UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
PROGRAMA PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT

DEMETRIUS DANTON ARRUDA VIEIRA

TRAÇOS DA INFLUÊNCIA DAS FILOSOFIAS DE PLATÃO E ARISTÓTELES NO DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA

João pessoa
2018

DEMETRIUS DANTON ARRUDA VIEIRA

TRAÇOS DA INFLUÊNCIA DAS FILOSOFIAS DE PLATÃO E ARISTÓTELES NO DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos

João Pessoa
2018

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

V658t Vieira, Demetrius Danton Arruda.
Traços da influência das filosofias de Platão e Aristóteles no desenvolvimento da matemática / Demetrius Danton Arruda Vieira. - João Pessoa, 2018.
53 f. : il.

Orientação: Eduardo Gonçalves dos Santos.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. História da matemática. 2. Filosofia da matemática. 3. Platão. 4. Euclides. 5. Aristóteles. 6. Arquimedes. I. Santos, Eduardo Gonçalves dos. II. Título.

UFPB/BC

DEMETRIUS DANTON ARRUDA VIEIRA

TRAÇOS DA INFLUÊNCIA DAS FILOSOFIAS DE PLATÃO E ARISTÓTELES NO DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA

Área de concentração: Ensino da matemática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática do PROFMAT CCEN-UFPB, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Matemática, defendida e aprovada em 30 de outubro de 2018 pela banca examinadora constituída pelos seguintes membros:

Eduardo Gonçalves dos Santos

Prof. Dr. Eduardo Goncalves dos Santos / UFPB
(Orientador)

Prof. Dr. Lenimar Nunes de Andrade / UFPB
(Examinador Interno)

Prof. Dr. Manoel Wallace Alves Ramos / IFPB
(Examinador Externo)

Dedico este trabalho a minha mãe, que mesmo do seu jeito "excêntrico", sempre me deu todo apoio e suporte para aprender e continuar firme nos estudos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pois sem Ele jamais chegaria aonde cheguei e jamais seria quem sou, e por estar sempre ao meu lado. Sempre!

Aos meus pais e à minha irmã, por todos os sacrifícios, dedicação e por todo amor ao longo da minha vida e até hoje, minha formação é fruto da educação que vocês me deram.

À minha esposa, meu amor, por todo o apoio, paciência e companhia que me ajudaram muito nessa difícil jornada.

Ao meu orientador Eduardo Gonçalves dos Santos, pelo suporte, esforço e dedicação sem os quais este trabalho não se realizaria.

A CAPES, pelo auxílio financeiro ao longo do curso, o qual foi fundamental para à realização do mestrado.

Aos meus colegas de turma, que foram essenciais nessa jornada para que através de muita união e perseverança conseguíssemos obter êxito e chegar ao fim dessa árdua estrada.

A toda a equipe de coordenação do PROFMAT – UFPB que sempre se dispôs a ajudar e resolver as situações e problemas surgidos ao longo do curso.

Aos professores do mestrado, pelos ensinamentos e comprometimento, e em especial ao professor Bruno Ribeiro pelo esforço, dedicação e compreensão ímpar para ajudar os alunos.

E a todos que contribuíram direta ou indiretamente na concretização deste sonho.

“Queira! (Queira!)
Basta ser sincero
E desejar profundo
Você será capaz
De sacudir o mundo
Vai!
Tente outra vez!”

Raul Seixas

RESUMO

O estudo da história e da filosofia da matemática tem se tornado cada vez mais importante para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da matemática. Este trabalho busca contribuir para esse processo ao mostrar algumas relações existentes entre matemática e filosofia, e a importância do aprofundamento nos estudos de história da matemática e de se relacionar história, filosofia e matemática. Foi apresentado como a filosofia de Platão trouxe importantes contribuições e influências para o desenvolvimento da matemática e buscou-se relacionar o pensamento platônico ao fazer matemático de Euclides como um exemplo de herança dos ensinamentos de Platão na evolução da matemática. Em contraste à filosofia platônica, foi apresentada a filosofia de Aristóteles, que foi de encontro à teoria de seu mestre ao enfatizar o empirismo e negar a existência de um Mundo das Ideias. E, de forma semelhante, mostrou-se uma relação entre o fazer matemático de Arquimedes e o pensamento aristotélico como um exemplo de influência e contribuição de Aristóteles para o desenvolvimento da matemática.

Palavras-chave: História da matemática. Filosofia da matemática. Platão. Euclides. Aristóteles. Arquimedes.

ABSTRACT

The study of the history and philosophy of mathematics has become increasingly important for the improvement of the teaching-learning process of mathematics. This work seeks to contribute to this process by showing some relationships between mathematics and philosophy, and the importance of deepening in the history of mathematics studies and of relating history, philosophy and mathematics. It was presented as Plato's philosophy brought important contributions and influences to the development of mathematics and sought to relate the Platonic thinking to Euclid's mathematician doing as an example of inheritance of the teachings of Plato in the evolution of mathematics. In contrast to the Platonic philosophy, Aristotle's philosophy was presented, which was against his master's theory by emphasizing empiricism and denying the existence of a World of Ideas. And, similarly, a relation between Archimedes' mathematical doing and Aristotelian thought was shown as an example of Aristotle's influence and contribution to the development of mathematics.

Key words: History of mathematics. Philosophy of mathematics. Plato. Euclid. Aristotle. Archimedes.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O estudo de matemática tem se tornado um tema cada vez mais importante nas discussões sobre a melhoria do ensino e da qualidade da educação básica. E o conhecimento de história da matemática tem se mostrado a cada dia mais necessário para uma melhoria da aprendizagem de matemática. Conhecer melhor a história dos matemáticos e das descobertas, e o contexto no qual essa história está inserida, contribui significativamente para esse processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina que se tornou um grande obstáculo na vida escolar de muitos alunos. Além disso, outro importante conhecimento vem se tornando um grande aliado nesse processo: a filosofia da matemática. Aprender sobre história e filosofia da matemática é fundamental para se obter uma visão mais ampla desta área do conhecimento. E para contribuir com esta área, este trabalho pretende relacionar matemática, história e filosofia, tendo como objetivo geral abordar a importância da história e da filosofia da matemática através do estudo das filosofias de Platão e Aristóteles e de pontos históricos relevantes que estão relacionados neste tema. E como objetivos específicos, apresentar uma parte da história da matemática grega com observações importantes a respeito desta, as filosofias da matemática dos filósofos citados e identificar uma relação entre o fazer matemático de Euclides com Platão e o de Arquimedes com Aristóteles.

Esta pesquisa é de natureza bibliográfica. Foram realizadas pesquisas em diversas fontes, novas e antigas, priorizando-se fontes novas. Muitos livros antigos de história da matemática usam uma forma linear e tradicional para contar como ocorreu o desenvolvimento da matemática ao longo do tempo. Além disso, contam de forma limitada à própria matemática, sem relacionar de maneira mais profunda esse desenvolvimento com o contexto da realidade vigente em cada época. Dessa forma, esse tipo de estudo se torna um pouco vazio de “porquês” e de sentido. Por isso, se faz necessário buscar em fontes que tragam uma perspectiva que fuja desse padrão limitado, e neste trabalho buscou-se utilizar tais fontes, de modo que a pesquisa fosse realizada com mais riqueza de informações e contextualizada.

O trabalho está dividido em cinco partes. Na primeira parte, são apresentados a matemática na Grécia Antiga e os primeiros matemáticos mais importantes: Tales e Pitágoras. Em seguida, na segunda parte, a importância da história da matemática e uma relação entre matemática e filosofia. Na sequência, são apresentadas observações importantes a respeito da matemática grega. E por fim, as filosofias da matemática de Platão e Aristóteles.

2. A MATEMÁTICA NA GRÉCIA ANTIGA

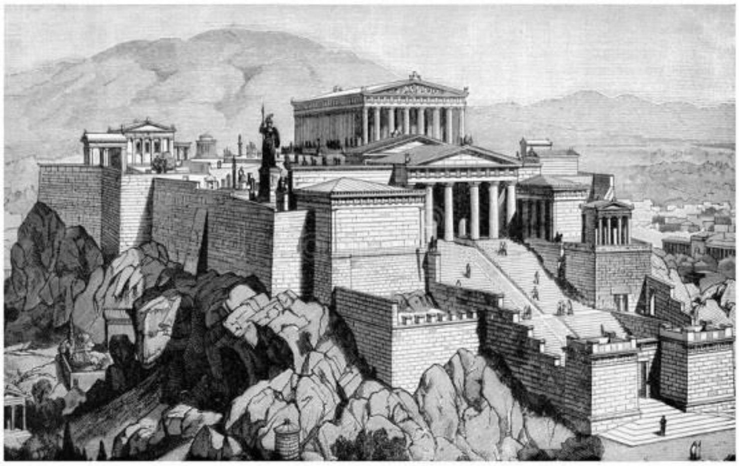


Figura 1: Grécia Antiga
Fonte: https://www.dreamstime.com/stock-illustration-acropolis-athens-antiquity-vintage-engraving-xix-century-describing-how-could-have-been-antique-times-not-damaged-image90619563

Na Antiguidade, a Grécia Antiga (Figura 1) é conhecida como o principal centro do conhecimento matemático, e não apenas deste. Nela, o conhecimento, e também a matemática, se desenvolveram como nunca antes na história até aquele momento. É isso que escutamos e costumamos propagar de uma forma quase que automática, de modo que muitas vezes deixamos de lado tudo que foi desenvolvido ao redor do mundo, e não foi pouca coisa. Então é preciso frisar que isto está muito ligado à história da matemática como a conhecemos hoje, pois em vários outros lugares do planeta aconteceram inúmeras descobertas e estudos importantes na matemática, que depois vieram a ser compartilhados entre os diversos povos. Mas essa atenção dada aos gregos ocorre por causa da forma extraordinária como a matemática avançou nessa civilização durante essa época. Além disso, entre todas as civilizações da antiguidade, esta foi, sem dúvidas, uma das mais desenvolvidas nos aspectos cultural e científico e provavelmente a mais estudada. Tendo se espalhado pelo mediterrâneo por volta de 700 a.E.C.[1] (antes da Era Comum), o período da cultura clássica grega, que ocorreu entre os séculos VI e IV a.E.C., fez surgir uma rica criatividade científica e cultural.

[1] Antes da Era Comum (a.E.C.) é um termo alternativo para Antes de Cristo (a.C.), que é o termo mais usado para se referir a esse período.

Apesar da história da matemática não se limitar à matemática desenvolvida na Grécia, o fato dela ser muito enfatizada nos ensinamentos de história da matemática da antiguidade se deve à importância do que foi estudado e da forma como se deu este estudo neste território, que fez com que se destacasse entre as demais matemáticas desenvolvidas no mesmo período. Além disso, diferentemente das descobertas e conhecimentos matemáticos de outros povos e de civilizações pré-helênicas, como por exemplo, os egípcios, onde muito se perdeu, o legado dos gregos se perpetuou de forma muito mais numerosa. Provavelmente isso se deve ao fato de terem sido mais compartilhados e por trazerem um desenvolvimento mais complexo da matemática, entre outros possíveis fatores. Podemos ainda dizer que existe uma tradição que liga a nossa civilização à grega, o que não ocorre com outras civilizações com tamanha proporção. Essa tradição se mostra no “fazer matemático” dos gregos, que trouxe um novo paradigma para o desenvolvimento desta ciência através de um estudo abstrato e menos prático da mesma, algo que se tornou muito comum e presente em nossos estudos matemáticos. Com isso, e devido ao pioneirismo da forma racionalizada desses estudos, as criações e descobertas gregas tiveram uma importância maior na história da matemática daquele período, principalmente no ocidente, e acabaram por se tornar a base da matemática desenvolvida ao longo dos séculos. A história da matemática grega é marcada por descobertas tão importantes e relevantes que são muito utilizadas até os dias atuais. Teorias das proporções, teoremas de geometrias plana e espacial, teorias dos números, são apenas alguns exemplos dentro da imensidão de tais descobertas. Além disso, o principal diferencial entre a matemática grega e as matemáticas egípcia e babilônia está no fato de que seu uso não se limita às aplicações práticas, por exemplo, para medição de terras, e começa a ser desenvolvida de forma pura e voltada para descobertas de teorias mais avançadas.

