INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
São Paulo

BRASIL
GOVERNO FEDERAL

CONTRIBUIÇÕES DA LINGUAGEM SCRATCH PARA O ENSINO DA GEOMETRIA

Vanessa de Sousa Queiroz

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pela Prof. Dr^{a}. Patrícia Andrea Paladino.

IFSP
São Paulo
2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO CÂMPUS SÃO PAULO APÓS A DEFESA E DURANTE A PREPARAÇÃO DA VERSÃO FINAL.

Catalogação na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Q3c Queiroz, Vanessa de Sousa
Contribuições da linguagem scratch para o ensino da geometria. / Vanessa de Sousa Queiroz. São Paulo: [s.n.], 2018.
150 f. il.

Orientadora: Dra. Patrícia Andrea Paladino

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2018.

1. Geometria. 2. Scratch. 3. Metodologias Ativas. 4. Tecnologia. 5. Educação. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

VANESSA DE SOUSA QUEIROZ

CONTRIBUIÇÕES DA LINGUAGEM SCRATCH PARA O ENSINO DA GEOMETRIA

Dissertação apresentada e aprovada em 27 de novembro de 2018 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Profª. Drª. Patrícia Andrea Paladino
IFSP – Câmpus São Paulo
Orientadora e Presidente da Banca

Prof. Dr. Carlos Correa Filho
IFSP – Câmpus São Paulo
Membro da Banca

Profª. Drª. Rosângela Toledo Kulcsar
UNIFESP – Câmpus Osasco
Membro da Banca

“Todas as vitórias ocultam uma abdicação”.

Simone de Beauvoir

Aos meus Pais e ao meu filho Matheus.

AGRADECIMENTOS

Aos meus alunos que puderam conhecer e aplicar o *Scratch* nas aulas de Geometria de uma forma criativa e prazerosa.

Aos meus colegas de trabalho por compartilhar em práticas inovadoras de ensino e em especial, as professoras Ana Claudia Loureiro e Luciane Rosenbaum, pela parceria no desenvolvimento de projetos relacionados ao *Scratch*.

Aos meus colegas de turma pela colaboração durante as aulas, estudos e pesquisas.

Aos docentes do Instituto Federal de São Paulo que colaboraram para aprimorar meu conhecimento.

À minha orientadora, Patrícia Paladino, pelo incentivo e compromisso em fazer com que este trabalho pudesse ser realizado da melhor maneira possível.

Ao meu querido filho Matheus Queiroz Jacob que sempre me apoiou em todas as etapas do Mestrado. Sem dúvida, você merece o meu eterno carinho pela paciência e os inúmeros dias que não pude lhe dar a atenção devida, em decorrência de estudo, pesquisa e o trabalho.

Aos meus pais, Amália e João, pelo apoio incondicional e pela torcida para que tudo desse certo!

E, principalmente, a Deus, pela saúde, equilíbrio, perseverança e a oportunidade de fazer o Mestrado e poder compartilhar este trabalho para a melhoria do ensino e da carreira docente.

RESUMO

Este trabalho tem a intenção de explorar as potencialidades da linguagem de programação *Scratch* e a possibilidade de integrá-la ao currículo de Matemática, com foco na Geometria. O *Scratch* foi desenvolvido pelo *Massachusetts Institute of Technology* (*MIT*) e foi criado para crianças e jovens, principalmente desta nova geração, que busca usar e compartilhar diferentes mídias digitais. O *Scratch* será apresentado de forma didática, direcionado ao professor que busca inovar suas aulas usando tecnologias eficazes e que despertem o interesse do aluno.

Serão apresentadas sequências didáticas que possibilitam uma aprendizagem significativa, ativa, eficaz e motivadora aos alunos, com temas ligados à Geometria Plana do Ensino Fundamental II. Os temas escolhidos foram analisados e extraídos da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017). Foram propostas diversas atividades, não só utilizando o *Scratch*, mas também, o uso de materiais concretos, investigativos, projetos em grupos, construções geométricas com instrumentos manuais e *softwares* auxiliares, como o Geogebra*.*

A base teórica deste trabalho é o Construcionismo. A elaboração das sequências didáticas levou em consideração os níveis de aprendizagem em Geometria, os conteúdos prévios e a relação professor/aluno no processo de ensino e aprendizagem. Para cada tema escolhido o professor poderá escolher as atividades mais adequadas e possíveis de serem aplicadas em suas aulas. O professor será o mediador das etapas propostas e o aluno o protagonista da aprendizagem, com o objetivo de promover a construção dos conceitos geométricos.

As programações e atividades do *Scratch,* apresentadas neste trabalho, mostrarão como esta ferramenta pode auxiliar a aprendizagem em Geometria, valorizando a autoria e a autonomia do estudante no processo de aprendizagem.

Palavras-chaves: Geometria. *Scratch*. Metodologias ativas. Construcionismo. Tecnologia. Educação.

ABSTRACT

This study aims to explore the potentialities of the Scratch programming language and the possibility of integrating it into the Mathematics curriculum, focusing on Geometry. The Scratch was developed by the Massachusetts Institute of Technology (MIT) and it was created for children and young people, especially the new generation who seek to use and share different digital media. Scratch will be presented in a didactic way, directed at the teacher who looks to innovate his/her classes using effective technologies and evoking the students' interest.

Didactic sequences that enable significant, active, effective, and motivating learning for the students will be presented, with geometry-related themes for the junior high school level. The selected themes were analyzed and extracted from the National Common Curricular Base (BRASIL, 2017). Several activities have been proposed using Scratch in addition to concrete materials, research, group projects, geometric constructions with manual instruments and auxiliary software such as Geogebra.

The theoretical basis of this study is constructionism. Preparation of the didactic sequences took the learning levels in Geometry, the previous contents, and the teacher-student relationship in the teaching-learning process into account. For each selected theme, a teacher may choose the most appropriate activities to be used in his/her classes. The teacher is the mediator of the proposed stages and the student is the protagonist of the learning process to formulate geometric concepts.

The Scratch programs and activities presented in this study will demonstrate how this tool may assist in the learning of Geometry, valuing the students' authorship and autonomy in the learning process.

Keywords: Geometry; Scratch; Active methodology; Constructionism; Technology; Education

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Pág.

LISTA DE TABELAS

Pág.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo aborda a motivação do trabalho proposto, seus objetivos e a estrutura do trabalho.

1.1. Motivação

O ensino da Geometria muitas vezes é deixado de lado por alguns professores e até mesmo os alunos não se sentem motivados com esta disciplina. Isso acontece quando o aprendiz não é o protagonista da aprendizagem, ou seja, o que lhe é ensinado além de não ser construído, é desprovido de significados.

Com a introdução dos computadores nas escolas, os professores precisam adquirir conhecimentos técnicos sobre *softwares,* conhecimentos de como organizar uma atividade e de como integrá-la ao currículo. Muitas vezes, o uso do computador é utilizado de forma equivocada. O aluno apenas interage com a máquina de forma não construtiva e, muitas vezes, não tem contribuído de forma sistêmica ao seu aprendizado.

O *software Scratch* é uma linguagem de programação criada no *Massachusetts Institute of Tecnology (MIT).* É uma linguagem clara, acessível e intuitiva e pode ser uma ferramenta útil para auxiliar o ensino da Matemática, especificamente a Geometria, objeto de estudo dessa dissertação. Na opinião de Valente (1993), o computador é usado como máquina que precisa de ser ensinada, através da programação, e não como máquina de ensinar. Deste modo, o computador requer certas ações que envolvem o aluno no processo de construção do conhecimento.

Assim, o *Scratch* pode proporcionar ao aluno o conhecimento e o desenvolvimento da linguagem de programação e, além disso, poderá habilitar a construção de conceitos geométricos de tal forma que sua aprendizagem seja significativa e colaborativa.

A motivação primordial deste trabalho teve origem nas aulas de Desenho Geométrico realizadas pela autora, nos sextos anos do Ensino Fundamental, em um colégio particular na cidade de São Paulo. Para enriquecer suas aulas, a professora que não conhecia a linguagem de programação, investigou o *software*, criou atividades para seus alunos e percebeu a facilidade e o interesse que tiveram ao manipular tal ferramenta.

Outros motivos da proposta para criar sequências didáticas de Geometria utilizando o *Scratch* foram:

- Poucas atividades disponíveis em livros didáticos, sites, revistas e artigos, propondo uso de tecnologias, principalmente o *Scratch*, nas aulas de Geometria;
- Dinâmica das aulas: aluno protagonista e investigador; professor: orientador e mediador;
- Aprendizagem criativa e a construção do conhecimento;
- Utilização adequada da tecnologia por parte dos professores e dos alunos;
- Interdisciplinaridade;
- Trabalho em grupo: discussão, experimentação, compartilhamento de ideias e dos próprios projetos;
- Conhecimento e desenvolvimento da linguagem de programação.

Alguns questionamentos surgiram ao longo do desenvolvimento desta dissertação:

- Aprender a programar ou programar para aprender?
- Quais as possibilidades e o impacto do uso do *Scratch* no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos?
- Como os professores estão utilizando as tecnologias em sala de aula?
- Se o *Scratch* é uma tecnologia acessível e de fácil manuseio, por que não propor atividades que possam integrar essa linguagem de programação ao currículo de Matemática?

A investigação de teóricos que abordam o tema proposto, servirá de base para responder aos questionamentos, o desenvolvimento deste trabalho e algumas possibilidades de projetos futuros.

1.2. Objetivos

O objetivo geral do trabalho é propor uma visão detalhada da ferramenta computacional *Scratch*, esclarecendo suas funcionalidades, potencialidades e o impacto dela para melhorar a aprendizagem da Geometria.

Um dos objetivos específicos deste trabalho é a análise da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN's), elencando os conteúdos de Geometria que serão propostos nas atividades com o *Scratch*. Segundo a BNCC, deve-se "utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais, de outras áreas do conhecimento, validando estratégias e resultados." (BRASIL, 2017, p.265). Outro objetivo é a apresentação de sequências didáticas com o uso do *Scratch* nas aulas de Geometria, de tal forma que o aluno seja sempre o construtor de seu conhecimento e o professor, o mediador. Além disso, este trabalho apresenta sugestões de atividades e projetos que foram desenvolvidos nesta área.

1.3. Estrutura de desenvolvimento do trabalho

Este estudo é organizado em seis capítulos. O primeiro capítulo é a introdução do tema.

O segundo capítulo consta de revisão da literatura, cujos temas abordados são as tecnologias digitais e a formação dos professores; a teoria Construcionista e o surgimento da linguagem de programação voltada para a educação; o uso do *Scratch* na Educação; as metodologias ativas de aprendizagem; uma revisão sobre a aprendizagem de Geometria segundo a teoria de Van Hiele e, por fim, a análise sobre o desenvolvimento de sequências didáticas na visão de alguns autores.

O terceiro capítulo tem como propósito apresentar os principais recursos da linguagem de programação do *Scratch*, no intuito de colaborar na formação de professores que desejem empregar tal ferramenta. Além disso, elencar alguns conteúdos de Geometria do Ensino Fundamental II, que são possíveis de serem trabalhados com o *Scratch* e apresentar algumas sequências didáticas de apoio aos professores. Um breve estudo sobre um tipo de fractal também fará parte deste trabalho, com sugestões de atividades envolvendo a Matemática, a Arte e o *Scratch*. Ainda neste capítulo, são apresentadas sugestões de atividades, avaliações e projetos que podem ser desenvolvidos pelos professores.

O quarto capítulo apresenta outras possibilidades de interação com o *Scratch* e o quinto capítulo, uma breve exposição de ideias e trabalhos futuros, que possam inspirar outros professores.

No sexto e último capítulo são expostas as considerações finais, abordando a postura do professor, da escola e do aluno, quanto ao uso da tecnologia para a educação. Também uma reflexão sobre o impacto desta tecnologia para o aprendizado, suas principais contribuições, baseado na experiência da autora.

2 TEORIAS SOBRE TECNOLOGIAS E APRENDIZAGEM

2.1. Tecnologias Digitais e a formação de professores

As tecnologias digitais se tornaram acessíveis nas instituições de ensino e na sociedade em geral. Nas últimas décadas, as políticas públicas têm intensificado o processo de inclusão digital das escolas públicas, mas a utilização inadequada destas ferramentas, por parte de professores e alunos, são obstáculos que precisam ser vencidos. Não basta uma escola ter computadores, *tablets, softwares*, aplicativos, acesso à Internet e outras multimídias, se professores não as utilizam de forma adequada no processo de ensino e aprendizagem. A utilização dessas tecnologias no meio educacional é limitada, na maioria das vezes essas tecnologias são apenas para acessar informações ou, substituir a lousa, o caderno ou livro, por uma tela de computador, um processador de texto ou planilhas.

A nova geração do século XXI é formada por crianças que nasceram em um contexto digital global marcado pela forte presença da tecnologia. Curiosas e atentas a tudo o que acontece à sua volta, elas são submetidas a uma grande quantidade de estímulos e de informações e estão totalmente familiarizadas com a Internet e os dispositivos eletrônicos. Na sala de aula, essa geração precisa desenvolver habilidades de criação com as tecnologias digitais, e não apenas utilizá-las para coleta de informações ou em rede sociais.

Documentos oficiais como os PCN's recomendam o uso de tecnologias em sala de aula:

> É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras. (BRASIL, 1998, p. 96).

A presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) integradas ao projeto pedagógico das instituições de ensino tem sido um grande desafio e amplamente debatido hoje em dia. Discute-se propostas de integração dessas ferramentas ao currículo, de tal forma que o seu uso seja para desenvolver a criatividade e a produção de conhecimento. Teóricos como Almeida e Valente (2011, p.23) apontam que:

> O reconhecimento de que as TDIC exigem novas habilidades, e, portanto, a necessidade de trabalhar os diferentes letramentos, cria novos desafios educacionais no sentido de que alunos, educadores e as pessoas em geral devem ter uma maior familiaridade com os novos recursos digitais. [...] Isso significa que o processo ensino-aprendizagem deve incorporar cada vez mais o uso das TDIC para que os alunos e os educadores possam manipular e aprender a ler, escrever e comunicar-se usando essas modalidades e meios de expressão.

Para que a integração das TDIC ocorra, Almeida e Valente (2011, p.75) sugerem que: "é preciso implantar mudanças em políticas, concepções, valores, crenças, processos e procedimentos, que são centenários e que certamente vão necessitar de um grande esforço dos educadores e da sociedade como um todo".

Segundo os PCN's, a introdução de novas tecnologias na educação pode gerar um ambiente de aprendizagem com maior qualidade, desde que usada de forma desafiadora. Deve-se criar situações problematizadoras, privilegiando a autonomia do aluno, sua atitude crítica, reflexiva e decisória. Para que tais objetivos sejam alcançados, é importante que ocorra a inserção das tecnologias na educação básica. Além de promover o desenvolvimento de todas estas habilidades cognitivas, a aprendizagem da própria resolução de problemas pode ser aprimorada.

Para as Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2013) a utilização qualificada das tecnologias e os conteúdos das mídias, como recursos para o desenvolvimento do currículo, contribuem para a inclusão digital e a utilização crítica das tecnologias da informação e comunicação. Porém, para o sucesso desta inclusão, deve-se pensar na formação docente e na escolha apropriada de *softwares*. O estudante deve ser o protagonista da sua aprendizagem, mas o professor necessita de formação para possuir segurança na inclusão dos *softwares* no dia a dia da sala de aula.

Sem dúvida, há que se investir na formação continuada e contextualizada dos educadores e criar condições para que possam refletir e construir a própria prática com o uso das TDIC, visto que as mudanças pedagógicas e curriculares devem ser de total responsabilidade dos profissionais. Um fator que merece atenção é o fato do pouco tempo que o profissional possui para se apropriar das TDIC em relação ao rápido desenvolvimento dessas tecnologias.

O texto da BNCC, destaca o papel da tecnologia na educação. É preciso ensinar a crianças e jovens, conhecimentos, atitudes e habilidades que permitam a interação com as tecnologias de maneira proativa, reflexiva e ética. Além disso, formar cidadãos capazes de compreender, utilizar e criar tecnologias para resoluções de problemas individuais e coletivos. Veja uma das Competências Gerais da BNCC que fala sobre a tecnologia na Educação Básica:

> Utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas do cotidiano (incluindo as escolares) ao se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas. (BNCC, 2017, p.18).

Especificamente para a Matemática do Ensino Fundamental, a BNCC propõe o uso de ferramentas matemáticas e tecnologias digitais para modelar, resolver problemas cotidianos, sociais, validando estratégias e resultados.

Percebe-se nos documentos públicos que o governo brasileiro está avançando na ampliação e melhoria de acesso às TDIC, mas deve-se refletir sobre as ações pedagógicas e políticas em relação a formação de professores, de tal forma que permitam o desenvolvimento constante e eficaz do uso dessas tecnologias em contextos escolares.

A mudança educacional depende da formação dos professores e da transformação de suas práticas pedagógicas na sala de aula, de sua formação e no investimento financeiro e educativo dos projetos de escola. Para que isso ocorra, o professor necessita de momentos para compartilhar, refletir e discutir experiências. Dessa forma, Nóvoa (2003, p. 27) explicita que:

> O conhecimento do professor depende de uma reflexão prática e deliberativa. Depende, por um lado, de uma reelaboração da experiência a partir de uma análise sistemática das práticas. É essa análise sistemática que permite evitar as armadilhas de uma mera reprodução de ideias feitas.

É importante que o professor tome conhecimento da evolução na área educacional, em destaque, do uso de tecnologias educacionais, buscando alternativas e metodologias diversificadas, para agregá-las em sua prática docente.

2.2. A Teoria Construcionista

A teoria construcionista foi criada pelo professor Seymour Papert, nascido em 1928, na África do Sul, onde viveu grande parte da sua infância e juventude. Papert é considerado um dos autores mais expressivos sobre o uso de computadores na aprendizagem.

Durante o período de 1958 a 1963, Papert trabalhou em Genebra, com Jean Piaget. Sua perspectiva era considerar o uso da matemática para entender como as crianças podem aprender e pensar.

Em 1964, iniciou sua participação no MIT como pesquisador e foi cofundador do laboratório de inteligência artificial. Durante a década de 60, desenvolveu, juntamente com outros pesquisadores, o LOGO, uma linguagem de computador para crianças, que foi adotada em todo o mundo, no uso de novas tecnologias na educação. Assim, por volta da década de 80, Papert, definiu a teoria construcionista de aprendizagem, baseada em pesquisas de autores como Piaget, Dewey, Montessori e Paulo Freire.

Papert (1986) denominou de construcionista a abordagem pela qual o estudante constrói, por intermédio do computador, o seu próprio conhecimento. Este é um fator fundamental para a diferença entre o construcionismo e o construtivismo de Piaget. Em ambas as teorias, defende-se a construção do conhecimento pelo aluno. Porém, na proposta de Papert, o aluno vai construindo algo usando o computador e a linguagem de programação. Deste modo, o computador requer certas ações que envolvem o aluno no processo de construção do conhecimento (Valente, 1993).

Para Valente (1993), uma outra razão que diferencia a teoria construtivista da teoria construcionista, é o fato de a interação aluno-computador ser mediada por um profissional que conhece o LOGO. Ele precisa intervir no momento e na forma certa e contribuir para que o aluno compreenda o problema em questão, indo além do uso do método clínico ou da investigação sobre as estruturas mentais do aluno (modelo piagetiano).

Outra questão importante abordada por Valente (1993) é que no ambiente LOGO, o aluno, inserido num contexto social, favorece o seu aprendizado e de outras comunidades.

A linguagem de programação LOGO foi criada para que pessoas não especializadas em programação fossem capazes de manuseá-las, ou seja, crianças poderiam utilizá-las para sua aprendizagem. O LOGO possibilita ao aprendiz rever seus conceitos e aprimorá-los à medida que o programa executa suas ideias. Essa forma de trabalhar com o erro é uma das características do LOGO sendo uma importante fonte de aprendizagem.

A característica principal do construcionismo nas palavras de ALMEIDA (2008, p.105) é a noção de concretude:

> Evidencia-se na tela do computador pelas interações do aprendiz que utiliza o computador em atividades de programação para o desenvolvimento de projetos de investigação ou na resolução de situações-problema, em que trabalha com conhecimentos emergentes ou conhecimentos em uso, que são mobilizados para representar o pensamento sobre o objeto em investigação. O aprendiz encontra no computador uma fonte de ideias que se originou de seu próprio pensamento, do diálogo com colegas, professores, especialistas e com o meio, observa, reflete e atribui significado sobre o resultado que o computador lhe oferece sobre o representado.

O construcionismo propõe a criação de ambientes investigativos que potencializem situações ricas e específicas de construção do conhecimento, nas quais o aluno esteja engajado em construir um produto público e de interesse pessoal sobre o qual possa refletir e compartilhar suas experiências com outras pessoas.

E nesse processo de construção o aprendiz desenvolve, segundo Valente (2005), um ciclo de ações descrição-execução-reflexão-depuração-nova descrição, ou seja, as atividades que o aprendiz realiza na interação com as tecnologias digitais o ajudam a entender como a interação com elas contribuem para o desenvolvimento do pensamento computacional[1].

Para Valente (2005), essas ações que descrevem o processo mental de construção do conhecimento formam uma espiral de aprendizagem, pois a cada realização de um ciclo, sendo repetitivo ou não, as construções são sempre crescentes. Além disso, mesmo o aprendiz não atingindo o resultado esperado e cometendo erros ao longo do processo, as informações obtidas contribuem para o seu desenvolvimento. E ao término de um ciclo, o pensamento do aprendiz não será mais o mesmo de quando iniciou o processo. Quando se utiliza a linguagem de programação LOGO, é possível identificar o ciclo de ações citado por Valente.

A presença e o auxílio do professor são importantes para que estabeleça essa espiral de aprendizagem e sem dúvida, há de se pensar primeiramente como auxiliar os professores a desenvolverem esse tipo de prática em suas aulas.

Papert afirma que há um desequilíbrio entre o aprendizado e o ensino, pois para ele a escola valoriza mais o ensinar do que o aprender, sendo que a nossa tarefa enquanto educador deveria ser o contrário (Papert & Freire, 1995). Deve-se promover um ambiente de aprendizagem onde o professor aprende enquanto ensina e dá oportunidades para que o aluno descubra enquanto aprende.

Paulo Freire é a favor da pedagogia da curiosidade, de uma pedagogia da pergunta e não da resposta. Para Papert e Freire, a educação só conseguirá atingir seus objetivos quando houver um entendimento de que as relações sociais são importantes para se compreender o outro e o que outro pensa (Papert & Freire, 1995).

2.3. O uso do *Scratch* na Educação

[1] O Pensamento Computacional se refere à capacidade de sistematizar, representar, analisar e resolver problemas. Apesar de ser um termo recente, vem sendo considerado como um dos pilares fundamentais do intelecto humano, junto com a leitura, a escrita e a aritmética, pois, como estas, serve para descrever, explicar e modelar o universo e seus processos complexos. (CIEB, 2018, pg.12)

A partir dos trabalhos de implementação de linguagens de programação realizados por Papert e desenvolvidos no *MIT*, novas linguagens surgiram com o objetivo de potencializar esta forma de ensino para a educação.

Surge uma linguagem gráfica de programação, inspirada no LOGO e construcionista, denominada *Scratch*. Com esta tecnologia, é possível criar histórias interativas, fazer animações, simulações, jogos e músicas. Todas estas criações podem ser compartilhadas na Internet. Sua interface foi construída de forma simplificada e intuitiva para ser utilizada por pessoas pouco familiarizadas com códigos.

Pinto (2010, p.33) descreve inúmeras potencialidades do *Scratch*:

> liberdade de criação, criatividade associada a programas abertos e sem limitações do software; comunicação e partilha, associada à aprendizagem, facilitada pelas ferramentas Web que permitem a publicação direta; aprendizagem de conceitos escolares, partindo de projetos livres e não escolarizados; manipulação de mídia, permitindo a construção de programas que controlam e misturam gráficos, animações, textos, músicas e sons; partilha e colaboração, a página da Internet do *Scratch* fornece informação, pode-se experimentar os projetos de outros, reutilizar e adaptar imagens e tem como meta desenvolver uma cultura de aprendizagem e partilha em torno do Scratch; integração de objetos do mundo físico de vários tipos.

O *Scratch* surgiu em 2007 e esta tecnologia foi criada pelo projeto *Lifelong Kindergarten* do *MIT*. O grupo vem desenvolvendo novas tecnologias, atividades e estratégias para envolver jovens em experiências de aprendizagens criativas, no intuito de torná-los pensadores criativos. O grupo explora quatro abordagens (Quatro P's) que podem ser estendidas e adaptadas a essas necessidades: *Projects* (Projetos), *Passion* (Paixão), *Play* (Pensar Brincando) e *Peers* (Pares) (RESNICK, 2017).

- *Projects*

As pessoas aprendem melhor quando estão trabalhando ativamente em projetos significativos – gerando novas ideias, concepção de protótipos, refinação iterativa.

- *Passion*

Quando as pessoas trabalham em projetos que lhes interessam, trabalham mais e mais, persistem em enfrentar desafios e aprender mais no processo.

- *Play*

O aprendizado envolve a experimentação - tentar coisas novas, manipular materiais, testando, assumindo riscos e iterando repetidas vezes.

- *Peers*

O aprendizado floresce como uma atividade social, com pessoas compartilhando ideias, colaborando em projetos e construindo o trabalho uns dos outros.

Esses quatro P's estão fortemente alinhados com a abordagem construcionista para a educação, que enfatiza o valor dos aprendizes criando e brincando com projetos pessoalmente significativos em colaboração com os colegas.

Mitchel Resnick defende que o estilo de aprendizagem adotado pelo jardim de infância é adequado às necessidades para a sociedade do século XXI. Ele observa um ciclo no processo de aprendizagem: Imaginar, Criar, Brincar, Compartilhar, Refletir e, novamente, Imaginar. Também defende que estruturas tecnológicas sejam criadas para estender esta experiência de aprendizagem de jardim da infância em outras fases do aprendizado a ser realizado durante toda a vida (RESNICK, 2007).

Nos últimos anos, as escolas públicas vêm incorporando em suas atividades equipamentos como computadores, lousas digitais e projetores multimídia. Para os professores, no entanto, tem sido difícil desenvolver estratégias que usem esses recursos para ensinar os conteúdos. Na opinião de Resnick (2014), as novas tecnologias ainda servem com frequência para reproduzir um modelo tradicional, com aulas expositivas e pouca construção coletiva do conhecimento. "É necessário oferecer oportunidades para os jovens criarem projetos, experimentarem e explorarem novas ideias". Baseado em sua afirmação, é possível pensar em um processo educacional de forma diferente e apoiar abordagens originais, que levem ao aprendizado com sentido.

2.4. Metodologias ativas de aprendizagem

Muitas vezes, evidencia-se dois tipos de discursos por parte de alunos e professores quanto ao modelo e ritmo das aulas. Os professores reclamam da pouca participação e do desinteresse dos alunos em relação às práticas pedagógicas propostas e os alunos dizem que as aulas não são dinâmicas, e sim, rotineiras e cansativas. Percebe-se que mesmo utilizando recursos tecnológicos no planejamento das aulas, o cenário é insatisfatório para ambas as partes, principalmente quando o modelo de aula proposto é o tradicional.

No ensino tradicional, o aluno se torna passivo no processo de ensino e de aprendizagem, recebendo e absorvendo uma quantidade enorme de informações e sem a possibilidade de expor seu pensamento de forma crítica e construtiva.

Segundo Moran (2015), muitas instituições atentas às mudanças, escolhem dois caminhos de transformação, um ameno e o outro mais amplo e profundo. No primeiro, as disciplinas ainda fazem parte do currículo, mas os alunos se envolvem em projetos interdisciplinares, o ensino passa a ser híbrido e a sala de aula invertida. As instituições que propõem modelos mais inovadores, como o segundo caminho, muitas não têm disciplinas, os projetos e espaços físicos são redesenhados, metodologias baseadas em atividades, problemas, desafios, jogos e cada aluno aprende no seu ritmo, com outros grupos, com a supervisão de professores orientadores.

Os processos descritos são definidos como metodologias ativas de aprendizagem e tem como característica a inserção do aluno como o principal responsável pela sua aprendizagem, comprometendo-se com seu aprendizado. O professor se transforma em um verdadeiro mediador, orientador de estudos ao invés de mero transmissor de conteúdo, exigindo também do aluno uma nova postura: a de protagonista de seu próprio aprendizado.

> As metodologias ativas procuram criar situações de aprendizagem nas quais os aprendizes possam fazer coisas, pensar e conceituar o que fazem e construir conhecimentos sobre os conteúdos envolvidos nas atividades que realizam, bem como desenvolver a capacidade crítica, refletir sobre as práticas realizadas, fornecer feedback, aprender a interagir com colegas e

> professor, além de explorar atitudes e valores pessoais. (BACICH & MORAN, p.28, 2018).

Alguns princípios norteiam esta metodologia: autonomia do aluno, ensino numa perspectiva crítica e reflexiva, conteúdos problematizados, discussão entre os alunos, trabalho em equipe, ousadia para inovar e criar modelos de ensino.

O sucesso desse tipo de metodologia depende de uma radical mudança na atuação do professor em sala de aula. O foco passa a ser o diálogo com os alunos, a sondagem de conhecimentos prévios e percepções sobre o tema em questão com incidência na problematização, contextualização e aplicação prática dos conhecimentos. Desafios e atividades podem ser dosados, planejados, acompanhados e avaliados com apoio de tecnologias.

De acordo com Moran (2015), um modelo interessante de ensino é quando as informações básicas se concentram no ambiente virtual e as atividades mais criativas ficam para a sala de aula, sob a supervisão do professor. O modelo é o que se chama de aula invertida, citado no texto, e os alunos a partir dessa dinâmica, aprendem fazendo, aprendem juntos e aprendem no seu próprio ritmo.

2.5. Os níveis de aprendizagem em Geometria segundo Van Hiele.

O casal de holandeses Van Hiele[2] criou um modelo de aprendizagem em Geometria para o ensino fundamental. Muitos pesquisadores utilizaram o modelo, no intuito de encontrar soluções para as dificuldades que os alunos apresentavam neste tópico, comparado a outros temas. Este modelo, apoiado em experiências educacionais, sugere que os alunos progridem através de uma sequência de cinco níveis de raciocínio enquanto eles aprendem Geometria. Esses níveis segundo Nasser (1990) e Silva (2008) são:

[2] O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico surgiu nas teses de doutoramento, na Universidade de Utrecht, em 1957, de Pierre e Dina Van Hiele.

Nível 1: Visualização ou reconhecimento - o aluno reconhece as figuras geométricas isoladamente, não identifica suas propriedades, o vocabulário é básico e as descrições das figuras são feitas através de comparações de objetos com formas geométricas;

Nível 2: Análise – o aluno é capaz de analisar as características das figuras e perceber conceitos geométricos, mas não relaciona explicitamente as diversas figuras ou propriedades entre si. Identificam propriedades das próprias figuras, suas consequências e as aplicam na resolução de problemas.

Nível 3: Ordenação e dedução informal – o aluno relaciona as figuras entre si de acordo com suas propriedades, faz classificações inclusivas, compreende as definições dos conceitos, mas não domina o processo dedutivo formal.

Nível 4: Dedução - o aluno compreende o processo dedutivo, elabora demonstrações formais, com linguagem precisa e sem memorizá-las. Compreende a recíproca de um teorema, as condições necessárias e suficientes, fazem distinção entre postulados, teoremas e definições.

Nível 5: Rigor – o aluno compreende a importância do rigor nas demonstrações e é capaz de analisar outras geometrias.

As principais características do modelo de Van Hiele, segundo Nasser (1990) são:

a) Hierarquia: os níveis obedecem a uma sequência, isto é, para atingir certo nível o indivíduo deve passar antes pelos níveis inferiores.
b) Linguística: cada nível tem sua própria linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações.
c) Intrínseco e Extrínseco: o que está implícito num nível torna-se explícito no próximo nível.
d) Avanço: o progresso entre os níveis depende mais de instrução do que da idade ou maturidade do aluno.

e) Desnível: não há entendimento entre duas pessoas que estão raciocinando em níveis diferentes.

Van Hiele estabeleceu cinco fases que devem ser vivenciadas pelos estudantes e favorecidas pelos professores durante o processo de uma passagem de um nível para o outro. Segundo Silva (2008) são elas:

- Informação: professor e alunos dialogam sobre o tema, o professor identifica os conhecimentos prévios dos alunos e o uso de símbolos e vocabulário específico do nível é introduzido.
- Orientação dirigida: os estudantes exploram o assunto por meio de materiais ordenados, numa sequência de grau de dificuldade crescente elaborados pelo professor.
- Explicação: passando pelas duas fases anteriores, o professor faz o papel de mediador, utilizando a linguagem própria específica do nível, corrigindo a linguagem do aluno quando necessário e fazendo o mínimo de intervenções. Nesse momento de diálogo e sem novos conceitos, o aluno, através da troca de experiências, chega a conclusões sobre o tema estudado.
- Orientação livre: os alunos realizam tarefas com um grau de dificuldade maior daqueles dados na orientação dirigida, inclusive que admitem outras maneiras de resolução. O professor deve interferir o mínimo possível. Silva diz que: "Para Van Hiele só sabemos se houve compreensão quando ao aluno é colocada uma nova situação e este consegue resolver o novo problema".
- Integração: o aluno revê e resume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral do conteúdo.

Esse modelo proposto por Van Hiele, orienta professores a melhorar o ensino de geometria, ajudando-os a identificar formas de raciocínio do aluno, verificando em que nível ele se encontra e se ele está em um nível inferior a toda a classe. Além de favorecer o aproveitamento na aprendizagem em cada tópico, o professor tem subsídios e ferramentas adequadas para auxiliar o estudante a progredir de nível.

