UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Análise crítica do material didático para o ensino de geometria: deficiente em conteúdos específicos ou abertura para procedimentos metodológicos inovadores?

Edmara Aparecida Ferri Marques

Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT)

ICMC USP
SÃO CARLOS

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura:______________________

Edmara Aparecida Ferri Marques

Análise crítica do material didático para ensino de geometria: deficiente em conteúdos específicos ou abertura para procedimentos metodológicos inovadores?

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientador: Prof. Dr. Luiz Augusto da Costa Ladeira

USP – São Carlos
Dezembro de 2018

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

M357a Marques, Edmara Aparecida Ferri
Análise crítica do material didático para o ensino de geometria: deficiente em conteúdos específicos ou abertura para procedimentos metodológicos inovadores? / Edmara Aparecida Ferri Marques; orientador Luiz Augusto da Costa Ladeira. -- São Carlos, 2018.
81 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2018.

1. Análise de material didático em geometria. 2. Atividades de geometria. 3. Resolução de problemas. I. Ladeira, Luiz Augusto da Costa, orient. II. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação de acordo com a AACR2:
Gláucia Maria Saia Cristianini - CRB - 8/4938
Juliana de Souza Moraes - CRB - 8/6176

Edmara Aparecida Ferri Marques

Critical analysis of the didactic material for the teaching of geometry: deficient in specific contents or access to innovative methodological procedures?

Master dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC- USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree Program in Mathematics in National Network

Advisor: Prof. Dr. Luiz Augusto da Costa Ladeira

USP – São Carlos
December 2018

Dedico este trabalho ao meu amado filho Gabriel que compreendeu meus momentos de estudo e ausências e ao meu esposo que sempre me apoiou, dando forças pra continuar.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por sempre estar ao meu lado e conduzir o meu caminho na direção do bem e em busca de novos desafios como o enriquecimento do conhecimento encontrado neste curso de mestrado profissional, onde foi possível articular conteúdos matemáticos aprofundados à prática pedagógica como educadora ao longo destes anos.

Ao meu amado filho Gabriel que com sua determinação em fazer sempre o que considera correto mostrou-me, com sua juventude, que se faz necessário sonhar e acreditar, mesmo que novos rumos sejam tomados a ponto de redirecionar o caminho e consequentemente reconstruir o sonho!

Ao meu esposo, Moacir que soube compreender minha ausência, mesmo estando no mesmo local, por passar horas estudando e resolvendo exercícios motivadores para esta nova formação.

Aos meus professores e mestres do ICMC, pelo entusiasmo e paciência que nos apontaram os caminhos do conhecimento para o aprendizado de conteúdos bem aprofundados na área da matemática com aulas criativas e dinâmicas, apesar da grande dificuldade que encontrava em muitos problemas, pelo fato de estar tanto tempo fora do ambiente universitário.

Ao meu orientador, Professor Dr. Luiz Augusto da Costa Ladeira, que com sua paciência, conhecimento e sabedoria, direcionou minha pesquisa, apontando novos rumos e corrigindo algumas colocações equivocadas. À Professora Ires que no decorrer do curso sempre demonstrou carinho, profissionalismo, incentivando a cada dia nossos estudos.

Aos meus colegas de turma que proporcionaram momentos únicos de cooperação, amizade e envolvimento durante as aulas e estudos coletivos com socialização de saberes.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

“Faça o teu melhor, na condição que você tem, enquanto não tem condições melhores para fazer melhor ainda!”

Mario Sergio Cortella

RESUMO

MARQUES, E. A. F. **Análise crítica do material didático para o ensino de geometria: deficiente em conteúdos específicos ou abertura para procedimentos metodológicos inovadores?** 2018. 81p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2018.

Este trabalho tem como foco analisar o material didático de matemática, mais precisamente os livros de matemática do Ensino Fundamental de 6º e 9º ano, no sentido de explorar as situações colocadas pelos autores e validar as experiências nelas contidas, através de um estudo aprofundado, estabelecendo critérios para análise de resultados matemáticos que norteiam a vivência de nossos alunos em geometria. Foi realizada uma pesquisa, envolvendo materiais didáticos, professores de Matemática e estudantes do 6º e 9º anos, utilizando-se do espaço da Sala de Leitura com o interesse de promover discussões sobre a real aplicabilidade dos conceitos de Geometria, analisando soluções de problemas propostos e validando resultados como fonte de pesquisa para o conteúdo estudado. Foram observadas situações de ensino aprendizagem significativas no material da rede SESI e na rede pública, porém os alunos não tem conhecimento prévio para utilização de recursos que determinam a estratégia de resolução, ou seja, os professores ainda utilizam a teoria pra chegar à solução enquanto que o material, nas dimensões observadas, tem como ponto de partida a situação problema para elencar hipóteses e elaborar a teoria construindo o conhecimento através de conceitos vivenciados e validação dos resultados. Experiências com alunos do 6º ano constataram muita dificuldade em resolver os problemas propostos pelo material, pois não conseguem caminhar sozinhos, isto é, necessitam de algum exemplo para iniciar as estratégias de resolução. Em questionários responderam que não sabiam muito de geometria, pois o conteúdo era deixado para o fim do semestre e que precisavam de um modelo para que conseguissem resolver os problemas propostos. No sentido de subsidiar o trabalho do professor foram propostas resoluções de problemas do material adotado sem o “modelo”, tirando assim o aluno de sua zona de conforto, ou seja, fazendo com que ele consiga construir estratégias de desenvolvimento para solucionar o problema com o mínimo possível de ajuda do professor. Também os alunos do 9º ano apresentaram muita dificuldade em construir estratégias de resolução, porque essa ”cultura” de seguir o modelo perpetua há muitos anos nas aulas de geometria, que são deixadas para o segundo semestre. Com as análises e procedimentos realizados, é possível afirmar que a metodologia de Resolução de Problemas pode representar uma estratégia eficaz no processo ensino-aprendizagem de geometria e que os materiais didáticos adotados oferecem recursos para isso acontecer, garantindo que o aprendizado ocorra de modo significativo e contextualizado.

Palavras-chave: Geometria. Resolução de Problemas. Material didático.

ABSTRACT

MARQUES, E. A. F. **Critical analysis of the didactic material for the teaching of geometry: deficient in specific contents or access to innovative methodological procedures?** 2018. 81p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2018.

This work aims to analyze the didactic material of mathematics of the 6th and 9th grade of Primary Education, in order to explore the situations offered by the authors and validate the experiences in them, through an in-depth study, establishing criteria for analyzing mathematical results that guide our students' experience in geometry. A research was carried out, involving didactic materials, Mathematics teachers and students of the 6th and 9th grades, using the Reading Room as workplace, with the purpose of promoting discussions about the real applicability of the concepts of Geometry, analyzing solutions of proposed problems and validating results as a research source for the studied content. Significant teaching situations were observed in the material of the SESI Education network and in the public Education network, but the students do not have prior knowledge to use resources that determine the strategy of resolution, in other words, some teachers still use the theory to reach the solution, while the material, in the observed dimensions, has as its starting point the problem situation to list hypotheses and to elaborate the theory constructing the knowledge through known concepts and validation of the results. Experiences with 6th grade students have found a deep difficulty to solve the problems proposed by the material because they cannot solve the exercises alone, thus, they need some example to start the strategies of resolution. In questionnaires, they answered that they did not know much of geometry, because the content was left to the end of the semester and that they needed a model, so that they could solve the proposed problems. In order to subsidize the teacher's work, students were asked to solve problems of the adopted material without the "model", thus taking the students out of their comfort zone, enabling them to build development strategies to solve the problem with the least help possible from the teacher. Students of the 9th grade had a great difficulty in constructing resolution strategies because this "culture" of following the model perpetuated for many years in geometry classes, once they are left for the second semester. With the analysis and procedures performed, it is possible to affirm that the Problem Solving methodology can represent an effective strategy in the teaching-learning process of geometry and that the adopted didactic materials offer the resources for this to happen, ensuring that the learning occurs in a significant and contextualized manner.

Keywords: Geometry. Problem solving. Didatic material. Teaching material.

SIGLAS UTILIZADAS

SESI- Serviço Social da Indústria

SE- Secretaria da Educação

MEC- Ministério da Educação.

SARESP- Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

ENEM- Exame Nacional do Ensino Médio.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática apresenta muitas mudanças nas últimas décadas do século XX. A maneira de tratar seus conteúdos teoricamente e na maioria das vezes expositivos, sem interações com o meio e com as outras áreas do conhecimento, tem dado lugar a uma metodologia mais prática, contextualizada e articulada à resolução de problemas sem deixar, é claro, de utilizar seus principais conceitos matemáticos.

Observamos cada vez mais na história da Matemática, aspectos culturais e o uso da tecnologia influenciando no ensino da área e tornando a aprendizagem mais significativa. No entanto, as aulas ainda continuam sistemáticas e os estudantes tem “certo receio” em relação à aplicação de seus conceitos em situações do dia-a-dia e até mesmo em utilizá-los como ferramenta para resolver exercícios da própria área do conhecimento.

A matemática no currículo escolar corresponde a uma área de conhecimento própria, tendo duas significativas especificidades:

- a matemática é considerada uma linguagem e instrumento, quando utilizada como ferramenta cotidiana e para o desenvolvimento das demais ciências; e
- a matemática é ciência de conhecimento próprio que se desenvolve também por uma necessidade interna da área.

Como professora de matemática na rede pública e particular por aproximadamente 18 anos, observei que o ensino da geometria ainda necessita de muitas intervenções para ocupar um lugar de destaque nas aulas de matemática. Atualmente, como professora readaptada na área de projetos interdisciplinares junto às salas de apoio nas duas escolas que trabalho, a conversa entre os professores de matemática sobre o ensino da geometria e o momento ideal para a inclusão do eixo no planejamento anual despertou uma curiosidade em analisar os materiais didáticos adotados. Além disso, o avanço no conhecimento matemático e a exploração de situações problemas com discussão dos resultados aprendidos no PROFMAT possibilitaram uma análise crítica e construtiva da proposta didática dos materiais analisados. Dessa forma, o objetivo desta pesquisa é além de apresentar a análise do material de 6º e 9º anos, proporcionar subsídios ao professor de matemática para melhor aproveitamento e aprofundamento das atividades propostas para enriquecimento de suas aulas no eixo de geometria.

Tendo em vista as especificidades descritas acima e a importância da matemática no currículo, nossa pesquisa tem como foco o eixo da geometria. Torna-se claro, portanto perceber que a geometria, assim como a matemática, também é utilizada como ferramenta em outras áreas do conhecimento e em si mesma.

Contudo, se faz necessário elencar os aspectos importantes da geometria na matemática. Embora o conteúdo de geometria esteja sempre presente no currículo da matemática, nos livros e materiais didáticos, os conceitos e definições de geometria são deixados para as últimas semanas de aula do semestre, quando o professor não tem mais tempo de abordá-lo em profundidade. A geometria fica reduzida a algumas fórmulas para se calcular áreas e volumes. Fato este observado nos materiais estudados, onde a geometria é trabalhada no segundo volume do material analisado do Estado de São Paulo e nas últimas unidades do material do SESI.

Através das leituras e reflexões realizadas ao longo do estudo dos materiais didáticos, é notório que os conteúdos matemáticos são apresentados muito mais contextualizados e parecem estar se libertando da antiga metodologia e abstração da geometria, pois as construções geométricas, conceitos e situações problema estão sempre articulados ao contexto histórico com assuntos e informações importantes relacionados ao momento atual que a sociedade está vivendo. Porém, observamos que tanto no 6º ano quanto no 9º ano, os professores, na maioria das vezes, tratam a leitura das informações superficialmente, dando atenção apenas às formulas matemáticas e quando utilizam o material concreto apenas mostram para os alunos sem deixá-los tirar as próprias conclusões, ou seja, o aluno é um espectador passivo. Como gostar de aprender geometria se não constrói o conceito?

Diante de todos estes aspectos relevantes na matemática, o desenvolvimento desta pesquisa está organizado em capítulos com uma apresentação detalhada, abrangente e principalmente otimista do papel da geometria nos materiais didáticos analisados.

O Capítulo 1 traz um breve resumo da história da geometria e sua aplicabilidade nos dias atuais, com especial atenção deste eixo no currículo da matemática do Ensino Fundamental e sua atual importância nos livros e materiais didáticos do 6º e do 9º ano. Ainda neste capítulo é feito um breve resumo das principais obras de Euclides e sua forte influência no ensino da geometria.

O Capítulo 2 apresenta uma síntese das principais características, utilização e como o material da rede SESI é apresentado aos estudantes, bem como a distribuição do material, a divisão em expectativas de aprendizagem e a organização de conteúdos ministrados nas aulas de matemáticas pelos professores no 6º e 9º anos de o Ensino Fundamental. Na Figura 1 deste capítulo, observamos claramente a preocupação de relacionar o material do aluno com as estratégias sugeridas para o professor ensinar o conteúdo proposto, ou seja, uma abordagem muito motivadora para um bom aproveitamento do material.

O Capítulo 3 apresenta o material didático do Estado de São Paulo, sua divisão em unidades de aprendizagem e distribuição do conteúdo para o professor ministrar suas aulas utilizando-se do suporte pedagógico e os estudantes utilizarem o material para estudo e entendimento dos conteúdos. Nas Figuras 2, 3 e 4 deste capítulo ilustramos a intenção do material de relacionar os conceitos geométricos, utilizando-se do Tangran para introduzir o conceito de fração, ou seja, o material proporciona articulação de conteúdos matemáticos e explora o concreto para construir o conceito.

No Capítulo 4, é colocado um questionário aplicado a um grupo de alunos do 6º ano em relação o material didático utilizado e o conceito de geometria aprendido ao longo do ano. Neste questionário os alunos tiveram a oportunidade de comentar que consideram o material didático bom, porém ainda utilizam muito outros livros didáticos e fazem muita cópia da lousa em que o professor resolve, explica e muitas vezes conclui o exercício proposto.

No Capítulo 5, é apresentado um diálogo franco e aberto com alunos do 9º ano da rede SESI onde foi explorado um conteúdo muito importante de geometria, o teorema de Pitágoras. A conversa foi gratificante, podemos observar incoerência na proposta da construção geométrica do material e a utilização do processo de construção do conhecimento geométrico como simples ilustração da relação de Pitágoras mostrada pelo professor, quando deveria acontecer o inverso, ou seja, a descoberta do Teorema nas construções das áreas e no recorte das unidades de medida para preenchimento da área maior para chegar à constatação da fórmula.

O Capítulo 6 explora a atividade do material do 9º ano do eixo geometria em que é apresentado um método não convencional para encontrar as relações métricas de um triângulo retângulo, onde o conceito de área é muito utilizado para descobrir as relações. No entanto, quando os alunos foram questionados sobre a importância de poder escolher entre estratégias diferenciadas para constatar as relações métricas do triângulo retângulo, a resposta foi que acharam muito interessante as formas apresentadas para encontrar o que foi proposto, mas que a preferência seria simplesmente decorar a relação de Pitágoras para aplicar em exercícios que fossem exemplificados pelo professor previamente.

O Capítulo 7 apresenta um pequeno questionário sugerido aos professores com o objetivo de conhecer as reais dificuldades para a implementação do material e sua eficácia na aprendizagem dos alunos dentro da rotina de sala de aula.

Finaliza-se o trabalho no Capítulo 8 que é o mais abrangente, pois faz uma reflexão bastante detalhada do tipo de “layout” utilizado em cada material analisado, além de apontar estratégias diversificadas quanto à exploração de conceitos geométricos utilizados nas atividades dos anos estudados, suas causas e efeitos na aprendizagem de geometria e também a liberdade para utilizar procedimentos inovadores ou mecânicos, de acordo com a experiência do professor e as exigências da escola. Neste sentido, a figura do professor de matemática, enquanto educador e pesquisador, articulada a um bom material didático tem um papel muito importante para que a aprendizagem seja focada na construção dos saberes matemáticos, formando assim estudantes com um bom nível de conhecimento em geometria. Os dois materiais analisados oferecem suporte para tornar as aulas de geometria construtivas e significativas, as atividades propostas oferecem subsídios para o professor ensinar ao aluno de forma contextualizada, e as atividades destacadas traduzem muito bem a proposta didática para que alunos e professores dividam um espaço de conhecimento positivo no ensino da geometria.

DESENVOLVIMENTO

CAPÍTULO 1

Um pouco de conhecimento sobre o que é geometria.

A palavra geometria deriva de geo(terra) e de metrein(medida), que significa medida da terra. De acordo com a história da matemática, podemos considerar duas teorias distintas apresentadas em Boyer (1987, p.4):

> Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio. Aristóteles achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha conduzido ao estudo da geometria. Boyer (1987, p.4)

Não é possível saber qual das duas é menos verdadeira, porém observamos nos materiais didáticos analisados, muito da primeira teoria no ensino da geometria.

O Egito não foi o único a mostrar indícios sobre a origem da geometria. Segundo Boyer (1987, p.28), os babilônios também contribuíram para a geometria:

> Em 1936 um grupo de tabletas matemáticas foi desenterrado em Susa, a uns trezentos quilômetros de Babilônia, e essas incluem resultados geométricos significativos.

Entretanto, a única certeza que se tem é que a humanidade sempre esteve em contato com as mais variadas formas geométricas, desde as mais remotas pinturas nas cavernas que exibiam os mais diferentes formatos geométricos até as construções sofisticadas feitas pelas civilizações antigas.

Dentre os matemáticos mais famosos da antiguidade destaca-se Euclides de Alexandria. Segundo Eves (2011, p.167) existem poucos registros sobre sua vida.

> É desapontador, mas muito pouco se sabe sobre a vida e a personalidade de Euclides, salvo que foi ele, segundo parece, o criador da famosa e duradoura escola de matemática de Alexandria da qual, sem dúvida foi professor. Desconhecem-se também a data e o local de seu nascimento, mas é provável que sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas. Eves (2011, p.167)

De acordo com Eves (2011, p.167), o livro “Os Elementos” de Euclides ganhou o mais alto respeito entre suas obras e qualquer outro acontecimento da época, embora ele tenha escrito mais ou menos 10 trabalhos.

> Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. Mais de mil edições impressas dos Elementos já aparecem desde a primeira delas em 1482, ou seja, por mais de dois milênios esse trabalho dominou o ensino de geometria. Eves (2011, p.167)

É muito triste que não se tenha descoberto nenhuma cópia dos Elementos de Euclides da época do autor. As edições modernas são de 700 anos após a existência de Euclides.

Os Elementos de Euclides não tratam apenas de geometria como muitos pensam. A obra contém também bastante teoria dos números e álgebra elementar. O livro é composto de 465 proposições distribuídas em 13 livros. Os textos de geometria plana e espacial utilizados nas escolas trazem basicamente o material que se encontra nos livros I,III, IV, VI, XI e XII dos Elementos.

Como o conteúdo de cada livro dos Elementos é muito enriquecedor e perpetua até hoje como referência no ensino de geometria, foi escolhido o livro I para um pequeno estudo, pois de acordo com registros antigos o material do livro foi desenvolvido pelos pitagóricos e o postulado quinto trouxe muita polêmica em relação à sua constatação. O livro I se divide da seguinte forma:

> As 48 proposições se distribuem em três grupos. As primeiras 26 tratam principalmente das propriedades do triângulo e incluem os três teoremas de congruência. As proposições de 27 a 32 estabelecem a teoria das paralelas e provam que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a dois ângulos retos. As demais proposições lidam com paralelogramos, triângulos e quadrados, com atenção especial para as relações entre áreas. A proposição 47 é o Teorema de Pitágoras, com a demonstração atribuída ao próprio Euclides e a proposição final, 48 é o recíproco do Teorema de Pitágoras. Eves (2011, p.169)

Neste livro, encontra-se o postulado mais famoso e motivo de discussões matemáticas dentro da geometria, o quinto postulado de Euclides, mais conhecido como axioma das paralelas, mas o foco do nosso trabalho é mostrar a riqueza deixada nos livros de Euclides e sua utilização até os dias de hoje.