Costumamos aprender que a geometria surgiu no Egito, às margens do Nilo, e que foi necessária para a medição de terras após as enchentes para solucionar os problemas relacionados aos prejuízos sofridos por aqueles que foram atingidos por essas enchentes. Outra história muito trazida pela historiografia tradicional relata que Tales, numa viagem para o Egito, aprendeu conceitos e conhecimentos de geometria com os egípcios e os levou para a Grécia, de modo que a partir desses novos saberes fosse possível desenvolver uma geometria mais avançada. Todavia, a maneira como essa história é contada dá a entender que a evolução da geometria se deu de forma interligada aos conhecimentos existentes no Egito antigo, na Mesopotâmia (Figura 2) e na Babilônia, de tal modo que eles evoluíram através dos gregos para se chegar numa matemática com teorias mais avançadas. No entanto não existe nenhum documento confiável que garanta existir uma transição das matemáticas egípcia e mesopotâmica para a matemática grega, e na verdade isso é apenas mais um passo na tentativa de construção do mito de que existe uma matemática geral da humanidade (ROQUE, 2012).

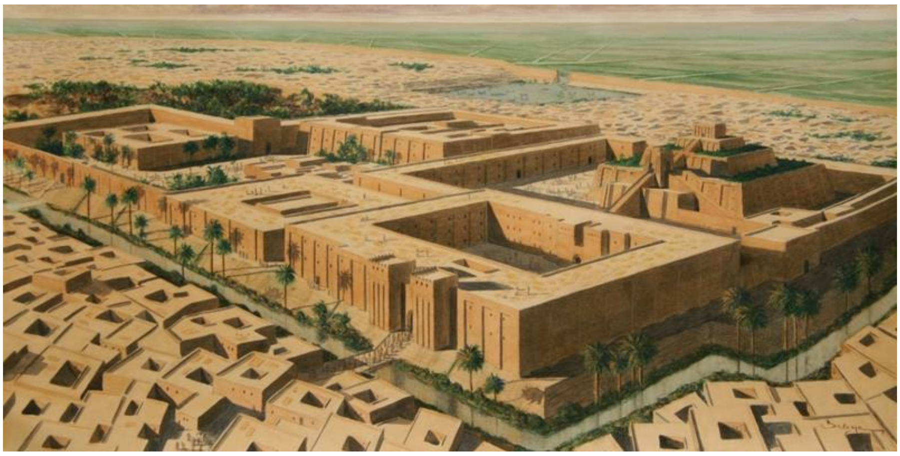


Figura 2: Mesopotâmia
Fonte: https://www.sporcle.com/blog/2018/05/what-is-mesopotamia/

É verdade que existem semelhanças entre saberes das culturas mesopotâmica e grega, que existiram interações entre o que já se sabia na Grécia e na Mesopotâmia, mas no campo da matemática não há fortes indicações a respeito de existir influência reciproca entre mesopotâmicos e gregos (ROQUE, 2012). Na Grécia, surgiram formas de conhecimento e de produção de teorias e conceitos mais avançados das ciências, e Platão e Aristóteles tiveram uma enorme importância nesse processo. Eles trouxeram formas inovadoras de raciocínio e pensamento que mudaram os paradigmas presentes até aquele momento. Mais especificamente através dos ensinamentos de Sócrates, onde a dialética (da qual falaremos a respeito mais adiante) está presente, que posteriormente Platão sistematizou e criou uma forma de pensar bem estruturada e muito elaborada. Em seguida, Aristóteles desenvolveu uma nova e bem fundamentada lógica que serviria de base para o surgimento e evolução das ciências, além de ter criticado teorias do seu mestre Platão. Os saberes desenvolvidos por esses dois últimos foram fundamentais para a evolução da matemática, e também de outras áreas, e do pensamento matemático que seria utilizado posteriormente.

Muitos foram os estudiosos que trouxeram contribuições para o desenvolvimento da matemática na Grécia Antiga. Alguns deles tiveram mais destaque, tanto pelos seus feitos, tanto pelo modo como a historiografia os destacaram, e até pelo momento e pela importância das descobertas no seu respectivo contexto, mas é fato que existem nomes da matemática que se destacaram acima dos demais e entraram para a história de forma ímpar por suas grandes descobertas e inovações.

2.1 TALES

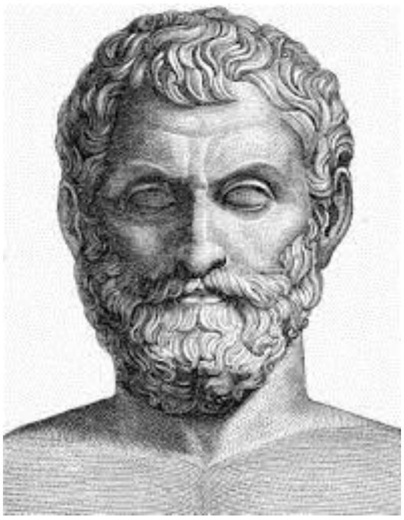


Figura 3: Tales de Mileto
Fonte: https://www.emaze.com/@AQTZLOFC

Vamos começar a falar dessas inovações por um dos matemáticos mais destacados da humanidade: Tales de Mileto (Figura 3). Tales (624-546 a.E.C.) iniciou o estudo sistemático da matemática na Grécia, unindo o estudo da astronomia ao da geometria e da teoria dos números, e dois séculos após sua morte, ele seria qualificado pelo filósofo Aristóteles como o primeiro filósofo de tradição grega (MOL, 2013).

Conforme o relato tradicional, Tales nasceu em Mileto e foi um mercador que conseguiu tornar-se rico o suficiente para dedicar sua vida ao estudo e a viagens onde ele aprendeu muito sobre matemática, especialmente no Egito, onde calculou a altura de uma pirâmide por meio da sombra. Ainda segundo Mol (2013, p. 32), “Tales é considerado o criador da geometria dedutiva, sendo a ele atribuídas as primeiras demonstrações matemáticas. São admitidos como de Tales os resultados sobre figuras planas relacionados no quadro abaixo”:

- Todo círculo é dividido em duas partes iguais por seu diâmetro.
- Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
- O ângulo inscrito em um semicírculo é reto.
- Quando duas retas se interceptam, os ângulos opostos são iguais.
- Os lados de triângulos semelhantes são proporcionais.
- Dois triângulos são congruentes se possuem dois ângulos e um lado iguais.

Fonte: Retirado de Mol (2013)

Apesar de todas essas descobertas, costumamos aprender na escola básica apenas que Tales é o criador do teorema que leva seu nome. Aprendemos a aplicar este teorema em exercícios com retas paralelas, e por fim, o nome de Tales costuma se limitar a isso. Dessa forma, a importância de Tales na história da matemática e no desenvolvimento desta fica limitada somente a um teorema, quando na verdade ele foi um dos mais importantes matemáticos (e também filósofo) da história. Tamanha importância se deve também ao conteúdo de suas descobertas e ao seu pioneirismo. Como observa Eves (2011, p. 95), “Tales é o primeiro personagem conhecido a quem se associam descobertas matemáticas”.

É válido salientar uma informação muito importante a respeito da história da matemática: o fato dela ser marcada por certa precariedade de fontes originais. Afinal de contas, quando falamos de história com mais de dois mil anos, é difícil encontrar arquivos conservados por tanto tempo e fontes tão antigas disponíveis. Existe uma escassez muito grande de tais fontes e isso dificulta o trabalho dos historiadores, além disso, devido à importância que muitas vezes é dada a determinados matemáticos e a certos momentos da história da matemática, existe também a construção de muitos mitos, e esses, por diversas vezes, se perpetuam por falta de provas que contradigam tal construção. Uma grande parte do conhecimento de matemática da antiguidade que dispomos é indireto, e os escritos de Platão, Aristóteles, Euclides e Proclus são exemplos relevantes dessas fontes

(ROQUE, 2009). Vale ressaltar que este último tem, entre seus importantes escritos, o famoso Catálogo dos Geômetras, presente no comentário escrito sobre o primeiro livro de *Os Elementos*[2], onde ele menciona Tales, Pitágoras, Anaxágoras de Clazomene, Hipócrates de Quios, Teodoro de Cirene, Teeteto de Atenas, e Eudoxo de Cnido, dentre outros. E entre outros grandes matemáticos ele apresentou proposições que ele afirma terem sido realizadas por Tales. Ainda a respeito deste, destacamos o que diz Roque (2009, p. 97):

> "Há escritos técnicos do século VI a.E.C. abordando problemas relacionados à astronomia e ao calendário. Neles intervinham alguns conceitos geométricos, como círculos e ângulos. Ao menos um desses livros ainda estava em circulação na época de Eudemo, e os enunciados geométricos aí contidos podem ser atribuídos a Tales."

Apesar de Proclus atribuir a Tales vários conhecimentos, descobertas e teoremas famosos, existem muitas controvérsias envolvendo o nome deste grande matemático. Pois se acredita que devido à fama dada a Tales por diversos estudiosos e principalmente por Aristóteles, pode ter-se atribuído a ele créditos de importantes descobertas que não necessariamente foram dele. Mas é fato que, apesar das contradições, o nome de Tales é um dos mais importantes da história da matemática.

2. 2 PITÁGORAS

A existência de Pitágoras (Figura 4) apesar de ser muito questionada, é trazida como certa por vários autores e pela historiografia tradicional de um modo geral, e sua importância na história da matemática é inquestionável. Ele tem sido retratado por muitos historiadores desde a antiguidade, e independente de sua real existência, é parte fundamental da matemática e da filosofia.

[2] *Os Elementos* é a principal obra de Euclides e uma das mais importantes obras de matemática já escritas. Depois da Bíblia, é o livro com maior número de edições de toda a História.

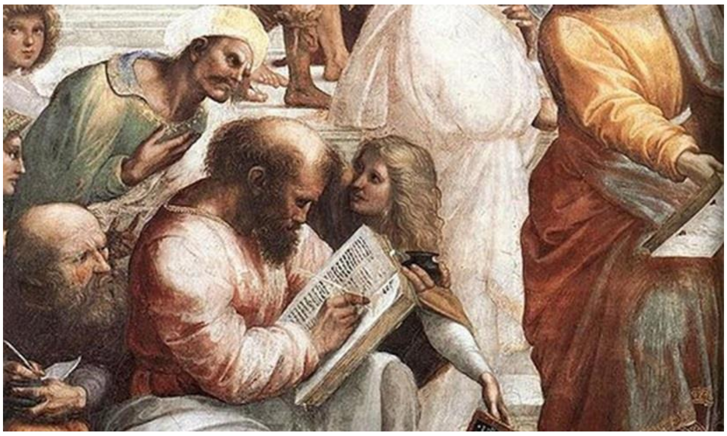


Figura 4: Pitágoras segurando um livro
Fonte: https://revistagalileu.globo.com/Sociedade/Historia/noticia/2016/07/5-ideias-que-vao-te-introduzir-ao-pensamento-de-pitagoras.html

"Pitágoras, se é que realmente existiu, teria nascido na Jônia, na segunda metade do século VI a.C. Instalando-se em Crotona, fundou uma seita religiosa e mística". (FLORIDO, 1999, p. 27) Além de matemático, Pitágoras, assim como Tales, também foi um filósofo. Segundo o relato tradicional, ele desenvolveu importantes conhecimentos matemáticos e filosóficos que foram utilizados durante toda a história da humanidade e continuam atuais. Pitágoras viveu na mesma época que Buda, Confúcio e Lao-Tsé e era também um místico. Assim como os estudiosos da antiguidade, ele ansiava por encontrar teorias que explicassem o significado escondido dos objetos, então Pitágoras empreendeu uma longa viagem para encontrar respostas para essas questões. Viajou pelo Egito e Babilônia durante mais de 20 anos antes de regressar a sua cidade de Samos, na Grécia. Conta-se ainda que numa ida a um deserto egípcio, ele viu uma enorme pirâmide (Figura 5) construída dois mil anos antes. As pirâmides eram estruturas que refletiam a luz do sol em um dos lados. Mas Pitágoras viu algo que os egípcios de então não mostravam interesse. Era uma simples figura que transcendia a grandiosidade das pirâmides: o triângulo retângulo.

