Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Pós-Graduação em Matemática
Mestrado em Matemática

Lógica Proposicional e Argumentativa aplicada ao Ensino Médio

Francisco Queiroz dos Santos

Teresina - 2018

Francisco Queiroz dos Santos

Dissertação de Mestrado:

Lógica Proposicional e Argumentativa aplicada ao Ensino Médio

Trabalho dissertativo apresentado à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (Profmat) da Universidade Federal do Piauí, em comprimento com as exigências legais para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador:
Prof. Me. Mário Gomes dos Santos

Teresina - 2018

FICHA CATALOGRÁFICA
Serviço de Processamento Técnico da Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Setorial do CCN

S237l Santos, Francisco Queiroz dos.
Lógica proposicional e argumentativa aplicada ao ensino médio / Francisco Queiroz dos Santos. – Teresina, 2018.
132f.: il. color

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Pós-Graduação em Matemática - PROFMAT, 2016.

Orientação: Prof. Me. Mário Gomes dos Santos.

1. Matemática. 2. Lógica Matemática. 3. Minimização Convexa. I. Título

CDD 511.3

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **Mestre em Matemática** intitulada: **Lógica Proposicional e Argumentativa aplicada ao Ensino Médio**, defendida por **Francisco Queiroz dos Santos** em **21 / 09 / 2018** e aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos(as) professores(as):

Me. Mário Gomes dos Santos (UFPI)
Presidente da Banca Examinadora

Dr. Gilvan Lima de Oliveira (UFPI)
Examinador Interno

Celina Amélia da Silva
Dra. Celina Amélia da Silva (UEMA – Campus de Caxias/MA)
Examinadora Externa

Dedicatória.

à Deus, que me ergueu com forças e sabedoria para realizar esse trabalho e que se manteve sempre presente em cada momento. Até aqui me ajudou e sei que sempre estará comigo.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a minha esposa Ana Lúcia, por está ao meu lado nessa longa jornada, dando sempre amor, apoio e carinho, a minha mãe Teresinha de Queiroz e minha família por sempre acreditarem nas minhas conquistas.

Agradeço aos meus companheiros de sala que sempre mim ergueram nos momentos dificultosos do curso.

Agradeço aos professores do "Profmat" em especial ao meu orientador Prof. Me. Mário Gomes dos Santos, pelo apoio, ajuda e confiança proporcionada na realização deste trabalho dissertativo.

Agradeço (a CAPES, ao CNPq, a FAPEPI) pelo apoio financeiro.

"*A Lógica é a anatomia do pensamento.*".

John Locke.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo um estudo bem detalhado dos conteúdos da lógica proposicional e argumentativa que possam ser aplicados em assuntos do ensino médio, afim de desenvolver nos alunos a capacidade de raciocínio lógico analógico ou argumentativo, definido o resultado através de argumentos que possam ser dedutivos ou indutivos. Propõe-se a utilização dos conteúdos da lógica como estratégias de ensino aprendizagem voltada ao ensino médio, aplicada em especial aos alunos do 1º e 2º ano do ensino médio e aos alunos do 1º período dos campi da Universidade Estadual do Maranhão (Centro de Estudos Superiores de Caxias e Centro de Estudos Superiores de Coelho Neto): Nas turmas de Ensino Médio foi trabalhado como um conteúdo que possa ser acrescentado aos assuntos do ensino básico, tais como teoria de conjunto, funções, geometria e sequência. Nas turmas de 1º período mostramos na disciplina a importância de ser trabalhado o conteúdo da lógica e houve a aplicação dos jogos, causando no aluno a tomada de decisões em situações diversas. Inicialmente será feito um breve histórico, onde conhecemos o surgimento e desenvolvimento do estudo da lógica até os dias atuais, nos capítulos posteriores trabalhamos a lógica proposicional nos conectivos, circuitos lógico, lógica argumentativa e jogos interativos dando ênfase as regras de inferências, equivalências lógicas e desenvolvimento do argumento cognitivo.

Palavras-Chave: Lógica Proposicional; Lógica Argumentativa; Jogos matemáticos.

Abstract

This work aims at a well-worked study of the contents of propositional and argumentative logic that can be applied in subjects of high school, in order to develop in students the capacity of logical or argumentative reasoning, defined the result through arguments that may be deductive or inductive. It is proposed to use the contents of the logic as learning strategies for secondary education, applied in particular to students of the 1st and 2nd year of high school and to the students of the first period of the Campus of Universidade Estadual do Maranhão (Centro de Estudos Superiores de Caxias and Centro de Estudos Superiores de Coelho Neto): In the high school classes was worked as a content that can be added to the subjects of basic education, such as theory of set, functions, geometry and sequence. In the classes of first period we showed in the discipline the importance of being work+ed the content of logic and there was the application of the games, causing in the student the decision making in different situations. Initially a brief history will be made, where we know the emergence and development of the study of logic to the present day, in the later chapters we work the propositional logic in the connective, logical circuits, logic and development of the Cognitive argument.

Key words: Propositional logic; Argumentative logic; Mathematical games.

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

Muito se discute atualmente, em como ensinar matemática de forma eficaz, já que os alunos não se encontram atraídos no estudo da mesma, e por muitas vezes está é tida como um "terror". Ao contrário do que se observa nas demais disciplinas que as mesmas encontram suas aplicações, ensinar matemática tem se tornado um desafio para os professores como ensino de qualidade, pois os alunos não entendem o sentido de se aplicar a Matemática. Criando um "saber escolar" distante do "mundo real". "O aluno memoriza os conceitos no entanto não compreende os algoritmos" (PASDIORA, 2008, p. 03).

Em sala de aula nos deparamos com alunos que apresentam bloqueios com relação ao estudo da matemática, esse bloqueio vem acompanhado com o medo de errar, assim tornam-se incapazes de entender os conteúdos, resolver problemas ou até mesmo interpretar problemas matemáticos. A Lógica em alguns conteúdos pode ser inserida nas salas de aulas para auxiliar os estudos, é claro que este deve ser aplicado sem teor crítico, já que a lógica em alguns conteúdos, assim como em jogos pode ser um tanto crítica como também criativa, desenvolvendo no aluno certa independência, pois por intermédio da lógica formal e dos jogos que o aluno desenvolve a tomada de decisões que interfere no resultado final dos mesmos, estando essas decisões certas ou não, estamos praticando na vida estudantil o que pode ser relativamente importante, para algumas ações na vida profissional futura desse educando. Os principais autores que servem de embasamento para essa pesquisa são Pasdiora (2008), Brasil (2006), Fajardo (2012) e Oliveira (2016).

Para tanto foram feitos 5 capítulos específicos referentes a cada item, destacando suas aplicações, demonstrações e causando melhor entendimento como base de sustentação teórica nos conteúdos. No intuito de confirmar a aplicação e progressão deste trabalho temos o 6º capítulo onde está a metodologia que caracteriza como foi desenvolvido o direcionamento dos objetivos específicos e o 7º capítulo onde se destaca a pesquisa, firmando a ideia de que é possível e necessário o uso da lógica em sala de aula.

> O conteúdo trabalhado na disciplina de Matemática no Ensino médio assume, assim, um caráter interdisciplinar e deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo as orientações curriculares, para isso é necessário: [...] colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático - nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico - dedutiva [...] (BRASIL, 2006, p. 70)

Sendo assim, baseio este trabalho em livros de matemática e de lógica, especificando o histórico da lógica, proposições, raciocínio lógico, lógica proposicional, circuitos lógicos e lógica argumentativa e jogos que possam estimular o aprendizado do educando. O estudo da lógica no ensino médio tem como base o desenvolvimento da lógica como linguagem, e em seu caráter semântico, consideremos a lógica como o maior pilar da matemática como ciência axiomática.

No entanto, a matemática no ensino médio não tem apenas caráter instrumental ou formativo, mas também tem suas características estruturais específicas. É necessário que o educando observe a importância das definições, encadeamentos conceituais e lógicos, demonstrações e as aplicações de jogos, para construir novos conceitos e estruturas a partir de outros, validando intuições e dando sentido a técnicas aplicadas.

"A matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo." PCENEM (Parâmetros curriculares Nacional para o Ensino Médio) (BRASIL, 2006, p. 108).

Tendo como base experiências docentes vivenciadas no Ensino Médio e superior, documentos oficiais que tratam sobre educação no Brasil, revisão bibliográfica e aplicações em sala, que este trabalho está fundamentado. Este trabalho dissertativo está diretamente direcionado à professores do Ensino Médio e superior. Sendo este divido em 7 capítulos, mais as considerações finais:

Objetivos

Objetivos Gerais

- Despertar a curiosidade dos alunos nos conceitos matemáticos que podem ser interagidos com a vida real, interligados pela lógica proposicional e argumentativa.
- Intensificar o uso de jogos matemáticos na sala de aula, proporcionando uma aprendizagem espontânea, dando estímulo na tomada de decisões e desempenho nas aulas de matemática.
- Introduzir a lógica, como conteúdo específico no ensino médio.

Objetivos Específicos

- Estimular a aplicação de conhecimentos adquiridos em matemática, retirando do plano abstrato para o mundo real;
- Fazer com que o aluno conheça os conectivos e como escrever simbolicamente um argumento;
- Representar e resolver situações problemas da lógica argumentativa com regras de inferências;
- Saber como podemos aplicar a lógica argumentativa e despertar o raciocínio dedutivo;
- Conhecer as áreas de aplicação da lógica proposicional;
- Trabalhar jogos para inovar os métodos de ensino aprendizagem nas aulas de matemática;
- Desenvolver a curiosidade e a tomada de decisões, para que se possa ter uma independência na vida escolar e consequentemente na vida real.

Capítulo 1

Um breve histórico da Lógica

A História da Lógica Matemática teve início em Atenas, na Grécia Antiga, por volta de IV a.C., com a escola de Platão e a escola de Sócrates, incentivadas principalmente pela política: A escola de Platão defendia a hipótese de que a base da ação política deveria ser pautada em investigação científica de preceitos matemáticos e a escola Sócrates seguia os princípios do sofismo, em que propunham o desenvolvimento da arte de emitir opiniões prováveis sobre coisas úteis.

Um dos primeiros filósofos gregos a discorrer acerca da lógica foi Aristóteles, que a utilizava como ferramenta para disciplinar a argumentação científica. Entretanto além dele, os sofistas que se ocupavam com a questão da argumentação, estrutura das sentenças, verdade, falácias, entendimento e convicção. Esses sofistas dedicavam-se à argumentação política e jurídica: ou seja, conquistar o convencimento dos demais. Desta forma, a verdade era dita como aquilo que fizesse com seu interlocutor acreditasse que fosse verdadeira. Um exemplo, é o famoso sofista Protágoras (485-415 A.C.) que pesquisava acerca da estrutura das sentenças. O termo sofista se refere comumente a escolas de pensamento que se preocupavam com a argumentação política e jurídica, tendo o homem sem idéias abstratas como ponto de referência. Sendo estes criticados pelos filósofos idealistas, que os denominaram de sofistas ou sofismas (BIANCONI, 2009, p. 7).

Ingressando aos 18 anos na escola de Platão, Aristóteles, alguns anos depois, foi o primeiro a propor o que passa a ser conhecido como sistematização para a classificação das proposições e argumentos, verdadeiro ou falso para as proposições, válidas ou inválidas para os argumentos.

Segundo Gomes (2015, p. 22), Aristóteles considerava a lógica como um método de demonstração norteada por três operações bem definidas: conceito, juízo e raciocínio. O conceito trata da representação do objeto no plano da mente, o juízo como ato de afirmação ou negação a dada idéia e o raciocínio que tratava da articulação dos vários juízos. Assim Aristóteles (384-322), foi o primeiro no estudo da lógica matemática, que posteriormente ficou intacta por mais de dois mil anos, voltando a ter ênfase no século XIX principalmente com Gottlob Frege (1848-1925), considerado o principal fundador da lógica moderna e como filósofo da matemática foi comparado a Aristóteles como explica Kenny (1998 apud OLIVEIRA, 2016, p. 17).

> A sua invenção para a lógica matemática foi uma das maiores contribuições para os desenvolvimentos, em diversas disciplinas, que estiveram na origem da invenção dos computadores [..] A maior contribuição de Frege para a lógica foi sua invenção da teoria da quantificação; isto é: um método para simbolizar e exibir rigorosamente as inferências dependente de expressões como "todos" "alguns" "qualquer" ou "cada um", "nada" ou "nenhum". Este novo método permitiu-lhe, entre outras coisas, reformar a silogística tradicional.

Sendo o primeiro a atribuir o cálculo proposicional a lógica, a negação, a disjunção, a conjunção, entre outros, nas frases declarativas, certamente a lógica matemática após Frege foi outra, atualmente, bem dividida em axiomas. Mesmo com diversas controvérsias relacionadas a concepção de verdade, A. Tarsk revolucionou à matemática por meio desta concepção. Dez anos após, a matemática sofre uma nova revolução por P. Cohen através da inserção da idéia de teoria dos conjuntos na definição de lógica matemática, mostrando também que o axioma da escolha era independente da teoria dos conjuntos (OLIVEIRA, 2016, p. 17).

A Matemática integra uma vertente natural da teoria dos conjuntos, além disso há evidências que existem matemáticas alternativas em relação a Matemática Clássica. Uma vez que para o estudo da lógica de primeira ordem se faz necessário que haja um conhecimento mais aprofundado da teoria dos conjuntos já que os dois contextos dependem um do outro, tanto a lógica de primeira ordem como também a teoria de conjuntos requer que haja um conhecimento compartilhado entre ambos. Já que mesmo na lógica proposicional é necessário que haja um conhecimento mínimo acerca de noções de aritmética assim como a teoria dos conjuntos requer uma disposição organizada de axiomas que se baseia em lógica, sobre a lógica de primeira ordem remete Fajardo (2004, p. 61):

> A lógica de primeira ordem se divide em três partes: a linguagem, que trata dos símbolos utilizados e da regra de formação de fórmulas, a semântica, que interpreta a linguagem, dando-lhe um significado, e a axiomatização ou sistema de axiomas, que dita as regras para demonstrações de teoremas. Diferentemente da lógica proposicional, a linguagem da lógica de primeira ordem não é única. Há alguns símbolos comuns a todas as linguagens e outros específicos. Por exemplo, na teoria dos conjuntos utilizamos o símbolo 2, enquanto na aritmética usamos os símbolos +, -, 0 ou 1. Por isso, quando tratamos de lógica de primeira ordem, precisamos estabelecer a linguagem à qual estamos nos referindo.

A primeira ordem da lógica é baseada na intuição, faz uso da linguagem natural, é formalizada e possui algumas características importantes como os teoremas da completude. Além disso, a lógica é dividida em linguagem, semântica e sistema de axiomas. A mesma é composta por símbolos como, variáveis sendo x, y, z, letras minúsculas do alfabeto, conectivos, quantificadores, delimitadores, símbolos relacionais, símbolos funcionais e constantes. A lógica proposicional pode ser considerada como sendo a lógica de Aristóteles só que com uma linguagem com o uso de símbolos, para Fajardo (2004, p. 48):

> A lógica formal, a proposicional relaciona os juízos de verdadeiro ou falso entre várias proposições, independente do significado de cada uma delas. E a lógica mais conhecida entre não matemáticas, servindo frequentemente de temas para concursos públicos e sendo, ocasionalmente, ensinada no ensino médio.

Na lógica proposicional os símbolos mais utilizados são: as fórmulas atômicas, que são estruturas indivisíveis na lógica e possui como representação as letras minúsculas, outro símbolo comumente utilizado são os conectivos que possuem como delimitadores os parênteses utilizados para delimitar as sequências lógicas, No que se refere a lógica, Pinho (1999 apud OLIVEIRA, 2016, p. 3) relata o seguinte:

> É preciso deixar claro que a Lógica se preocupa com o relacionamento entre as premissas e a conclusão, com a estrutura e a forma do raciocínio, e não com seu conteúdo, isto é, com as proposições tomadas individualmente ... O objeto da Lógica é determinar se a conclusão é ou não uma consequência lógica das premissas. Por esse motivo, por que o objeto da Lógica é a forma pela qual o raciocínio está estruturado, a Lógica costuma receber o nome de Lógica formal.

1.1 Como surgiu o raciocínio dedutivo

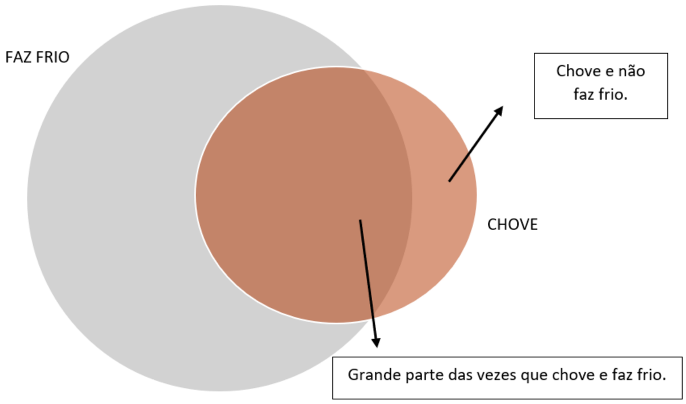
Na matemática é por meio da lógica que se determina a verdade. A primeira concepção de lógica ocorreu na antiguidade, sendo os pioneiros com relação ao pensamento lógico, os chineses, indianos e gregos. Entretanto, somente com Aristóteles (384-222) na Grécia Antiga que se elucidou acerca da lógica formal, apresentando regras de raciocínio lógico. A partir dessa elucidação que se deixou de utilizar premissas verdadeiras e passou a se usar conclusões verdadeiras, registradas no livro da "Metafísica" de Aristóteles.

No entanto, somente no século XIX, que os matemáticos entenderam que apenas a lógica formal não satisfazia as necessidades matemáticas, diante disso desenvolveram símbolos como uma forma de linguagem simbólica. Entretanto, intensas modificações ocorrem no decorrer daquele século, com alguns matemáticos como George Boole (1815-1864), Augustus De Morgan (1806-1871), Gottlob Frege (1848-1925), Bertrand Russell (1872-1970) e Alfred North Whitehead (1861-1947), contudo os verdadeiros responsáveis por essas transformações foram G. Leibniz (1646-1716) e J. H. Lambert (1728-1777), mas G. Frege realizou grandes feitos para o conhecimento da lógica, porém para diversos autores o começo da lógica matemática ocorreu por meio da publicação do livro "Principia Mathematica", reproduzido em três volumes, dos autores A. N. Whitehead e B. Russell neste mesmo século. Ainda no século XIX, houve importantes colaborações de matemáticos como A. Tarsk e P. Cohen, os quais revolucionaram a lógica através da divulgação da independência de algumas premissas da teoria dos conjuntos e chegou a receber o prêmio "Fields" (o prêmio de prestigio mais importante da matemática) (OLIVEIRA, 2016, p. 15).

A lógica é vista como a ciência do pensamento dedutivo que trata do estudo do princípio lógico a partir de inferências válidas, com o intuito de se obter uma verdade proveniente de princípios considerados verdadeiros, através de uma linguagem simbólica que atenda as regras de inferências. Para Aristóteles, tal verdade é dita como " Dizer do que não é que é, e dizer do que é, que não é, é falso. E, dizer do que não é, que não é, é dizer do que é, que é, é verdadeiro", no entanto, o entendimento de lógica por ser tido como dedutivo ou indutivo. A lógica dedutiva se refere a inferências válidas, enquanto a lógica indutiva está relacionada com as inferências verossímeis como no seguinte argumento: "Frequentemente quando chove faz frio. Choveu. Logo, fará frio" (Argumento indutivo).