As dúvidas em relação ao postulado sem demonstração levou muitos matemáticos a acreditarem que era uma proposição que Euclides, por não saber demonstrá-la a partir dos quatro primeiros postulados, assim a introduziu como um postulado, o fato é que por volta do século XVIII surgiu a geometria não euclidiana.

As ciências exatas do século XX tiveram uma série de avanços, entre os quais a elaboração da Teoria da Relatividade de Einstein (1879 - 1955), possibilitando concluir que o quinto postulado é o que distingue a Geometria Euclidiana da Geometria não Euclidiana.

É notório que este eixo da matemática, a geometria, exerceu forte influência nas civilizações em todos os períodos sendo ferramenta essencial para o desenvolvimento tecnológico no qual estamos inseridos. No entanto, apesar de toda essa importância da geometria na história da humanidade e nos dias atuais, ela não tem despertado a atenção dos alunos em sala de aula e nem tem sido abordada de maneira eficaz na maior parte das escolas. Isso acontece porque existe falta de interesse de manipular objetos, construir figuras, utilizar de propriedades que facilitam o entendimento e constroem conceitos, ou seja, ainda existe um desafio de se chegar ao conceito através da construção do conhecimento e aplicabilidade de propriedades vinculadas a objetos que facilitam o aprendizado.

O que se faz na maioria das vezes? Explica-se o conceito e treina-se o conteúdo com exercícios repetitivos! Isso é demasiadamente cansativo e sem perspectiva de uso futuro! Além disso, a geometria é, na maioria das vezes, deixada para o fim do semestre, o fim do ano letivo. Este fato faz com que as aulas sejam ministradas de forma rápida, com compreensão limitada dos conteúdos, que muitas vezes são transmitidos sem qualquer interação com o ambiente, a sociedade ou o próprio estudante, ou seja, o ensino da geometria se resume em transmitir conteúdos fragmentados sem envolvimento de qualquer assunto que poderia proporcionar uma aprendizagem significativa.

É nesse labirinto de ideias que um bom material adiciona momentos prazerosos no aprendizado de geometria. Faz-se indispensável uma boa preparação das aulas por parte do professor, que poderá completar o material do aluno com situações problema, tecnologia aplicada ou com uma verificação experimental.

Portanto, além de conhecer procedimentos metodológicos é de suma importância procurar ferramentas adicionais que possam auxiliar na abordagem do conteúdo, na consolidação dos conceitos e resultados estudados em sala de aula a fim de atrair a atenção dos alunos e suprir grande parte das deficiências de conteúdo encontradas nos materiais didáticos.

CAPÍTULO 2

Entendendo o material didático do SESI-SP

A coleção de materiais didáticos do sistema SESI- SP tem com objetivo auxiliar o professor na importante tarefa de ensinar matemática sendo o mediador na construção do conhecimento do estudante e sistematização dos principais conhecimentos matemáticos, levando-se em conta todas as mudanças na sociedade.

Neste sentido, o sistema SESI-SP de ensino compreende que o problema e sua solução são as principais estratégias de aprendizagem utilizadas pelo professor e isso se configura por meio de resolução de problemas, mas também pela teoria dos campos conceituais (VERGNAUD, 1993). Esta teoria se dá pela importância atribuída à diversidade de situações para a efetiva aprendizagem dos conceitos, assim como pela valorização das hipóteses e das estratégias elaboradas pelos alunos.

O material também aborda recursos didáticos como materiais manipuláveis e tecnológicos, história da matemática. Considera a Etnomatemática (D'AMBROSIO, 2002), que nada mais é que a matemática presente no dia a dia da cultura do aluno, assim como as diversas matemáticas produzidas por muitos povos e sua valorização no processo ensino aprendizagem.

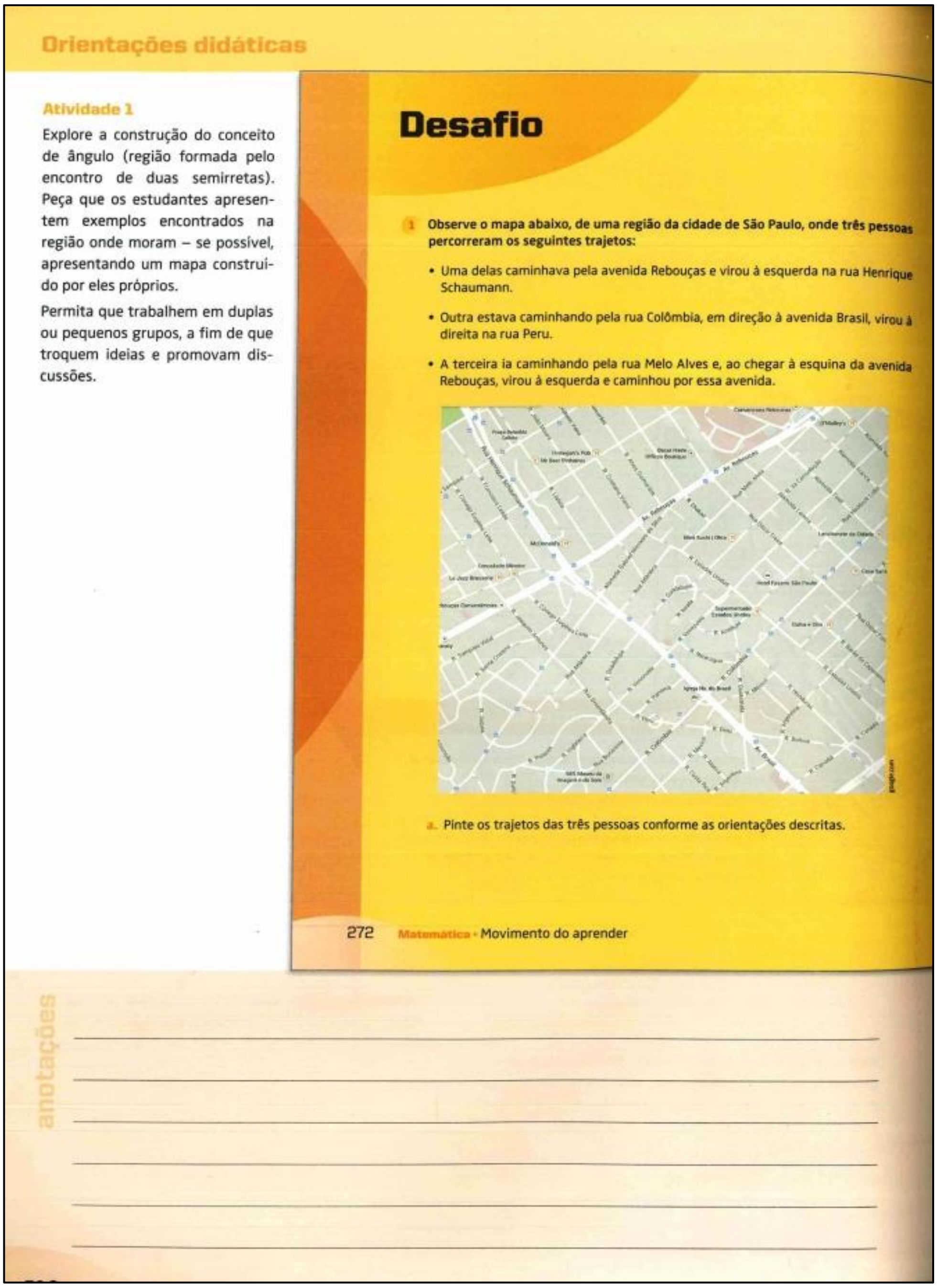
O material é dividido em unidades significativas no Ensino Fundamental. São elas**:** a linguagem dos números- o estudo dos números, operações, proporções e álgebra; o universo geométrico – conteúdos de geometria plana, espacial e cálculos de perímetro, área e volume; grandeza e medidas- estudo das unidades de medidas e grandezas, as construções geométricas e a trigonometria; a matemática no tratamento das informações- estatística, combinatórias, probabilidade e matemática financeira.

Essas unidades significativas são evidenciadas por meio das expectativas de aprendizagem do 6º ao 9º ano, que constituem o currículo formal do sistema SESI-SP. O professor de matemática planeja suas aulas garantindo o desenvolvimento de todas as expectativas, trabalhando de modo espiral, isto é, o professor pode avançar e voltar nas unidades significativas à medida que percebe necessidade para retomar o conteúdo ensinado, com uma metodologia diferenciada a fim de tornar a aprendizagem significativa.

No material do professor sempre é apresentada a página correspondente do livro do aluno, como ilustrado nas Figuras 1a e 1b.

Se observarmos as figuras, o caderno do aluno está no centro e as orientações para o professor utilizar o material, encontram-se ao redor.

Figura 1a- Apresentação do livro do aluno na proposta didática do professor



Orientações didáticas

Atividade 1

Explore a construção do conceito de ângulo (região formada pelo encontro de duas semirretas). Peça que os estudantes apresentem exemplos encontrados na região onde moram – se possível, apresentando um mapa construído por eles próprios.

Permita que trabalhem em duplas ou pequenos grupos, a fim de que troquem ideias e promovam discussões.

Desafio

1 Observe o mapa abaixo, de uma região da cidade de São Paulo, onde três pessoas percorreram os seguintes trajetos:

- Uma delas caminhava pela avenida Rebouças e virou à esquerda na rua Henrique Schaumann.
- Outra estava caminhando pela rua Colômbia, em direção à avenida Brasil, virou à direita na rua Peru.
- A terceira ia caminhando pela rua Melo Alves e, ao chegar à esquina da avenida Rebouças, virou à esquerda e caminhou por essa avenida.

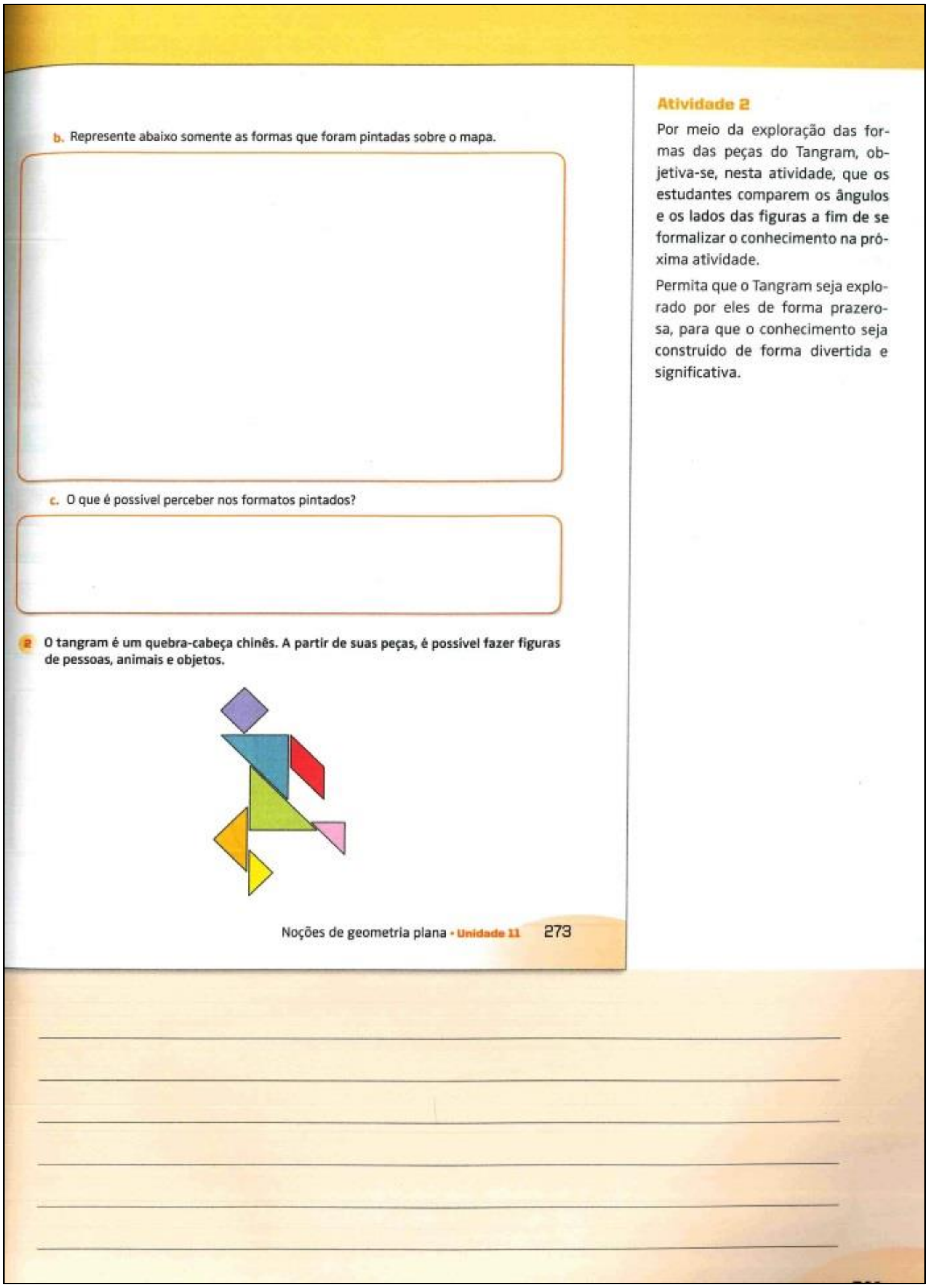
a. Pinte os trajetos das três pessoas conforme as orientações descritas.

272 Matemática · Movimento do aprender

anotações

Fonte: Unidade 12 - Material didático SESI – 6º ano pag. 310 e 311 (2017)

Figura 1b- Apresentação do livro do aluno na proposta didática do professor



b. Represente abaixo somente as formas que foram pintadas sobre o mapa.

c. O que é possível perceber nos formatos pintados?

2 O tangram é um quebra-cabeça chinês. A partir de suas peças, é possível fazer figuras de pessoas, animais e objetos.

Noções de geometria plana • Unidade 11 273

Atividade 2

Por meio da exploração das formas das peças do Tangram, objetiva-se, nesta atividade, que os estudantes comparem os ângulos e os lados das figuras a fim de se formalizar o conhecimento na próxima atividade.

Permita que o Tangram seja explorado por eles de forma prazerosa, para que o conhecimento seja construído de forma divertida e significativa.

Fonte: Unidade 12 - Material didático SESI – 6º ano pag. 310 e 311 (2017)

Nestas atividades propostas o aluno tem as primeiras noções de geometria espacial para sua fase de desenvolvimento. Observando a estrutura desta página, é fácil verificar que as orientações didáticas para cada uma das atividades são claras e apresentam sugestões para explorar a história da matemática, além disso, o uso de materiais concretos trazidos pelos alunos facilita a aprendizagem das figuras geométricas espaciais estabelecendo relações e conceitos com construções famosas presentes na atividade.

A sequência de atividades propostas utiliza situações que fazem com que o próprio aluno descubra as características de figuras espaciais bastante usadas em nosso dia a dia, seus elementos e sua classificação. Num conjunto de atividades bem diversificadas, o professor enquanto mediador pode explorar as atividades propostas de forma clara e objetiva com os alunos, chegando ao conceito de poliedros convexos, onde a nomenclatura dos principais sólidos classificados como poliedros acontece naturalmente: o cubo, o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

Esta estrutura de apresentação em forma de expectativas de aprendizagem[1] possibilita ao professor um conhecimento amplo sobre o que e como o aluno deverá aprender conceitos geométricos bem como sua aplicação em situações problema de seu dia a dia ou até mesmo em problemas matemáticos mais complexos que envolvam o conteúdo sobre geometria espacial.

Ao final de cada unidade, os cadernos dos alunos trazem uma avaliação com o tema "O que aprendi sobre..." e nas orientações didáticas para o professor seguem sugestões "Para saber Mais...", onde são colocados livros paradidáticos, sites e artigos para o aprofundamento do conteúdo e uma possível avaliação do conteúdo ensinado visando às expectativas de aprendizagem.

[1] As expectativas de ensino e aprendizagem explicitam a ação do professor e do educando, estabelecendo um vínculo no processo de ensino e aprendizagem, possibilitando a intencionalidade do fazer pedagógico.

CAPÍTULO 3

Entendendo o material didático da rede pública do Estado de São Paulo

Por meio do programa São Paulo Faz Escola, os educadores que atuam nas unidades da rede estadual de ensino recebem o Caderno do Professor para auxiliar os docentes no preparo das aulas e direcioná-los quanto ao desenvolvimento de atividades com os alunos dentro da disciplina de matemática.

O Caderno do Aluno e o Caderno do Professor fazem parte das ações previstas no programa São Paulo Faz Escola. Os materiais são distribuídos duas vezes ao ano para docentes da rede estadual e alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. O conteúdo foi desenvolvido por especialistas da Educação tendo como base o Currículo Oficial do Estado de São Paulo.

> Em Geometria, no Ensino Fundamental, a preocupação inicial é o reconhecimento, a representação e a classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhadas em contextos concretos com os alunos de 5a - série/6o - ano e 6a - série/ 7o - ano. Certa ênfase na construção de raciocínios lógicos, de aplicação simples de resultados a partir de outros anteriormente conhecidos poderá ser a tônica dos trabalhos na 7a - série/8o - ano e na 8a - série/9º ano.
>
> *CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO E SUAS TECNOLOGIAS MATEMÁTICA São Paulo, 2012.*

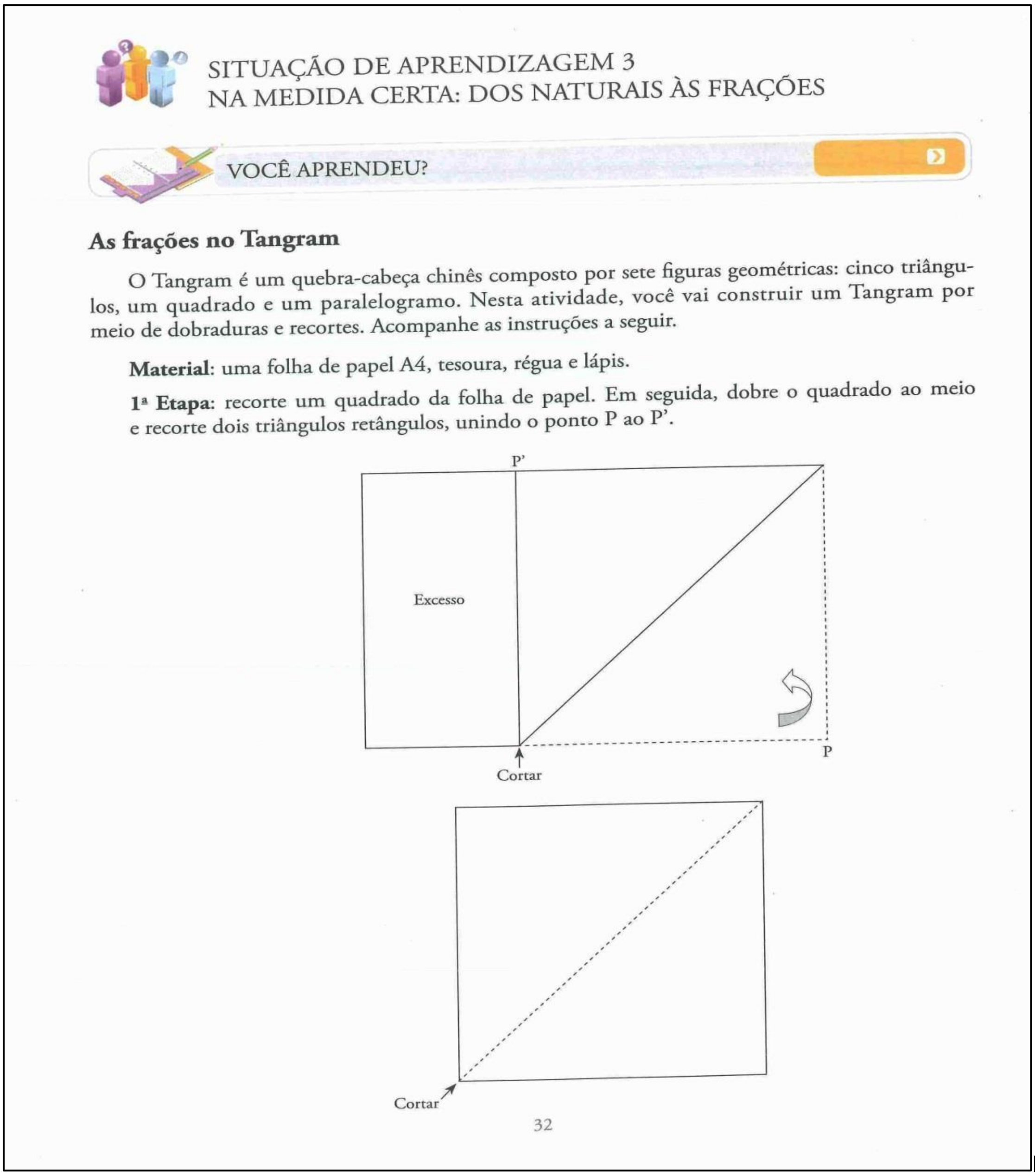
Na nova edição 2014-2017, os cadernos do aluno e do professor foram reestruturados para atender às sugestões e demandas dos professores da rede estadual paulista, ampliando as orientações dos professores e melhorando o conjunto de atividades dos alunos, no entanto, os docentes entrevistados ainda não consideram o material adequado para uma aprendizagem significativa em matemática.