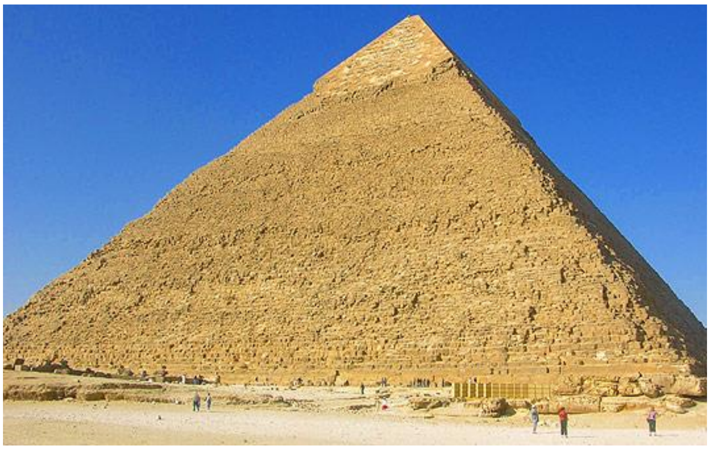


Figura 5: Pirâmide egípcia
Fonte: http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/rived/modulo_relmetricas/index.htm

Não podemos falar de Pitágoras e não falar da relação existente entre os lados de todo triângulo retângulo. Pitágoras deixou Samos como um desconhecido e voltou famoso por toda a Grécia graças ao admirável triângulo retângulo. A famosa fórmula dos triângulos retângulos tem o seu nome: Teorema de Pitágoras. Os egípcios e os babilônios já conheciam essa relação, mas a racionalização e o aprofundamento do entendimento de tal relação foram feitos por Pitágoras, assim diz a história tradicional. Essa descoberta transformou o conhecimento matemático daquela época e permitiu enormes avanços não só no estudo de geometria, mas também em suas aplicações, como na arquitetura, por exemplo. Apesar de não ser a única descoberta pitagórica, as referências a esse extraordinário pensador não costumam ser enfatizadas além dessa descoberta.

Coincidência infeliz, a mesma situação que acontece com Tales em relação ao que aprendemos na escola, também ocorre com Pitágoras, limitando este importante matemático (ou pelo menos tudo que é ligado a ele, já que sua existência é incerta) a um teorema que também leva seu nome. No caso do Teorema de Pitágoras, este acaba se tornando mais famoso entre os estudantes devido ao maior uso do mesmo nos conteúdos ensinados nos ensinos fundamental e médio, tanto na disciplina de matemática quanto na de física. Entretanto, os ensinamentos de Pitágoras poderiam ser muito mais aproveitados e relacionados, por exemplo, entre a matemática e a música.

Os trabalhos matemáticos realizados por Pitágoras e seus discípulos tem uma importância imensurável, e nesse aspecto destacamos o que diz Buckingham et al. (2011, p. 28): “A descoberta mais importante de Pitágoras diz respeito às relações entre os números: razões e proporções. Isso foi reforçado por sua investigação sobre a música e, em particular, sobre as relações entre as notas”. Ele relacionou o comprimento dos números 2 e 3 com as notas de dó e sol e descobriu que são o intervalo musical perfeito, a uma distância de cinco notas. Em outras palavras, a relação que Pitágoras encontrou entre 2 e 3 poderia transformar tudo em harmonia. Ele foi em frente com sua descoberta. Se dois terços produziam harmonia, então dois terços dos anteriores dois terços também seriam harmoniosos. Uma linha e dois terços dessa linha criariam harmonia. Com base nessa teoria, Pitágoras continuou a encontrar sons harmoniosos. A partir dessas proporções entre as linhas, foram criadas as notas como conhecemos hoje. Pitágoras percebeu o segredo do que produz a harmonia. Antes de Pitágoras, acreditava-se que a música era algo que se criava a si própria, simplesmente por uma combinação natural através da percepção de existir ou não uma harmonia.

Além desses conhecimentos e outras inúmeras descobertas e contribuições importantes para a matemática, são atribuídos a Pitágoras muitos ensinamentos na filosofia, e dentre os mais conhecidos e relacionados a esta, destacamos algumas de suas mais famosas frases:

“Eduquem as crianças e não será necessário castigar os homens.”
“Escuta e serás sábio. O começo da sabedoria é o silêncio.”
“A razão é imortal, todo o resto é mortal.”
“Todas as coisas são números.”
“Pensem o que quiserem de ti, faz aquilo que te parece justo.”
“Há geometria no som das cordas, há música no espaçamento das esferas."

Fonte: do autor

3. A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

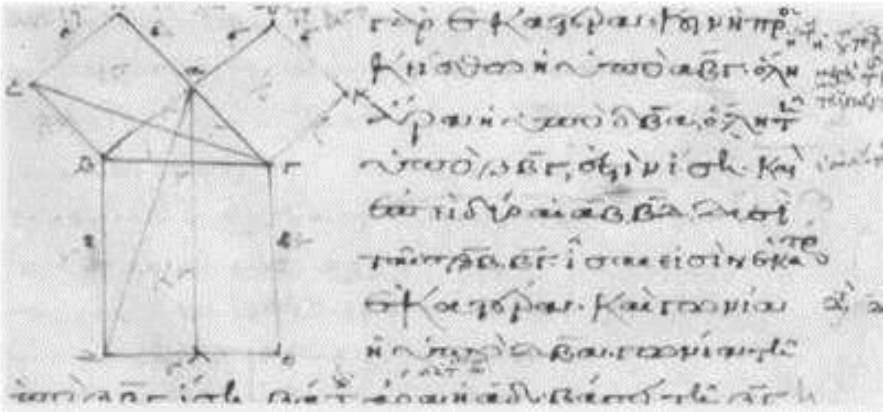


Figura 6: Fragmento do Teorema de Pitágoras em um manuscrito
Fonte: https://sites.google.com/site/pitagorasdesdichas/rarezas-que-descubrio-pitagoras

É preciso entender que a matemática não surgiu de repente, ou foi construída em pouco tempo. Ou ainda, que essa matemática que usamos atualmente já é usada há muitos anos, séculos atrás (como muitas vezes os alunos costumam pensar e que mesmo alguns professores dão a entender quando citam algo relacionado à história da matemática e às descobertas matemáticas que envolvem um determinado assunto abordado na aula), mas não é. Na verdade, existe um enorme processo que deve ser mostrado para os alunos, principalmente os das graduações em matemática, e que levou esta a evoluir ao longo de muitos anos, de séculos. Pois é muito comum quando estudamos esta ciência e escutamos fragmentos de sua história, entendermos que aquilo que estamos aprendendo num determinado momento seja uma matemática usada da mesma forma desde aquela época citada. E na verdade a matemática estudada antigamente era extremamente diferente da que estudamos hoje, que só veio ter o aspecto atual a partir do século XIX. Então essa mudança que houve em relação à forma que estudamos hoje e a forma que era estudada séculos atrás, é algo muito recente. Não obstante, quando um aluno escuta falar que o Teorema de Pitágoras (Figura 6) é de 2400 anos atrás, ou que Euclides viveu há 300 anos a.E.C. e que as coisas que ele desenvolveu são estudadas até hoje, o aluno pensa que essa coisa que está se falando é a mesma que ele está estudando no momento, exatamente da mesma forma, quando na verdade é bem diferente. Portanto, é preciso mostrar essa distinção, e é aí que entra fortemente a importância do estudo da história da matemática.

A história da matemática vai fazer com que o aluno entenda todo o processo gradativo, e o quão gradativo é esse processo de evolução da ciência. E entenda também que as descobertas não são feitas de forma repentina ou como se fosse sempre uma descoberta incrível. Ou ainda, como se de repente, partindo do zero se chegasse a algo grandioso inesperadamente, ou como se fosse necessário ser um gênio para descobrir alguma coisa. Dessa forma, a história da matemática vai desmistificar esse falso imaginário e contribuir de forma crucial para a formação dos alunos. Então para despertar nestes uma vontade de descobertas, de estudo aprofundado e de pesquisas, é necessário mostrar que esse é um processo que demora e que muitas vezes leva vários anos. Isso mostra a necessidade da história da matemática ser melhor trabalhada em sala de aula, principalmente durante a graduação, e de uma forma concomitante ao estudos de outras disciplinas, e também nos cursos de ensino fundamental e médio com mais ênfase e clareza durante os estudos de matemática. Vejamos o que diz Miguel e Brito (2010, p. 3) com relação à importância da história da matemática na formação do professor desta disciplina:

> “uma participação orgânica na história na formação do professor, tal como a entendemos, conceberia a história como fonte de uma problematização que deveria contemplar as várias dimensões da matemática (lógica, epistemológica, ética, estética etc) e da educação matemática (psicológica, política, axiológica, didático-metodológica etc), o que remeteria, inevitavelmente, os formadores de professores a destacar e discutir com seus alunos as relações de influência recíproca entre matemática e cultura, matemática e sociedade, matemática e tecnologia, matemática e arte, matemática e filosofia da matemática etc., fazendo com que o discurso matemático abra-se ao diálogo com os demais discursos que se constituem com ele, a partir dele, contra ele, a favor dele etc. A finalidade dessa problematização é fazer com que o professor alcance um metaconhecimento da matemática que lhe propicie a abertura de novos horizontes e perspectivas.”

Então podemos ver como é importante dar mais ênfase a história dessa ciência, e também de outras, para que se possa incentivar a criação de um interesse científico, investigativo e de pesquisa nas crianças, nos adolescentes, e também nos jovens, nos universitários, que os façam buscar um aprofundamento dos estudos, levando a descobertas e inovações através do entendimento de como funciona o desenvolvimento das ciências, e nesse caso especificamente, da matemática. Afinal de contas, a formalização desta e o padrão desenvolvido pelos gregos levaram séculos, e muito antes deles, os egípcios e babilônios utilizavam a matemática e desenvolveram esta, e conseguiram descobrir muita coisa também ao longo de séculos, mas apesar disso não conseguiram alcançar o patamar grego. E olhe que estamos falando de uma matemática desenvolvida há mais de 2000 anos, onde existia muito para se descobrir e mesmo assim foi necessário muito tempo para que as descobertas fossem realizadas e para que os grandes avanços ocorressem. Logo, se o aluno não entende como funciona todo esse longo processo, ele vai pensar que descobrir alguma coisa é algo quase impossível, e isso cria um distanciamento muito grande, para ele, da vontade de buscar descobertas, de fazer ciência, e de se aprofundar nos estudos. Isso acontece também porque o mesmo acaba pensando que existe um grau de dificuldade enorme ou que é necessário um nível de aprofundamento extremamente elevado, e que ele só vai conseguir chegar nesse nível um dia, talvez, se for um especialista ou um cientista renomado, e isso precisa ser desconstruído.

