades e relações dos alunos com seu cotidiano.”

Nesse momento, a preocupação não se referia à escolha do tema de trabalho, mas sim ao consentimento por parte dos estudantes, pois deveriam se sentir motivados a pesquisar, explorar, investigar, discutir e se aprofundar a respeito do assunto escolhido. Assim, foi decidido que cada estudante iria pensar nas sugestões de temas elencadas e que a escolha seria definida na próxima aula.

No dia seguinte, foi comentado sobre cada assunto citado na aula anterior. Em consenso, optou-se por fazer uma triagem e já excluir alguns temas da lista, por terem sido julgados como pouco atrativos naquele momento. Assim, a lista passou a conter cinco temas: Recursos hídricos, Agricultura, Poluição da atmosfera, Desmatamento e Extinção de animais.

Pelos comentários dos estudantes, os cinco temas restantes, possuíam alguma característica interessante para todos eles. O objetivo era escolher um único assunto, visto que, temas variados podem dificultar o acompanhamento e auxílio do professor.

A fim de que a escolha do tema não fosse influenciada pela preferência do outro, os votos foram coletados por meio de uma anotação, onde cada estudante recebeu um pequeno papel e ali anotou a opção referente à sua escolha. Os votos foram contabilizados e o tema de maior interesse foi “Recursos hídricos”. Nesse momento, os estudantes já haviam comentado sobre possíveis encaminhamentos em relação ao tema, dos quais se citam: contaminação, escassez, irrigação, tratamento de esgoto, filtragem, conservação de nascentes e bacias hidrográficas.

Foi possível perceber que o tema escolhido se deu por tratar-se de um assunto preocupante por parte das autoridades e da população de maneira geral. Além das pesquisas atuais a respeito dos recursos hídricos no país, que apontam a escassez de água em diversas regiões, a falta d’água em Peçanha – MG é um problema que, nos últimos anos, vinha atingindo toda a população em períodos de grande estiagem.

É importante e recomendada a prática de ações que promovam reflexões dos estudantes em relação aos recursos naturais, a fim de que obtenham uma visão ampla e consistente da realidade em que vivem. O Meio Ambiente, é um dos temas transversais propostos pelos PCN’s (1998) e deve ser trabalhado nas escolas. Expõe que o propósito dos Temas Transversais, é que os alunos possam desenvolver a capacidade de posicionar-se diante das questões que interferem na vida coletiva, superar a indiferença e intervir de maneira responsável.

Considera-se que essa primeira etapa foi desenvolvida com êxito, visto que houve interação entre todos em sala de aula. Jacobini (2004, p.52) aponta que “pensando na democracia em sala de aula, a construção de um projeto pedagógico democrático deve basear-se no esforço integrado entre o professor e seus alunos e nascer de um diálogo entre os participantes”, em conformidade com o ocorrido nessa primeira etapa.

4.3.3 2ª etapa da Modelagem - “Pesquisa Exploratória”

Pesquisa exploratória – escolhido o tema a ser pesquisado, encaminha-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos que possam conter informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou pode contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta. (KLÜBER; BURAK, 2008, p.25).

Essa etapa constitui-se em uma fase significativa, pois contribui para a compreensão e aprofundamento das dimensões do tema escolhido.

A fim de facilitar a ação inicial dos estudantes, foram indicadas algumas fontes e estratégias que poderiam ser consultadas e adotadas, das quais citam-se:

- Estudo do último relatório de Conjuntura dos Recursos Hídricos no Brasil, informe 2017, elaborado pela Agência Nacional de Águas (ANA).
- Conversas e entrevistas com moradores e funcionários da Companhia de Saneamento de Minas Gerais (COPASA) da cidade.
- Visitação à reservatórios naturais ou artificiais, nascentes, chafarizes e bicas existentes na cidade.
- Pesquisas em revistas, livros e jornais disponíveis na biblioteca da escola.
- Pesquisas pela internet.

Inicialmente, os estudantes tiveram autonomia para explorar o tema segundo seus interesses e disponibilidade. Posteriormente, teriam a oportunidade de apresentar os dados coletados para a professora e colegas em sala de aula.

Essa atividade foi marcada para a próxima semana, para que tivessem tempo para pesquisar. Na data marcada, alguns fatos surpreenderam negativamente. De trinta e um estudantes, apenas seis levaram informações para serem discutidas. Os demais ofereceram justificativas pouco satisfatórias, alegando a falta de tempo e falta de acesso à internet. Alguns estudantes simplesmente não fizeram a pesquisa, acredita-se que por falta de interesse.

Houve um momento de frustração diante de tal andamento. O material levado pelos alunos foi recolhido e em seguida, foi necessária uma conversa motivacional com os estudantes sobre a importância de agirem de forma diferente frente às atividades propostas.

A falta de atitude de alguns estudantes era prevista, visto que muitos estão habituados com o sistema tradicional, onde os alunos não são levados a investigar e construir seu próprio conhecimento, e sim a agirem de acordo com os comandos do professor, que geralmente dita o quê e como fazer.

Tornou-se necessária a intervenção mais ativa do professor, para que esse primeiro desafio fosse enfrentado pelos estudantes e essa etapa fosse desenvolvida.

Na biblioteca da escola havia várias revistas educativas, que raramente eram utilizadas pelos estudantes para fins de pesquisa. Geralmente, eram utilizadas para recortes de imagens ou palavras. Assim, foram selecionadas as revistas que continham informações a respeito dos recursos hídricos e distribuídas em sala de aula para os estudantes que alegaram não ter acesso a nenhuma fonte, mas que demonstraram interesse pela pesquisa.

Para a aula seguinte a professora preparou um material contendo algumas informações relevantes sobre o assunto, a fim de favorecer as discussões. No próximo encontro, outros estudantes levaram suas pesquisas. Em uma breve discussão sobre o tema, admitiram ter consciência que a água é um recurso fundamental na vida de todos os seres e destacaram a importância da sua preservação, especialmente da água doce, cuja disponibilidade para consumo é ínfima.

Devido à abrangência do tema, foi percebida a necessidade de delimitação para que fosse facilitada a execução das etapas posteriores. Assim, após muita conversação a respeito do tema escolhido, a pesquisa foi direcionada para as nascentes e chafarizes existentes na cidade, por serem recursos de grande importância e de uso da população.

Assim, foram levantadas algumas hipóteses a serem pesquisadas:

- Quantas nascentes e chafarizes existem na cidade?
- Muitas pessoas fazem uso desses recursos? Com qual frequência?
- A qualidade da água é confiável?
- Existe na cidade alguma medida de conservação das nascentes?
- Qual é quantidade de água despejada pelas nascentes? Essa quantidade se altera em período de pouca chuva?

Para encontrar respostas para as perguntas formuladas, seriam necessárias novas ações de pesquisa e investigação.

Com base na fase prévia, quando perguntados a respeito da aprendizagem de conteúdos matemáticos, (Figura 12 - gráfico 8), os estudantes responderam ter maiores dificuldades nos conteúdos referentes à estatística e probabilidade, proporcionalidade e porcentagem. Assim, de acordo com as hipóteses levantadas, decidiu-se pela realização de uma pesquisa estatística, através de entrevistas com uma amostra da população residente na zona urbana da cidade, e que uma pesquisa de campo possibilitaria a análise das nascentes e chafarizes.

Os estudantes se mostraram interessados e se dividiram em cinco grupos, contendo seis ou sete membros, sendo um deles o líder. Para facilitar a comunicação entre os líderes dos grupos e a professora, foi criado um grupo em um aplicativo de mensagens instantâneas para celular, visto que a maioria dos estudantes possuía fácil acesso a essa ferramenta. Além disso, cada grupo deveria preparar um caderno, onde seriam relatadas todas as atividades executadas durante o Projeto de Modelagem. Esse caderno facilitaria o acompanhamento das atividades, além de servir como objeto de avaliação final do projeto.

Assim, o Projeto de Modelagem foi direcionado a duas principais atividades: A Pesquisa Estatística e a Pesquisa de campo. Ambas serão relatadas separadamente na próxima etapa relatada a seguir.

4.3.4 3ª Etapa da Modelagem: “Levantamento dos problemas”

Levantamento dos problemas – de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a Matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor que não se isenta do processo, mas se torna o “mediador” das atividades. (KLÜBER; BURAK, 2008, p.25).

A Pesquisa Estatística

A Pesquisa Estatística foi desenvolvida com o intuito de obter respostas referentes às perguntas formuladas: “Muitas pessoas fazem uso desses recursos? Com qual frequência?”.

A primeira pergunta relacionada a essa etapa era: Como coletar os dados da entrevista? Após uma breve discussão a respeito da melhor forma de coletar esses dados, decidiu-se que a amostra seria as famílias dos estudantes matriculados nos nonos e primeiros anos de duas principais escolas estaduais da cidade. Essa ideia foi aceita, visto que seria possível abranger famílias de todos os bairros da cidade, além de incitar a curiosidade de outros estudantes a respeito do tema pesquisado. Após averiguar as possibilidades, as entrevistas foram planejadas para serem realizadas em oito turmas.

É importante enfatizar, que a pesquisa não se estendeu para a zona rural, tendo sido limitada às nascentes e chafarizes localizados em área urbana.

Os grupos decidiram que a melhor forma de realizar as entrevistas seria através da ajuda dos próprios estudantes. Assim, o material (Apêndice D) para a entrevista foi elaborado, impresso e distribuído entre os estudantes das turmas escolhidas. Esses, deveriam realizar as entrevistas em suas casas e devolverem no próximo dia, quando os estudantes pesquisadores retornariam para recolhê-las.

Os estudantes foram orientados a registrar a quantidade de entrevistas entregues em cada turma e a quantidade de entrevistas recolhidas, para posteriormente fazerem as devidas comparações e análises. Além disso, deveriam fazer a tabulação de todas as respostas da entrevista. Estipulou-se um prazo de uma semana para a realização dessas atividades.

Enquanto isso, durante as aulas eram discutidos os conteúdos matemáticos algébricos e estatísticos que poderiam contribuir para a compreensão das informações que estavam sendo coletadas.