Nos cadernos, os conteúdos estão divididos em 16 unidades, correspondendo a 16 semanas de trabalho, de acordo com o número de aulas esta estimativa poderá sofrer alterações, pois somente o professor, em sua circunstância particular e levando em consideração seus interesses e o dos alunos, pode determinar adequadamente quanto tempo irá dedicar a cada unidade.

Sempre que possível, também são apresentados no caderno materiais disponíveis como, por exemplo, textos, softwares, sites, vídeos, que poderão ser utilizados pelo professor para enriquecimento de suas aulas. Além disso, também são sugeridas considerações sobre avaliação articulada ao conteúdo indispensável ao desenvolvimento das competências enunciadas no material.

Em particular, o eixo geometria somente é trabalhado no segundo volume dos dois anos estudados, exceto no 6º ano apresentado nas páginas de 34 a 36, em uma atividade de construção do Tangram com uso de dobradura, reconhecendo as principais figuras geométricas planas, no caso o quadrado, o retângulo, o triângulo e o paralelogramo. Observa-se nestas páginas que o conceito geométrico e a construção do Tangram apenas foram utilizados para o ensino de frações, como é apontado nas figuras 2,3 e 4:

Figura 2- Explorando o Tangran como proposta para o ensino de fração.


SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3
NA MEDIDA CERTA: DOS NATURAIS ÀS FRAÇÕES

VOCÊ APRENDEU?

As frações no Tangram

O Tangram é um quebra-cabeça chinês composto por sete figuras geométricas: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Nesta atividade, você vai construir um Tangram por meio de dobraduras e recortes. Acompanhe as instruções a seguir.

Material: uma folha de papel A4, tesoura, régua e lápis.

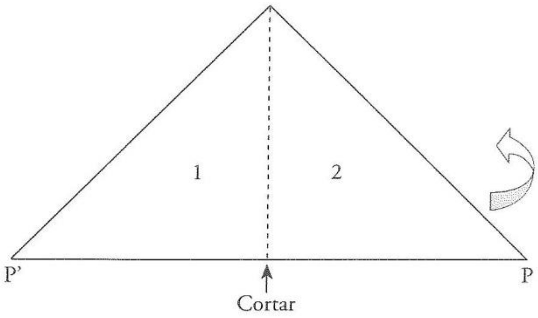
1ª Etapa: recorte um quadrado da folha de papel. Em seguida, dobre o quadrado ao meio e recorte dois triângulos retângulos, unindo o ponto P ao P'.

32

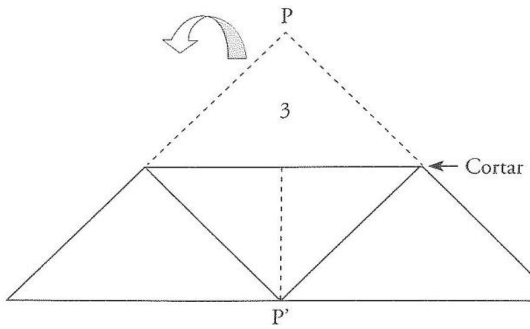
Fonte: Volume I- 6º ano- Caderno do aluno- Material de apoio ao Currículo de São Paulo (2014-2015).

Figura 3- Sobre Tangran.

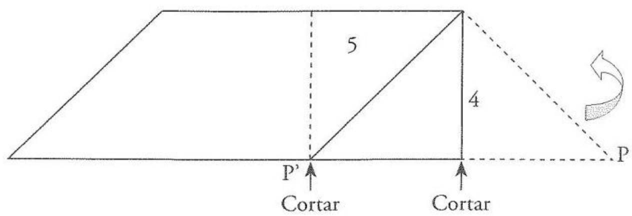
2ª Etapa: divida um dos triângulos obtidos ao meio e corte em duas partes, obtendo os triângulos 1 e 2.



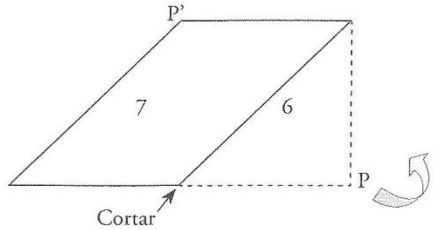
3ª Etapa: dobre o outro triângulo ao meio e, em seguida, junte o vértice ao ponto médio do lado oposto, como mostra a figura. Em seguida, recorte o triângulo 3.



4ª Etapa: dobre e recorte o triângulo 4 e o quadrado 5.



5ª Etapa: em seguida, dobre o trapézio restante e recorte o triângulo 6.

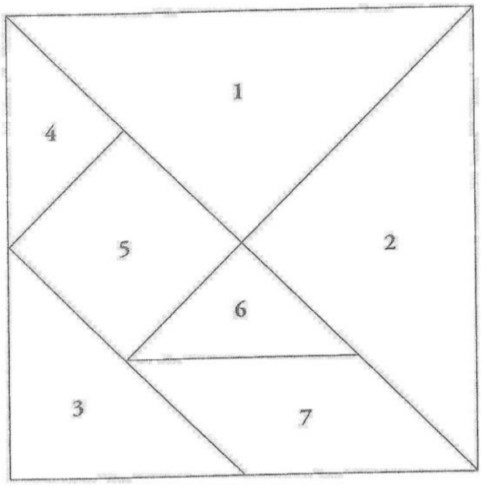


33

Fonte: Volume I- 6º ano- Caderno do aluno- Material de apoio ao Currículo de São Paulo(2014-2017).

Figura 4- Sobre o Tangran (continuação).

Junte as sete peças e monte o quadrado maior com as figuras do Tangram.



Triângulos grandes: peças 1 e 2

Triângulo médio: peça 3

Triângulos pequenos: peças 4 e 6

Quadrado pequeno: peça 5

Paralelogramo: peça 7

Quadrado grande: Tangram completo

1. Tendo como base as peças do Tangram, responda às seguintes perguntas:

a) Quantos triângulos pequenos são necessários para formar um quadrado pequeno?

____

b) Um triângulo pequeno corresponde a que fração do quadrado pequeno?

____

c) Um triângulo pequeno corresponde a que fração do triângulo grande?

____

d) O quadrado pequeno corresponde a que fração do triângulo grande?

____

e) O paralelogramo corresponde a que fração do quadrado grande?

____

f) Um triângulo pequeno corresponde a que fração do quadrado grande?

____

34

Fonte: Volume I- 6º ano- Caderno do aluno (2014-2017)

CAPÍTULO 4

Entrevista com os alunos no final do 2º semestre de 2017

Após estudo e análise dos materiais didáticos, teve início a observação dos alunos dentro das escolas participantes do estudo. Durante algumas conversas com pequenos grupos de estudantes foi aplicado o seguinte questionário:

Questionário aplicado com alunos do 6º ano das escolas
SESI e EE Jesuíno de Arruda- São Carlos

1. Você considera o material de matemática bom? Qual o tema ensinado em sala de aula que você teve uma compreensão muito boa?
2. Quando você lê sozinho(a) a questão de matemática em casa, é fácil compreender o que deve ser feito para chegar ao resultado ou a reposta da situação?
3. Qual o tema de seu livro que mais gostou? Por quê?
4. As situações problemas sugeridas no material na parte de Geometria, são bem esclarecidas? Você consegue realizar todas ou a maioria delas?
5. Em quais exercícios de geometria você sente dificuldade para encontrar a solução?
6. (exclusivo aos alunos do 6º ano da EE Jesuíno de Arruda) Você teve dificuldade para fazer a atividade da Figura 4? Como foi explicado para ser feito na aula?
7. Vocês já conheciam o Tangram?
8. O que vocês mudariam em seu material de matemática para aprender melhor geometria?

Respostas dos alunos:

1. O material de matemática é bom só falta mais explicação. O tema que mais foi lembrado foi m.m.c. no material didático nas duas escolas.
2. A maioria dos alunos disseram que têm dificuldade para entender o que o material propõe sozinho e, aproximadamente, 50% deles disseram que

precisam da ajuda dos pais ou de um colega para entender o que se pede no exercício.

3. De novo o tema que mais gostaram foi m.m.c.
4. Até o final do semestre não haviam entrado no eixo geometria. De um modo geral, gostam de geometria e só conhecem os conceitos principais aprendidos no Ensino Fundamental I.
5. Ainda não trabalharam! (Observamos que o semestre já estava terminando).
6. Os alunos gostaram da atividade, porém quem recorta o material é o professor, eles apenas observam e respondem as questões da apostila.
7. Todos já conheciam o Tangram.
8. Foi unânime a resposta: “colocariam exemplos de resolução”.

Deixamos neste capítulo algumas conclusões tendo como referência as respostas dos alunos:

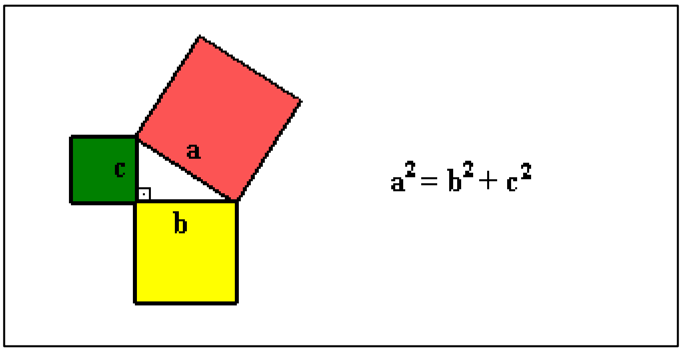
- É natural que o conteúdo que mais gostou foi o único trabalhado de forma clara e com maior insistência para ocorrer o aprendizado, m.m.c.
- A aula é parcialmente experimental para construir o conhecimento do eixo de geometria, uma vez que o aluno é observador do processo, ou seja, não participa da construção do conceito.
- As situações problema ainda são entendidas com “difíceis de resolver” pelos alunos, que preferem exercícios mecânicos.
- A questão de número 6 só foi respondida pelos alunos da EE Jesuíno de Arruda, porque eu apliquei esta atividade a um grupo de oito alunos que tinham dificuldade em matemática, com orientação do professor-coordenador da escola. Estes alunos mostraram muita dificuldade em recortar e agrupar as figuras, conforme a orientação e não estavam adaptados a registrar. Ao final da atividade ficaram surpresos pela facilidade que tiveram em entender o conteúdo proposto

CAPÍTULO 5

Conversa com alunos do 9º ano da rede SESI-SP

Numa roda de conversa com alguns alunos do 9º ano foram propostas algumas perguntas em relação ao conhecimento de geometria presente no material didático. Através de um diálogo franco e aberto foi perguntado sobre o teorema de Pitágoras, a construção geométrica da demonstração e se conseguiram relacionar a fórmula do teorema com o preenchimento da área do quadrado construído sobre a hipotenusa, ou seja, que a relação "o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos" está relacionada à área dos quadrados construídos nos lados do triângulo retângulo.

Teorema de Pitágoras



Na unidade 2 do material do SESI, é proposto um desafio para demonstração do teorema de Pitágoras utilizando as áreas de quadrados construídos sobre os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo propõe o uso do encarte, a malha quadriculada proposta (Figura 34- página 75). No entanto, para esta atividade o professor propôs aos alunos que formassem grupos com triângulos retângulos de medidas proporcionais ao triângulo pitagórico 3, 4 e 5, em seguida pediu aos alunos que fizessem uma exposição com cores diferentes, mostrando o resultado e contando o número de quadrados de "uma" unidade desenhados no quadrado construído sobre a hipotenusa, chegando à conclusão que era a soma dos quadrados de "uma unidade", construído sobre os catetos.

Muitos alunos aceitaram esta "constatação", mas não compreenderam e nem conseguiram relacionar com o teorema de Pitágoras, quando questionados. Outros entenderam, mas não gostaram e disseram que preferiam decorar a relação de Pitágoras.

A atividade proposta no material “Orientações didáticas para o professor”, sugere o encarte da Figura 34 e a partir da exploração do conceito da soma das áreas dos catetos chegar a conclusão que é igual a área construída sob a hipotenusa, pois o próprio material conduz a este resultado.

Quando foi perguntado aos alunos o que mudariam no material, obtivemos novamente a mesma resposta, ou seja, alguns disseram que deveriam existir mais exercícios explicados pelo professor para depois “treinarem” a relação. Observamos mais uma vez a falta de contextualização nas aulas de geometria e o excesso de exercícios mecânicos.

A geometria fica resumida a uma simples aplicação de fórmulas e a contextualização com o ambiente, o espaço ou até mesmo com a realidade e especificidade de cada área de conhecimento é realizada superficialmente. Vale ressaltarmos que o planejamento do professor de matemática é de suma importância para uma aula de geometria, pois mesmo com um material como este analisado que orienta para uma prática do ensino de geometria construtivista, a aprendizagem do conteúdo proposto ocorre, mas a ideia de explorar a constatação do teorema através das somas das áreas é parcialmente utilizada.

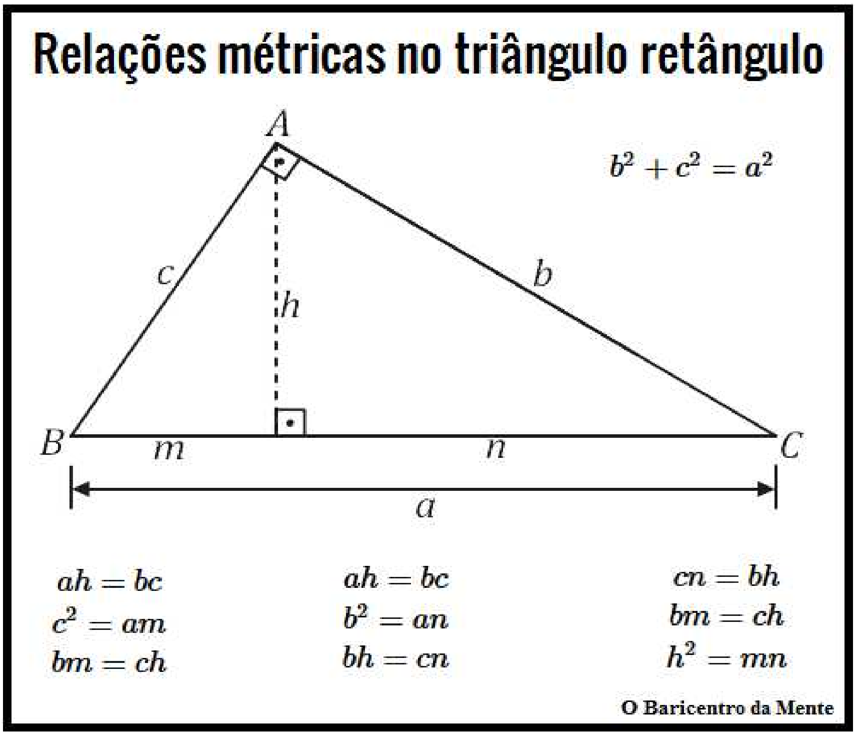
CAPÍTULO 6-

Conversa com alunos do 9º ano da rede pública estadual.

Foi escolhida uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental da EE Jesuíno de Arruda para a pesquisa. O acompanhamento foi na aula do eixo geometria sobre relações métricas num triângulo retângulo. O conteúdo está proposto nas páginas 39, 40 e 41 do Volume **II**, Figuras 11, 12 e 13 desta pesquisa.

O mesmo conteúdo já havia sido trabalhado em uma situação de aprendizagem anterior sobre relações métricas num triangulo retângulo através de semelhança de triângulos. Este método é o melhor e o mais usado para demonstrar as relações métricas, ilustrado na Figura 5.

Figura 5- Fórmulas para as relações métricas num triângulo retângulo.



Fonte: http://www.obaricentrodamente.com/2015/04/relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo.html

No estudo de triângulos semelhantes, os alunos podem constatar as relações métricas de forma que transferem seus conhecimentos de semelhança e descobrem as relações que podem utilizar para resolver situações problema importantes na geometria de triângulos retângulos. No entanto, este material didático oferece um método alternativo para descobrir as relações métricas, utilizando o conceito de área de triângulo, a metade do produto da base pela altura de triângulo. Esta atividade é destacada nas Figuras 14 e 15 (páginas 55 e 56). O conceito de área é muito utilizado e o estudante pode constatar as relações de forma clara.

Em uma conversa franca e aberta com os alunos, pudemos questionar sobre a preferência para compreender melhor o significado das relações métricas, porém a maioria deles optou em decorar simplesmente sem qualquer entendimento de aplicação. Mais uma vez constatamos que os estudantes estão habituados as sempre escolher o caminho mais curto e seguir modelos de resolução.

Observamos nesta atividade uma proposta extremamente rica em conceitos geométricos e que podia ser explorada pelo professor de matemática de forma empírica e contextualizada, no entanto, foi apresentada simplesmente na lousa com recursos que não despertaram nos alunos o prazer em descobrir as relações métricas no triângulo retângulo, tornando este conteúdo abstrato e resumindo-se apenas na aplicação de fórmulas matemáticas. E ainda usou só as relações métricas com semelhança de triângulos, como podemos observar na Figura 15, para resolver as atividades propostas. Por que então deduzir as relações utilizando o conceito de áreas?

Quando questionados sobre o que mudariam nas aulas de geometria, a resposta foi praticamente unânime, menos situações problema difíceis que usam muito o raciocínio e mais exercícios repetitivos, com técnicas de resolução semelhantes ao que o professor resolve em aula.