Existe um distanciamento muito grande entre os alunos da educação básica, e também dos alunos da educação superior, e os grandes pensadores, consequentemente, entre os grandes matemáticos, pois há um enorme desconhecimento de como ocorreu a evolução da matemática, e das outras ciências. Falta ainda a eles conhecer mais sobre o período no qual grandes descobertas aconteceram e o respectivo contexto histórico, conhecer pelo menos um pouco sobre como tudo aconteceu, e esse desconhecimento faz com que o interesse pela ciência e pelas descobertas seja muito prejudicado. Falando especificamente da matemática, esse prejuízo é ainda maior por causa do enfoque dado à matemática pura, de um elitismo existente no meio matemático e de uma deturpação em relação a como a matemática realmente deveria ser vista pela sociedade. E não apenas no meio matemático, “no cinema, na literatura ou no jornalismo, a Matemática é mostrada como uma ciência ou disciplina importante, mas fria, não humana, difícil, chata, assustadora, detestável e elitista” (SILVA, 2014, p. 953). Além disso, e ainda nesse contexto, Silva (2014, p. 966) afirma que “É importante desconstruir concepções singulares e elitistas que consideram como matemático apenas o indivíduo com titulação de doutor em Matemática”.

E aqui no Brasil é ainda pior, pois existe um grande mito e ao mesmo tempo um exagero a respeito da dificuldade de aprender essa disciplina, e isso acaba fazendo dela uma disciplina que assusta muitos alunos. Consequentemente, se tornou comum escutar que “a matemática é para poucos”, “matemática é muito difícil", "a matemática não é para qualquer um", e diversos professores já falaram essas frases ou coisas do tipo. E isso fica marcado para muitos alunos, em todos os níveis escolares, como se essa ciência fosse para pessoas escolhidas, especiais ou muitíssimo inteligentes, quando sabemos que isso não é verdade. Além disso, a questão do rigor matemático, que não costuma ser trabalhado com o uso da história, acaba influenciando de forma negativa esse problema da dificuldade na aprendizagem de matemática. Isso acontece porque na maioria das vezes não se explica ao aluno que o rigor é algo variável e depende de circunstâncias que estão relacionadas a ele, entre elas, as circunstâncias históricas, e consequentemente o mesmo não precisa se precipitar, pois deve ir se adaptando de forma gradativa. E na busca por soluções para essa problemática, Miguel e Brito (2010, p. 7) sugerem mudanças na formação dos professores de matemática, entre estas destacamos a seguinte:

> "imprimindo historicidade às disciplinas que fazem parte da formação desses professores, mostrando que os padrões de rigor alteram-se no decorrer do tempo e fornecendo exemplos interessantes para a compreensão do significado da axiomatizaçao, poderemos ajudar os futuros docentes a ter uma visão mais ampla do que sejam rigor e sistemas axiomáticos."

Dessa forma será possível melhorar o processo de ensino-aprendizagem e superar as dificuldades apresentadas pelos alunos ao longo desse processo. Apesar destas, a matemática é acessível para todos. Então é de suma importância desmitificá-la, e isso pode ser feito através de um contato maior com a sua história, e através do entendimento de como acontece o desenvolvimento da mesma. Dessa forma, vai ser possível aproximar os alunos da vontade de descobrir mais sobre ela, de aprofundar os estudos, de se tornar um matemático, e de ampliar o interesse sobre essa ciência. E isso vai trazer uma melhora no desejo da busca pela aprendizagem, não só da própria matemática mas de tudo que é ensinado na escola, seja ela de nível básico ou superior.

3.1 MATEMÁTICA E FILOSOFIA

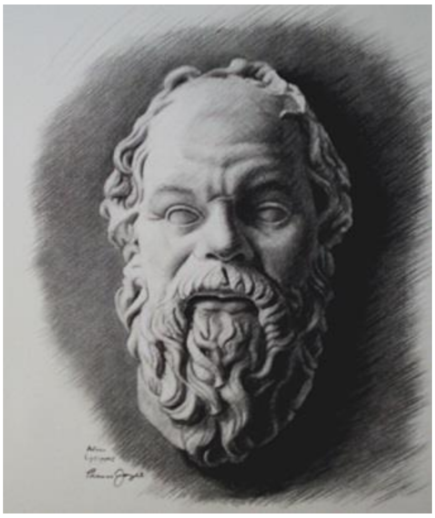


Figura 7: Sócrates
Fonte: https://faso.com/boldbrush/painting/112637

A presença da filosofia no estudo da matemática é muito marcante desde a época dos gregos. Um dos mais conhecidos diálogos escritos por Platão, que traz características do pensamento de Sócrates (Figura 7), é o famoso Menon. Este, que é um exemplo claro de ligação entre a filosofia e a matemática mostra uma incrível relação dessas duas áreas do conhecimento. Relação esta que além de ser muito importante, pode ser feita desde cedo nos cursos de formação de professores, e até mesmo no ensino médio, onde alunos já começam a estudar filosofia. Nesse contexto, destacamos o que diz Silva (2007, p. 15): "a matemática é fonte constante de questionamentos que transbordam os seus limites e requerem um contexto propriamente filosófico para serem adequadamente tratados". E essa conexão entre matemática e filosofia vai ser muito importante para o aluno observar a matemática com outros olhos, de forma a enxergar por diversos ângulos, ver melhor como esta ciência pode ser estudada e compreender bem como ocorreu e ocorre o desenvolvimento da mesma através da história, além de poder olhar de maneira muito mais ampla os domínios das matemáticas e alcançar aprendizagens mais significativas. Assim, será possível esse aluno sair da forma mecanizada que muitas vezes a aprendizagem de matemática acaba se tornando ao longo dos anos durante a vida escolar, tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio, e às vezes, até durante a vida acadêmica. E é justamente no ensino superior que essa importância é ainda maior, pois é fundamental que um estudante dessa área em nível superior abra sua visão para horizontes que vão além da matemática dentro de si própria, de modo que ele possa compreender o que existe por trás da mesma e que está ligado à filosofia, algo que faz toda a diferença no estudo da própria matemática. Nesse sentido, é notório observar o que diz Meneghetti (2010, p. 19) a respeito da importância da filosofia da matemática:

> “Diversos trabalhos têm enfatizado aspectos que relacionam filosofia da matemática com a educação matemática e, em particular, alguns deles têm apontado formas de como filosofias da matemática podem influenciar a prática profissional do professor.”

Além disso, estudar a filosofia acaba sendo também muito importante no estudo de história da matemática, de modo que o aluno possa entender como se deu a influência da filosofia ao longo do processo histórico e do processo evolutivo no qual esta sempre esteve presente e teve um papel fundamental.

A filosofia da matemática é muito importante, pois lida com assuntos que a própria matemática dentro de si mesma, muitas vezes não consegue lidar. São dúvidas que surgem e que a matemática sozinha não é suficiente para resolver. Como exemplo, temos a questão do axioma matemático, que não existe um teorema matemático que explique o que é isso, e a filosofia da matemática é quem vai questionar a própria atividade matemática para explicar. Então é necessário trabalhar com a filosofia da matemática para estimular os alunos a pensarem também de forma filosófica e não apenas puramente matemática, e assim permitir que o desenvolvimento da filosofia, que é tão essencial no aprimoramento do ser humano, seja também trabalhado através das matemáticas e de áreas relacionadas.

É importante salientar que a filosofia não vem para a matemática necessariamente para trazer respostas, mas sim para criar um debate e discutir os problemas utilizando diferentes ferramentas, buscando um aprofundamento de questões que a matemática sozinha não consegue discutir e analisar, e de certa forma ela não precisa oferecer respostas exatas, como a própria matemática muitas vezes traz soluções exatas. Entretanto, a filosofia fornece teorias que podem “oferecer uma perspectiva de onde podemos encarar, com algum conforto, providos de conceitos e ideias adequados, uma imensidade de problemas teóricos e práticos com os quais nos deparamos” (SILVA, 2007, p. 16). Além disso, a matemática é uma fonte inesgotável de problemas filosóficos, são muitas perguntas, muitos questionamentos. Um exemplo clássico diz respeito ao conceito de infinito, que transcende a própria matemática e vai buscar bases filosóficas para um melhor entendimento. Dessa forma, a filosofia vem complementar as descobertas matemáticas e suplementar o desenvolvimento da matemática, e não atrapalhar, como algumas vezes pessoas ligadas à matemática alegam e dizem que a filosofia não pode se misturar com a matemática, e que vai haver confusão, quando na verdade ela vem para ajudar a matemática a se desenvolver, e se desenvolver cada vez melhor. É muito importante saber que a filosofia não se opõe a matemática e nem busca tomar seu espaço, ambas dialogam sabendo que existem diferenças entre elas e que cada uma tem suas especificidades (SILVA, 2007).

4. OBSERVAÇÕES IMPORTANTES A RESPEITO DA MATEMÁTICA GREGA

Figura 8: Euclides segurando um compasso
Fonte: http://www.infinitoteatrodelcosmo.it/2018/04/01/la-storia-infinita-del-pi-greco-2-la-geometria-ideale-della-scuola-atene/

Ao analisarmos as épocas entre as que viveram Tales e Euclides (Figura 8), vemos que é muito comum se falar sobre as contribuições da escola pitagórica, e que estas teriam influenciado muitos matemáticos importantes e proporcionado grandes descobertas para a matemática. Porém, é preciso saber que existem muitas lacunas a respeito da história da matemática nesse período. A própria existência de Pitágoras é algo questionável, e a influência e a importância da matemática desenvolvida pelos pitagóricos são muitas vezes tratadas de forma diferente do que realmente foram. Até mesmo o teorema de Pitágoras é muito controverso e alvo de questionamentos em relação à forma como a historiografia tradicional costuma retratar, pois o entendimento dos pitagóricos sobre os números era um entendimento concreto, e não abstrato, então como poderiam eles ter realizado um trabalho com teorias avançadas e abstratas se eles tratavam os números de forma concreta? É questionável ainda a ligação entre os pitagóricos e Platão, pois este encarava os números de forma abstrata, diferentemente daqueles.

A forte ligação existente entre a matemática grega e a escola pitagórica foi muito influenciada por Aristóteles, que queria ligar os pitagóricos a Platão com o objetivo de poder criticar este, utilizando-se dos argumentos e de possíveis falhas, contradições e erros dos conhecimentos daquela escola. Acontece que o conceito pitagórico de número não era abstrato, era concreto. Para eles, o número não tinha o mesmo sentido que para Platão. Só que havia uma ligação entre este e Pitágoras a partir de uma questão filosófica, do entendimento do mundo e da filosofia e através de uma relação com a matemática, então Aristóteles citou os pitagóricos como os primeiros a relacionar matemática e filosofia, considerando a matemática a partir de princípios, com a intenção de aproximá-los da filosofia platônica (ROQUE, 2012). Mas, é importante salientar que ao contrário de Platão, também não havia uma separação entre os números e o mundo físico para os pitagóricos. Para estes, os números eram como quantidades de coisas, por exemplo, o número 1 era como se fosse uma pedra, o número 2 eram duas pedras, e assim por diante, relacionando os números a coisas, e não a algo abstrato, como fará Platão. Nesse contexto, é interessante observar o que diz Roque (2012, p. 112) a respeito dos números pitagóricos na relação existente entre Pitágoras e Euclides:

> “Ainda que diversos resultados geométricos encontrados nos *Elementos* de Euclides sejam atribuídos a Pitágoras, deve-se ter cuidado ao inferir que o conhecimento geométrico da escola pitagórica é semelhante ao descrito por Euclides. Ao que parece, a matemática pitagórica possuía um caráter bem mais concreto. Apesar de ser inseparável do ideal filosófico de explicar o mundo por meio de números, os números pitagóricos não eram entidades abstratas.”

Ou seja, é possível ver que apesar da associação feita por Aristóteles entre os pitagóricos e os platônicos, há uma diferença significativa entre eles no modo de pensar, entender e lidar com a matemática. É interessante ainda observar que o próprio teorema de Pitágoras era para os pitagóricos algo muito mais aritmético do que geométrico, o que é bem diferente do que costuma ser retratado na educação básica e muitas vezes até mesmo no ensino superior. Esse teorema costuma ser muito mais relacionado à geometria, e muito raramente é associado à aritmética.