Segundo o Conteúdo Básico Comum (CBC) de Matemática do Ensino Fundamental 6º ao 9º ano, habilidades referentes à Estatística devem ser inseridas gradativamente nas séries do Ensino Fundamental. Portanto, em algum momento, os estudantes da turma já haviam estudado algum conceito relacionado. Optou-se por fazer um apanhado do conhecimento da turma, através de resumos e exercícios contendo os principais conceitos, tais como: população e amostra; variáveis qualitativas e quantitativas; tabela de distribuição de frequências; medidas de tendência central e principais tipos de gráficos. O que vem ao encontro das ideias de Ponte (2005) discutidas no item 1.2, quando se refere à importância das “tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios)”, por contribuir para o desenvolvimento da autoconfiança do estudante.

A entrevista também foi realizada na turma, junto com a professora. Assim, foi possível exemplificar como poderia funcionar o processo de coleta, organização, análise e apresentação das informações coletadas.

Em reunião em horário extraclasse com os líderes dos grupos, após o recolhimento das entrevistas, percebeu-se que não havia sido obtido o número expressivo de participações esperado. Uma fração exígua das entrevistas que haviam sido entregues retornou aos estudantes pesquisadores. Assim, decidiu-se realizar mais entrevistas em alguns bairros cujas famílias entrevistadas haviam sido consideradas insuficientes. Os estudantes tiveram um prazo de três dias para coletarem essas informações e organizarem as respostas recolhidas entre os grupos.

Em seguida, os líderes dos grupos foram convocados pela professora para uma reu-

nião no contraturno, onde foram agrupadas todas as informações organizadas anteriormente por cada grupo. Nesse momento, foram esclarecidos quanto aos próximos passos da pesquisa, que seria a interpretação, análise e apresentação das informações coletadas, como fora exemplificado em sala de aula anteriormente. Essas ações seriam executadas pelo líder e demais colegas do seu respectivo grupo.

A Pesquisa de Campo

A Pesquisa de Campo foi desenvolvida com o intuito de obter respostas referentes às demais perguntas formuladas:

- Quantas nascentes e chafarizes existem na cidade?
- A qualidade da água é confiável?
- Existe na cidade alguma medida de conservação das nascentes?
- Qual a quantidade de água despejada pelas nascentes? Essa quantidade se altera em período de pouca chuva?

A fim de coletar informações, foi organizada uma visita ao Parque Municipal da cidade, denominado Parque da Mãe D'Água, que conta com árvores centenárias, nascentes e fontes. A subsecretária de Educação e Cultura da cidade se dispôs a acompanhar a turma e a compartilhar fatos e informações. Essa visita de campo ocorreu no período matutino, durante o horário de aula, juntamente com a professora regente e uma assistente da Biblioteca Municipal.

Figura 16 – Entrada dos estudantes do 9º ano ao Parque Mãe d'Água



Fonte: Acervo da autora

No parque visitado há três nascentes denominadas: “Pai d’água”, “Mãe d’água” e “Filho d’água”, como mostrado na Figura 17. A nascente “Pai d’água” é a maior delas e a única recomendada para consumo, por ser, supostamente livre de contaminação. Essa nascente direciona água para quatro chafarizes da cidade, localizados em bairros diferentes. A nascente “Filho d’água” é a menor delas e constatou-se que possui um alto índice de contaminação, visto que não é protegida do contato de seres humanos e animais.

Figura 17 – Nascentes localizadas no Parque Mãe d’Água, denominadas respectivamente: “Pai d’água”, “Mãe d’água” e “Filho d’água”



Fonte: Acervo da autora

Além da oportunidade de vislumbrar um ambiente excepcional e tranquilo, a experiência proporcionou conhecimento referente ao tema e muitas curiosidades referentes às origens da cidade.

A fim de responder às demais perguntas levantadas na pesquisa, alguns estudantes investigaram que poderiam obter respostas através do cálculo da vazão volumétrica¹¹ das fontes. Assim, durante a visita, aproveitaram a oportunidade para coletar os dados necessários nas duas principais fontes existentes no local. O objetivo era comparar a vazão aos meses anteriores. Porém, foi descoberto que até àquele momento, nenhum órgão da cidade possuía esses registros para análise e acompanhamento. Assim, decidiu-se fazer a coleta semanalmente para observar e analisar a estabilidade da vazão, visto que uma nascente é considerada ideal quando

fornece água de boa qualidade, vazão abundante e contínua.[...] além da quantidade de água produzida pela nascente, é desejável que tenha boa distribuição no tempo, ou seja, a variação da vazão situe-se dentro de um mínimo adequado ao longo do ano.[...] a bacia não deve funcionar como um recipiente impermeável, escoando em curto espaço de tempo toda a água recebida durante uma precipitação pluvial. Ao contrário, a bacia deve absorver boa parte dessa água através do solo, armazená-la em seu lençol subterrâneo e cedê-la, aos poucos, aos cursos d’água através das nascentes, inclusive mantendo a vazão, sobretudo durante os períodos de seca. (CADERNOS, 2009, p.4).

¹¹A Vazão Volumétrica é definida pela quantidade em volume de fluido que escoar através de certa secção em um intervalo de tempo considerado. As unidades volumétricas mais comuns são: m³/s, m³/h, l/h, l/min, GPM (galões por minuto), entre outras. Considerando Q = vazão volumétrica, V = volume e t = tempo, tem-se : $Q = \frac{V}{t}$.

A primeira coleta foi realizada nas nascentes “Pai d’água” e “Mãe d’água”. Como a nascente “Pai d’água” fornece água para quatro chafarizes, cada grupo ficou responsável por fazer a coleta em cada um deles semanalmente.

Esses chafarizes foram nomeados pelos estudantes de acordo com a sua localização ou ponto de referência, conforme apresentado na tabela seguinte.

Tabela 3 – Principais chafarizes da cidade de Peçanha

Fonte Soberano	Rua José Pinto da Rocha - Centro
Fonte Coreto	Av. dos Bragas - Centro
Fonte Cruzeiro	Av. Nossa Senhora de Fátima - Bomba
Fonte Bancada	Pr. Marechal Floriano - Bomba

Fonte: Elaborado pela autora

4.3.5 4^o Etapa da Modelagem: “Resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema”

Nesta etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser aplicado de uma maneira extremamente acessível, para posteriormente ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente. (KLÜBER; BURAK, 2008, p.26).

Nessa fase, os estudantes procuram resolver os problemas utilizando as ferramentas que possuem. É conhecida como uma das etapas mais produtivas de todo o processo.

A Pesquisa Estatística

A fim de organizar todas as informações coletadas, os grupos realizaram encontros tanto em horário de aula quanto em horário extraclasse.

Cada grupo ficou responsável pela interpretação das informações coletadas. Nesse momento, organizaram os dados em tabelas de frequências, desenvolveram cálculos de porcentagens e regra de três simples, para posteriormente, criar gráficos de sua preferência a fim de expor os dados de maneira atrativa.

Por fim, o número de famílias entrevistadas totalizaram 170 (visto que foram entrevistadas 170 pessoas que respondiam pelos seus domicílios). Os estudantes questionaram se essa amostra representava uma boa parcela da população investigada. Assim, pesquisaram que há na zona urbana da cidade, segundo o IBGE (Censo 2010), 2742 domicílios ocupados. Através do cálculo de regra de três, descobriram que a amostra foi de aproximadamente 6% (seis por cento) dos domicílios, sendo considerada suficiente.

Figura 18 – Cálculos desenvolvidos por um estudante

Handwritten calculations on lined paper:

$$2742 \cdot x = 17000$$

$$x = \frac{17000}{2742}$$

$$x = 6,19$$

$$x = 6\% \text{ (Arredondado)}$$

Fonte: Acervo da autora

As atividades foram apresentadas aos colegas em sala de aula. Cada grupo teve a oportunidade de apresentar o seu material e os resultados obtidos. Houve interação entre os grupos, através de comentários a respeito dos gráficos criados.

A partir da análise das tabelas e gráficos construídos pelos estudantes, foi possível perceber alguns erros ou detalhes que poderiam ou deveriam ser melhorados. Geralmente, se esqueciam de acrescentar o título, criavam legendas que dificultava a compreensão das informações, não determinavam intervalos adequados nos gráficos de barras, representavam os setores dos gráficos sem o uso do compasso e transferidor e alguns demonstraram dificuldades em determinar as variáveis para organizar a tabela de frequências.

A figura seguinte representa alguns exemplos desse material.

Figura 19 – Apresentação dos dados da pesquisa realizada pelos estudantes contendo erros.



Fonte: Acervo da autora

Em sala de aula, estudantes e a professora sugeriram melhores formas de representação, a fim de harmonizar as informações coletadas. Essa fase de consolidação foi muito importante, pois os erros ou equívocos demonstrados pelos estudantes no momento da organização e apresentação das informações possibilitou diagnosticar algumas lacunas na compreensão de conceitos estatísticos. Assim, a correção desses detalhes, possibilitou um aperfeiçoamento no raciocínio estatístico dos mesmos.

Figura 20 – Estudantes atuantes no trabalho



Fonte: Acervo da autora

A Pesquisa de Campo

Paralelamente à Pesquisa Estatística, a coleta e o cálculo da vazão das nascentes e chafarizes foram feitos pelos estudantes durante cinco semanas, nos meses de março e abril. Foi elaborado pela professora, um arquivo contendo uma tabela para cada fonte investigada (Apêndice E) e entregue a cada líder do grupo, para que as informações coletadas fossem registradas de maneira organizada. Houve o acompanhamento da coleta no decorrer das semanas.

A culminância dessa atividade se deu com o encontro dos grupos durante três aulas, quando foi organizado para que cada grupo apresentasse para os demais colegas os cálculos realizados e os resultados obtidos. Esse momento de troca foi bem produtivo. Nos parágrafos que seguem, são relatados os principais resultados discutidos durante as aulas.