Pode-se encontrar referências claras à teoria de Van Hiele no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2017 quanto ao ensino de Geometria:

> Na busca de tornar mais efetiva a aprendizagem da geometria as obras têm recorrido a atividades de visualização e de construções geométricas com instrumentos de desenho ou com materiais para manuseio. Com isso, espera-se que o estudante não seja desestimulado por um ensino muito teórico e que aprenda com mais autonomia. No entanto, é necessário cuidado para garantir equilíbrio entre essas atividades experimentais, tão importantes, e a formação do raciocínio dedutivo no campo de geometria (PNLD, 2016, p.36).

As atividades que serão propostas nas sequências didáticas, apresentam semelhanças ao modelo de Van Hiele. Houve a preocupação de proporcionar ao aluno atividades de visualização, experimentação e validação desses experimentos para as demonstrações, dedução de relações e propriedades, ou seja, contemplando os níveis estabelecidos desta teoria. Como a proposta é para o Ensino Fundamental, não se espera que o aprendiz chegue até o nível cinco deste modelo.

2.6. As sequências didáticas

O planejamento pedagógico é uma forma de expor, justificar, compreender e refletir sobre a prática docente, além de proporcionar segurança quando algo imprevisível surge na sua ação.

As sequências didáticas representam um tipo de planejamento pedagógico e na definição de Zabala, são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos (ZABALA, 1998).

Para Zabala (1998) a avaliação das sequências elaboradas pelo professor é um passo importante e natural no planejamento de ensino. Ele afirma:

> O planejamento e a avaliação dos processos educacionais são uma parte inseparável da atuação docente, já que o que acontece nas aulas, a própria

> intervenção pedagógica, nunca pode ser entendida sem uma análise que leve em conta as intenções, as previsões, as expectativas e a avaliação dos resultados. (Zabala, 1998, p.17)

O uso adequado de sequências didáticas na prática pedagógica certamente contribui para a sua maior eficácia, uma vez que orienta professor e alunos em seu caminho de aprendizagem. Antes de pensar em uma sequência de ensino/aprendizagem, precisa-se definir as relações que se estabelecem na aula entre professores e alunos e até entre os próprios alunos. As relações são importantes para estabelecer um clima de convivência.

Para Zabala (1988, p.63-64), alguns questionamentos precisam ser feitos na elaboração de uma sequência didática:

- as atividades permitem determinar os conhecimentos prévios dos alunos? Elas são favoráveis e motivadoras quanto ao aprendizado de novos conteúdos?
- os conteúdos propostos são significativos e funcionais?
- as atividades são adequadas ao nível de desenvolvimento de cada aluno? Elas provocam um conflito cognitivo e promovem a atividade mental?
- as sequências estimulam a autoestima e o autoconceito, ou seja, será que o aluno percebe o progresso de seu aprendizado e que seu esforço valeu a pena? Promovem um canal de comunicação entre professor/aluno e aluno/aluno?
- os desafios propostos são atingíveis? Permitem alcançar a zona de desenvolvimento proximal[3] e intervir?
- as atividades promovem a autonomia do aluno e possibilitam a metacognição[4]? Proporcionam a aquisição de habilidades que favoreçam o "aprender a aprender"?

---

[3] Zona de desenvolvimento proximal é um conceito elaborado por Vygotsky e define a distância entre o nível de desenvolvimento real, determinado pela solução de problemas feita de maneira independente, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado pela solução de problemas feita sob a tutela de um adulto ou em colaboração com pares mais capacitados.

[4] Etimologicamente, a palavra metacognição significa para além da cognição, isto é, a faculdade de conhecer o próprio ato de conhecer, ou, por outras palavras, consciencializar, analisar e avaliar como se conhece.

Ainda, para este autor, as sequências didáticas “permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação”.

Alguns critérios para análise das sequências reportam que os conteúdos de aprendizagem agem explicitando as intenções educativas, podendo abranger as dimensões: conceituais; procedimentais; conceituais e procedimentais; ou conceituais, procedimentais e atitudinais.

As sequências de conteúdos conceituais devem levar em conta atividades que possibilitem o reconhecimento dos conhecimentos prévios, que assegurem a significância e a funcionalidade, devem ser adequadas ao nível de desenvolvimento.
As sequências de conteúdos procedimentais deverão conter atividades significativas e funcionais, modelos de aprendizagem onde se possa ver todo o processo, sequências claras com uma ordem de atividades e com um processo gradual. As atividades devem ser orientadas e com adaptações às necessidades dos alunos. Devem ser realizadas em grupos, aos pares e/ou individuais. Os alunos controlam o ritmo da sequência, atuando constantemente e utilizando uma série de técnicas e habilidades como: diálogo, debate, trabalho em pequenos grupos, pesquisa, trabalho de campo, elaboração de questionários, entrevistas, etc.

Quanto aos conteúdos atitudinais, os alunos precisam, primeiramente, compreender as normas da escola e da sala de aula. Eles podem participar de assembleias e serem agentes na formulação das propostas de convivência e trabalho. Na formulação das sequências para esses conteúdos atitudinais, o professor precisa levar em consideração as necessidades e situações reais dos alunos, levando em consideração suas características e seus interesses pessoais. Essa realidade, pode ser o fio condutor do trabalho desses conteúdos, principalmente se existir um conflito, pontos de vistas contrários, promovendo o debate e a reflexão.

Uma sequência didática pode ter diversas estruturas. O modelo e as etapas de atividades devem ser encarados como uma estratégia e não como um programa a ser seguido passo a passo, sem pular etapas e sem modificações.

Ao longo desta dissertação, um modelo de estrutura de sequência didática será apresentado, baseado nas indicações de Zabala e na experiência da autora. É apenas uma proposta e deve ser vista como algo que possa ser alterado não só durante a análise da sequência (elaboração), mas durante sua aplicação. A sequência será formada por: tema, público alvo, problematização, conteúdos, objetivos, estimativa de tempo, recursos, propostas de atividades (etapas) e avaliação.

A proposta na elaboração das sequências deste trabalho, é integrar tecnologias digitais ao currículo, especificamente o *Scratch* no ensino da Geometria, destacando--se a possibilidade de articular os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais em seu desenvolvimento.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1. Apresentação da linguagem de programação *Scratch*

Scratch é uma nova linguagem de programação que permite a criação de histórias, animações, jogos e outras produções. Tudo pode ser feito a partir de comandos de blocos lógicos que devem ser agrupados como peças de um quebra-cabeça. O programa é gratuito e está disponível para fazer *download* no site http://scratch.mit.edu/download.

Para o grupo *Lifelong Kindergarten* do *MIT Media Lab*[5], o *Scratch* ajuda os jovens a aprender a pensar de maneira criativa, refletir de maneira sistemática e trabalhar de forma colaborativa - habilidades essenciais para a vida no século 21. Quando o *Scratch* é usado como recurso pedagógico, as possibilidades de aprendizagem são potencializadas.

Espera-se que este guia possa ajudar professores na introdução e apresentação do *Scratch* para seus alunos. Além disso, o livro “Aprenda a Programar no *Scratch*” de MAJED (2014) e o site do *Scratch* apresentam inúmeros exemplos, explicações e propostas de programações.

Existem três versões para o *Scratch*. A versão antiga, *Scratch* 1.4[6], mostrada na Figura 1, é necessário baixar e instalar o programa para a sua utilização. O *Scratch* 2.0, será a versão explorada e apresentada neste trabalho. Sua interface é mostrada na Figura 2 e pode-se criar projetos *online* ou instalar o editor *Scratch* 2.0 para trabalhar em projetos sem uma conexão com a Internet. A versão 3.0[7] está em fase de implementação, mas com possibilidade de conhecê-la e testá-la em sua versão beta.

---

[5] Grupo Lifelong Kindergarten do MIT Media Lab disponível em: https://www.media.mit.edu/groups/lifelong-kindergarten/overview/

[6] Versão Scratch 1.4 para computadores mais antigos disponível em: https://scratch.mit.edu/scratch_1.4/

[7] Scratch 3.0 (versão beta) disponível em: https://beta.scratch.mit.edu.

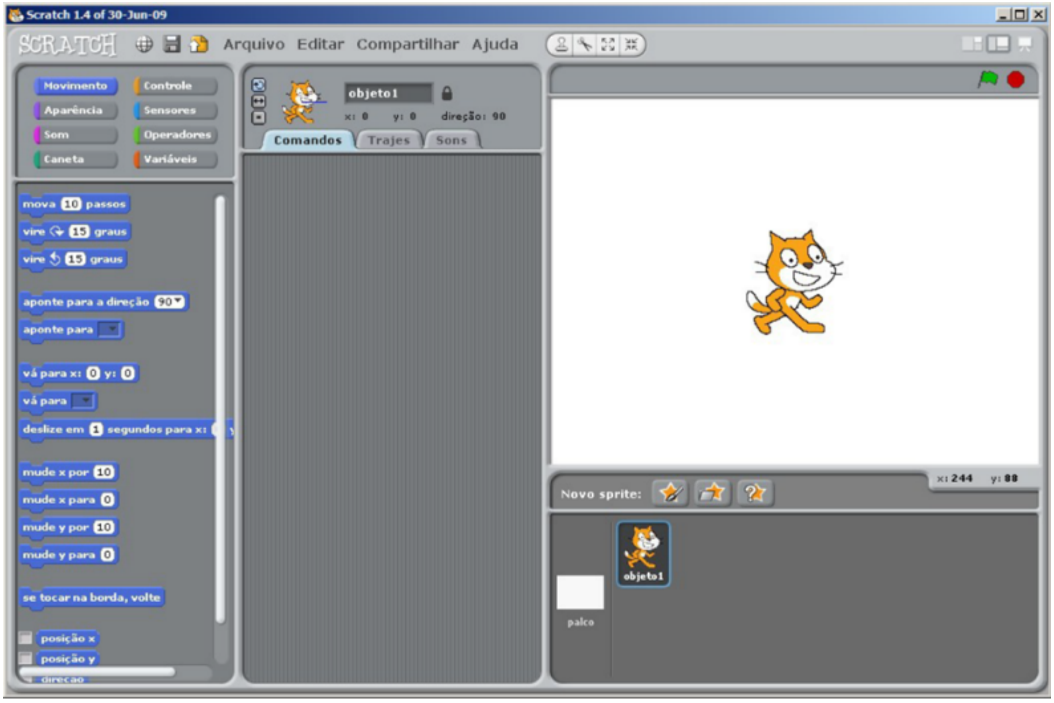

Figura 1 - Tela inicial do software *Scratch* na versão 1.4.
Fonte: www.scratch.mit.edu.

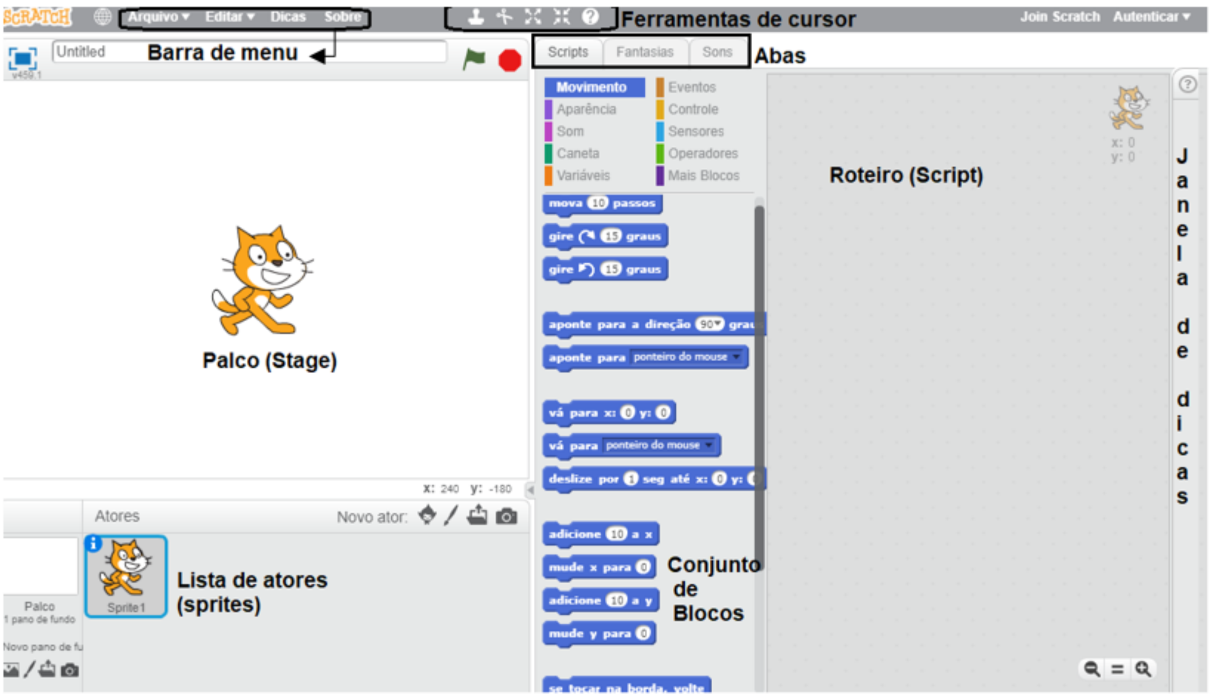

Figura 2 - Interface do *Scratch* na versão 2.0.
Fonte da autora.

O *Scratch* 2.0 é uma versão melhorada do *Scratch* 1.4. Das principais modificações feitas na versão 2.0 pode-se destacar:

- Uma nova interface para o usuário;

- Idioma;
- Editor de sons;
- Possibilidade de trabalhar em projetos *online* ou *offline*;
- Ampliação dos blocos de comandos;
- As opções dos personagens (*sprites*).

No *site* do *Scratch*, pode-se fazer um cadastro e o usuário pode arquivar, compartilhar ou não seus projetos. Existe também uma área para educadores, com funcionalidades adicionais de gestão da participação dos estudantes, incluindo a possibilidade de criar contas, organizar projetos em estúdios e monitorar os comentários dos estudantes. Para criar um projeto, basta clicar em criar e, em seguida aparecerá a interface de trabalho. É tudo muito intuitivo e fácil de aprender, principalmente, pelo fato de o *site* disponibilizar vários idiomas.

De acordo com a interface apresentada na Figura 2, observa-se na parte superior uma barra de menu para selecionar inúmeros idiomas, salvar, criar ou abrir um projeto existente no computador, editar a dimensão do palco e obter dicas com tutoriais para a elaboração de projetos. Ainda na parte superior, existem ferramentas para editar um objeto no palco e abas contendo opções de comandos, trajes e sons.

O Palco é onde ocorre a execução de eventos que podem programar a movimentação de objetos na tela. Tem 480 unidades de largura por 360 de altura e é associado a um sistema de eixos coordenados cartesianos, conforme Figura 3.

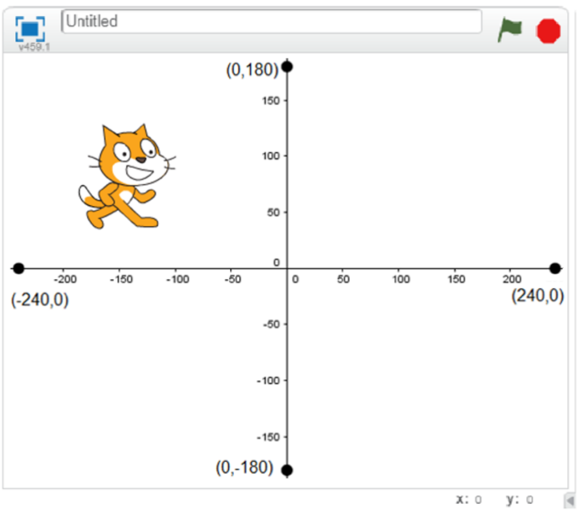

Figura 3 - Dimensões da tela Palco e as coordenadas cartesianas.
Fonte da autora.

Os projetos do *Scratch* são formados por objetos chamados *sprites*. A aparência de um *sprite* pode ser modificada pela sua apresentação em um traje diferente. Qualquer imagem pode ser usada como um traje; pode-se desenhar uma imagem no editor de pintura, importar de uma lista ou baixá-la de um *website*. Pode-se dar instruções a um *sprite*, mandar que ele se mova, toque música, reaja a outros *sprites*, etc.

O Conjunto de blocos é composto por cores diferentes e são classificados em **Movimento, Aparência, Som, Caneta, Variáveis, Eventos, Controle, Sensores, Operadores e Mais Blocos**. Nas Figuras 4, 5 e 6, pode-se observar uma lista de todos os comandos de cada bloco e suas representações.

Figura 4 - Blocos de Movimento, Aparência, Som e seus respectivos comandos.
Fonte: *www.scratch.mit.edu*.

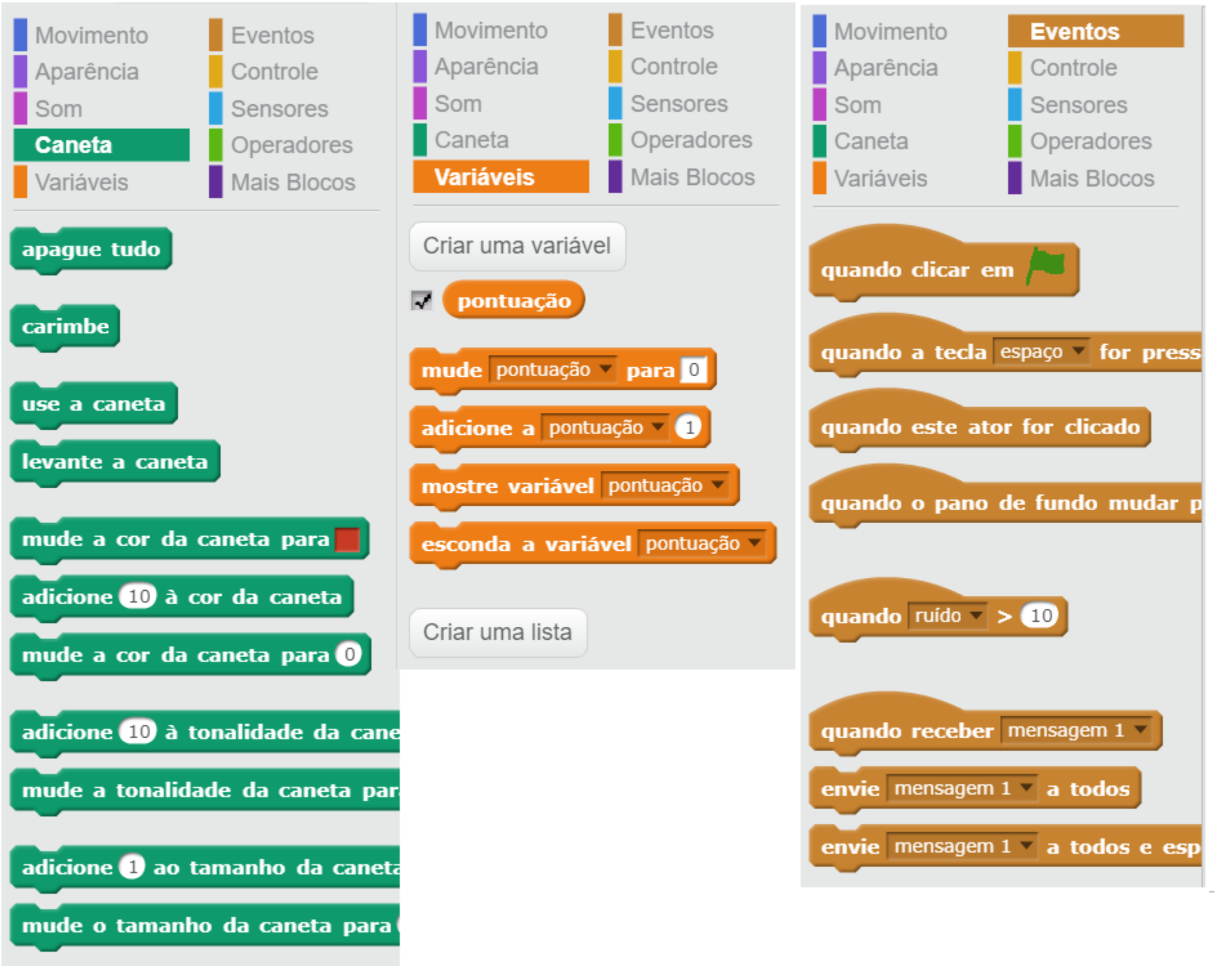

Figura 5 - Blocos de Caneta, Variáveis, Eventos e seus respectivos comandos.
Fonte: *www.scratch.mit.edu*.

Figura 6 - Blocos de Controle, Sensores, Operadores e seus respectivos comandos. Fonte: www.*scratch.mit.edu.*

Script é o local onde os comandos são arrastados e encaixados para criar a programação. Quando os blocos são arrastados para a área de *scripts* e clicados, o personagem que inicialmente aparece como o gato, executará o movimento. Na Figura 7, é mostrado o bloco *mova n passos*, como o primeiro comando do bloco **Movimento**. Quando dado um duplo clique neste bloco, o gato se moverá a quantidade de unidades que foram escolhidas, neste caso, 100 passos. Nesta ilustração, o comando *carimbe* do bloco **Caneta** foi encaixado no bloco *mova 100 passos* para carimbar o gato a cada duplo clique dado. Se o usuário não quiser clicar no comando quatro vezes, pode inserir o comando *repita*, do bloco **Controle,** e indicar o número de repetições desejadas ou possíveis, já que o palco possui apenas 480 unidades de comprimento.

Figura 7 – Primeiros movimentos no *Scratch*.
Fonte da autora.

Para colocar um som no *script*, pode ser usado o comando *toque o tambor*. Ele fica disponível na categoria **Som,** Figura 8**,** e pode ser usado sozinho ou agrupado com outros blocos de comandos.

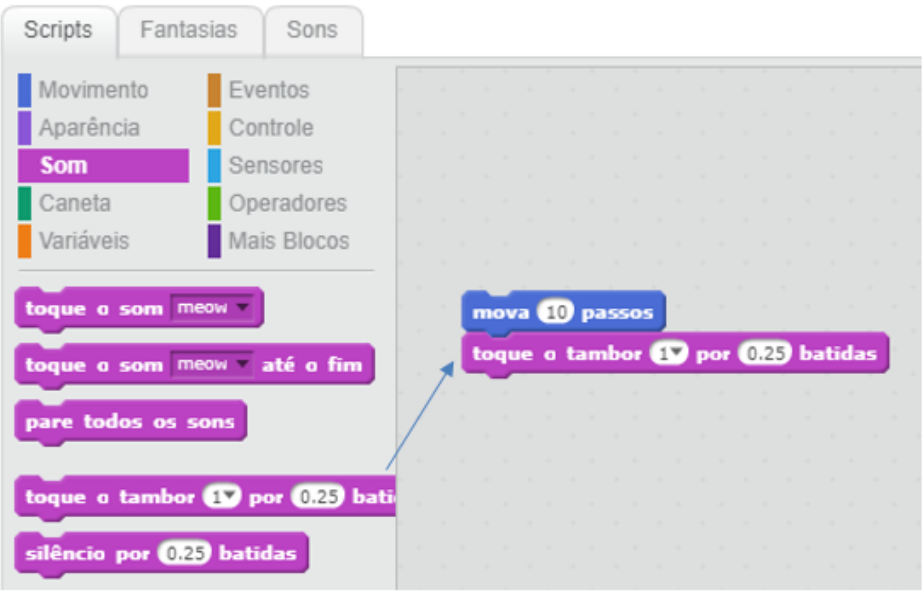

Figura 8 - Exemplo de um comando do bloco Som.
Fonte da autora.

É possível importar um arquivo de música do computador ou gravar um som, clicando na aba **Som,** como ilustra a Figura 9.

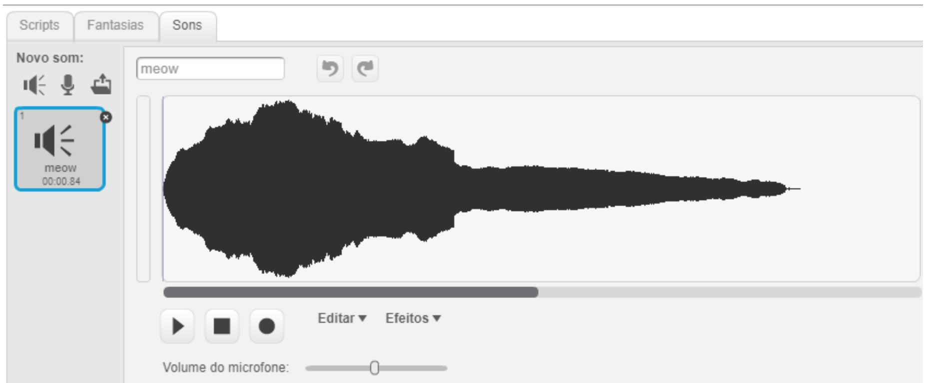

Figura 9 - Importação ou gravação de som no *Scratch*.
Fonte: *www.scratch.mit.edu.*

Para fazer o gato dançar, pode-se acrescentar novamente o comando *mova -10 passos* para o gato voltar. Para que o procedimento se repita, basta ir nos blocos de **Controle** e inserir o comando *repita n vezes*. A Figura 10 mostra a possibilidade de manter o movimento de forma contínua ou um número determinado de vezes.

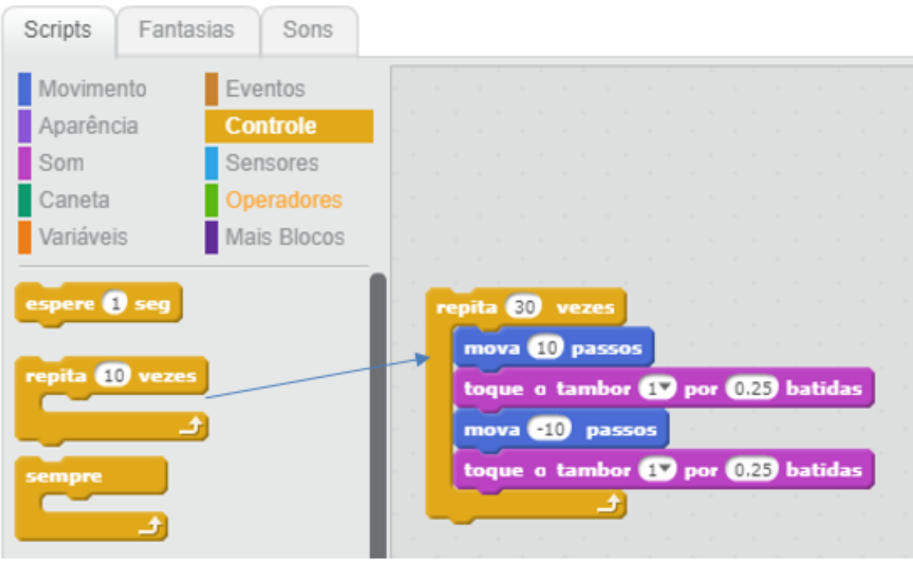

Figura 10 - Comando repita do bloco Controle.
Fonte da autora.

Para o gato dizer algo, basta acessar o bloco **Aparência** e selecionar o comando *diga.* Pode-se escrever qualquer frase na área em branco.

A Figura 11 ilustra uma forma de iniciar a programação pelo bloco **Eventos.** É possível iniciar o projeto clicando na bandeira verde ou em alguma tecla do teclado. Outras opções são possíveis como: iniciar através de um ruído, um movimento do vídeo, quando clicado em algum personagem, mudança de palco ou recebimento de mensagem. Esse tipo de comando tem a forma de um chapéu, ou seja, não é possível encaixá-lo com outro comando na sua parte superior.

Figura 11 - Execução de um *script* após clicar na bandeira verde.
Fonte da autora.

Quando o *Scratch* é aberto, o gato é o personagem principal e o palco tem o fundo branco. É possível inserir ou criar um novo objeto através do novo ator (Figura 12, diagrama A), assim como, ter vários objetos num mesmo projeto, ou seja, cada *sprite* tem seus próprios *scripts*, fantasias e sons.

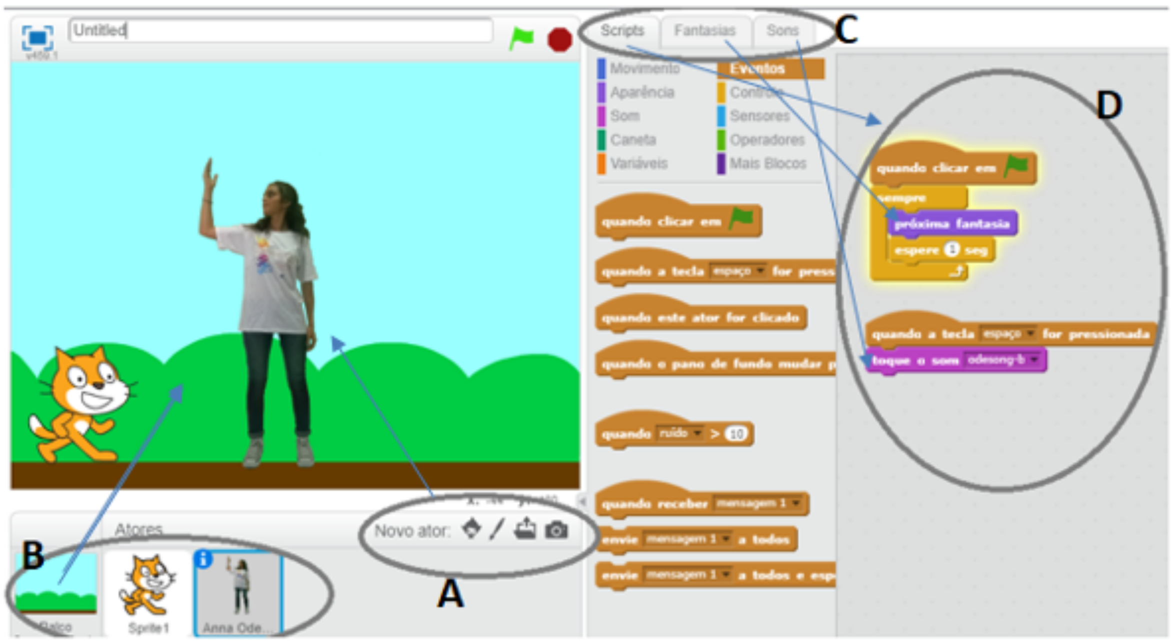

Figura 12 - Criação de novos palcos, novos atores, seus *scripts*, fantasias e sons.
Fonte da autora.

Para mudar o fundo do palco, basta acionar os comandos do diagrama B, Figura 12. E para fazer uma animação com o novo objeto, ou seja, para ele simular um movimento e ter um som no fundo, basta acionar o diagrama C da Figura 12 (aba de comandos). O *Scratch* possuiu um banco extenso de sons e imagens, mas pode-se importar outros arquivos do computador, fazer modificações com desenhos, apagar ou escrever comentários. Os alunos são criativos e têm um enorme interesse, quando o professor dá liberdade de escolha para suas criações. O diagrama D da Figura 12, indica uma possibilidade de programação.

Ao clicar com o botão direito do mouse em um ator (Figura 13), aparecerá um menu à direita com informações técnicas dele.

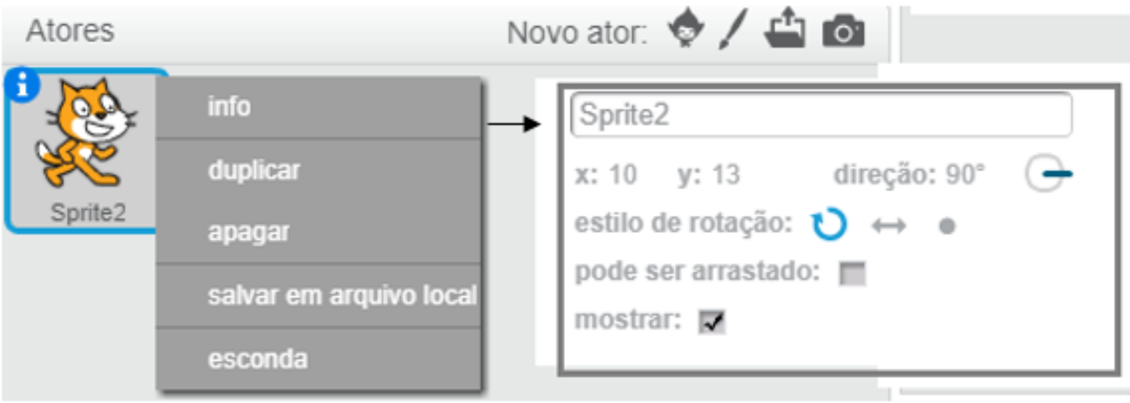

Figura 13 - Informações específicas de um ator.
Fonte da autora.

Alguns comandos da categoria **Movimento** permitem girar os objetos na tela a partir da especificação de parâmetros que variam de 0 a 360 graus, sentido horário e anti-horário. O objeto sempre se move para a direita (direção 90º - padrão do *Scratch*), mas pode ser alterado movendo sua direção. A Figura 14, ilustra um objeto com sua posição voltada para cima, ou seja, direção 0º.