Observamos novamente a importância do planejamento da aula para que o professor oriente os alunos para a construção do conhecimento da geometria presente em nosso cotidiano.

CAPÍTULO 7

Conversa com os professores

Foi realizada uma entrevista com professores numa conversa informal sobre o uso diário do material e sua aplicabilidade. Destacamos os pontos mais importantes desta entrevista:

- Os professores apontam que o material utilizado, de uma forma geral é inovador e apresenta uma teoria Construtivista, pois a maior parte das situações de aprendizagem levam o estudante a constatar conceitos.
- Tanto as situações de aprendizagem do material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo quanto as Orientações didáticas do Movimento do Aprender priorizam bastante a parte de construção e constatação onde os estudantes têm que "botar a mão na massa" para conceituar e chegar as suas conclusões.
- Dentre as atividades trabalhadas as que mais atingiram resultados satisfatórios são aquelas em que o aluno consegue ver o resultado, utilizando o concreto e relacionando o valor numérico, como é o caso da situação de aprendizagem que apresenta a constatação da soma dos ângulos internos de um triângulo retângulo (atividade do 7º ano).
- Faz-se necessário complementar o material com exercícios específicos, principalmente aqueles que estão relacionados à avaliações externas, como do SARESP, do ENEM e de vestibulares.
- Dentre algumas mudanças, os professores sugerem que os materiais analisados poderiam ser melhorados com inclusão de situações problemas e desafios elaborados com a finalidade de estabelecer relações do conceito aprendido em geometria.
- O trabalho é muito extenso, se for utilizado a construção do conhecimento em todas as situações de aprendizagem propostas, pois além do currículo a ser seguido as escolas também participam de vários projetos durante o ano letivo.

Tendo em vista a síntese da entrevista, observa-se que apesar do material deixar em aberto para que o professor possa acrescentar situações-problema interessantes, fazendo com que o aluno encontre suas próprias estratégias de soluções, a sistematização é apresentada como ferramenta prática e exata para chegar aos resultados esperados mais rapidamente. E o que é mais evidente, os alunos também não estão habituados a apresentar estratégias de resolução inovadoras, pois no capítulo anterior podemos observar que desejam problemas que são cópias dos resolvidos em sala de aula pelo professor.

Neste mesmo contexto, um jovem professor manifestou que tinha muita dificuldade em trabalhar com materiais que valorizam as práticas construtivas, uma vez que nunca aprendeu desta forma, nem mesmo na Universidade havia explorado métodos criativos e abertos nas aulas de Metodologia de Ensino em seu curso de licenciatura.

Portanto fica claro que ainda se faz necessária uma melhoria na formação do professor, proporcionando acessibilidade não só de conhecimentos específicos matemáticos, mas também de recursos didáticos que permitam relacionar conceitos com situações problema contextualizados e que estabeleçam significado para melhor compreensão do conteúdo ensinado aos alunos do Ensino Fundamental, especificamente, do 6º e 9º anos.

CAPÍTULO 8

Análise da apresentação dos conteúdos que abordam geometria e de algumas atividades que exploram conceitos relevantes.

8.1-Análise de atividades propostas no material didático do Estado de São Paulo

Como já foi descrito no Capítulo 4, o ensino de geometria ainda é colocado no final da apostila e, portanto, é trabalhado muito superficial. Neste capítulo, foram selecionadas algumas atividades propostas no material e sugerir uma reflexão a fim de proporcionar o aprendizado significativo na área de geometria.

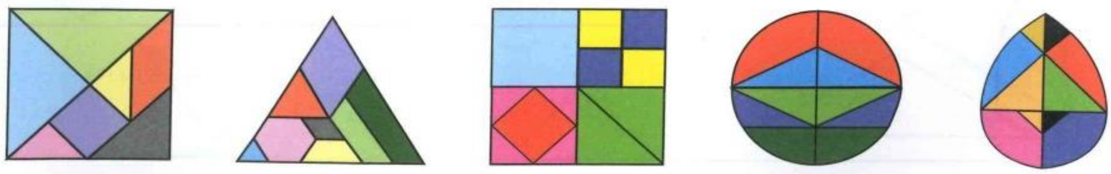
8.1.1- As atividades apresentadas nas Figuras 6 e 7 permitem diagnosticar os conhecimentos geométricos e propor a construção de outras figuras geométricas a partir do Tangram, comparando seu tamanho e também explorando o conceito de figuras planas semelhantes de forma empírica. Vale observar que em uma atividade anterior a estas foram apresentados polígonos côncavos, convexos, figuras circulares, setores circulares, enfim várias formas geométricas no sentido de investigar o conhecimento do aluno para inserir estes conceitos.

Figura 6- Atividade do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo 6º ano.

Nomenclatura "oficial" na Matemática	Definição	Figuras
Triângulo	Polígono de 3 lados	20 a 34
Quadrilátero	Polígono de 4 lados	De 1 a 19, 35, 36
Triângulo equilátero	Triângulo com os 3 lados iguais	20, 22
Retângulo	Quadrilátero com 4 ângulos retos	1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
Losango	Polígono com 4 lados iguais	4, 9, 10, 11, 16, 17, 18, 19
Polígono não convexo	Ao unir dois pontos quaisquer no interior do polígono por um segmento de reta, pode ser que esse segmento não fique inteiramente contido no interior (ou polígono em que pelo menos um ângulo inteiro é maior que dois retos).	36

As atividades propostas permitem fazer um diagnóstico dos conhecimentos geométricos da turma, bem como trabalhar o desenvolvimento de vocabulário geométrico ao convencionar com a classe algumas palavras para descrever certas características das figuras (paralelo, perpendicular, vértice, convexo, congruente, ângulo, quadrilátero, triângulo etc.).

A ideia de que uma figura pode ser composta por (ou decomposta em) outras é muito rica para o desenvolvimento do pensamento geométrico e constitui uma proposta interessante de continuidade da Situação de Aprendizagem de experimentação e classificação de figuras. Nesse contexto, atividades com *tangram* são apropriadas para o trabalho com formas planas. Se, nas séries/anos anteriores, os alunos não construíram um *tangram*, o trabalho pode ter início com esta atividade; se os alunos já construíram, propomos que seja feito algum tipo de *tangram* menos convencional. Apresentamos alguns tipos de *tangram* que podem ser confeccionados com cartolina, papel-cartão, cortiça, madeira ou outros materiais.



tradicional triangular quadrangular circular oval

20

Fonte –Volume II- Caderno do Professor- 6 º Ano (2014-2017)

Figura 7- Atividade proposta no material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo.

Matemática – 5ª série/6º ano – Volume 2

O processo de construção de um *tangram* pode ser uma boa oportunidade para um primeiro contato com os instrumentos geométricos. Não descreveremos aqui os procedimentos para essa construção, mas o professor poderá encontrá-los em muitos livros didáticos ou nos endereços eletrônicos sugeridos nas referências bibliográficas listadas no final deste Caderno.

Além das tradicionais figuras que podem ser feitas com o uso do *tangram*, muitas outras atividades de investigação geométrica podem ser propostas.

7. Cole o *tangram* disponível no final deste Caderno (Anexo 1) em uma cartolina e, em seguida, recorte suas 15 peças e ordene-as pelo "tamanho".

Com esta atividade o professor pode discutir com os alunos uma definição mais consistente sobre o que entendemos por "tamanho" da figura. A ideia é que eles possam perceber intuitivamente a área associada ao que usualmente compreenderiam como o "tamanho" da figura. Vale destacar que o percurso didático de um programa de Geometria deve levar em consideração que, para as faixas etárias menores, o significado se constrói muito mais por meio de situações concretas e aproximações experimentais do que com formalismo e definições. Mais adiante apresentaremos outras atividades específicas do uso do *tangram* para explorar a ideia de perímetro e área de uma figura a partir da sua decomposição.

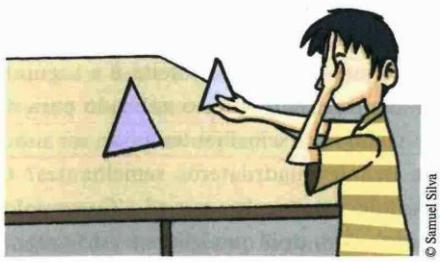
8. Qual das 15 figuras que compõem o *tangram* tem menor comprimento total? Qual tem o maior comprimento? (Utilize sua régua nesta atividade.)

Essa atividade explora a ideia de perímetro e, como a anterior, trabalha com duas importantes habilidades: a de ordenar e a de estimar. É muito importante que os alunos de 5ª série/6º ano consigam estabelecer a ordem de grandeza entre comprimentos e entre áreas de figuras que possibilitem uma distinção clara de medidas. A habilidade e a destreza com o uso e a leitura das medidas indicadas na régua também devem ser motes desta atividade.

Menor comprimento total: 10 e 13.

Maior comprimento total: 1.

Dizemos que duas figuras são semelhantes quando têm a mesma "forma", mas tamanhos diferentes. Faça a seguinte experiência com as figuras de três lados do *tangram*: coloque a maior delas sobre a mesa; fique em pé diante da mesa, pegue outra figura de três lados e, tapando um dos olhos, tente encontrar uma posição que faça uma sobreposição perfeita das duas figuras. Se a sobreposição acontecer, dizemos que as duas figuras são semelhantes.

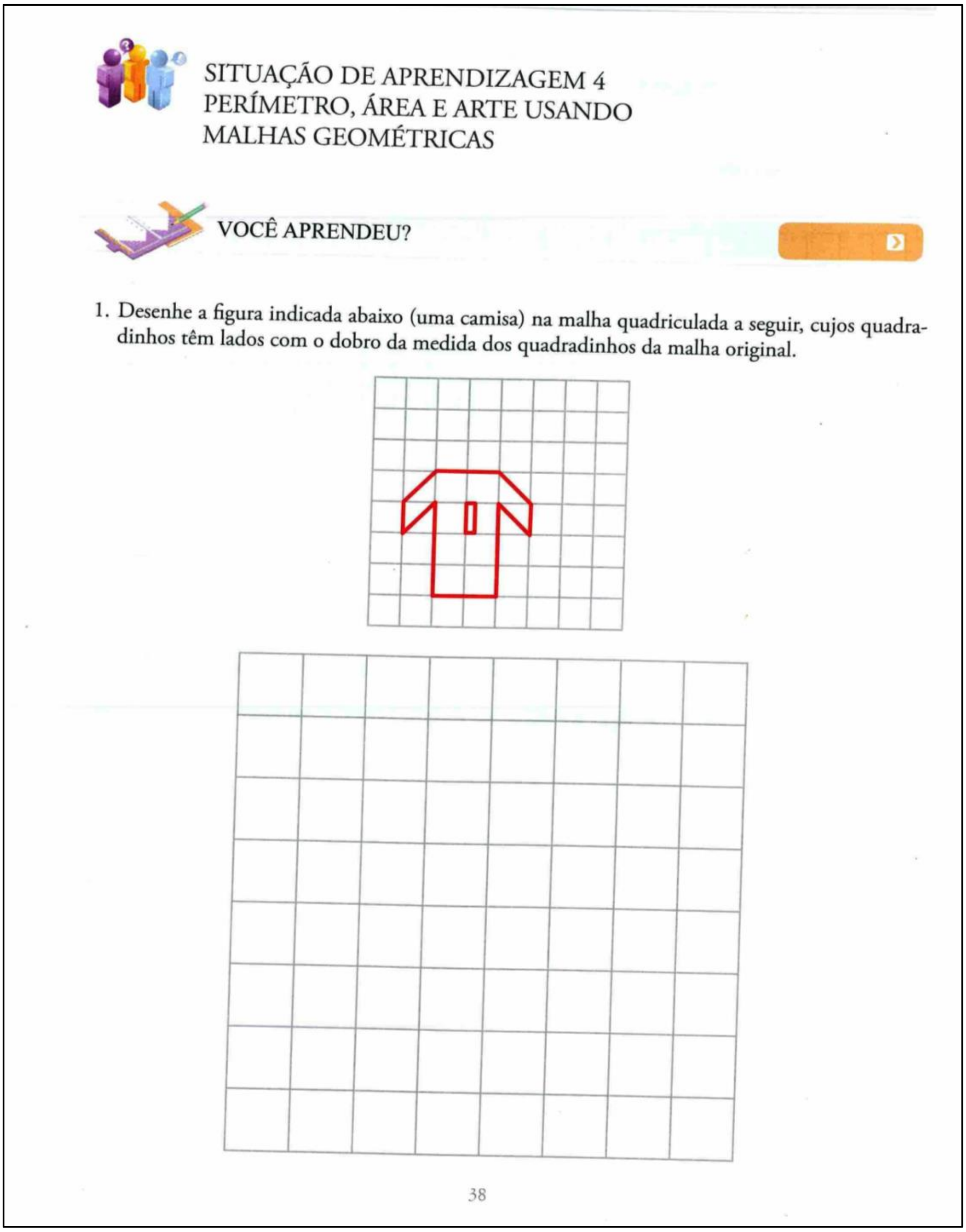


21

Fonte: Volume II- Caderno do Professor- 6º ano (2014-2017)

8.1.2- A seguinte atividade envolvendo malhas quadriculadas trabalha o conceito de ampliação/redução de figuras e utiliza ideias relacionadas ao cálculo de perímetro e área a partir da unidade estabelecida. No material do professor, essa atividade dá abertura até para trabalhos artísticos, utilizando as obras de Maurits Cornelis Escher (1898-1972) que foi um importante artista gráfico holandês.

Figura 8- Atividade proposta no material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo.


SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4
PERÍMETRO, ÁREA E ARTE USANDO MALHAS GEOMÉTRICAS

VOCÊ APRENDEU?

1. Desenhe a figura indicada abaixo (uma camisa) na malha quadriculada a seguir, cujos quadradinhos têm lados com o dobro da medida dos quadradinhos da malha original.

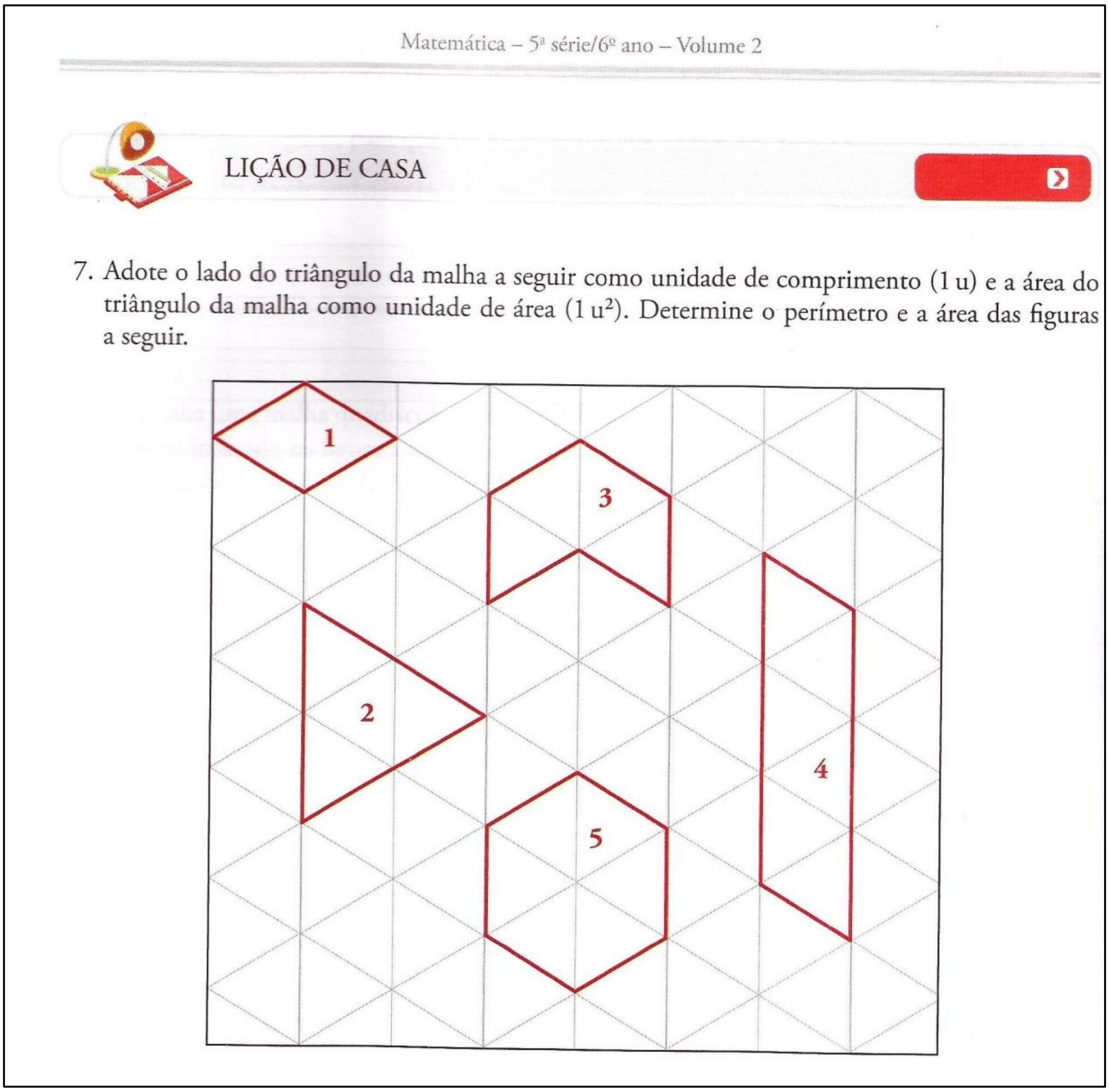
38

Fonte: Volume II- caderno do aluno- 6º Ano (2014-2017)

É importante destacar que esta atividade no caderno do professor oferece alternativas para o cálculo do perímetro da figura, onde é explorado o conceito da "unidade de medida", além da sugestão para a avaliação de cada conceito geométrico obtido pelo uso das malhas.

A atividade seguinte (Figura 9) mostra como o aluno pode aplicar o conteúdo aprendido em sala de aula na sua tarefa de casa.