Como mostrado na Figura 21, os grupos realizaram os cálculos da vazão média do período coletado, em litros por segundo (l/s). Os estudantes realizaram transformações e comparações dos resultados obtidos. Perceberam discrepâncias existentes entre as vazões de uma mesma fonte ou de fontes distintas.

Figura 21 – Coletas das vazões

Fonte Barrada	Cálculo da vazão $Q = \frac{V(t)}{t(t)}$	Vazão média em:	Fonte Cruzado	Cálculo da vazão $Q = \frac{V(t)}{t(t)}$	Vazão média em:
1ª coleta	$Q = \frac{9,7}{54,6} = 0,1776 \text{ l/s}$	hora = 518,4 l/h	1ª coleta	$Q = \frac{13}{55,6} = 0,2338 \text{ l/s}$	hora = 784,8 l/h
2ª coleta	$Q = \frac{9,7}{54} = 0,1796 \text{ l/s}$	hora = 18.441,6 l/d	2ª coleta	$Q = \frac{15}{55,6} = 0,2699 \text{ l/s}$	hora = 12.253,2 l/d
3ª coleta	$Q = \frac{9,7}{53} = 0,1830 \text{ l/s}$	hora = 373.248 l/m	3ª coleta	$Q = \frac{16}{55,6} = 0,2879 \text{ l/s}$	hora = 565.056 l/m
4ª coleta	$Q = \frac{9,7}{53,8} = 0,1803 \text{ l/s}$	Obs:	4ª coleta	$Q = \frac{18}{55,6} = 0,3236 \text{ l/s}$	Obs:
5ª coleta	$Q = \frac{9,7}{52,8} = 0,1835 \text{ l/s}$		5ª coleta	$Q = \frac{19}{55,6} = 0,3417 \text{ l/s}$	
Vazão média (h) $\frac{5,8}{s}$	$\frac{2 \cdot 0,177}{5} = 0,144 \text{ l/s}$		Vazão média (h) $\frac{5,8}{s}$	$\frac{2 \cdot 0,318}{5} = 0,254 \text{ l/s}$	

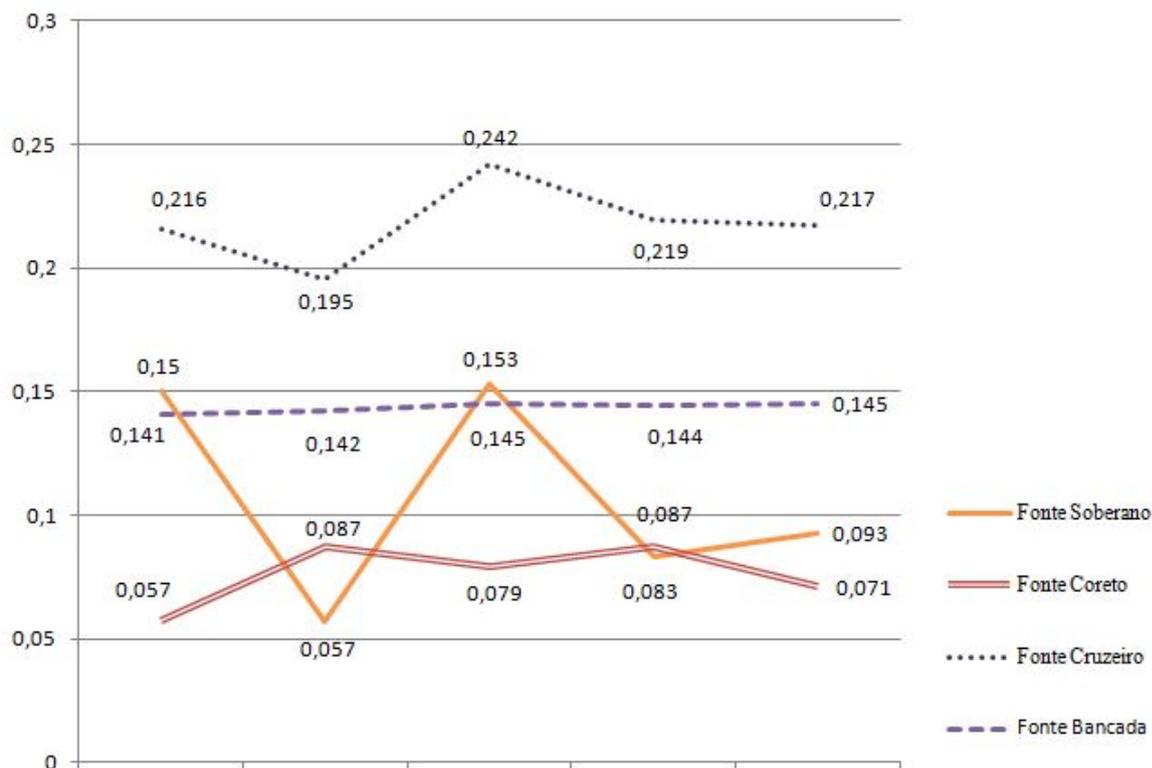
Fonte Coreto	Cálculo da vazão $Q = \frac{V(t)}{t(t)}$	Vazão média em:	Fonte Soberano	Cálculo da vazão $Q = \frac{V(t)}{t(t)}$	Vazão média em:
1ª coleta	$Q = \frac{18}{312} = 0,0577 \text{ l/s}$	hora = 213,6 l/h	1ª coleta	$Q = \frac{37}{247} = 0,1500 \text{ l/s}$	hora = 385,2 l/h
2ª coleta	$Q = \frac{12}{142} = 0,0845 \text{ l/s}$	hora = 6.566,4 l/d	2ª coleta	$Q = \frac{37}{67,2} = 0,5506 \text{ l/s}$	hora = 9.344,8 l/d
3ª coleta	$Q = \frac{12}{157} = 0,0764 \text{ l/s}$	hora = 186.992 l/m	3ª coleta	$Q = \frac{37}{232} = 0,1595 \text{ l/s}$	hora = 377.344 l/m
4ª coleta	$Q = \frac{12}{142} = 0,0845 \text{ l/s}$	Obs:	4ª coleta	$Q = \frac{37}{44,6} = 0,8296 \text{ l/s}$	Obs:
5ª coleta	$Q = \frac{12}{163} = 0,0736 \text{ l/s}$		5ª coleta	$Q = \frac{37}{32,6} = 1,1350 \text{ l/s}$	
Vazão média (h) $\frac{5,8}{s}$	$\frac{2 \cdot 0,076}{5} = 0,0304 \text{ l/s}$		Vazão média (h) $\frac{5,8}{s}$	$\frac{2 \cdot 0,556}{5} = 0,2224 \text{ l/s}$	

Nascente Pai d'água	Cálculo da vazão $Q = \frac{V(t)}{t(t)}$	Vazão média em:	Nascente Mãe d'água	Cálculo da vazão $Q = \frac{V(t)}{t(t)}$	Vazão média em:
1ª coleta	$Q = \frac{3,3}{23,8} = 0,1387 \text{ l/s}$	hora = 554,4 l/h	1ª coleta	$Q = \frac{3,3}{15,8} = 0,2089 \text{ l/s}$	hora = 622,8 l/h
2ª coleta	$Q = \frac{3,3}{23,4} = 0,1410 \text{ l/s}$	hora = 13.305,6 l/d	2ª coleta	$Q = \frac{3,3}{18,6} = 0,1774 \text{ l/s}$	hora = 14.347,2 l/d
3ª coleta	$Q = \frac{3,3}{22,8} = 0,1447 \text{ l/s}$	hora = 398.168 l/m	3ª coleta	$Q = \frac{3,3}{15,8} = 0,2089 \text{ l/s}$	hora = 448.416 l/m
4ª coleta	$Q = \frac{3,3}{21,4} = 0,1542 \text{ l/s}$	Obs:	4ª coleta	$Q = \frac{3,3}{17,8} = 0,1854 \text{ l/s}$	Obs:
5ª coleta	$Q = \frac{3,3}{21,6} = 0,1528 \text{ l/s}$		5ª coleta	$Q = \frac{3,3}{15,8} = 0,2089 \text{ l/s}$	
Vazão média (h) $\frac{5,8}{s}$	$\frac{2 \cdot 0,144}{5} = 0,154 \text{ l/s}$		Vazão média (h) $\frac{5,8}{s}$	$\frac{2 \cdot 0,173}{5} = 0,173 \text{ l/s}$	

Fonte: Acervo da autora

Foi possível perceber que em alguns chafarizes, a vazão não era constante, possuindo desvios altos em relação à média mensal, o que pode indicar alguma irregularidade na canalização. Esses desvios foram claramente observados através dos gráficos de linhas criados para representar a coleta semanalmente.

Figura 22 – Gráfico 10: Vazão dos chafarizes coletadas durante cinco semanas



Fonte: Elaborado pela autora

Os estudantes calcularam a vazão média diária e mensal de cada fonte. Compararam a quantidade de água despejada em um dia ao número de pessoas que poderiam ser beneficiadas, tomando como base a seguinte informação:

De acordo com a Organização das Nações Unidas, cada pessoa necessita de 3,3 mil litros de água por mês. Cerca de 110 litros de água por dia para atender às necessidades de consumo e higiene. No entanto, no Brasil, o consumo por pessoa pode chegar a mais de 200 litros/dia. (SABESP, 2010).

A partir da informação que o consumo de água por pessoa no Brasil varia entre 120 a 200 litros, optou-se por trabalhar com a média, ou seja, 160 litros de água por dia. Após efetuar os cálculos, foi possível concluir que o somatório da água despejada pelas nascentes através das fontes analisadas daria para suprir a necessidade diária de aproximadamente 471 pessoas. Os cálculos efetuados são mostrados na figura seguinte.