Observe que no argumento anterior temos a palavra frequentemente, ou seja, uma analogia forte mas não uma condição universal, pois não é toda vez que chove que faz frio. No diagrama podemos representar:

Figura 1.1: Anagrama - Argumento indutivo



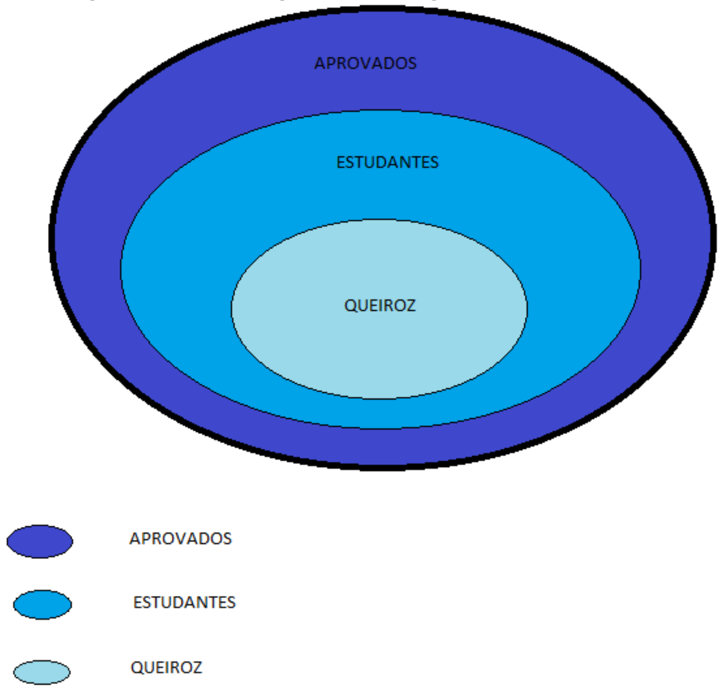
Fonte: Próprio autor (2018)

Portanto, pode haver o caso de chover e não fazer frio, por isso chamamos de raciocínio indutivo. Dando a idéia de sofismo, que "fazer frio" pode ser verdadeiro ou não.

Sendo este um argumento indutivo, consequentemente, não é reconhecido dentro da lógica, ainda que as premissas sejam verdadeiras não resultam logicamente em um desfecho verdadeiro. Nos argumentos dedutivos o desfecho é evidente com base nas premissas sem que haja necessidade de se acrescentar nada a mais.

"Todos que estudam serão aprovados"	Premissa 1
"Queiroz estudou"	Premissa 2
"Logo, Queiroz será aprovado"	Premissa 3

Figura 1.2: Anagrama - Argumento dedutivo



Fonte: Próprio autor (2018)

Na lógica dedutiva não é importante se os conteúdos das proposições são verdadeiras ou falsas, mas se estas são válidas e se o resultado é consequente aos argumentos. Desse modo, podemos avaliar estes argumentos em dedutivo ou indutivo. Diante disto, na lógica, o ato de argumentar é apresentar uma hipótese que é consequente a outra hipótese. Os argumentos são compostos pelo n de proposição, que são conhecidos de premissas, essas que garantem a veracidade da conclusão. Os dois principais delineamentos para se apresentar argumentos é o simbólico e a padronizada. Por meio da lógica que se mantem e organiza o raciocínio e o pensamento dedutivo. São várias as definições de lógica, porém nenhuma apresenta a definição de maneira clara e precisa, para alguns autores a lógica matemática é o estudo do tipo de raciocínio feito pelos matemáticos. O conceito de lógica na enciclopédia Barsa é a seguinte "Ciência que estuda as leis do raciocínio e as condições de verdade em vários domínios do conhecimento".(ENCICLOPÉDIA, 2010)

A lógica tem à finalidade de obter conclusões podendo estas ser verdadeiras ou falsas provenientes de hipóteses constituídas a partir de argumentos, a lógica possui dois tipos de raciocínios, o dedutivo ou indutivo como citado anteriormente. O dedutivo se refere ao raciocínio que quando verdadeiro permite que se desenvolva argumentos aceitáveis que possibilitam que as conclusões se tornem verdadeiras, quando falsa a premissa propicia com que hajam argumentos suficientes para que as conclusões sejam falsas. No que tange ao raciocínio indutivo, não há uma preocupação com as validades das premissas para que a conclusão seja considerada como falsa ou verdadeira, como isto esse raciocínio estabelece a verdade ou a falsidade com base na maior possibilidade que aconteça o fato, Pinho (1999 apud OLIVEIRA, 2016, p. 4):

> Costuma-se dizer que os argumentos indutivos partem do particular para o geral, isto é, a partir de observações particulares, procura estabelecer regras gerais, que, no caso das ciências naturais, devem ser provadas por outros meios; os argumentos dedutivos, por seu lado, partem de regras gerais para estabelecer a veracidade de acontecimentos particulares. O desenvolvimento da ciência tem dependido, em grande parte, da habilidade em combinar os dois tipos de raciocínio.

A lógica dedutiva ou de argumentação permite que haja uma capacidade de dedução mais cuidadosa com relação à argumentação, sendo que levamos em consideração estes argumentos na definição de conclusões, uma vez que o uso da linguagem natural não é suficiente na construção da argumentação visto que há uma possibilidade de ambiguidade da linguagem natural. Com a evolução da lógica matemática se desenvolve uma habilidade de dedução da argumentação ainda maior, para Pinho (1999 apud OLIVEIRA, 2016, p. 6):

> Uma outra vantagem da utilização de uma linguagem simbólica para a lógica é a possibilidade de utilização de recursos computacionais no tratamento de enunciados e argumentos; os computadores digitais se mostram bastante adequados à manipulação de símbolos, enquanto apresentam extrema dificuldade no tratamento da linguagem natural.

Em 1965, um estudioso conhecido como Robinson desenvolveu a Resolução, um método computacional para a dedução, que evidenciava o uso de símbolos dentro da lógica. No entanto, a lógica de primeira ordem é suficiente e satisfatória para o conhecimento comum. Conforme Tasinafo (2008, p. 13):

> [...] A lógica de primeira ordem é muito mais expressiva que a lógica proposicional. A linguagem da lógica de primeira ordem é elaborada em torno de objetos e relações (RUSSEL; NORVING, 2003 apud TASINAFO, 2008). A principal diferença entre lógica proposicional e a lógica de primeira ordem reside no compromisso ontológico (o que elas pressupõem sobre a natureza da realidade) feito por cada linguagem. Na lógica proposicional pressupõe-se que existem fatos que são válidos ou não válidos no mundo. A lógica de primeira ordem considera que o mundo consiste em objetos com certas relações entre eles que são ou não válidas.

A lógica de primeira ordem possibilita que se utilize da indução no estudo da aritmética, Gõdel pode demonstrar através do seu teorema da incompleteza, que existem sentenças aritméticas verdadeiras que não se podem provar. De acordo com Tasinafo (2008, p. 15), a teoria da computação é derivada da idéia de lógica desenvolvida por Kut Gõdel baseado na completeza e na incompleteza, tal questão é afirmada por Alonzo Church (1903-1995) e Alan Turing (1912-1954).

> Na teoria da computabilidade a tese de Church-Turing é uma hipótese sobre a natureza de artefatos mecânicos de cálculo, como computadores, e sobre que tipo de algoritmos eles podem executar. É aceito que um algoritmo computacional deva satisfazer aos seguintes requisitos: o algoritmo deve consistir de um conjunto finito de instruções simples e precisas, devendo ser - necessariamente- descritas também por um número finito de símbolos; o algoritmo sempre produz resultado num número finito de passos; o algoritmo - teoricamente- também poderia ser executado por um ser humano com apenas papel e lápis; a execução não requer inteligência do ser humano além do necessário para entender e executar as instruções (TASINAFO, 2008, p. 15).

As máquinas de von Neumann foram essenciais para o desenvolvimento de computadores, todavia, foram muitas as deficiências tecnológicas e de engenharia, que com a evolução e o decorrer dos anos acabaram por ser resolvidas (OLIVEIRA, 2016). Essa evolução se deve ao aperfeiçoamento de recursos tecnológicos das máquinas, estes possuíam alta complexidade, e com propósito de se facilitar a compreensão se fez necessário criar recursos voltados para o conhecimento humanos em vez destes serem aplicados somente nas máquinas, e isto se deve a evolução da lógica. Acerca disto, os autores Abe, Scalzitti e Filho (2002 apud OLIVEIRA, 2016, p. 148) discorrem:

> [...] isso foi possível através da lógica. Até o início da década de 70 utilizava-se a lógica apenas como uma ferramenta para projetar computadores (mais especificamente para projetar circuitos) e para auxiliar na construção de programas escritos em Algol ou Fortran. A partir do início da década de 70, trabalhos de Robert Kowalski propunham a utilização da lógica diretamente como uma linguagem de programação. A essa nova área da ciência que nascia, deu-se o nome de programação em lógica. Os programas construídos utilizando a lógica diretamente como linguagem de programação receberam o nome de programas lógicos (TASINAFO, 2008, p. 15).

Um conjunto de axiomas e de regras de inferências formam um programa lógico, que possibilita a formulação de questões que se pretende saber podendo estas ser deduzidas a partir do programa lógico se tencionando a saber se estes são teoremas, na teoria formal os mesmos seriam constituídos por um conjunto de axiomas e um conjunto de regras de inferências do programa lógico (ABE; SCALZITTI; FILHO, 2002 apud OLIVEIRA, 2016, p. 20).

A construção deste trabalho se deve ao fato da lógica matemática consistir em uma das áreas de conhecimento matemático mais relevantes, que com passar dos anos vem conquistando espaços progressivamente, essa evolução propiciou com que a lógica contemporânea seja disciplina comum no cotidiano escolar. A lógica é uma ciência de aplicação diária e de fácil entendimento, apesar de que a lógica que utilizamos diariamente seja predominantemente a indutiva, que se refere a lógica que é voltada ao uso de inferências verossímeis em vez do uso das inferências válidas. Na lógica dedutiva se utiliza de inferências válidas para se alcançar uma conclusão sendo está verdadeira ou falsa, é a lógica que se baseia em premissas verdadeiras para se formar uma conclusão verdadeira, assim como parte de premissas falsas para se chegar em uma conclusão falsa.

De acordo com Irme Lakatos, " A lógica a respeito das demonstrações matemáticas podem contribuir significativamente do que o modelo euclidiano com provas e demonstrações". De um ensino matemático que explora raciocínio lógico ou mesmo por meio de jogos lógicos. (TREVISAN, 2013, p. 142)

Capítulo 2

Proposições e Conectivos

O objetivo desse capítulo é apresentar algumas noções básicas, que contribuirão para melhor assimilação dos conteúdos tratados em outros capítulos. Daremos aqui apenas os primeiros passos da lógica, tendo a pretensão de apresentar o curso de lógica matemática ministrado aos alunos do primeiro período das universidades:

- Centro de Estudos Superiores de Coelho Neto (CESCN-UEMA), no período de 17/01 à 24/03/2018 nos finais de semana.

- Centro de Estudos Superiores de Caxias (CESC-UEMA), no período de 19/02 à 03/07/2018 com 4 aulas semanais. Uma disciplina com carga horária de 60h, com o intuito de preparar o educando para seletivos e concursos futuros.

2.1 Proposições simples ou atômicas

As Proposições Simples ou Atômicas são aquelas caracterizadas por apresentarem apenas uma idéia, uma informação completa ou quando declara uma única coisa sobre um único objeto. São indicadas pelas letras minúsculas p, q, r, s, t,...

As proposições seguem três linhas do pensamento.

- Princípio da identidade - Se qualquer proposição é verdadeira, então ela é verdadeira. (O que é, é)

- Princípio da não - contradição - Nenhuma proposição pode ser verdadeira e falsa. (O que é, não pode não ser ao mesmo tempo) ou (p $\wedge \sim$ p).

- Princípio do 3º excluído - Toda proposição deve ser verdadeira ou falsa, nunca o terceiro. (O que é, não pode não ser).

De acordo com Fajardo (2012), existem distintas definições de lógica, desta forma, se faz necessário discorrer acerca do tipo de lógica utilizada neste trabalho.

- Lógica Proposicional (ou Cálculo Proposicional): é o mais simples exemplo de lógica simbólica. Sua semântica tem como base os princípios da identidade, do terceiro excluído e não contradição, sendo assim a primeira referência da lógica clássica. As fórmulas atômicas formam a linguagem da lógica proposicional (representadas geralmente por letras do alfabeto), parênteses e conectivos (”não”, ”e”,”se...então”, ”se e somente se”), com uma simplicidade que faz com que ela não tenha força expressiva na formalização matemática.

- Lógica de Primeira Ordem (ou Cálculo de Predicado) : é a lógica usada para formalizar a matemática. Sua sintaxe também apresenta conectivos da lógica proposicional, mas com o acréscimo de ”para todo” e ”existe”, que são, respectivamente, quantificadores universais e existenciais. Além de outros símbolos específicos que dependem da abordagem do assunto da linguagem.

2.1.1 Sentenças que não representam proposições

Uma proposição tem obrigatoriamente, um verbo, uma informação completa e um valor lógico que pode ser verdadeiro ou falso, assim na linguagem natural temos sentenças que não representam proposições:

- Interrogativas (?)

  Exemplos: p: Será que vai chover?

  q: Quantos alunos foram aprovados em lógica matemática?

  Observe que se trata apenas de perguntas, não tendo como definir o valor lógico.

- Exclamativa (!)

  Exemplos: r: Boa apresentação !

  s: Que linda !

  Temos uma exclamação, que também não possui verbo.

- Imperativa

  Exemplos: t: Estude.

  u: Não falte a escola.

  Quando se manda ou se pede alguma coisa.

- Sentenças abertas

  Podem ser caracterizada por letras ou pelos pronomes ele (s), ela (s), aquele (s) ou aquela (s).

  Exemplos: p: Ele é muito inteligente.

  q: Aquela disciplina é difícil.

  A frase não define quem é ele ou na segunda frase não sabemos qual a disciplina, portanto não sabemos qual o valor lógico.

  Exemplos: p: $x + y = 10$

  Se $x = 7$ e $y = 3$, temos valor lógico verdadeiro, mas, se $x = 2$ e $y = 3$, temos valor lógico falso. Assim, depende somente dos valores de x e y, portanto, pelo princípio do $3^{\underline{o}}$ excluído não representa uma proposição.

  q: $x \div 2 = 5$

  Para $x = 10$, temos V (q) = V, mas para $x \neq 0$, o V (q) = F, logo depende do valor de x, assim pelo princípio do $3^{\underline{o}}$ excluído não é proposição.

  Podemos considerar como proposição apenas as sentenças declarativas, pois, de acordo, com os princípios definem apenas os valores lógicos verdadeiro ou falso.

2.2 Proposições compostas ou moleculares

As Proposições Compostas são aquelas caracterizadas por apresentarem mais de uma proposição simples, interligadas por conectivos. Em outras palavras, são todas as sentenças que possuem como parte integrante de si própria pelo menos uma outra proposição.

Na linguagem comum, usaremos palavras explícitas ou não para interligar frases dotadas de um sentido que denominamos sentenças, essas palavras serão substituídas por símbolos que na lógica matemática denominamos conectivos lógicos.

Tabela 2.1: Tabela dos conectivos lógicos

Nomes	Símbolos
(I) Negação (não)	$\sim$
(II) Conjunção (e)	$\wedge$
(III) Disjunção (ou)	$\vee$
(IV) Disjunção Exclusiva (ou...ou..)	$\veebar$
(V) Condicional (Se..então..)	$\rightarrow$
(VI) Bicondicional (Se e somente se...)	$\leftrightarrow$

As proposições compostas são indicadas por letras maiúsculas P, Q, R, S, T, U,...

Exemplos de proposições compostas ou moleculares:

- P: Jô Soares é gordo e inteligente.

  Para p: Jô Soares é gordo.

  q: Jô Soares é inteligente.

  Temos simbolicamente P: $p \wedge q$

- Q: Mário gosta de cálculo ou Gilvan gosta de álgebra linear.

  Para p: Mário gosta de cálculo.

  q: Gilvan gosta de álgebra linear.

  Temos simbolicamente Q: $p \vee q$

- R: Ou faço uma caminhada ou frequento uma academia.

  Para p: Faço uma caminhada.

  q: Frequento uma academia.

  Temos simbolicamente R: $p \veebar q$.

- S: Se estudo, então serei aprovado.

  Para p: Estudo.

  q: Serei aprovado.

  Temos simbolicamente S: $p \rightarrow q$

- T: Paris fica na Europa, se e somente se, Teresina fica no Piauí.

  Para p: Paris fica na Europa.

  q: Teresina fica no Piauí.

  Temos simbolicamente T: p$\leftrightarrow$q.

Na tabela 2.1 da página 16 foi representado os nomes e os símbolos que representam os conectivos e posteriormente alguns exemplos na linguagem natural que simbolicamente foram representados. Agora vamos ver de fato algumas definições, aplicações e propriedades.

2.3 Definição - Fórmulas

Fórmulas são sequências finitas de símbolos do alfabeto que gozam das regras seguintes:

1. Proposições atômicas são fórmulas;

2. Se P é uma fórmula, (~P) é uma fórmula

3. Se P e Q é uma fórmula, então, (P$\wedge$Q), (P$\vee$Q), (P$\veebar$Q), (P$\rightarrow$Q), (P$\leftrightarrow$Q) também são fórmulas.

4. Se P é uma fórmula e x é uma variável, então $\forall$ x (P) e $\exists$ x (P) são fórmulas.

5. Não há fórmulas além daquelas obtidas pelas regras de 1 a 4.

Essas regras expõem com clareza as estruturas lógicas das proposições e argumentos, evitando conclusões que podem por muitas vezes serem criadas no uso da linguagem comum.

2.4 Tabela verdade

A tabela verdade ou tabela de verdade ou tabela veritativa é o tipo de tabela matemática usada em lógica proposicional para determinar uma proposição atômica ou molecular é válida ou não. Na tabela verdade podemos também demonstrar implicações e equivalências , verificando se essas proposições são tautologia, contradição ou contigências.

2.4.1 Número de linhas da tabela verdade:

Teorema - " O número de linhas de uma proposição composta com N proposições é 2^n."

Demonstração: Numa proposição atômica p, pelo princípio da identidade, contradição e terceiro excluído temos somente dois valores lógicos verdadeiro ou falso, nunca um terceiro, ou seja, para a proposição p temos duas possibilidades.

Para uma proposição composta por n proposições simples (P_1, P_2, P_3,..., P_n). Usaremos o princípio multiplicativo de análise combinatória e teremos $P_1.P_2.P_3....P_n$ possibilidades, que equivale a $2.2.2....2 = 2^n$ possibilidades. Logo, o número de linhas da tabela verdade de uma proposição é 2^n.

Em cada conectivo veremos a tabela verdade com duas proposições, ou seja, a lógica binária, na qual ocorrem apenas duas situações:

- Verdadeiro, representado pela letra V, ou pelo número 1.
- Falso, representado pela letra F, ou pelo número 0.