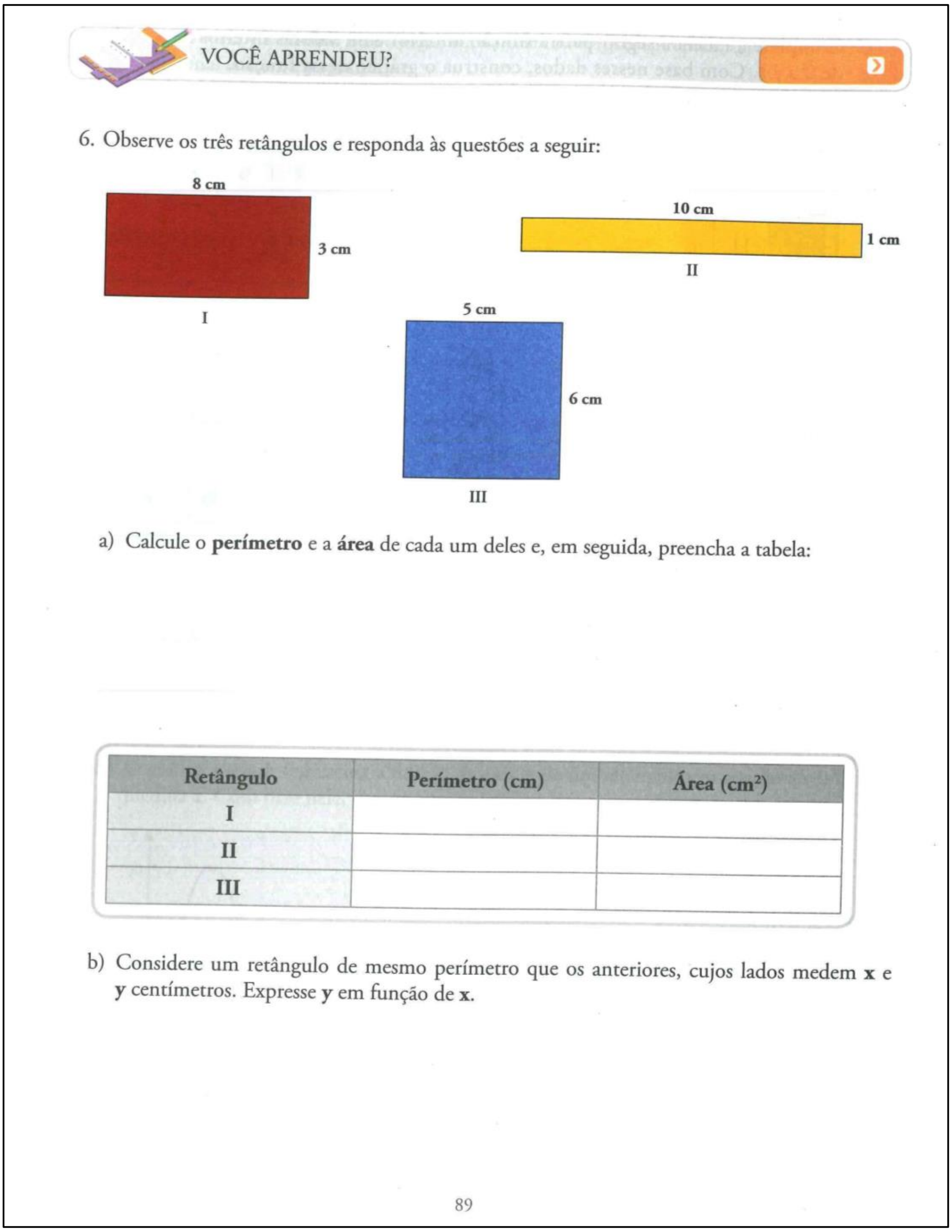
Figura 9- Atividade proposta no material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo.



Fonte –Volume II- caderno do aluno- 6º Ano- Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo (2014-2017)

8.1.3 A atividade seguinte (Figura 10) é a única que envolve geometria métrica no Volume I do 9º ano. Ainda assim é utilizada para a ilustração de uma situação problema pra o ensino das funções de primeiro grau.

Figura 10- Atividade proposta no material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo.



VOCÊ APRENDEU?

6. Observe os três retângulos e responda às questões a seguir:

8 cm

3 cm

I

10 cm

1 cm

II

5 cm

6 cm

III

a) Calcule o **perímetro** e a **área** de cada um deles e, em seguida, preencha a tabela:

Retângulo	Perímetro (cm)	Área (cm²)
I		
II		
III		

b) Considere um retângulo de mesmo perímetro que os anteriores, cujos lados medem **x** e **y** centímetros. Expresse **y** em função de **x**.

89

Fonte: Volume I- caderno do aluno- 9º Ano- Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo (2014-2-17)

8.1.4- O volume II do 9º ano é basicamente de conteúdos de Geometria. Inicia-se com semelhança de figuras planas e explora todos os conceitos e relações métricas.

A atividade escolhida é sobre Relações métricas num triângulo retângulo e utiliza como estratégia de demonstração das fórmulas matemáticas o conceito de área. As figuras 11,12 e 13 mostram a situação descrita no caderno do aluno, já as figuras 14 e 15, do caderno do professor, orientam como cada situação deve ser explorada trazendo inclusive o cálculo das áreas solicitadas. Foram escolhidas estas atividades nos dois cadernos para estabelecer um paralelo e entender como os dois cadernos, do professor e do aluno estão relacionados.

Figura 11- Atividade proposta no material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo

Matemática – 8ª série/9º ano – Volume 2

VOCÊ APRENDEU?

Relações métricas em triângulos retângulos: composição e decomposição

16. Conforme você pode observar na Figura 1, a área de CDEB é igual à soma das áreas de CAHI e de ABFG, ou seja, $a^2 = b^2 + c^2$. Agora, você vai explorar outras relações entre as áreas componentes dessa figura. Para tanto, observe, na Figura 2, o segmento AJ e note que ele divide a hipotenusa em duas partes, **m** e **n**, e também divide o quadrado CDEB em dois retângulos.

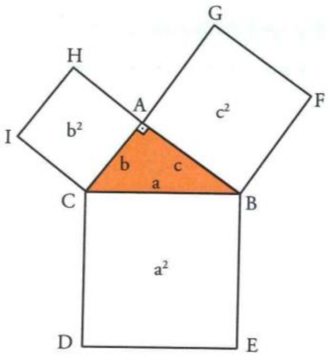


Figura 1

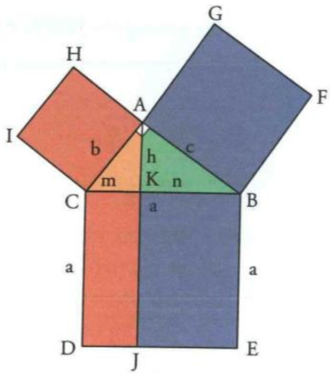


Figura 2

a) Calcule a área do retângulo CDJK e a área do retângulo JEBK. Mostre que a soma das duas áreas é igual a $\mathbf{a^2}$.

b) Calcule a área do triângulo ABC de duas maneiras, usando os catetos **b** e **c**, bem como a hipotenusa **a** e a altura **h**. Mostre que **bc = ah**.

39

Fonte: Volume II- caderno do aluno- 9º Ano- Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo (2-14-2017)

Figura 12- Atividade relativa à Fig. 11- proposta no material do Est. de São Paulo

Matemática – 8ª série/9º ano – Volume 2

c) Mostre, na figura, que a área do quadrado ACIH é igual à área do retângulo CDJK.

d) Mostre que a área do retângulo JEBK é igual à área do quadrado ABFG.

17. Considere um triângulo de catetos 5 cm e 12 cm.

a) Calcule a altura relativa à hipotenusa desse triângulo retângulo.

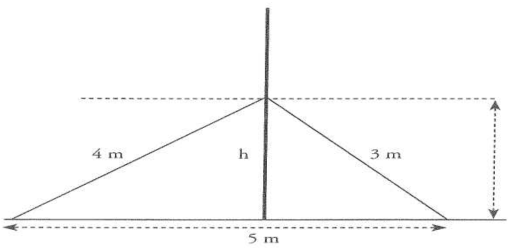
Fonte: Volume II- caderno do aluno- 9º Ano- Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo (2014-2017)

Figura 13- Atividade relativa à Fig. 11- proposta no material do Est. de São Paulo

Matemática – 8ª série/9º ano – Volume 2

b) A altura relativa à hipotenusa divide esse triângulo em dois triângulos retângulos menores; calcule a área de cada um deles.

18. Um painel deve ser mantido na vertical com a ajuda de dois cabos de aço perfeitamente esticados, de 3 m e 4 m, um de cada lado, como mostra a figura. Os cabos estão situados em um plano vertical e a distância entre os pontos de fixação dos dois cabos de aço no solo é de 5 m. A que altura do solo os cabos devem ser fixados no painel?



Fonte: Volume II- caderno do aluno- 9º Ano- Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo (2014-2017)

Figura 14- Atividade proposta no Material de Apoio ao Currículo do Est. de São Paulo.

Relações métricas em triângulos retângulos: composição e decomposição

16. Conforme você pode observar na Figura 1, a área de CDEB é igual à soma das áreas de CAHI e de ABFG, ou seja, que $a^2 = b^2 + c^2$. Agora, você vai explorar outras relações entre as áreas componentes dessa figura. Para tanto, observe, na Figura 2, o segmento AJ e note que ele divide a hipotenusa em duas partes, **m** e **n**, e também divide o quadrado CDEB em dois retângulos.

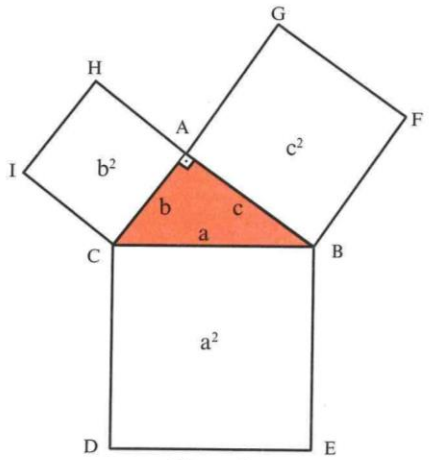


Figura 1

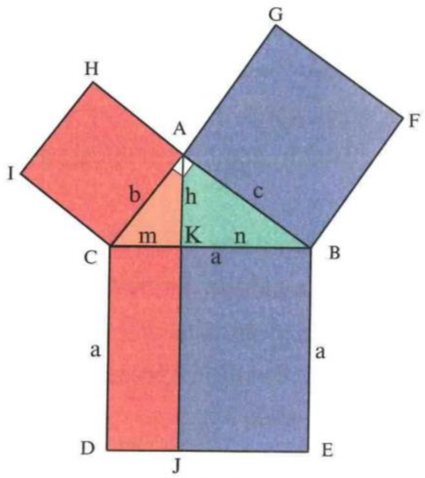


Figura 2

Fonte: Volume II- caderno do Professor- 9º Ano (2014-2017)

Figura 15- Atividade proposta no material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo.

a) Calcule a área do retângulo CDJK e a área do retângulo JEBK. Mostre que a soma das duas áreas é igual a $\mathbf{a}^2$.

Área de CDJK = $a \cdot m$

Área de JEBK = $a \cdot n$

Soma das áreas = $a \cdot m + a \cdot n = a(m + n) = a \cdot a = a^2$

b) Calcule a área do triângulo ABC de duas maneiras, usando os catetos **b** e **c**, bem como a hipotenusa **a** e a altura **h**. Mostre que **bc = ah**.

Área de ABC a partir dos catetos: $(b \cdot c) \div 2$

Área de ABC a partir da hipotenusa e da altura **h**: $(a \cdot h) \div 2$

$(b \cdot c) \div 2 = (a \cdot h) \div 2 \rightarrow bc = ah$

c) Mostre, na figura, que a área do quadrado ACIH é igual à área do retângulo CDJK.

Área de ACIH = b^2

Área de CDJK = $a \cdot m$

Uma das relações métricas já aprendidas no triângulo ABC é justamente $b^2 = a \cdot m$, que traduz o fato de as áreas serem iguais.

d) Mostre que a área do retângulo JEBK é igual à área do quadrado ABFG.

Área de JEBK = $a \cdot n$

Área de ABFG = c^2

Uma das relações métricas já aprendidas no triângulo ABC é justamente $c^2 = a \cdot n$, que traduz o fato de as áreas serem iguais.

17. Considere um triângulo de catetos 5 cm e 12 cm.

a) Calcule a altura relativa à hipotenusa desse triângulo retângulo.

Cálculo da hipotenusa do triângulo:

$x^2 = 5^2 + 12^2 \rightarrow x = 13$ cm

Cálculo da altura relativa à hipotenusa:

$5 \cdot 12 = 13 \cdot h \rightarrow h \cong 4{,}6$ cm

b) A altura relativa à hipotenusa divide esse triângulo em dois triângulos retângulos menores; calcule a área de cada um deles.

Cálculo das projeções dos catetos sobre a hipotenusa:

$5^2 = 13 \cdot n \rightarrow n \cong 1{,}9$ cm

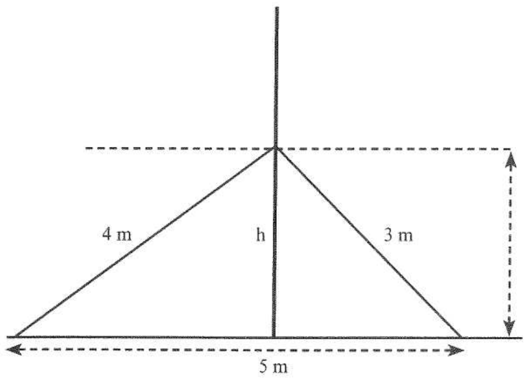
$12^2 = 13 \cdot m \rightarrow m \cong 11{,}1$ cm

Área de cada triângulo:

$A_1 = (11{,}1 \cdot 4{,}6) \div 2 \cong 25{,}5$ cm^2

$A_2 = (1{,}9 \cdot 4{,}6) \div 2 \cong 4{,}4$ cm^2

18. Um painel deve ser mantido na vertical com a ajuda de dois cabos de aço perfeitamente esticados, de 3 m e 4 m, um de cada lado, como mostra a figura. Os cabos estão situados em um plano vertical e a distância entre os pontos de fixação dos dois cabos de aço no solo é de 5 m. A que altura do solo os cabos devem ser fixados no painel?



Os lados 3, 4 e 5 m indicam que o triângulo considerado é retângulo. A altura pedida corresponde à altura do triângulo relativamente à hipotenusa. Como o produto dos dois catetos é igual ao produto da altura pela hipotenusa (bc = ah), concluímos que $4 \cdot 3 = 5 \cdot h$; portanto, $h = 2{,}4$ m.

Fonte: Volume II- caderno do Professor- 9º Ano- Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo (2014-2017)

O conteúdo do Volume II do 9º ano é dividido em 16 unidades. Todas elas envolvem geometria, ou seja, este conteúdo, se seguido linearmente no material, é deixado para o segundo semestre. Foram escolhidas apenas estas atividades, pois elas abordam muito bem o procedimento metodológico utilizado no material de apoio ao currículo.

Como última figura do material analisado neste tópico, destaca-se o quadro de conteúdos que é apresentado no final do volume do caderno do professor, onde é possível relacionar todos os conceitos do Ensino Fundamental de forma clara e objetiva para alcançar um currículo de Matemática que atinja as principais exigências para formação do aluno.

Figura 16- Quadro de conteúdo de matemática do material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo.

QUADRO DE CONTEÚDOS DO ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS

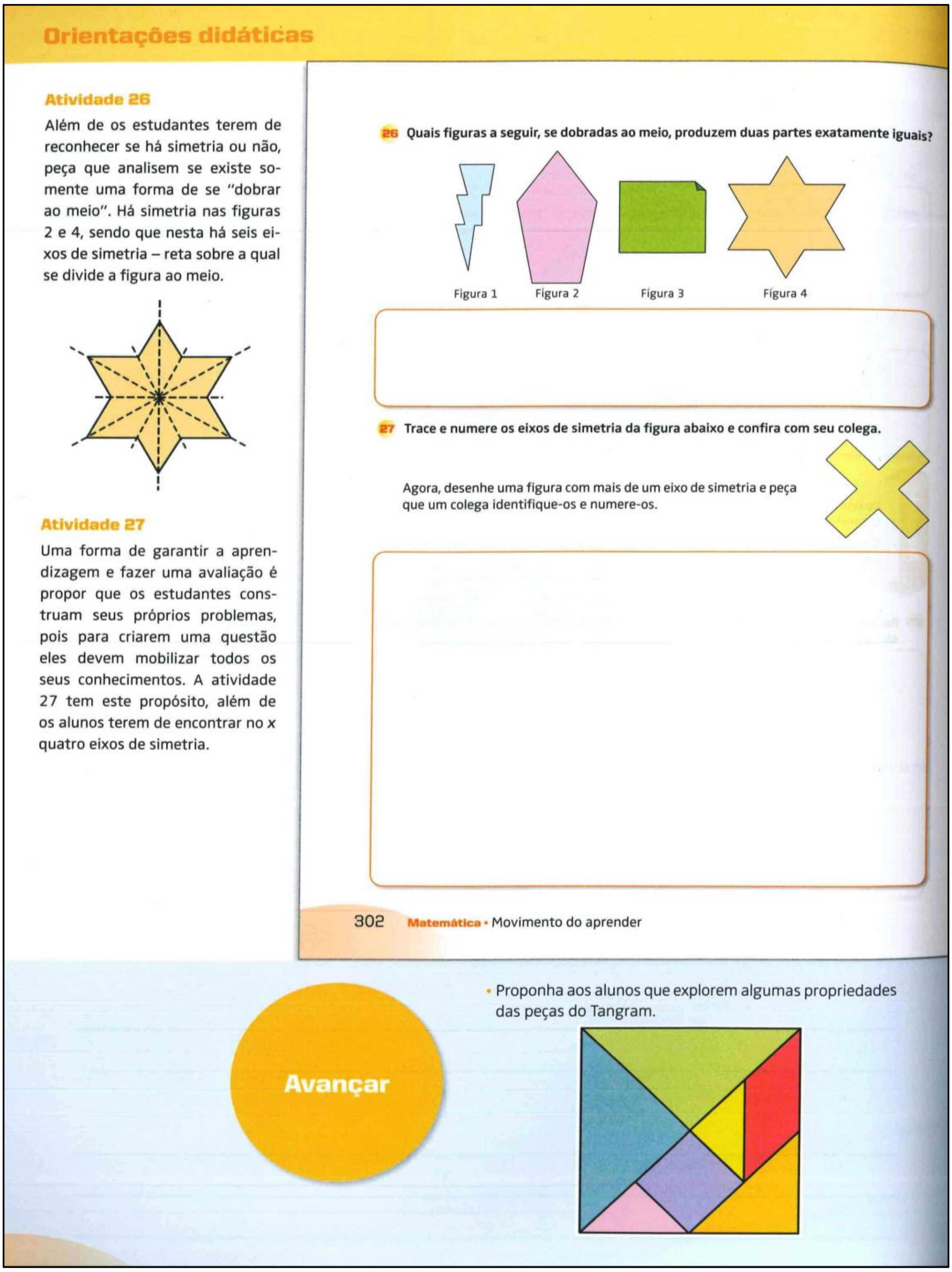
	5ª série/6º ano	6ª série/7º ano	7ª série/8º ano	8ª série/9º ano
Volume 1	NÚMEROS NATURAIS – Múltiplos e divisores. – Números primos. – Operações básicas. – Introdução às potências. FRAÇÕES – Representação. – Comparação e ordenação. – Operações. NÚMEROS DECIMAIS – Representação. – Transformação em fração decimal. – Operações. SISTEMAS DE MEDIDA – Comprimento, massa e capacidade. – Sistema métrico decimal.	NÚMEROS NATURAIS – Sistemas de numeração na Antiguidade. – O sistema posicional decimal. NÚMEROS INTEIROS – Representação. – Operações. NÚMEROS RACIONAIS – Representação fracionária e decimal. – Operações com decimais e frações. GEOMETRIA/MEDIDAS – Ângulos. – Polígonos. – Circunferência. – Simetrias. – Construções geométricas. – Poliedros.	NÚMEROS RACIONAIS – Transformação de decimais finitos em fração. – Dízimas periódicas e fração geratriz. POTENCIAÇÃO – Propriedades para expoentes inteiros. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO – A linguagem das potências. ÁLGEBRA – Equivalências e transformações de expressões algébricas. – Produtos notáveis. – Fatoração algébrica.	NÚMEROS REAIS – Conjuntos numéricos. – Números irracionais. – Potenciação e radiciação em IR. – Notação científica. ÁLGEBRA – Equações de 2º grau: resolução e problemas. – Noções básicas sobre função; a ideia de interdependência. – Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e 2º graus.
Volume 2	GEOMETRIA/MEDIDAS – Formas planas e espaciais. – Noção de perímetro e área de figuras planas. – Cálculo de área por composição e decomposição. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO – Leitura e construção de gráficos e tabelas. – Média aritmética. – Problemas de contagem.	NÚMEROS/ PROPORCIONALIDADE – Proporcionalidade direta e inversa. – Razões, proporções, porcentagem. – Razões constantes na Geometria: π. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO – Gráficos de setores. – Noções de probabilidade. ÁLGEBRA – Uso de letras para representar um valor desconhecido. – Conceito de equação. – Resolução de equações. – Equações e problemas.	ÁLGEBRA/EQUAÇÕES – Equações de 1º grau. – Sistemas de equações e resolução de problemas. – Inequações de 1º grau. – Sistemas de coordenadas (plano cartesiano). GEOMETRIA/MEDIDAS – Teorema de Tales e Pitágoras: apresentação e aplicações. – Área de polígonos. – Volume do prisma.	GEOMETRIA/MEDIDAS – Proporcionalidade, noção de semelhança. – Relações métricas entre triângulos retângulos. – Razões trigonométricas. – O número π; a circunferência, o círculo e suas partes; área do círculo. – Volume e área do cilindro. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO – Contagem indireta e probabilidade.