Figura 23 – Cálculos desenvolvidos por um estudante

Item	Volume
água mãe	19.825,2
água pai	6.566,9
água dos 4 chafarizes	19.309,6
água dos 4 chafarizes	9.219,9
água dos 4 chafarizes	14.947,2
Total	75.340,8

Resposta: vazão de aproximadamente 75.340,8 litros de água por dia

$$\frac{75.340,8}{2} = 37.670,4$$

Resposta: vazão total de aproximadamente 1.811.808 litros por mês

Fonte: Acervo da autora

Ao efetuarem os cálculos referentes ao volume mensal, identificaram que a nascente Mãe d'água, supostamente contaminada, despeja aproximadamente 450 mil litros de água por mês. A nascente Pai d'água despeja aproximadamente 400 mil litros de água por mês no local e se adicionada aos volumes despejados pelos quatro chafarizes interligados a ela, totalizam aproximadamente 1,81 milhões de litros por mês.

Os estudantes utilizaram essas informações para realizar comparações às caixas d'água de diferentes volumes e obtiveram, por exemplo, uma vazão total de expressivas 15 caixas d'água de 5000 (cinco mil) litros dor dia. Os cálculos são mostrados na figura abaixo.

Figura 24 – Cálculos desenvolvidos por um estudante

565.056
196.992
399.168
277.344
1.811.808

P: O potencial total em de 1.811.808

$$\frac{75.340,8}{5} = 15.068,0$$

Seriam precisas 15 caixas d'água

Fonte: Acervo da autora

Os estudantes ficaram surpresos com a quantidade de água gerada apenas por duas nascentes. Com base em todos esses números, foi possível reforçar a importância da preservação e manutenção desses recursos, devido ao seu grande potencial.

Alguns estudantes se comprometeram em continuar analisando a vazão das fontes, a fim de verificar se há boa distribuição no tempo e se a vazão é mantida durante os períodos de seca.

4.3.6 5ª Etapa da Modelagem: “Análise crítica das soluções”

Etapa marcada pela crítica, não apenas da Matemática, mas de outros aspectos, como a viabilidade das resoluções apresentadas, que muitas vezes são resolvíveis matematicamente, mas inviáveis para a situação estudada e para situações reais. Não é necessariamente a análise de um modelo, mas dos conteúdos, dos seus significados e no que eles podem contribuir para a melhoria das ações e decisões enquanto pessoas integrantes da sociedade e da comunidade em que participam. (KLÜBER; BURAK, 2008, p.26).

Nessa etapa, foram organizadas atividades (Apêndice F) baseadas nos encaminhamentos relatados pelos estudantes na etapa anterior. O objetivo era formalizar o raciocínio matemático utilizado e instigá-los a pensar em determinados resultados obtidos, visto que a resolução das atividades exigiria novas consultas ao material, novas análises e debates entre os integrantes dos grupos e entre os colegas. Corroborando novamente com Ponte (2005), que caracteriza a importância das “tarefas de natureza mais fechada (exercícios, problemas)” para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos. Na sequência serão apresentadas e discutidas algumas atividades aplicadas.

Atividades

Na pergunta de número 1, esperava-se que os estudantes interpretassem a questão, utilizassem a fórmula dada para encontrar o resultado desejado, percebessem a possibilidade de recorrer ao conceito matemático regra de três (conceito utilizado por eles diversas vezes na fase da Pesquisa Estatística) para fazer a transformação, além de resolver as operações sem o uso da calculadora.

1) Os resultados referentes à vazão da nascente Mãe d'Água coletados no dia da visita ao parque foram: um balde com capacidade de 6,8 litros em um tempo médio de 49 segundos. Com base nessa informação, resolva os itens seguintes:

A) Sabendo-se que o cálculo da vazão (Q) é dado por $Q = \frac{V}{t}$, calcule a vazão da fonte nesse dia em l/s.

Figura 25 – Cálculos desenvolvidos por um estudante

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{6,8}{49}$$

$$A \text{ vazão, nesse dia, foi } = 0,138 \text{ l/s}$$

Fonte: Acervo da autora

B) Geralmente, a vazão é dada em m^3/s (metros cúbicos por segundo). Faça as transformações necessárias e represente a resposta anterior nessa unidade. Informação: $1 \text{ m}^3 = 1000$ litros.

Figura 26 – Cálculos desenvolvidos por um estudante

B) Geralmente, a vazão é dada em m^3/s (metros cúbicos por segundo). Faça as transformações necessárias e represente a resposta anterior nessa unidade. Informação: $1 \text{ m}^3 = 1000$ litros.

$$1000x = 0,138$$

$$x = \frac{0,138}{1000}$$

$$x = 0,000138 \text{ m}^3/\text{s}$$

Fonte: Acervo da autora

C) Considerando a resposta obtida no item A, quantos litros fluem da fonte em uma hora? E em um dia? .

Figura 27 – Cálculos desenvolvidos por um estudante

$$1 \text{ hora} = 0,138 \times 60 = 8,28 \text{ l por min}$$

$$8,28 \times 60 = 496,8 \text{ l por hora}$$

$$496,8 \times 24 = \underline{11.923,2} \text{ l por dia}$$

Fonte: Acervo da autora

D) Considerando que no Brasil, uma pessoa gasta em média 160 litros de água por dia, quantas pessoas poderiam ser beneficiadas por essa fonte em um dia?

Figura 28 – Cálculos desenvolvidos por um estudante

D) Considerando que no Brasil, uma pessoa gasta em média 160 litros de água por dia, quantas pessoas poderiam ser beneficiadas por essa fonte em um dia?

Handwritten work showing the calculation: $160 \times x = 11.923$ and $x = \frac{11.923}{160}$. A note in a cloud says: $x = \text{Aproximadamente } 95 \text{ pessoas}$.

Fonte: Acervo da autora

Durante a execução das atividades foi possível perceber que alguns estudantes demonstraram dificuldades ao efetuarem operações contendo números decimais, especialmente quando se tratava de uma divisão. Evidencia-se a importância de práticas desse tipo, visto que eventualmente, utilizam a calculadora para efetuar cálculos. No entanto, a maioria dos estudantes desenvolveu um bom raciocínio diante da situação apresentada.

Na pergunta de número 2, os estudantes deveriam realizar a interpretação da questão e completar a tabela estabelecendo a frequência relativa. Esperava-se que utilizassem a regra de três e efetuassem transformações de unidades. Deveriam também representar as informações da tabela em um gráfico de setores utilizando as medidas encontradas e transformadas, recorrendo ao compasso e ao transferidor.

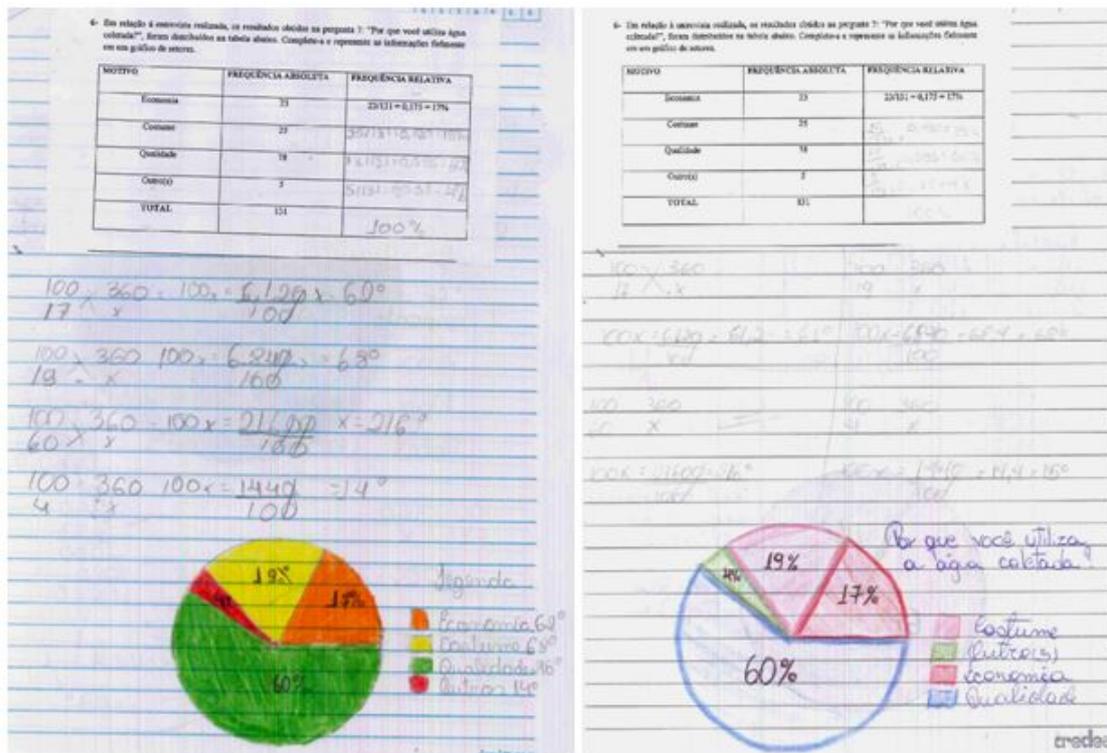
2) Em relação à entrevista realizada para a Pesquisa Estatística, os resultados obtidos na pergunta de número 8: “Por que você utiliza água coletada?”, foram distribuídos na tabela abaixo. Complete-a e represente fielmente as informações em um gráfico de setores. (Figura 29).