Outro ponto interessante a respeito da matemática grega diz respeito à noção de razão, onde havia uma forma de pensar antes de Euclides, e depois deste surgiram novas formas. Afinal de contas, é importante salientar que os trabalhos dele não se resumem a geometria, e muito pelo contrário, abordam outras áreas da matemática e trazem grandes contribuições também nestas áreas. E, falando especificamente da teoria das razões e proporções, Euclides sistematizou e apresentou nos *Elementos* importantes trabalhos de Eudoxo. Essa teoria, atribuída a este grande matemático, é bastante sofisticada e se aplica a grandezas comensuráveis e incomensuráveis (estes deram origem ao que conhecemos hoje por números irracionais). Dentro desse contexto, é válido ressaltar que apesar de algumas teorias afirmarem que *Os Elementos* não trazem grandes contribuições próprias de Euclides, não é possível afirmar que ele apenas trouxe aquilo que já havia sido produzido por outros matemáticos. Com relação a isso, é notório observar o que diz Proclus a respeito de Euclides:

> "E não muito mais jovem do que esses é Euclides, o que reuniu os Elementos, tendo também, por outro lado, arranjado muitas das coisas de Eudoxo e tendo, por outro lado, aperfeiçoado muitas das coisas de Teeteto, e ainda tendo conduzido as coisas demonstradas frouxamente pelos seus predecessores a demonstrações irrefutáveis." (PROCLUS apud BICUDO, 2009, pg.41)

E ainda com relação às teorias sobre razão e proporção trazidas nesta obra, a versão do livro VII é atribuída aos pitagóricos, porém existem contestações a respeito dessa atribuição, e segundo estas, essa teoria teria sido iniciada na verdade nos trabalhos de Teeteto, que trouxe um desenvolvimento formal da matemática em meados do início do século IV a.E.C.

Muito se fala sobre o surgimento de uma crise na matemática a partir da descoberta dos incomensuráveis. Muitos livros de história da matemática costumam falar dessa crise, e alguns deles embasados em poucas informações, ou em informações pouco confiáveis. Mas na verdade, essa descoberta ao invés de ter provocado uma crise, trouxe um grande desenvolvimento para a matemática grega. A respeito disso, destacamos o que diz Roque (2012, p. 122):

> "A possibilidade de existirem grandezas incomensuráveis não teria representado, assim, nenhum tipo de escândalo ou crise nos fundamentos da matemática grega. Ao contrário, sua existência seria uma circunstancia positiva, pois teria sido responsável pelo desenvolvimento de novas técnicas matemáticas para lidar com razões e proporções".

A descoberta dos incomensuráveis é, então, algo muito marcante na evolução da matemática e se tornou um divisor de águas na história desta. Tal descoberta tem também a contribuição de Teeteto, à medida que ele refinou a classificação das grandezas comensuráveis, incluindo além dos quadrados, outras potências. Essa descoberta trouxe ainda uma mudança na forma de identificar grandezas e números, de modo que passou a haver uma separação anteriormente inexistente. Tal separação se relaciona com o que diz Aristóteles quando afirma que:

> “Para provar alguma coisa, não se pode passar de um gênero a outro, isto é, não se pode provar uma proposição geométrica pela aritmética ... . Se o gênero é diferente, como na aritmética e na geometria, não é possível aplicar demonstrações aritméticas a propriedades de grandezas” (ARISTÓTELES apud ROQUE, 2012, p. 123).

Além disso, dizer que não houve uma crise não necessariamente significa diminuir a importância desse feito. Dessa forma, o famoso problema da incomensurabilidade é contestado por historiadores, como Burkert e Knorr, que afirmam não ter havido uma crise dos fundamentos na matemática grega. E mais, não existe nenhuma alusão a escândalo em escritos que citam o problema dos incomensuráveis e que temos acesso, nem mesmo de Platão ou Aristóteles, e este não cita tal problema sequer em sua crítica aos pitagóricos (ROQUE, 2012). É válido ressaltar que existe também uma opinião muito difundida a respeito da descoberta dos incomensuráveis, segundo a qual esta descoberta teria se difundido com os trabalhos de Teeteto por volta de 400 anos a.E.C.

Muitos anos se passaram entre o aparecimento das teorias sobre os incomensuráveis e a criação dos Elementos de Euclides, e apesar da teoria das proporções de Eudoxo ter apresentado uma solução para o trabalho com os incomensuráveis, essa teoria só se desenvolveu por volta dos anos 350 a.E.C. Então, durante e a respeito desse período de atividade matemática, surgiram muitos questionamentos sobre os métodos empregados pelos matemáticos da época e Platão foi um dos que questionaram tais métodos. Ele trouxe importantes contribuições para a matemática, e apesar de ser algo que não costuma ser abordado devido a sua relação maior com a filosofia, existe um legado matemático relacionado a ele.

5. PLATÃO

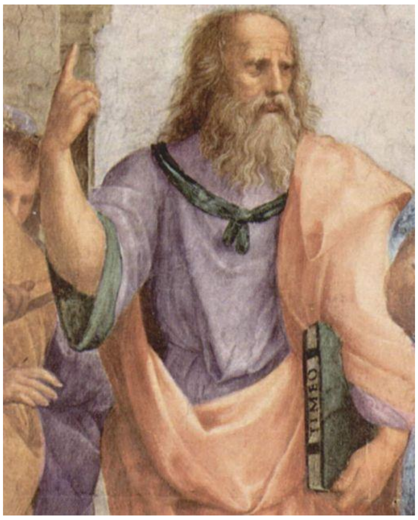


Figura 9: Platão
Fonte: https://pt.lifeder.com/frases-de-platao/

Platão (Figura 9) é considerado um dos principais filósofos da história. Ele nasceu em Atenas em meados de 428 a.E.C. e morreu por volta de 347 a.E.C. (PESSANHA, 1983) Foi discípulo de Sócrates e assim como seu mestre, utilizava a dialética para desenvolver os seus trabalhos. A dialética consiste na busca pela descoberta de algo através da argumentação. Essa argumentação é baseada em princípios lógicos que utilizam verdades desencadeadas a partir da discussão de hipóteses pré-determinadas e admitidas como verdadeiras e da análise dos argumentos, fatos e conhecimentos para se chegar a uma conclusão. Outro importante conhecimento recebido do seu mestre e que vai embasar o pensamento de Platão, além da dialética, é o *logos*, que é para Sócrates, a razão que se diz de algo. “O logos tal como utilizado em Sócrates corresponde ao que hoje denominamos por conceitos. Platão converte o conceito no instrumento para a determinação de qualquer coisa em geral.” (MENEGHETTI, 2010, p. 24) Esse modo de pensar vai se ligar aos estudos de Platão em relação à matemática. É importante ressaltar que além de filósofo, pode-se dizer que ele era também um matemático, assim como alguns dos filósofos da antiguidade, pois ele desenvolveu trabalhos relacionados às disciplinas matemáticas e dedicou especial atenção a essa área. Na época de Platão havia uma divisão das ciências bem diferente do que temos hoje. Quatro ciências: aritmética, geometria, astronomia e música eram consideradas ciências matemáticas. Muito tempo depois, na idade média, foram agrupadas e denominadas *quadrivium*. Essa divisão por sinal perdurou por muito tempo, até que surgiram outras denominações e divisões nas ciências definindo novas disciplinas.

Platão foi influenciado por Parmênides e por Sócrates. O primeiro pelo fato de acreditar que a realidade é independente de tudo que acontece, ou seja, ela é fundamentalmente algo que não admite movimento. E do segundo, Platão herdou muito fortemente a dialética, mas também outros conhecimentos importantes. Dentre estes destacamos o *logos*, que citamos anteriormente, e é a síntese de algo. Ou seja, com ele definimos as características de alguma coisa que pertence ao mundo das ideias, e cada coisa deste mundo se relaciona com algo do mundo sensível. Desse modo temos que as ideias são na verdade a existência das essências das coisas do mundo sensível.

O pensamento de Platão influenciou muitos filósofos e matemáticos importantes, tanto da sua época quanto posteriores, e acabou por marcar uma forma de raciocínio que seria utilizada por muito tempo e até os dias atuais. Ele tinha uma forma de pensa que separava o chamado “Mundo das Ideias” do chamado “Mundo sensível”. Mas o que são esses “Mundos”? O primeiro é o “lugar” onde tudo que é perfeito e realmente “verdadeiro”, no sentido de que as coisas estão naquele mundo da forma perfeita, como por exemplo, um quadrado perfeito, é um quadrado que só existe no Mundo das Ideias. E para ele tudo que pertence ao mundo sensível nada mais é do que uma espécie de “sombra, ou seja, simulacro e cópia daquilo que era realmente verdadeiro. Isso significava que, no mundo sensível, as pessoas só poderiam ter opinião das coisas e das situações e, raras vezes, ciência do que era verdadeiro” (SAITO, 2015, p. 47). Ou seja, era algo baseado no que é real, que é o que está presente no Mundo das Ideias. E esse pensamento foi muito contestado posteriormente por um de seus alunos, e sem dúvidas o mais destacado, Aristóteles, que veio a criar uma nova teoria que vai de encontro à teoria de Platão. Mas isso será tratado mais adiante.

Platão acreditava que as formas geométricas não pertenciam a este mundo, elas eram eternas e, segundo sua filosofia, não pertenciam ao mundo sensível. Então ele defendia que o estudo da geometria tinha que ser voltado para essas formas puras, ou seja, para os objetos geométricos pertencentes ao mundo inteligível e não para as formas presentes no mundo sensível. Assim, a preocupação não tinha que ser voltada para aquilo que é concreto e sim com aquilo que para ele é real. Essa forma de pensar se liga ao entendimento da matemática que de certa forma é desenvolvido nos dias atuais, onde se estudam objetos que não fazem parte do mundo real (mundo sensível), pois se utilizam objetos perfeitos que na verdade não existem, para poder entender os conceitos matemáticos de forma genérica. E dessa forma é possível estudar a matemática como um todo, para posteriormente, poder aplicá-la também aos objetos imperfeitos, ou seja, àquilo que está presente no mundo real. O modo de fazer matemática como se existisse um domínio fora desse mundo, e que através do pensamento fosse possível acessá-lo, continua sendo a "filosofia" natural dos matemáticos (SILVA, 2007).

Para Platão, os objetos matemáticos habitam num lugar fora do mundo imperfeito. Não ainda no Mundo das Ideias, porque lá estão os objetos da filosofia, e a dialética é quem se ocupa desses objetos (esta que, para ele, é a mais elevada disciplina filosófica). Para ele, só é possível alcançar esses objetos através do intelecto, e quem se aplica às ciências matemáticas deve fazer uso do raciocínio ao invés dos sentidos (MENEGHETTI, 2010). Estes apenas nos ajudam a compreender as coisas da natureza, que são imperfeitas, mas é através da inteligência que se chega às entidades perfeitas. E ainda nesse contexto, Roque (2009, p. 139) diz que "É verdade que os eleatas[3] já propunham afirmações em franca contradição com as evidências apresentadas pelos sentidos, mas a tarefa de mostrar que o pensamento deve transcender a percepção sensível foi concluída por Platão."

Essa ideia de se chegar aos objetos através da inteligência se conecta com o pensamento de que as matemáticas ajudam na capacidade de abstração, e esta permite que possamos acessar os conhecimentos matemáticos mais profundos, acessar os objetos matemáticos presentes num domínio fora deste mundo. Então para ele, esse conhecimento era muito importante, pois permitiria um entendimento melhor de tudo, e consequentemente era necessário para a educação do indivíduo o conhecimento das matemáticas. Segundo Saito (2015, p. 44):

> "Platão propôs o ensino das matemáticas com vistas a desenvolver uma 'forma de pensamento abstrato'. Assim, enfatizou nelas aquilo que se aprendia pelo raciocínio e pela inteligência, mas não pelos sentidos comuns (visão, audição e tato). Desse modo, ao referir-se à aritmética reforçou a necessidade de estudá-la tendo em vista a 'contemplação da natureza dos números unicamente pelo pensamento'".