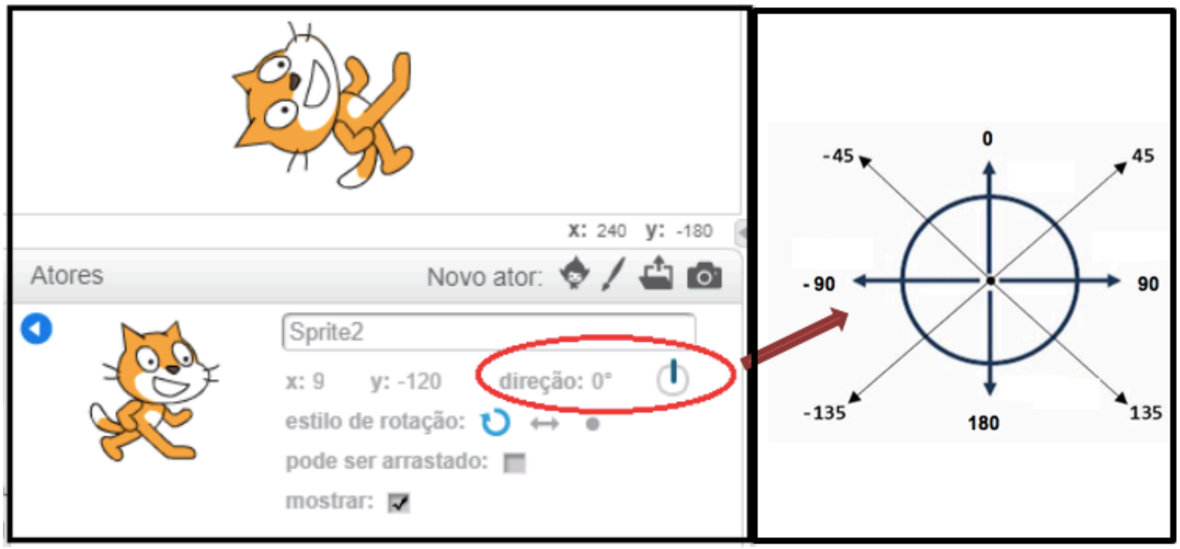

Figura 14 - Direção de um objeto e seu ângulo correspondente no *Scratch*.
Fonte da autora.

Um comando frequentemente acionado nas construções de polígonos é o ângulo de giro, ou seja, *gire n graus para a direita* ou *gire n graus para a esquerda* (bloco **Movimento**). Esses comandos se assemelham ao LOGO, pois este utiliza uma tartaruga que se desloca através de comandos simples como, *ande n passos* ou *vire à direita 90º*.

Para um aluno de 6º ano, que inicia o estudo de ângulos, é recomendável fazer algumas práticas simulando os comandos de movimentos e de giros. A autora aplicou duas atividades antes de introduzir o *Scratch* e sua descrição está nos dois parágrafos seguintes.

Na primeira prática, os alunos formaram duplas e criaram desenhos usando apenas os comandos: ande para frente x passos, ande para trás y passos, vire para esquerda z graus e vire para a direita w graus. Foi solicitado apenas os giros de 0º, 90º, 180º, 270º e 360º. Para cada passo, estabeleceu a medida de 1 cm. A dupla trocava as programações e fazia o esboço do desenho.

Outra dinâmica “Robô e Comandante” foi agregada à atividade anterior e contribuiu para estimular os alunos no estudo de giros e ângulos. Nesta atividade, um aluno vendado se passava por robô e o outro, que era o comandante, dava as instruções para o robô se deslocar na sala de aula. Os demais alunos analisaram se o percurso estava correto ou não.

Voltando ao *Scratch*, observa-se a construção de um polígono regular na Figura 15. Nota-se que o ângulo de giro é sempre o ângulo externo, pois o movimento quem descreve é o gato, então deve-se levar em conta a posição dele e não do observador.

A Figura 15, mostra o bloco **Caneta,** usado para fazer construções geométricas. Basta inserir, por exemplo, o comando use a caneta e demais opções como apague tudo, mude a cor para, carimbe e outros de acordo com a necessidade do projeto.

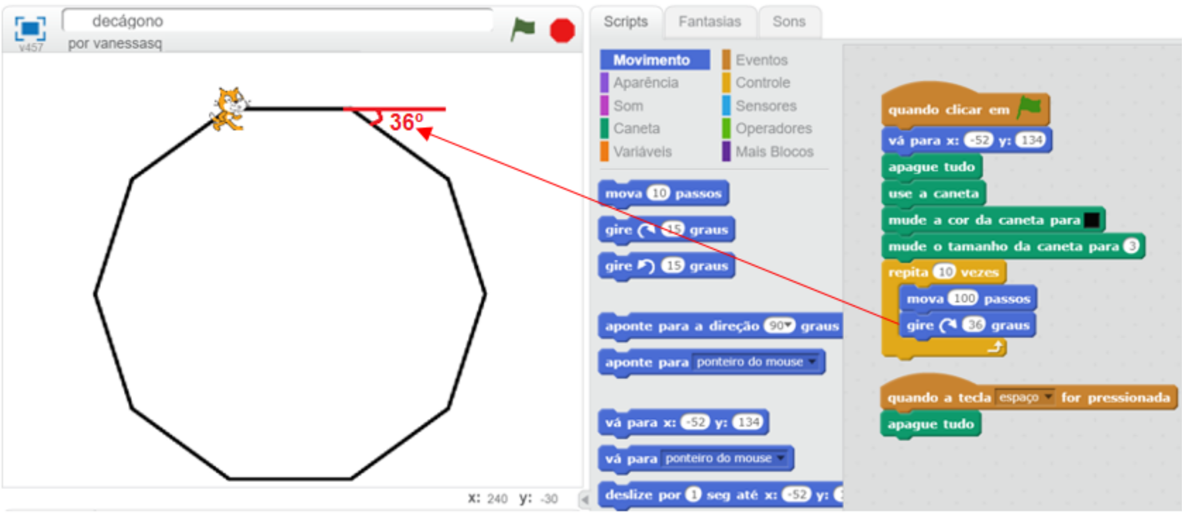

Figura 15 - Exemplo de construção de um polígono no *Scratch*.
Fonte da autora.

Existem comandos que precisam ser encaixados dentro de outros comandos. Por exemplo, no bloco ***Sensores***, existe um comando chamado *tocando em objeto.* Na Figura 16, observa-se o encaixe deste comando dentro de uma condição (*se/então*) do bloco Controle.

Figura 16 - Ilustração do bloco Sensores.
Fonte da autora.

No bloco **Variáveis,** cria-se uma variável com um nome qualquer e aparecem comandos destinados a manipulá-la. Uma variável pode ser válida para todos os *sprites* ou apenas para aquele onde é definida. A Figura 17 mostra uma aplicação do bloco Variáveis no jogo denominado *Pong*. A variável pontuação foi criada para aumentar ou diminuir os pontos caso a bola toque na raquete ou na linha vermelha, respectivamente.

Uma forma interessante de estimular a criação de jogos e a manipulação da maioria dos comandos do *Scratch* é a leitura e aplicação do tutorial "*Crie um jogo no estilo Pong",* disponível no *site* oficial do *Scratch*.

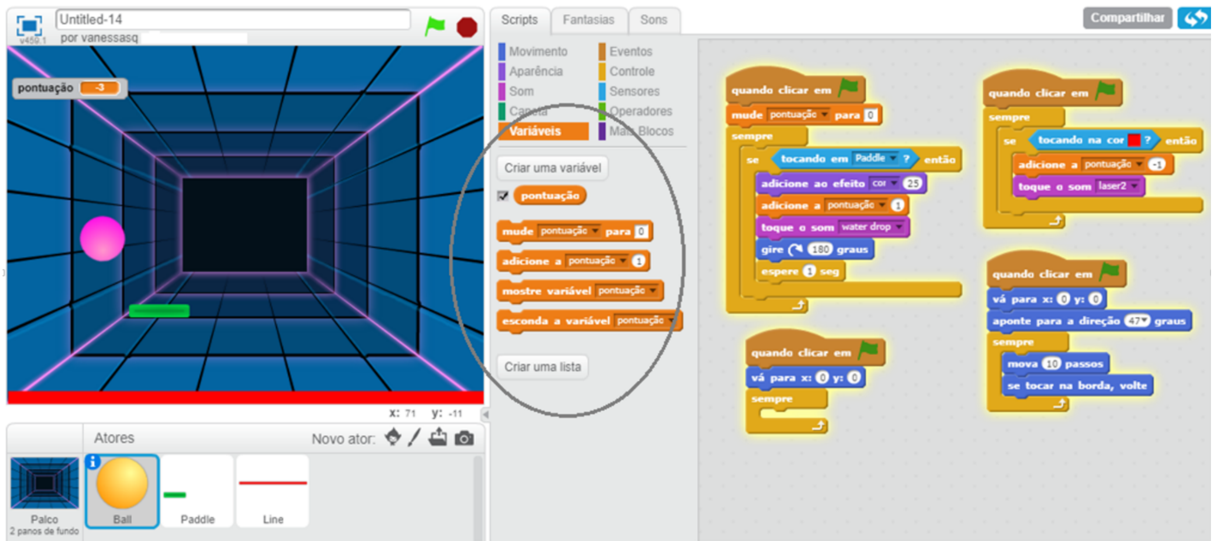

Figura 17 - Utilização do bloco Variáveis na criação de jogos.
Fonte da autora.

O jogo da Figura 17, criado pela autora, encontra-se no endereço: https://scratch.mit.edu/projects/199066896/.

O bloco **Operadores** possui comandos aritméticos e também funções matemáticas. O *Scratch* realiza a adição, subtração, multiplicação, divisão e possui o operador módulo (mod). Os comandos podem ser utilizados como entrada para qualquer bloco que aceite números. Além disso, dentro desse bloco, existem comandos de funções que ficam no menu suspenso indicado na Figura 18. As funções são trigonométricas, exponenciais, logarítmicas, modulares e raízes quadradas.

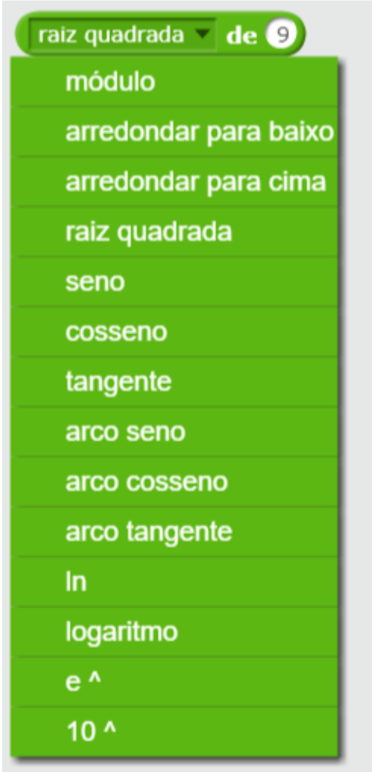

Figura 18 - Funções matemáticas do bloco Operadores.
Fonte: *scratch.mit.edu*.

Quando se programa com frequência, em certas ocasiões, números aleatórios são utilizados na criação de jogos e simulações. Este comando aparece como “escolha um número entre” e está inserido no bloco Operadores da Figura 6, página 49.

A programação apresentada na Figura 19 é um jogo de questionário (*quiz*) de Matemática. Ele contém comandos dos blocos Operadores, Variáveis, Controle, Sensores e Aparência. Para desenvolver a programação, cria-se duas variáveis, *número 1* e *número 2*, que são as entradas dos valores utilizados nas operações. O comando *diga* (bloco Aparência) e o comando *pergunte* (bloco Sensores), serve para interagir com o usuário. Algumas condições são postas, pois o jogador pode cometer um erro de cálculo. Para isso, o uso do comando *se/então/senão* (bloco Controle) com os comandos *multiplicação, divisão e a igualdade* (bloco Operadores), serão úteis para o desenvolvimento do projeto. O *jogo* está disponível na área pessoal da autora em: https://scratch.mit.edu/projects/199138120/.

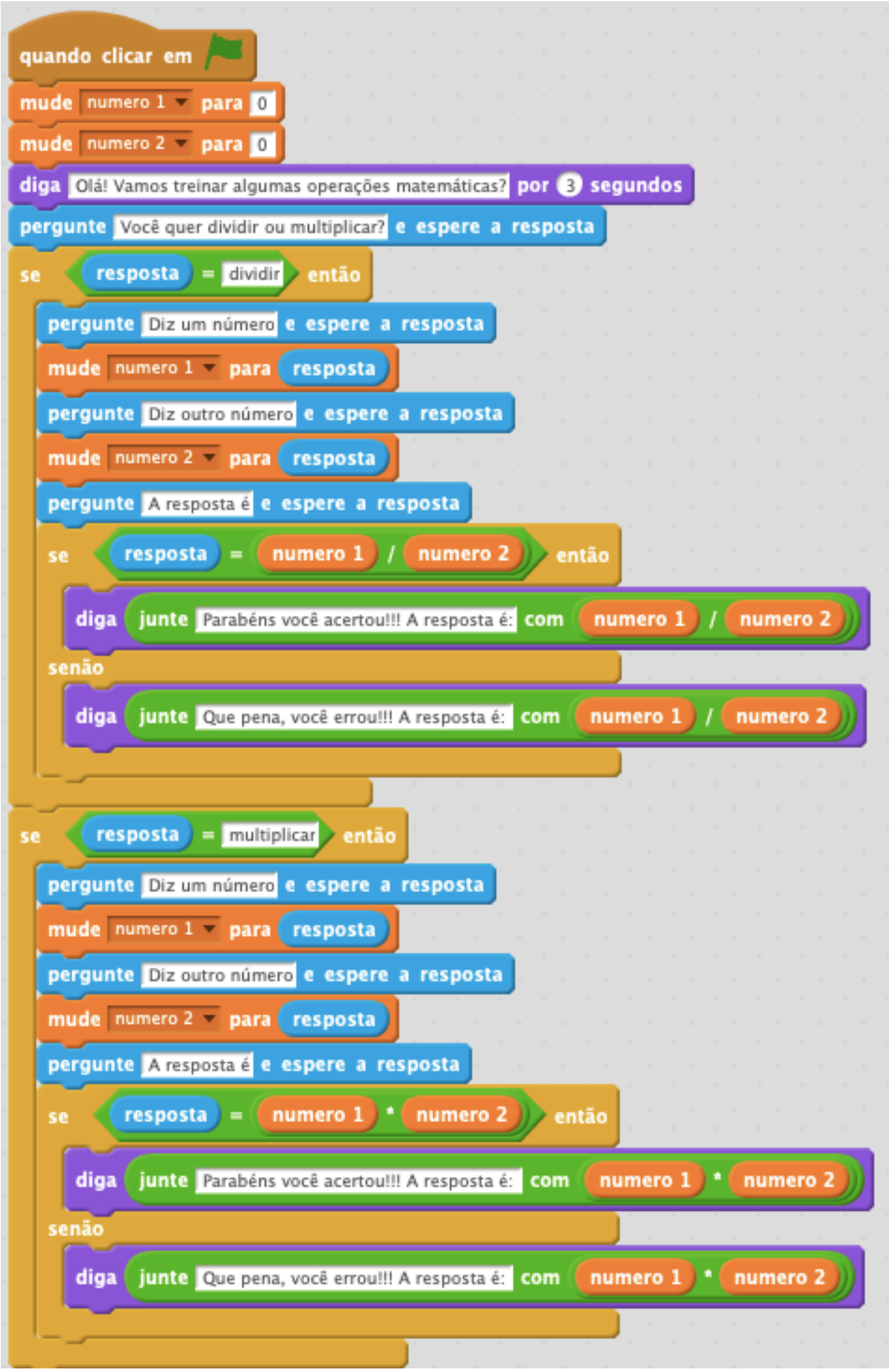

Figura 19 - Programação de um jogo envolvendo operações.
Fonte: scratch.mit.edu.

A última categoria do bloco de comandos, chama-se **Mais Blocos**. Nele, pode-se customizar seus próprios blocos e inserir botões numéricos, textos e lógicos. Basta clicar no botão Mais Blocos, escrever o nome de seu próprio bloco e depois de pronto, clicar com o botão direito para ter acesso a um menu de opções.

Basicamente, blocos customizados são úteis para quebrar *scripts* gigantescos em pedaços bem definidos e para reduzir redundância (*scripts* duplicados). A Figura 20 mostra uma programação de um quadrado que foi customizado em A pela ferramenta Mais Blocos, usado em B e seu resultado foi uma composição de quadrados (imagem C). Pode-se ainda pensar numa forma de otimizar inclusive o *Script* B, já que existe um padrão para os lados dos quadrados e também entre as coordenadas cartesianas. Fica a dica e um desafio para o leitor!

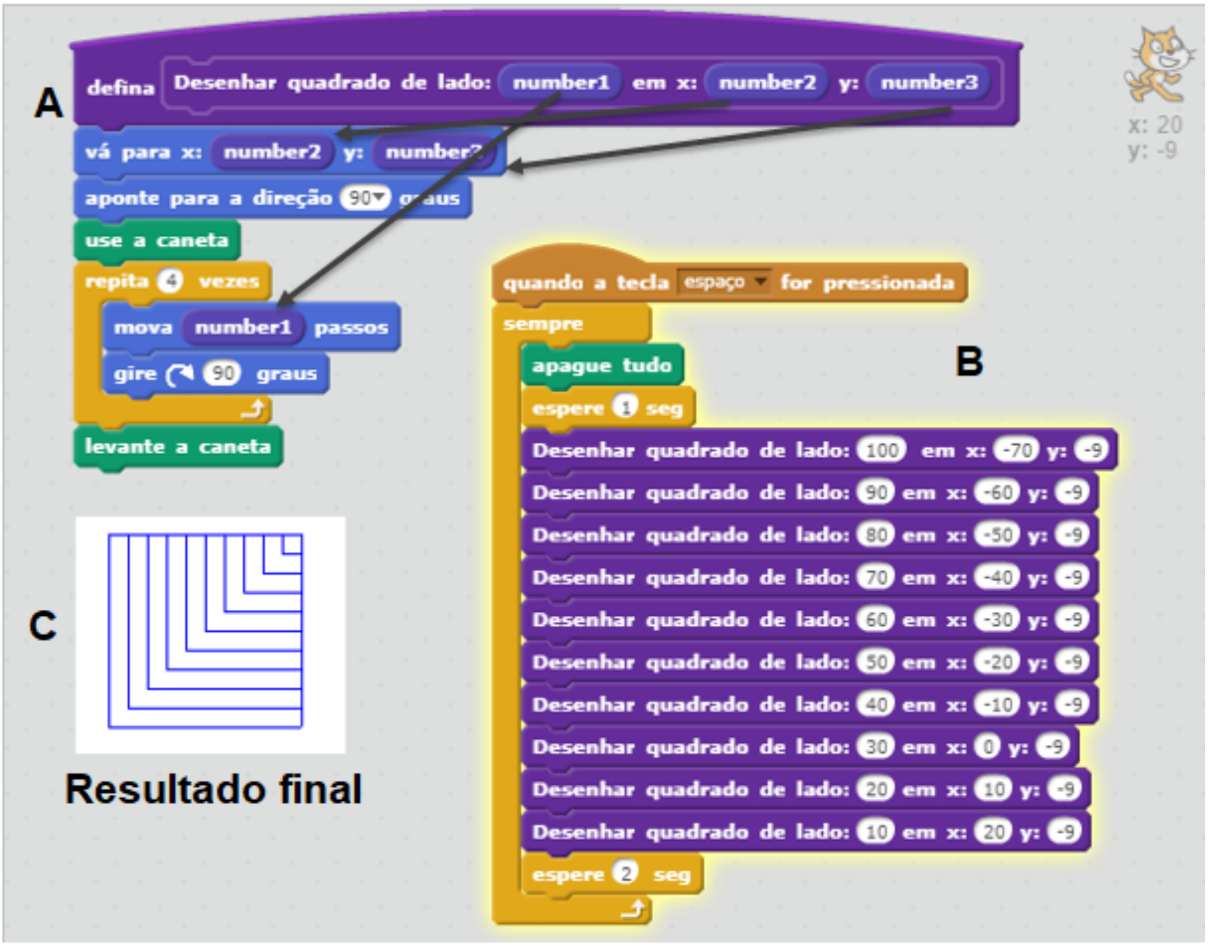

Figura 20 - Uma aplicação da Categoria Mais Blocos.
Fonte da autora.

Alguns tutoriais apresentam o *Scratch* de forma fragmentada e o grande desafio para aprendizes e professores é a compreensão da composição de todos os comandos na criação de um projeto. Por isso, o texto apresentado, buscou conectar todos esses comandos de forma que o leitor compreendesse a noção de como se pensa computacionalmente. Cabe ao professor ou ao educador de tecnologia interessado em se aprofundar nesta ferramenta, entrar no *site* do *Scratch*, analisar alguns tutoriais, projetos compartilhados e criar seus próprios projetos. Sem dúvida, a melhor forma de aprender uma ferramenta computacional é colocando a mão na massa!

3.2. Análise e seleção de conteúdos da Geometria

A análise e seleção dos conteúdos de Geometria serão baseados nos documentos nacionais oficiais:

- Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática;
- Lei de Diretrizes e Base de Educação Nacional n° 9394, de 20 de dezembro de 1996.
- Base Nacional Comum Curricular.

O uso de recursos tecnológicos, segundo os PCN’s, traz algumas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática à medida que cresce o interesse dos alunos por projetos, atividades de investigação e exploração. Também, o uso do computador pode auxiliar no processo de construção do conhecimento, desenvolver autonomia no uso de softwares que possibilitam pensar, refletir, criar soluções e ainda fazer com que o aluno aprenda com seus erros. Inclusive a relação professor-aluno passa por uma mudança de maior proximidade, interatividade, colaboração e que é fundamental o profissional estar em um processo contínuo de formação. Com o desenvolvimento das tecnologias, trabalhadores em geral, precisam ser mais criativos e versáteis, com autonomia e iniciativa para resolver problemas em equipe.

O texto da BNCC, destaca o quanto os jovens têm se engajados cada vez mais como protagonistas da cultura digital e não apenas como consumidores, em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias e do acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, celulares, *tablets* e afins. No entanto, a análise das informações por parte desses jovens é superficial, com respostas curtas e imediatas.

Cabe a escola compreender e incorporar essas novas linguagens e educar os jovens para uma participação mais consciente, democrática e instituir novos modos de promover a aprendizagem.

Evidencia-se no BNCC o termo “uso de tecnologias” nas habilidades de quase todos os eixos temáticos da Matemática. Observa-se, por exemplo, no Eixo Probabilidade e Estatística, na coleta de dados, construção de tabelas e gráficos, está explícito “com e sem uso de tecnologias digitais”. Também em Geometria, a construção das figuras é feita em malhas quadriculadas, com os instrumentos de desenhos ou softwares. Com esta análise, observa-se que a tecnologia é um instrumento que surgiu para agregar no processo de aprendizagem do aluno e não para substituir outras atividades já propostas como materiais manipulativos ou de desenhos. As sequências didáticas que serão propostas neste trabalho, explorarão também outras habilidades sem o uso de tecnologias digitais, como o *Scratch*.

A Base Nacional Comum Curricular propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. As unidades temáticas são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística (BNCC, 2017).

Apesar do tema escolhido para este estudo ser a Geometria, em diversos momentos conteúdos de outros temas serão abordados, já que muitos deles estão correlacionados.

A análise e escolha dos conteúdos de Geometria para a elaboração das sequências didáticas será para os anos finais do Ensino Fundamental, ou seja, do 6º ao 9º ano.

Cada componente curricular do BNCC, apresenta um conjunto de habilidades. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) e são organizados em unidades temáticas.

As Tabelas 1, 2, 3 e 4 mostram uma seleção de objetos do conhecimento e suas habilidades, separadas por ano, das quais algumas delas serão elaboradas as sequências didáticas propostas.

Tabela 1 - Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades do 6º ano.

6º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares. Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas plano cartesiano ou tecnologias digitais.	Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

6º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
Grandezas de Medidas	Ângulos: noção, usos e medida.	Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Fonte: Extraído do documento final da BNCC.

Tabela 2 - Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades do 7º ano.

7º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	A circunferência como lugar geométrico	Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

7º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.
	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
	Ângulos internos e externos de polígonos regulares	Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos, à confecção de ferramentas e peças mecânicas, entre outras.

7ºano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
	Simetrias de translação, rotação e reflexão	Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou s*oftwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Fonte: Extraído do documento final da BNCC.

Tabela 3 - Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades do 8º ano.

8º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Congruência de triângulos e demonstrações de Propriedades de quadriláteros	Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

8º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.

Fonte: Extraído do documento final da BNCC.

Tabela 4 - Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades do 9º ano.

9º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica.

9º ano Unidades Temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Semelhança de triângulos	Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
	Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: Teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por retas secantes.
	Distância entre pontos no plano cartesiano	Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

Fonte: Extraído do documento final da BNCC.

3.3. Propostas de sequências didáticas

As propostas de sequências didáticas escolhidas e desenvolvidas pela autora estão dispostas na Tabela 5. Elas estão distribuídas em temas e baseadas na BNCC. Alguns conteúdos são retomados e aprofundados em anos posteriores, já que o currículo é em espiral, ou seja, os conteúdos são retomados em vários momentos com uma complexidade gradativa. Portanto, algumas atividades podem ser adaptadas, ou simplesmente aplicadas em anos posteriores.

Tabela 5 – Conteúdos selecionados para as sequências didáticas.

Nº do Tema	Anos	Conteúdos
1	6º e 7º	Polígonos regulares.
2	7º	Condição de existência de um triângulo.
3	6º e 7º	Classificação de triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados.
4	6º e 8º	Classificação dos quadriláteros e suas propriedades.
5	7º e 8º	Transformações geométricas: reflexão, translação e rotação.
6	9º ano	Teorema de Pitágoras.
7	6º a 9º anos	Fractal: triângulo de Sierpinski.

Fonte da autora.

Cabe ao professor, selecionar as atividades mais adequadas à sua turma, pois nem sempre haverá tempo, materiais ou recursos tecnológicos disponíveis na escola.

3.3.1. Polígonos regulares

Objetivo

Aplicar uma sequência didática sobre polígonos regulares e seus elementos a partir da construção e exploração de figuras poligonais variadas, utilizando o *software Scratch*.

Conteúdos

Polígonos, conceito, elementos, nomenclatura, polígonos regulares, construção de polígonos usando o *software Scratch*.

Duração - 6 aulas.

Ano - 6º.

Material - Computador, *pendrive*, cartolina, régua, tesoura, cola, transferidor, lápis e borracha.

Desenvolvimento

1ª Etapa

Inicia-se a aula construindo o conceito de polígono e discutindo com a turma elementos naturais e físicos que têm formas de polígonos.

Após a definição de polígono, a formação de sua palavra, apresentar as nomenclaturas de acordo com o número de lados. Diferenciar polígonos convexos de não-convexos. Definir polígono regular e mostrar alguns exemplos para a turma.

Atividade em dupla

Utilizar a internet, revistas ou fotos para coletar imagens que contenham polígonos. Pedir para classificá-los em regulares ou não e dizer o seu nome de acordo com o número de lados.

Solicitar a impressão ou o recorte das imagens selecionadas como lição de casa. Entregar uma cartolina para cada dupla e fazer a colagem das figuras. Apresentar os resultados para toda a turma e expor suas produções.

2ª Etapa

Entregar aos alunos dois modelos de polígonos regulares com seus ângulos externos destacados, de acordo com a Figura 21. Pedir para recortar os ângulos externos de cada figura e colá-los todos juntos.

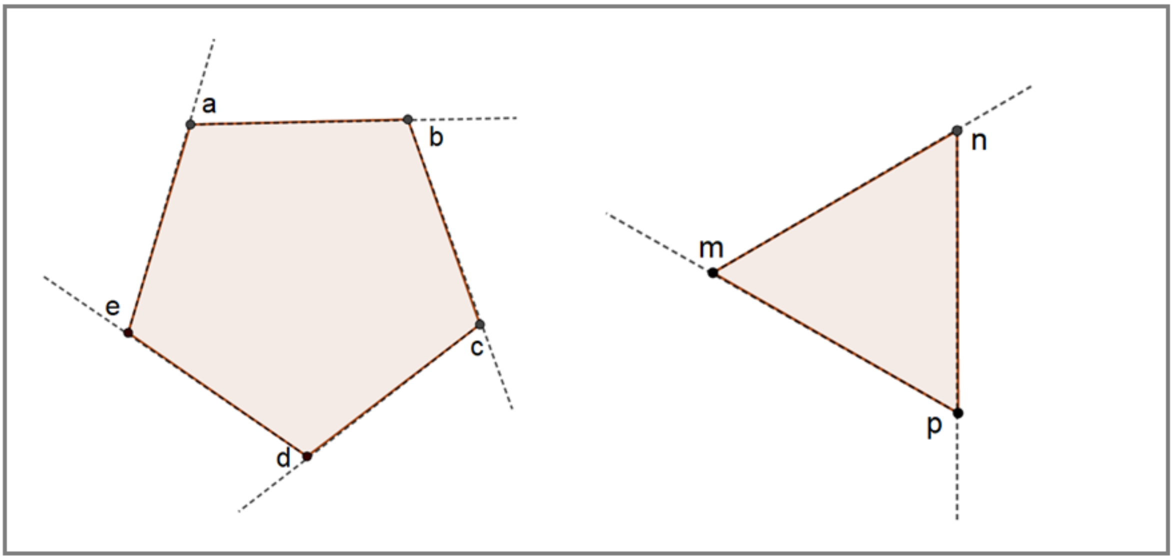

Figura 21 – Modelos de polígonos com os ângulos externos destacados.
Fonte da autora.

Fazer as seguintes perguntas:

"_ O que vocês observaram? Que ângulo foi formado e qual a sua medida?"

3ª etapa

Levar os alunos ao laboratório de informática para realizar as atividades com o *software Scratch*. Entregar uma ficha contendo as atividades propostas a seguir e pedir para que cada aluno salve suas programações em um pendrive. Veja o modelo proposto para um estudo inicial de polígonos.

Atividade1 - A Figura 22 mostra duas programações. Quais são essas formas geométricas? Utilize o *Scratch* para testá-las e proponha uma maneira mais simplificada para suas programações, já que vários comandos se repetem.

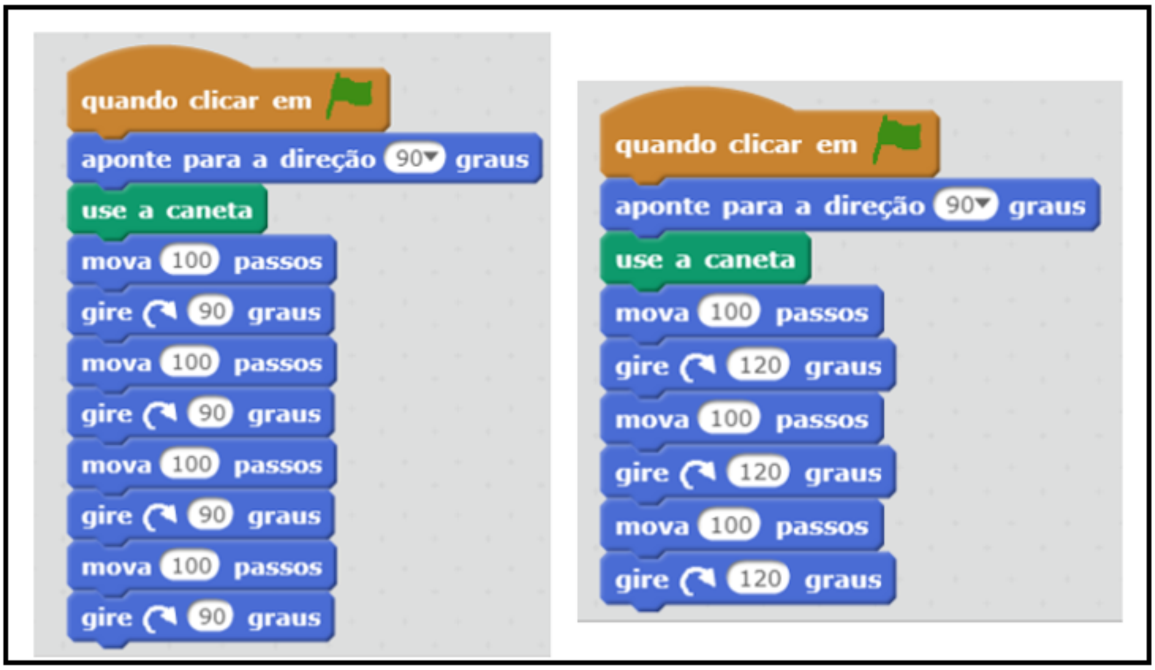

Figura 22 – Programação do quadrado e do triângulo equilátero.
Fonte da autora.

Atividade 2 – A programação mostrada na Figura 23 é de um retângulo. Modifique os comandos para você criar outro retângulo de tal forma que seu comprimento seja igual ao dobro de sua largura, mais 20 passos.

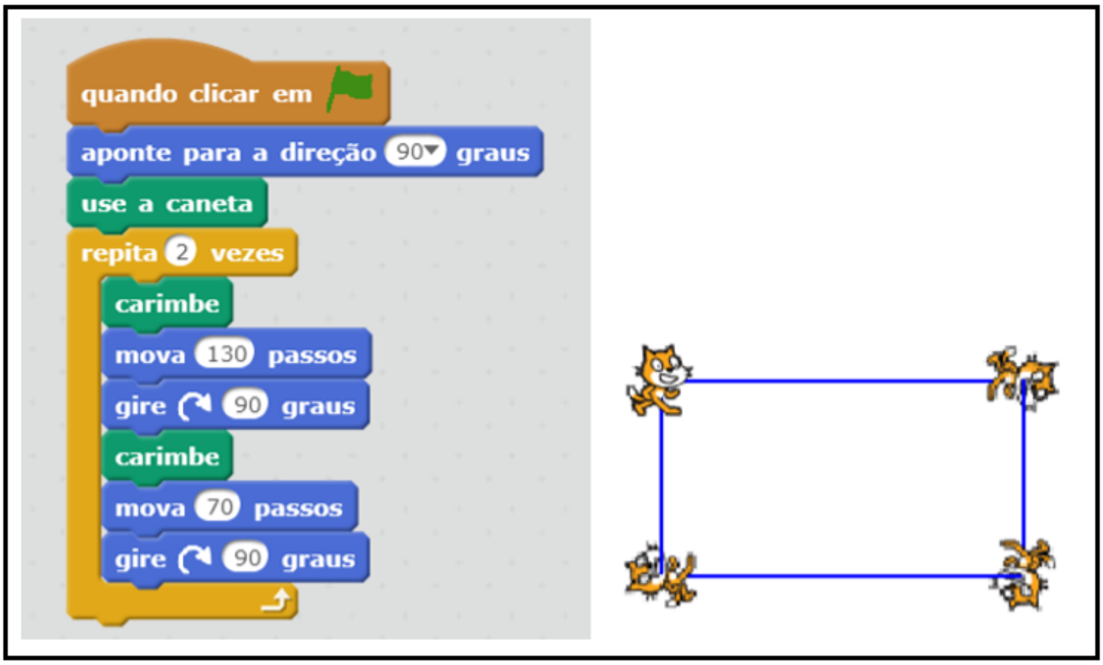

Figura 23 - Programação de um retângulo para ser modificado.
Fonte da autora.