2.5 Conjunção Lógica ($\wedge$)

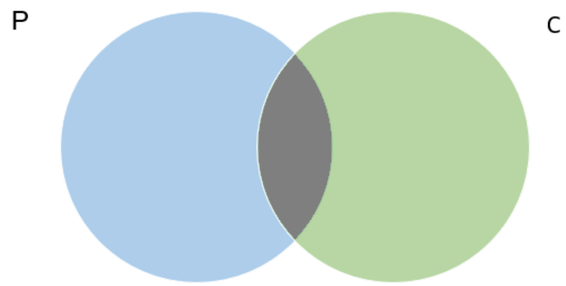
2.5.1 Definição

A conjunção é a operação na lógica matemática representada pelo conectivo $\wedge$, e em propagação por AND ou δδ, que pode ser ligada a intersecção.

2.5.2 Representação no Diagrama de VENN

Um elemento está na intersecção dos conjuntos apenas se a verdade está em ambos os conjuntos.

Figura 2.1: Representação de VENN - tabela verdade da conjunção



Fonte: Próprio autor (2018)

X ϵ P $\cap$ Q = (X ϵ P) $\wedge$ (X ϵ Q)

Portanto a conjunção como operação lógica é verdadeira quando, ambas as proposições são verdadeiras, veja na tabela verdade.

2.5.3 Tabela verdade da conjunção

A conjunção também pode ser representada pelo produto, veja na tabela II, com os números 0 e 1, onde v(p$\wedge$q) = V (p) x V (q).

Tabela 2.2: Tabela verdade da conjunção I

p	q	p$\wedge$q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Onde $\vee$(p$\wedge$q)=$\vee$(p)x$\vee$(q)

Tabela 2.3: Tabela verdade da conjunção II

p	q	p∧q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2.5.4 Aplicação na conjunção semântica "e"

A operação lógica da conjunção funciona da mesma forma para a conjunção semântica "e", que é a linguagem natural da operação "lógica de predicado". Suponha-se duas frases quaisquer:

Ex$_1$: Consideremos verdade as proposições: p ≡ "Hoje não está chovendo"
q ≡ "Não está quente", então para
p ∧ ~q ≡ (hoje não está chovendo) e (está quente).

A conjunção só é verdade se ambas as proposições forem: Se pelo menos uma das conjunções forem falsas, temos uma operação falsa, logo, como "está quente" é a negação de "não está quente", temos V (p) = V e V(~q) = F ⇒ V (p ∧ ~q) = F (falso).

2.5.5 Propriedades das Conjunções

A conjunção é binária, mas com o seu resultado podem ser feitas outras operações com mais valores.

Temos diversas propriedades na conjunção:

- (Comutativa) p∧q ≡ q∧p
- (Associativa) (p∧q)∧r ≡ p∧(q∧r)
- (Leis de Morgan) p∧q ≡ ~(~p∨ ~ q)
- (A contradição é sempre falsa) a∧~a ≡ 0

A verdade é o elemento neutro da conjunção
p∧1 ≡ p

A falsidade é o elemento absorvente da conjunção

p$\wedge$0 $\equiv$ 0

Distributividade com relação a disjunção lógica

p$\wedge$ (q$\vee$r) $\equiv$ (p$\wedge$q)$\vee$(p$\wedge$r)

2.6 Disjunção Inclusiva ($\vee$)

2.6.1 Definição

A Disjunção lógica é a operação lógica representada por $\vee$, que significa OU, quando aplicada em operações de conjuntos indica união, e numericamente representa soma.

2.6.2 Tabela verdade da disjunção

Tabela 2.4: Tabela verdade da conjunção I

p	q	p$\wedge$q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

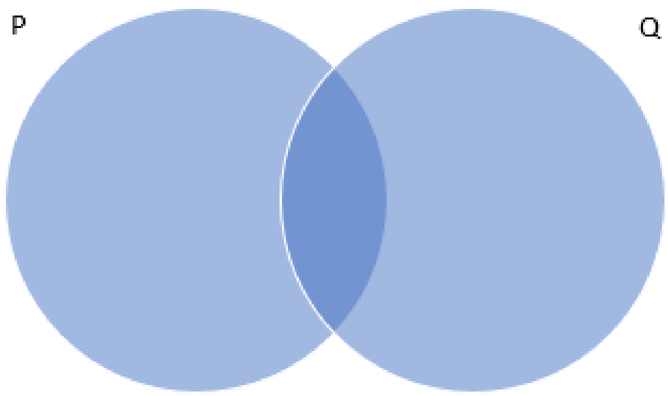
Tabela 2.5: Tabela verdade da conjunção II

p	q	p$\wedge$q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A disjunção tem como significado união, então, na primeira linha da tabela verdade da conjunção II, temos 1+1=1, ou seja, algebricamente n(p$\cup$q) = n (p) + n(q) − n(p$\cap$q), que corresponde a, V (p$\vee$q) = V(p) + V(q) − V (p $\wedge$ q).

2.6.3 Representação no Diagrama de VENN

Figura 2.2: Representação de VENN - Disjunção lógica



Fonte: Próprio autor (2018)

Um elemento está na união de dois conjuntos, quando for verdade em pelo menos um dos conjuntos.

$X \in P \cup Q = (X \in P) \vee (X \in Q)$

Portanto, a disjunção verdade ocorre quando pelo menos uma das proposições é verdadeira.

2.6.4 Aplicação na disjunção semântica ”ou”

Na disjunção semântica ”ou”, funciona na mesma forma as operações lógicas, como linguagem natural, vejamos nas proposições:

p: Paulo é estudioso. q: Paulo é trabalhador.

Então, $p \vee q$: (Paulo é estudioso) ou (trabalhador).

A disjunção $p \vee q$ só é falsa se ambas as proposições forem falsas, se pelo menos uma das proposições for verdade temos as disjunções verdadeiras.

2.6.5 Propriedades da disjunção inclusiva

Na disjunção temos as seguintes propriedades:

- $p \vee q \equiv q \vee p$: (Comutativa);

- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$: (Associativa);
- $p \vee q \equiv \sim(\sim p \wedge \sim q)$: (Leis de Morgan);
- $(p \vee \sim q) = 1$: (Universalidade);
- $p \vee 0 \equiv p$: (A falsidade é o elemento neutro da disjunção);
- $p \vee 1 \equiv 1$: (A verdade é o elemento absorvente da disjunção).

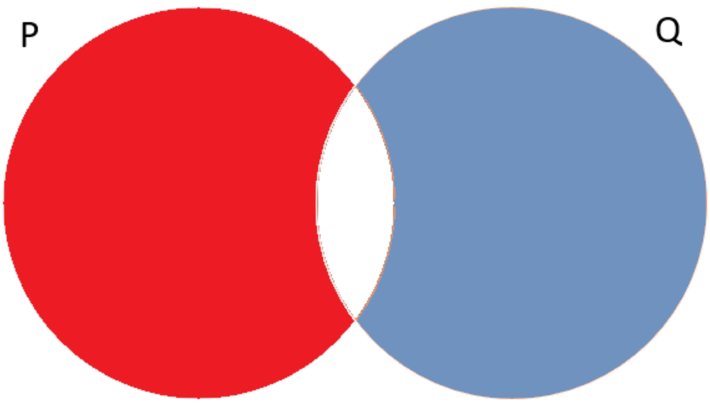
2.7 Disjunção Exclusiva ($\veebar$)

2.7.1 Definição

Na linguagem natural é representado por (ou...ou..) e simbolicamente "$\veebar$", que também pode ser escrito por $\oplus$, $+$, ou ainda $\neq$ é um tipo de disjunção que destaca apenas um, ou seja, nunca é verdade para proposições com o mesmo valor lógico.

2.7.2 Representação do Diagrama de VENN

Figura 2.3: Representação de VENN - Disjunção Exclusiva



Fonte: Próprio autor (2018)

Veja que no diagrama destacamos apenas P (vermelho) e apenas Q (azul), o que na lógica de predicados individualiza as proposições , ou seja, apenas uma é verdadeira, nunca as duas, o que serve para a falsidade, apenas uma é falsa nunca as duas.

2.7.3 Tabela verdade da Disjunção exclusiva

Representa a diferença entre o maior e o menor valor para verdade=1 e falsidade=0.

Tabela 2.6: Tabela verdade I: Disjunção Exclusiva

p	q	p$\veebar$q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela 2.7: Tabela verdade II: Disjunção Exclusiva

p	q	p$\veebar$q
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

2.7.4 Aplicação do "ou exclusivo"

O "ou exclusivo" na linguagem natural tem cono função primária enfatizar a indiferença entre duas ou mais coisas ou cursos. Mas como função secundária enfatiza a exclusividade mútua de um, dois, mas nunca ambos.

Na disjunção semântica "ou" (exclusivo) funciona diferentemente, da disjunção inclusiva, pois a verdade de uma das proposições indica a falsidade da outra, vejamos no exemplo:

Ex: Sejam as proposições:

p: Paulo é brasileiro;

q: Paulo é italiano;

Então para a proposição p$\veebar$q:

"Ou Paulo é brasileiro" ou "Paulo é italiano", temos uma delas verdadeira, nunca as duas;

Se Paulo for brasileiro, não é italiano ou se Paulo for italiano, não é brasileiro.

Assim seguem as seguintes operações com axiomas lógico:

- $p\veebar 0 = p$: (proposição $\oplus$ falsidade, vale p)
- $p\veebar 1 = \sim p$: (p $\oplus$ verdade, vale $\sim$ p)
- $p \veebar p = 0$: ($p\oplus p$, vale falsidade)
- $p\veebar \sim p = 1$: ($p\oplus \sim p$, vale verdade)
- $p\veebar q\veebar p = q$: ($q \oplus 0$, vale q)
- $p\veebar q = \sim p\veebar \sim q$: (A negação de ambas, vale a igualdade).

2.7.5 As propriedades da Disjunção Exclusiva

Temos somente duas propriedades para "ou exclusivo".

- (Comutativa): $p\veebar q = q\veebar p$
- (Associativa): $(p\veebar q)\veebar r = p\veebar (q\veebar r) = p\veebar q\veebar r$.

2.8 Condicional ($\rightarrow$)

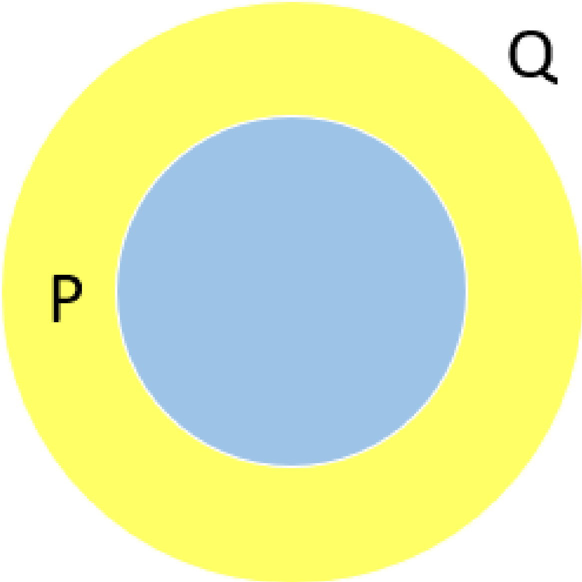
2.8.1 Definição

Representada simbolicamente por "$p\rightarrow q$", temos a proposição condicional que podemos ler como " Se p então q", ou seja, p é conclusão necessária para q, mas temos outro significado para esse símbolo como implição, essa condicional é falsa quando V(p) = V e o V (q) = F, em todos os outros casos ela é verdadeira.

2.8.2 Representação no Diagrama de VENN

$P\subset Q$

Figura 2.4: Representação de VENN - Condicional



Fonte: Próprio autor (2018)

2.8.3 Tabela verdade da condicional

Tabela 2.8: Tabela I da Condicional

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela 2.9: Tabela II da Condicional

p	~p	q	~p∨q
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

2.8.4 Condicional Material

Essa condicional conecta duas proposições através de uma constante lógica, quando um fator só pode ocorrer se outro fator ocorrer também. O condicional material pode ser a versão formal do condicional na linguagem natural, o qual se expressa por meio de palavras como as seguintes.

- Se chover, então faz frio.
- Faz frio, se chover.
- Quando chover, faz frio.

Para p: chover

q: Faz frio, teremos simbolicamente:

$p \rightarrow q$

$q \supset p$

$p \Rightarrow q$

Onde p e q são proposições quaisquer, essas variáveis p e q são chamadas antecedentes e consequentes da condicional.

Em lógica proposicional o condicional material é a função de verdade binária, que resulta o falso quando p é verdadeiro e q é falso, em qualquer outro caso é verdade.

Em Lógica dos predicados, pode ser visto como uma relação de subconjunto entre a extensão de predicados.

2.8.5 Propriedade da Condicional

(I) $p \rightarrow p \not\Leftrightarrow p$ (não é idempotente)

Veja que na tabela verdade os valores lógicos são diferentes, então, não são equivalentes.

Tabela 2.10: Tabela verdade I - Propriedade da Condicional

p	$p \rightarrow p$
V	V
F	V

Supondo P falso, teríamos $F \rightarrow F = V$ enquanto que $V(p) = F$.

(II)$p \rightarrow q \not\Leftrightarrow q \rightarrow p$ (Não Comutativa)

Veja que, supondo $V(p) = F$ e $V(q) = V$ teríamos $p \rightarrow q \Leftrightarrow F \rightarrow V \Leftrightarrow V$, mas para $q \rightarrow p \Leftrightarrow V \rightarrow F \Leftrightarrow F$, não valendo a comutatividade.

(III)$(p \rightarrow q) \rightarrow r \not\Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$ (Não associativa)

Supondo V(p)=V, V(q)=F e V(r)=F, teríamos as seguintes operações:

- (p→q)→r⇔(V→F)→F⇔F→F⇔V (Verdadeiro)
- p →(q→r)⇔V→(V→F)⇔V→F⇔F (Falso)

Portanto, a propriedade associativa não ocorre na condicional de três ou mais proposições atômicas, pois os valores lógicos são diferentes nas operações lógicas representadas.

Propriedade do Contra recíproco

p⇒q ⇔ p→q⇔~q→~p⇔qV~p⇔~pVq. Veja na Tabela.

Tabela 2.11: Tabela verdade - Propriedade do Contra recíproco

p	q	~q	~p	p→q	~q→~p	~p∨q
1	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1

Observe a igualdade nas três últimas colunas.

Prova para definição condicional

Veja que na lógica proposicional, uma sentença pode ser definida como: P→Q⇔~PVQ. Assim teremos :

- ~P∨Q⇔~P∨(~~Q) (Dupla Negação)
- ⇔(~~Q)∨~P (Comutativa)
- ~(~Q)∨~P (De Morgan) e (Condicional)
- ~Q→~P

I. Demonstração pela contradição

Prova por contradição no latim "reductio ad absurdum" que significa redução ao absurdo é um método indireto de prova matemática , não construtiva, onde, na lógica da contraposição o antecedente e o consequente da condicional, são invertidos e negados, causando uma equivalência e dando a idéia de que a negação da tese implica na negação da hipótese, onde se destaca a contradição, em outras palavras, assumimos como verdade o contrário que queremos provar e então chegamos a uma contradição.

Simbolicamente $p \to q \Leftrightarrow \sim q \to \sim p$ ou $\sim q \Leftrightarrow p \wedge \sim p$.

Exemplo$_{01}$: "Se $x \in$ IR, $X > 0$, então, $x + \frac{1}{x} \geqslant 2$":

Temos: Hipótese: (p) $x \in$ IR, $x > 0$.

Tese: (Q) $x + \dfrac{1}{x} \geqslant 2$.

Demonstração:

Suponhamos por absurdo que ($\sim$Q): $x + \frac{1}{x} < 2$

$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} < 2$ (Multiplicamos por x, como x>0 e $x \in$ IR) $\Leftrightarrow x^2 + 1 < 2x$ (subtraímos aos membros 2x) $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 < 0$ (Teremos antes da desigualdade um trinômio quadrado perfeito) $\Leftrightarrow (x-1)^2 < 0$ (como $x \in$IR, $\forall\, x \in$ IR, reduzirá ao absurdo)

Prova para a demonstração por contradição

Dado duas proposições P e Q, temos as seguintes condições, se P é verdade, então, Q é verdade, e também, se Q é falso, deve-se então mostrar que P não deve ser verdade, por contradição, ou seja, se P fosse verdadeiro, então, Q teria necessariamente que ser verdade (dado). Contudo, nos é dado que Q não é verdade, então temos uma contradição. Logo, P não é verdade (supondo que pela lei do terceiro excluído as afirmações são concretas, que só podem ser -verdadeiras ou falsas, nunca um terceiro)

II. Demonstração por absurdo

Nos teoremas escreve-se usualmente na forma de implicações desse tipo: $p \Rightarrow q$, onde p é a hipótese do teorema e q é a tese do teorema. Na implicação $p \Rightarrow q \Leftrightarrow p \to q \Leftrightarrow \sim p \vee q$, temos a implicação que corresponde a uma condicional equivalente a negação da hipótese ou afirmação da tese, assim na demonstração por absurdo, vejamos que a negação da negação da implicação da implicação de tal forma que:~~(p⇒Q)⇔~~(~p∨Q)⇔~(~~p∧~Q) ⇔~(p∧~Q) e a negação da implicação ~(p⇒Q)⇔~~(p∧~q)⇔(p∧~Q) tem-se que consideremos a afirmação da hipótese (P) e negação da tese (~q), o que acarreta o absurdo. p⇒Q, ~Q ⊢ absurdo.

Exemplo$_{02}$ Proposição: "Se ñ é um inteiro par, então n é inteiro par. " ñ ∈ Z, par ⇒ N é um inteiro par.

Suponhamos que ñ é par e N é ímpar. Sendo N ímpar temos N = 2k + 1, com k∈Z segue que ñ = $(2k+2)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2\ (2k^2+2k) + 1$ que é ímpar (absurdo).

Exemplo$_{03}$: Provar que $\sqrt{2}$ é irracional:

Demonstração:

Suponhamos, por absurdo, que $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$(racional); nessas condições, teremos $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ (i), com $p \in \mathbb{Z}$ e $q \in \mathbb{Z}^*$, supomos ainda que $\frac{p}{q}$ seja uma fração irredutível, isto é, mdc (p,q) = 1.

Elevando ao quadrado os membros de (i), temos:

$$2 = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow p^2 = 2q^2 \text{ (ii)}$$

Como $q \in \mathbb{Z}^*$, $2q^2$ é par, conclui-se que P^2 é par; logo P par é p = 2k, com $k \in \mathbb{Z}$.

Substituindo em (ii), teremos: $(2k)^2 = 2q^2 \Rightarrow 4k^2 = 2q^2 \Rightarrow q^2 = 2k^2 \Rightarrow q$ é par.

Então p e q são pares, a fração $\frac{p}{q}$ não é irredutível, o que contraria a hipótese. A contradição veio do fato de termos admitido $\sqrt{2}$ como racional, ou seja, $\sqrt{2}$ não pode ser racional. Logo $\sqrt{2}$ é irracional.

Exemplo$_{04}$: Prove que existem infinitos números primos.

Demonstração:

Suponha por absurdo, que exista uma quantidade finita de números primos (N números primos), denotados por $p_1, p_2, ..., p_n$. Consideramos um número $x = p_1.p_2....p_n + 1$, esse número X não é divisível por nenhum desses números $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$ (o resto da divisão é sempre 1). Logo, existe um número primo diferente de $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$ que divide x. Isto contradiz a nossa hipótese inicial está errada e portanto existem infinitos números primos.

Exemplo$_{05}$: "Se 3N + 2 é par, então N é ímpar.": Temos p⇒q, onde P: 3N + 2 é par (hipótese) e q: N é ímpar (tese). Suponhamos que, N seja par, então, N = 2k (~q) substituindo na hipótese p = 3(2k) + 2 $\Leftrightarrow$ 6k + 2 $\Leftrightarrow$ 2(3k + 1) $\Leftrightarrow$ 2k com k, k'$\in \mathbb{Z}$ (Absurdo).