[3] "Os filósofos de Eléia, os chamados 'eleatas' afirmaram suas pesquisas sobre a origem da natureza, que na sua concepção idealista chama-se 'SER'. Eles perguntam o que é o Ser? Qual é a origem do Ser? E vão oferecendo certas respostas." (NUNES, 1987)

Ou seja, através desta contemplação e da ênfase no raciocínio e na inteligência, será possível um desenvolvimento do pensamento que vai endossar esse processo evolutivo do indivíduo.

Platão acreditava que o estudo da matemática era necessário para se alcançar um desenvolvimento pleno. Para o alcance da verdade, do que é bom e correto, ele recomendava que as matemáticas fossem estudadas pelos homens importantes que exerceriam cargos de governantes. Segundo Eves (2011, p. 131-132):

> "A importância de Platão na matemática não se deve a nenhuma das descobertas que fez mas, isto sim, à sua convicção entusiástica de que o estudo da matemática fornecia o mais refinado treinamento do espírito e que, portanto, era essencial que fosse cultivado pelos filósofos e pelos que deveriam governar seu Estado ideal".

Para ele o estudo daquelas permitiria o acesso a um estado de evolução elevado, e a capacidade de abstração que as matemáticas proporcionam é necessária para que o indivíduo atinja esse objetivo de se desenvolver plenamente e alcançar o bem, que para ele era o mais importante na busca pela evolução. E ele pensava dessa forma, pois considerava que o saber matemático permitiria a chegada ao conhecimento da filosofia, que para ele era o conhecimento mais importante. Ou seja, a matemática é parte essencial do caminho pelo qual se pode chegar a esse nível intelectual.

Para Platão, as matemáticas tinham um papel propedêutico. Consequentemente elas deviam ser ensinadas não apenas para o uso prático, mas também porque o conhecimento da matemática ia "facilitar a passagem da própria alma da mutabilidade à verdade e à essência" (PLATÃO, 1996, p. 336). Além disso, ele enfatizava que matemática ia proporcionar uma capacidade de abstração que ia além daquilo que percebemos pelos sentidos. Dessa forma, ele acreditava que a matemática ia levar o homem ao conhecimento da verdade e do bem, e que também tinha que ser estudada pelos filósofos para que sua formação permitisse que eles ocupassem lugar de comando, pois assim eles teriam uma formação superior. E somente tendo esse saber mais elevado é que seria possível chegar ao objetivo maior de um filósofo: alcançar o bem. Nesse contexto, destacamos o que diz Meneghetti (2010, p. 24) em relação ao pensamento platônico: "A ciência tem por objetivo o ser real, isto é, as ideias. O Bem em si é o ser real de cada uma das coisas e é o mais alto dos conhecimentos, princípio da ciência e da verdade”.

Platão entendia que o estudo tinha que ir muito além do aprendizado apenas para fins práticos e que era necessário buscar o sentido propedêutico das ciências, pois isso é o que iria levar o indivíduo a passar de um plano das pessoas comuns a um plano de pessoas evoluídas. Então, para ele, a matemática era muito mais do que aquilo que ele classificava como uso banal das matemáticas, como era muito comum nas civilizações anteriores, onde a matemática se limitava ao uso para atividades como o comércio, a medição de terras, etc., dentro de uma limitação de uso prático. E até mesmo as sociedades e pensadores contemporâneos a ele, que se voltavam para a matemática apenas para a própria matemática, ou seja, a ciência pela ciência, ele considerava que esse não era o verdadeiro objetivo do estudo daquela. Para ele não era o conteúdo em si dos problemas matemáticos que mais importavam, ele não os considerava a fundo (SAITO, 2015). Essa ideia se conecta com o discurso utilizado até hoje que prega o estudo de matemática para o desenvolvimento do indivíduo, não exatamente na definição platônica, mas com relação à necessidade de aprender matemática não só pela aprendizagem dos conhecimentos específicos da área, mas para o aprimoramento do raciocínio lógico e da capacidade de abstração.

Para Platão, a busca pelo bem e do conhecimento da verdade, é o objetivo principal da sua filosofia. Esta tem que levar o indivíduo ao bem e à verdade. E conhecimento do mundo das ideias, da abstração e daquilo que é real segundo Platão, é que vai permitir o indivíduo a alcançar esse objetivo. Logo, para ele o conhecimento acaba iluminando a ação e facilitando o esforço para o bem. Por isso então ele defendia que a matemática é muito mais importante no sentido propedêutico do que no sentido dela em si mesma, porque para ele a matemática tem também como objetivo levar o homem a uma evolução. Além disso, é necessário que o homem tenha esse conhecimento para evoluir da intuição sensível à intuição intelectual, que é mais importante e é aquela que realmente serve para a descoberta do verdadeiro ser. Não obstante, Platão defende que é necessário o uso da dialética, onde através da argumentação e da discussão de teses, é que se torna possível evoluir ao mundo suprassensível, mundo este composto de ideias. E nesse contexto, o papel da matemática liga-se fundamentalmente ao uso da dialética, pois ele considera que só através do conhecimento de matemática, e das ciências matemáticas, como a astronomia, a geometria e a música, é possível que o poder dialético seja desvelado. Segundo Saito (2015, p. 47), Platão tinha uma visão de que "a dialética era a única via que conduzia à verdade, isto é, à essência de todas as coisas. Para alcançar a verdade era necessário apreender a sua essência por um caminho que era próprio das matemáticas".

Além de tudo que já foi citado, a dialética foi essencial para o desenvolvimento de métodos matemáticos, entre os quais se destaca a axiomatização, que foi levada a efeito na Academia. Nesta os trabalhos matemáticos foram influenciados por Platão e evoluíram de forma ímpar graças às suas contribuições e ao seu modo de fazer matemática. Modo este que está diretamente relacionado com sua filosofia. Diversos trabalhos importantes para a evolução da matemática foram desenvolvidos no seio da academia platônica, muitas vezes supervisionados e acompanhados pelo mestre, inclusive trabalhos que iam de encontro a trabalhos desenvolvidos por estudiosos aos quais ele não concordava. Platão foi um crítico dos geômetras de sua época devido à ausência de critérios de rigor desejáveis usados por estes, então apesar de não podermos atribuir a Platão a transformação da matemática grega, ele expressa a insatisfação filosófica da época com os métodos utilizados na matemática naquele período e, além disso, ele organizou os trabalhos de pensadores para que as técnicas utilizadas fossem formalizadas (ROQUE, 2012). A escola platônica tinha um tratamento diferenciado para os números e para a matemática, e além de ter trazido contribuições importantes e carregadas de abstração, não só para a geometria, mas também para a aritmética, ela trouxe uma mudança de paradigma em relação ao fazer matemático. Segundo Bicudo (2009, p.87), "a mudança resultante de paradigma está intimamente associada ao caráter idealista, antiempírico da filosofia eleática, mas sobretudo da filosofia platônica."

A influência do pensamento platônico se faz fortemente presente nas obras de grandes matemáticos da antiguidade, dos quais destacamos Euclides. Pouco se sabe sobre a vida deste que foi um dos maiores matemáticos da história e "nem mesmo é comprovado que tenha nascido em Alexandria, como se afirma com frequência" (ROQUE, 2012, p. 151). Sabe-se que ele viveu em Alexandria por volta do século III a.E.C., que é o período provável das suas obras, e que trabalhou no Museu de Alexandria. Também não existem informações aprofundadas sobre a sua morte. Mas apesar dessa ausência de informações sobre sua vida, algumas de suas obras são conhecidas, e a mais conhecida, Os Elementos, é uma das mais importantes obras de matemática já escritas, e provavelmente a mais importante de geometria.

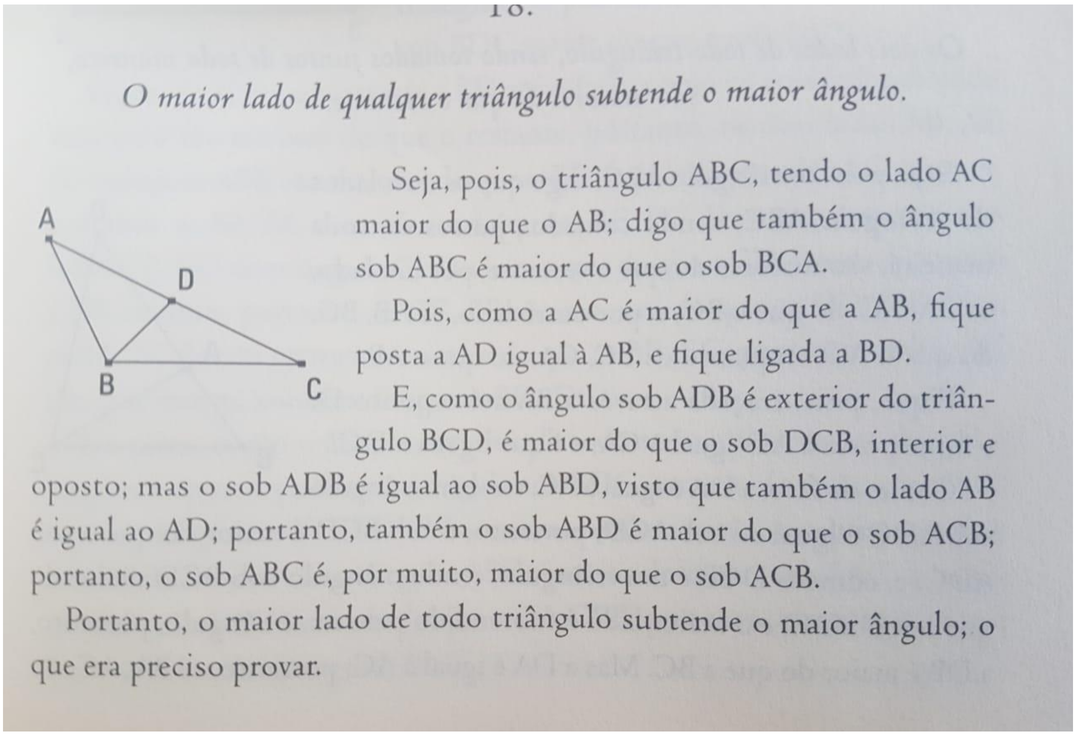
Euclides, que é considerado por muitos como “o pai da geometria”, era um sistematizador, como Platão também foi, e assim como este, era muito teórico, e seguia por uma linha de raciocínio que tem muito a ver com o pensamento platônico. Essa influência se mostra, por exemplo, no fato de que boa parte do que está na obra de Euclides veio de outros autores, dentre os quais se destacam Teeteto que foi aluno de Platão, e Eudoxo que foi amigo deste (SILVA, 2007). O fazer matemático euclidiano também está muito ligado ao fazer matemático platônico devido a forte ligação entre a abstração presente na obra de Euclides e o mundo das ideias de Platão. Este buscava presar pelo estudo do que é perfeito e que estava presente no mundo inteligível e não no mundo sensível, de modo que ao se estudar os objetos geométricos era necessário se pensar nas ideias, e é exatamente dessa forma que a geometria euclidiana trabalha: com as ideias perfeitas.

É possível observar essa forma de fazer matemática nas demonstrações presentes na principal obra de Euclides: Os Elementos. Nesta, que é uma das obras mais importantes de matemática e um dos livros com mais edições da história (perde apenas para a Bíblia), o fazer matemático de Euclides é apresentado em diversos teoremas e definições que seguem uma linha de raciocínio com características do pensamento platônico. Podemos identificar essas características, por exemplo, na demonstração a seguir.

O maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo.

> “Seja o triângulo ABC, tendo o ângulo sob ABC maior do que o sob BCA; digo que também o lado AC é maior do que o lado AB.
>
> Pois, se não, ou a AC é igual à AB ou menor; por um lado, de fato, a AC não é igual à AB; pois, também o ângulo sob ABC era igual ao sob ACB; e não é; portanto, AC não é igual à AB. Nem, por certo, a AC é menor do que a AB; pois, também o ângulo sob ABC era menor do que o sob ACB; e não é; portanto, a AC não é menor do que a AB. Mas, foi provado que nem é igual. Portanto, a AC é maior do que a AB.
>
> Portanto, o maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo; o que era preciso provar” (EUCLIDES, 2009).