Atividade 3 - Na Figura 24, observe a construção de um hexágono regular e responda:

Por que o gato virou 60º? Mostre na figura a localização deste ângulo. Como é chamado este ângulo?

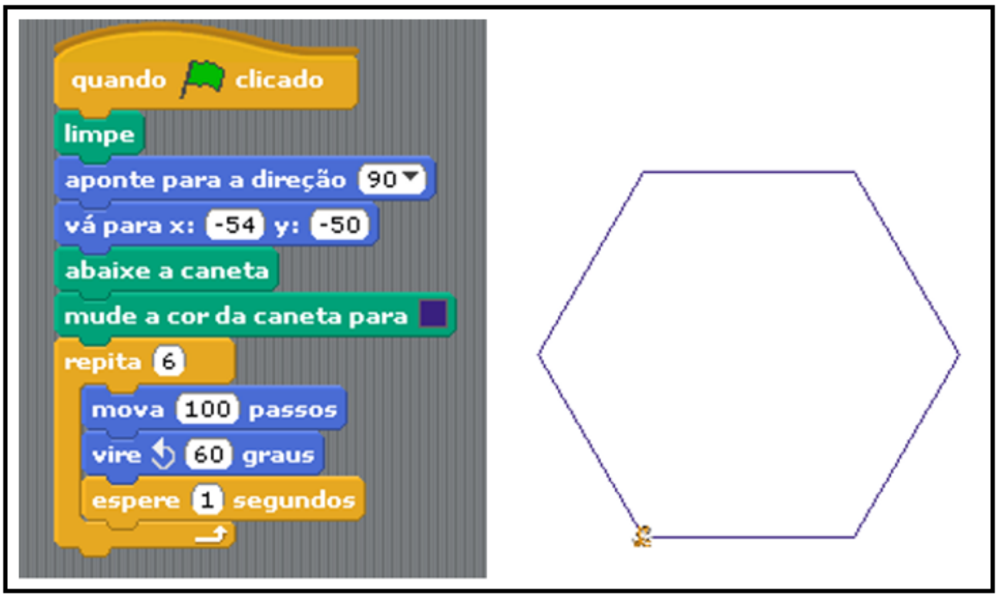

Figura 24 - Construção de um hexágono regular.
Fonte da autora.

Atividade 4 - Construa no *Scratch* um octógono regular como o esboço da Figura 25. Você já sabe que ele possui 8 lados. Antes de começar sua programação, descubra a medida do ângulo externo desse polígono regular.

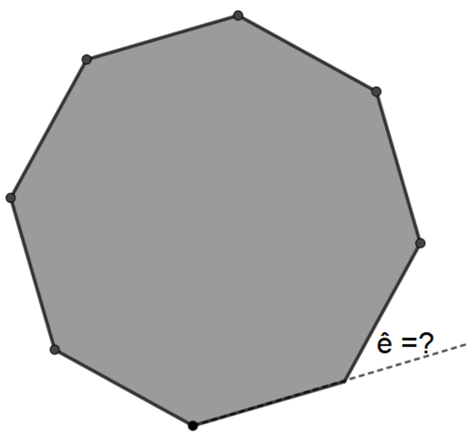

Figura 25 - Esboço de um octógono regular e o destaque para um ângulo externo.
Fonte da autora.

Atividade 5 - Agora você tem um desafio a resolver!

Uma professora solicitou aos seus alunos a seguinte programação:

“Construa um quadrado, gire 30°, construa novamente o mesmo quadrado, gire 30°, construa novamente o mesmo quadrado, gire 30°, até que este movimento de rotação dê uma volta completa”.

Responda:

a) Sabendo-se que uma volta completa possui 360º, quantos quadrados são necessários para essa construção?
b) Você já conhece a programação do quadrado e descobriu quantos deles são necessários. Então, use o *Scratch* para fazer a construção solicitada pela professora.
c) Duplique seu programa e troque o quadrado pelo hexágono regular.

O estudante quando descobre que são possíveis 12 quadrados, cria condições para resolver os dois programas, cujas respostas estão nas Figuras 26 e 27.

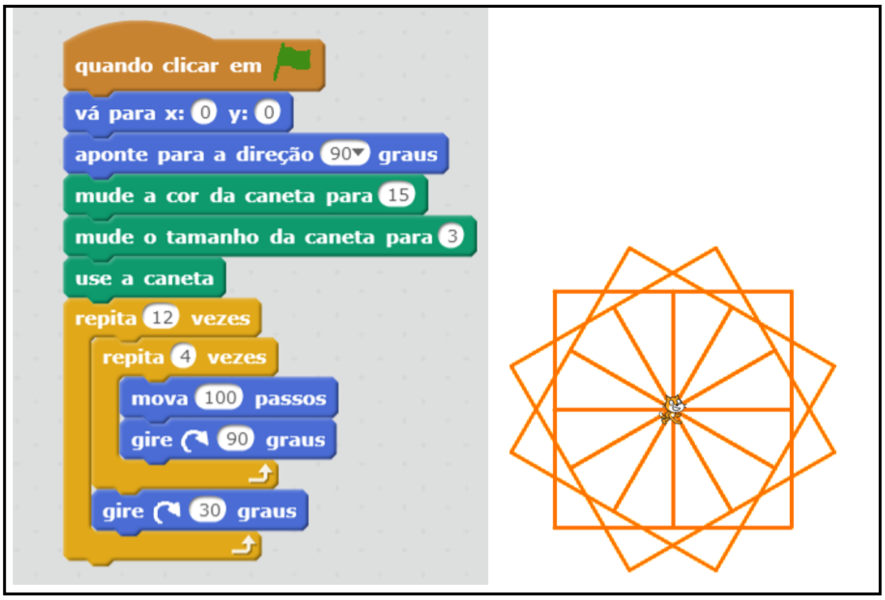

Figura 26 - Composição de quadrados com giros constantes.
Fonte da autora.

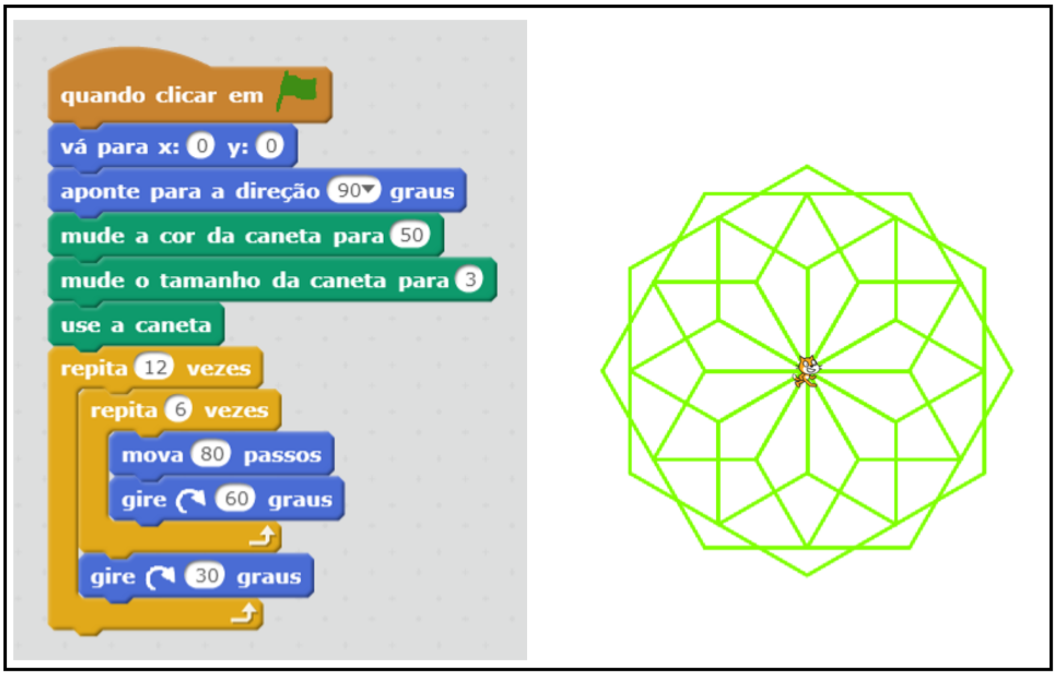

Figura 27 - Composição de hexágonos com giros constantes.
Fonte da autora.

4ª Etapa

Agora que você já fez todas as atividades no *Scratch*, preencha a Tabela 6 e depois responda as questões.

Tabela 6 - Estabelecendo relações e propriedades entre os elementos de um polígono regular.

Polígonos regulares	Número de lados	Número de ângulos	Valor do ângulo externo	Soma dos ângulos externos
Triângulo				
Quadrado				
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				
Octógono				
Eneágono				
Decágono				

Fonte da autora.

O que você percebeu sobre a soma dos ângulos externos de todos os polígonos regulares?

Se o polígono não fosse regular, mudaria o resultado da soma dos ângulos externos? Para construir um polígono regular no *Scratch*, o personagem precisa virar para a direita ou para a esquerda um determinado ângulo. Que cálculo você poderia fazer para encontrar este ângulo?

É possível usar o mesmo cálculo para determinar o ângulo externo de um polígono convexp que não seja regular?

Outros questionamentos e descobertas surgirão ao longo da investigação. Alguns alunos perceberão que a soma de um ângulo interno com o ângulo externo adjacente a ele, corresponde a 180º. Obtendo-se a medida do ângulo interno de um polígono regular, é possível determinar a soma de todos os ângulos internos, fazendo o produto desse ângulo pela quantidade deles.

5ª etapa

Avaliação - Projeto no *Scratch* sobre Polígonos Regulares.

Formar duplas e criar no *Scratch* um projeto sobre Polígonos Regulares, incluindo conceitos e animações dos seguintes polígonos regulares: triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, heptágono, octógono, eneágono e decágono. Para inovar a aula, o professor pode produzir um projeto no *Scratch* com falas e outras animações, solicitando este trabalho para seus alunos. A autora, criou a "Missão D.G." e está disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/239091192/.

As Figuras 28.1 e 28.2 ilustram parte de um projeto desenvolvido por dois alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Ele está disponível na plataforma do *Scratch* em: https://scratch.mit.edu/projects/176409139/.

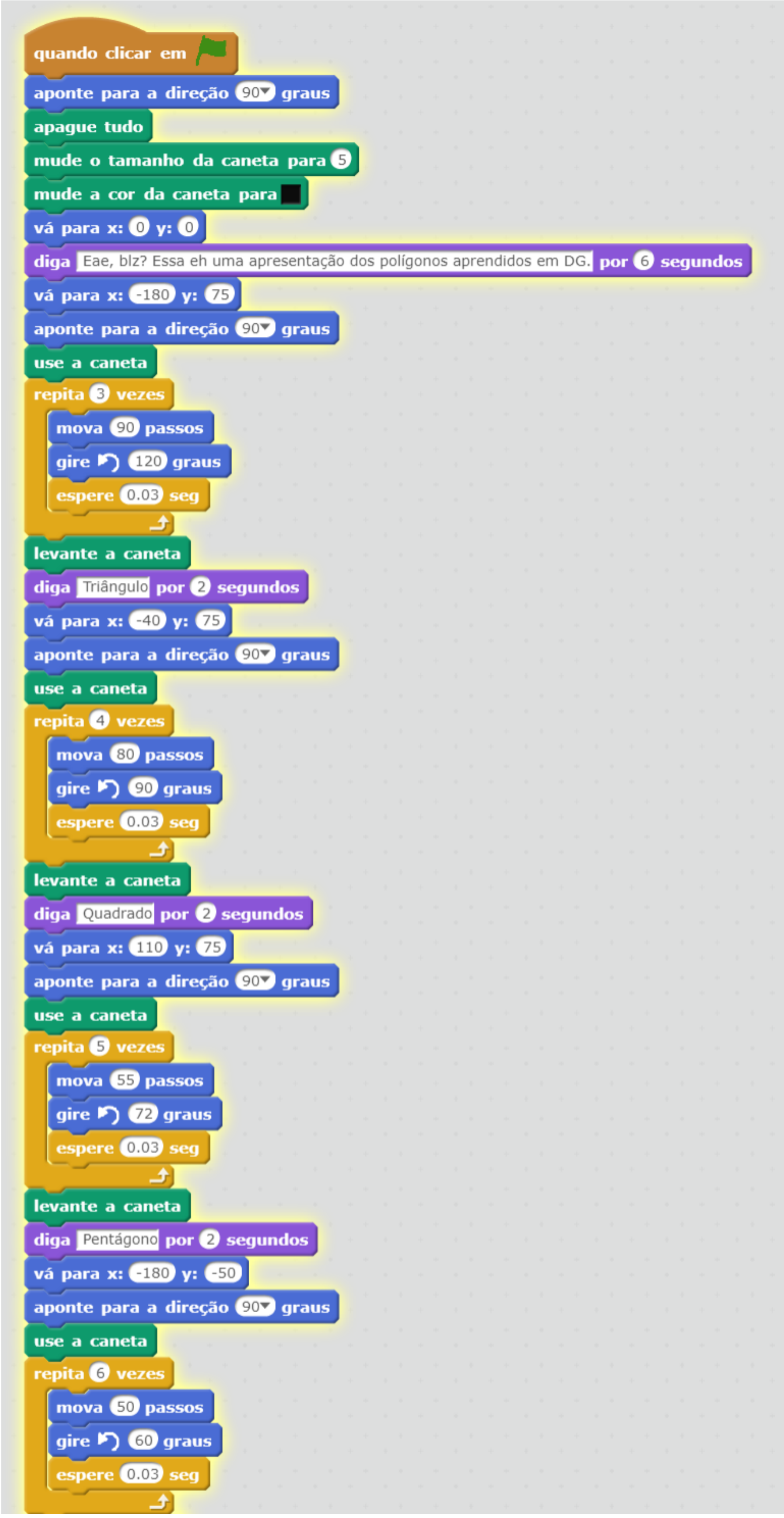

Figura 28.1 - Programação no *Scratch* da construção de polígonos regulares e a visualização do projeto.
Fonte da autora.

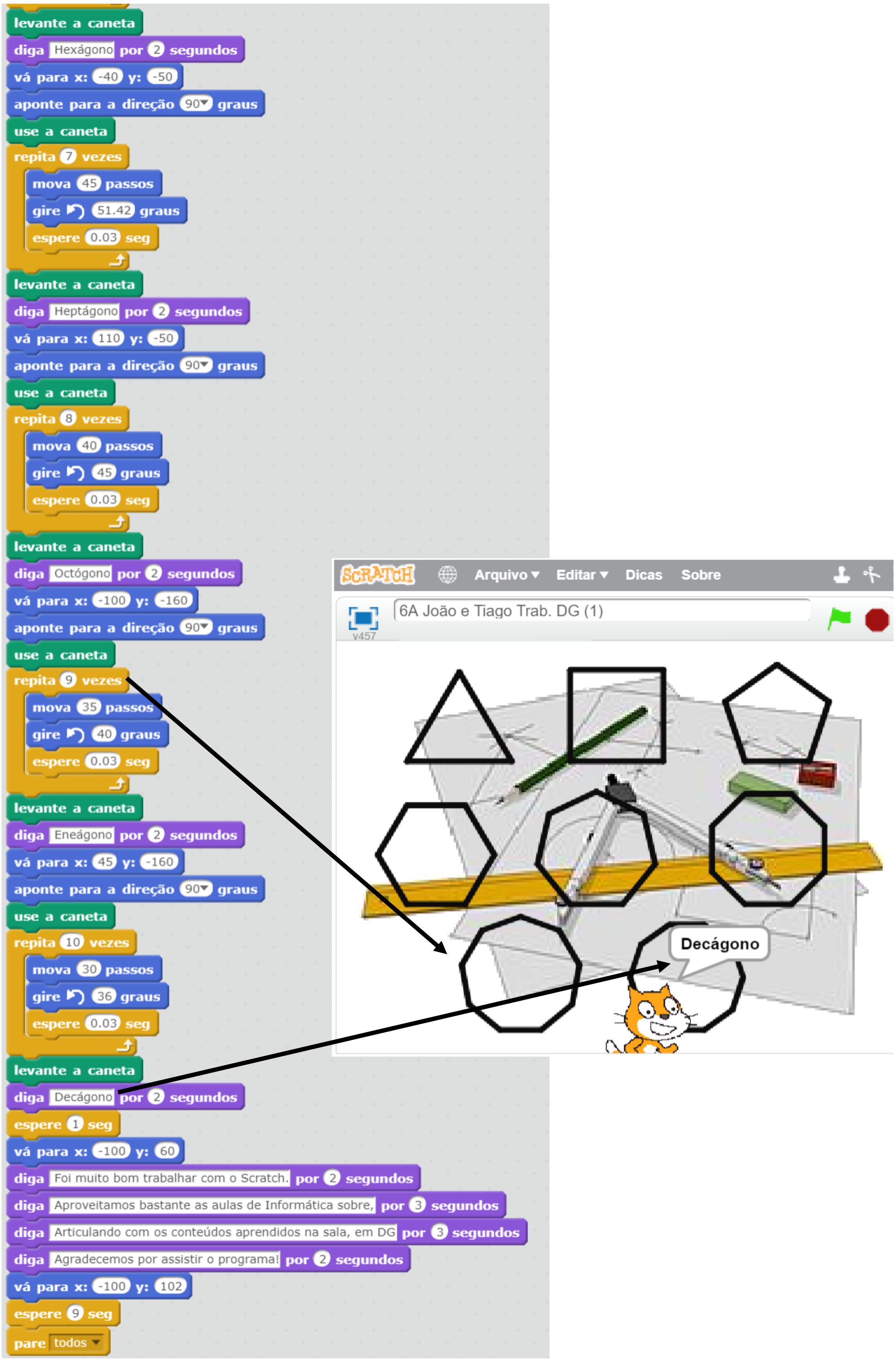

Figura 28.2 - Continuação da programação no *Scratch* da construção de polígonos regulares e a visualização do projeto.
Fonte da autora.

Durante o desenvolvimento do projeto apresentado sobre polígonos regulares, alguns alunos tiveram a ideia de usar o operador *divisão* para efetuar o cálculo do ângulo externo de cada polígono. No caso do heptágono foi interessante, pois a medida do ângulo externo não é um número inteiro e, no *Scratch*, pode-se obter resultados com muitas casas decimais, proporcionando construções geométricas mais precisas. Observa-se na Figura 29, o fragmento de um outro projeto sobre Polígonos Regulares. Ele pode ser acessado em: https://scratch.mit.edu/projects/175638501/.

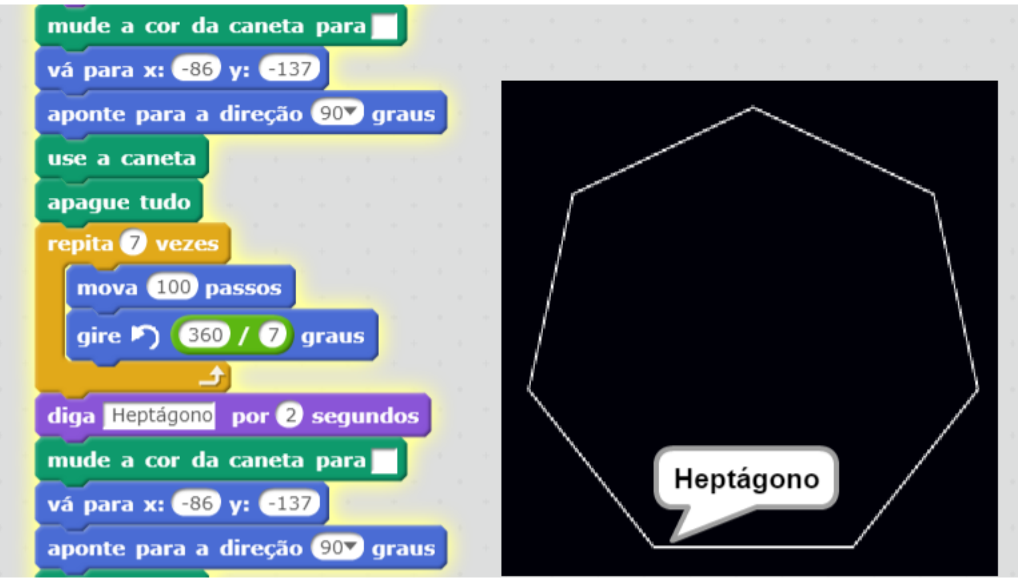

Figura 29 - Uso do comando operador para o cálculo do ângulo externo de um polígono regular.
Fonte da autora.

Avaliação do *Scratch* sem o uso do computador

Existe a possibilidade de o educador aplicar para sua turma uma prova escrita sobre o *Scratch* sem o uso do computador. Após todas as atividades realizadas e com o domínio de alguns comandos, o professor pode elaborar situações problema relacionando o conteúdo com o *Scratch*. No Apêndice deste trabalho, pode-se consultar uma sugestão de prova criada pela autora, envolvendo o tema desta sequência.

3.3.2. Condição de existência de um triângulo

Objetivos

Construir triângulos, usando régua e compasso e reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados. Relacionar esta condição a uma propriedade conhecida como desigualdade triangular. Desenvolver uma programação no *Scratch* para verificar a existência de um triângulo.

Conteúdos - Triângulos, condição de existência e desigualdade triangular.

Duração - 3 aulas.

Ano - 7º.

Material - régua, compasso, folha sulfite, computador (*software* Geogebra e *Scratch*).

Desenvolvimento

1ª Etapa

Como motivação, propor uma situação-problema para que durante o desenvolvimento da sequência os alunos tenham a possibilidade de resolvê-la.

Problema:

Sílvio construirá um jardim em forma de triângulo conforme Figura 30. Ele imaginou construir o triângulo com as seguintes medidas de lados: 11 metros, 6 metros e 4 metros. Ele não fez nenhum esboço ou construção geométrica para saber se é possível. Será que o Sílvio pode construir esse jardim?

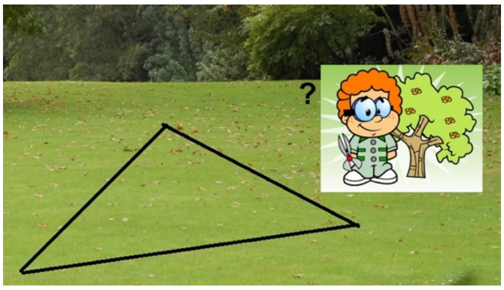

Figura 30 - Ilustração de um jardim para situação-problema.
Fonte da autora.

Construção de triângulos com régua graduada.

Propor aos estudantes que desenhem com régua, em seus cadernos, um triângulo tal que dois de seus lados tenham medidas iguais a 3 cm e 4 cm. Escrever na lousa as possíveis respostas que eles encontraram para o terceiro lado.

Fazer as seguintes perguntas:

a) É possível um lado ter medida zero? Alguém encontrou alguma medida entre 0 e 1? Se não, propor para algum aluno(a) explicar e fazer um esboço na lousa.

b) É possível um lado ter medida 7? Se fosse 7, como seria sua representação geométrica? Propor para outro aluno fazer um esboço na lousa.

Diante de todos os resultados apresentados pelos estudantes, estabelecer um valor mínimo e máximo possíveis para o lado do triângulo. Apresentar todos os símbolos de desigualdades e representá-los da forma $1 < l < 7$, sendo l a medida do lado de um triângulo. A Figura 31, ilustra a discussão proposta e a impossibilidade de construção de um triângulo com as medidas apresentadas.

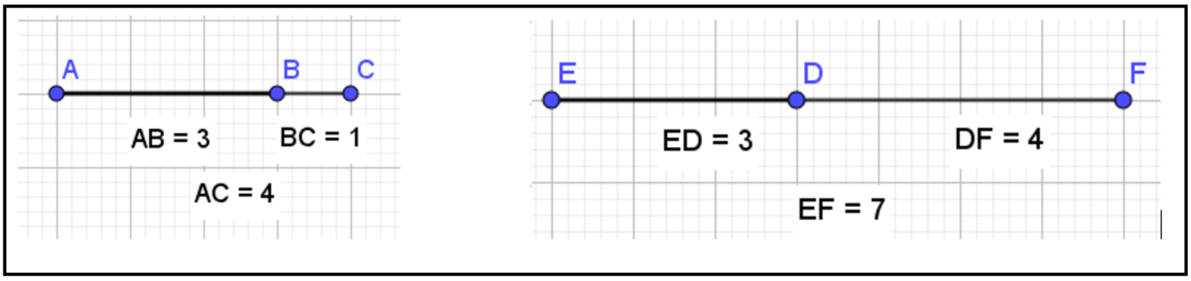

Figura 31 - Possíveis representações das medidas dos lados que não formam triângulos, discutidas nas perguntas (a) e (b).
Fonte da autora.

2ª Etapa

2a) Construção de triângulos com régua graduada e compasso.

Nesta atividade, é importante que o professor tenha ensinado construção de triângulos com régua e compasso, conhecendo-se os três lados do triângulo. Solicitar a construção dos possíveis triângulos, dados os seguintes lados:

a) 5 cm, 5 cm e 5 cm
b) 3 cm, 5 cm e 8 cm
c) 4 cm, 5 cm e 6 cm
d) 4 cm, 4 cm e 7 cm

Após todas as tentativas de construção, discutir com os estudantes quais triângulos não foram possíveis de serem construídos e se saberiam explicar o motivo. Perguntar se observaram alguma relação entre os lados dos triângulos existentes. Caso tenham percebido, pedir para a turma explicar uma condição que estabeleça a existência do triângulo. Inclusive, exemplificar esta condição com as construções realizadas. Em seguida, solicitar aos estudantes que registrem suas conclusões em seus cadernos, com o auxilio do professor.

2b) Uso do *software* Geogebra na investigação da condição de existência de um triângulo.

O *software* Geogebra é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única interface. Ele é livre, de fácil manuseio e permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como, permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. O Geogebra pode ser instalado na máquina ou pode ser usado *online*. O *site* do Geogebra é https://www.geogebra.org/.

A Figura 32 mostra uma atividade do Geogebra que pode ser encontrada diretamente em https://www.geogebra.org/m/N3k6m3fV. Ela tem como proposta, fixar dois lados de um triângulo, mover o terceiro lado e perceber uma relação entre as medidas dos lados para a existência do triângulo.

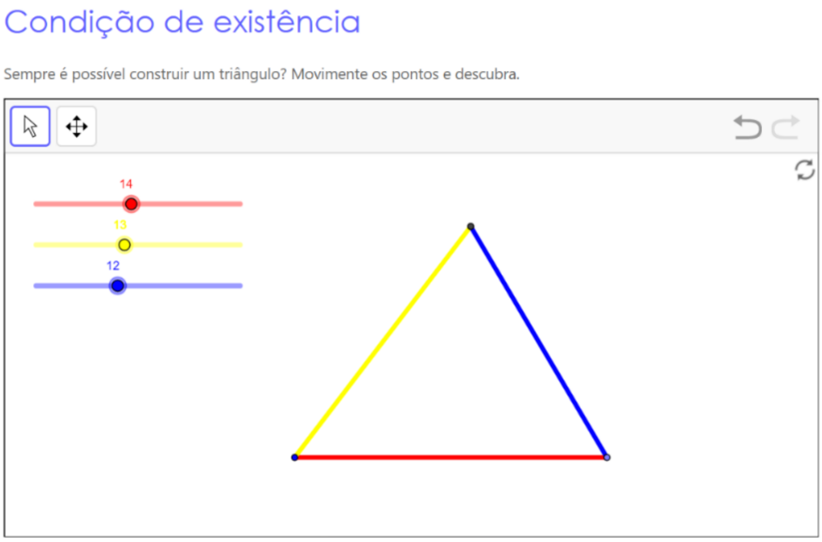

Figura 32 - Manipulação do triângulo no Geogebra para o estudo da Condição de Existência.
Fonte: Geogebra.

A Tabela 7 é para o aluno estabelecer relações entre as medidas dos lados dos triângulos. Ela foi preenchida com alguns exemplos para o leitor, mas deve ser entregue em branco para a realização da atividade.

O conceito de módulo é visto no 7º ano do Ensino Fundamental dentro do conteúdo de Números Inteiros. Antes do preenchimento da Tabela 7, retomar o conceito de módulo, para indicar o valor absoluto quando alguma diferença entre as medidas dos lados for um número negativo. Mediar os alunos de modo que percebam as relações de desigualdades entre o lado móvel e os resultados das duas últimas colunas da tabela.

Tabela 7 – Registro dos valores durante a manipulação dos lados do triângulo no Geogebra.

Existência do triângulo	Medida do lado vermelho	Medida do lado amarelo	Medida do lado azul	Módulo da diferença das medidas dos lados fixos	Soma das medidas dos lados fixos
Existe	14 (lado móvel)	13 (lado fixo)	12 (lado fixo)	$\lvert 13 - 12 \rvert = 1$	13 + 12 = 25
Existe	4 (lado fixo)	11 (lado móvel)	14 (lado fixo)	$\lvert 4 - 14 \rvert = 10$	14 + 4 = 18
Existe	12 (lado fixo)	14 (lado fixo)	5 (lado móvel)	$\lvert 12 - 14 \rvert = 2$	12 + 14 = 26

Não existe	12 (lado fixo)	14 (lado fixo)	1 (lado móvel)	$\|12 - 14\| = 2$	12 + 14 = 26
Não existe	12 (lado fixo)	14 (lado fixo)	27 (lado móvel)	$\|12 - 14\| = 2$	12 + 14 = 26

Fonte da autora.

Feita a discussão e diante das relações existentes, cabe ao professor enunciar a condição de existência de um triângulo, conhecida também como desigualdade triangular: “Em todo triângulo, cada lado tem comprimento menor que a soma dos comprimentos dos outros dois lados”. A demonstração desta desigualdade triangular, encontra-se no Apêndice, página 148.

Como nesta atividade, obtém-se o valor mínimo e máximo de um lado do triângulo, fixando-se os outros dois lados, pode-se escrever a desigualdade triangular de outra maneira: “Para construir um triângulo é necessário que a medida de qualquer um dos lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois lados e maior que o valor absoluto da diferença entre essas medidas”.

A notação algébrica desta condição de existência é importante ser apresentada ao aluno, para facilitar o desenvolvimento da programação no *Scratch*. Assim, sendo a, b e c as medidas dos lados de um triângulo ABC, conforme a Figura 33, deve valer:

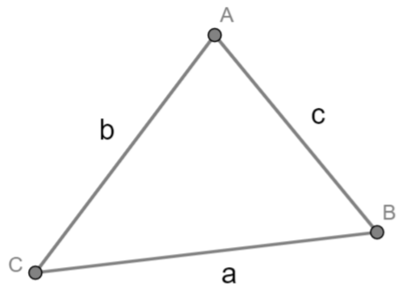

Figura 33 – Representação de um triângulo qualquer.
Fonte da autora.

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < a + c \Rightarrow b - c < a \\ c < a + b \Rightarrow c - b < a \end{cases}$$

Donde podemos escrever:

$$|b - c| < a < b + c.$$

3ª Etapa

Propor aos alunos uma programação no *Scratch* para verificar se três medidas podem ser lados de um triângulo. Nesta atividade, o estudante desenvolverá sua habilidade nas expressões de lógica, utilizando blocos de comandos como operadores condicionais e lógicos.

A Figura 34 ilustra parte de uma programação desenvolvida pela autora e disponível na plataforma do *Scratch* em: https://scratch.mit.edu/projects/204955434/.

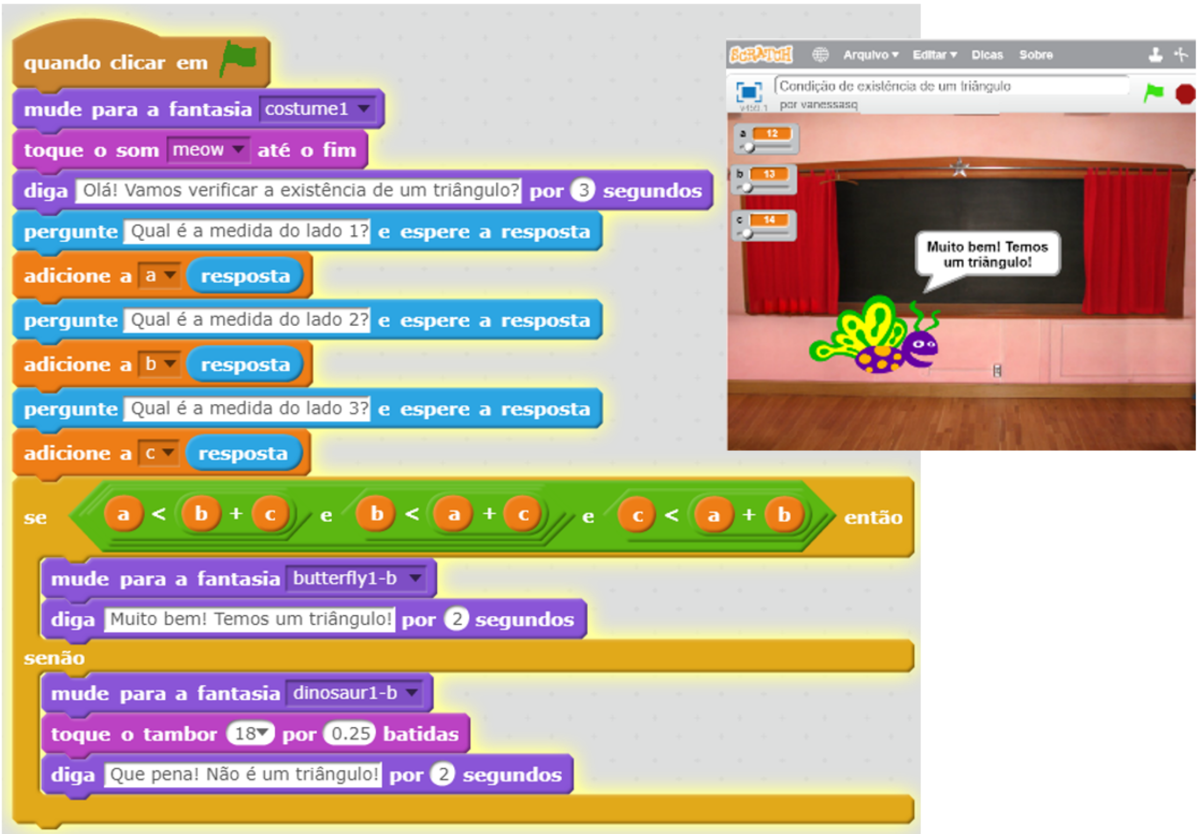

Figura 34 - Programação no Scratch que verifica a existência de um triângulo, dadas as três hipotéticas medidas dos lados.
Fonte da autora.