Tabela 4 – Tabela referente à atividade 2

Motivo	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Economia	23	$23/131 = 0,175 = 17\%$
Costume	25	
Qualidade	78	
Outro(s)	5	
Total	131	

Fonte: Acervo da autora

Figura 29 – Cálculos desenvolvidos por estudantes



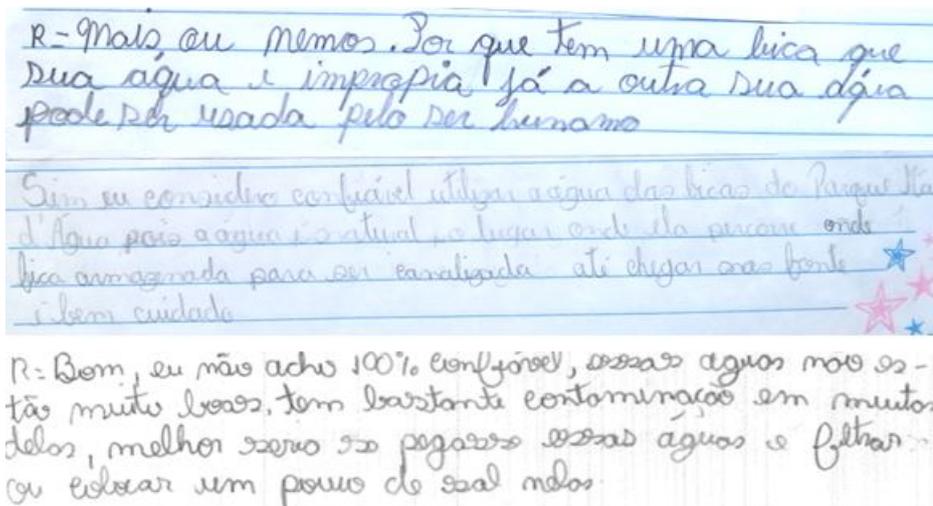
Fonte: Acervo da autora

Foi possível perceber que a maioria dos estudantes realizou com êxito as transformações de porcentagem em grau, para representar fielmente os resultados obtidos na tabela. Porém, foi notória a grande dificuldade de alguns estudantes em utilizar os instrumentos necessários na confecção dos gráficos de setores. Esse momento foi aproveitado para reforçar a maneira como tais instrumentos são usados. A orientação foi passada para todos, a partir de um exemplo no quadro e posteriormente, para cada grupo individualmente, a fim de certificar a produção correta dos gráficos.

Na pergunta de número 3, os estudantes deveriam expressar sua opinião de acordo com as informações investigadas a respeito do tema.

3) Dê a sua opinião: De acordo com o que foi presenciado na visita ao Parque Mãe d'Água e todas as informações obtidas referentes às fontes da cidade, você considera confiável utilizar a água disponibilizada?

Figura 30 – Respostas de estudantes



Fonte: Acervo da autora

Alguns estudantes foram sucintos ao dar a resposta. Ainda assim, foi possível perceber algum nível de crítica em relação ao tema investigado.

Durante o desenvolvimento dessas atividades, foi possível consolidar conteúdos, através das correções e comentários feitos. Assim, o trabalho foi concluído com a turma.

A avaliação se deu diante da participação individual e coletiva dos estudantes, observada durante todo o projeto, entrega do caderno de atividades dos grupos para análise pela professora e entrega das atividades de consolidação.

4.3.7 Direcionamento final do projeto

Após o encerramento do projeto com a turma, alguns estudantes demonstraram interesse em fazer novas investigações. Assim, elaboraram novas perguntas e levantaram novas hipóteses a respeito do tema.

Essa etapa desenvolveu-se com os estudantes em horário extraclasse, quando foram obtidos bons resultados. A continuação do trabalho possibilitou a consolidação e/ou o aprofundamento dos conteúdos abordados na pesquisa. Destaca-se Ponte (2005), que se referiu “às tarefas de cunho mais aberto” como sendo essenciais para o desenvolvimento da autonomia do estudante e da capacidade de lidar com situações complexas.

Os estudantes se interessaram em verificar a qualidade da água das nascentes consumida pela população. Assim, através de pesquisas pela internet e entrevistas a órgãos responsáveis pelo saneamento da cidade, obtiveram informações sobre os componentes da água e métodos de análise da mesma.

Investigaram métodos para verificar a potabilidade da água consumida. Descobriram que, através do uso de um reagente misturado à água, é possível verificar o seu PH (potencial de hidrogênio), uma escala logarítmica que pode variar de 1 a 14 e mede o grau de acidez,

neutralidade ou alcalinidade de uma determinada solução. Pesquisaram também como tornar uma água alcalina através da mistura de alguns minerais e analisaram o nível de minerais presentes na água através do teste de condutividade, que consiste em analisar o seu nível de condução de energia elétrica.

Perceberam a seriedade e a complexidade do uso de uma água que seja realmente eficaz para a saúde, visto que a ingestão de água sem cor ou cheiro, não é suficiente para determinar sua qualidade. São necessárias análises de uma série de parâmetros, como presença adequada de minerais e outras substâncias; e ausência de coliformes fecais, metais pesados, bactérias, dentre muitos outros. Segundo a Fundação Nacional de Saúde, “o exame da água destinada ao consumo humano é de fundamental importância, uma vez que permite aferir a ausência ou não de micro-organismos ou substâncias químicas nela presentes, que podem ser prejudiciais à saúde das pessoas.”. (SAUDE, 2013, p.6).

Em relação aos dados da vazão coletados nas fontes, foi possível formalizar a ideia de cálculo da medida de dispersão denominada desvio, cujo valor d_i é dado pela diferença entre um valor qualquer x_i e a média aritmética A do conjunto: $d_i = x_i - A$.

Em seguida, foram trabalhados os conceitos de variância populacional e desvio padrão, a fim de verificar quão distantes os valores das vazões estão da média e diagnosticar qual fonte permaneceu com vazão mais constante.

O cálculo da variância populacional (V) é obtido através da soma dos quadrados da diferença entre cada valor e a média aritmética, dividida pela quantidade de elementos observados.

O desvio padrão (DP) é obtido através do cálculo da raiz quadrada da variância (V). As respectivas fórmulas são apresentadas na tabela seguinte.

Tabela 5 – Fórmulas: Variância e Desvio padrão

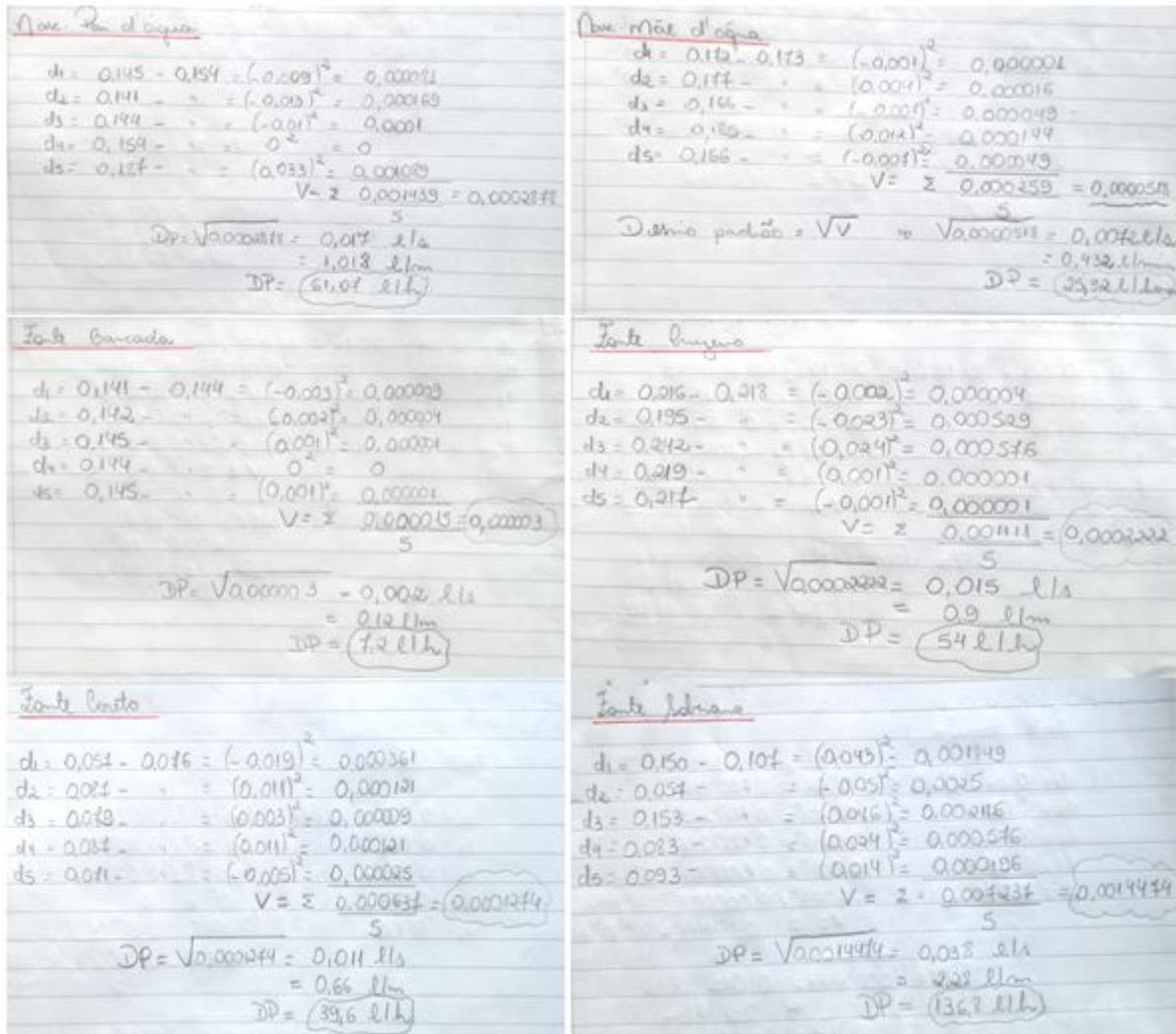
Variância (V)	Desvio padrão (DP)	Em que:
$V = \frac{\sum_1^n (x_i - A)^2}{n}$	$DP = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - A)^2}{n}}$	x_i = valor individual A = média dos valores n = número de valores

Fonte: Elaborado pela autora

Esses conceitos são abordados geralmente no Ensino Médio, porém, os estudantes demonstraram interesse em aprofundar os conhecimentos e não sentiram dificuldade em compreendê-los.

Os cálculos das medidas de dispersão permitiram concluir que a Fonte Bancada, por obter o desvio padrão de apenas 7,2 l/h se manteve com vazão mais constante. Já a Fonte Soberano cujo desvio padrão encontrado foi de 136,8 l/h, se manteve com vazão menos constante. Os cálculos efetuados são mostrados na figura seguinte.