Quando Euclides faz essa generalização a respeito de uma característica de toda a categoria do objeto “triângulo”, ele se utiliza de uma lógica semelhante à dialética, pois ele tem que admitir anteriormente como verdadeiros alguns postulados e definições. Além disso, ele precisa se utilizar de uma argumentação feita por ele mesmo anteriormente. Existe ainda uma relação com o mundo das ideias, pois em sua obra, ele está sempre se referindo a objetos geométricos perfeitos que não existem no mundo sensível. É possível entender melhor ao analisarmos os passos da demonstração. Primeiro ele define um objeto e faz uma afirmação em cima do objeto definido. Em seguida ele vai provar tal afirmação utilizando uma generalização feita anteriormente, quando ele demonstrou que "o maior lado de qualquer triângulo subtende o maior ângulo", como mostra a figura 10.



18.

O maior lado de qualquer triângulo subtende o maior ângulo.

Seja, pois, o triângulo ABC, tendo o lado AC maior do que o AB; digo que também o ângulo sob ABC é maior do que o sob BCA.

Pois, como a AC é maior do que a AB, fique posta a AD igual à AB, e fique ligada a BD.

E, como o ângulo sob ADB é exterior do triângulo BCD, é maior do que o sob DCB, interior e oposto; mas o sob ADB é igual ao sob ABD, visto que também o lado AB é igual ao AD; portanto, também o sob ABD é maior do que o sob ACB; portanto, o sob ABC é, por muito, maior do que o sob ACB.

Portanto, o maior lado de todo triângulo subtende o maior ângulo; o que era preciso provar.

Figura 10: Demonstração "o maior lado de qualquer triângulo subtende o maior ângulo"
Fonte: Retirado de Euclides (2009)

E para realizar esta demonstração, ele também se utilizou de argumentações e generalizações provenientes de demonstrações anteriores, e assim por diante, até se chegar ao universo de ideias (definições, postulados e noções comuns) admitidas como verdadeiras, como ocorre no pensamento dialético. Não obstante e não menos importante, é como se para ele, essas ideias existissem numa espécie de mundo inteligível. Então, é possível perceber que essa forma de argumentação se relaciona com o pensamento dialético e com o modo argumentativo de Platão, que foi herdado de Sócrates. Modo esse que, pelo que pode ser observado em *Os Elementos*, está diretamente ligado ao fazer matemático de Euclides.

6. ARISTÓTELES

Figura 11: Aristóteles
Fonte: https://luigibonetu.wordpress.com/2017/11/09/aristotele-le-opere-filosofiche/

Aristóteles (Figura 11) nasceu em Estagira, na Macedônia, por volta de 384 a.E.C. e morreu em Cálcis, na Grécia, em 322 a.E.C. Foi um discípulo de Platão, provavelmente o mais importante, e aquele que viria a discordar do mestre ao criar uma teoria que contrariava a principal teoria de Platão sobre a existência de dois mundos distintos, o mundo sensível e o mundo das Ideias. Para Aristóteles, não há uma ideia ou formas que transcendem a realidade. Essas possíveis formas são resultado da abstração do homem baseadas naquilo que existe, naquilo que está no mundo sensível, ou seja, no mundo real. Então, para ele os objetos matemáticos nada mais são do que objetos extraídos da realidade, contrariando completamente a teoria platônica. “Para Aristóteles os objetos matemáticos são uma abstração apenas ou, na pior das hipóteses, uma ficção útil. Eles não têm existência separada dos objetos empíricos, são apenas aspectos deles” (SILVA, 2007, p. 44).

Para Aristóteles, a percepção das coisas e o acesso ao mundo sensível se davam através dos cincos sentidos, por isso ele acreditava que a observação da realidade é que poderia trazer o conhecimento daquelas, logo para ele, elas não preexistem em outro mundo, como afirmava Platão. Então a partir dessa observação, se via também os objetos matemáticos de forma empírica, e o empirismo é retratado de maneira muito marcante na filosofia aristotélica. “Aristóteles considera que não basta à ciência ser internamente coerente: ela deve também ser ciência *sobre a realidade*” (FLORIDO, 2000, p. 19). É justamente a partir desse empirismo e do apego à realidade que ele se diferenciou tanto do seu mestre. Pois para ele era no mundo sensível que tudo estava presente, e a partir deste mundo é que se descobria aquilo que vai embasar uma teoria, com definições e conceitos que partem da realidade (SAITO, 2015). Então, através dessa observação de cada coisa existente na realidade, é que é possível destacar os atributos e as características para assim poder se fazer suas respectivas classificações. E, juntamente com o uso da lógica, era possível fazer as ciências, pois estas, baseadas em princípios lógicos e organizados de forma axiomática, podem garantir verdades. Para ele, deve-se deduzir as verdades a partir de princípios e axiomas bem estabelecidos, e de forma lógica (SAITO, 2015).

Aristóteles concorda com Platão com relação à necessidade da procura pela essência, mas para ele, os entes não eram separados da realidade. Então, os entes matemáticos, e não apenas estes, eram provenientes da realidade, do mundo sensível, ou seja, não existem numa realidade paralela. Meneghetti (2010, p. 32) diz: “Aristóteles compartilha com Platão a assertiva de que a ciência é um conhecimento necessário e imutável das essências; porém, para ele, a ciência tem por objeto o mundo sensível, donde as formas inteligíveis são extraídas por abstração.”

Para Aristóteles, é possível justificar a existência de figuras geométricas que são totalmente abstratas através da criação de formas que não existem, simplesmente se baseando nas formas que existem. Para isso, ele admite existirem formas fictícias entre os objetos matemáticos (SILVA, 2007). Então, mesmo sendo algo que não está presente no mundo real, é algo criado a partir daquilo que existe na realidade. Além disso, não há uma necessidade de “apelo”, como ele dizia Platão fazer, de relacionar a matemática com o mundo das Ideias. Para ele, a matemática apenas se aplica ao mundo empírico por que parte deste e se aplica ao mesmo, e é somente uma maneira de falar do mesmo (SILVA, 2007).

Aristóteles, apesar da oposição feita em relação à Teoria do Mundo das Ideias de Platão, não se opôs a tudo do seu mestre. Pelo contrário, uma parte do embasamento teórico e da lógica utilizada por Aristóteles se baseia nos conhecimentos aprendidos com Platão. Para ambos, números e figuras eram imateriais, mas para o primeiro, eram “criações” da pura inteligência humana (SAITO, 2015). Outro importante exemplo que vale ser ressaltado é a consideração de que só pode haver ciência do que é universal, e que o universal é necessário. Entretanto, a diferença ocorre no fato de que para Aristóteles aquilo que é universal não está separado do mundo real, não está no mundo das Ideias como defendia Platão. Dessa forma, o discípulo consegue juntar o mundo sensível com o mundo inteligível, indo contra a separação definida pelo mestre. Aristóteles partia do mundo sensível para identificar e conceituar aquilo que ele observava e existia de fato na realidade. E ainda nesse contexto e com relação à universalidade, Meneghetti (2010, p. 35) afirma que:

> “A passagem do particular para o universal, em Aristóteles, ou melhor, o processo de abstração, que tem seu inicio na realidade, é obtido comparando-se as coisas entre si e agrupando-as de acordo com as propriedades similares; na linguagem atual, trata-se das relações de equivalência.”

Existe uma relação muito forte entre Aristóteles e o empirismo, pois o que importava para ele era aquilo que existia no mundo sensível, e consequentemente, a sua forma de fazer ciência estava muito ligada às experiências práticas e ao conhecimento empírico, partindo da realidade para se chegar à ciência através da primeira. Não obstante, a preocupação dele com o que é real, se conecta muito com sua enorme exigência para a constatação de uma verdade e com o desenvolvimento de sua lógica. Esta foi tão importante e transformadora que prevaleceu durante muitos séculos como o sistema lógico correto e que devia ser seguido para fazer ciência. E no âmbito desta, Saito (2015, p. 69) afirma que:

> “Para Aristóteles, a definição, portanto, era universal e, nesse sentido, só poderia existir ciência do geral e existência do particular de modo que conhecer significava enumerar os caracteres gerais a partir dos quais podiam definir as espécies e os gêneros.
>
> Assim, do mesmo modo, os objetos matemáticos eram conhecidos a partir da experiência sensória”.

O pensamento de Aristóteles, assim como o de Platão, também influenciou importantes matemáticos da antiguidade e ao longo de toda a história da humanidade. Devido a forte ligação entre Aristóteles e o empirismo, muitos estudiosos da matemática ligados a este modo de pensar têm semelhanças com o fazer matemático aristotélico. Arquimedes (Figura 12) foi um deles.

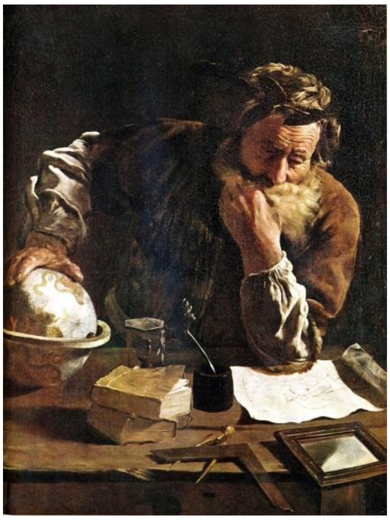


Figura 12: Arquimedes
Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Arquimedes#/media/File:Domenico-Fetti_Archimedes_1620.jpg

Arquimedes nasceu em meados de 287 a.E.C. na cidade de Siracusa, na Sicília, e morreu em 212 a.E.C. A sua morte é muita falada e conhecida. Conta-se que durante a Segunda Guerra Púnica, forças romanas capturaram Siracusa que estava cercada por dois anos, e quando um soldado o encontrou e ordenou que ele fosse conhecer o general que comandava as tropas romanas, ele estava resolvendo um problema matemático e se recusou a ir, pois precisava terminar de trabalhar no problema. Então o soldado, que ficou muito irritado, matou Arquimedes. E muitas são as histórias impressionantes a respeito dele, entre elas, uma das mais famosas é a construção de engenhosas máquinas e invenções utilizadas em guerras. Além disso, existem muitas descobertas e invenções que levam o seu nome, e muitas obras de grande importância para a ciência. Ele é considerado um dos maiores matemáticos e também um dos maiores cientistas da história. Suas invenções, descobertas e a extensão de seus feitos são de uma magnificência quase inigualável. E uma das principais características desse gênio era o uso do empirismo e de um modo de fazer matemático muito ligado à prática e ao uso de técnicas mecânicas e manuais. Suas contribuições matemáticas têm larga extensão e muitas delas foram realizadas através de auxílios da física e do empirismo. Arquimedes foi o primeiro a calcular o valor de π com uma precisão significativa, e para isso, se utilizou de um polígono regular de 96 lados. Diferentemente de muitos matemáticos de sua época, ele utilizava diversos métodos que não reproduziam o padrão euclidiano. Aliás, é possível perceber que existem características significativas no pensamento aristotélico que liga o fazer matemático de Arquimedes a Aristóteles. Esse fazer se mostra bem presente em diversas invenções e descobertas matemáticas, dentre as quais, destaca-se a descoberta de como calcular o volume de uma esfera.

Para conseguir determinar o volume de uma esfera, Arquimedes se baseou em experimentos mecânicos com a utilização de princípios físicos de equilíbrio, além de utilizar a lei da alavanca. Mas as provas de como calcular as medidas da área da superfície e do volume de qualquer esfera, que estão presentes no seu trabalho *Sobre a Esfera e o Cilindro,* são puramente geométricas. “Foi apenas com a descoberta de seu trabalho *O Método* que se tornou conhecido como Arquimedes obteve originalmente estes resultados” (ASSIS, MAGNAGHI, 2014, p. 21).