Nesta programação, o aluno precisa criar três variáveis que serão respondidas de acordo com as perguntas realizadas pelo personagem. Utiliza-se o comando condicional, se / então / senão do bloco controle. Dentro da condição “se”, agrega-se os comandos do bloco Operadores: “e”, “<” e a adição.

Como desafio, propor a criação uma programação mais completa, usando o comando “módulo” do bloco Operadores. A segunda situação-problema da avaliação sugerida a seguir, pode servir de inspiração para o desenvolvimento de algum projeto no *Scratch*. Uma sugestão de programação encontra-se na área pessoal da autora em: https://scratch.mit.edu/projects/204963281/. Outros personagens podem ser inseridos, assim como, fundo de tela, falas e sons, já que o *Scratch* possibilita desenvolver a criatividade e o conhecimento de forma prazerosa, lembrando que *Passion* é um dos P’s para a aprendizagem criativa, segundo Mitchel Resnick.

Retomar o problema proposto no início desta sequência didática, solicitando que um aluno apresente a solução e proponha uma alternativa para o jardim do Sílvio, caso não seja possível de ser construído.

Avaliação

Este conteúdo pode ser avaliado em conjunto com outros temas, como classificação de triângulos. A seguir, algumas sugestões de questões.

1) Dois lados de um triângulo isósceles medem 38 cm e 15 cm. Encontre a medida possível do terceiro lado.

2) Em uma região plana, próxima a cidade de Alexandrópolis, deseja-se construir uma estrada retilínea ligando o km 43 da Rodovia Pitágoras, com o km 74 da Rodovia Euclides, conforme a Figura 35. Sabendo que essa ligação terá um número inteiro de quilômetros, quais as medidas, mínima e máxima, que ela poderá ter?

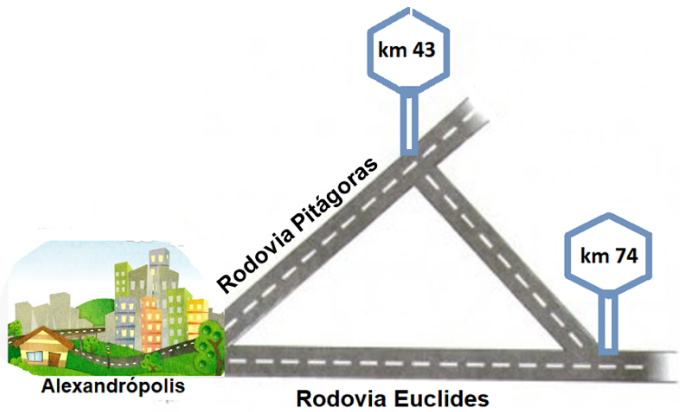

Figura 35 – Ilustração da situação-problema envolvendo condição de existência de um triângulo.

Fonte da autora.

3) Arthur possui cinco varetas (a, b, c, d e e) medindo respectivamente 2, 3, 5, 6 e 7 unidades, conforme a Figura 36.

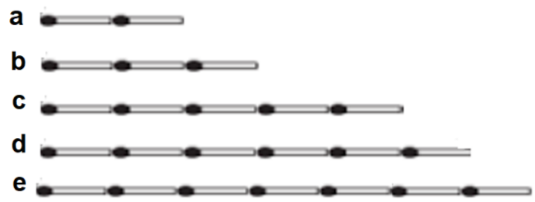

Figura 36 – Varetas e suas medidas em unidades de comprimento.
Fonte da autora.

a) Ele pegou três varetas e conseguiu formar um triângulo. Quais seriam as três medidas? Justifique sua resposta e construa o triângulo com régua e compasso.

b) Escreva os conjuntos possíveis de três varetas, nas quais Arthur não conseguiria formar triângulos. Justifique sua resposta.

3.3.3. Classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos

Objetivos

- Identificar as características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos;
- Construir triângulos, usando régua e compasso;
- Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas;
- Desenvolver no *Scratch* um programa para classificar triângulos, baseado nas medidas de seus lados e de seus ângulos. Também, programar a construção de um triângulo de acordo com sua classificação.

Conteúdo

Classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Duração - 4 aulas

Ano - 6º ano (Objetivos 1 e 4) e 7º ano (Objetivos 2, 3 e 4), segundo a BNCC.

Material - Régua, compasso, papel para dobraduras, palitos de picolés, tachinhas, canetas, vídeo e computador (programa *Scratch*).

Desenvolvimento

1ª Etapa – Rigidez do triângulo.

Discutir com os alunos e pedir para observarem na escola, em casa, na cidade a presença constante de triângulos, inclusive em grandes estruturas.
Propor uma investigação, solicitando exemplos de imagens e lance a pergunta de por que o triângulo é a forma geométrica mais utilizada na sustentação de grandes estruturas, como pontes, torres, prédios, telhados, etc. Compartilhar as imagens trazidas ou pesquisadas pelos alunos e as respostas que eles encontraram nesta investigação. Em seguida, apresentar um trecho do vídeo da TV Cultura "Matemática em toda parte"[8].

Atividade prática - Fica a critério do professor escolher uma ou todas as práticas.

Pedir para os alunos formarem duplas e trazerem 12 palitos de picolés e 12 tachas.
O objetivo é confeccionar um triângulo, um quadrado e um pentágono, como a Figura 37, para comprovar a rigidez do triângulo. Ao término da montagem, eles precisam movimentar os polígonos para tirarem suas conclusões.

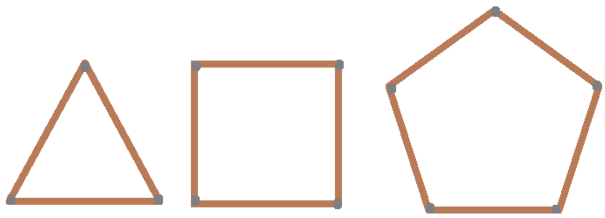

Figura 37 - Ilustração da atividade prática sobre a rigidez do triângulo.
Fonte da autora.

[8] O vídeo mostra a Matemática na construção e fala da rigidez do triângulo com um experimento para comprová-lo, inúmeros exemplos e, no fim, uma explicação sobre o traçado da construção de um triângulo com régua e compasso. Disponível em: https://tvescola.org.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-na-construcao.

2ª Etapa - Classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Retomar com os alunos, os conceitos relativos à classificação dos ângulos (reto, agudo e obtuso).

Atividade prática 1 - Construção e classificação de triângulos com os objetos dos alunos, palitos ou canudinhos.

A prática inicia com a classificação dos triângulos em relação aos ângulos. Pedir aos alunos que coloquem sobre a mesa suas canetas e seus lápis e formem um triângulo que contenha um ângulo reto. Analisar suas montagens, fazer colocações quando necessário e registrar um desenho na lousa, escrevendo sua classificação como Triângulo Retângulo. Perguntar aos alunos se é possível construir um triângulo com dois ângulos retos.

Novamente, solicitar a montagem de um triângulo que possua um ângulo obtuso, analisar as respostas, fazer um esboço na lousa e classificá-lo como Triângulo Obtusângulo. Perguntar se é possível fazer a montagem de um triângulo com dois ângulos obtusos.

E, por último, solicitar a montagem do triângulo que contém três ângulos agudos, esboçar o triângulo na lousa e classificá-lo como Triângulo Acutângulo.

Fazer a mesma prática para classificar os triângulos quanto aos seus lados. Registrar seus nomes com seus respectivos desenhos na lousa e solicitar aos alunos, o registro das informações no caderno. Neste momento, pode-se propor a seguinte indagação: “O triângulo equilátero, possui três lados congruentes, mas também possui dois lados congruentes. Podemos dizer que o triângulo equilátero é um triângulo isósceles?”

Propor a construção de outros triângulos, combinando as classificações dos lados com os ângulos, como triângulo retângulo isósceles ou triângulo obtusângulo escaleno.

Esta prática pode ser realizada também com a montagem e colagem de palitos ou canudos para a construção de triângulos, como mostra a Figura 38.

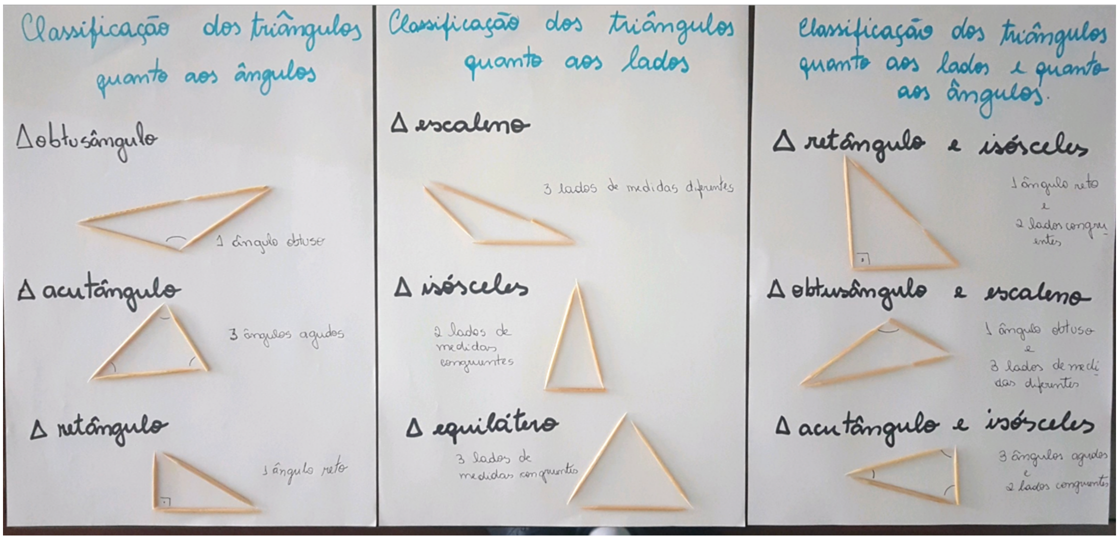

Figura 38 – Construção de triângulos com palitos e suas classificações.
Fonte da autora.

Atividade prática 2 – Origami.

Esta atividade é importante ser realizada em duplas ou trios, pois um aluno pode auxiliar o outro em momento de dúvida. Solicitar cinco folhas quadradas e uma retangular, de preferência papel para dobraduras.

Entregar uma folha com o passo a passo das dobraduras do triângulo equilátero e do triângulo isósceles, como mostra a Figura 39. Pedir para os alunos escreverem nas dobraduras a classificação de cada triângulo e indicar suas principais características, destacando os ângulos ou os lados.

Solicitar a investigação e propor como desafio as dobraduras de outros triângulos, como o conjunto de triângulos mostrado na Figura 39. Pedir para construírem triângulos compondo as duas classificações, por exemplo, o triângulo acutângulo isósceles.

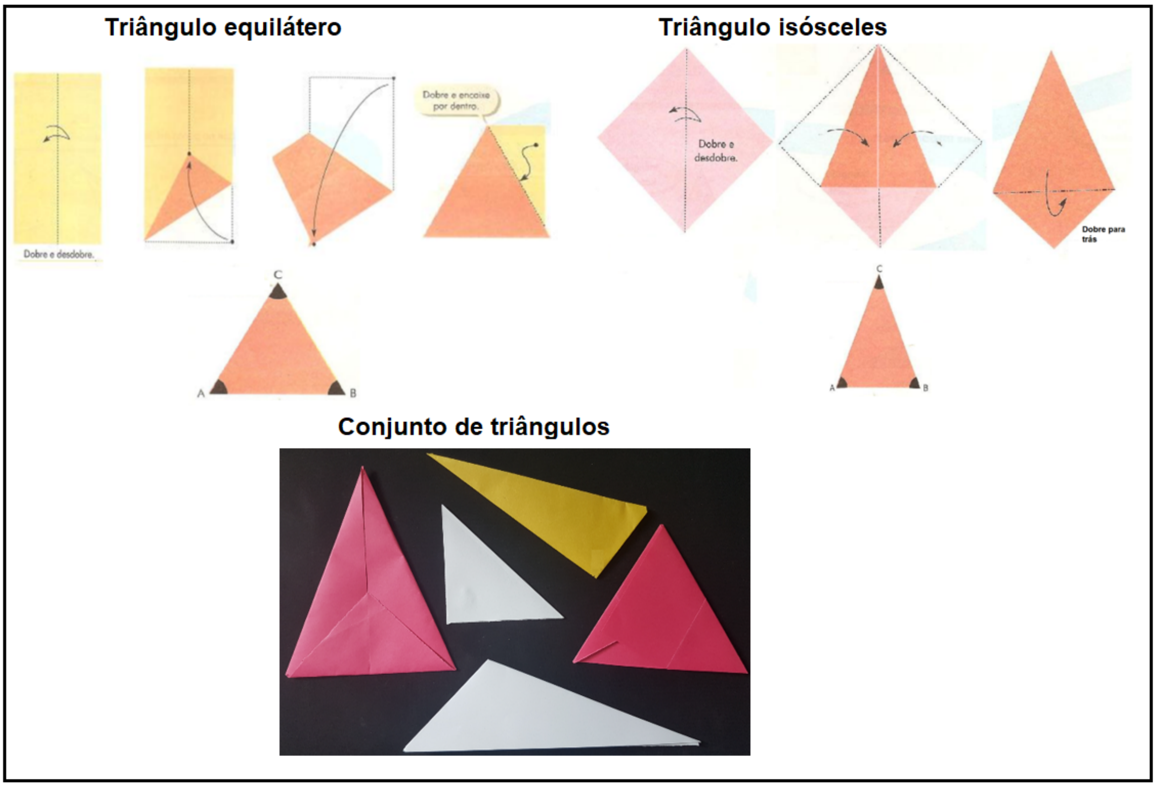

Figura 39 - Dobraduras de triângulos e suas classificações quanto aos lados e quantos aos ângulos.
Fonte da autora.

Durante a confecção das dobraduras, fazer algumas observações e questionamentos tais como:

- O triângulo equilátero possui três lados congruentes, mas seus ângulos são congruentes? Comentar que ele pode ser classificado também como equiângulo (ângulos congruentes).
- O que podemos observar em relação ao lado de um triângulo e seu ângulo oposto? Se dobrarmos o ângulo, o que acontece com seu lado oposto?

Na construção do triângulo isósceles, pedir para encontrarem o eixo de simetria e unir os dois ângulos da base que são congruentes. Identificar com os alunos o vértice, a base deste triângulo e concluir que no triângulo isósceles, dois lados são congruentes e seus ângulos da base também.

Introduzir a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, utilizando dobradura. Cada aluno escolhe um triângulo e encosta um vértice no lado oposto e os outros dois vértices, unidos ao primeiro. Assim, fica perceptível, como mostrado na Figura 40, que a soma das medidas dos três ângulos internos é igual a 180º.

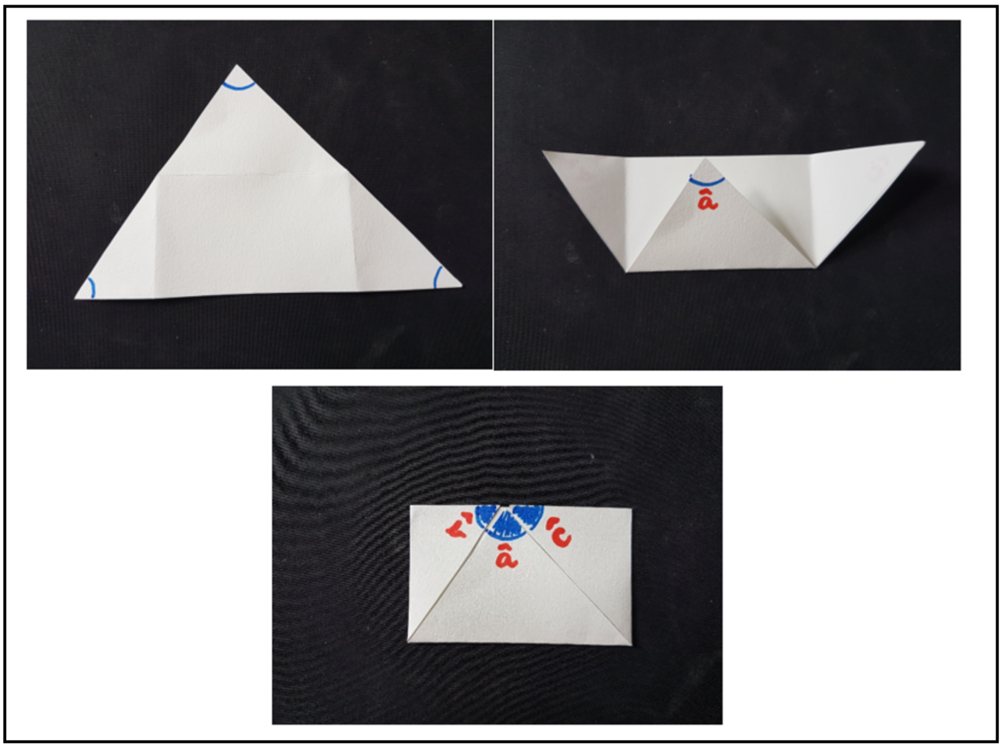

Figura 40 - Dobradura do triângulo para verificar a soma das medidas de seus ângulos internos.
Fonte da autora.

3ª Etapa – Construção de triângulos com régua, compasso e transferidor.

As próximas atividades são construções geométricas de triângulos e suas respectivas classificações. É necessário que o aluno tenha conhecimento sobre o traçado de ângulos com o transferidor.

Construção de triângulos com régua e transferidor

1) Observar os esboços da Figura 41 e construir, nas retas suportes, cada uma das figuras solicitadas, usando régua e transferidor.

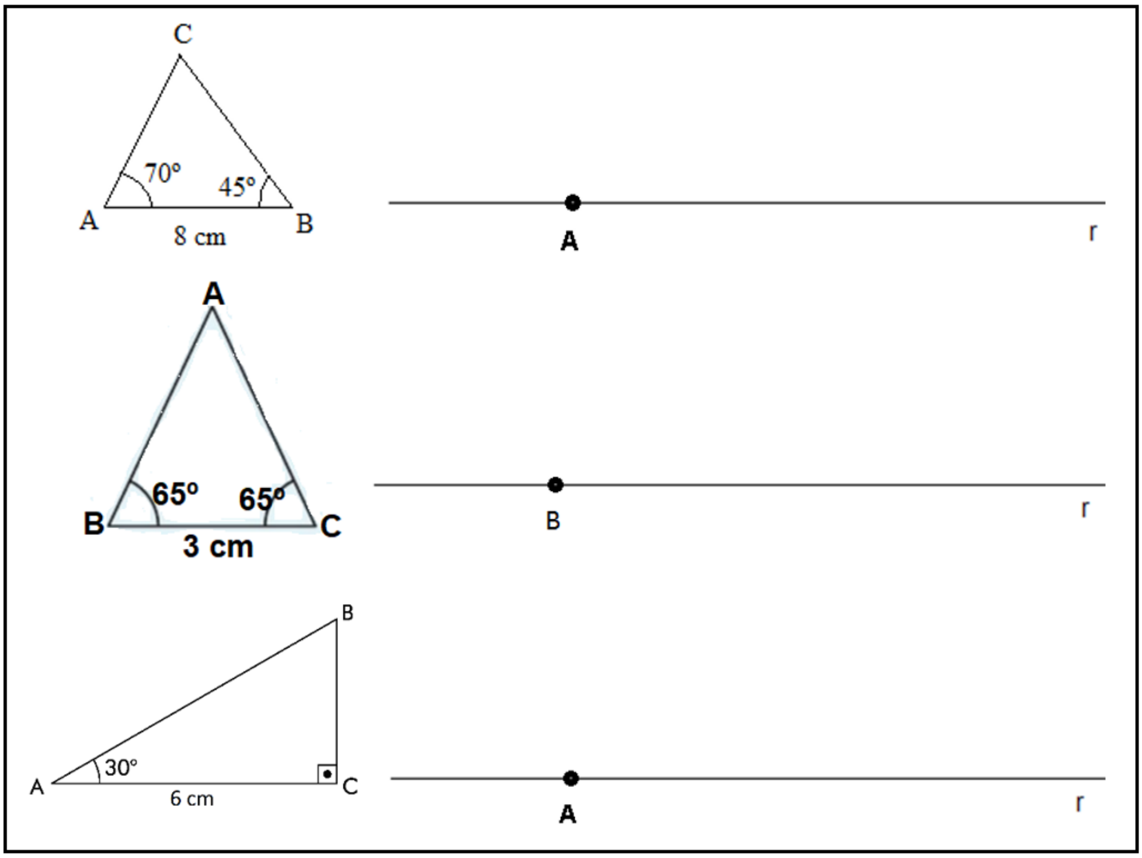

Figura 41 – Esboços de triângulos a serem usados na construção geométrica.
Fonte da autora.

2) Construir um triângulo ABC sendo dados: m($\overline{BC}$) = 7 cm, m(BÂC) = 75º e m(A$\hat{B}$C) = 45º .

3) Construir um triângulo EOU, sendo m(OÊU) = 70º, m($\overline{EU}$) = 8 cm e m(EÛO) = 30º. Classifique o triângulo EOU quanto aos ângulos.

4) Construa um triângulo ABO, dados: m(OÂB) = 100º, m($\overline{AO}$) = 6 cm e m(AÔB) = 30º. Classifique o triângulo ABO quanto aos ângulos.

Construção de triângulos com régua e compasso

5) Construa um triângulo escaleno RST, conhecendo as medidas de seus três lados: m($\overline{RS}$) = 6,5 cm, m($\overline{ST}$) = 5 cm e m($\overline{RT}$) = 4,5 cm.

6) Construa um triângulo equilátero ABC com a medida de cada lado igual a 45 mm.

7) Construa um triângulo isósceles ABC, sendo dados: m($\overline{AB}$) = m($\overline{AC}$) = 5,5 cm e m($\overline{BC}$) = 4,0 cm.

8) Construa um triângulo escaleno ABC, usando as medidas dos segmentos da Figura 42.

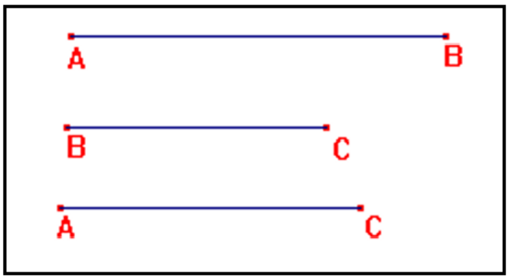

Figura 42- Construção de triângulo com régua e compasso, dados três segmentos sem as medidas explícitas.
Fonte da autora.

Avaliação - Elaboração de duas programações no *Scratch*.

Os projetos a seguir são propostas de avaliações que podem ser realizadas individualmente ou em duplas.

A primeira programação deverá conter todas as classificações dos triângulos (quanto aos lados e quanto aos ângulos), de tal forma que o usuário insira os valores e obtenha o nome correto do triângulo. Este projeto servirá para os alunos aprimorarem suas habilidades nas programações desenvolvidas no *Scratch*, assim como, sistematizar o conteúdo propondo atividades por meio da programação. As Figuras 43.1 e 43.2, mostram exemplos de programações que servirão de suporte na orientação dos alunos. Podem ser vistas em um único projeto e disponível em https://scratch.mit.edu/projects/205163753/. É importante deixar o aluno criar sua própria programação e analisar outras programações, mas o professor pode sugerir comandos que otimizam o processo. Por exemplo, com os comandos condicionais (se, então e senão), é possível, por meio do encadeamento deles, executar todas as classificações dos triângulos.

A segunda programação no *Scratch* seria um incremento da programação anterior. O aluno pode diversificar seu projeto, incluindo a construção do triângulo após sua classificação. Ele pode utilizar os dados das figuras que foram construídas com régua, compasso e transferidor.

Mostrar ao aluno que o esboço de seu projeto e as discussões em grupo são fundamentais antes de sua execução. Dê folhas de rascunho para que os alunos possam colocar primeiramente “no papel” suas ideias.

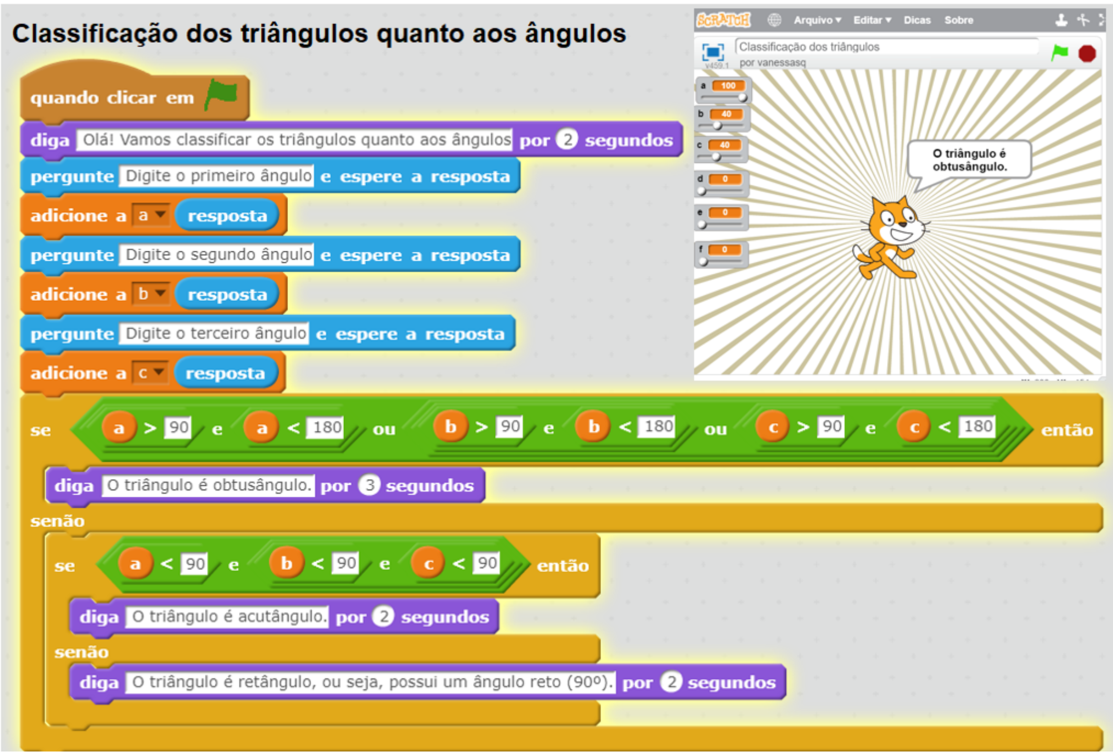

Figura 43.1 - Projeto no *Scratch* sobre a classificação dos triângulos quanto aos ângulos. Fonte da autora.

Figura 43.2 - Projeto no *Scratch* sobre a classificação dos triângulos quanto aos lados.
Fonte da autora.

3.3.4. Classificação e propriedades dos quadriláteros

Objetivos

6ºano - Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação aos lados e aos ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

8º ano - Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

Conteúdo - Classificação e propriedades dos quadriláteros.

Duração - 6 aulas.

Ano - 6º e 8º.

Material - régua, compasso, transferidor, esquadros, papel de dobradura, cartolina, computador, internet, câmera fotográfica e aplicativos: Geogebra e *Scratch*.

Desenvolvimento

1ª Etapa - Identificação de quadriláteros em construções, objetos e obras de arte.

Dividir a turma em grupos de quatro alunos e solicitar para que cada grupo pesquise imagens que contenham os seguintes quadriláteros notáveis: trapézios, paralelogramos, retângulos, losangos e quadrados. As imagens podem ser pesquisadas na Internet ou cada grupo fotografa ou desenha imagens de quadriláteros observados dentro do colégio. Pode-se criar um cartaz e anexar na sala de aula as imagens coletadas, contendo os nomes dos quadriláteros. O professor no decorrer de suas aulas, explorará essas figuras para identificar os elementos e as propriedades dos quadriláteros. Isso é parte de um processo que torna a aprendizagem visível, ou seja, incentiva os alunos a refletirem sobre seu trabalho e os professores a entenderem melhor o pensamento do aluno.

2ª Etapa - Construção de quadriláteros com régua e compasso.

Para a construção dos quadriláteros o aluno precisa ter o conhecimento de alguns traçados geométricos, tais como: bissetriz, mediatriz, ângulos, retas paralelas e altura. Antes da construção, o professor pode revisar com seus alunos os traçados básicos necessários para a atividade.

Caso o aluno não tenha aprendido construções de ângulos com o compasso, o professor indica o uso do transferidor. Se o aluno não tiver aprendido construção de retas paralelas ou perpendiculares com o compasso, o professor pode indicar o uso dos esquadros. Geralmente, os alunos de sextos anos utilizam mais o transferidor e os esquadros nessas construções. Para os de oitavo ano, o professor pode pedir apenas o uso da régua e do compasso, desde que os ângulos solicitados sejam construtíveis com o compasso.

Propostas de construções de quadriláteros com os instrumentos de desenho:

a) Construir um quadrado ABCD, com a medida do lado igual a 5 cm.

b) Construir um retângulo ABCD, com a medida da base m($\overline{AB}$) = 6,5 cm e altura m($\overline{BC}$) = 2,5 cm.

c) Observar os esboços dos quadriláteros representados na Figura 44 e construir, cada uma das figuras solicitadas.

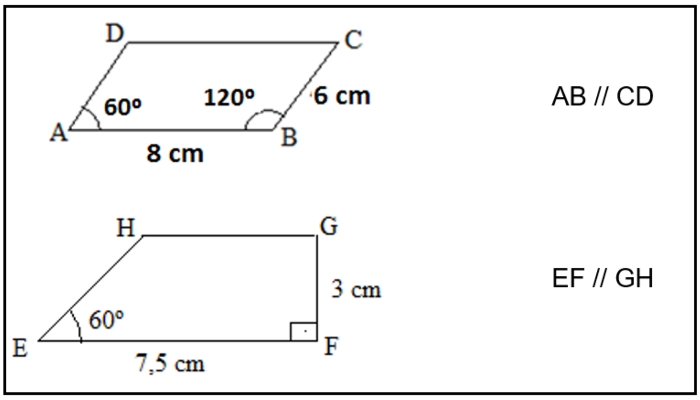

Figura 44 - Esboços de quadriláteros usados nas construções geométricas.
Fonte da autora.

d) Construir um trapézio EFGH, dados: $\mathrm{m}(\mathrm{F\hat{E}H}) = 45°$, $\mathrm{m}(\overline{\mathrm{EF}}) = 10\ \mathrm{cm}$, $\mathrm{m}(\mathrm{E\hat{F}G}) = 60°$, $\mathrm{m}(\overline{\mathrm{EH}}) = 7\ \mathrm{cm}$. (Resolução para o professor na Figura 45).

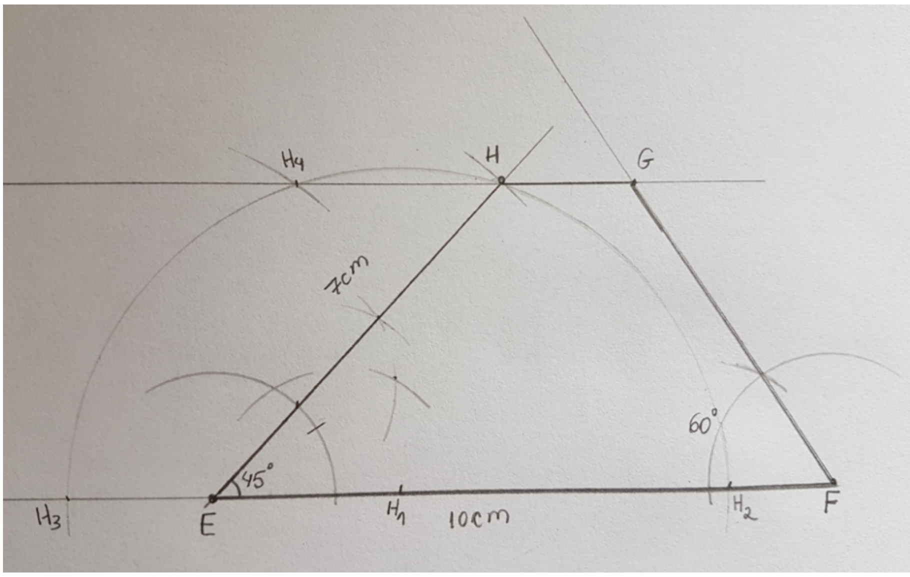

Figura 45 - Construção geométrica de um trapézio com régua e compasso.
Fonte da autora.

e) Construir um trapézio isósceles RSTU, dados $\mathrm{m}(\overline{\mathrm{RS}}) = 11\ \mathrm{cm},\ \mathrm{m}\left(\mathrm{U\hat{R}S}\right) \equiv \mathrm{m}\left(\mathrm{R\hat{S}T}\right) = 45°$ e $\mathrm{m}(\overline{\mathrm{RU}}) = 6\ \mathrm{cm}.$

f) Construir um paralelogramo ABCD sabendo que: m($\overline{AB}$) = 7 cm, m(BÂD) = 40° e m($\overline{AD}$) = 4 cm.

g) Construir um trapézio ABCD sabendo que: m($\overline{AB}$) = 8 cm, m(BÂD) = 60°, m($\overline{AD}$) = 4,5 cm e m($\overline{CD}$) = 3 cm.

h) Construir um losango sabendo que suas diagonais medem 3 cm e 7 cm.