Fonte: Volume II- caderno do Professor- 9º Ano- Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo (2014-2017).

8.2- Análise de atividades propostas no material didático do Sistema SESI-SP de Ensino

8.2.1- As Figuras 17, 18, 19 e 20 fazem parte das orientações didáticas do 6º ano e exploram o conceito de simetria, paralelismo entre segmentos de reta, paralelismo em quadriláteros, ângulos internos e classificação dos principais quadriláteros. Estas atividades permitem que o professor avance em conceitos geométricos utilizando o Tangram.

Figura 17- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.


Orientações didáticas

Atividade 26

Além de os estudantes terem de reconhecer se há simetria ou não, peça que analisem se existe somente uma forma de se "dobrar ao meio". Há simetria nas figuras 2 e 4, sendo que nesta há seis eixos de simetria – reta sobre a qual se divide a figura ao meio.

Atividade 27

Uma forma de garantir a aprendizagem e fazer uma avaliação é propor que os estudantes construam seus próprios problemas, pois para criarem uma questão eles devem mobilizar todos os seus conhecimentos. A atividade 27 tem este propósito, além de os alunos terem de encontrar no x quatro eixos de simetria.

26 Quais figuras a seguir, se dobradas ao meio, produzem duas partes exatamente iguais?

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

27 Trace e numere os eixos de simetria da figura abaixo e confira com seu colega.

Agora, desenhe uma figura com mais de um eixo de simetria e peça que um colega identifique-os e numere-os.

302 Matemática • Movimento do aprender

Avançar

• Proponha aos alunos que explorem algumas propriedades das peças do Tangram.

Fonte:-Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

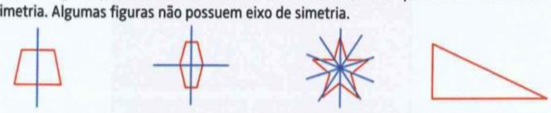
Figura 18- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.

Atenção!

Eixo de simetria é uma linha reta que divide uma figura em duas partes idênticas e opostas, como se fossem o reflexo num espelho.

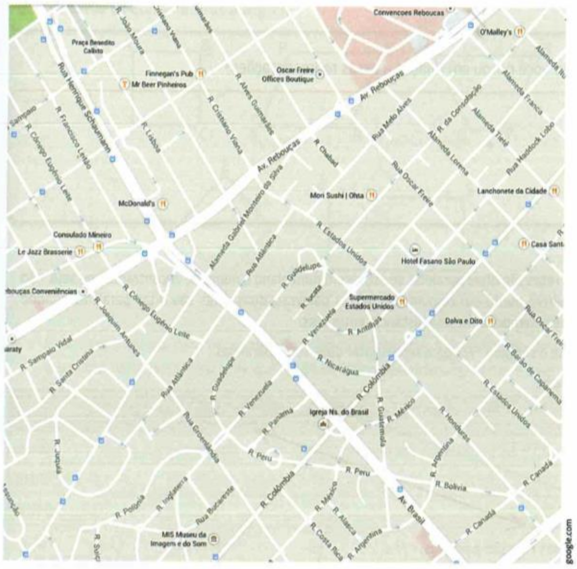
Eixo de simetria

Algumas figuras podem ter somente um eixo de simetria, outras podem ter vários eixos de simetria. Algumas figuras não possuem eixo de simetria.



Um eixo de simetria | Dois eixos de simetria | Vários eixos de simetria | Não possui simetria

28 **Veja novamente o mapa utilizado na atividade 1.**



Noções de geometria plana • **Unidade 11** 303

Atividade 28

Esta atividade tem o propósito de auxiliar o estudante a construir o conceito de reta paralela. Para isso, o item "a" propõe a localização de duas ruas não paralelas, para, em seguida, no item "b", localizarem duas ruas paralelas. Questione-os sobre o que diferencia as ruas paralelas das não paralelas. Registre essas diferenças para, em seguida, formalizá-las.

Depois de ouvi-los, conceitue a classificação desses e de outros quadriláteros notáveis (especiais):

1. Paralelogramo: quadrilátero que possui os lados opostos paralelos (lados que não se cruzam, estão a uma mesma distância, têm a mesma direção).
2. Retângulo: tipo de paralelogramo que possui quatro ângulos de mesma medida (a medição será trabalhada no 7º ano).
3. Losango: outro tipo de paralelogramo que possui os quatro lados com a mesma medida.
4. Quadrado: paralelogramo que possui os quatro ângulos e os quatro lados com a mesma medida, ou seja, é um retângulo e um losango.

• Solicite que trabalhem em duplas e busquem medir as superfícies (regiões poligonais) verificando se é possível cobri-las com somente uma das demais formas. A dupla deve anotar a quantidade necessária. Por exemplo, eles podem perceber que é possível cobrir a superfície do triângulo maior com dois de tamanho médio ou com quatro triângulos menores. Finalize pedindo que desenhem o quadrado formado por todas as peças do quebra-cabeça e tentem cobri-lo com o mesmo tipo de peças. Após algumas descobertas, verifique se algum deles percebeu que é possível cobrir o quadrado com 16 triângulos menores e se chegaram a preencher a tabela a seguir.

Fonte- Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

Figura 19- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI

(referente ao mapa da Fig.18).

Orientações didáticas

Observe que a ideia, nesse momento, não é abordar o conceito de escala, como em outros mapas utilizados. Uma forma de ampliar essa atividade é solicitar que os estudantes identifiquem, em seu próprio bairro, ou no bairro da escola, a presença ou não de retas paralelas.

Atividade 29

Nesta atividade, a ideia é que o estudante explore seus conhecimentos sobre segmentos paralelos, identificando-os na figura. Aproveite, professor, a oportunidade para estudar com a turma a forma de representar simbolicamente um segmento de reta: um traço sobre os extremos do segmento. Assim, há os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ etc. A medida geralmente é expressa por $\overline{AB}$, $\overline{BC}$. Os estudantes terão de identificar pares de segmentos paralelos. Diz-se que duas retas são paralelas quando são coplanares (contidas no mesmo plano) e não possuem pontos em comum. Aos estudantes pode-se dizer ainda que as retas paralelas têm a mesma direção.

a. Destaque nesse mapa as avenidas Nove de Julho e Brasil.

b. Usando outra cor, destaque as ruas Henrique Schaumann e Cônego Eugênio Leite.

c. Desenhe no espaço a seguir as representações que você destacou sobre o mapa.

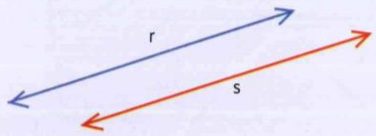
d. O que você notou em relação a essas representações?

Atenção!

Duas retas são ditas paralelas se estiverem num plano e nunca se encontrarem, ou seja, não possuírem ponto em comum. Em outras palavras, duas retas são ditas paralelas quando mantêm sempre a mesma distância entre elas.

Usa-se o símbolo "//" para representar duas retas paralelas.

Exemplo:



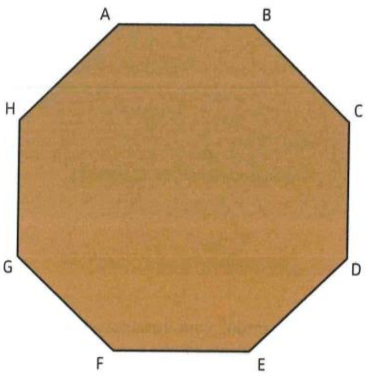
As retas r e s são paralelas: r // s.

Superfície medida (polígono)	Figura utilizada	Quantidade
Quadrado menor	Triângulo menor	2
Triângulo maior	...	...
...	...	...
Quadrado maior	Quadrado menor	8
Quadrado maior	Triângulo menor	16
Quadrado maior	Triângulo médio	8
Quadrado maior	Triângulo maior	4

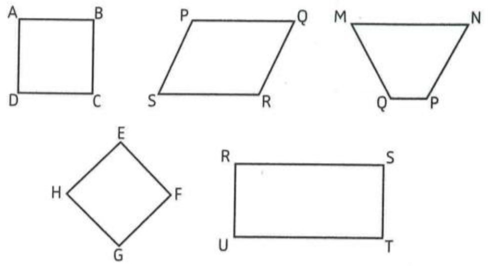
Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

Figura 20- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.

29 **Considerando a figura da atividade anterior, destaque com lápis ou caneta coloridos alguns segmentos de reta paralelos. Faça o mesmo com a figura abaixo.**



30 **Observe os quadriláteros a seguir.**



Preencha a tabela com os nomes de cada quadrilátero, a quantidade de lados paralelos que cada um possui e escreva quais são os lados paralelos, tal como o exemplo.

Quadrilátero	Nome	Quantidade de lados paralelos	Lados paralelos
ABCD	Quadrado	2 pares de lados paralelos	$\overline{AB} // \overline{CD}$; $\overline{BC} // \overline{DA}$
EFGH			
MNPQ			
PQRS			
RSTU			

Noções de geometria plana • Unidade 11 305

Atividade 30

A classificação dos quadriláteros especiais é realizada nesta atividade:

- Trapézio é o quadrilátero que possui dois lados paralelos → quadrilátero MNPQ.
- Paralelogramo é o quadrilátero que possui os lados paralelos, dois a dois; o paralelogramo, portanto, também é um trapézio → quadrilátero PQRS.
- Retângulo é um paralelogramo que possui os quatro ângulos congruentes (com a mesma medida) → quadrilátero RSTU.
- Losango é um paralelogramo que possui os quatro lados congruentes → quadrilátero EFGH.
- Quadrado é um paralelogramo que possui os quatro ângulos congruentes e os quatro lados congruentes → quadrilátero ABCD. Faça os alunos perceberem que, inclusive, este quadrado tem as mesmas dimensões de EFGH e é um retângulo.

Área é a medida de uma superfície. É o resultado da comparação com a quantidade de regiões consideradas para cobrir uma superfície. Pergunte como é a área do quadrado menor e do triângulo médio. Esses dois polígonos são equivalentes, pois têm a mesma área, medida – aqui – em quantidades de triângulos menores.

Nesse exemplo, para medir a superfície do quadrado maior, foram adotados triângulos maiores, menores e médios e quadrados menores. Conclua com os estudantes a importância das unidades-padrão. As unidades adotadas são regiões quadradas de lado unitário. Se o lado medir 1 centímetro, a área será a quantidade de centímetros quadrados; se o lado da região quadrada for igual a 1 metro, a superfície medida estará em metros quadrados, e assim por diante.

- Para trabalhar mais com perímetro e área, propõe-se uma atividade com o geoplano. Solicite aos estudantes que construam retângulos com perímetro de 12 unidades (medida do lado do quadradinho). Em seguida, peça que calculem a área e anotem tudo em uma tabela, como a apresentada a seguir. Você pode anotar no quadro os resultados obtidos.

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

É interessante destacar que nas orientações seguintes, o professor tem acesso à situações problema do SARESP 2011 e 2009, onde verifica o aprendizado do conteúdo estabelecendo paralelos com a avaliação externa do estado de SP. Além disso, também são sugeridas questões que avaliam o conhecimento específico do aluno.

Ao final de cada unidade é sugerido um quadro “Para saber mais” com bibliografias para consulta de obras, revistas e sites:

Figura 21- Quadro “Para saber mais” do sistema SESI.

Para saber mais...

Unidade 11

Livros:

ESTUDAR MATEMÁTICAS: O ELO PERDIDO ENTRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM

Autores: Yves Chevallard, Mariana Bosch e Josep Gascón
Editora: Artmed

Este livro quer contribuir com o esforço, tão necessário hoje em dia, de reformulação do contrato que une a escola e a sociedade e que trata de uma questão tão antiga quanto nossa civilização – a educação matemática. Por que estudamos matemática na escola? Por que e para que existem professores? Quais suas responsabilidades em uma educação escolar de qualidade? Quais responsabilidades os alunos devem assumir? Que papel os pais devem desempenhar? Essas são, na visão dos autores, algumas das questões essenciais para todos interessados e envolvidos em educação.

ANÁLISE DE ERROS: O QUE PODEMOS APRENDER COM AS RESPOSTAS DOS ESTUDANTES

Autora: Helena Noronha Cury
Editora: Autêntica

Neste livro, Helena Noronha Cury apresenta uma visão geral sobre a análise de erros, fazendo um retrospecto das primeiras pesquisas na área e indicando teóricos que subsidiam investigações sobre erros.

INTRODUÇÃO À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Autor: Howard Eves
Editora da Unicamp

Nesta obra, o autor narra a história da Matemática desde a Antiguidade. Howard Eves faz um exame das obras que considera mais importantes e alguns capítulos são introduzidos por panoramas culturais da época abordada.

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA: REFLEXÕES PSICOPEDAGÓGICAS

Autoras: Cecília Parra e Irma Saiz
Editora: Artmed

Este livro inclui sete trabalhos escritos por pessoas que possuem formação e experiência profissional diferentes, mas que compartilham convicções e preocupações sobre a educação matemática atual e futura.

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

Fig. 22- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NA SALA DE AULA

Autores: João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira
Editora: Autêntica

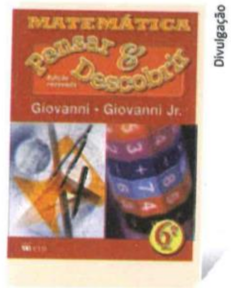
Neste livro, os autores – todos portugueses – analisam como práticas de investigação desenvolvidas por matemáticos podem ser trazidas para a sala de aula.

Divulgação

MATEMÁTICA: PENSAR E DESCOBRIR

Autores: José Ruy Giovanni e José Ruy Giovanni Jr.
Editora: FTD

Os livros desta coleção privilegiam o trabalho de construção e interpretação de gráficos e tabelas, ao mesmo tempo em que trazem textos e atividades que promovem a interdisciplinaridade ao refletirem sobre temas como cidadania, ética, meio ambiente e saúde. Valorizam também a autoavaliação, possibilitando ao aluno identificar dificuldades e ter conhecimento de suas potencialidades.



Divulgação

Periódico:

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Sociedade Brasileira de Matemática – SBM
Editora: SBM (publicação quadrimestral)

Uma publicação destinada àqueles que ensinam Matemática, sobretudo nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio. A revista publica artigos de nível elementar ou avançado, acessíveis ao professor do ensino médio e a alunos de cursos de Licenciatura em Matemática. Os temas transitam entre uma experiência interessante em sala de aula, um problema que suscita uma questão pouco conhecida, uma história que mereça ser contada ou até uma nova abordagem de um assunto conhecido.

Sites:

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

<http://www.sbm.org.br> Acesso em: 23 ago. 2014.

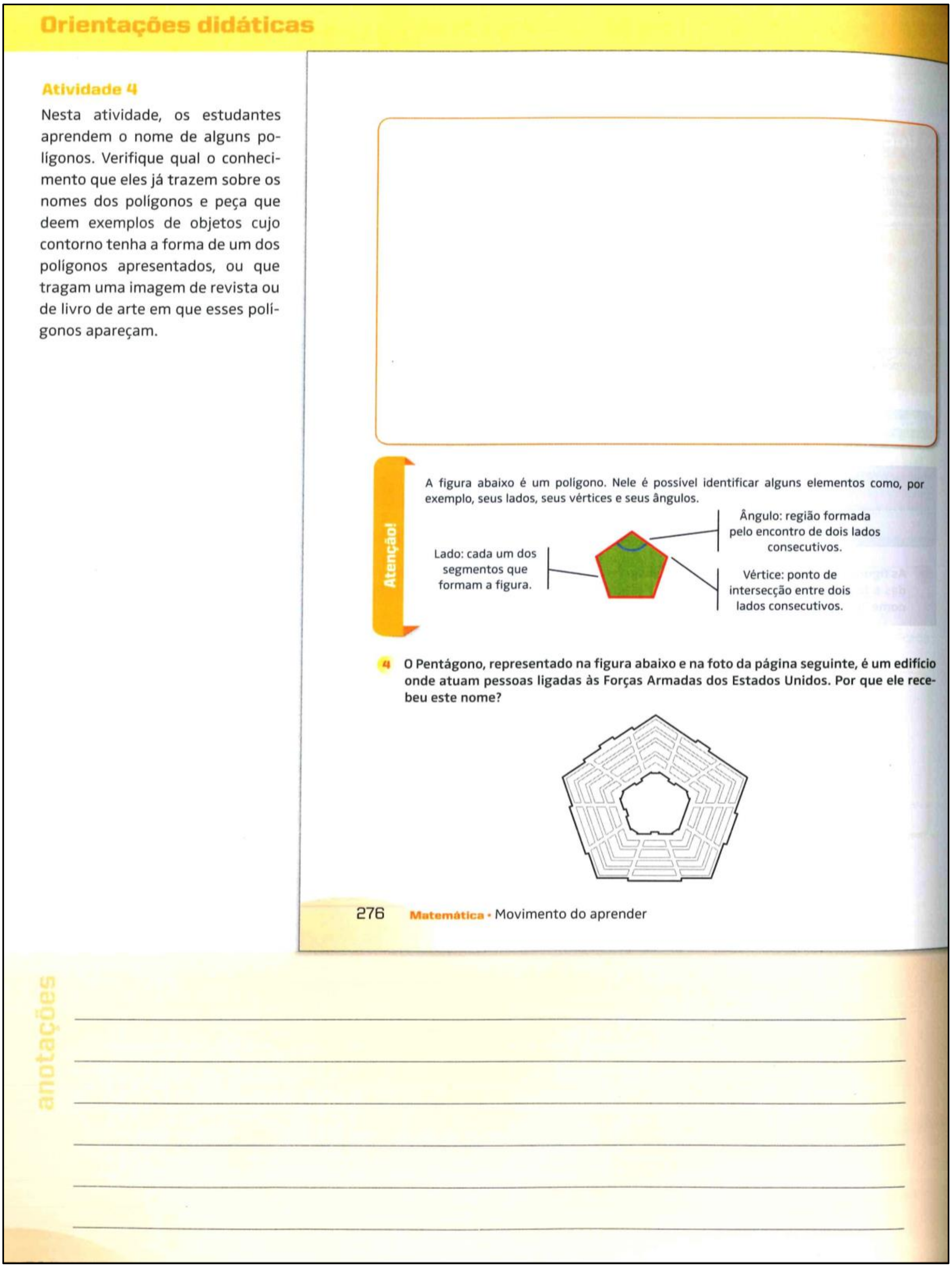
SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

<http:// www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/> Acesso em: 23 ago. 2014.

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

8.2.2- A ideia desta atividade apresentada nas Figuras 23 e 24 é mostrar que os polígonos são figuras muito conhecidas no dia-a-dia, em especial, o pentágono. É importante observar a conversa que o material tem com o professor, as orientações necessárias para atingir as expectativas de aprendizagem.

Figura 23- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.