III. Demonstração Direta

Exemplo$_{01}$: Seja X um número inteiro. Se X é par, então, y = x + 5 é ímpar.

Prova direta

Esta estratégia de prova incia-se por assumir a hipótese verdadeira e, então, tenta-se mostrar que a tese q (conclusão) seja verdadeira.

Prova: temos que assumir X $\in \mathbb{Z}$ e X é par. Então, X = 2N, com N $\in \mathbb{Z}$, de forma que, Y = X + 5 = 2N + 5 = 2(N + 2) + 1. Fazendo M = N + 2, com M $\in \mathbb{Z}$, segue que Y = 2M + 1, consequentemente Y é um inteiro ímpar.

Prova indireta

Neste tipo de prova teremos que assumir que Q(tese) é falsa e, então mostra que P é falsa.

Prova: Suponha que Y = X + 5 é um inteiro ímpar. Então, Y = X + 5 = 2N, para algum N inteiro. Segue que X + 2N - 5 = 2N - 6 + 1 = 2 (N - 3) + 1. Fazendo M = N - 3, teremos X = 2M + 1 para algum M inteiro. Logo, X é ímpar, isto é, X não é par.

Exemplo$_{02}$: Seja a e b números reais, tais que, $0 < a < b$, então, $a^2 < b^2$:

Suponha que $0 < a$ e $a < b$. Então, $0 < b$, multiplicando por a, ambos os membros da desigualdade $a<b$, teremos $a^2 < ab$, multiplicando agora por b, a mesma desigualdade. Temos $ab < b^2$. Assim das duas desigualdades encontradas $a^2 < ab$ e $ab < b^2$ teremos $a^2 < ab < b^2$, concluímos que $a^2 < b^2$.

Exemplo$_{03}$: Se N é inteiro arbitrário, então a condicional "Se 3 divide N, então, 9 divide N^2":

Suponhamos que 3 divide N, então, existe K $\in \mathbb{Z}$ tal que N = 3K, elevando ao quadrado, teremos que $N^2 = 9K^2$ seja K^2 = K' com K' $\in \mathbb{Z}$, assim N^2 = 9K' por definição de divisibilidade 9 divide N^2.

Exemplo$_{04}$: " $\forall$x,y $\in \mathbb{Z}$, se x e y são ambos pares, então x + y é par:

Suponhamos que x e y $\in \mathbb{Z}$ e pares, então existe K_1, $K_2 \in \mathbb{Z}$, tais que, $x = 2K_1$ e $y = 2K_2$, portanto, $x + y = 2K_1 + 2k_2 = 2(K_1 + K_2) = 2K_3$ com $K_3 \in \mathbb{Z}$. Logo $x + y = 2K_3$ (par).

Exemplo$_{05}$: Escreva uma demonstração para: "$\forall$ x $\in \mathbb{N}^*$ $\forall$ y $\in \mathbb{N}$, se x divide y, então, x divide y^2":

Demonstração:

Sejam $x \neq 0$ e x divide y, com x,y $\in \mathbb{Z}$, então, $x = yk$, com k$\in \mathbb{Z}$. Elevando ao quadrado temos $x^2 = y^2k^2$, como $k^2 = k^2$, com $K \in \mathbb{Z}$, $x^2 = y^2k'$, Logo pela função de divisibilidade x^2 divide y^2.

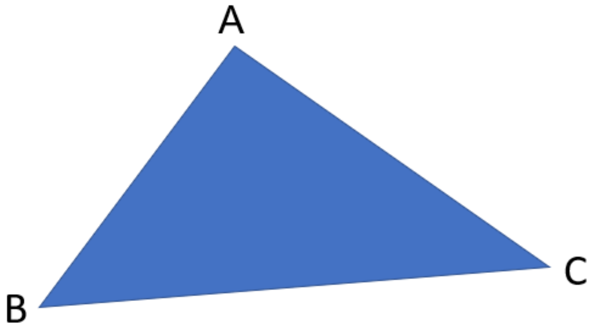
Exemplo$_{06}$: Teorema: Um triângulo tem no máximo um ângulo obtuso.

Suponhamos que no triângulo $\triangle$ ABC, $\angle$ A e $\angle$ B são ambos obtusos. Qual o teorema para chegar numa contradição?

- Se dois ângulos triângulo são iguais, os lados opostos aos ângulos são iguais.
- Se dois ângulos suplementares são iguais cada ângulo mede 90°.
- O maior ângulo num triângulo é oposto ao lado mais longo.
- A soma das medidas dos ângulos de um triângulo é 180°.

Solução: Veja a figura

Figura 2.5: Demonstração direta



Fonte: Próprio autor (2018)

Suponhamos que $\angle$ A > 90° e $\angle$ B > 90°, temos de certo que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a 180°, assim:

$\angle$A + $\angle$B + $\angle$C = 180°

$\hat{C}$ = 180° - ($\hat{A}$ + $\hat{B}$)

Como $\angle$A > 90° e $\angle$B > 90°, temos $\hat{A}$ + $\hat{B}$ > 90°, logo, $\hat{C}$ = 180° - ($\hat{A}$ + $\hat{B}$) $\Leftrightarrow$ $\hat{C}$ < 0, o que é uma contradição.

2.9 Bicondicional ($\leftrightarrow$)

2.9.1 Definição

Representada simbolicamente por "$\leftrightarrow$", com o significado de "se e só se" ou "sss" ou "se e somente se", para duas proposições p e q, temos $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$, ou seja, (~pVq)$\wedge$(~q$\vee$p)$\Leftrightarrow$ (não p ou q) e (não q ou p).

O símbolo $\leftrightarrow$ representa uma operação entre proposições, tendo como resultado uma nova proposição.

Exemplo$_{01}$: Operando uma proposição p com uma proposição q através desse conectivo $\Leftrightarrow$ resultará $p \Leftrightarrow q$.

O símbolo $\Leftrightarrow$ indica apenas uma relação de equivalência entre duas proposições dadas.

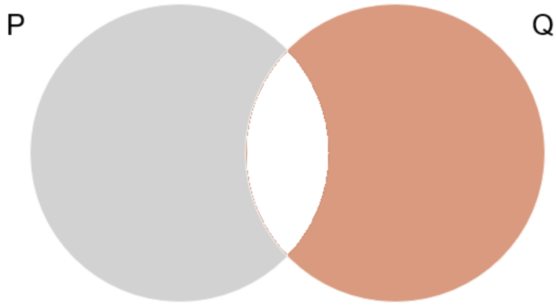
Exemplo$_{02}$: $p \rightarrow q \Leftrightarrow$ ~$p \vee q$

O valor lógico para $p \leftrightarrow q$, é verdade quando as proposições tem o mesmo valor lógico.

2.9.2 Representação no Diagrama de VENN

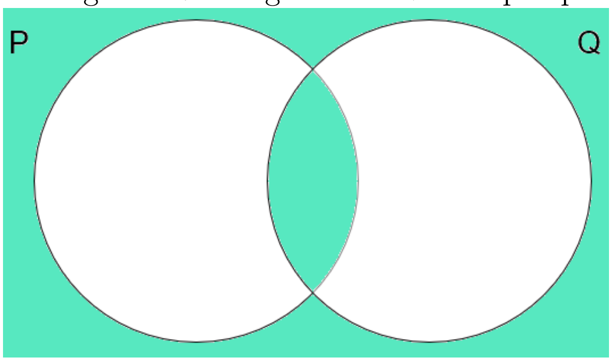
A representação no diagrama de Venn, têm-se a negação do ou exclusivo.

Figura 2.6: Digrama de Venn - $p\underline{\vee}q$



Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 2.7: Diagrama de Venn - $p\leftrightarrow q$



Fonte: Próprio autor (2018)

2.9.3 Tabela verdade da Bicondicional

Tabela 2.12: Tabela I da Bicondicional

p	q	$p\leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabela 2.13: Tabela II da Bicondicional

p	q	$p\leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Na lógica de predicados temos que todos os p's são q's ”e” todos os q's são p's (os conjuntos p e q coincidem). Eles são idênticos, significando no diagrama ”os dois ou nenhum".

2.9.4 Equivalências notáveis

(I) Dupla Negação: $\sim\sim p \Leftrightarrow p$

A dupla negação equivale a uma afirmação.

Tabela 2.14: Tabela verdade - Equivalências notáveis

p	~p	~p
V	F	V
F	V	F

Exemplo$_{01}$: "Não é verdade que Neymar, não joga na seleção brasileira", equivale dizer que "Neymar joga na seleção brasileira".

(II) Leis idempotentes

Tabela 2.15: 1º) $p \wedge p \Leftrightarrow p$

p	$p \wedge p$
V	V
F	F

Tabela 2.16: 2º) $p \vee p \Leftrightarrow p$

p	$p \vee p$
V	V
F	F

Observe que nas duas tabelas temos os mesmos valores lógicos.

Exemplo: "Vou embora e Vou embora" equivale dizer que "vou embora".

Exemplo$_{02}$: "Fico em casa ou Fico em casa" e equivale a "Fico em casa".

(III) Leis comutativas

1º) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

2º) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$.

(IV) Leis associativas

1º) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$

2º) p∨(q∨r)⇔(p∨q)∨r.

(V)Leis de Morgan

1º)~(p∧q)⇔~p∨~q

2º)~(p∨q)⇔~p∧~q.

Conhecidas com a negação da conjunção e disjunção.

Exemplo$_{03}$: A negação da proposição "Gosto de matemática" e "Estudo bastante" é:
Sendo p: "Gosto de matemática"
q: "Estudo bastante".
~(p∧q)⇔ ~p∨~q = "Não gosto de matemática ou não estudo muito ".

Exemplo$_{04}$: A negação de "Vai chover ou não está frio" é:
Sendo p: "Vai chover"
q: "Está frio".
A negação ~(p∨~q)⇔ ~p∧q = "Não vai chover e está frio".

(VI) Leis Distributivas

1º) p∧(q∨r) ⇔ (p∧q) ∨ (p∧r)

2º) p∨(q∧r) ⇔ (p∨q) ∧ (p∨r)

Tabela 2.17: Tabela verdade - Equivalências Notáveis

p	q	r	q∨r	p∧(q∨r)	p∧q	p∧r	(p∧q)∨(p∧r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Observe que nas colunas acima das proposições p∧(q∨r) e (p∧q)∨(p∧r) os valores lógicos são iguais logo, $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

Temos as equivalências da condicional e bicondicional que já falamos anteriormente. Essas equivalências são usadas em álgebra das proposições nas demonstrações de implicações e equivalências pelo "Método Dedutivo" que veremos no próximo capítulo em lógica proposicional.

Tabela 2.18: Resumo da tabela verdade para os conectivos

Conectivos	Observações importantes no valor lógico
Negação	O valor é o oposto da proposição original
Conjunção	É verdadeira quando as duas são verdadeiras
Disjunção	É falsa quando as duas são falsas
Condicional	É falsa quando ocorre verdadeiro e falso (nessa ordem)
Disjunção exclusiva	É falsa quando ambas tem o mesmo valor lógico
Bicondicional	É verdadeira quando ambas tem o mesmo valor lógico

Fora dessas observações os conectivos terão valores contrários aos indicados.

2.9.5 Demonstração da equivalência $P \Leftrightarrow Q$

Temos a equivalência $\Leftrightarrow$ que significa em demonstração:
($\Rightarrow$) ida ou condição suficiente ou $P \Rightarrow Q$ = se vale P então vale Q ou Q é condição suficiente para P ou $Q \supset P$.
($\Leftarrow$) volta ou somente se ou condição necessária ou $P \Leftarrow Q$ = Q implica P.

Exemplo 01) (Condição de divisibilidade por 7) Prove que 7/10k+i se e somente se 7/k-2i, com k e i $\in \mathbb{Z}$.
Temos: 7/10k+i $\Leftrightarrow$ 7/k-2i:

($\Rightarrow$) Hip: 7/10k+i $\Rightarrow$ 10k+i=7L com L$\in\mathbb{Z}$
(ida) Tese: 7/k-2i.
Demonstração: Seja k - 2i $\Rightarrow$ k - 2 (7L - 10k) $\Rightarrow$ k - 14L + 20K $\Rightarrow$ 21K - 14L $\Rightarrow$ 7(3K - 2L) $\Rightarrow$ 7/K - 2i.

($\Leftarrow$) Hip: 7/k - 2i $\Rightarrow$ k - 2i = 7p, com p$\in\mathbb{Z}$.

(volta) Tese: 7/10k + i.

Demonstração: 10k + i $\Rightarrow$ 10 (7p + 2i) + i $\Rightarrow$ 70p + 20i + i = 70p + 20i $\Rightarrow$ 7 (10p + 3i) $\Rightarrow$ 7/10k + i.

Exemplo 02) Quando vale $\frac{x}{y} > \frac{x+1}{y+1}$?

Solução: Seja $\frac{x}{y} > \frac{x+1}{y+1}$ $\Leftrightarrow$ x(y + 1) > y(x + 1) $\Leftrightarrow$ xy + x > xy + y subtraindo (xy) temos xy + x - xy > xy + y - xy $\Leftrightarrow$ x > y.

A desigualdade é válida quando se e só se x > y.

2.10 Método Dedutivo

Vejamos que todas as implicações e equivalências foram demonstradas anteriormente pela tabela verdade. Vamos agora aplicar a demonstração dessas implicações e equivalência por um método bem eficaz, denominado "Método Dedutivo", onde com o uso das equivalências notáveis nas implicações acarretamos a conclusão indicada ou uma tautologia e nas equivalências chegaremos na identidade, ou seja, na igualdade dos resultados.

Nas operações com os conectivos relacionado a tautologia (T) - verdade e contradição (C) - Falsidade é necessário os seguintes resultados:

Tabela 2.19: (i) T$\vee$P $\Leftrightarrow$ T

T	P	T$\vee$P
V	V	V
V	F	V

Tabela 2.20: (ii) T$\wedge$P$\Leftrightarrow$P

T	P	T$\wedge$P
V	V	V
V	F	F

Tabela 2.21: (iii) C$\vee$P $\Leftrightarrow$P

C	P	C$\vee$P
F	V	V
F	F	F

Tabela 2.22: (iv) C$\wedge$P$\Leftrightarrow$C

C	P	C$\wedge$P
F	V	F
F	F	F

Tautologia ⇔ ~P∨P

Contradição ⇔ ~P∧P

Vamos demonstrar algumas implicações e equivalências. Essas implicações com nomes especiais são regras de inferências que ainda falaremos posteriormente.

(1) Demonstrar as implicações pelo método dedutivo:

(a) p ⇒ p∨q (Adição)

Demonstração: Temos sucessivamente:

p → p∨q (Condicional)

⇔ ~p∨(p∨q) (Associativa)

⇔ (~p∨p)∨q (Tautologia)

⇔ T∨q

⇔T

(b) p∧q⇒p (Simplificação)

Dem: Seja a proposição composta

(p∧q)→p (Condicional)

⇔ ~(p∧q)∀p (De Morgan)

⇔ (~p∨~q)∨p (Associativa)

⇔(~p∨p)∨~q

⇔T∨~q

⇔T

(c) (p→q)∧p⇒q (Modus Ponens)

Dem: Temos a proposição

(p→q)∧p (Condicional)

⇔(~p∨q)∧p (Distribuitiva)

⇔ (~p∧p)∨(q∧p)

⇔ C∨ (q∧p)

⇔ q∧p (Simplificação)

⇔q

(d) $(p\rightarrow q)\wedge\sim q\Rightarrow\sim p$ (Modus Tollens)

Dem: Seja a proposição composta

$(p\rightarrow q)\wedge\sim q$ (Condicional)

$\Leftrightarrow (\sim p\vee q)\wedge\sim q$ (Distribuitiva)

$\Leftrightarrow(\sim p\wedge\sim q)\vee(q\wedge\sim q)$

$\Leftrightarrow (\sim p\wedge\sim q)\vee C$

$\Leftrightarrow \sim p\wedge\sim q$ (Simplificação)

$\Leftrightarrow \sim q$

(e) $(p\vee q)\wedge\sim p\Rightarrow q$ (Silogismo Disjuntivo)

Dem: Temos a seguinte proposição

$(p\vee q)\wedge\sim p$ (Distribuitiva)

$\Leftrightarrow (p\wedge\sim p)\vee(q\wedge\sim p)$

$\Leftrightarrow C\vee(q\wedge\sim p)$

$\Leftrightarrow q\wedge\sim p$ (Simplificação)

$\Leftrightarrow q$

(2) Demonstre as seguintes equivalências:

(a)$p\rightarrow q \Leftrightarrow p\wedge\sim q \rightarrow C$, com C = contradição

Demonstração: Temos na proposição

$p\wedge\sim q\rightarrow C$ (Condicional)

$\Leftrightarrow\sim(p\wedge\sim q)\vee C$ (De Morgan)

$\Leftrightarrow(\sim p\vee\sim\sim q)\vee C$ (Dupla Negação)

$\Leftrightarrow(\sim p\vee q)$ (Condicional)

$\Leftrightarrow p\rightarrow q$

(b) $p\rightarrow q \Leftrightarrow p\vee q\rightarrow q$

Dem: Seja a proposição

$p\vee q\rightarrow q$ (Condicional)

$\sim(p\vee q)\vee q$ (De Morgan)

$\Leftrightarrow(\sim p\wedge\sim q)\vee q$ (Distribuitiva)

$\Leftrightarrow(\sim p\vee q)\wedge(\sim q\vee q)$

$\Leftrightarrow(\sim p \vee q) \wedge T$

$\Leftrightarrow \sim p \vee q$ (Condicional)

$\Leftrightarrow p \rightarrow q$

(c) $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$ (Exportação - Importação)

Dem: Temos sucessivamente

$p \rightarrow (q \rightarrow r)$ (Condicional)

$\Leftrightarrow \sim p \vee (\sim q \vee r)$ (Associativa)

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee r$ (De Morgan)

$\Leftrightarrow \sim(p \wedge q) \vee r$ (Condicional)

$\Leftrightarrow p \wedge q \rightarrow r$

(d) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow q \wedge r$

Dem: Seja a proposição:

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ (Condicional)

$\Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)$ (Distribuitiva)

$\Leftrightarrow \sim p \vee (q \wedge r)$ (Condicional)

$\Leftrightarrow p \rightarrow q \wedge r$

2.11 Regras de inferências

São regras de transformações pelo qual se chega em uma proposição, tendo como base outra proposição, ou seja, deduzir um resultado a partir de premissas dadas. Na lógica argumentativa essas premissas são argumentos que deduzem um resultado a conclusão. Isso veremos no próximo capítulo.

(01) REGRA DA ADIÇÃO (AD)

Seja uma proposição P (dada), dela podemos acarretar a uma disjunção com qualquer outra proposição, ou seja, deduzir $p \vee q$, $p \vee r$, $S \vee p$, etc.