3ª Etapa - Construção de quadriláteros por meio de dobraduras.

A atividade deve ser feita em pares para que ocorra investigação, discussão das possíveis dobraduras e registro das conclusões sobre as propriedades dos quadriláteros.

O professor pode lançar desafios aos alunos na dobradura dos trapézios. Comece pedindo o trapézio isósceles, utilizando o triângulo isósceles. Os demais trapézios, retângulo e escaleno, podem ser obtidos a partir do triângulo retângulo e escaleno, respectivamente. Faça perguntas para que os alunos percebam o critério escolhido na dobradura dos trapézios.

Outra possibilidade, seria a dobradura do trapézio a partir da dobradura do paralelogramo. Assim, pode ficar mais claro ao aluno, porque o paralelogramo é um trapézio.

Durante o processo, o aluno pode identificar algumas propriedades dos quadriláteros, fazendo marcações com a caneta e o registro do nome em cada dobradura. Dobrando as figuras ao meio, pode-se visualizar se as diagonais se dividem ao meio, se são congruentes ou perpendiculares e se os ângulos e os lados são congruentes. Para o aluno do 8º ano, o professor pode explorar as propriedades a partir da identificação dos triângulos congruentes. A Figura 46 mostra as dobraduras dos quadriláteros e alguns traçados importantes para identificar a congruência de triângulos e suas propriedades a partir desses resultados.

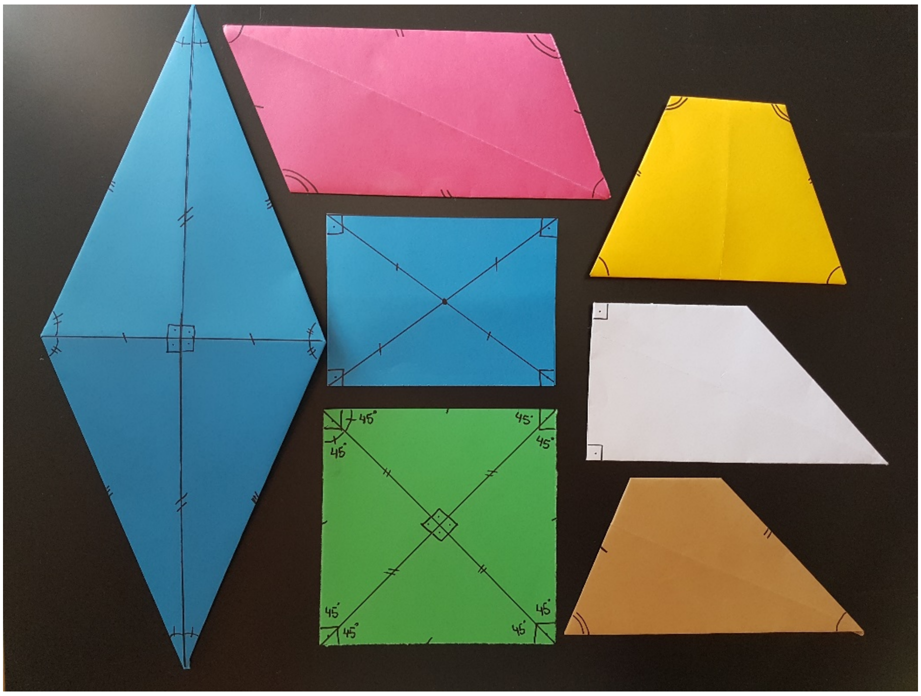

Figura 46 - Dobraduras dos quadriláteros notáveis.
Fonte da autora.

4ª Etapa - Construção, manipulação e investigação de um paralelogramo no Geogebra.

O professor pode construir o paralelogramo ou propor no Geogebra este procedimento para seus alunos. Criado o quadrilátero, proponha o movimento e a observação das medidas dos lados e ângulos para obter resultados na investigação de suas propriedades. Entregue uma ficha, conforme a descrição a seguir e disponibilize computadores com o *software* Geogebra para seus alunos. Caso não tenha Internet, o programa pode ser instalado sem custo algum.

Construir um paralelogramo ABCD e indicar as medidas de seus ângulos e de seus lados. A seguir, um roteiro de construção e, na Figura 47, o processo de formação do paralelogramo:

I) Construa um segmento $\overline{AB}$.

II) Em seguida um segmento $\overline{BC}$.

III) Trace uma reta passando por A e paralela a $\overline{BC}$.

IV) Trace uma reta passando por C e paralela a $\overline{AB}$.

V) Marque um ponto de intersecção D das retas que foram traçadas.

VI) Trace os segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{CD}$ e esconda as duas retas que foram traçadas.

VII) Descubra as medidas de todos os segmentos e ângulos internos, utilizando o comando "medir".

VIII) Movimente as figuras e responda as questões seguintes:

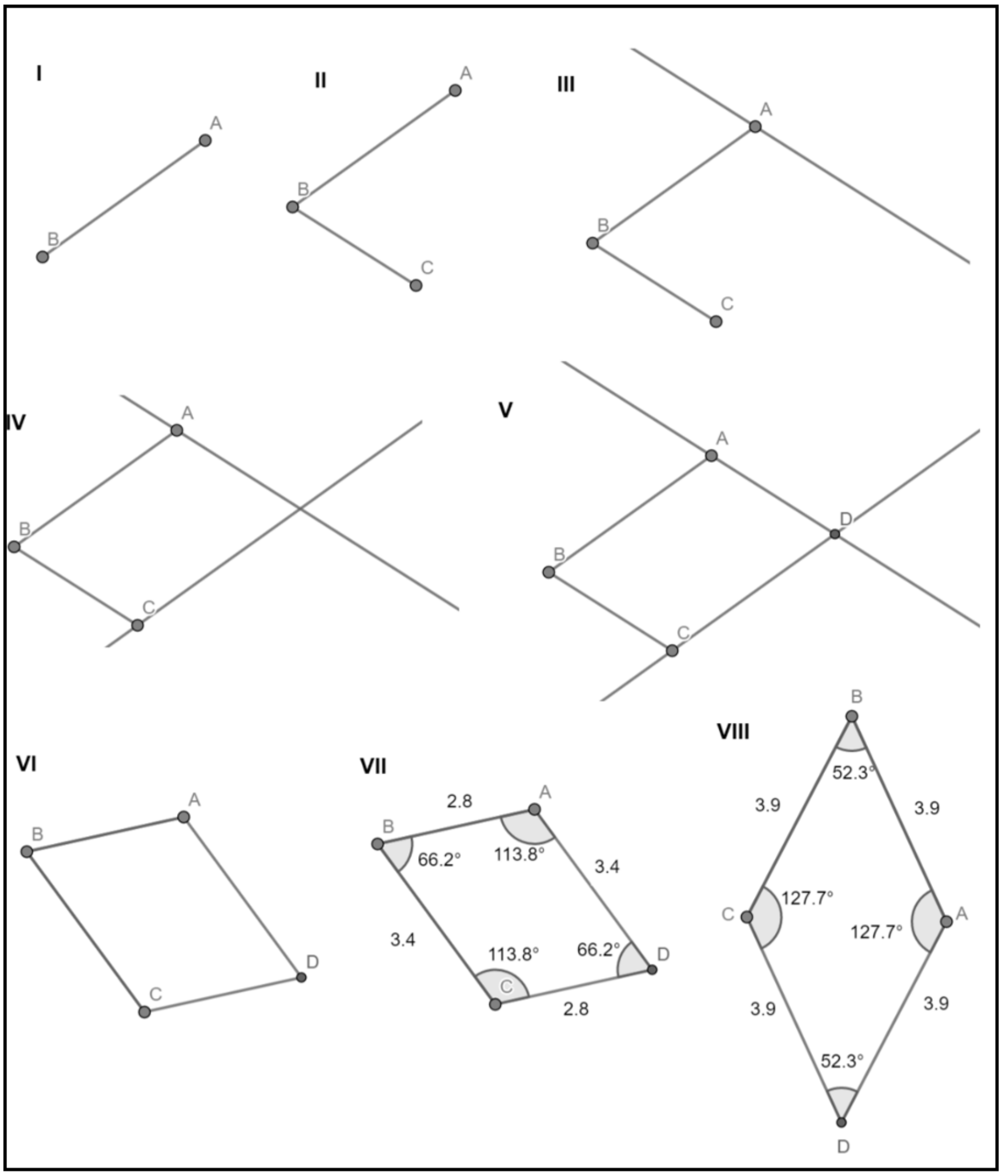

Figura 47 - Construção do paralelogramo no Geogebra.
Fonte da autora.

a) O que você observou em relação às medidas dos lados?

b) O que você observou em relação às medidas dos ângulos?

c) Clique sobre um vértice do paralelogramo e arraste-o de forma que, as medidas dos lados se tornem congruentes. Isso é possível? Qual é o nome desta figura?

d) Movimente a figura de forma que todos os ângulos sejam congruentes. Qual é o nome desta figura?

e) Agora, torne as medidas dos lados e dos ângulos congruentes. Como você classifica esta figura?

f) Agora marque V para as afirmações verdadeiras ou F para as falsas:

(   ) O quadrado é um retângulo.
(   ) O retângulo é um paralelogramo.
(   ) O losango é um quadrado.
(   ) O quadrado é um losango.
(   ) O quadrado é um paralelogramo.
(   ) O losango é um retângulo.

5ª Etapa - Esquema das classificações dos quadriláteros.

Nesta etapa, o aluno terá condições de criar um esquema para classificar os quadriláteros, baseado em suas características e propriedades investigadas nas etapas anteriores. O professor pode apresentar *softwares* específicos para a criação de esquemas ou mapas conceituais, já que são procedimentos aplicados em diversas áreas do conhecimento. Os mapas conceituais são representações gráficas, que indicam relações entre ideias e conceitos, desde aqueles mais abrangentes até os menos inclusivos. A Figura 48, ilustra uma possibilidade de construção de um esquema para a classificação dos quadriláteros e a ferramenta utilizada foi o *software Lucidchart*.[9]

É interessante a atividade ser realizada em grupo de até três alunos, para discutirem os conceitos envolvidos e a melhor forma de apresentar a atividade. O compartilhamento dos esquemas é necessário para o professor discutir em sala de aula os aspectos mais importantes, indicar os erros, sugerir mudanças e reunir informações para o desenvolvimento de um projeto futuro no *Scratch*. Anexar na parede da sala de aula, alguns modelos criados pelos alunos.

[9] Lucidchart é um *software* de uso *online* para criar diagramas com inúmeras funcionalidades. Parte do *software* é gratuito, pode ser usado com outras pessoas simultaneamente e sua interface se assemelha ao *Scratch* na forma como se cria os diagramas, arrastando e encaixando objetos. Além disso, pode-se compartilhar os documentos criados.

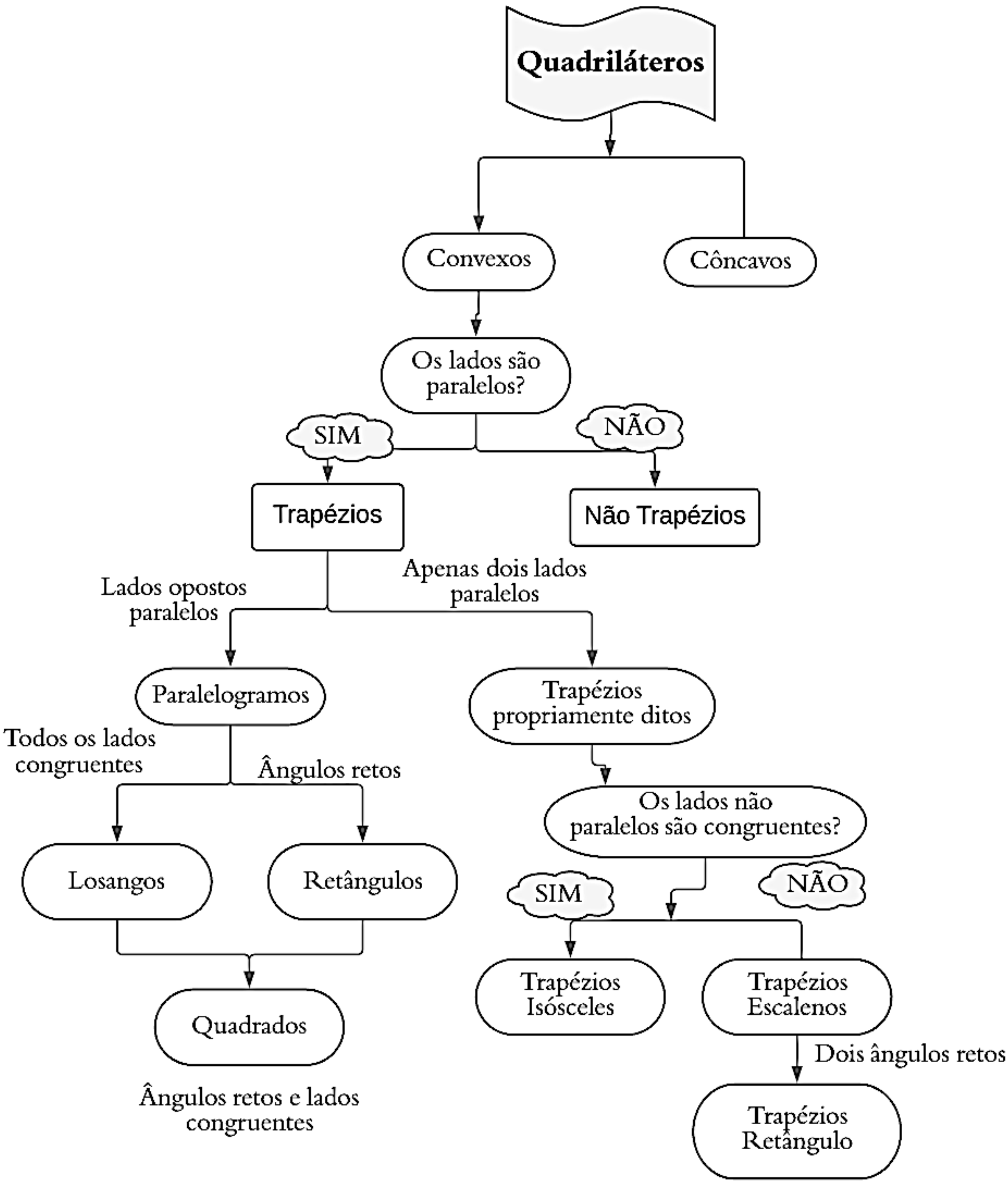

Figura 48 - Um exemplo de esquema para a classificação dos quadriláteros.
Fonte da autora.

6ª Etapa - Construção de quadriláteros e suas classificações no *Scratch*.

Propor aos alunos a criação de um projeto no *Scratch* sobre todos os quadriláteros estudados. Sugira que façam um esboço e determinem os ângulos e medidas de lados necessários para a construção dos quadriláteros. O esboço pode ser feito no Geogebra ou com os instrumentos de desenho.

É importante que o professor solicite aos alunos, pequenos registros do modo como será desenvolvida a programação. Quais comandos serão necessários, número de personagens, falas, palcos, aúdios, vídeos ou imagens externas. Dependendo do projeto, cada aluno pode ser responsável por uma parte da construção da programação. Muitas ideias surgirão no processo, mas um registro geral das principais características no início do projeto, é válido para o grupo e para o professor. O grupo faz uso dos registros para consulta durante o processo, propõe mudanças, tira dúvidas com o professor e faz reflexões de todo o trabalho. O professor pode usar essas anotações como parte da avaliação para comparar o progresso do início ao fim do projeto e propor sugestões ao grupo.

Após a construção dos quadriláteros, proponha a criação de um jogo ou um questionário para o usuário adivinhar o nome do quadrilátero de acordo com suas características e/ou verificar se as afirmações são verdadeiras ou falsas.
Antes do jogo ou questionário, o aluno pode fazer uma breve apresentação dos quadriláteros e suas características.

O professor pode fazer uma pesquisa do tema proposto no “site” do *Scratch* e mostrar aos alunos projetos que já foram realizados. Os alunos podem analisar as programações existentes e se inspirarem nelas para desenvolverem outras programações. O intuito de mostrar vários projetos é criar uma conexão com os interesses e paixões dos participantes. Por mais que exista o risco de estudantes simplesmente copiarem os exemplos, o professor deve incentivar para que modifiquem e adicionem algo diferente, ligado ao seu estilo, sua forma de se comunicar, ou seja, acrescente algo que seja de seu gosto.

Um exemplo de projeto sobre quadriláteros, criado pela autora, está ilustrado na Figura 49. Neste projeto, a autora desenvolveu um diálogo entre dois personagens e um deles propõe um jogo sobre quadriláteros com o objetivo de relembrar este conteúdo, já que a segunda personagem estava com dúvidas. Primeiro ele apresenta um resumo dos quadriláteros e termina apresentando um jogo interativo. O jogador precisa com o mouse selecionar quadriláteros ganhando ou perdendo pontos, conforme o número de acertos ou erros. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/209479159/.

Figura 49 - Projeto no *Scratch* sobre quadriláteros.
Fonte da autora.

O professor pode sugerir que seus alunos façam um jogo para identificar os paralelogramos, os trapézios, os retângulos, os losangos e os quadrados, já que conhecem, pelas atividades anteriores, as inclusões entre essas classes de figuras. No fim, os projetos podem ser compartilhados entre as turmas do colégio e com a comunidade *Scratch*, para que outros alunos possam se inspirar e desenvolver novos projetos.

Avaliação

A avaliação não pode ser restrita apenas ao produto final que foi a última etapa da sequência, o projeto do *Scratch*. Todas as etapas descritas são atividades que podem ser avaliadas pelo professor de diferentes formas e diferentes instrumentos.

3.3.5. Transformações geométricas no plano: reflexão, translação e rotação

Objetivos

Compreender as transformações geométricas por meio das coordenadas cartesianas, utilizando o *Scratch* e outros materiais manipuláveis.

Conteúdo - Transformações geométricas.

Duração - 3 aulas.

Ano - 7º ano e 8º ano.

Material – papel quadriculado, papel – cartão ou cartolina, folha sulfite e o programa *Scratch*.

A translação, reflexão e rotação são movimentos ou transformações geométricas que preservam a congruência, isto é, a figura transformada é sempre congruente à figura original. Esses movimentos são fundamentais em Geometria. Por não deformar a figura original, esses três movimentos são chamados de isometrias (iso = mesma; metria = medida).

As atividades a seguir buscam explorar coordenadas cartesianas, no intuito de auxiliar a compreensão dessas transformações geométricas. A proposta de projeto no *Scratch* possibilitará ao aluno ampliar seu repertório diante desses dois conteúdos.

1ª Etapa - Materiais manipuláveis.

Entregar aos alunos papel quadriculado com desenhos de polígonos com ou sem os eixos do plano cartesiano para que possam construir figuras por reflexão, translação e até mesmo rotação.

Outra possibilidade de explorar a reflexão seria entregar aos alunos um plano cartesiano no papel quadriculado e o desenho de um polígono em um dos quadrantes. Pedir para multiplicarem as coordenadas dos vértices por -1 ou apenas uma das coordenadas alternando-as. Solicitar as novas coordenadas e o traçado das novas figuras. É possível adaptar esta atividade para a translação também. É possível ver na Figura 50 algumas possibilidades de construções.

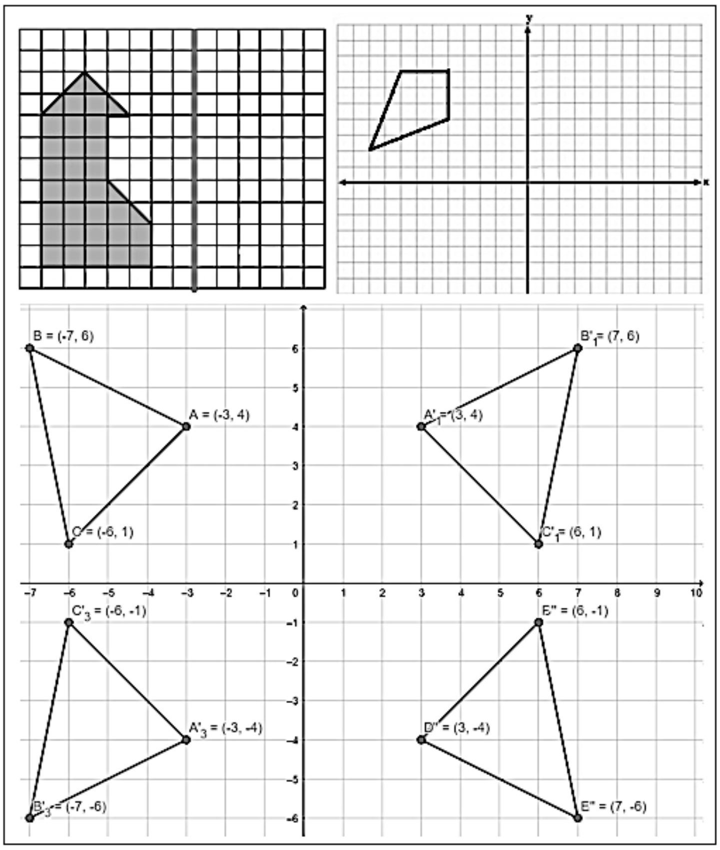

Figura 50 – Transformações de figuras planas em malha quadriculada.
Fonte da autora.

A próxima prática tem como objetivo explorar a rotação e a determinação do ângulo de giro em relação a um ponto. Solicitar a confecção de alguns polígonos em papel cartão e o contorno delas em uma folha sulfite. Fixar o centro da figura em papel-cartão por cima do contorno e girar a figura até que se encaixe novamente, conforme

Figura 51. O aluno deve descobrir o ângulo do giro e, se necessitar, pode utilizar o transferidor na leitura do ângulo. Nesta atividade, os alunos podem construir com régua e compasso o quadrado, o triângulo equilátero e o hexágono regular. Com esses três polígonos regulares e fazendo a mesma prática, pergunte aos alunos se eles observam algum padrão em relação ao ângulo de giro.

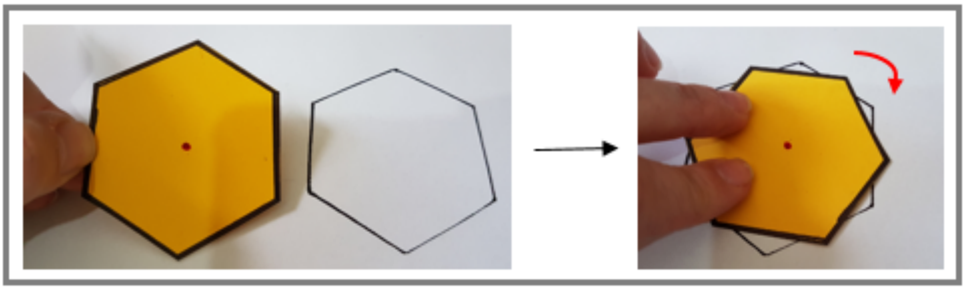

Figura 51 – Verificação do ângulo de rotação.
Fonte da autora.

2ª Etapa - Explorando as transformações geométricas no *Scratch*.

Inicialmente, o professor retoma algumas formas geométricas no *Scratch*, como o quadrado, o triângulo e outros polígonos. Destaque alguns itens importantes do palco e a sua relação com o plano cartesiano, conforme Figura 3, página 48. Mostre que o centro do palco tem coordenadas (0,0) e relembre alguns comandos importantes do bloco Movimento como o comando: 

. Diante desses recursos, demonstre aos alunos como desenhar um eixo vertical de tal forma que o palco fique dividido ao meio. Em seguida, escolha um lado do palco para desenhar e programar um quadrado. Determine as coordenadas do primeiro vértice, onde o desenho será feito e depois, pergunte aos alunos quais seriam as coordenadas para que ocorra uma reflexão desta figura. É importante observarem e registrarem que a ordenada não se modifica quando a reflexão for vertical e a abscissa fica multiplicada por -1. A abscissa se mantém, quando a reflexão for horizontal e a ordenada fica multiplicada por -1. Proponha que os alunos, aos pares, programem a construção de outros polígonos e façam a sua reflexão. Destacar a importância de usarem corretamente as coordenadas do plano, conforme a ilustração da Figura 52, disponível em https://scratch.mit.edu/projects/238925214/.

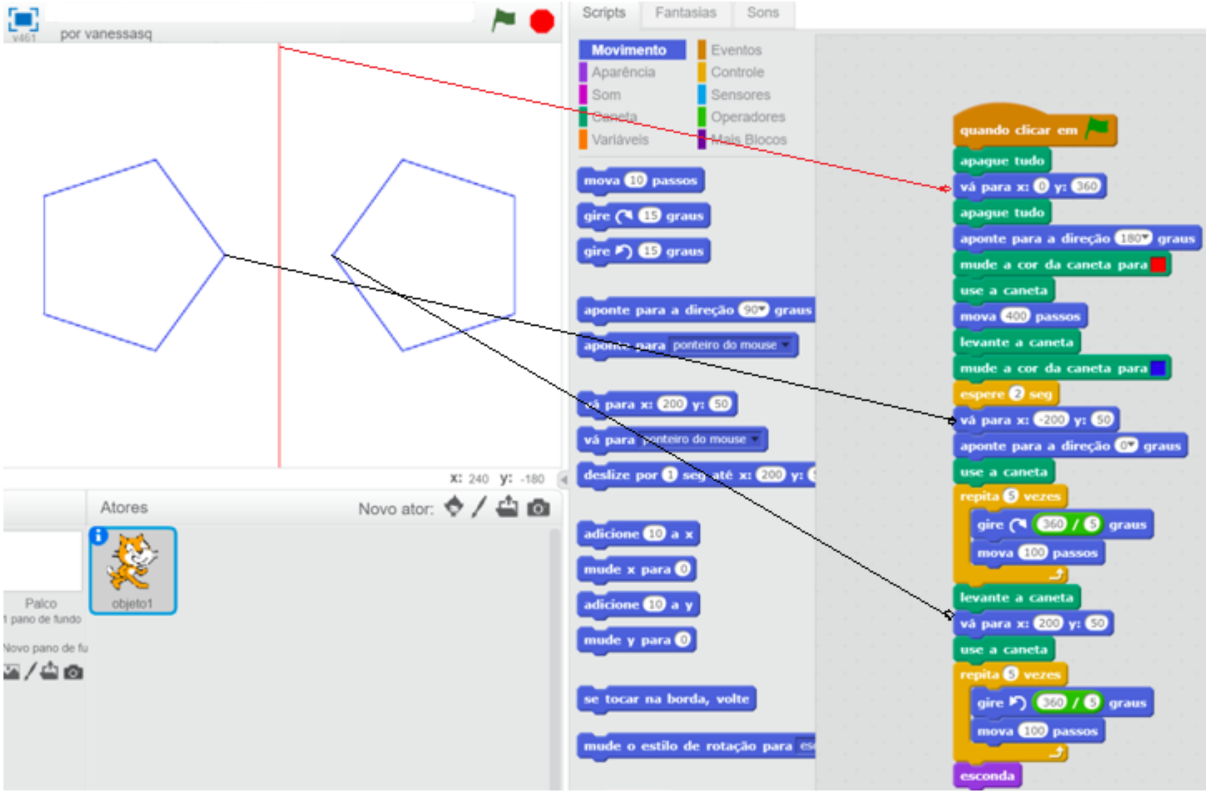

Figura 52 – Exemplo de uma reflexão usando coordenadas no *Scratch*.
Fonte da autora.

Em relação a rotação, o professor pode pedir a construção de um polígono regular e o giro deste em torno de seu centro, com um ângulo de 30º, por exemplo. A programação proposta refere-se à atividade mostrada na Figura 27, página 76.

E por último, o aluno pode programar a representação do movimento de translação, desenhando um polígono e duplicando o programa, desde que este faça algum deslocamento para qualquer direção. O professor pode deixar livre ou determinar para que todos façam a mesma forma geométrica, com o mesmo número de passos, a mesma direção e sentido. As contruções devem ser realizadas usando coordenadas, para que o aprendizado atinja o objetivo proposto. O professor precisa indagar a turma para que os alunos percebam algumas relações entre essas coordenadas e a transformação realizada.

3.3.6. Teorema de Pitágoras

Objetivos

Enunciar e aplicar o teorema de Pitágoras, utilizando as construções geométricas com régua e compasso, quebra-cabeça, *Scratch*, Geogebra e resolução de problemas.

Conteúdo - Teorema de Pitágoras.

Duração - 5 aulas.

Ano - 9ºano.

Material - Régua, compasso, transferidor, folha sulfite, computador, aplicativos (Geogebra e *Scratch*).

Para enriquecer o estudo do Teorema de Pitágoras, as atividades a seguir têm como proposta alguns experimentos com triângulos retângulos.

“Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos”.

1ª Etapa - Experimentos, construções geométricas e demonstrações do Teorema de Pitágoras.

Atividade 1 - Construção geométrica.

Dados os segmentos de medidas x e y, construir um quadrado de lado medindo z, de tal forma que sua área seja igual a soma das áreas de dois quadrados, cujos lados medem x e y.

Para esta construção, o aluno precisa saber o traçado de reta perpendicular e o significado geométrico do Teorema de Pitágoras, ou seja, o lado de medida z deste quadrado é a hipotenusa ($z^2 = x^2 + y^2$).

A Figura 53 mostra a construção do triângulo retângulo a partir de dois segmentos dados de medidas x e y.

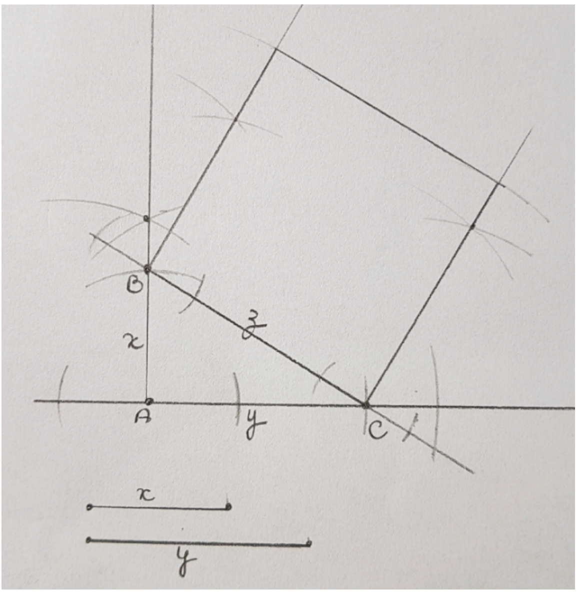

Figura 53 – Construção de um quadrado, cujo lado representa a hipotenusa.
Fonte da autora.

Atividade 2 - Quebra-cabeça.

O Teorema de Pitágoras pode ser interpretado geometricamente, pois a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos é igual a área do quadrado construído sobre a hipotenusa.

O aluno pode construir ou receber pronto um triângulo retângulo com seus respectivos quadrados construídos sobre seus lados e nos dois quadrados menores cinco divisões (5 peças) que serão recortadas, reorganizadas e encaixadas no quadrado maior. O modelo está representado na Figura 54.

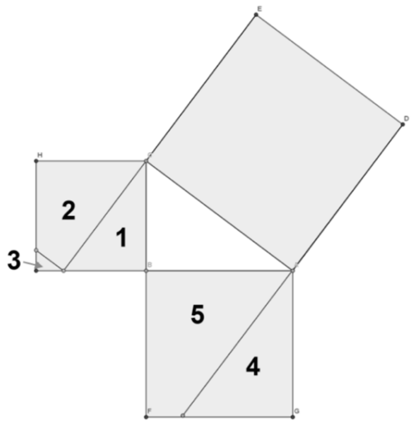

Figura 54 - Quebra-cabeça do Teorema de Pitágoras.
Fonte da autora.

Outros quebra-cabeças podem ser encontrados de diferentes formas na internet e como sugestão o professor pode trabalhar com o Geogebra, buscando em materiais ou na referência escolhida: https://www.geogebra.org/m/EwUJa4JG .

Atividade 3 - Demonstração do Teorema de Pitágoras.

Existem inúmeras demonstrações para o Teorema de Pitágoras. Segundo IMENES (1988), um professor de Matemática americano chamado Elisha Scott Loomis colecionou, durante muitos anos, demonstrações do Teorema de Pitágoras. Desse trabalho resultou um livro contendo 370 demonstrações diferentes.

O professor pode apresentar e discutir uma das provas com a turma ou propor aos alunos uma pesquisa e demonstração do teorema para os demais colegas. A atividade deve ser realizada em grupos, sob a supervisão e orientação do professor. Proponha formas diferentes para a apresentação como um vídeo, *power point* ou escrevendo na lousa.

Apresentar uma demonstração do Teorema de Pitágoras realizada pelo matemático Bháskara. Como estratégia e uma melhor compreensão da demonstração, entregar aos alunos quatros triângulos retângulos congruentes, de catetos ***b*** e ***c*** e hipotenusa ***a***.

Recortar um quadrado de lado c – b e montar um novo quadrado com as cinco peças de tal forma que cheguem ao resultado da Figura 55.