Orientações didáticas

Atividade 4

Nesta atividade, os estudantes aprendem o nome de alguns polígonos. Verifique qual o conhecimento que eles já trazem sobre os nomes dos polígonos e peça que deem exemplos de objetos cujo contorno tenha a forma de um dos polígonos apresentados, ou que tragam uma imagem de revista ou de livro de arte em que esses polígonos apareçam.

Atenção!

A figura abaixo é um polígono. Nele é possível identificar alguns elementos como, por exemplo, seus lados, seus vértices e seus ângulos.

Ângulo: região formada pelo encontro de dois lados consecutivos.

Lado: cada um dos segmentos que formam a figura.

Vértice: ponto de intersecção entre dois lados consecutivos.

4 **O Pentágono, representado na figura abaixo e na foto da página seguinte, é um edifício onde atuam pessoas ligadas às Forças Armadas dos Estados Unidos. Por que ele recebeu este nome?**

276 Matemática • Movimento do aprender

anotações

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

Figura 24- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.

Digital Vision/Thinkstock

Os alvéolos do favo de mel das abelhas têm formato de hexágono.

Digital Vision/Thinkstock

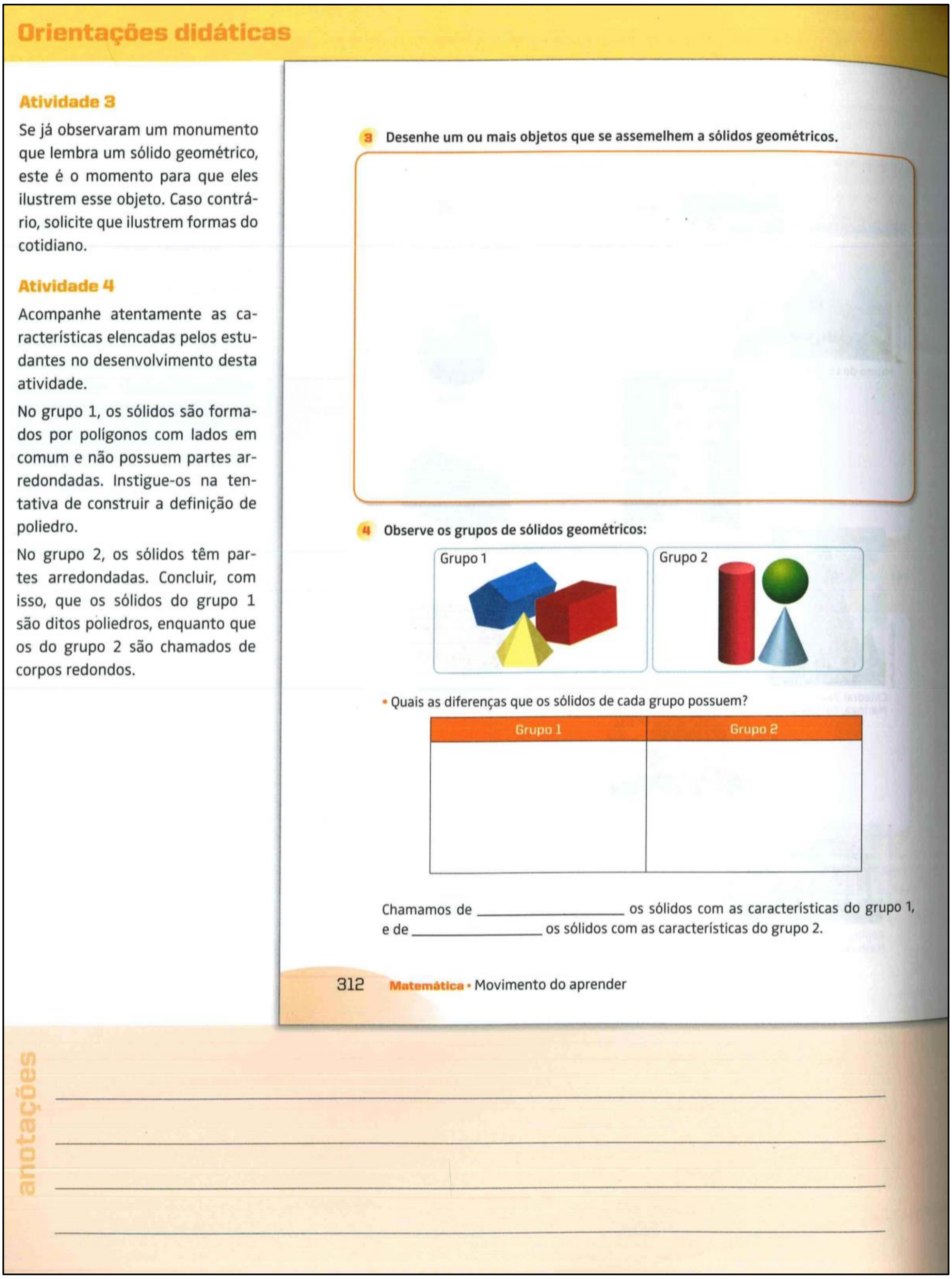
Noções de geometria plana • Unidade 11 277

As imagens apresentadas nesta atividade, por exemplo, são de figuras, muitas vezes, conhecidas dos alunos, tanto construídas pelo homem (pentágono) como presentes na natureza (favo de mel). Aproveite para problematizar o formato de outras figuras presentes no cotidiano dos estudantes, e associar os nomes das figuras à composição dos termos que os representam.

Fonte:Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

8.2.3- As atividades das figuras 25 e 26 oferecem ao professor subsídios para associar o conceito de sólidos geométricos à construções famosas, no caso, “O Congresso Nacional em Brasília”. Além disso, a atividade propõe um estudo sobre a atual política brasileira, os Três Poderes e suas funções.

Fig. 25- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.



Orientações didáticas

Atividade 3

Se já observaram um monumento que lembra um sólido geométrico, este é o momento para que eles ilustrem esse objeto. Caso contrário, solicite que ilustrem formas do cotidiano.

Atividade 4

Acompanhe atentamente as características elencadas pelos estudantes no desenvolvimento desta atividade.

No grupo 1, os sólidos são formados por polígonos com lados em comum e não possuem partes arredondadas. Instigue-os na tentativa de construir a definição de poliedro.

No grupo 2, os sólidos têm partes arredondadas. Concluir, com isso, que os sólidos do grupo 1 são ditos poliedros, enquanto que os do grupo 2 são chamados de corpos redondos.

3 Desenhe um ou mais objetos que se assemelhem a sólidos geométricos.

4 Observe os grupos de sólidos geométricos:

Grupo 1

Grupo 2

• Quais as diferenças que os sólidos de cada grupo possuem?

Grupo 1	Grupo 2

Chamamos de ________________ os sólidos com as características do grupo 1, e de ________________ os sólidos com as características do grupo 2.

312 Matemática • Movimento do aprender

anotações

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

Figura 26- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.

5 A sede do Congresso Nacional, em Brasília, apresenta uma arquitetura arrojada.

Acervo SESI-SP

Congresso Nacional.

"Arquitetura não constitui uma simples questão de engenharia, mas uma manifestação do espírito, da imaginação e da poesia.

No Palácio do Congresso, por exemplo, a composição se formulou em função desse critério, das conveniências da arquitetura e do urbanismo, dos volumes, dos espaços livres, da oportunidade visual e das perspectivas e, especialmente, da intenção de lhe dar o caráter de monumentalidade, com a simplificação de seus elementos e a adoção de formas puras e geométricas."

Oscar Niemeyer

Disponível em: <http://www.camara.gov.br/internet/infdoc/HistoriaPreservacao/Sedes/congresso.htm>. (Acesso em: 18 fev. 2010.)

a. Que tipos de sólidos geométricos você consegue observar nesse projeto arquitetônico? Identifique-os na foto, cada um com uma cor diferente.

Noções de geometria espacial • Unidade 12 313

Atividade 5

O Congresso Nacional, em Brasília, é o pano de fundo desta atividade. Os estudantes deverão identificar poliedros e corpos redondos. Para isso, você pode sugerir que se utilizem de lápis com cores diferentes para caracterizar cada um dos dois tipos na imagem.

Aproveite este momento para verificar com os estudantes qual o conhecimento sobre Brasília que possuem. É possível aí um momento interdisciplinar, com o professor de História, no que se refere, por exemplo, aos Três Poderes e à função de cada um deles.

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 6º Ano- edição 2015

8.2.4- As atividades das figuras 27 e 28 do 9º ano do material analisado introduzem o conceito de corpos redondos e explora a ideia do princípio de Arquimedes. Observa-se que a Unidade é de número 9 e neste livro temos 11 unidades, ou seja, a geometria ainda tem lugar nos últimos meses do semestre, se o professor seguir linearmente o conteúdo proposto no material.

Figura 27- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.

Orientações didáticas

Roda de conversa

Como é sugerido na abertura da unidade, inicie a **Roda de conversa** abordando os novos projetos arquitetônicos, que cada vez mais envolvem estruturas diferentes e que se utilizam de formas geométricas conhecidas na Matemática. Para os cálculos estruturais e com gastos de material, é necessária a estimativa de superfície e volume. Questione-os em que tipos de projeto seria mais fácil calcular tais valores. Pergunte ainda sobre como seria possível calcular o volume de um objeto com formato irregular. Explore a ideia do princípio de Arquimedes e a história da coroa do rei Hierão, por meio do texto a seguir. Dessa forma, o uso da história será um mobilizador para a aprendizagem dos estudantes.

A coroa do rei

História sobre o matemático

Arquimedes foi um notável matemático, nascido em Siracusa, na Sicília, em 287 a.C. Dele se contam muitas histórias e a ele se atribuem muitas invenções. A mais famosa, sem dúvida, é a que o fez sair nu pelas ruas da cidade gritando: "heureka!" (achei!). Menos famoso, em todo caso, é o problema que o ocupava naquele dia. O rei Hierão, seu amigo, desconfiava que o ourives a quem encomendara uma coroa misturara prata ao ouro que lhe dera para o trabalho. A coroa, no entanto, tinha

UNIDADE 9

Corpos redondos

200 **Matemática** • Movimento do aprender

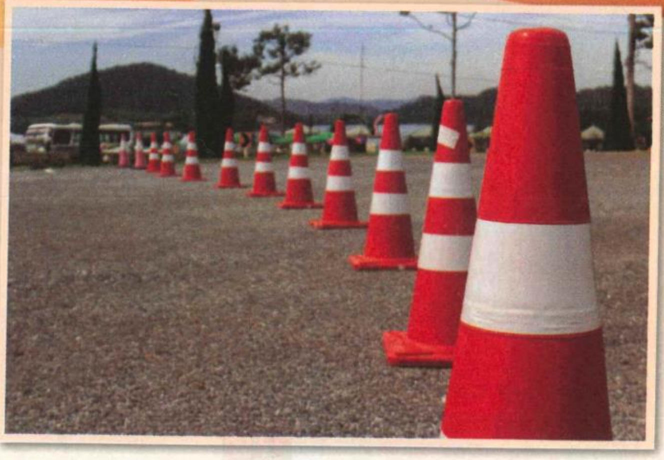
Diálogo com o professor

Temática que integra o conteúdo sobre formas espaciais, em nosso currículo os poliedros são estudados no 8º ano do Ensino Fundamental, de modo que no 9º ano o estudo dos corpos redondos possa ser iniciado. Isso não significa, contudo, que não se deva recorrer aos conhecimentos assimilados no ano anterior para compreender os de agora; ao contrário. Os conceitos relativos ao cálculo de volume e à capacidade dos poliedros estudados no 8º ano, mais especialmente os prismas e as pirâmides, são fundamentais para a compreensão dos conceitos ligados ao volume de cilindros e cones, presentes neste ano. Dessa forma, explore as relações entre esses diversos sólidos para que, fundamentalmente, os estudantes compreendam o cálculo dessas grandezas, muito mais do que decorem expressões algébricas ou fórmulas.

O cálculo do volume da esfera será realizado de forma experimental, pois somente no Ensino Médio os estudantes terão a possibilidade de compreender melhor a expressão algébrica que o fundamenta. No entanto, a experiência física que utilizamos nesta unidade é muito rica, e pode ser empregada para o cálculo do volume ou capacidade de qualquer sólido.

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

Figura 28- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.



Hugo84106326/iStock/Thinkstock

exatamente o mesmo peso que o ouro fornecido. Como provar a fraude? Arquimedes achou a resposta enquanto tomava banho. Ele observou que a quantidade de água que caía da banheira quando ele entrava nela tinha o mesmo volume que seu corpo. Então, imaginou: se a coroa fosse de ouro puro, deveria deslocar um volume de água igual àquela quantidade de ouro; se estivesse misturada com prata, que pesa menos do que o ouro, a coroa teria um volume maior e deslocaria mais água. Arquimedes ficou tão feliz com a descoberta que saiu correndo pela rua, sem sequer lembrar-se de vestir a roupa.

A coroa do rei. **Superinteressante**, 10. ed., jul. 1988. Disponível em: <http://super.abril.com.br/historia/arquimedes-a-coroa-do-rei>. Acesso em: 28 ago. 2016.

Roda de conversa

- Cada vez mais projetos arquitetônicos e objetos de engenharia envolvem estruturas em formato de sólidos geométricos. Que tipo de sólido você identifica nessas imagens?
- Quais são as diferenças entre esses sólidos e os poliedros?
- Especificamente no caso desses sólidos, como é possível calcular a área de sua superfície? E o seu volume?

Corpos redondos • **Unidade 9** 201

É importante que você aproveite o ambiente escolar e social dos estudantes para relacionar os sólidos examinados na unidade com construções e objetos com os quais eles estejam mais familiarizados. Assim, o conhecimento aprendido pode ser significativo e ampliar-se.

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

8.2.5- A atividade destacada na figura 29 pode ser explorada utilizando discos de mesma forma e tamanho para chegar às respostas solicitadas. Além disso, o professor tem sugestões de pesquisa como o estudo do matemático italiano Francesco Bonaventura Cavalieri, muito conhecido pelo princípio de Cavalieri.

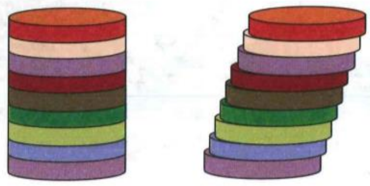
.

Figura 29- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.

Francesco Bonaventura Cavalieri foi um matemático e astrônomo italiano, nascido em 1598 na cidade de Milão. É conhecido especialmente pelo princípio de Cavalieri, que dá início aos estudos presentes nesta atividade. Promova experimentações, por exemplo, utilizando o material dourado e empilhando as centenas. Questione-os sobre o que notam a respeito das áreas desses sólidos, no caso de serem cortados por um plano.

Há um vídeo, disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=HLmP76Bi9j4> (acesso em: 22 set. 2016), que pode ajudá-lo na elaboração das experimentações.

3 **Tiago construiu uma torre com várias sobras de cortes de madeira, de formato circular, da marcenaria de seu pai. Quando a torre estava montada, sua irmã esbarrou nela, inclinando-a. Veja imagens da torre antes e depois do esbarrão.**



a. A qual formato de sólido geométrico estão associadas as torres nos dois casos?

____

____

b. Compare as alturas das torres nos dois casos. O que você pode concluir a respeito de suas alturas?

____

____

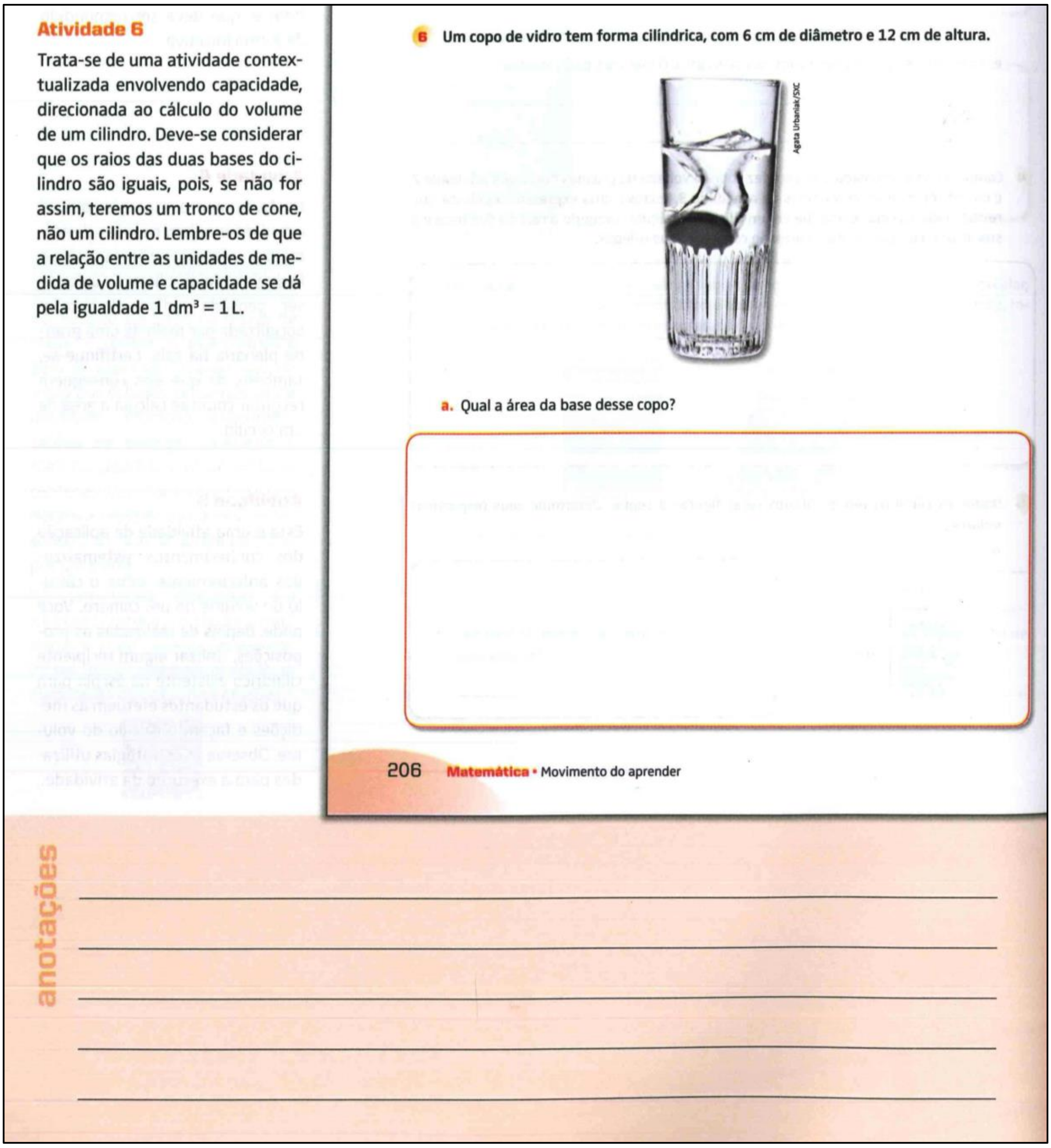
204 **Matemática** • Movimento do aprender

anotações

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

8.2.6- Nas atividades das figuras 30 e 31 a sistematização dos conceitos de área e volume de cilindro é utilizada com naturalidade, uma vez que já foram trabalhadas com comparação de medidas em atividades anteriores.

Figura 30- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI.



Atividade 6

Trata-se de uma atividade contextualizada envolvendo capacidade, direcionada ao cálculo do volume de um cilindro. Deve-se considerar que os raios das duas bases do cilindro são iguais, pois, se não for assim, teremos um tronco de cone, não um cilindro. Lembre-os de que a relação entre as unidades de medida de volume e capacidade se dá pela igualdade 1 dm^3 = 1 L.