Figura 31 – Cálculos desenvolvidos por um estudante



Fonte: Acervo da autora

A culminância do Projeto de Modelagem se deu com a sua submissão na I Feira Mineira e V Feira Regional de Matemática do IFMG *campus* São João Evangelista, que será realizada em novembro de 2018. Nessa ocasião, os estudantes terão a oportunidade de apresentar as conclusões e os resultados obtidos através das investigações desenvolvidas no projeto com o auxílio da Matemática.

4.3.8 *Alguns desvios e considerações relacionados às práticas com Modelagem relatadas*

A partir das experiências com Projetos de Modelagem, foi possível perceber a ocorrência de alguns obstáculos. Dentre eles destacam-se:

- a falta de envolvimento de alguns estudantes, quando as atividades eram delimitadas para os grupos ou para a turma;
- a dificuldade dos estudantes em coletar informações diversificadas, visto que alguns deles realizaram as pesquisas através da internet e prepararam de maneira impressa ou manuscrita, a primeira reportagem indicada, sem que houvesse a interpretação das informações;
- o não envolvimento ou até mesmo o abandono do tema – alguns estudantes não se empenharam em pesquisar ou participar do trabalho com o objetivo de construir seu próprio conhecimento, mas esperaram que as ações fossem sempre indicadas pela professora. Aguardavam que fosse dito o quê, quando e como fazer.
- o uso da sala de informática da escola - essa atividade aparentemente simples, por vezes tornou-se uma verdadeira “maratona”. Era necessário muito planejamento para organizar as atividades, reservar e preparar a sala para receber os alunos em horário normal de aula com a turma. Além disso, a quantidade de computadores era insuficiente para o número de alunos, assim, a realização dessa atividade sem o auxílio de outros profissionais, tornou-se por vezes, praticamente impossível em uma aula com 50 minutos de duração.
- a defasagem de conteúdos de alguns estudantes – a prática da Modelagem em uma turma inteira foi, em alguns momentos, dificultada pela discrepância de conceitos matemáticos básicos necessários para a resolução das situações problema. Pressupõe-se que para os estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, alguns conceitos aritméticos e estatísticos caracterizam-se como prévios. Entretanto, o desenvolvimento das atividades explicitou a falta de domínio de operações fundamentais, do uso de instrumentos de medição e de conceitos algébricos.

Essa última evidência conduziu ao questionamento sobre as estratégias com as quais esses conteúdos haviam sido conduzidos nos anos anteriores, sinalizando poucas oportunidades de investigação e construção, o que possivelmente contribuiria para a aprendizagem desses conceitos.

É importante que o professor que deseja atuar nesse ambiente esteja preparado para lidar com a possível falta de atitude e tomada de decisão de alguns estudantes. A simples escolha do tema por eles pode não ser suficiente para gerar a motivação esperada, visto que quando percebem que terão que tomar atitudes diferentes das habituais podem se tornar desinteressados novamente. Nesse ambiente, não é apenas o professor que sai da sua “zona de conforto”, mas o estudante também.

Herminio e Borba (2010) refletem sobre a noção de interesse dos alunos em ambientes de Modelagem. Manifestam que embora o poder que é dado ao aluno seja visto como fator

positivo, nesse ambiente pode ser que o aluno não esteja preparado ou disposto a exercer esse poder. Ressaltam a necessidade de reflexões acerca das ações tomadas e que “trabalhar com Modelagem não implica em aluno interessado.” (HERMINIO; BORBA, 2010, p.125).

Foi possível identificar que enquanto alguns estudantes “abraçaram” o tema e se envolveram integralmente, outros participaram apenas das atividades que envolviam manuseio de algum material ou alguma movimentação fora da sala de aula, dando pouca atenção às atividades de pesquisa e de cálculos.

Essa é uma infeliz situação presente nas salas de aula. Ponte (1994) descreve esse cenário ao escrever sobre o insucesso do ensino da Matemática. Relata que após vários anos de repetição e memorização os alunos veem a Matemática como “um simples amontoado de regras sem qualquer relação entre si, [...] acham que nem vale a pena tentar perceber a lógica que liga os diversos assuntos.” (PONTE, 1994, p.3).

Entende-se que o hábito de alguns estudantes serem, em maioria das vezes, ouvintes no ambiente escolar, os impossibilitou de encararem o desafio da pesquisa a princípio. Acredita-se que ainda assim, tê-los dado a oportunidade de participar de algo novo, tenha sido o primeiro passo para uma nova visão em relação à aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Destaca-se a importância da ação do professor, que deve agir com paciência histórica, pedagógica e afetiva,¹² e persistência, quando o objetivo for provocar nos estudantes uma nova maneira de lidar com o ensino. Mantendo o foco nos vários desdobramentos positivos obtidos, permite-se afirmar que as ações de Projetos de Modelagem contribuem para a melhoria do ensino, visto que no decorrer dos projetos a maioria dos estudantes demonstrou interesse em relação à pesquisa. As atividades proporcionaram uma interação mais produtiva entre os grupos de estudantes e entre estudantes e professor.

Nesse contexto, Skovsmose discorre que qualquer cenário para investigação impõe desafios para o professor e aconselha que:

a solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. (SKOVSMOSE, 2000, p.16).

Tomando-se como base a produtividade e os resultados satisfatórios obtidos, o ambiente desafiador proporcionado pela Modelagem torna-se cada vez mais apreciado. Ciente de que não há receita para um Projeto de Modelagem Matemática, visto que os caminhos vão sendo traçados à medida que as decisões vão sendo tomadas, idealiza-se seguir em frente com novos projetos, adotando novos temas e encarando novos desafios.

¹²Cortella descreve o significado de paciência histórica, pedagógica e afetiva, definidas por Paulo Freire: “Paciência histórica é saber ver o momento em que as coisas acontecem e observar se estão suficientemente maduras para poderem ser mexidas. [...] Paciência pedagógica significa a capacidade de observar que as pessoas têm processos distintos de aprendizagem e de ensino, que os alunos, os colegas de profissão vivem momentos diferentes. É necessário que haja uma maturação na possibilidade de permuta de informação e conhecimento. E paciência afetiva é a capacidade de amorosidade que precisa o tempo todo cobrir qualquer ato pedagógico, de maneira que não se incorra na agressividade ou na ruptura do padrão de autonomia e liberdade que alguém carrega. Paciência afetiva é olhar a outra pessoa como outra pessoa e não como alguém estranho.” (CORTELLA, 2016, p.15).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo direcionou atenção na busca da expansão do conhecimento relacionado à Modelagem Matemática, por se tratar de uma tendência com possibilidades de melhoria no ensino de Matemática. Nesta direção, procurou-se responder à seguinte questão: Quais as perspectivas, contribuições e limitações da utilização da Modelagem Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental?

Na tentativa de buscar respostas a esta questão, foi realizada uma Pesquisa Bibliográfica e, posteriormente, uma experiência voltada para um Projeto de Modelagem, desenvolvido em uma escola estadual localizada na cidade de Peçanha-MG.

A partir da Pesquisa Bibliográfica sobre a Modelagem, foi possível diagnosticar diversos significados e concepções originados nesse ambiente. Dentre eles, destaca-se a Modelagem como uma estratégia de ensino e aprendizagem exploratória. Pelo seu perfil investigativo, apresenta competências que permitem aos estudantes desenvolver uma aprendizagem que possua significado, através da oportunidade dada ao estudante de compreender a Matemática curricular relacionada ao seu cotidiano. Também foi possível conhecer suas características, potencialidades e desafios, bem como evidentes relações com o ambiente de projetos, caracterizando-a assim como Projetos de Modelagem.

Em consonância com essa concepção, este trabalho procurou relatar algumas experiências e percepções em relação às ações desenvolvidas nesse ambiente. Através de narrativas sobre as situações ocorridas nesses cenários, objetivou-se contemplar tanto a Matemática abordada nos temas quanto as relações e resultados significativos ocorridos durante o processo.

A pesquisa foi baseada nas concepções de Modelagem Matemática propostas por Burak (2004) e Barbosa (2001), que a abordam como um ambiente de aprendizagem, como metodologia ou estratégia de ensino de cunho investigativo, onde a ênfase é dada principalmente, nas relações e compreensões que ocorrem durante a execução de cada etapa do processo.

Na tentativa de compreender como se dão as ações de Modelagem no ambiente escolar, uma proposta foi direcionada a estudantes de uma turma de nono ano do Ensino Fundamental, matriculados em uma escola pública estadual, tomando como base as etapas metodológicas descritas por Burak (2004, 2010).

Com o propósito de caracterizar o perfil dos estudantes que compunham a turma selecionada para participar das ações, realizou-se um diagnóstico, através da aplicação de um questionário virtual. As análises do mesmo possibilitou compreender que embora os estudantes participantes possuam gosto pela Matemática, geralmente dedicam-se pouco ao seu ensino, alegando esse fato à dificuldade em relacionar os conteúdos à sua prática. Também foi possível identificar dificuldades de aprendizagem relacionadas especialmente aos conteúdos de estatística, proporções e porcentagem.

O Projeto de Modelagem, cujo tema foi direcionado às Nascentes existentes na zona urbana da cidade, possibilitou explorar os principais conteúdos matemáticos diagnosticados na análise inicial. Os estudantes demonstraram interesse por esse ambiente de aprendizagem, mas também, algumas dificuldades em relação às ações que a metodologia exige, visto que

não estavam habituados a agir como principais integrantes no processo de construção de novos conhecimentos.

A fim de facilitar o andamento das atividades, houve sempre necessidade de observação e mediação da professora regente em cada etapa, para que os direcionamentos fossem tomados e a evolução do trabalho ocorresse. Em consonância com Ponte, quando afirma que é “indiscutível que uma preparação cuidada é uma condição necessária para a qualidade do trabalho do professor e inclui, de modo decisivo, a definição da estratégia e a seleção das tarefas.” (PONTE, 2005, p.24).

Sobressalta-se que a adoção da Modelagem não se traduz em motivação instantânea. Atingir resultados positivos nesse ambiente requer muita dedicação, empenho e tolerância do professor. Caso contrário, nos primeiros obstáculos encontrados, poderá desistir de empenhar-se em algo novo.