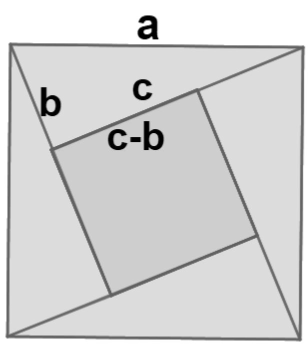

Figura 55 - Peças auxiliares na prova do Teorema de Pitágoras.
Fonte da autora.

A área do quadrado maior equivale a soma das áreas dos quatro triângulos retângulos com o quadrado menor de lado c - b, ou seja:

$$a^2 = 4 \cdot \frac{b.c}{2} + (c-b)^2$$
$$a^2 = 2bc + c^2 - 2.bc + b^2$$
$$a^2 = c^2 + b^2$$

2ª Etapa – Programações de aplicação do Teorema de Pitágoras no *Scratch*.

Programação 1

Criar um programa no *Scratch* de tal forma que dois lados de um triângulo retângulo sejam conhecidos, ou seja, os dois catetos ou um cateto e uma hipotenusa. O programa deve calcular e apresentar a medida do lado desconhecido, utilizando o Teorema de Pitágoras.

A Figura 56 é uma sugestão de programa que está disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/205363457/ . A programação pode ser analisada por todos os envolvidos, de forma que sirva para a compreensão e a criação de novos projetos. Observar, analisar, modificar e testar as programações é uma forma possível de aprender programação com o *Scratch*.

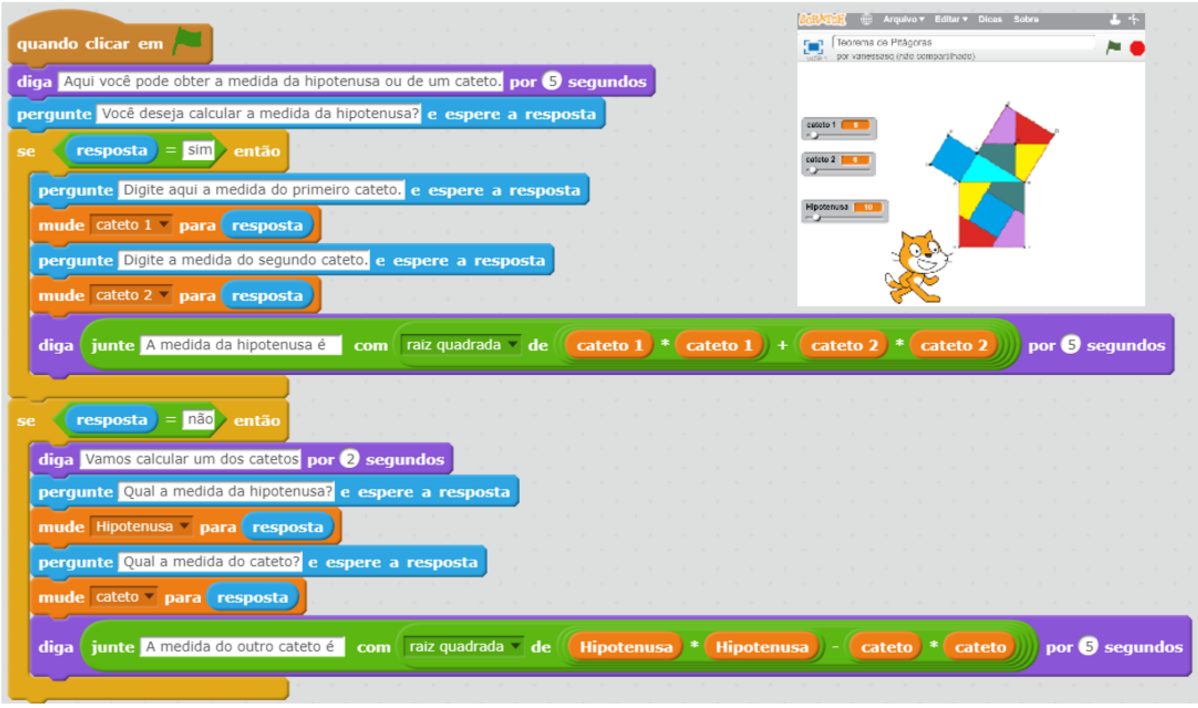

Figura 56 - Projeto de aplicação do Teorema de Pitágoras no *Scratch*.
Fonte da autora.

Programação 2

A Tabela 8 apresenta as medidas dos lados de quatro triângulos. Fazer um programa no *Scratch* para verificar se o triângulo é retângulo. Utilizar o Teorema de Pitágoras em seu programa. Na Figura 57 há uma sugestão de programação, disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/205675625/.

Tabela 8 – As medidas dos lados de um triângulo.

Triângulo	Lado a	Lado b	Lado c
I	12	5	13
II	10	6	9
III	18	24	30
IV	$\sqrt{13}$	3	4

Fonte da autora.

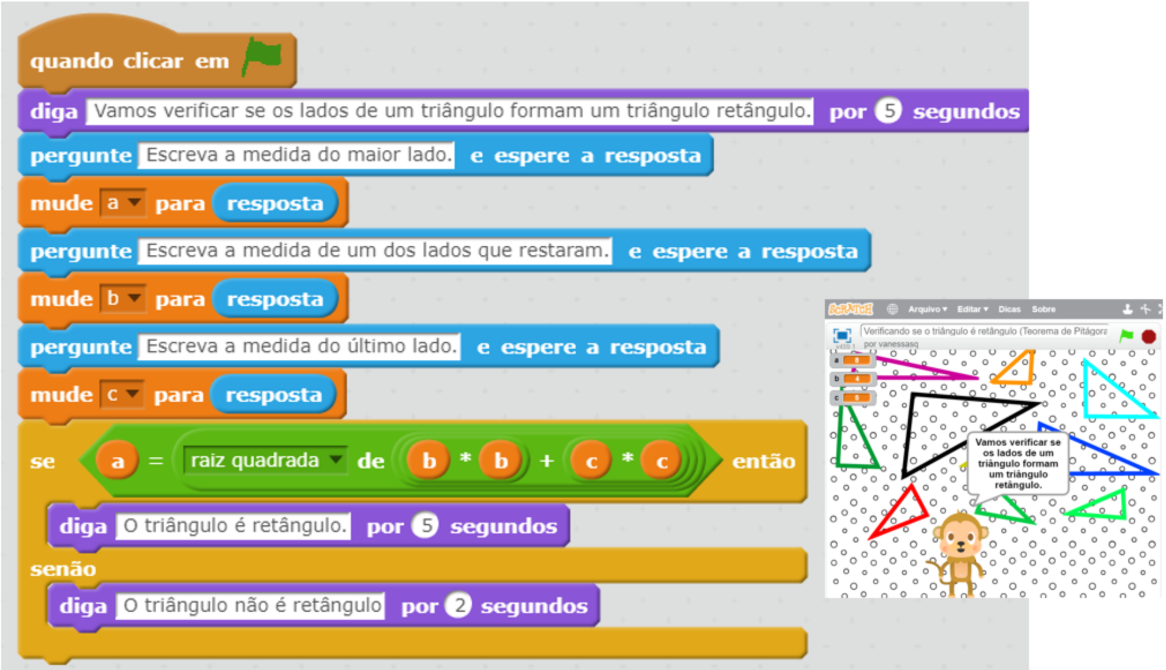

Figura 57 - Projeto no *Scratch* para verificar se um triângulo é um triângulo retângulo, usando o Teorema de Pitágoras.
Fonte da autora.

Programação 3

Criar um programa no *Scratch* para verificar o Teorema de Pitágoras. Utilizar a relação entre os catetos, a hipotenusa e a construção geométrica. Calcular também as áreas dos quadrados de seus respectivos lados.

Para fazer a construção da hipotenusa, é necessário que o aluno tenha noção de tangente e arco tangente, pois ao término do desenho do quadrado relativo ao segundo cateto, o personagem precisa girar um ângulo congruente ao ângulo formado entre a hipotenusa e o primeiro cateto. A Figura 58 mostra um esboço para o desenvolvimento da programação.

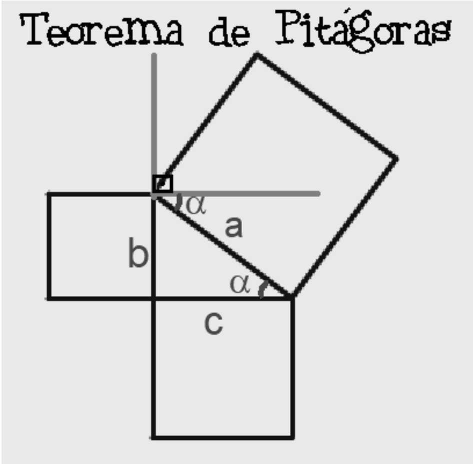

Figura 58 - Ângulo fundamental no processo de construção dos lados do triângulo retângulo e seus respectivos quadrados.
Fonte da autora.

Este ângulo pode ser determinado pelo arco tangente da razão entre os catetos. Apesar de ser um caminho mais curto, o estudo de Razões Trigonométricas é explorado depois do conteúdo Teorema de Pitágoras, inclusive, arco tangente é um conceito do Ensino Médio. No nono ano, o aluno descobre o ângulo agudo, fazendo a razão entre os catetos e encontra o seu ângulo correspondente na tabela trigonométrica.

Uma proposta alternativa, para o professor que não abordou até o momento o tema Razões Trigonométricas, é pedir a construção geométrica de um triângulo retângulo, usando medidas proporcionais aos catetos do programa, por exemplo, 6 cm e 8 cm. O aluno traça a hipotenusa com a régua e mede o ângulo formado entre a hipotenusa e o cateto adjacente, com o transferidor. De acordo com a Figura 59, $\alpha \approx 37^{o}$.

Outra proposta, seria a construção do triângulo retângulo no Geogebra, para descobrir a medida do ângulo α. Seu valor foi aproximado para 36,87º e sua representação está na Figura 59.

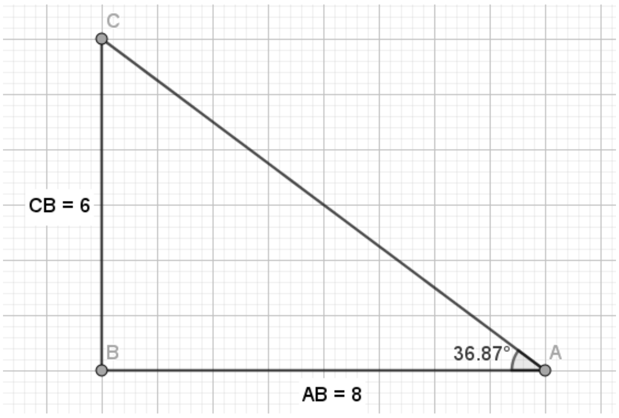

Figura 59 - Construção do triângulo retângulo no Geogebra e a determinação aproximada do ângulo investigado.
Fonte da autora.

A Figura 60 apresenta uma sugestão de projeto no *Scratch* proposto no início desta atividade. É possível ver sua execução e o interior de sua programação na comunidade *Scratch* em: https://scratch.mit.edu/projects/205520570/.

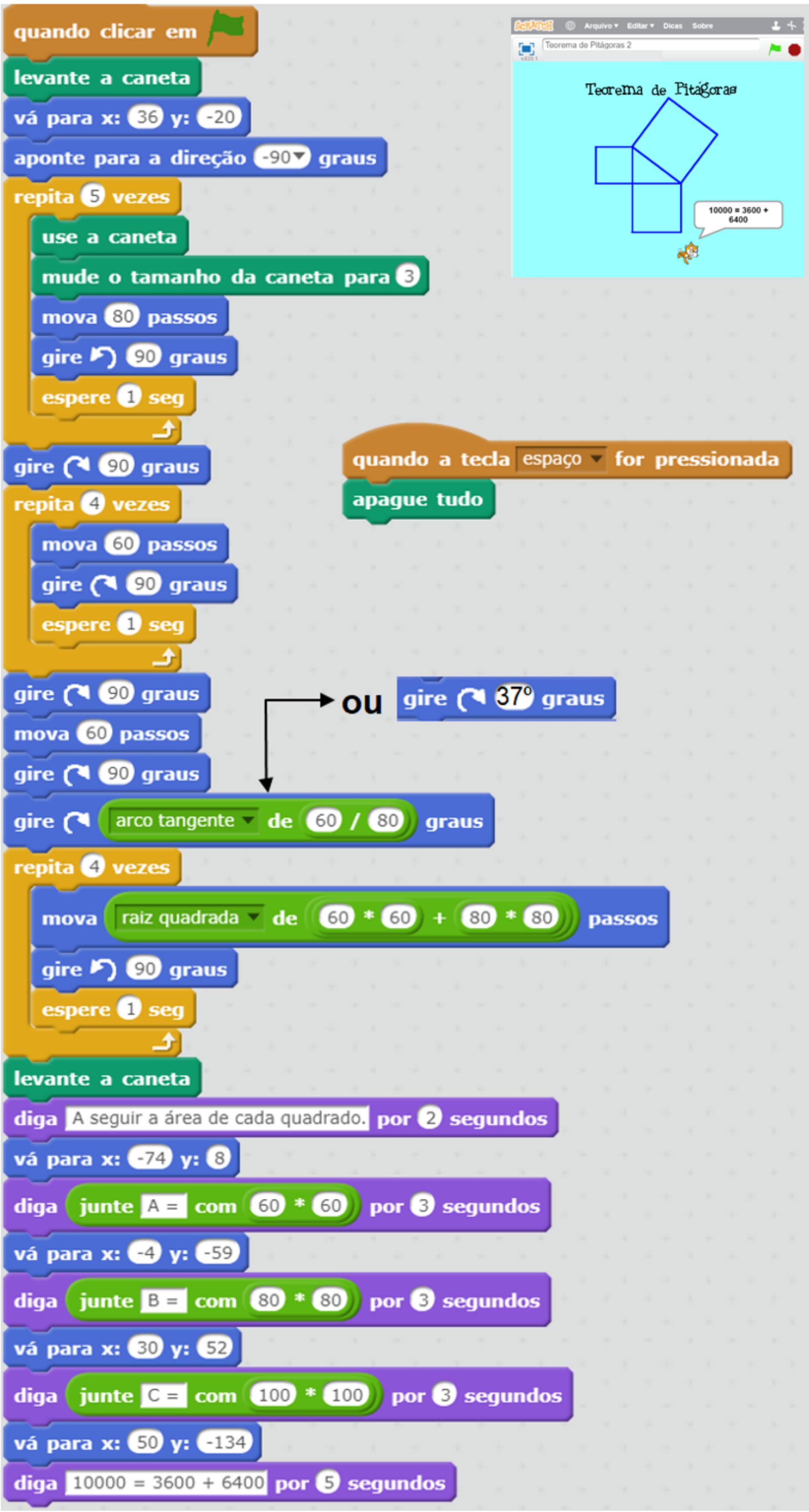

Figura 60 – Programação no *Scratch* envolvendo a relação entre os catetos e a hipotenusa.
Fonte da autora.

Avaliação

Avaliação 1 - Construção de uma Espiral de Teodoro com régua e compasso e localização de números irracionais da forma $\sqrt{\boldsymbol{n}}$, com n natural, na reta numerada.

Comentar sobre o matemático Teodoro e explicar que é uma espiral composta de triângulos contíguos. Algumas conchas ou plantas apresentam este tipo de curvatura e podem servir de ilustração para os alunos.

Nesta atividade o professor tem a oportunidade de relacionar dois conteúdos como os números irracionais e o Teorema de Pitágoras. Explicar aos alunos que existe a possibilidade de localizar os números irracionais da forma $\sqrt{\boldsymbol{n}}$, ou seja, $\sqrt{\mathbf{2}}, \sqrt{\mathbf{3}}, \sqrt{\mathbf{5}}, \sqrt{\mathbf{6}}, \sqrt{\mathbf{7}}$ **e** etc, na reta numérica. E mesmo que os números irracionais sejam considerados decimais infinitos e não periódicos, é possível determinar um tamanho em qualquer unidade de comprimento.

A espiral será construída a partir de um triângulo retângulo de catetos unitários. A medida da hipotenusa deste triângulo ($\sqrt{\mathbf{2}}$), será o cateto do triângulo retângulo seguinte e o outro cateto será sempre unitário. Os próximos triângulos retângulos serão formados seguindo este mesmo padrão, como mostra a Figura 61.

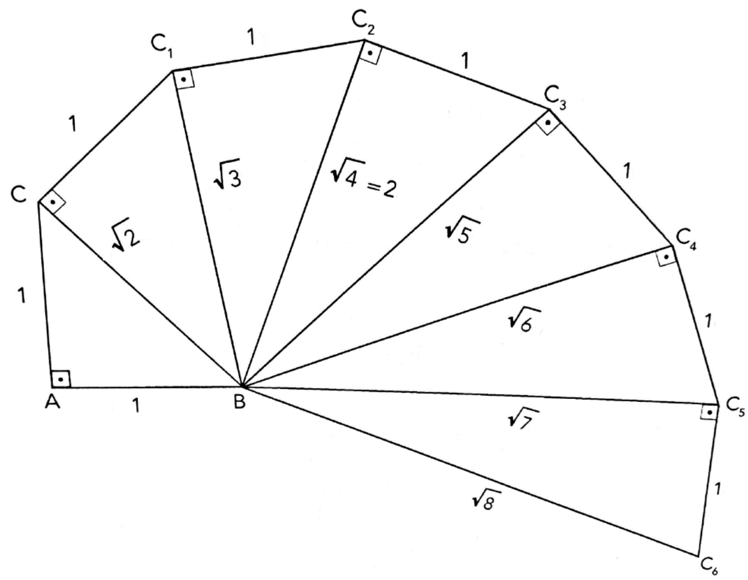

Figura 61 - Esboço da construção de uma espiral.
Fonte da autora.

Após a construção, os alunos devem construir uma reta numérica e nela marcar com o compasso as medidas $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$ e $\sqrt{8}$.

Avaliação 2 - Criar situações-problema que possam ser resolvidas por meio do Teorema de Pitágoras.

Cada aluno elabora um problema criativo envolvendo o Teorema de Pitágoras. Se o professor tiver mais de uma turma, pode trocar os problemas entre elas e pedir para que resolvam e escrevam um comentário no final. Quando a atividade retornar para o aluno que criou o problema, este fará sua correção. O professor recolhe e avalia todo o processo.

Avaliação 3 - Formar trios e criar no *Scratch* um jogo ou um questionário sobre o Teorema de Pitágoras.

Os três programas apresentados no desenvolvimento desta sequência, a espiral de Teodoro e os problemas criados nesta avaliação, podem servir de inspiração para a criação do projeto. Sugira que o projeto no *Scratch* contenha uma explicação sobre o conteúdo, fazendo perguntas para interagir com o usuário. Imagens, sons, falas, personagens e palcos diferentes serão avaliados também. O projeto faz o aluno retomar conceitos, discutir ideias com o grupo, usar sua criatividade e compartilhar com os demais grupos suas descobertas.

O professor pode gerenciar todos os projetos pelo site do *Scratch* ou se os alunos usarem o laboratório de informática, o professor pode salvá-los nos computadores. Assim, todos os alunos podem jogar e testar os projetos dos demais grupos e fazer comentários ou sugestões.

Os projetos podem ser apresentados e utilizados em oficinas do *Scratch*, caso a escola tenha interesse em divulgá-lo para a comunidade. Assim, os alunos podem ser os monitores da oficina, explicando suas programações e propondo novas atividades.

3.4. Proposta de sequência didática relacionando *Scratch*, fractal e conteúdos da Matemática.

Fractal é um objeto gerado por uma fórmula matemática a partir funções reais ou complexas, muitas vezes simples, mas que quando aplicadas de forma iterativa, produzem formas geométricas abstratas, com padrões complexos que se repetem infinitamente.

A geometria fractal possibilita sua utilização em diversas áreas do conhecimento e BARBOSA (2005) defende a inclusão de fractais no currículo do Ensino Fundamental, Médio e até mesmo do Ensino Superior. Ele acha importante pelas seguintes razões:

- Estabelece conexões com várias ciências, ou seja, grande poder de interdisciplinaridade;
- Mostra deficiências da Geometria Euclidiana para o estudo de formas da natureza;
- Utiliza a difusão e acesso às tecnologias computacionais nos vários níveis de escolaridade;
- Explora a beleza dos fractais para o desenvolvimento do senso estético e a construção de fractais por meio da arte;
- Desenvolve a curiosidade, face ao caráter inesperado de cada iteração;
- Permite valiosa relação com a geometria tradicional, podendo servir como agente altamente motivador para um estudo mais dinâmico dessa geometria.

O fractal que será explorado é o Triângulo de Sierpinski. Este triângulo foi primeiramente descrito pelo matemático polonês Waclaw Sierpinski (1882 - 1969). É um fractal obtido a partir de um triângulo equilátero no plano. Marcam-se os pontos médios dos três lados e em seguida ligam-se esses pontos, formando quatro novos triângulos equiláteros. Após isso, elimina-se o triângulo central, e, em seguida, aplicam-se os mesmos procedimentos para os três triângulos restantes, e assim sucessivamente, como mostrado na Figura 62.

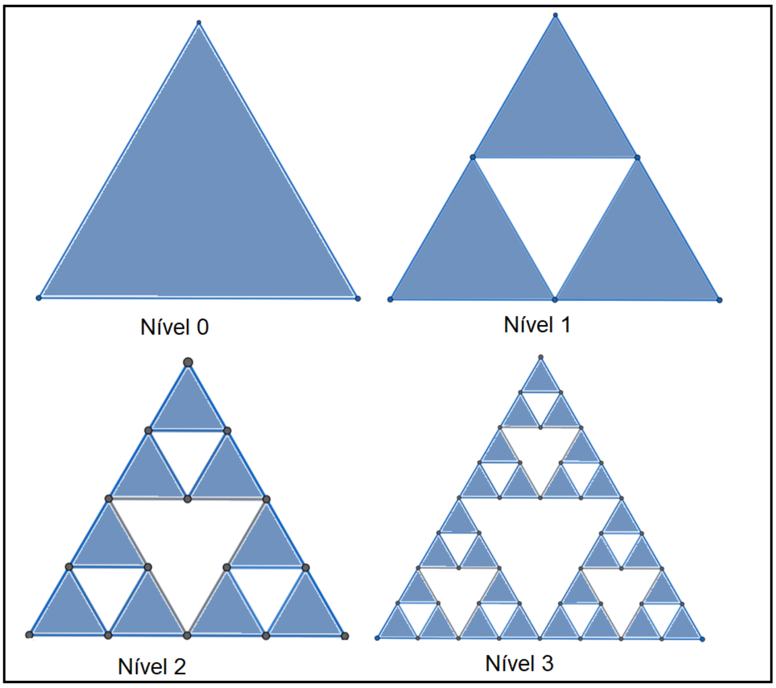

Figura 62 – Processo iterativo na construção do Triângulo de Sierpinski.
Fonte da autora.

Será proposta nesta sequência didática:

- a construção com régua e compasso de algumas iterações desse fractal e também no Geogebra;
- a manipulação de materiais concretos, em grupo, para a criação de alguns níveis desse fractal;
- o desenvolvimento de uma programação para gerar esse fractal no Scratch;
- um estudo sobre padrões em relação ao número de triângulos, perímetro e área desse fractal a cada iteração.

O tema fractal é bem adequado para o Ensino Médio, inclusive no estudo de progressões geométricas, observa-se padrões e regularidades nesse tipo de fractal.

A proposta de sequência que se segue aborda exclusivamente conceitos do Ensino Fundamental II, já que é a proposta desta dissertação.

Tema - A geometria do Triângulo de Sierpinski.

Objetivos

- Explorar conteúdos da Matemática no fractal denominado Triângulo de Sierpinski;
- Construir com régua e compasso mediatriz, triângulo equilátero e o fractal;
- Construir o triângulo de Sierpinski no Geogebra;
- Identificar padrões neste fractal em relação as medidas dos lados, perímetro, área e quantidade de triângulos a cada iteração;
- Explorar o conceito de potenciação e contagem a partir da análise geométrica deste fractal;
- Compreender o processo de iteração;
- Desenvolver no *Scratch* uma programação que faça sua construção.

Conteúdos
Padrões numéricos e regularidades, contagem, potências, mediatriz, ponto médio, triângulo equilátero, área do triângulo equilátero e perímetro.

Duração - 6 aulas

Ano – 6º ao 9º
Como são muitos contéudos envolvidos no estudo deste fractal, o professor pode escolher a atividade mais apropriada para sua turma.

Material – régua, borracha, lápis, compasso, computador, folha sulfite, triângulos em E.V.A., painel de madeira e cola.

Desenvolvimento

1ª Etapa - Construção do Triângulo de Sierpinski com régua e compasso e o *software* Geogebra. Estudo investigativo sobre o número de triângulos, perímetros, áreas e suas relações.

Dependendo do ano, o professor precisa rever esta construção ou desenvolver o processo de construção com seus alunos. Primeiro o professor explica o traçado de mediatriz para mostrar como se obtém o ponto médio de um segmento dado. Em seguida, desenvolve a construção de um triângulo equilátero. Aqui, o professor pode aproveitar para descrever algumas características do triângulo, seus ângulos e sua classificação quanto aos lados e quanto aos ângulos.

É recomendável contruir o triângulo de Sierpinski até o nível 3, mostrado na Figura 62, utilizando uma folha sulfite A4 e o primeiro triângulo com lado medindo 16 cm. Quando os triângulos ficam menores, convém usar a régua e medir o lado para encontrar seu ponto médio. Com a medida 16 cm, os resultados dos lados serão todos números inteiros, facilitando a construção, como indica a Figura 63.

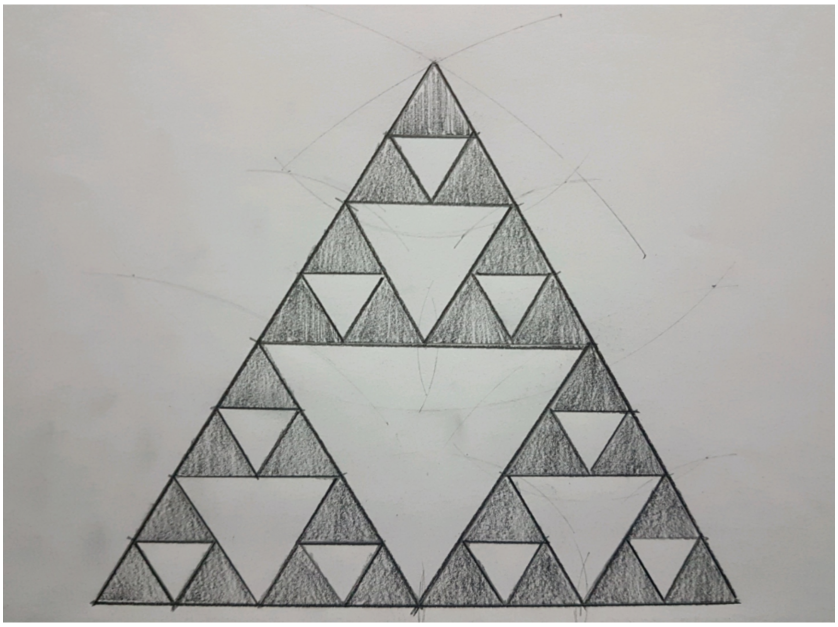

Figura 63 - Construção geométrica do Triângulo de Sierpinski.
Fonte da autora.

Número de triângulos gerados em cada iteração

Após a construção, o professor propõe aos alunos o registro do número de triângulos em cada nível desconsiderando o triângulo do meio. Entregar uma tabela, como mostrada na Tabela 9, para os alunos registrarem suas observações. Perguntar quantos triângulos haveriam no nível 4, 5 ou outro mais distante para que fiquem impossibilitados de fazerem a contagem pelo desenho. Representar os valores em potências de base três e relacionar o nível da iteração com o expoente da potência correspondente.

Tabela 9 - Contagem de triângulos pelo cálculo de potências no Triângulo de Sierpinski.

Níveis	Número de triângulos (eliminando o triângulo do meio).	Número de triângulos representados como potências de base 3.
Nível 0	1	3^0
Nível 1	3	3^1
Nível 2	9	3^2
Nível 3	27	3^3
Nível 4	81	3^4
Nível 5	243	3^5
Nível 6	729	3^6
Nível n	3^n	3^n

Fonte da autora.

Existem vários *softwares* de construção geométrica. O Geogebra foi escolhido, pois é utilizado por muitos professores do ensino básico ao ensino superior. Ele tem muitos recursos, é livre e de fácil manuseio.

Sugerir a construção do nível 4 já que foi feito até o nível 3 com régua e compasso. Basicamente, utiliza-se nesta construção o polígono e o ponto médio, todos indicados na Figura 64.

Figura 64 – Construção do Triângulo de Sierpinski no Geogebra.
Fonte da autora.

Pode-se observar também regularidades em relação aos perímetros e as áreas dos triângulos.

Perímetro de triângulos gerados a cada iteração

Utilizar os valores exatos da construção geométrica para turmas de 6º ano e para os demais anos, chame o lado do triângulo do nível 0 de L. Este detalhe é importante, pois no sexto ano os alunos podem ter dificuldades em algumas representações algébricas.

Entreguar um modelo como a Tabela 10 e a Tabela 11, para facilitar a percepção de regularidades nos perímetros e nas áreas do fractal. Perguntar se alguém teria uma maneira de descobrir o valor do perímetro para qualquer nível.

No nível 0, o perímetro é $3.\mathrm{L}$; no nível 1, como cada lado foi dividido ao meio, ou seja, $\frac{\mathrm{L}}{2}$, seu perímetro será $3.\frac{\mathrm{L}}{2}$. No nível seguinte, o lado passa a ser $\frac{\mathrm{L}}{4}$, e o seu perímetro é $3.\frac{\mathrm{L}}{4} = 3.\frac{\mathrm{L}}{2^2}$. Por uma simples indução, temos que o perímetro do nível n será, $3\,\frac{\mathrm{L}}{2^{\mathrm{n}}}$.

Tabela 10 – Cálculo do perímetro a cada iteração do fractal Triângulo de Sierpinski.

Níveis	Medida do lado do triângulo	Perímetro de um triângulo a cada iteração
Nível 0	L	3.L
Nível 1	$\frac{\mathrm{L}}{2}$	$\frac{3.\mathrm{L}}{2}$
Nível 2	$\frac{\mathrm{L}}{4}=\frac{\mathrm{L}}{2^2}$	$\frac{3.\mathrm{L}}{4}=3.\frac{\mathrm{L}}{2^2}$
Nível 3	$\frac{\mathrm{L}}{8}=\frac{\mathrm{L}}{2^3}$	$\frac{3.\mathrm{L}}{8}=3.\frac{\mathrm{L}}{2^3}$
Nível 4	$\frac{\mathrm{L}}{16}=\frac{\mathrm{L}}{2^4}$	$3.\frac{\mathrm{L}}{16}=3.\frac{\mathrm{L}}{2^4}$
...	....	....
Nível n	$\frac{\mathrm{L}}{2^{\mathrm{n}}}$	$3.\frac{\mathrm{L}}{2^{\mathrm{n}}}$

Fonte da autora.

Proponha as seguintes situações-problema:

a) Você consegue descobrir o perímetro de um triângulo gerado no nível 5? E no nível 10?

b) Unindo os resultados das duas tabelas anteriores, ou seja, contagem de triângulos e perímetro de cada triângulo, construa uma nova tabela, como a Tabela 11, preenchendo os resultados da última coluna.

Tabela 11 – Tabela auxiliar para o cálculo do perímetro de todos os triângulos do fractal, gerados a cada iteração.

Níveis	Número de triângulos representados como potências de base 3.	Perímetro de um triângulo a cada iteração	Soma dos perímetros de todos os triângulos gerados a cada iteração.
Nível 0	3^0	3.L	3.L

Nível 1	3^1	$\frac{3.\mathrm{L}}{2}$	$\frac{3}{2}\cdot 3\mathrm{L}$
Nível 2	3^2	$3.\frac{\mathrm{L}}{2^2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot 3\mathrm{L}$
Nível 3	3^3	$3.\frac{\mathrm{L}}{2^3}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot 3\mathrm{L}$
Nível 4	3^4	$3.\frac{\mathrm{L}}{2^4}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4\cdot 3\mathrm{L}$
...	....	....	....
Nível n	3^n	$3.\frac{\mathrm{L}}{2^n}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^n\cdot 3\mathrm{L}$

Fonte da autora.

Todas as tabelas foram respondidas para o leitor compreender a proposta da discussão e da situação-problema direcionada ao aluno.

c) O perímetro aumenta ou diminui conforme a ordem do nível vai aumentando?

Veja que no nível n, a soma dos perímetros de todos os triângulos gerados corresponde a $\left(\frac{3}{2}\right)^n\cdot 3\mathrm{L}$. Como $\frac{3}{2}=1{,}5$, então $(1{,}5)^n\cdot 3\mathrm{L}$ vai crescendo conforme o nível n do fractal aumenta também. Esta observação é adequada para o professor apresentar para alunos do Ensino Médio.

Área dos triângulos gerados a cada iteração

Segue a mesma proposta de atividade, observando-se a construção geométrica das Figuras 63 e 64 e o preenchimento da Tabela 12.

a) Descubra o total de triângulos formados a cada iteração, incluindo aqueles que são eliminados.

b) Se a área do triângulo do nível 0 for igual a 1, que fração corresponde a área dos triângulos gerados no nível 1, 2 e 3? E se a área do triângulo inicial fosse A?

Tabela 12 – Cálculo da área dos triângulos gerados a cada iteração do Triângulo de Sierpinski.

Níveis	Área de um triângulo
Nível 0	A
Nível 1	$\frac{A}{4}$
Nível 2	$\frac{A}{16} = \frac{A}{4^2}$
Nível 3	$\frac{A}{64} = \frac{A}{4^3}$
Nível 4	$\frac{A}{256} = \frac{A}{4^4}$
...	....
Nível n	$\frac{A}{4^n}$

Fonte da autora.