$p \vdash p \vee q$

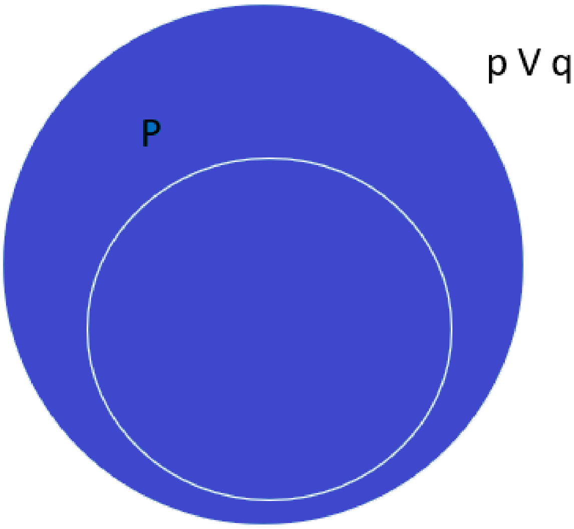
Tabela 2.23: Tabela verdade - Regra da Adição

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Veja que nas colunas de p e p∨q, não ocorre ∨F (nessa ordem), então o resultado da implicação é uma tautologia.

Observe que p ⊂ p∨q ⇔

Figura 2.8: Representação de VENN - Regra da Adição



Fonte: Próprio autor (2018)

Exemplo I) $\dfrac{p}{\therefore p\vee\sim q}$

p: Paulo é inteligente.

p∨~q: Paulo é inteligente ou não tem notas baixas.

(02) REGRA DA SIMPLIFICAÇÃO

De uma conjunção p∧q de duas proposições quaisquer se pode deduzir para qualquer uma das duas proposições.

$p \wedge q \vdash p$ ou $p \wedge q \vdash q$

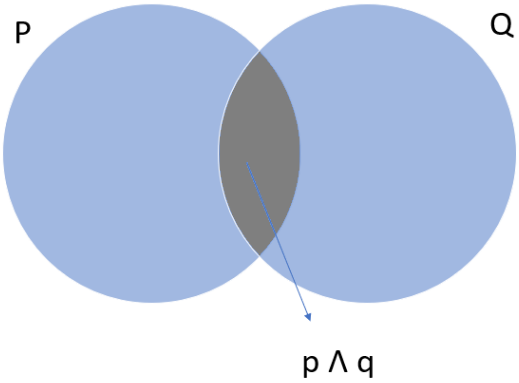
Tabela 2.24: Tabela verdade - Regra da Simplificação

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Veja que na primeira linha da coluna p∧q que tem valor lógico verdadeiro pode deduzir tanto p como q, pois, em ambos não tem falsidade.

Temos $p \wedge q \subset p$ ou $p \wedge q \subset q$.

Figura 2.9: Representação de VENN - Regra da Simplificação



Fonte: Próprio autor (2018)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p} \text{ ou } \frac{p \wedge q}{\therefore q}$$

Exemplo 01) A proposição p∧q: "Leno é inteligente e gosta de matemática." deduz que p:"Leno é inteligente" ou que "Leno gosta de matemática".

(03) REGRA DA CONJUNÇÃO (CONJ.)

Nessa regra se deduz de duas proposições quaisquer p e q (premissas) a sua conjunção p∧q ou q∧p (conclusão).

p (premissa)

q (premissa)

$$\frac{}{\therefore p \wedge q(conclusão)}$$

Exemplo 01)

$(1) x < -1 (p)$

$(2) x \in \mathbb{Z} (p)$

$$\frac{}{(3) \therefore x < -1 \wedge x \in \mathbb{Z}}$$

Exemplo 02) Sejam as premissas:

p: "Carlos é trabalhador"

q: "Lauro gosta de estudar"

De acordo com essas premissas, podemos deduzir que: p∧q - "Carlos é trabalhador e Lauro gosta de estudar", como p∧q ⇒ p e p∧q ⇒ q, então, p∧q ⇒ p∧q.

(04) REGRAS DA ABSORÇÃO (ABS)

Sendo dada uma condicional p→q como premissa, esta regra permite deduzir como conclusão uma outra condicional com o mesmo antecedente p e cujo o consequente é uma conjunção p∧q das duas proposições que integram a premissa, ou seja, p→p∧q.

p→q ⊢ p→p∧q

Exemplo 01) $\dfrac{(1) X \in P \to X \in P \cup Q}{(2) \therefore X \in P \to X \in P \wedge X \in P \cup Q}$

Exemplo 02) Temos as premissas:

P: "Paulo estuda"

Q: "Paulo será aprovado"

Na condicional P→Q: "Paulo estuda, então será aprovado", podemos deduzir que $P \rightarrow P \wedge Q$: "Se Paulo estuda, então, Paulo estuda e será aprovado".

Tabela 2.25: Tabela verdade - Regras da Absorção

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow P \wedge Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Nas colunas de $P \rightarrow Q$ e $P \rightarrow P \wedge Q$

(05) REGRA MODUS PONENS (MP): $p \rightarrow q$, $p \vdash q$

Numa condicional dada $p \rightarrow q$, a regra de modus ponens permite deduzir q (conclusão), a partir da premissa p da condicional $p \rightarrow q$ (premissa).

Exemplo 01)

(1)$p \rightarrow q \wedge r$

(2) p

$\therefore q \wedge r$

Exemplo 02) Sejam as premissas:

(1) $p \rightarrow q$: "Todo Corinthiano é fanático"

(2) p: "Paulo é Corinthiano"

Logo - q: "Paulo é fanático"

Exemplo 03) Consideremos as premissas:

(1) $p \rightarrow q$: "Se falto à escola, então não vou estudar"

(2) p: "Faltei à escola"

Conclusão - q: "Não vou estudar"

Na tabela, temos:

Tabela 2.26: Tabela verdade - Regra Modus Ponens

p	q	p→q	(p→q)∧p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Observe que na linha (1) da coluna (p→q)∧p, onde nós temos ∨ na coluna de q linha (1) onde temos também verdade, logo, (p→q)∧p⊢q.

(06) REGRA MODUS TOLLENS (MT)

Na condicional p→q (premissa) com a negação de q (~q - premissa), deduz como conclusão a negação de p (antecedente).

(p→q)∧~q ⊢ ~p

(1) p → q (premissa)
(2) ~ q (premissa)
∴ (3) ~ p (conclusão)

Exemplo 01) Sejam as premissas:

(1)p→q:"Se Carlos é bom professor, então ensina bem aos seus alunos"

(2) q: "Carlos não ensina bem aos seus alunos".

(3) Conclusão: ~p: "Carlos não é bom professor".

Exemplo 02) Dado as premissas:

(1)p→q:"Todo natural é inteiro "

(2) ~q: "Não é número inteiro".

(3) Conclusão: ~p: "Não é natural".

Simbolicamente:

$(1) Se\ x \in \mathbb{N}, então, x \in \mathbb{Z}$

$(2) x \notin \mathbb{Z}$

$(3) \therefore x \notin \mathbb{N}$

(07) REGRA DO SILOGISMO DISJUNTIVO (SD)

Na disjunção p$\vee$q (premissa), podemos negar qualquer uma das proposições ~p ou ~q, que deduzirar a afirmação de uma das proposições da disjunção inicial.

(p$\vee$q)$\wedge$~p $\vdash$q ou (p$\vee$q)$\wedge$~q $\vdash$ p.

Na tabela, temos:

Tabela 2.27: Tabela verdade - Regra do Silogismo Disjuntivo

p	q	p$\vee$q	~p	(p$\vee$q)$\wedge$~p
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

Veja que na terceira linha da coluna (p$\vee$q)$\wedge$~p temos verdade($\vee$), que acarreta verdade, também na terceira linha da coluna de q (conclusão).

(1) p $\vee$q (premissa)
(2) ~ p (premissa)
$\therefore$ q (conclusão)

Exemplo 01) Sejam as proposições:

(1) p $\vee$ q: "Fico em casa ou vou ao cinema"
(2) ~ q: "Não vou ao cinema"
Conclusão - ~ p: "Não fico em casa"

Exemplo 02) Sejam as premissas:

(1) "Todo político participa de algum esquema de corrupção ou mente para o povo"
(2) "Paulo é político e não participa de algum esquema de corrupção"
(3) Conclusão - "Paulo mente para o povo"

Simbolicamente: p: "É político"
q: "participa de algum esquema de corrupção"
r:"Mente para o povo"
Temos:

(1) $p \rightarrow q$ ($q \vee r$)
(2) $p \wedge \sim q$
(3) Conclusão: $p \wedge r$

(08) REGRA DO SILOGISMO HIPOTÉTICO (SH)

Sejam dadas as premissas condicionais p→q e q→r, tais que, o consequente da primeira, coincide com o antecedente da segunda, deduz-se uma terceira condicional p→r (conclusão), com o antecedente da primeira e o consequente da segunda. Essa dedução decorre da transitividade da condicional (→).

Tabela 2.28: Tabela verdade - Regra do Silogismo Hipotético

p	q	r	p→q	q →r	(p→q)∧(q→r)	p→r
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V

Veja que nas linhas da coluna de (p→q)∧(q→r), onde tem verdade (1º, 5º 7º e 8º) não ocorre falsidade (F) nas linhas correspondentes da coluna de p→r na tabela, logo, acarreta o silogismo hipotético.

(1)$p \rightarrow q$ (premissa)
(2) $q \rightarrow r$ (premissa)
$\therefore\ p \rightarrow r$ (conclusão)

Exemplo 01) Seja as proposições:

p: "Ganha pouco"

q: "É professor"

r: "É assalariado", Assim:

(1)p$\rightarrow$q: "Se ganha pouco, então é professor"

(2)q$\rightarrow$r: "Se é professor, então é assalariado"

(3) Conclusão: p$\rightarrow$r: "Se ganha pouco é assalariado".

Exemplo 02)

(1) $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow r$

(2) $r \rightarrow \sim s$

$\therefore (p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim s$

(09) REGRA DO DILEMA CONSTRUTIVO (DC)

Nesta regra temos duas condicionais e uma disjunção como premissa, sendo que o antecedente das duas condições formam a disjunção da outra premissa, deduzindo a conclusão que é a disjunção com o consequente das duas condicionais das premissas.

(1) $p \rightarrow q$ (premissa)

(2) $r \rightarrow s$ (premissa)

(3) $p \vee r$ (premissa)

$\therefore q \vee s(conclusão)$

$[(p\rightarrow q) \wedge (r\rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \Rightarrow q \vee s$

Tabela 2.29: Tabela verdade - Regra do Dilema Construtivo

p	q	r	s	p→q	r →s	p ∨r	(p→q)∧(r→s) ∧ (p∨r)	q∨s
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	F	V	F	V
V	V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	F	V
V	F	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V
F	V	F	V	V	V	F	F	V
F	V	F	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	F	F	V
F	F	F	F	V	V	F	F	F

Observe que a tabela a coluna de (p→q)∧(r→s)∧ (p∨q) figura verdade nas linhas 1, 3, 4, 9, 13 e nessas linhas da coluna de q∨s, não figura falsidade. Portanto, [(p→q)∧(r→s)∧ (p∨q)]⊢ q∨s.

Exemplo $_{01}$ - Seja as proposições:

p: ”é professor”

q: ”trabalha muito”

r: ”é político”

s: ”rouba”, temos as seguintes premissas.

(1) p→q: ”Se é professor, então trabalha muito”

(2) r→s: ”Se é político, então rouba”

(3) p∨r: ”Marcos é professor ou político”

(4) (Conclusão) q∨s:”Marcos trabalha muito ou rouba”.

Exemplo$_{02}$:

(1)$x < y \rightarrow x = 3$

(2)$x \not< y \rightarrow x < 3$

(3)$x < y \vee x \not< y$

$\overline{\therefore (4) x = 3 \vee x < 3}$

(10) REGRA DO DILEMA DESTRUTIVO (DD)

Nesta regra temos duas condicionais (p→q) e (r→s) e a disjunção formada pela negação dos consequentes das condicionais (~q∨~s), acarretando a negação dos consequentes das condicionais (~p∨~r).

(1) p → q (premissa)

(2) r → s (premissa)

(3) ~ q ∨ ~ s (premissa)

$\overline{(4) \therefore \sim p \vee \sim r (conclusão)}$

[(p→q)∧(r→s)∧(~p∨~s)] ⇒ ~p∨~r.

Tabela 2.30: Tabela verdade - Regra do Dilema Destrutivo

p	q	r	s	p→q	r →s	~p	~s	~p∨~s	(p→q)∧(r→s)∧(~p∨~s)	~r	~p∨~r
V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F
V	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	F	F	F	F	V	F
V	V	F	F	V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	F	F	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	V	F	F	F	F	V	V
V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	F	V	V	F	V
F	V	V	F	V	F	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F	V	V	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V

Observe que na coluna de (p→q)∧(r→s)∧(~q∨~s), verdade (V) nas linhas 4, 9, 11, 12, 13, 15 e 16 e nessas linhas correspondentes da coluna de ~p∨~r, não figura F. Logo, (p→q)∧(r→s)∧(~p∨~r), não figura F. Logo, (p→q)∧(r→s)∧(~q∨~s) ⊢ ~p∨~r.

Exemplo$_{01}$:

(1)$p \rightarrow q :$ "$Se x < 2, então, x < y$"

(2)$r \rightarrow s :$ "$Se x \neq 0, então, x = y$"

(3) $\sim q \lor \sim s :$ "$x \nless y \lor x \neq y$"

(4) $\sim p \lor \sim r :$ "$x \geqslant 2 \lor x = 0$"

Exemplo$_{02}$: Seja as proposições:

p: "Gosto de Matemática"

q: "Sou inteligente"

r: "Estudei"

s: "Serei aprovado", para as proposições:

(1) p→q: "Se gosto de Matemática, sou inteligente"

(2) r→s: "Se estudei, serei aprovado"

(3) ~q∨~s: "Não sou inteligente ou não serei aprovado"

(4) (Conclusão) ~p ∨ ~r: "Não gosto de Matemática ou não estudei".

2.12 Validade mediante a regras de inferências

A tabela verdade nos permite testar, verificar e demonstrar a validade de qualquer argumento, mas com o aumento do número de proposições nas premissas pode ser cada vez mais trabalhoso, já que o número de linhas da tabela verdade aumenta de acordo com o número de proposições simples pela fórmula 2^n (linhas), causando uma perspectiva bem trabalhosa, por exemplo: (1) Para 4 proposições simples, temos $2^4 = 16$ linhas; (2) Para 5 proposições simples, temos $2^5 = 32$ linhas; e assim em diante.

Com isso em alguns casos é mais eficaz usar a validade mediante regras de inferência, no qual dado um argumento P_1, P_2, P_3,...,$P_n \vdash Q$ consiste em deduzir a conclusão Q a partir das premissas P_1, P_2, P_3,...,P_n mediante algumas inferências já definidas.

Exemplo $_{01}$: Testar a validade dos seguintes argumentos:

a) (1) $x + 2 > 5 \rightarrow x = 4$

(2) $x = 4 \rightarrow x + 4 \not< 7$

(3) $x + 4 < 7$

$\underline{(4) x + 2 > 5 \vee (5 - x > 2 \wedge x < 3)}$

$\therefore x < 3 (conclusão)$

Demonstração:

(5)$x \neq 4$ .... MT (2,3)

(6)$x + 2 \not> 5$.......................... MT (1,5)

(7)$5 - x > 2 \wedge x < 3$................ SD (4,6)

(8)$x < 3$ (conclusão)................. SIMP (7)

b)p→q, ~q∧~r, ~r→s ⊢ ~ p ∧ s

Demonstração:

(1)p→q

(2)~q∧~r

(3) ~ r → s

(4) ~ q.................SIMP(2)

(5) ~r.................. SIMP (2)

(6) ~P.................. MT (1,4)

(7)s .... MP (3,5)

(8) ~P∧s (conclusão) CONJ (6,7)

Exemplo $_{02}$: Demonstrar que é válido o argumento:

~p ∨ q → r, r ∨ s → ~ t, t ⊢ ~ q.

Demonstração - Temos, sucessivamente:

(1)~p∨q→r.........................P

(2)r∨s→~t..........................P

(3)t ....P

(4) ~~ t..............................3 – DN

(5) ~(r∨s)......................... 2,4 - MT

(6) ~r ∧ ~s......................... 5 - DM

(7)~r .... 6 - SIMP

(8) ~(~p∨q)......................... 1,7 - MT

(9)~~p∧~q........................... 8 - DM

(10)p∧~q.............................. 9 - DN

(11)~q.................................. 10 - SIMP

Exemplo $_{03}$: Demonstrar a validade do argumento:

(1) $x < 6$

(2) $y > 7 \lor x = y \rightarrow \sim (y = 4 \land x < y)$

(3) $y \neq 4 \rightarrow x \not< 6$

(4) $x < 6 \rightarrow x < y$

$\therefore x \neq y$

Demonstração - Temos, sucessivamente:

(1) $x < 6$..P

(2) $y > 7 \lor x = y \to \sim (y = 4 \land x < y)$ ..P

(3) $y \neq 4 \to x \not< 6$ ....P

(4) $x < 6 \to x < y$ .... P

(5) $x < y$..$1, 4 - MP$

(6) $y = 4$ .... 1,3 - MT

(7) $y = 4 \land x < y$................................. 5,6 - CONJ

(8) $\sim\sim (y = 4 \land x < y)$ .... 7 - DN

(9) $\sim (y > 7 \lor x = y)$............................ 2,8 - MT

(10) $y \not> 7 \land x \neq y$................................. 9 - DM

(11) $x \neq y$... 10 - SIMP

Exemplo $_{04}$: Demonstrar a validade do argumento:

(1) $y \neq 1 \land y \not< 1$

(2) $y \not> 1 \to y < 1 \lor y = 1$

(3) $x = 3 \lor x > 3$

(4) $x > 3 \to x \neq y$

(5) $x = 3 \to x \neq y$

$\therefore \sim (x = y \lor y \not> 1)$

Demonstração - Temos, sucessivamente:

(1) $y \neq 1 \land y \not< 1$ ....P

(2) $y \not> 1 \to y < 1 \lor y = 1$...................................P

(3) $x = 3 \lor x > 3$ ....P

(4) $x > 3 \to x \neq y$ .... P

(5) $x = 3 \to x \neq y$ .... P

(6) $x \neq y \lor x \neq y$..$3, 4, 5 - DC$

(7) $x \neq y$ ....6 - ID

(8) $y \not< 1 \land y \neq 1$...................................... 5,6 - CONJ

(9) $\sim (y < 1 \lor y = 1)$ .... 8 - DM

(10) $y > 1$.. 2,9 - MT

(11) $x \neq y \wedge y > 1$.................................... 7,10 - CONJ

(12) $\sim (x = y \vee y \ngtr 1)$................................ 11 - DM

Capítulo 3

Circuitos Lógicos

Podemos usar a lógica proposicional na implementação de circuitos eletrônicos, estes circuitos estão na base da construção de um computador eletrônico digital e neles são usados dois níveis de voltagem para representar valores binários.

Os circuitos são constituídos por portas que admitem uma ou várias entradas, cada podendo assumir o valor de 0 ou 1. Usualmente, tem uma saída que em função das entradas tem um desses valores.

Em 1854, George Boole introduziu o formalismo que usamos até hoje para o tratamento sistemático da lógica. A álgebra Booleana em que um conjunto de operadores e axiomas são assumidos como verdadeiros sem necessidade de prova. Em 1938, C.E. Shanno aplicou está álgebra para mostrar que as propriedades de circuitos de chaveamento podem ser representados por uma álgebra Booleana com dois vetores.