6 **Um copo de vidro tem forma cilíndrica, com 6 cm de diâmetro e 12 cm de altura.**

a. Qual a área da base desse copo?

206 **Matemática** • Movimento do aprender

anotações

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

Figura 31- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI
(referente à Fig. 30).

b. Qual é, aproximadamente, sua capacidade em mililitros? (Use 3,14 como valor para π.)

c. Quantos copos iguais a esse são necessários para esvaziar uma garrafa com 2,5 litros de refrigerante?

Atenção!

Dado um **cilindro** qualquer, reto ou oblíquo, de raio da base valendo *r* e altura valendo *h*, seu volume *V* é calculado pela expressão:

$$V = \text{Área}_{\text{base}} \cdot \text{altura} = \pi r^2 \cdot h$$

7 **Leia o texto a seguir.**

Uma das tecnologias mais usadas no mundo da computação é a gravação de CDs, sejam de dados ou de músicas. No entanto, o DVD (*Digital Versatile Disc* ou *Digital Video Disc*) é uma mídia de armazenamento com capacidade muito maior que a do CD (*Compact Disc*)

Atenção!

A construção da expressão matemática que envolve o cálculo do volume do cilindro foi feita por meio das atividades anteriores. Assim, espera-se que a sua sistematização se torne natural aos estudantes.

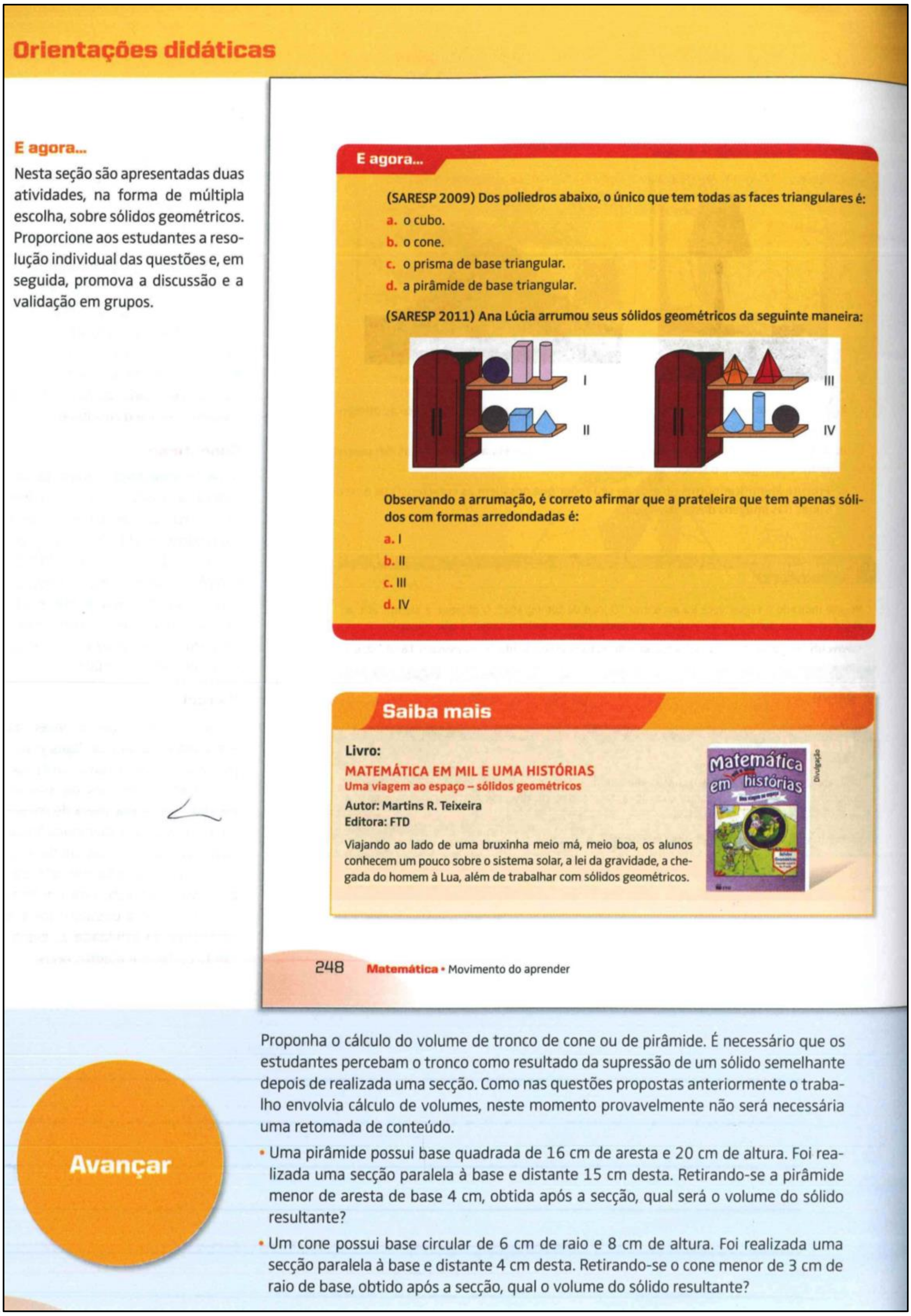
Atividade 7

Trata-se de uma nova atividade envolvendo a aplicação do cálculo do cilindro, agora a partir da leitura de um texto. Procure levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a produção e a utilização de CDs e DVDs, assim como sobre tecnologias mais atuais (*blu-ray* etc.).

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

8.2.7- A Figura 32 encerra a unidade sobre sólidos geométricos e sugerem exercícios de avaliação externa e leituras complementares. Além disso, propõe ao professor explorar os conceitos e cálculos de volume do tronco de pirâmide e cone. Vale observar que o material faz referência ao SARESP novamente.

Figura 32- Atividade das Orientações Didáticas do sistema SESI



Orientações didáticas

E agora...

Nesta seção são apresentadas duas atividades, na forma de múltipla escolha, sobre sólidos geométricos. Proporcione aos estudantes a resolução individual das questões e, em seguida, promova a discussão e a validação em grupos.

E agora...

(SARESP 2009) Dos poliedros abaixo, o único que tem todas as faces triangulares é:

a. o cubo.
b. o cone.
c. o prisma de base triangular.
d. a pirâmide de base triangular.

(SARESP 2011) Ana Lúcia arrumou seus sólidos geométricos da seguinte maneira:

Observando a arrumação, é correto afirmar que a prateleira que tem apenas sólidos com formas arredondadas é:

a. I
b. II
c. III
d. IV

Saiba mais

Livro:
MATEMÁTICA EM MIL E UMA HISTÓRIAS
Uma viagem ao espaço – sólidos geométricos
Autor: Martins R. Teixeira
Editora: FTD

Viajando ao lado de uma bruxinha meio má, meio boa, os alunos conhecem um pouco sobre o sistema solar, a lei da gravidade, a chegada do homem à Lua, além de trabalhar com sólidos geométricos.

248 Matemática • Movimento do aprender

Avançar

Proponha o cálculo do volume de tronco de cone ou de pirâmide. É necessário que os estudantes percebam o tronco como resultado da supressão de um sólido semelhante depois de realizada uma secção. Como nas questões propostas anteriormente o trabalho envolvia cálculo de volumes, neste momento provavelmente não será necessária uma retomada de conteúdo.

- Uma pirâmide possui base quadrada de 16 cm de aresta e 20 cm de altura. Foi realizada uma secção paralela à base e distante 15 cm desta. Retirando-se a pirâmide menor de aresta de base 4 cm, obtida após a secção, qual será o volume do sólido resultante?
- Um cone possui base circular de 6 cm de raio e 8 cm de altura. Foi realizada uma secção paralela à base e distante 4 cm desta. Retirando-se o cone menor de 3 cm de raio de base, obtido após a secção, qual o volume do sólido resultante?

E

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

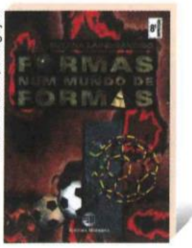
Na página seguinte, no caderno do aluno, são propostas questões sobre o que aprendeu na unidade, ou seja, a avaliação do conteúdo proposto.

8.2.8- Na figura seguinte é apresentado um quadro "Para saber mais..." que existe no final de cada unidade. Foi escolhida a unidade 10 para mostrar a importância do contexto e a pesquisa atualizada.

Figura 33- Quadro "Para saber mais..."- Orientações Didáticas do sistema SESI.

Para saber mais...

Unidade 10



Editora Moderna/Divulgação

Livro:

FORMAS NUM MUNDO DE FORMAS

Autora: Suzana L. Cândido
Editora: Moderna

Desde o início da aventura humana, o homem se pergunta sobre o universo e seus elementos. Por isso as formas, presentes em tudo em nossas vidas, sempre ocuparam lugar de destaque entre esses questionamentos. É sobre o tema das formas, algumas obras da natureza, outras da criação humana, que a autora trata neste livro.

Artigo:

ENSINO DAS CÔNICAS MEDIADO POR SUA HISTÓRIA E PELO USO DA GEOMETRIA DINÂMICA

Autores: Agnaldo da Conceição Esquincalha, Diogo Tavares Robaina e Marcelo Gomes Rodrigues

Artigo resultante da apresentação do trabalho desenvolvido pelo trio de pesquisadores na décima edição do Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em Salvador (BA), em 2010.

ESQUINCALHA, A. C.; ROBAINA, D. T.; RODRIGUES, M. G. Ensino das cônicas mediado por sua história e pelo uso da geometria dinâmica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais eletrônicos...** Brasília: UnB, 2010. Disponível em: <http://livrozilla.com/doc/783103/ensino-das-c%C3%B4nicas-mediado-por-sua-hist%C3%B3ria-e-pelo-uso-da>. Acesso em: 23 set. 2016.

Sites:

CÔNICAS

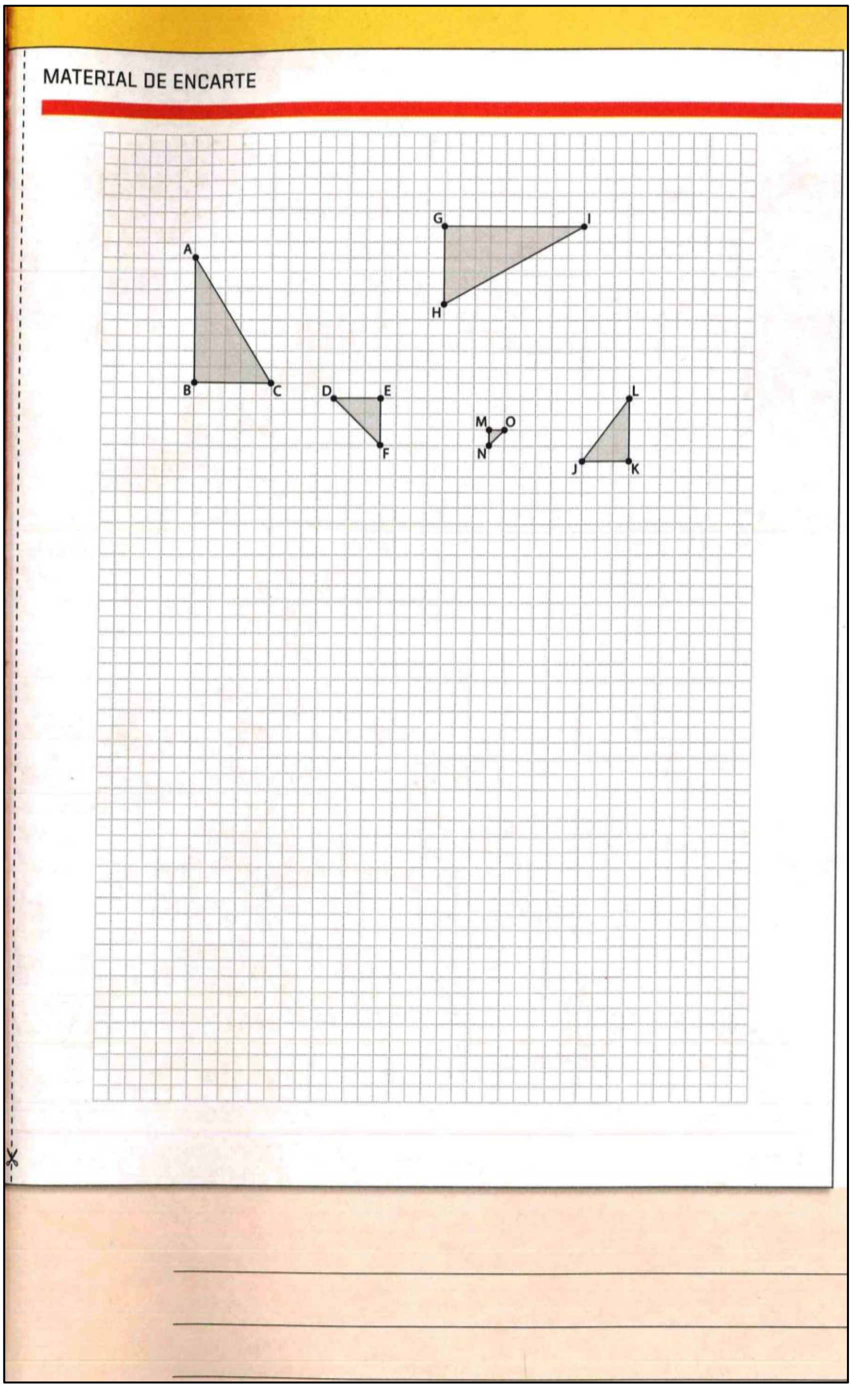
Criadas pelo monitor Juarez Bochi, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), as animações disponíveis na página oferecem uma maior possibilidade de compreensão dos diferentes aspectos e conceitos relativos ao tema.

Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~calculo/conicas/animadas/>.
Acesso em: 23 set. 2016.

Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

8.2.9- A Figura 34 foi anexada para mostrar que o professor deve estar atento ao material de encarte proposto, pois neste caso são necessárias algumas adequações antes de propor a atividade aos alunos. Como trata- se da constatação do teorema de Pitágoras pelo método de construção de áreas sob os lados do triângulo retângulo, verifica-se que não há no anexo quadrados suficientes na malha para traçar o quadrado com área “8 unidades” sob o lado AB do triângulo ABC. Mesmo assim, o material não perde sua riqueza de explorar a construção do conhecimento na apresentação das atividades, pois este é apenas um mínimo ajuste a ser dado no contexto geral analisado.

Figura 34- Encarte das Orientações Didáticas do sistema SESI



Fonte: Movimento do Aprender no Sistema SESI-SP de Ensino- 9º Ano- edição 2017

CONCLUSÃO

O tema da dissertação teve como foco o estudo de materiais didáticos que fazem parte da minha atuação profissional. Neste sentido, proporciona uma análise detalhada das atividades, sugestões e situações de aprendizagem que permeiam o pensamento matemático, em especial, a geometria nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental II. Além disso, oferece ao professor de matemática subsídios para planejamento de suas atividades, ampliando seu conhecimento e tornando suas aulas mais construtivas.

O estudo e as observações transcorreram naturalmente, porém questionadoras e ao mesmo tempo colaborativas, pois experiências foram trocadas e caminhos foram redirecionados para superar possíveis falhas na metodologia ou na sequência de conteúdos propostos.

Verificou-se com certa facilidade que no material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo, o eixo de geometria no Ensino Fundamental ocupa-se inicialmente do reconhecimento e da representação e classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhando em contextos concretos com os alunos do 6º ano, e com ênfase na articulação do raciocínio lógico-dedutivo com os alunos do 9º ano. O professor pode escolher a distribuição mais conveniente dos conteúdos nos bimestres, assim como a necessidade de incorporar o trabalho com a geometria em qualquer ano do Ensino Fundamental de acordo com a necessidade do aprendizado, mas isso não acontece na prática, pois ainda tem professores da escola pública não utilizam as propostas curriculares e seguem o livro didático que lhe é conveniente.

O material movimento do aprender do SESI é pautado na construção do conhecimento pelos próprios estudantes e sua relação com o meio, trata a geometria no 6º ano como a exploração de materiais concretos. No 9º ano utiliza-se de conceitos aprendidos nos anos anteriores e articula com cálculos de áreas e volumes, inclusive de secções geométricas. Os professores da rede SESI utilizam o material como principal eixo na exploração dos conteúdos.

Foi muito enriquecedora a pesquisa realizada no sentido de aprofundar a leitura de cada material didático, relacionando aos conhecimentos específicos, uma vez que a ideia principal foi de estudar as atividades propostas no material e articular com a prática em sala aula, favorecendo uma aprendizagem significativa no ensino da geometria. Talvez seja por esta razão que os professores ainda não perceberam as características do material enquanto ferramenta que enriquecem o saber matemático e tornam suas aulas mais atrativas, ou seja, a falta de uma leitura aprofundada com troca de experiências e uma formação específica que incentive práticas inovadoras.

Um bom material só torna-se eficaz se for estudado, testado e melhorado por um bom professor de matemática!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, Carl B. **História da Matemática**, Ed. Atual, 1992, São Paulo.

DANTE, Luiz R. **Didática resolução de problemas de matemática.** 12ª ed.- Editora Ática. São Paulo, 2003.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **A história da matemática:** questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Ed.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

EVES, Howard- **Introdução à História da Matemática-** tradução: Hygino H, Domingues. 5ª edição- Campinas SP: Editora Unicamp, 2011

KNIJNIK, Gelsa- **Exclusão e Resistência: Educação Matemática e Legitimidade Cultural.** Porto Alegre. Editora Artes médicas, 1996

Orientações do Movimento do Aprender. **Matemática- 9º ano/ Serviço Social da Indústria** (SESI-SP), 1. Ed.—São Paulo: SESI-SP Editora, 2017.

Orientações Didáticas do Movimento do Aprender. **Matemática- 6º ano/ Serviço Social da Indústria** (SESI-SP), 1. Ed.—São Paulo: SESI-SP Editora, 2015.

SADOVSKY, Patricia. **O ensino de matemática hoje: enfoque, sentidos e desafios.** 1ª ed.- Editora Ática. São Paulo, 2010.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno. Matemática – Ensino Fundamental- 8ª série/9º ano,** v. 2**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno. Matemática – Ensino Fundamental- 8ª série/9º ano,** v. 1**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Professor. Matemática – Ensino Fundamental- 8ª série/9º ano,** v. 2**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017.
SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Professor. Matemática – Ensino Fundamental- 8ª série/9º ano,** v. 1**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo:**
Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1. ed. atual. – São Paulo: SE, 2010.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno. Matemática – Ensino Fundamental- 5ª série/6º ano,** v. 1**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno. Matemática – Ensino Fundamental- 5ª série/6º ano,** v. 2**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Professor. Matemática – Ensino Fundamental- 8ª série/9º ano,** v. 2**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Professor. Matemática – Ensino Fundamental- 8ª série/9º ano,** v. 1**.** São Paulo. Nova edição 2013.

VERGNAUD, G. **Teoria dos Campos Conceituais.** Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1993.

Sites

< http://www.dmm.im.ufrj.br/~risk/diversos/gne.html> Geometria não euclidiana Kubrusly, Ricardo S. - acesso em 18 de julho de 2017.

<http://professorubiratandambrosio.blogspot.com2012/04/etnomatematica-uma-abordagem-inclusiva.html > acesso em 23 de julho de 2017.

<*http://www.obaricentrodamente.com/2015/04/relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo.html>*- acesso em 08 de julho de 2017.

<*http://www.obaricentrodamente.com/2015/04/relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo.html>>* acesso em 05 de julho de 2017.