Observa-se que apesar dos desafios que sempre são encontrados nesse ambiente de aprendizagem, a emoção da investigação, possíveis encaminhamentos e descobertas são importantes motivadores tanto para os estudantes quanto para o professor.

As etapas de Modelagem foram executadas com riqueza de investigações. A cada descoberta, as atividades foram se consolidando e originando novas ações em torno do tema estudado. Observou-se que esta maneira qualitativa de contemplar a Matemática pôde oportunizar, através da investigação e exploração, a prática do estudante na busca por informações e no desenvolvimento da sua independência para atuar em situações novas e desafiadoras. O esforço em reunir, apurar e estruturar os dados coletados através da pesquisa possibilitou o desenvolvimento de habilidades que contribuirão não apenas para a sua vida estudantil, como também para a sua vida fora do ambiente escolar.

Observa-se que a atuação do professor, pode ser fator importante para o trabalho com a Modelagem voltado para gerar bons resultados e que a partir da primeira experiência com Modelagem, tanto o professor quanto os estudantes tendem a sobressair nesse ambiente.

Nesse momento, foi reconhecida a importância da adoção de metodologias que possibilitem a abordagem de atividades habituais sob um novo olhar. Assim, a Modelagem serviu também como uma oportunidade de mudança de postura dos estudantes.

A adoção de uma forma instrutiva de trabalho pelo professor, onde houve um aperfeiçoamento no programa de estudo, tendo como base as particularidades e necessidades de um determinado ambiente, pôde oferecer maiores contribuições, uma vez que possibilitou que as ações empreendidas estivessem em consonância com as adversidades encontradas em sala de aula.

Através da introdução da Modelagem Matemática foi possível perceber evolução na aprendizagem, por ter possibilitado a atribuição de novos conteúdos ou consolidação de vários assuntos matemáticos que antes eram considerados desnecessários ou abstratos pela maioria dos estudantes envolvidos nas atividades. Ressalta-se a importância da união de conhecimento e prática relacionados a um tema do cotidiano do aluno.

De modo geral, foi possível concluir que a Modelagem Matemática se mostrou uma ferramenta de grande auxílio para o ensino da Matemática, uma vez que despertou a curiosi-

dade, estimulou a análise dos resultados encontrados, exigiu discussões e novas descobertas e percepções, além do interesse em resolver problemas reais, que são vivenciados diariamente por todos, propiciando uma maior aproximação entre os estudantes e os problemas da sociedade.

Ressalta-se que as dimensões abordadas neste trabalho não são únicas, pois foram observadas em circunstâncias particulares. Entretanto, acredita-se que esses resultados e análises, possam contribuir com o professor da Educação Básica que almeja e se interessa por novas e/ou diversificadas práticas de ensino, especialmente o professor de Matemática. Espera-se que ao terem conhecimento de experiências desenvolvidas nesse ambiente, se sintam estimulados à experimentação, encorajados a pôr em prática novas ações de Modelagem e que essa possa se expandir em novos encaminhamentos e possibilidades.

Repensar a postura do professor no ambiente de Modelagem é uma importante tarefa. Como sendo o principal responsável pela inserção do método, discutir práticas e direcionamentos se mostram necessários para que possa se sentir confortável e confiante em adotá-la e obtenha êxito.

Admite-se que a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino, deve ser apreciada. Percebe-se a necessidade de novas demandas de discussões e reflexões sobre o tema, através de investigações e relatos nesse âmbito, que valorizem a prática em sala de aula. Sugere-se, para projetos futuros, investigações de atividades de Modelagem, que tenham como foco por exemplo, a visão do aluno participante nesse ambiente. Pesquisas nesse âmbito poderão auxiliar professores, pesquisadores e os próprios estudantes na compreensão e desenvolvimento de práticas com a Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da. O significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre pesquisas brasileiras. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, p. 124–145, 2014.
- ALMEIDA, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**, SciELO-EDUEL, p. 19, 2011.
- ALVES, J. M. As formulações de vygotsky sobre a zona de desenvolvimento proximal. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 1, p. 11–16, 2005.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. **Reunião anual da ANPED**, v. 24, n. 7, p. 1–15, 2001.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? por que? como? **Veritati**, p. 73– 80, 2004.
- BARBOSA, J. C. Integrando modelagem matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, n. 26, p. 17–25, 2013.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. [S.l.]: Editora Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S. **Fundamentos da Matemática elementar: conjuntos, funções**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. [S.l.: s.n.], 2016.
- BIEMBENGUT, M. S.; ZERMIANI, V. J. Perspectivas da modelagem matemática e projetos nas feiras de matemática. **ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de.; ARAÚJO, Jussara Loiola; BISOGNIN, Eleni. Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1998.
- BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. **Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**, v. 1, p. 1–10, 2004.
- BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10–27, 2010.
- BURAK, D.; KLUBER, T. E. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para a educação básica. **ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, p. 45–64, 2011.
- BURAK, D.; KLUBER, T. E. Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de educação matemática. **Revista Margens Interdisciplinar**, v. 7, n. 8, p. 33–50, 2016.

CADERNOS, D. M. C. Secretaria de estado do meio ambiente, departamento de proteção da biodiversidade. **São Paulo: SMA**, 2009.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática: um outro olhar. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 33–54, 2009.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática, currículo e formação de professores: obstáculos e apontamentos. **Educação Matemática em Revista**, p. 53–62, 2015.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem matemática: alunos em ação. **Almeida, LMW de. Araújo, JL e Bosognin, E. Práticas de modelagem matemática na educação matemática. Londrina: Eduel**, p. 65–81, 2011.

CAPES, I. Programa institucional de bolsa de iniciação à docência – pibid- atualizadas em 31/08/2010. **Acesso em 29 de junho 2018**, 2018. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid>>.

CORTELLA, M. S. **Educação, escola e docência: novos tempos, novas atitudes**. [S.l.]: Cortez Editora, 2016.

CREMM. Centro de referência em modelagem matemática cremm. **Acesso em 29 de junho 2018**, 2006. Disponível em: <<http://www.furb.br/cremm/portugues/cremm.php?secao=Precusores>>.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Handbook of qualitative research**. [S.l.]: Sage publications, inc, 1994.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no brasil p. 1-38. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, 1995.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de administração de empresas**, SciELO Brasil, v. 35, n. 2, p. 57–63, 1995.

HERMINIO, M. H. G. B.; BORBA, M. de C. A noção de interesse em projetos de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 12, n. 1, 2010.

IBGE, C. D. Ibge. **Acesso em 15 de abril 2018**, v. 3, 2010. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>.

IVIC, I.; COELHO, E. P. **Lev Semionovich Vygotsky**. [S.l.]: Fundação Joaquim Nabuco, 2010.

JACOBINI, O. R. A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2004.

KLÜBER, T. E. Um olhar sobre a modelagem matemática no brasil sob algumas categorias fleckianas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 219–240, 2009.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Depoimentos de estudantes sobre a matemática e a modelagem matemática: aspectos epistemológicos evidenciados em âmbito escolar. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 16–29, 2008.

MEYER, J.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. d. S. Modelagem em educação matemática. **Belo Horizonte: Autêntica**, 2011.

MINAS GERAIS, S. d. E. d. E. **Proposta Curricular - CBC Matemática Ensinos Fundamental e Médio**. Belo Horizonte: SEE/MG, 2005.

OLIVEIRA, M. d. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. São paulo: Scipione, 1999. __. pensar a educação contribuições de vygotsky. **CASTORINA, José Antonio et al. Piaget-Vygotsky: Novas Contribuições para o Debate**, v. 6, 1995.

PILETTI, N. **Estrutura e funcionamento do ensino de 1º grau**. [S.l.: s.n.], 1993.

PIMENTA, S. G. **O Papel do Estágio na Formação do Professor**. São Paulo: Editora Cortez, 1994.

PONTE, J. P. d. Gestão curricular em matemática. **O professor e o desenvolvimento curricular**, Associação dos Professores de Matemática, p. 11–34, 2005.

PONTE, J. P. d. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. [S.l.]: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.

PONTE, J. P. da. Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso? 1994.

PPP, E. S. S. d. C. **Projeto Político Pedagógico, PPP**. Peçanha, MG: [s.n.], 2018.

RABELLO, E. T.; PASSOS, J. S. Vygotsky e o desenvolvimento humano. v. 5, 2013.

RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. de S.; SILVA, F. H. da. Modelagem matemática e pedagogia de projetos: aspectos comuns. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 87–116, 2009.

ROCHA, A. P. F. P. da; ARAÚJO, J. de L. Resistência dos alunos em projetos de modelagem matemática. 2012.

SABESP. **Acesso em 04 de abril 2018.**, 2010. Disponível em: <<http://site.sabesp.com.br/site/interna/Default.aspx?secaoId=595>>.

SAUDE, F. Fundação Nacional de. **Manual prático de análise de água**. Brasília: ISBN, 2013.

SBEM. Feira nacional de matemática fnmat. **Acesso em 30 de junho 2018**, 2018. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/feiradematematica/feirasnacionais.html>>.

SILVA, T. T. d. **Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo**. Belo Horizonte: [s.n.], 2010. v. 3. 156 p.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. [S.l.]: Bolema, 2000.

SODRÉ, U. Modelos matemáticos. **Londrina: UEL**, 2007.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. [S.l.]: São Paulo: Ed. Cortez, Autores Associados, 1986.

TIAGO, D. B.; KLÜBER, E. Educação matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza/mathematics education: Contributions for the understanding of its nature. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 2, p. 93–106, 2012.

APÊNDICE A – Carta de Apresentação à Escola



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**



Teófilo Otoni, 05 de Fevereiro de 2018.

Prezada Diretora,

A professora Ana Cristina Magalhães Oliveira, aluna matriculada no Mestrado em Matemática – PROFMAT UFVJM, Campus Teófilo Otoni, solicita o consentimento desta escola para realizar, com a colaboração dos estudantes do 9º ano 1, a proposta de pesquisa utilizando a Modelagem Matemática para o ensino.