Na álgebra ordinária dos reais, as variáveis podem assumir valores no intervalo (- ∞, + ∞), diferenciando das variáveis Booleanas onde temos um número finito de valores, em particular trata-se de dois valores, cada variável pode assumir um desses valores, os quais podemos denotá-los por [F, V] (Falso ou Verdadeiro), [H, L] (High ou Low) ou ainda temos F = 0 e V = 1. Na álgebra Booleana, a notação primordial é [0, 1], a qual é necessária na eletrônica digital. Como o número de valores de cada variável é finito (e pequeno), o número de estados que uma função Booleana pode assumir também será pequeno, isto significa que podemos descrever completamente funções Booleanas utilizando tabelas, é aí que teremos as representações em tabelas verdades, e nelas são listadas todas as combinações de valores que as variáveis de entrada podem assumir e os correspondentes valores da função (saídas).

Vejamos que:

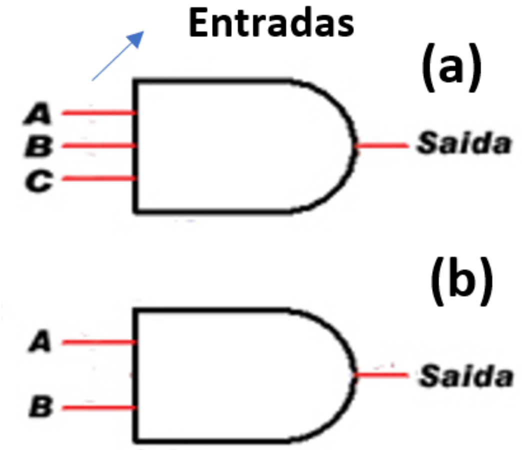
- Na álgebra de Boole, há somente dois estados ou valores permitidos.
  - Estado 0 (zero)
  - Estado 1 (um)
- De maneira geral
  - O estado zero, representa: Não, falso (aparelho desligado, ausência de tensão, chave desligada, etc.);
- O estado um, representa: Sim, verdadeiro (aparelho ligado, presença de tensão, chave ligada, etc.);
- Assim, na álgebra booleana, uma situação representada por 0 é contrária para 1.
- Portanto, em qualquer bloco (porta ou função), o lógico somente ocorre em dois estados (0 ou 1), que são permitidos em suas entradas e saídas.
- Uma variável booleana também só assume um dos dois estados permitidos (0 ou 1).

Nesta apresentação trataremos apenas de alguns blocos lógicos:

- E (AND)
- OU (OR)
- NÃO (NOT)
- NÃO E (NAND)
- NÃO OU (NOR)
- OU EXCLUSIVO (XOR)

A função Booleana pode ser representada por uma equação ou detalhada pela sua tabela verdade, mas uma função booleana também pode ser representada de forma gráfica,

Figura 3.1: Símbolo da porta lógica E com 3 entradas (a) e 2 entradas (b).



Fonte: Adaptado de Gercino (2018)

onde cada operador está associado a um símbolo específico, permitindo o reconhecimento visual.

Na realidade, mais do que símbolos de operadores lógicos, as portas lógicas representam recursos físicos, isto é, circuitos eletrônicos capazes de realizar as operações lógicas. Na eletrônica que trabalha com dois estados somente a qual é denominada eletrônica digital, o nível lógico 0 (zero) normalmente está associado a ausência de tensão (0 volt) enquanto o nível lógico 1 (um) a presença de tensão (a qual geralmente é 5 volts). Temos a ideia de que nos limitaremos ao mundo da álgebra booleana, admitindo que as portas lógicas representam também circuitos eletrônicos que de alguma maneira, realizam as funções booleanas simbolizados. Então ao conjunto de portas lógicas e respectivas conexões que simbolizam uma equação booleana denominadas circuitos lógicos.

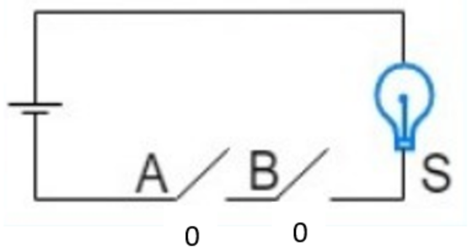
3.1 Porta E

O símbolo da porta E é mostrado na figura 3.1 (á esquerda estão dispostas duas entradas e á direita uma única saída). As linhas que conduzem as variáveis de entrada e saída podem ser interpretadas como fios que transportam os sinais elétricos associados as variáveis. O comprimento da porta E segue estritamente a definição e tabela verdade.

3.1.1 Função E (AND)

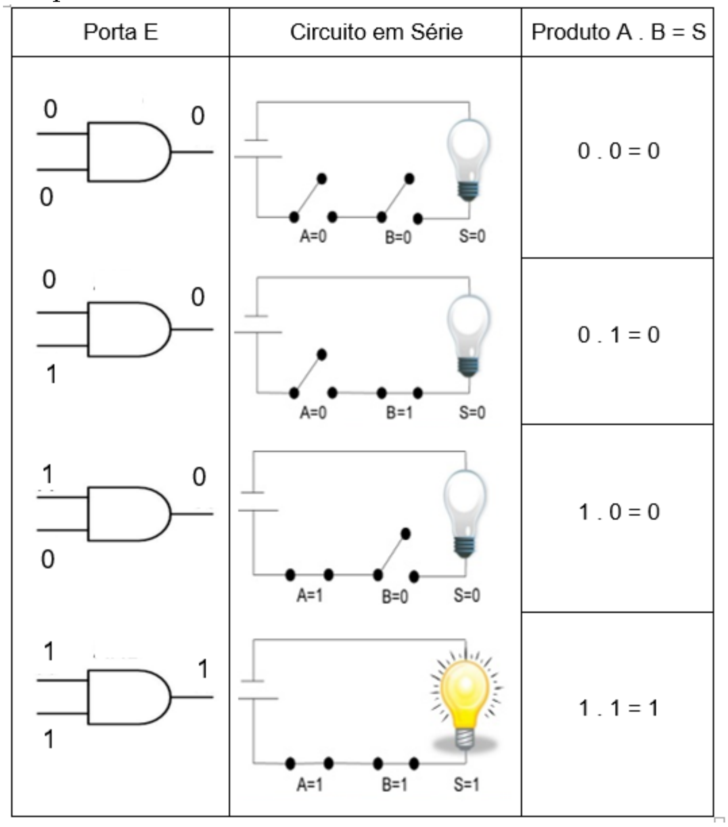
Executa o produto (conjunção) booleana de duas ou mais variáveis binárias para entrada (A_1, A_2, ..., A_N) ela é definida como f (A_1, A_2, ..., A_N) $= \Pi_{i=1}^{n}$ Ai (Produtório de Ai com i variando de 1 a n). Por exemplo, assume a convenção no circuito em série.

Figura 3.2: Circuito em série com entrada 0. Chave aberta = 0; Lâmpada apagada = 0; Chave fechada = 1; Lâmpada acesa = 1; S = Saída.



Fonte: Adaptado de Brainly (2018)

Figura 3.3: Representações no circuito em série e no produto de duas entradas A e B, de operações lógicas no portal com os valores 0 ou 1.



Fonte: Adaptado de Baranauskas (2016)

Tabela 3.1: Tabela Verdade da Função E (AND)

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Se a chave A está aberta (A = 0) e a chave B aberta (B = 0), não haverá passagem de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S = 0).

Se a chave A está aberta (A = 0) e a chave B fechada (B = 1), não haverá passagem de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S = 0).

Se a chave A está fechada (A = 1) e a chave B aberta (B = 0), não haverá passagem de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S = 0).

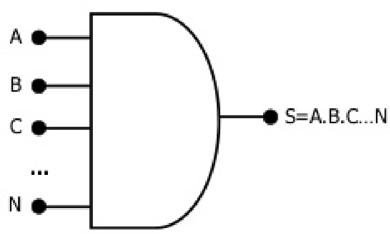
Se a chave A está fechada (A = 1) e a chave B fechada (B = 1), haverá passagem de energia no circuito, logo a lâmpada ficará ligada (S = 1).

Observando todas as quatro situações possíveis, podemos concluir que a lâmpada fica acesa somente quando todas as portas estão fechadas, pois assim haverá passagem de energia no circuito.

É possível estender de uma porta E para um número qualquer de variáveis de entrada, nesse caso, temos uma porta E com N entradas e somente uma saída.

A saída será um, se e somente se, as N entradas forem iguais a 1; nos demais casos, a saída é 0.

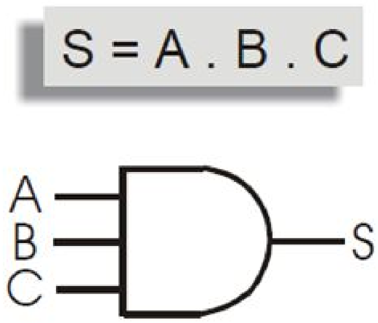
Figura 3.4: Porta E com N entradas.



Fonte: Adaptado de Baranauskas (2016)

Por exemplo, S = A.B.C como são 3 entradas temos $2^3 = 9$, ou seja 9 linhas na tabela verdade.

Figura 3.5: Porta E com 3 entradas e tabela booleana.



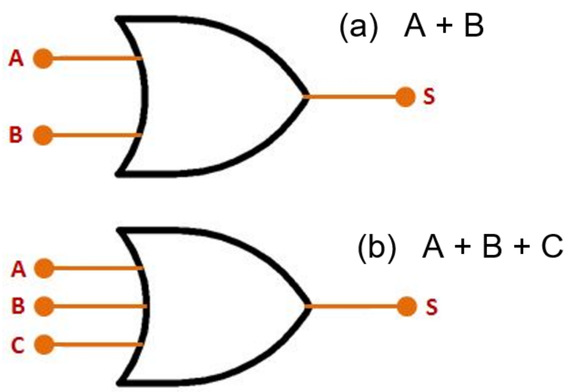
A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Fonte: SOLUCIONANDO (2016)

3.2 Porta OU (OR)

O símbolo da porta OU pode ser visto na figura 3.6. Tal como na porta E, as entradas são colocadas à esquerda e a saída à direita. Deve haver no mínimo duas entradas, mas há somente uma saída. O funcionamento da porta OU segue a definição da operação OU, dada na tabela verdade que veremos posteriormente.

Figura 3.6: Símbolo da porta lógica OU com duas entradas (a) e com três entradas (b).

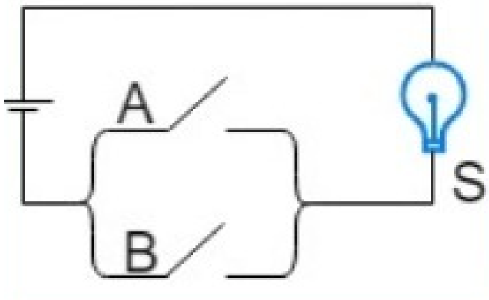


Fonte: Adaptado de Reis (2016b)

3.2.1 Função OU (OR)

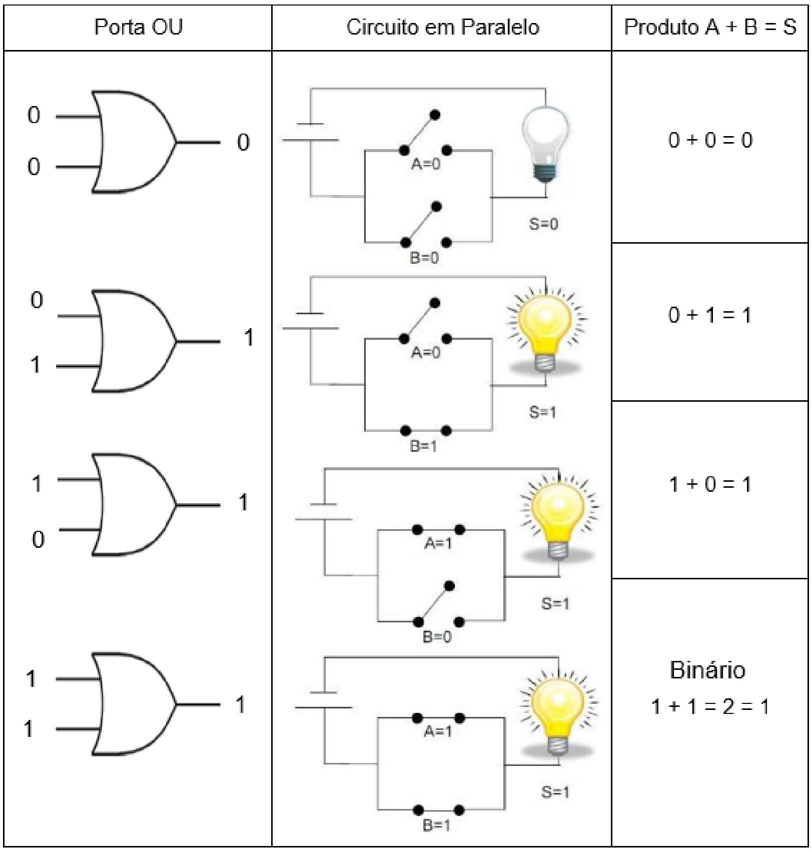
Executa a soma (disjunção) booleana de duas ou mais variáveis binárias, para entrada (A_1, A_2,..., A_N) ela é definida como f (A_1, A_2,..., A_N) = $\Sigma_{i=1}^{N}Ai$. Por exemplo, assume a convenção no circuito em paralelo.

Figura 3.7: Circuito em paralelo. Chave aberta = 0; Lâmpada apagada = 0; Chave fechada = 1; Lâmpada acesa = 1.



Fonte: Brainly (2018)

Figura 3.8: Operações lógicas na porta OU, com valores 0 ou 1, e representação em circuito paralelo e na soma de entradas A e B.



Fonte: Adaptado de Baranauskas (2016)

Tabela 3.2: Tabela Verdade da porta OU

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Se a chave A está aberta (A = 0) e a chave B aberta (B = 0), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada ficará apagada (S = 0).

Se a chave A está aberta (A = 0) e a chave B fechada (B = 1), haverá circulação de energia no circuito através de B, logo a lâmpada ficará ligada (S = 1).

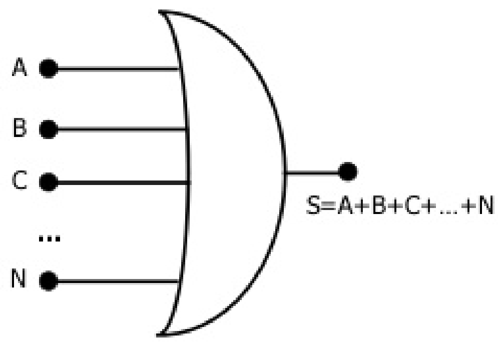
Se a chave A está fechada (A = 1) e a chave B aberta (B = 0), haverá circulação de energia no circuito através de A, logo a lâmpada ficará ligada (S = 1).

Se as duas chaves A e B estão ligadas, A = 1 e B = 1, haverá circulação de energia pelos dois lados, logo a lâmpada ficará acesa (S = 1).

Observando as quatro situações, teremos lâmpada apagada somente quando ambas as chaves estiverem abertas.

É possível estender o conceito de uma porta OU para um número qualquer de variável de entrada, assim teremos com N entradas e uma saída.

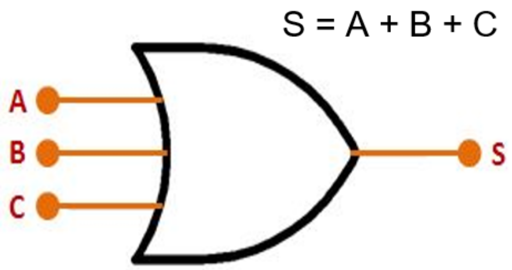
Figura 3.9: Porta lógica OU (OR) com N entradas. A saída será 0, se e somente se, todas as entradas forem 0. A saída nos demais casos será 1.



Fonte: Adaptado de Baranauskas (2016)

Por exemplo: S = A + B + C, temos 3 entradas então $2^3 = 9$ linhas na tabela verdade.

Figura 3.10: Porta OU (OR) com 3 entradas e representação em tabela verdade.



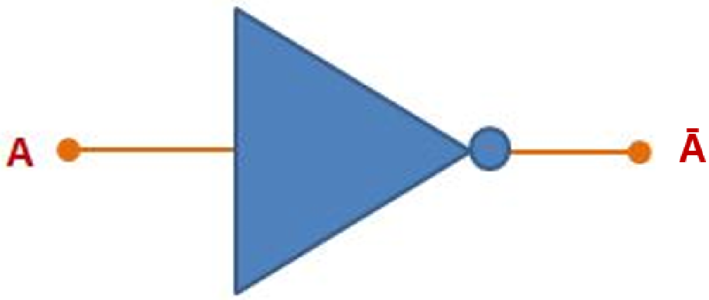
A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Fonte: Adaptado de Reis (2016b)

3.2.2 Porta Inversora (ou negador)

Simbolizamos como operação de complementação que é conhecido como inversor. Como essa operação só pode ocorrer sobre uma variável ou sobre o resultado de uma subexpressão, o inversor só possui uma entrada e, obviamente uma saída. Caso se queira complementar uma expressão, é necessário operar primeiro o resultado, para daí aplicar a complementação.

Figura 3.11: Símbolo do inversor (NOT).



Fonte: Adaptado de Reis (2016c)

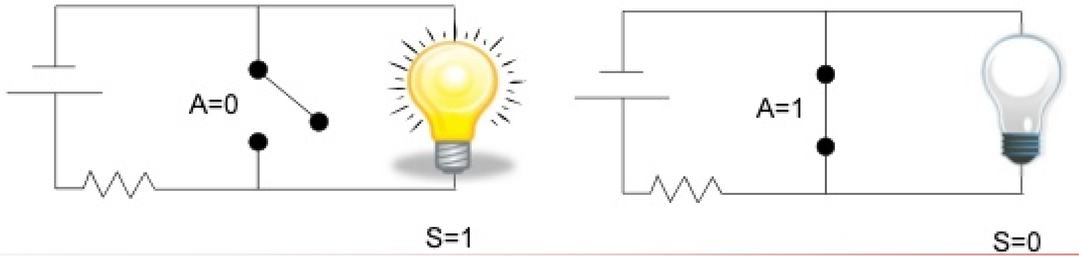
3.2.3 Função Não (Not)

Executa o complemento (negação) de uma variável binária, para qualquer entrada A. ela é definida como f(A) = $\bar{A}$.

Se a variável for 1, o resultado da função é 0, caso contrário o resultado é 1.

Usamos a mesma convenção de circuitos anteriores, quando a chave A está aberta (A = 0), passará uma corrente pela lâmpada e ela acenderá e quando a chave B está fechada (B = 1) a lâmpada estará em curto circuito e não passará corrente por ela, ficando apagada (S = 0).

Figura 3.12: Circuito integrado inversor



Fonte: Adaptado de Baranauskas (2016)

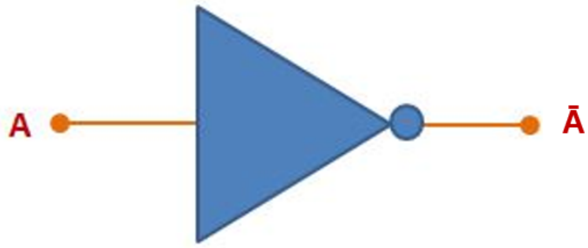
Tabela 3.3: Tabela verdade - Função Não

p	$\bar{p}$
0	1
1	0

A porta lógica não, ou inversor é o circuito que executa a função não. O inversor executa a tabela verdade da função não.

Se a entrada for 0, a saída é 1;
Se a entrada for 1, a saída é 0.

Figura 3.13: Representação da função Não



Fonte: Adaptado de Reis (2016c)

3.2.4 Função (NOR)

É a operação OR negada. Nas duas entradas, ela é definida como f(A_1, A_2) = $\overline{A_1 + A_2}$.

Figura 3.14: Porta lógica da função NOR com representação na tabela verdade.