Arquimedes, utilizando-se de importantes resultados de Eudoxo e Euclides sobre as proporções entre a esfera e o círculo, conseguiu ir além e provar que a medida da superfície de qualquer esfera é quatro vezes a medida de seu círculo máximo e que a medida do volume de qualquer esfera é igual a quatro vezes a medida do volume do cone que tem sua base igual ao círculo máximo da esfera e sua altura igual ao raio da esfera. A partir dessas demonstrações ele concluiu que a medida do volume do cilindro (Figura 13) cuja base é o círculo máximo de uma esfera e cuja altura é igual ao diâmetro da esfera é 3 / 2 da medida do volume da esfera, e a área de sua superfície é 3 / 2 da área da superfície da esfera.

Um fato interessante sobre essa demonstração é que ela tem, para Arquimedes, uma representatividade diferente de todas as outras. Apesar de ele ter realizado descobertas mais complexas, ele considerava essa como a sua descoberta matemática favorita, e a pedido dele foi colocado em seu túmulo uma escultura ilustrando tal demonstração.

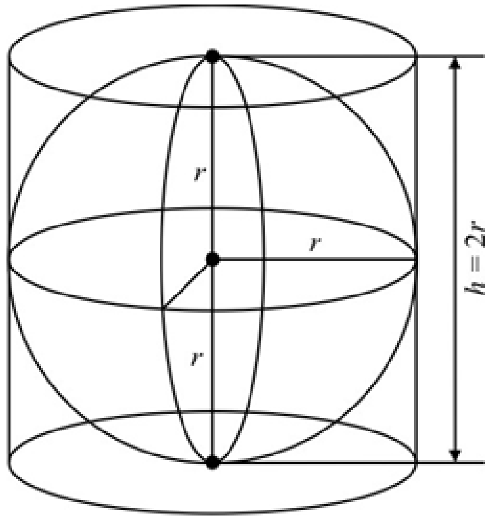


Figura 13: Cilindro da descoberta de Arquimedes
Fonte: https://www.obaricentrodamente.com/2010/09/sobre-esfera-e-o-cilindro.html

Para alcançar os resultados geométricos necessários para tais demonstrações, Arquimedes montou um sistema de equilíbrio que utilizava uma esfera, um cone e um cilindro. Baseado em testes manuais e de forma empírica, que arremete bastante a filosofia aristotélica, ele conseguia desenvolver importantes conhecimentos matemáticos e realizar suas descobertas. Para o volume da esfera “ele utilizou essencialmente uma proporção relacionando a razão de duas distâncias com uma outra razão entre duas áreas, relacionou esta proporção como sendo uma alavanca em equilíbrio, aplicando então seu método de teoremas mecânicos” (ASSIS, MAGNAGHI, 2014, p. 37). A figura 14 mostra o esquema deste equilíbrio. Devido à complexidade desse sistema, e do alto grau de precisão necessário para a realização dos experimentos, é possível supor que Arquimedes tenha feito muitos trabalhos manuais ao longo dessa e de outras descobertas e invenções. E muitas destas não tinham sequer uma intenção de desenvolvimento da matemática ou da física, como era o caso das máquinas de guerra, por exemplo. Esse caráter prático, conectado ao modo empírico de pesquisas, se liga ao fazer matemático de Aristóteles.

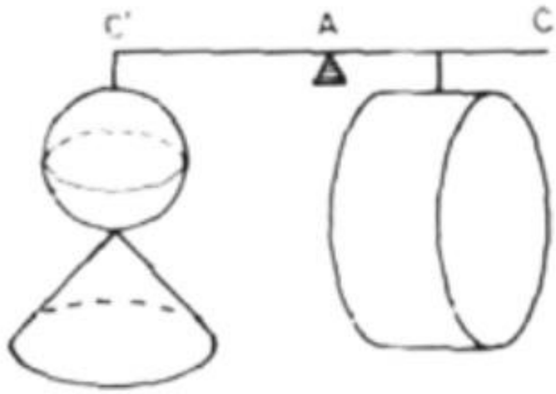


Figura 14: Sistema de equilíbrio para descoberta do volume da esfera
Fonte: http://gazeta.spm.pt/getArtigo?gid=527

E ainda nesse contexto, Meneghetti (2010, p. 36) diz:

> "Destacamos que Aristóteles, diferentemente de Platão, considerou o aspecto intuitivo e empírico do conhecimento pois, como vimos, para ele a ciência deve contemplar o quê (inerente aos observadores empíricos e adquirido por meio da intuição sensível) e o porquê (que já se refere ao aspecto logico do conhecimento, tratando-se da demonstração). Assim, a lógica de Aristóteles tinha um conteúdo empírico e não foi pensada, simplesmente, como uma ciência formal e, portanto, independente de seus conteúdos."

No fazer matemático de Arquimedes, parece não haver uma necessidade imediata de conexão com uma matemática de objetos perfeitos, que pertencem a um mundo inteligível, pelo menos não inicialmente, como parece acontecer com Euclides.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi possível conhecer um pouco mais sobre a história da matemática na Antiguidade e entender como se deu o desenvolvimento da mesma. Ao identificar os elementos presentes na matemática dos egípcios e mesopotâmios foi possível perceber a transformação que aconteceu em relação ao fazer matemático destes quando comparamos com a matemática desenvolvida pelos gregos que transcenderam o uso prático e limitado dos primeiros. E ao analisar as diferenças entre essas matemáticas, foi possível ainda entender que não houve uma transição contínua, como se costuma pensar que a história da matemática segue uma evolução linear. Durante as pesquisas, pude notar como costumamos aprender muito pouco sobre a verdadeira história da matemática, com fontes mais confiáveis e atualizadas, e como a falta desse conhecimento pode limitar o estudo da matemática em si e diminuir o nosso interesse por esta.

Ao estudar um pouco mais sobre a história de matemáticos como Tales e Pitágoras, foi visto como é importante perceber melhor a grandiosidade destes pensadores e conhecer o universo relacionado ao contexto em que eles viveram e aos conhecimentos desenvolvidos por eles, buscando também uma interação com a filosofia. Esta, que é fundamental para uma visão mais ampla da matemática, precisa ser mais explorada e relacionada com o estudo matemática. E para entender melhor essa relação é preciso aprofundar o estudo de história da matemática, pois sem este, fica difícil compreender a complexidade da evolução da matemática.

Então, foi possível concluir que é necessário dar mais valor ao estudo de história da matemática, pois sem o entendimento do contexto histórico das descobertas e do desenvolvimento desta, aumenta a distância entre o conhecimento e o aprendiz. E nesse aspecto de ensino-aprendizagem, foi constatado como o ensino de história e filosofia da matemática pode melhorar o desempenho dos alunos, não só no aprendizado das disciplinas matemáticas em si como também no aprimoramento da capacidade de pesquisar e se interessar por um aprofundamento nos estudos. Logo, além de trazer contribuições para o ensino de matemática, este trabalho me proporcionou um aprendizado muito significativo de história e de filosofia da matemática, e, muito mais do que isso, ampliou minha visão sobre a dimensão e a magnificência de alguns dos diversos campos de estudo da matemática.

Além disso, foi possível ver a importância de relacionar a matemática com história e filosofia ao entender um pouco mais sobre como acontece essa relação e conhecer pontos importantes da matemática grega e as filosofias de Platão e Aristóteles. Estes, que desenvolveram filosofias que mudaram o conhecimento da época e criaram formas de pensar totalmente inovadoras, tinham teorias que se diferenciavam em alguns pontos importantes. Ao analisar estes pontos e conhecer suas teorias, se percebe que a filosofia da matemática de Platão é mais relacionada com o uso da abstração para atingir a verdade, e voltada para a essência das coisas, que para ele, existem no mundo das ideias. E essa forma de pensar mais nas ideias, se liga ao fazer matemático de Euclides, que desenvolveu uma matemática intrinsecamente ligada a ideia de um mundo ideal com objetos perfeitos. Já Aristóteles, ao contrário, se apegava ao mundo sensível e relacionava sua filosofia com a experimentação. E esse pensamento se conecta ao fazer matemático de Arquimedes, que tinha uma forma de atingir a verdade muito mais através da realidade, de forma empírica e com uma percepção que se utilizava do experimento prático.

Uma observação interessante que pudemos fazer é: quando comparamos o trabalho de Arquimedes com o de Euclides, vemos que este nem sempre deixa tudo tão claro quanto aquele, que consegue ser mais transparente e mais real. Então, lembrando Silva (2007, p.38) quando diz que “enquanto Aristóteles é o filósofo com ‘os pés no chão’, Platão é o filósofo ‘com a cabeça nas nuvens’”, e observando os pontos de interseção apresentados neste trabalho, podemos fazer uma associação razoável entre Platão e Euclides, e entre Aristóteles e Arquimedes. E ainda que não possamos dizer que Euclides é totalmente platônico ou que Arquimedes é totalmente aristotélico, foi possível identificar uma relação significativa existente entre eles, que era um dos objetivos do trabalho.

Acredito que o trabalho cumpriu os seus objetivos e proporcionou um conhecimento importante para esta área. Além disso, ele abriu caminho para uma discussão mais ampla a respeito das conexões existentes entre Platão e Euclides, e entre Aristóteles e Arquimedes, e de como as mesmas trouxeram consequências para os matemáticos posteriores a este. Existem muitos tópicos de matemática ao longo da história que podem ser abordados e relacionados ao tema deste trabalho, e para isso, deixo como sugestão além da leitura deste, o estudo de obras mais atuais e que relacionem a matemática com filosofia e história de forma contextualizada. É verdade que não existem ainda muitas obras recentes nestas áreas, mas conforme o tema vai sendo debatido e aprofundado, novos trabalhos atualizados serão construídos e contribuirão para o desenvolvimento do mesmo.

REFERÊNCIAS

ASSIS, Andre K. T.; MAGNAGHI, C. P. **O método ilustrado de Arquimedes: utilizando a lei da alavanca para calcular áreas, volumes e centros de gravidade**. Montreal: C. Roy Keys Inc., 2014.

BICUDO, I. Introdução. In: EUCLIDES. **Os elementos**. São Paulo: Editora UNESP, 2009. p. 15-94.

BUCKINGHAM, Will et al. **O Livro da Filosofia**. Tradução Douglas Kim. São Paulo: Globo, 2011.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FLORIDO, Janice. (Coord. Ed.) **Aristóteles**. São Paulo: Editora Nova Cultural Ltda., 2000.

_________. **História da Filosofia**. São Paulo: Editora Nova Cultural Ltda., 1999.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. **Constituição do saber matemático: reflexões filosóficas e históricas**. Londrina: EDUEL, 2010.

MIGUEL, A.; BRITO, A. **A história da matemática na formação do professor de matemática**. 2010. Disponível em: http://professoresdematematica.files.wordpress.com/2010/03/a_historia_da_matematica_na_formacao_do_professor_de_matematica_antonio_miguel_arlete_brito.pdf Acesso em: setembro 2018

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

NUNES, César Aparecido. **Aprendendo filosofia** – 2ª ed. – Campinas: Papirus, 1987. – (Coleção Educar Aprendendo – Série Educando)

PESSANHA, José Américo Motta. **Diálogos / Platão**; seleção de textos de José Américo Motta Pessanha; traduções e notas de José Cavalcante de Souza, Jorge Paleikat e João Cruz Costa. – 2. ed. – São Paulo: Abril Cultural, 1983.

PLATÃO. ***A República***. Trad. de M. H. da R. Pereira. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1996.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, Jairo José da. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da. **Narrativas Multimodais: a imagem dos matemáticos em performances matemáticas digitais**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 28, n. 49, p. 950-973, ago. 2014.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)contruções contextuais;** prefácio de Ubirantan D'Ambrosio. São Paulo: Livraria da Física, 2015. – (Coleção história matemática para professores).