Nosso propósito com esta metodologia é levar o aluno a compreender situações da realidade fazendo uso das conjecturas teóricas e metodológicas da Matemática. Nesta direção, pretende-se propor aos estudantes do 9º ano 1 dessa escola, um trabalho envolvendo o seu cotidiano através do tema “Recursos hídricos”.

É importante e recomendada a prática de ações que promovam reflexões dos estudantes em relação aos recursos naturais, a fim de que obtenham uma visão ampla e consistente da realidade em que vivem. Para tanto, o foco principal deste trabalho é identificar as contribuições e limitações da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática a partir do tema transversal “Recursos hídricos”.

As atividades serão realizadas em sala de aula, mas podem incluir, por exemplo, encontros extracurriculares na escola, ou a organização de visitas de campo, etc. É importante mencionar que toda atividade será previamente agendada e planejada.

Ressalta-se que o material produzido pelos estudantes e pela professora serão disponibilizados para a escola. Toda e qualquer informação coletada, será utilizada sem a identificação dos envolvidos. Quaisquer dúvidas que existirem agora ou a qualquer momento poderão ser esclarecidas com a professora responsável pela pesquisa.

Atenciosamente,

Ana Cristina Magalhães Oliveira

Discente do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado em Matemática em Rede Nacional
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – Campus do Mucuri

Profa. Dra. Sílvia Swain Canôas

Professora Orientadora do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado em Matemática em Rede Nacional
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – Campus do Mucuri

APÊNDICE B – Carta Informativa aos Pais ou Responsáveis



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró -Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 39803-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otonário/MG



“Modelagem Matemática em sala de aula: perspectivas para o ensino fundamental”.

Prezado(a),

Neste ano de 2018 estaremos desenvolvendo em sala de aula o projeto **“Modelagem Matemática em sala de aula: perspectivas para o ensino fundamental”**.

Realizaremos aulas de Matemática diferentes. As atividades serão realizadas em sala de aula, mas podem incluir, por exemplo, encontros extracurricular na escola, ou a organização de visitas de campo, etc.

A divulgação do trabalho terá finalidade acadêmica, esperando contribuir para um maior conhecimento do tema estudado.

Quaisquer dúvidas que existirem agora ou a qualquer momento poderão ser esclarecidas com a professora responsável pela pesquisa.

Ciente das atividades, favor assinar abaixo.

Atenciosamente,

.....
Ana Cristina Magalhães Oliveira

Discente do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu Mestrado em Matemática em Rede Nacional
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – Campus do Mucuri

Contato: _____

.....
Nome completo do aluno

.....
Nome e assinatura do responsável pelo aluno

Peçanha, 19 de Fevereiro de 2018.

APÊNDICE C – Questionário Aplicado à turma



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 39603-371
Campus de Mucuri - Teófilo Otoni/MG

**Questionário sobre o perfil dos estudantes****1. Idade**

- 13 anos
- 14 anos
- 15 anos
- Mais de 15 anos

2. Excluindo o tempo regular de aula na escola, quanto tempo você se dedica aos estudos?

- Não estudo fora do horário das aulas regulares
- Menos de uma hora
- De 1 a 2 horas
- De 3 a 4 horas
- 5 horas ou mais

3. Qual (ais) item(s) abaixo você possui acesso?

- Televisão
- Internet
- Rádio
- Revistas
- Jornais
- Biblioteca
- Celular



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró -Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 39803-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otonari/MG



4. Quanto ao seu comportamento em sala de aula:

	Nunca	Raramente	Às vezes	Sempre
1- Dedicar atenção à explicação da matéria.				
2- Se desconcentra com facilidade.				
3- Participa da aula fazendo perguntas.				
4- Realiza as atividades propostas em sala.				
5- Realiza as atividades propostas para casa.				
6- Mantém o caderno em dia.				

5. Assinale a alternativa que melhor represente a sua opinião em relação à Matemática:

- () Gosto e possuo facilidade em aprender.
 () Gosto e possuo alguma dificuldade em aprender.
 () Não gosto e possuo facilidade em aprender.
 () Não gosto e possuo alguma dificuldade em aprender.

6. Você utiliza a matemática vista em sala de aula no seu dia a dia?

- () Sim
 () Não

Onde? _____



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 39603-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otoni/MG



7. Dos seguintes conteúdos matemáticos, qual (ais) você considera mais difícil (eis) de aprender?

- Frações e Números Decimais
- Equações
- Geometria
- Razões, Proporções e Porcentagem
- Estatística e Probabilidade

8. Em sua opinião, os alunos apresentam dificuldade na aprendizagem da disciplina Matemática por quê? (Você pode marcar mais de um item).

- Estudam pouco.
- Não constroem uma boa relação com o professor.
- Possuem intolerância com a disciplina.
- Não possuem noções básicas de conteúdos matemáticos.
- Não conseguem relacionar o conteúdo à prática.
- Não dão importância à disciplina.
- Os professores não ensinam com metodologia adequada.
- Outro. Qual? _____

APÊNDICE D –Entrevista da Pesquisa Estatística



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró -Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, no 01 - Jardim São Paulo - CEP 39803-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otoni/MG

**Entrevista**

1. Em que bairro você mora? _____

2. Quantas pessoas moram em sua casa? _____

3. Você é consumidor de água de nascente ou fonte / bica?

() Sim

() Não

Se sua resposta anterior foi SIM, responda às seguintes perguntas:

4. Qual ou quais? Cite a localidade (Bairro e alguma referência)

() Fonte / Bica _____

() Nascente _____

5. Há quanto tempo você é consumidor dessa água?

() Menos de 1 ano

() 1 a 2 anos

() 3 a 4 anos

() 5 anos ou mais

6. Para quais fins você utiliza essa água? (você pode marcar mais de uma opção).

() Beber

() Cozinhar

() Higiene pessoal

() Outro (s) _____



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 39803-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otoni/MG



7. Com que frequência você faz uso da água coletada? Em média quantos litros?

() Diariamente _____

() Semanalmente _____

() Raramente _____

8. Por que você utiliza água coletada? (você pode marcar mais de uma opção).

() Economia

() Costume

() Qualidade da água

() Outro (s) _____

APÊNDICE E – Tabelas da Pesquisa de Campo



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró -Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 39603-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otoni/MG



Projeto de Modelagem Matemática

Tema: Nascentes

Nascente Mãe d'água	Cálculo da vazão $Q = \frac{v(t)}{t(s)}$	Vazão média em:
1ª coleta		l/hora =
2ª coleta		l/dia =
3ª coleta		l/mês =
4ª coleta		Obs:
5ª coleta		
Vazão média (l/s) $\frac{\sum Q}{5}$		

Nascente Pai d'água	Cálculo da vazão $Q = \frac{v(t)}{t(s)}$	Vazão média em:
1ª coleta		l/hora =
2ª coleta		l/dia =
3ª coleta		l/mês =
4ª coleta		Obs:
5ª coleta		
Vazão média (l/s) $\frac{\sum Q}{5}$		

Fonte Soberano	Cálculo da vazão $Q = \frac{v(l)}{t(s)}$	Vazão média em:
1ª coleta		l/hora =
2ª coleta		l/dia =
3ª coleta		l/mês =
4ª coleta		Obs:
5ª coleta		
Vazão média (l/s) $\frac{\sum Q}{5}$		

Fonte Coreto	Cálculo da vazão $Q = \frac{v(l)}{t(s)}$	Vazão média em:
1ª coleta		l/hora =
2ª coleta		l/dia =
3ª coleta		l/mês =
4ª coleta		Obs:
5ª coleta		
Vazão média (l/s) $\frac{\sum Q}{5}$		

Fonte Cruzeiro	Cálculo da vazão $Q = \frac{v(l)}{t(s)}$	Vazão média em:
1ª coleta		l/hora =
2ª coleta		l/dia =
3ª coleta		l/mês =
4ª coleta		Obs:
5ª coleta		
Vazão média (l/s) $\frac{\sum Q}{5}$		

Fonte Bancada	Cálculo da vazão $Q = \frac{v(l)}{t(s)}$	Vazão média em:
1ª coleta		l/hora =
2ª coleta		l/dia =
3ª coleta		l/mês =
4ª coleta		Obs:
5ª coleta		
Vazão média (l/s) $\frac{\sum Q}{5}$		

APÊNDICE F – Atividades de Consolidação



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró -Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 36903-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otoni/MG

**Atividades de Consolidação - Projeto Nascentes**

- I-** Os resultados referentes à vazão da nascente Mãe d'Água coletados no dia da visita ao parque foram: um balde com capacidade de 6,8 litros em um tempo médio de 49 segundos. Com base nessa informação, resolva os itens seguintes:
- A)** Sabendo-se que o cálculo da vazão (Q) é dado por $Q = \frac{v}{t}$, calcule a vazão da fonte nesse dia em l/s.
- B)** Geralmente, a vazão é dada em m^3/s (metros cúbicos por segundo). Faça as transformações necessárias e represente a resposta anterior nessa unidade. Informação: $1 m^3 = 1000$ litros.
- C)** Considerando a resposta obtida na letra A, quantos litros fluem da fonte em uma hora? E em um dia?
- D)** Considerando que no Brasil, uma pessoa gasta em média 160 litros de água por dia, quantas pessoas poderiam ser beneficiadas por essa fonte em um dia?



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
(PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 36603-371
Campus do Mucuri - Teófilo Otoni/MG



- 2- Em relação à entrevista realizada, os resultados obtidos na pergunta 7: “Por que você utiliza água coletada?”, foram distribuídos na tabela abaixo. Complete-a e represente as informações fielmente em um gráfico de setores.

MOTIVO	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
Economia	23	$23/131 = 0,175 = 17\%$
Costume	25	
Qualidade	78	
Outro(s)	5	
TOTAL	131	

- 3- Dê a sua opinião: De acordo com o que foi presenciado na visita ao Parque Mãe d'Água e todas as informações obtidas referentes às fontes da cidade, você considera confiável utilizar a água disponibilizada?