Tabela verdade:

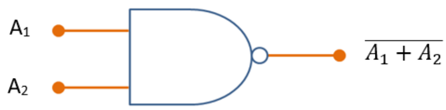
A_1	A_2	$\overline{A_1 + A_2}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Fonte: Adaptado de Pereira (2016)

3.2.5 Função (NAND)

É a operação AND negada. Para duas entradas (A_1, A_2) é definida como:

Figura 3.15: Porta lógica da Função NAND com representação na tabela verdade.



A_1	A_2	$\overline{A_1 + A_2}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

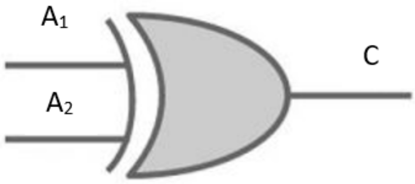
Fonte: Adaptado de Reis (2016a)

3.2.6 Operação XOR (ou exclusivo)

Definida apenas para duas entradas (A_1, A_2) como sendo $f(A_1, A_2) = \bar{A}_1 \, . \, A_2 + A_1 \, . \, \bar{A}_2 = A_1 \oplus A_2$

OBS: vale 1, apenas se as entradas forem diferentes.

Figura 3.16: Porta ou exclusivo (XOR). $C = A_1 \oplus A_2$



A_1	A_2	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

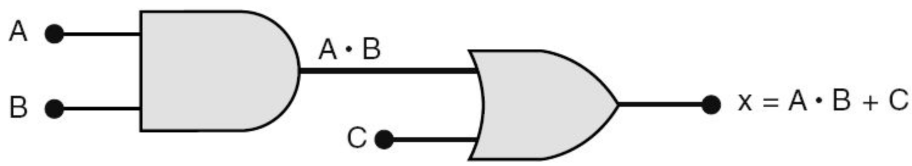
Fonte: Adaptado de Lima (2015)

3.2.7 Associações de portas

Usando - se expressões booleanas, pode-se determinar a expressão lógica de saída nos seguintes casos abaixo:

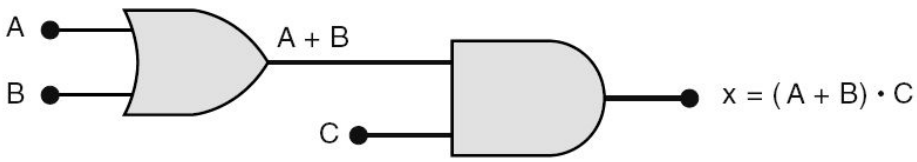
Exemplos

Figura 3.17: Associações de portas. Exemplo (a)



Fonte: Silveira (2011)

Figura 3.18: Associações de portas. Exemplo (b)



Fonte: Silveira (2011)

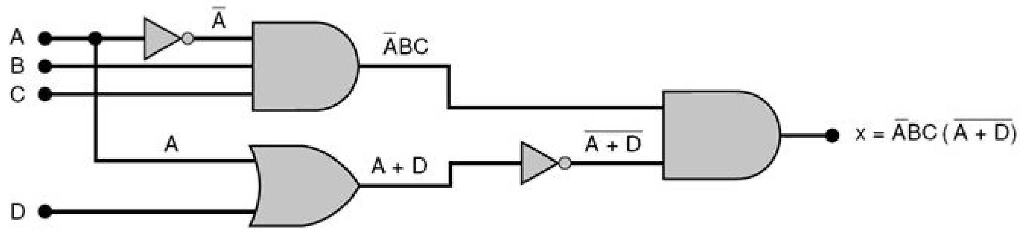
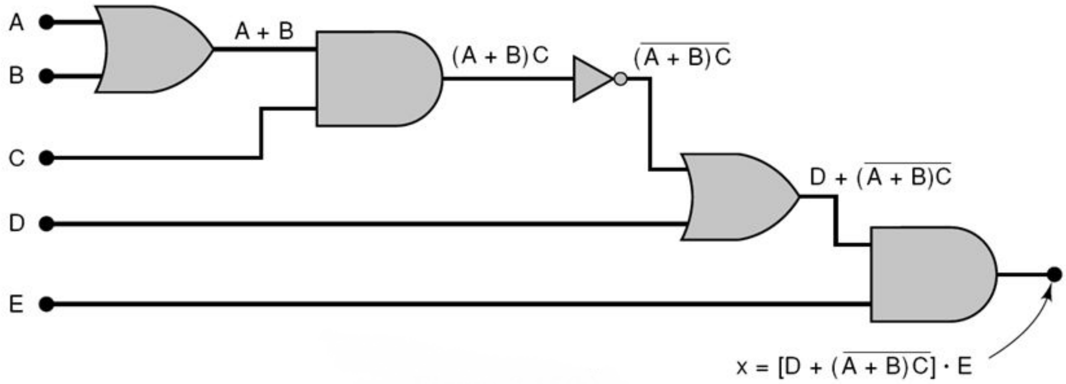


Figura 3.19: Associações de portas. Exemplo (c)

Fonte: Silveira (2011)

Figura 3.20: Associações de portas. Exemplo (d)



Fonte: Silveira (2011)

Capítulo 4

Lógica da Argumentação

Já vimos as definições e exemplos de raciocínio dedutivo e indutivo, também falamos sobre o histórico desses raciocínios no primeiro capítulo , que foi complementado no segundo capítulo dentro da lógica proposicional. Agora veremos mais aplicações dessas definições e regras de inferências dentro da lógica argumentativa.

4.1 Argumentos

A lógica vem sendo utilizada durante vários séculos como uma etapa do pensamento humano, ajudando a trabalhar e compreender o raciocínio e pode ser dividida de duas formas: Lógica formal e a Lógica material. Esse raciocínio pode ser usado para convencer alguém de alguma coisa, dando a ideia de argumento. Na argumentação faz-se uso de vários tipos de raciocínios baseados em normas sólidas e argumentos aceitáveis.

A lógica formal preocupa-se com o resultado da coerência inteira, mesmo que ela apareça absurda. Assim funcionam os computadores, uma vez que eles tem capacidade de processar apenas informações pré determinadas, que já estavam inseridas em seu contexto e atestar essas informações. Já a lógica material aborda a utilização dessas operações de acordo com a realidade, com raciocínio certo e o respeito as informações da matéria do objeto em questão.

Somos capazes de realizar operações mentalmente com uma simples apreensão do juízo e raciocínio compreendendo diretamente uma determinada situação, formando conceito que por fim possa ter uma denominação. O juízo aborda ideias separadas ou relacionadas, fazendo surgir um julgamento da realidade, sendo que esse raciocínio faz parte de situações que envolve proposições e juízos, no intuito de chegar em conclusões adequadas.

As vezes tiramos conclusões relacionadas a algumas abstrações, ideias ou comparação de resultados, essas repetições ou comparações podem ser chamadas de "Analogias", que podemos definir como:

4.1.1 Definição: Analogia (ou raciocínio por semelhança)

É uma indução imperfeita ou parcial, na qual passamos a não uma conclusão universal de um ou de alguns fatos singulares, mas a outra enunciação singular ou particular , inferida em virtude da comparação que embora se diferem, apresentam alguns pontos de semelhança.

Exemplo:

P_1: "As vezes tenho grandes ideias, quando estudo"

P_2: "Estudei"

Conclusão: Logo, "Tive grandes ideias".

Observe que o raciocínio por semelhança, fornece apenas uma pequena probabilidade do resultado, ou seja, não é toda vez que estudo, que tenho boas ideias.

A maioria de nossas conclusões são baseadas em analogias: (a) Se escutarmos uma boa música de "Roberto Carlos", provavelmente escutaremos outra do mesmo cantor, na suposição de que deverá ser boa também; (b) Se formos bem atendidos em uma floricultura, voltaremos na próxima vez com uma perspectiva de um tratamento semelhante e se não formos bem atendidos, quase que certamente não voltaremos.

Podemos tirar conclusões certas ou incertas, através de proposições sequenciadas que podem acarretar um resultado, dando a ideia de inferência, que pode ser definida como:

4.1.2 Definição: Inferência

É a ação e o efeito de conduzir o resultado (tirar uma conclusão, deduzir algo) a partir de uma avaliação entre distintas expressões que ao serem relacionadas permitem traçar uma implicação lógica, partindo de hipóteses ou argumento, que podem acarretar em um resultado (conclusão ou tese). Essa conclusão pode ser verdadeira ou falsa, dependendo da dedução ou indução do argumento.

O silogismo é uma forma essencial de inferência, formada de raciocínio dedutivo com suas premissas (proposições e uma conclusão). Esta conclusão é a inferência que se deduz necessariamente das duas premissas.

A veracidade da conclusão depende das regras que regulam a relação entre as premissas comparadas, essa garantia de verdade do novo juízo é a lógica, que deverá ser estabelecida através das distintas classificações das premissas, também chamadas de "regras de inferências" (que foram abordadas no capítulo 02).

Podemos as vezes inferir um resultado de conclusão falsa, pois a verdade ocorre quando partimos da hipótese para tese e nunca o contrário, ou seja, é possível afirmar que "Todos os alunos que cursam a universidade tem o ensino médio completo", mas não se pode inferir que "Todos os alunos com ensino médio completo são universitários".

Após falarmos da ideia de um resultado através de suposições ou repetições (analogia) e de um resultado que pode ser deduzido ou encontrado por meio de aplicações de regras, onde temos as hipóteses que podem conduzir essa resposta (inferência), falaremos agora desse resultado também chamado de "Dedução e Conclusão".

4.1.3 Dedução e Conclusão

O raciocínio chega a um resultado (conclusão), passando por várias outras premissas intermediárias, dizemos assim, que o raciocínio é um conhecimento imediato ou indireto, ou seja, intermediado por vários outros, sendo o contrário da intuição, que é conhecimento imediato.

Raciocinamos ou argumentamos, portanto quando colocamos em ordem essas premissas que tenham evidências lógicas, necessariamente chegamos também a uma conclusão imediata.

4.2 Definição de Argumento

Chama-se de Argumento todo conjunto finito de proposições P_1, P_2,..., P_N tendo como consequência uma proposição Q, ou seja, simbolicamente: P_1, P_2,..., $P_N \vdash Q$

Essas proposições P_1, P_2,..., P_N são chamadas de premissas ou argumentos e a proposição final Q, chama-se de conclusão do argumento. As premissas têm o significado primário na ordem numeral de cada uma das proposições, seja ela maior ou menor, de uma lógica argumentativa conduzindo uma proposição maior ou menor, ou conclusiva.

O símbolo $\vdash$ chamado de "traço de asserção" afirma que a conclusão Q da direita pode ser deduzida utilizando como premissas somente as proposições da esquerda, formando um argumento de premissas e a conclusão Q.

Podemos representar da seguinte maneira

(i) "Q decorre de P_1, P_2, P_3..., P_N"
(ii) "Q se deduz de P_1, P_2, P_3..., P_N"
(iii) "P_1, P_2, P_3..., P_N infere Q"
(iv) " P_1, P_2, P_3..., P_N acarretam Q"

Exemplo $_{01}$:
Vejamos alguns trechos seguintes que contém argumentos. Indicar os que têm argumentos e identificar suas premissas e a conclusão (SÉRATES, 2004, p. 97):

(a) Em uma democracia, o pobre tem mais poder que o rico, porque há mais dos primeiros e vontade da maioria é suprema. (Aristóteles, público).
É um argumento
Premissa (1): (P_1) "O pobre tem mais poder que o rico";
Premissa (2): (P_2) "Há mais pobres que ricos";
Premissa (3): (P_3) "A vontade da maioria é suprema";
Conclusão: "É uma democracia".

(b) Todos na minha casa gostam de estudar, e todos que estudam são felizes futuramente. Portanto, como Pedrinho (meu sobrinho). Mora na minha casa, Pedrinho terá um bom futuro".
É um argumento
Premissa (1): (P_1) "Todos na minha casa gostam de estudar";

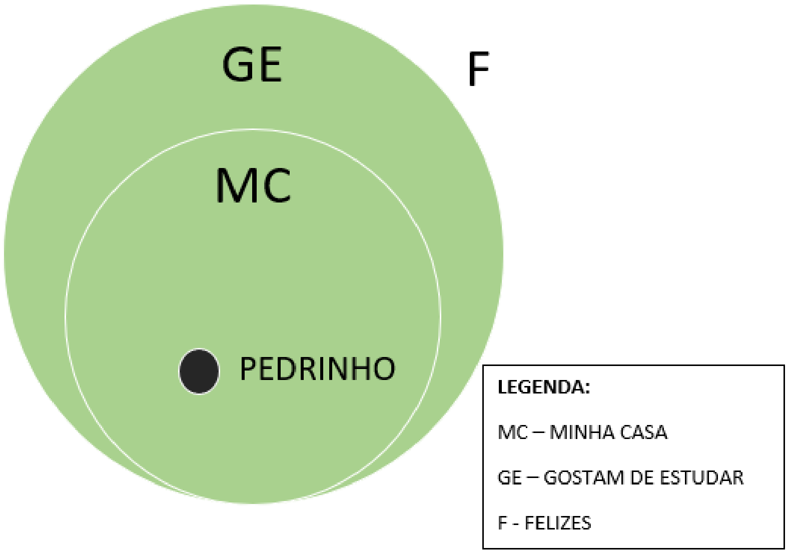
Premissa (2): (P_2) "Todos que estudam são felizes futuramente";

Premissa (3): (P_3) "Pedrinho mora na minha casa";

Conclusão: "Pedrinho será feliz".

No diagrama de VENN

Figura 4.1: Diagrama de VENN



Fonte: Próprio autor (2018)

CONCLUSÃO: "Pedrinho será feliz".

(c) "Se quereis descobrir vossa opinião real sobre alguém, observai a impressão que vos causa a primeira observação de uma carta escrita por essa pessoa" (SCOPENHAUER, 2005).

Observe que por dois motivos não é argumento: primeiro, porque se trata, meramente, de um condicional na forma ae, segundo, porque o consequente é mais uma ordem do que um enunciado ou proposição declarativa.

(d) "Bem aventurado é aquele que nada espera, pois nunca será decepcionado" (GAY et al., 1961).

Veja que temos um argumento, pois na frase podemos identificar que "Bem aventurado, aquele que nada espera" se deduz que aquele que nada espera nunca será decepcionado.

Premissa: ”Aquele que nada espera nunca será decepcionado”.

Conclusão: ”Bem aventurado aquele que nada espera”.

4.3 Validade mediante a regras de inferência na lógica argumentativa

No capítulo anterior vimos regras que são usadas no raciocínio dedutivo para testar ou determinar a validade de um argumento chamado regra de inferência. Essas regras são usadas tanto na lógica proposicional como na lógica argumentativa, desta forma faremos um resumo do que foi mostrado anteriormente e aplicá-las também na argumentação das conclusões.

REGRAS DE INFERÊNCIAS

1. Adição: $p \vdash p \vee q$
2. Conjunção: $p; q \vdash p \wedge q$
3. Simplificação: $p \wedge q \vdash p$ ou $p \wedge q \vdash q$
4. Absorção (ABS): $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$
5. Modus ponens (MP): $p \rightarrow q, p \vdash q$
6. Modus tollens(MT): $p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$
7. Silogismo disjuntivo (SD): $p \vee q, \sim p \vdash q$
8. Silogismo hipotético (SH): $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$
9. Dilema construtivo (DC): $p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \vdash r \vee s$
10. Dilema destrutivo (DD): $p \rightarrow q, r \rightarrow s, \sim q \vee \sim s \vdash \sim p \vee \sim r$

A realidade destes argumentos é consequência das tabelas verdades do capítulo 02, que também podem ser demonstradas pelo método dedutivo.

(SÉRATES, 2004, p. 135)

30) (AFC- 96) Se Beto briga com Glória, então, Glória vai ao cinema. Se Glória vai ao cinema, então, Carla fica em casa. Se Carla fica em casa, então Raul briga com Carla. Ora, Raul não briga com Carla, logo:

- (a) Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória.
- (b) Carla fica em casa e Glória vai ao cinema.
- (c) Carla não fica em casa e Glória vai ao cinema.
- (d) Glória vai ao cinema e Beto briga com Glória.
- (e) Glória não vai ao cinema e Beto briga com Glória

SOLUÇÃO

Sejam as proposições:

BBG: "Beto briga com Glória".
GVC: "Glória vai ao cinema".
CFC: "Carla fica em casa".
RBC: "Raul briga com Carla".

Segue que simbolicamente teremos:

(P_1): BBG $\rightarrow$ GVC
(P_2): GVC $\rightarrow$ CFC
(P_3): CFC $\rightarrow$ RBC
(P_4): ~ RBC

(P_5) ~ CFC........................MT(3, 4)
(P_6): ~GVC..................... MT (2,5)
(P_7): ~BBG..................... MT (1,6)

Reposta letra (a): ~ CFC $\wedge$ ~ BBG: "Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória."

33) (AFTN- 96) José quer ir ao cinema assistir ao filme "Fogo contra fogo", mas não tem certeza se o mesmo está sendo exibido. Seus amigos, Maria, Luís e Júlio têm opiniões

discordantes sobre se o filme está em cartaz ou não. Se Maria estiver certa, então, Júlio está enganado. Se Júlio estiver enganado, então, Luís está enganado. Se Luís estiver enganado, então, o filme não está sendo exibido. Ora, ou o filme "Fogo contra fogo" está sendo exibido ou José não irá ao cinema. Verificou-se que Maria está certa, logo:

- (a) O filme "Fogo contra fogo" está sendo exibido.
- (b) Luís e Júlio não estão enganados.
- (c) Júlio está enganado, mas não Luís.
- (d) Luís está enganado, mas não Júlio.
- (e) José não irá ao cinema.

SOLUÇÃO

Sejam as proposições:

MEC: "Maria estiver certa".
JEE: "Júlio está enganado".
FEE: "O filme está sendo exibido".
LEE: "Luís está enganado".
JIC: "José irá ao cinema".

Segue que simbolicamente teremos:

(P_1): MEC $\rightarrow$ JEE
(P_2): JEE $\rightarrow$ LEE
(P_3): LEE $\rightarrow$ ~FEE
(P_4): ~ FEE $\vee$ ~JIC
(P_5): MEC

(P_6)JEE...........................MP(1, 5)
(P_7): LEE...................... MP (2,6)
(P_8): ~FEE.................... MP (3,7)
(P_9): ~JIC....................... SD (4,8)

Reposta letra (c)

(MARANHÃO, 2008, p. 16)

10) O rei ir à caça é condição necessária para o duque sair do castelo e é condição suficiente para a duquesa ir ao jardim. Por outro lado, o conde encontrar a princesa é condição necessária e suficiente para o barão sorrir e é condição necessária para a duquesa ir ao jardim. O barão não sorriu. Logo:

- (a) a duquesa foi ao jardim ou o conde encontrou a princesa.
- (b) se o duque não saiu do castelo, então o conde encontrou a princesa.
- (c) o rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa.
- (d) o rei foi à caça e a duquesa não foi ao jardim.
- (e) o duque saiu do castelo e o rei não foi à caça.

SOLUÇÃO

Sejam as proposições:

RIC: "O rei ir à caça".
DSC: "O duque sair do castelo".
DIJ: "A duquesa ir ao jardim".
CEP: "O conde encontrar a princesa".
BS: "O barão sorrir".