Descubra a soma das áreas dos triângulos gerados para cada nível, usando o resultado da Tabela 12 e a contagem de triângulos da Tabela 9. Use a Tabela 13 e complete a última coluna.

Tabela 13 – Tabela auxiliar para o cálculo da área de todos os triângulos gerados a cada iteração.

Níveis	Número de triângulos representados como potências de base 3.	Valor da área de um triângulo	Soma das áreas de todos os triângulos gerados a cada iteração.
Nível 0	3^0	A	A
Nível 1	3^1	$\frac{A}{4}$	$\frac{3}{4} \cdot A$
Nível 2	3^2	$\frac{A}{4^2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot A$

Nível 3	3^3	$\frac{A}{4^3}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot A$
Nível 4	3^4	$\frac{A}{4^4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot A$
...	....	....	....
Nível n	3^n	$\frac{A}{4^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot A$

Fonte da autora.

Propor aos alunos os seguintes questionamentos após o preenchimento da Tabela 13:

a) Compare a área obtida no nível 0 para o nível 1. Ela aumentou ou diminuiu?

b) E do nível 1 para o nível 2? Aumentou ou diminuiu?

c) Sabendo-se que $\frac{3}{4} < 1$, encontre um valor próximo para a área do fractal quando o nível n for um número próximo do infinito. Propor este questionamento para alunos do Ensino Médio.

d) O que você percebeu em relação ao perímetro e a área do fractal?

2ª Etapa - Construção do Triângulo de Sierpinski com material concreto.

Esta atividade pode ser realizada em parceria com a disciplina de Artes. Propor que em duplas os alunos confeccionem o Triângulo de Sierpinski usando uma tela de madeira e triângulos em E.V.A. para fazer colagens. Orientar os grupos quanto ao tamanho da tela, cores das placas de E.V.A., quantidades e medidas necessárias para a confecção desses triângulos.

A atividade anterior contribuirá para o esboço do triângulo antes das colagens, quantidades e dimensões dos triângulos e da tela. Deixar a turma livre para fazer escolhas de cores, materiais e dimensões do fractal. O E.V.A. é uma sugestão de material, pois não dificulta o corte das peças, mas pode ser trocado por outros materiais, inclusive recicláveis e de formatos diferentes. Eles podem construir triângulos com peças que representem os vértices, podendo ser tampas de garrafas, feijões, rolhas, etc.

Expor as telas e solicitar um relatório com a descrição de todo o processo, como introdução, esboços, construções geométricas, relações de materiais, quantidades, medidas, custo, conclusão e fotos da montagem. Na apresentação, os alunos podem confeccionar cartazes explicando a construção do fractal, sua relação com a geometria euclidiana e os resultados obtidos no desenvolvimento das aulas.

3ª Etapa - Construção do Triângulo de Sierpinski no *Scratch*.

A última etapa é uma proposta de construção do Triângulo de Sierpinski no *Scratch*. O professor pode sugerir que os estudantes, aos pares, criem uma programação de até cinco iterações do triângulo, já que nas atividades anteriores foram de três e quatro níveis. Discuta com a turma qual medida seria ideal para o triângulo do nível zero, pois o palco possui dimensões limitadas.

Relembre a construção do triângulo equilátero no *Scratch* e também como se criam variáveis e novos comandos.

Na página do *Scratch* existe uma diversidade de programações deste fractal, mas a maioria delas são complexas e não adequadas para estudantes do Ensino Fundamental II. A programação sugerida e desenvolvida pela autora está representada na Figura 65 e disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/212301599. Cada dupla, pode construir o fractal livremente, mas para a programação não ser trabalhosa e longa, convém analisar e estudar outras programações.

Antes do desenvolvimento da programação, as duplas devem fazer um projeto do passo a passo da construção, indicando os comandos e as medidas necessárias a cada iteração.

Veja que a programação indicada na Figura 65, mostra o uso de uma variável indicada por "lado" e também, a definição de novos blocos com o nome "triângulo", seguido de um número. Este bloco tem a função de otimizar o processo evitando a repetição de comandos.

As atividades de construção com régua, compasso e o Geogebra, contribuem para a investigação das medidas dos lados dos triângulos. Na programação da Figura 65, percebe-se que o lado decresce sempre a metade do lado do triângulo anterior. O aluno já com esta percepção, desenvolveria seu programa com mais habilidade.

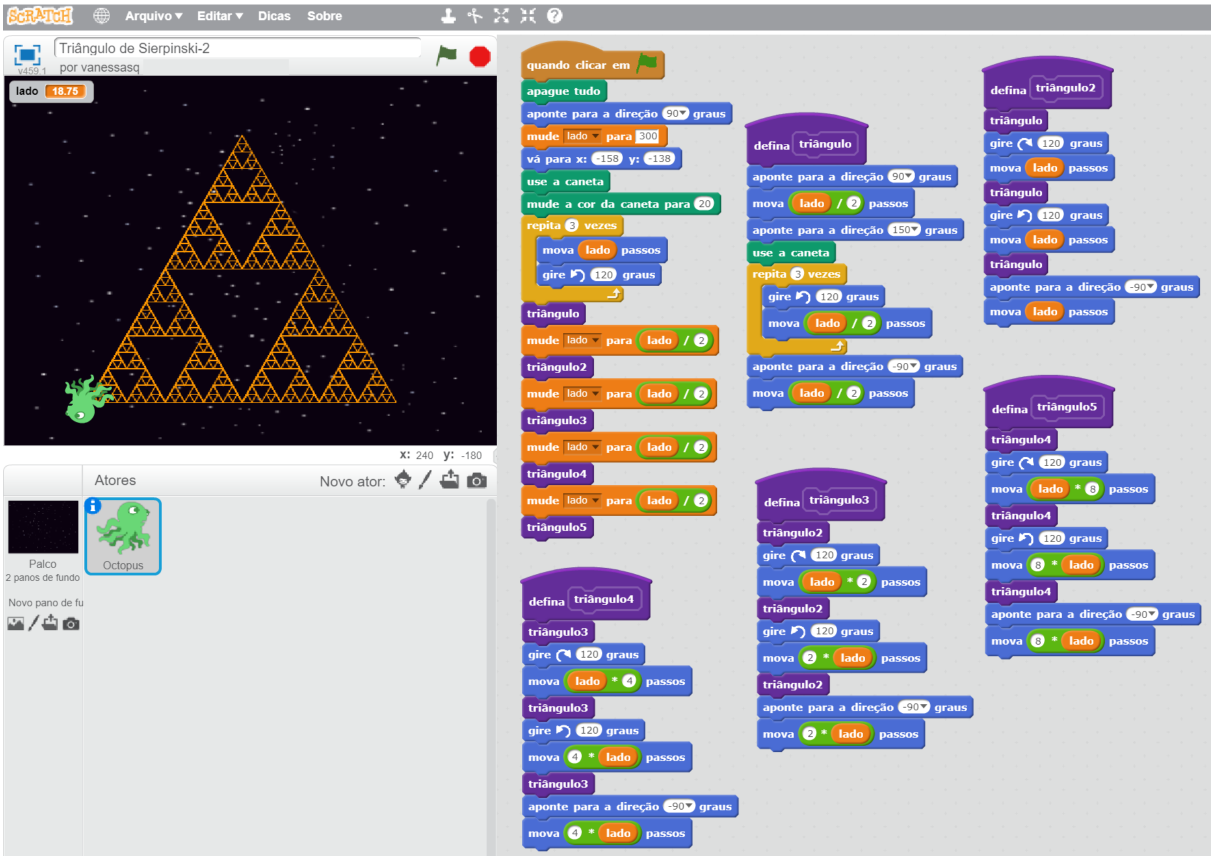

Figura 65 – Construção de iterações que levam ao fractal Triângulo de Sierpinski no *Scratch*. Fonte da autora.

4 OUTRAS POSSIBILIDADES COM O *SCRATCH*

No *Scratch*, existem recursos mais avançados como executar ações interativas com a câmera e o microfone de um computador. Assim, a relação com o meio físico e o digital tornam as criações mais desafiadoras e divertidas para os alunos.

É possível criar projetos interativos no *Scratch* que combinam robótica com sons, desenhos e vídeos. Basta anexar, por exemplo, dispositivos externos como placas de microcontroladores como o Arduino ou *Makey Makey*. Esses *hardwares*, são acessíveis, fáceis de programar, destinados a estudantes, projetistas amadores e podem ser utilizados em cursos técnicos.

No caso do *Makey Makey*, pode-se desenvolver projetos mais simples e com qualquer idade, inclusive crianças. O nome *Makey Makey* vem de *Make* + *Key* = *MaKey MaKey*, ou seja, Fazer + Tecla. Nele, vem um kit simplificado para que objetos cotidianos virem *touchpads* (dispositivos sensíveis ao toque). A figura 66 mostra uma ideia do que é este kit.

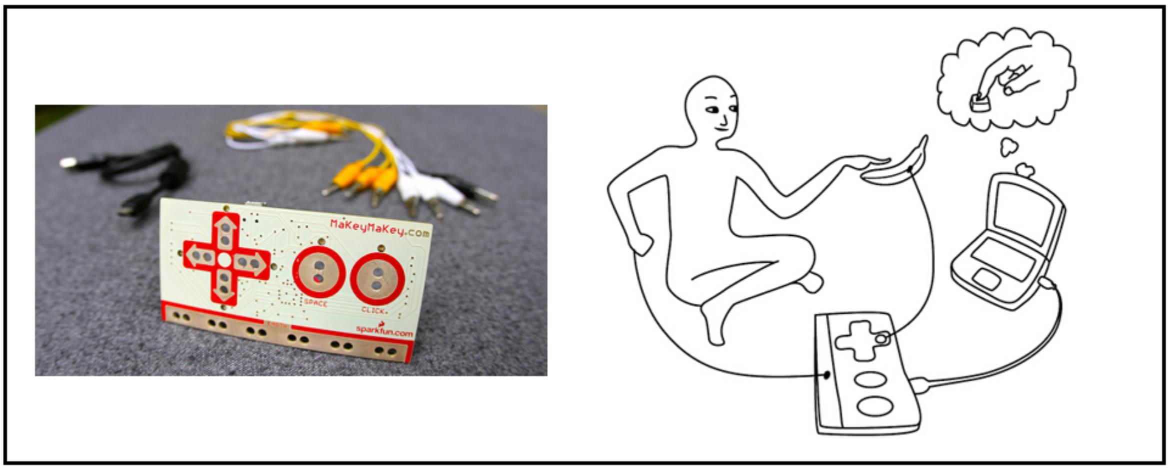

Figura 66 – Exemplo de funcionalidade do kit Makey Makey.
Fonte: https://makeymakey.com/.

Os alunos se sentem mais motivados a criar jogos e animações, sejam educativas ou não. O fato de o *Scratch* ser acessado pela *web*, possibilita continuar seus projetos em qualquer lugar, mostrar aos amigos, discutir ideias com os pais e não somente no ambiente da sala de aula.

Nos últimos anos, a equipe de desenvolvimento do *Scratch* vem trabalhando em uma versão substituta do *Scratch* 2.0. A nova versão será o *Scratch* 3.0 e sua nova interface é mostrada na Figura 67. Algumas funcionalidades foram adiantadas e uma versão Beta[10], com tradução para o Português, pode ser apreciada. A mudança mais relevante será a migração para a tecnologia *web* em HTML5[11], sem a dependência da extensão do *Flash Player*. Com esse novo editor será possível jogar e editar os projetos em *tablets*. A disposição na tela também está mais intuitiva. O fluxo de construção do seu código segue o sentido da leitura, com a lista de comandos e botões à esquerda, programação ao centro e tela de execução à direita. Além disso, os blocos estão todos em uma lista só, o que pode facilitar a visualização das opções pelo usuário.

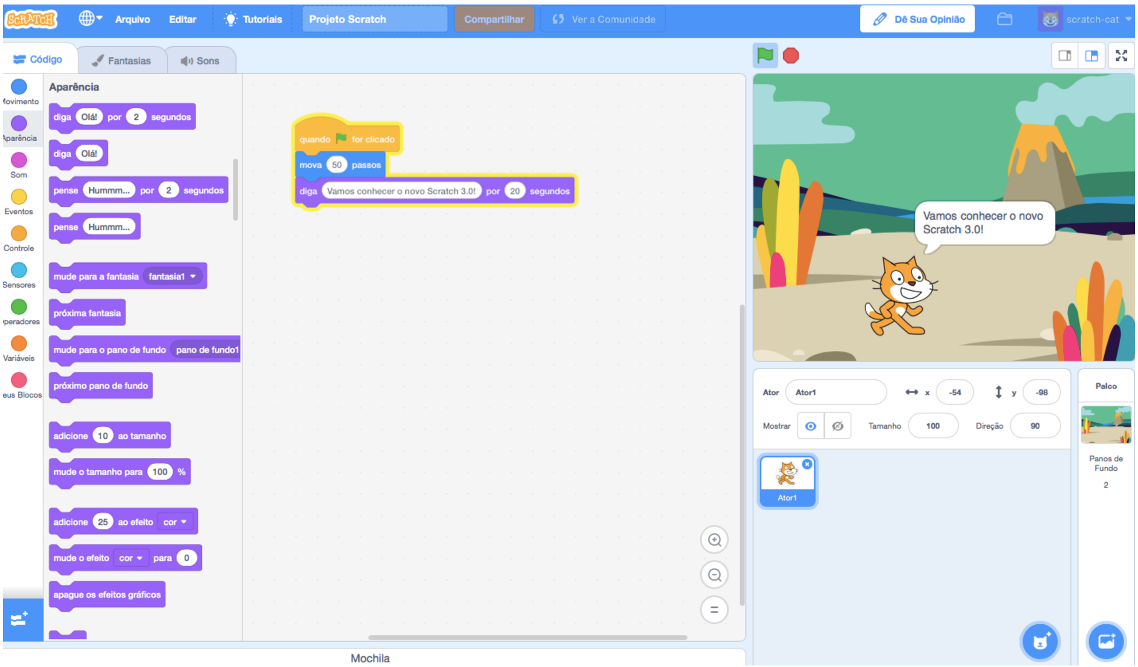

Figura 67: *Scratch* 3.0.
Fonte: https://beta.scratch.mit.edu.

Crianças ainda não alfabetizadas também podem fazer o uso do *Scratch*. A ferramenta *ScratchJr* foi desenvolvida a partir do *Scratch* e conta com recursos destinados a crianças de 5 a 7 anos. Segundo BERS & RESNICK (2015), o *ScratchJr* incentiva as crianças a pensar criativamente, logicamente e sequencialmente. Esta

[10] Versão Beta do Scratch 3.0, disponível em: https://beta.scratch.mit.edu.
[11] HTML5 (Hypertext Markup Language, versão 5) é uma linguagem para estruturação e apresentação de conteúdo para a *web* e é uma tecnologia chave da Internet originalmente proposto por *Opera Software*.

aplicação é gratuita e está disponível para *tablets*. Sua interface, mostrada na Figura 68, permite que as crianças usem blocos de programação que controlam movimento, aparência, som, comunicação entre caracteres e muito mais. O aplicativo tem sido usado para desenvolver projetos relacionados a ciência, matemática, alfabetização, história, dentro e fora da sala de aula.

Figura 68 – Interface do *ScratchJr*.
Fonte: https://www.scratchjr.org/learn/interface.

Existe também a possibilidade de se criar uma conta de Professor no *Scratch*[12]. A plataforma do *Scratch* disponibiliza a professores e outros educadores funcionalidades adicionais de gestão, incluindo a possibilidade de criar contas de estudantes, de organizar projetos, estúdios e de monitorizar os comentários dos participantes.

[12] A conta de Professor *Scratch* está disponível em: Disponível em https://scratch.mit.edu/educators.

5 TRABALHOS FUTUROS

Na comunidade *Scratch* existem milhões de pessoas desenvolvendo projetos, com mais de 150 países e mais de 40 línguas diferentes. Pode-se observar nas estatísticas do *site*, alguns dados interessantes como o número de *Scrathers* no mundo. No Brasil tem um pouco mais de 400 000 pessoas inscritas na comunidade, sendo que em relação ao *Scratch Day*[13] é o primeiro colocado no ano de 2018. Outro dado notável, é em relação a idade dos usuários cadastrados. Crianças e jovens de 9 a 18 anos é a grande maioria, conforme o gráfico da Figura 69.

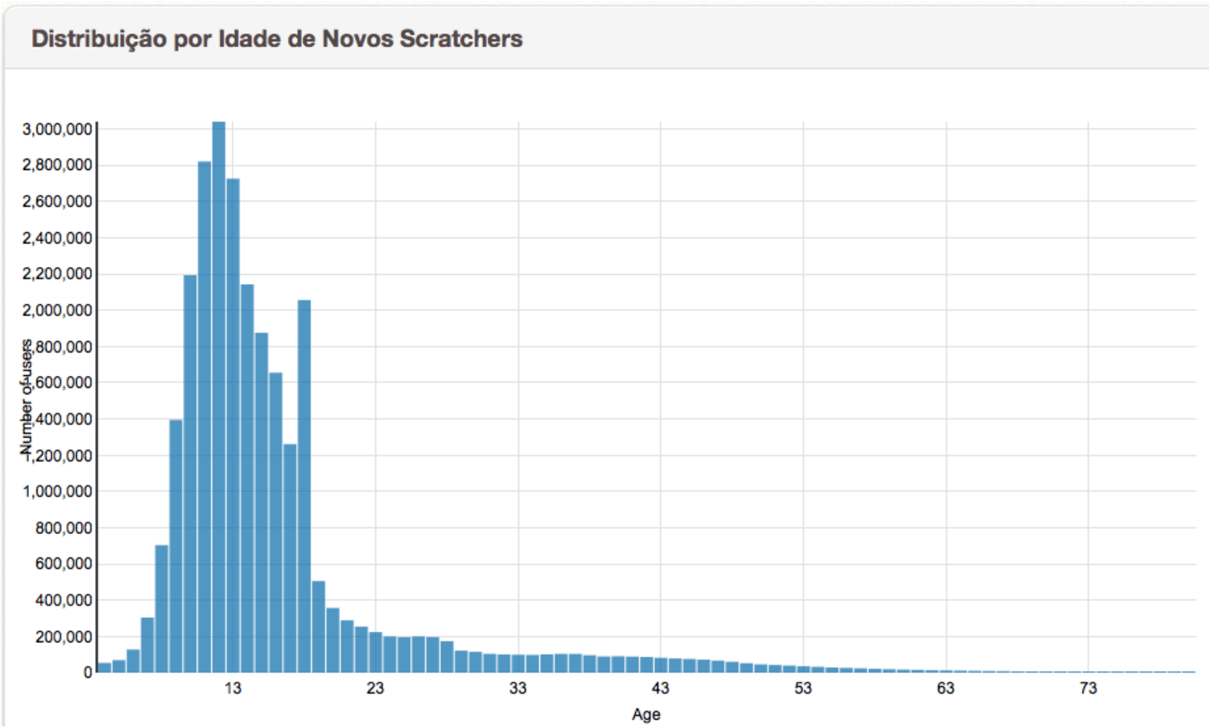

Figura 69 – Distribuição de novos *scratchers* por idade.
Fonte: https://scratch.mit.edu.

Como trabalhos futuros, a autora pretende:

- realizar investigações e selecionar no *site* do *Scratch,* projetos desenvolvidos pelas diversas áreas do conhecimento: arte, história, ciências, matemática, etc;

---

[13] Scratch Day é um evento realizado por um grupo ou uma comunidade com atividades relacionadas ao *Scratch.*

- elaborar material e ministrar um curso de formação do *Scratch* para professores do Ensino Fundamental;
- oferecer oficinas do *Scratch* para alunos do Ensino Fundamental II, inclusive propor as atividades desenvolvidas nesta dissertação;
- desenvolver projetos no *Scratch* com a abordagem de temas contemporâneos, de forma transversal e integradora. A Figura 70, ilustra um jogo “coleta seletiva” desenvolvido no *Scratch* que se adapta a algumas temáticas da BNCC (2017), “Preservação do Meio Ambiente” e “Educação para o Consumo”.

Figura 70 – Jogo Coleta Seletiva.
Fonte: https://scratch.mit.edu/projects/41090434/#editor

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No início desta dissertação algumas indagações foram feitas como: aprender a programar ou programar para aprender?

As duas formas podem ser benéficas para o aprendizado. Quando se aprende a programar, estruturas do pensamento computacional podem ser úteis para resolver outros problemas e de diversas áreas. Programando no *Scratch*, percebe-se que um projeto maior pode ser dividido em projetos mais simples. É possível também, identificar problemas em um programa e aprimorá-lo, usando parte de outro programa. Muitas habilidades desenvolvidas em uma programação, como pensar, organizar, refinar, refletir ou criar, contribuem para o aprendizado num contexto mais amplo.

Resnick (2013) percebe razões mais profundas no processo de aprender a programar. Ele acredita que quando as pessoas aprendem a programar, elas estão ao mesmo tempo programando para aprender. Para entender processos matemáticos e computacionais simultaneamente, os aprendizes utilizam estratégias para resolver problemas, desenvolver projetos e comunicar ideias. Essas habilidades servem não só para programadores, mas para qualquer pessoa, de qualquer idade, interesse ou formação profissional.

O uso de tecnologias somado a estratégias de aprendizagem ativa, possibilitam ao aluno atrelar significado ao que aprende, tornando-se protagonista na construção de seu conhecimento. Em frase bastante expressiva, encontramos em Machado (2011, p.35) a relação da construção do conhecimento estar vinculada ao sentido, ao significado: “De modo geral, a ideia de conhecimento liga-se umbilicalmente à de significado; conhecer é, cada vez mais, conhecer o significado”.

Quanto ao impacto e as possibilidades do uso do *Scratch*, espera-se que as atividades apresentadas, proporcionem ao aluno o conhecimento e o uso da linguagem de programação e, além disso, a construção de certos conceitos geométricos elementares de tal forma que sua aprendizagem seja significativa e colaborativa.

O professor precisa incluir em sua metodologia de ensino, novas práticas que favoreçam a autonomia e a criatividade de crianças e jovens, identificados como nativos digitais. Jogos e animações fazem parte do dia a dia desse público e o *Scratch* pode ser uma possibilidade de instrumento para uma aprendizagem lúdica e criativa. Os projetos colaborativos e em parcerias foram pensados para que a interação social favorecesse o ambiente de aprendizado e o trabalho do mediador.

O trabalho apresentado busca influenciar outros professores para que utilizem da forma mais conveniente as propostas didáticas aqui apresentadas, multipliquem seu conhecimento para outros professores e continuem trilhando o caminho das descobertas, criações e paixões pela Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. Tecnologias na Educação: dos caminhos trilhados aos atuais desafios. Bolema, 2008.

ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes? São Paulo: Paulus, 2011.

BACICH, Lilian.; MORAN, José. Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

BARBOSA, Ruy Madsen. Descobrindo a geometria Fractal - para a sala de aula. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BERS, M.U. & RESNICK, M. *The Official ScratchJr Book.* San Francisco, CA: No Starch Press, 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral, Brasília, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Versão Final. Brasília, DF, 2017. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em 20 jan 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. PNLD 2017: matemática – Ensino fundamental anos finais. Educação Básica SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF, 2016. Disponível em: < http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/guia-do-livro-didatico/item/8813-guia-pnld-2017>. Acesso em: 10 ago 2017.

CENTRO DE INOVAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO BRASILEIRA - CIEB - 2018. Disponível em: http://www.cieb.net.br/.

FREIRE, Paulo; PAPERT, Seymour. O Futuro da Escola: Uma conversa sobre informática, ensino e aprendizagem. São Paulo: TV PUC, 1995.

IMENES, L.M. Descobrindo o Teorema de Pitágoras. Vivendo a Matemática. São Paulo: Scipione, 1988.

MACHADO, Nilson José. Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. 7.ed. São Paulo, Cortez Editora, 2011.

MAJED, Marji. Aprenda a Programar com o Scratch. São Paulo, SP: Novatec, 2014.

MORAN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. E-book. In: SOUZA, Carlos Alberto de; MORALES, Ofelia Elisa Torres (orgs.). Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens, v. 2, pp. 15-33, 2015.

NASSER, Lilian. O desenvolvimento do raciocínio em Geometria. Boletim do GEPEM, ano XV. N. 27. P. 93-99, 1990.

NÓVOA, Antônio. A formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, Antônio. (Coord.). Os professores e sua formação. Lisboa: Dom Quixote, Instituto de Inovação Educacional, 2003. 158 p. Tradução: Graça Cunha.

PAPERT, Seymour. Logo: computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1986.

PINTO, António Sorte. Scratch na aprendizagem de matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico: estudo de caso na resolução de problemas. 128p. Dissertação (Mestrado em Estudos da Criança – Tecnologias de Informação e Comunicação) - Universidade de Minho, 2010.

RESNICK, Mitchel. Aprender a programar, programar para aprender. Eduteka, jun. 2013. Disponível em < http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/codetolearn > Acesso em 19 ago 2018.

RESNICK, Mitchel. Entrevista Revista Nova Escola, 2014. Disponível em < https://novaescola.org.br/conteudo/905/mitchel-resnick-a-tecnologia-deve-levar-o-aluno-a-ser-um-pensador-criativo>. Acesso em 19 nov 2017.

RESNICK, Mitchel. Lifelong Kindergarten: Cultivating Creativity through Projects, Passions, Peers, and Play. MIT Press, 2017.

RESNICK, Mitchel. All I really need to know (about creative thinking) I learned (by studying how children learn) in kindergarten. C&C '07: Proceedings of the 6th ACM SIGCHI conference on Creativity & cognition - New York, NY: ACM, 2007.

SILVA, Joyce Paula da; CANDIDO, Claudia Cueva. O PNLD e sua relação com o Modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. São Paulo: USP, 2008.

VALENTE, José Armando. Computadores e Conhecimento: repensando a educação. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1993a.

VALENTE, José Armando. A Espiral da Espiral de Aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. Tese (Livre Docência) Departamento de Multimeios, Mídia e Comunicação, Instituto de Artes (IA), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2005.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE

Sugestão de prova escrita sobre o *Scratch*

Tema 1 - Polígonos

Objetivo: Utilizar a linguagem de programação Scratch para criar formas geométricas, identificar padrões, aprofundar o estudo de ângulos e polígonos, identificar erros na programação e propor soluções;

1- Utilize alguns comandos do *Scratch* para você realizar a programação dos seguintes polígonos regulares: triângulo, quadrado, pentágono e hexágono.

Comandos:

Figura A.1 – Comandos do *Scratch* a serem utilizados na atividade.

Fonte da autora.

Observação: você pode usar o mesmo comando mais de uma vez.

2- Se você construir um decágono regular no Scratch como a Figura A.2, quantos graus o personagem precisa girar para desenhar cada lado deste polígono? Justifique sua resposta.

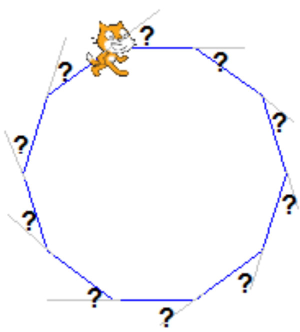

Figura A.2 - Identificação do ângulo externo de um decágono regular.

Fonte da autora.

O que você pode concluir sobre a soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono convexo?

3- Uma professora solicitou aos seus alunos a seguinte programação:

“Construa um quadrado, gire 30°, construa novamente o mesmo quadrado, gire 30°, construa novamente o mesmo quadrado, gire 30°, até que este movimento de rotação dê uma volta completa”.

- Ao ler o pedido da professora, IMAGINE e faça VOCÊ um esboço desta figura.
- Baseado em seu esboço, CRIE um programa utilizando alguns comandos da Figura A.1.

4- João programou o desenho de uma estrela de cinco pontas, mas cometeu um erro.

Veja na figura A.3. item (a) a estrela correta, mas em (b) ele cometeu um erro na programação, gerando em (c) um outro desenho.

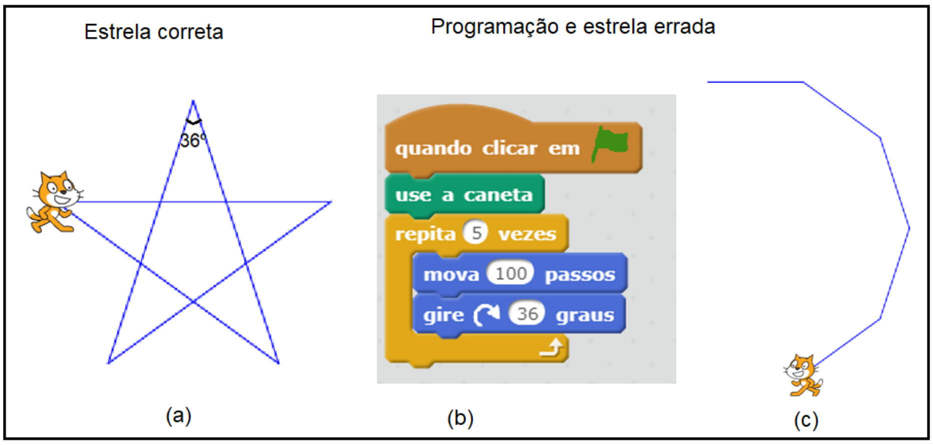

Figura A.3 – Atividade para descobrir o erro de uma programação na construção de uma estrela.

Fonte da autora.

Descubra o erro da programação, observando a estrela correta e explique como encontrou sua resposta.

Demonstração da desigualdade triangular ou condição de existência de um triângulo.

Antes da prova da desigualdade triangular, descrita na Proposição 3 a seguir, vamos provar inicialmente as Proposições 1 e 2.

Proposição 1 – Se ABC é um triângulo tal que $\overline{AC}$ > $\overline{AB}$, então $\hat{B}$ > $\hat{C}$.

Prova:

Como $\overline{AC}$ > $\overline{AB}$, podemos considerar um ponto D ∈ $\overline{AC}$, tal que $\overline{AB}$ = $\overline{AD}$, conforme Figura A.4.

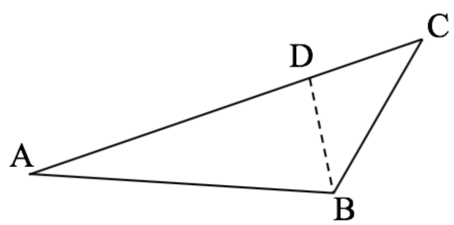

Figura A.4 – Ao maior lado opõe-se o maior ângulo.

Pode-se observar que $\hat{B} =$ A$\hat{B}$C > A$\hat{B}$D.

Como o triângulo ABD é isósceles, temos que A$\hat{B}$D = A$\hat{D}$B. Por outro lado, como o ângulo ∠ADB é um ângulo externo do triângulo BCD, temos A$\hat{D}$B > B$\hat{C}$D. Portanto, obtemos:

$$\hat{B} = A\hat{B}C > A\hat{B}D = A\hat{D}B > B\hat{C}D = \hat{C}\ .$$

A próxima proposição é a recíproca da Proposição 1.

Proposição 2 - Se ABC é um triângulo tal que $\hat{B}$ > $\hat{C}$, então $\overline{AC}$ > $\overline{AB}$.

Prova:

Como $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ são números reais, eles podem assumir apenas uma das opções a seguir:

i. $\overline{AC}$ = $\overline{AB}$;
ii. $\overline{AC}$ < $\overline{AB}$;
iii. $\overline{AC}$ > $\overline{AB}$.

Se $\overline{AC} = \overline{AB}$, o triângulo ABC seria isósceles com base $\overline{BC}$ e, desse modo, teríamos $\hat{B} = \hat{C}$, contrariando a hipótese ($\hat{B} > \hat{C}$).

Se $\overline{AC} < \overline{AB}$, então, pela Proposição 1, deveria ocorrer $\hat{B} < \hat{C}$, o que também contraria a hipótese.

Logo, a única possibilidade é para $\overline{AC} > \overline{AB}$.

Proposição 3. Em todo triângulo, cada um dos lados tem comprimento menor do que a soma dos comprimentos dos outros dois lados.

Prova. Seja ABC um triângulo com $\overline{AB} = c,\ \overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $\overline{BC}$ é o maior dos lados do triângulo, de modo que a ≥ b e a ≥ c. Daí, segue imediatamente que b < a + c e c < a + b.
Resta mostrar que a < b + c. Para tanto, marque o ponto D sobre a semirreta oposta à semirreta AC tal que $\overline{AD} = \overline{AB}$ = c, conforme Figura A.5. Temos então que:

$$\overline{CD} = \overline{AC} + \overline{AD} = b + c.$$

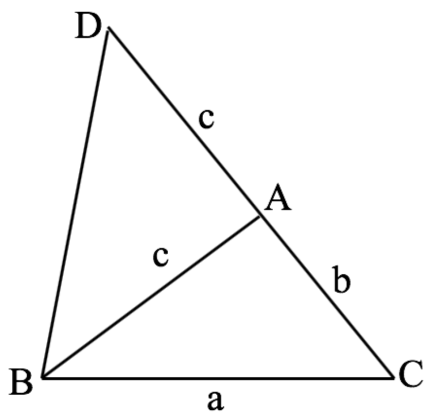

Figura A.5 – Desigualdade triangular.

Note que o triângulo ABD é isósceles, o que acarreta $A\hat{D}B = A\hat{B}D$ e, portanto,

$$C\hat{D}B = A\hat{D}B = A\hat{B}D < A\hat{B}D + A\hat{B}C = D\hat{B}C.$$

Aplicando a Proposição 2 ao triângulo BCD, temos que a < b + c.

Reciprocamente, se A, B e C não são colineares, então eles formam um triângulo e, neste caso, a desigualdade triangular mostra que:

$$\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC},$$

$$\overline{AB} < \overline{AC} + \overline{BC} \quad \text{e}$$

$$\overline{BC} < \overline{AB} + \overline{AC}.$$