Então, temos as seguintes premissas:

(P_1): RIC $\leftarrow$ DSC $\Leftrightarrow$ DSC $\rightarrow$ RIC
(P_2): RIC $\rightarrow$ DIJ
(P_3): CEP $\leftrightarrow$ BS
(P_4): CEP $\leftarrow$ DIJ $\Leftrightarrow$ DIJ $\rightarrow$ CEP
(P_5): $\sim$ BS

(P_6) $\sim$ CEP......................Bicondicional(3, 5)
(P_7): $\sim$ DIJ..................... MT (4,6)
(P_8): $\sim$RIC.................... MT (2,7)
(P_9): $\sim$DSC....................... MT (1,8)

Reposta letra (c): $\sim$ RIC $\wedge \sim$ CEP = O rei não foi a caça e o conde não encontrou a princesa.

(MARANHÃO, 2008, p. 17)

17) Ou Anaís será professora, ou Anelise será cantora, ou Anamélia será pianista. Se Ana for atleta, então Anamélia será pianista. Se Anelise for cantora, então Ana será atleta. Ora, Anamélia não será pianista. Então:

- (a) Anaís será professora e Anelise não será cantora.
- (b) Anaís não será professora e Ana não será atleta.
- (c) Anelise não será cantora e Ana será atleta.
- (d) Anelise será cantora ou Ana será atleta.
- (e) Anelise será cantora e Anamélia não será pianista.

SOLUÇÃO

Sejam as proposições:

ASPr: "Anaís será professora".
ASC: "Analise será cantora".
ASPi: "Anamélia será pianista".
AFA: "Ana for atleta".

Assim temos as seguintes proposições:

(P_1): ASPr $\vee$ ASC $\vee$ ASPi
(P_2): AFA $\rightarrow$ ASPi
(P_3): ASC $\leftrightarrow$ AFA
(P_4): $\sim$ ASPi .... MT (2,4)
(P_5): $\sim$ AFA .... MT (3,5)
(P_6): $\sim$ ASC...................... SD (1,4,6)
(P_7): ASPr................ ASPr$\wedge\sim$ASC

Reposta letra (a): Anaís será professora e Analise não será cantora.

4.4 Negação de Afirmações em diferentes aplicações

Agora teremos uma parte da lógica que é bastante priorizada nos concursos e vestibulares, sendo necessário uma maior atenção nas aplicações, pois estudaremos a negação no conjunto dos números reais, nas sentenças abertas, nas proposições e nas operações com conjuntos.

4.4.1 Negações no conjunto de números reais

Sejam x, y $\in \mathbb{R}$ no conjunto de números reais. Teremos as seguintes negações:

$\sim (x = y) \Leftrightarrow x \neq y$

$\sim (x > y) \Leftrightarrow x \leqslant y$

$\sim (x \geqslant y) \Leftrightarrow x < y$

Exemplo $_{01}$: Veja que:

- A negação de $3 = 2$ é $3 \neq 2$.
- A negação de $5 > 6$ é $5 \leqslant 6$.
- A negação de $2 \leqslant 2$ é $2 > 2$.
- A negação de $1 < 1$ é $1 \geqslant 1$.

4.4.2 Negações nas sentenças abertas

Sejam p(x) e q(x) sentenças abertas, então temos as seguintes negações nas sentenças abertas:

$\sim (\exists\ x)\ (p\ (x)) \Leftrightarrow (\forall\ x)\ (\sim p\ (x))$

$\sim (\forall\ x)\ (p\ (x)) \Leftrightarrow (\exists\ x)\ (\sim p\ (x))$

Exemplo $_{02}$: Encontre a proposição que representa a negação de cada item abaixo:

a) $(\forall\ x \in \mathbb{R})\ (x^2 + 3 < 5)$

Temos que $\sim (\forall\ x \in \mathbb{R})\ (x + 3 < 5) \Leftrightarrow (\exists\ x \in \mathbb{R})\ (x^2 + 3 \geqslant 5)$

b) $(\exists\ x \in \mathbb{R})\ (x^3 = x^2)$

Veja que ~ $(\exists\ x \in \mathbb{R})\ (x^3 = x^2) \Leftrightarrow (\forall\ x \in \mathbb{R})\ (x^3 \neq x^2)$

c) Todos os políticos são mentirosos.

Para x = políticos e p(x) = são mentirosos.

Temos $(\forall x)(p(x))$ então, ~ $(\forall x)(p(x)) \Leftrightarrow (\exists x)$ (~ p (x)) $\Leftrightarrow$ "Existe políticos não mentirosos", ou seja, "Nem todos os políticos são mentirosos".

d) Existe galinha com pescoço pelado.

Seja, x p9 o 998= galinha e p(x) = com pescoço pelado

~ / $(\exists\ x)(p(x)) \Leftrightarrow (\forall\ x)$(~ p (x)) $\Leftrightarrow$ "Toda a galinha tem o pescoço não pelado".

e) "Alguma música é erudita".

Como a negação de alguma é nenhuma, então, temos a negação indicada pela proposição "Nenhuma música é erudita".

4.4.3 Negações nas proposições compostas e conectivos

Seja "p e q" proposições simples quaisquer, temos pelas "leis de Morgan" as seguintes identidades que definem as negações indicadas:

- Negação da Conjunção ~ $(p \wedge q) \Leftrightarrow$ ~p $\vee$ ~q.
- Negação da disjunção ~ $(p \vee q) \Leftrightarrow$ ~p $\wedge$ ~q.
- Negação condicional ~ $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge$ ~q.

DEMONSTRAÇÃO

Seja p(x) e q(x), proposições quaisquer, assim, $p(x) \rightarrow q(x) \Leftrightarrow$ ~p $\vee$ q(x). Segue que, ~ (p (x) $\rightarrow$ q(x)) $\Leftrightarrow$ ~ (~ p(x) $\vee$ q(x)) pelas leis de Morgan ~ (~p(x) $\vee$ q(x)) $\Leftrightarrow$ ~~ p(x) $\wedge$ ~q(x) $\Leftrightarrow$ p(x) $\wedge$ ~ q(x).

- Negação da Bicondicional ~ $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge$ ~q$) \vee (q \wedge$~p)

DEMONSTRAÇÃO:

Seja p(x) e q(x), proposições quaisquer, segue que, a bicondicional $p(x) \leftrightarrow q(x) \Leftrightarrow (p(x) \rightarrow q(x)) \wedge (q(x) \rightarrow p(x))$ que pela definição de condicional, equivale a (~p(x) $\vee$ q(x)) $\wedge$ (~q(x)$\vee$p(x)), assim pelas leis de Morgan, teremos que:

$\sim(p(x) \leftrightarrow q(x)) \Leftrightarrow \sim[(\sim p(x) \vee q(x) \wedge (\sim q(x) \vee p(x)] \Leftrightarrow \sim(\sim p(x) \vee q(x)) \vee \sim(\sim q(x) \vee p(x))$
$\Leftrightarrow((\sim\sim p(x) \wedge \sim q(x)) \vee (\sim\sim q(x) \wedge \sim p(x)) \Leftrightarrow (p(x) \wedge \sim q(x)) \vee (q(x) \wedge \sim p(x))$.

Exemplo $_{03}$: Escreva a proposição que representa a negação de cada uma das proposições abaixo:

a) "Se Claúdio foi aprovado, então estudou muito"
Seja as proposições
p: "Claúdio foi aprovado"
q: "Claúdio estudou muito", assim simbolicamente $p \rightarrow q$, cuja a negação será $\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee q)$, pelas regras "De Morgan" ficará $\sim\sim p \wedge \sim q \Leftrightarrow p \wedge \sim q$. Portanto teremos a proposição "Claúdio foi aprovado e não estudou muito".

b) $(\forall x)(x + 1 \leqslant 7) \wedge (\exists x)(x^2 - 3 = 1)$
Para p(x): $(\forall x)(x + 1 \leqslant 7)$
q(x): $(\exists x)(x^3 - 3 = 1)$
Temos $\sim(p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow \sim p(x) \vee \sim q(x) \Leftrightarrow (\exists x)(x + 1 > 7) \vee (\forall x)(x^2 - 3 \neq 1)$.

c) "Se não está quente, então choveu"
Seja p: "Está quente"
q: "choveu", temos a proposição $\sim p \rightarrow q$ queremos a negação $\sim(\sim p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$ $\Leftrightarrow$ "Não está quente e não choveu".

Exemplo $_{04}$: (UF-BA) A negação de "Hoje é segunda feira e amanhã não choverá" é:

- (a) Hoje não é segunda feira e amanhã choverá.
- (b) Hoje não é segunda feira ou amanhã choverá.
- (c) Hoje não é segunda feira, então, amanhã choverá.
- (d) Hoje não é segunda feira nem amanhã choverá.
- (e) Hoje é segunda feira ou amanhã não choverá.

RESOLUÇÃO

Sejam as proposições p: "Hoje é segunda feira" e q: "Amanhã choverá", que podemos representar simbolicamente por $p \wedge \sim q$, segue que, a negação $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim\sim q \Leftrightarrow \sim p \vee q \Leftrightarrow$ "Hoje não é segunda feira ou amanhã choverá", LETRA (B)

Exemplo $_{05}$: (UFRS-84) A negação da proposição "Para todo y existe um x, tal que, y = sen(x)", é:

- (a) Para todo y, existe um x, tal que y = sen(x).
- (b) Para todo y e para todo x, y = sen (x).
- (c) Existe um y e existe um x, tal que y = sen(x).
- (d) Existe um y, tal que x, y = sen (x).
- (e) Existe um y, tal que, para todo x, $y \neq sen(x)$.

RESOLUÇÃO

Simbolicamente teremos "$(\forall y)(\exists x) \diagup y = sen(x)$", então, a negação $\sim ((\forall y)(\exists x) \diagup y = sen(x)) \Leftrightarrow (\exists y) \diagup (\forall x),\ y \neq sen(x)$. LETRA (E)

Capítulo 5

Aplicação de Jogos

Foram utilizados jogos em sala de aula, durante um período de dois meses, sempre nos 20 minutos finais das aulas, como experiência para que possamos introduzir esses jogos em aulas ajudando a desenvolver o raciocínio lógico dedutivo e indutivo, tal raciocínio é indispensável para estudos da matemática ou qualquer outra ciência exata, podendo tornar mais prazeroso o estudo e, até melhorar o desempenho dos alunos com relação as notas, pois havia um incentivo de um ponto para os cinco primeiros que acertavam, causando uma determinada concorrência na agilidade de resolução dos desafios. Dentre esses jogos foram escolhidos 10 que irei apresentar neste trabalho dissertativo.

Além da aplicação desses jogos houve oficinas como fechamento das atividades desenvolvidas.

5.1 Jogo da Velha em 3D

Uma das principais dificuldades na aprendizagem da Geometria Espacial é a visualização de figuras espaciais por meio da representação bidimensional. Uma das formas de se trabalhar em sala de aula essa dificuldade é por meio do jogo da velha 3D, que é uma estratégia pedagógica que auxilia na visualização dessas figuras e possibilita a construção da representação bidimensional.

Comumente se utiliza duas versões do jogo, uma para manuseio manual e outra versão para uso eletrônico. A versão manual, que foi a utilizada neste trabalho, é manuseada por meio de um tabuleiro que possui o formato de box aberto nas laterais e na parte superior, com quatro divisórias quadriculado 3 por 3, permitindo assim a pratica da representação bidimensional através da visão espacial , além disso serve como uma réplica do plano cartesiano para representação de pontos no espaço e figuras tridimensionais (COSTA; REGO, 2015, p. 02).

Figura 5.1: Jogo da velha 3D

Fonte: Próprio autor (2018)

Pode-se identificar 2 atos importantes durante o jogo, a percepção e a representação. A percepção pressupões a presença destes objetos e a representação é maneiro como estes objetos são representados sem os mesmos estarem presentes. Através do manuseio do tabuleiro pode-se identificar a percepção e o ato de representar no ambiente dimensional denominamos de representação (COSTA; REGO, 2015, p. 04).

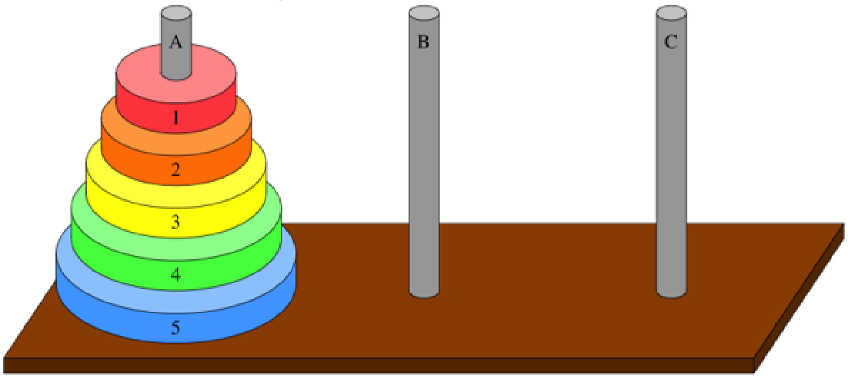
Para o desenvolvimento desta atividade e a realização destas ações, foi necessário a associação ao tabuleiro do jogo uma réplica do plano cartesiano tridimensional. Nos cruzamentos da linhas, em cada divisória, associou-se as coordenadas (x, y, z) do espaço euclidiano. Essas associações auxiliam no aprendizado dos alunos que por sua vez são levados a relacionar as marcas feitas no tabuleiro aos pontos identificados através de suas coordenadas na réplica do plano cartesiano. Após isto, os alunos devem visualizar a transposição das marcas no tabuleiro para a réplica do plano cartesiano ser levada ao processo de generalização, fornecendo os pontos por meio de suas coordenadas, identificando assim os pontos correspondentes no plano cartesiano (COSTA; REGO, 2015, p. 04).

5.2 Torre de Hanói

Esse desafio é também conhecido como quebra-cabeças do fim do mundo e como torre do bramanismo, e foi desenvolvida pelo francês Eduard Lucas em 1883 (OLIVEIRA, 2016, p. 30).

O quebra - cabeça é formado por uma base que possui 3 hastes, em uma destas é colocada uma determinada quantidade de discos. O desafio desse jogo consiste em colocar todos os discos de uma haste para a outra com a menor quantidade de movimentos possíveis, conforme as regras ditadas (OLIVEIRA, 2016, p. 30).

Figura 5.2: Torre de Hanói



Fonte: Cormen e Balkcom (2018)

As regras do jogo consistem em primeiro, colocar nas hastes os discos de diâmetro menor em cima do disco com maior diâmetro, com isso deve se respeitar esta regra durante todo o jogo, ou seja, conforme cada movimento deve-se colocar sempre um disco com diâmetro menor em cima do disco de maior diâmetro, movendo apenas um disco por movimento. Podendo movimentar um disco para qualquer uma das hastes fixadas na base, para que se possa mudar a posição de todos os discos entre uma haste e outra na mesma sequência e em determinada quantidade de movimentos conforme a quantidade de discos, sendo que estes devem ser transferidos na mesma ordem em que estavam na haste anterior, podendo usar até as 3 hastes para movimentar os discos e realizar o desafio. Para um disco são necessários um movimento, para dois discos serão três movimentos, enquanto que para quatro discos serão necessários 15 movimentos, portanto a quantidade de discos e a quantidade de movimentos estão diretamente relacionados. Através da observação dessa relação que pode desenvolver um parâmetro para o desafio, que nos permite conhecer a relação de quantidade de movimentos para uma quantidade N de discos (OLIVEIRA, 2016, p. 31).

Conforme a quantidade de discos deve-se solucionar o desafio com uma quantidade miníma de movimentos possíveis. No que tange essa relação de quantidade de discos e movimentos, pode-se utilizar o processo de indução matemática, em que a quantidade de discos é diretamente proporcional a quantidade de movimentos necessários. Com isto consideremos que f(n) represente o número de movimentos e que n corresponda ao número de discos, dessa forma para f(1) = 1. e f(5) = 31. Observe a tabela abaixo (OLIVEIRA, 2016, p. 31).

Tabela 5.1: Relação entre número de discos e movimentos

Número de discos (n)	Número de movimentos f(n)
1	f(1) = 2^1 - 1
2	f(2) = 2^2 - 1
3	f(3) = 2^3 - 1
4	f(4) = 2^4 - 1
5	f(5) = 2^5 - 1
.	.
.	.
.	.
n	f(n) = 2^n - 1

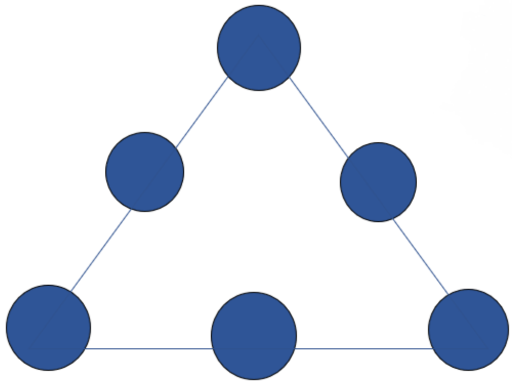
Fonte: (OLIVEIRA, 2016, p. 32)

Portanto, conclui-se que f(n) = 2^n - 1 resulta na quantidade de movimentos necessários f(n), de acordo com quantidade n de discos, como exemplo podemos considerar n = 6, que na fórmula fica f(6) = 2^6 - 1 = 63, desta forma pode-se deduzir que além do uso da indução para se chegar a equação matemática para o número de movimentos f(n), se faz importante o auxílio do mediador para a orientação de jogadores de nível básico para que encontrem o resultado conforme a quantidade de n, além disso pode-se também associar essa equação ao conteúdo de funções exponencial e assim utiliza-lá no ensino médio, especialmente no primeiro do ano ou como também aplicá-lá no ensino fundamental com o objetivo de desenvolver o aprendizado dos alunos acerca do raciocínio dedutivo e estimulá-los em sala de aula (OLIVEIRA, 2016, p. 32).

5.3 Soma Equilátera

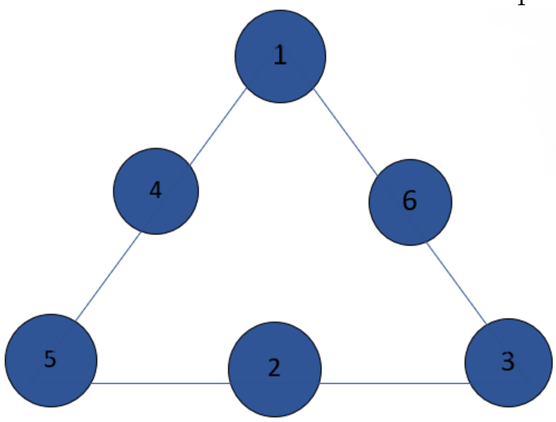
Neste jogo temos que dispor os algorismos de 1 á 6 no triângulo indicado, de modo que em cada lado a soma seja: a) 10 b) 11 c)12

Figura 5.3: Representação - Soma Equilátera.



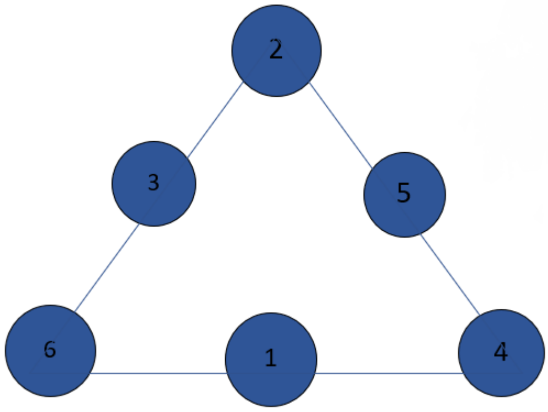
Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 5.4: Resposta - SOMA 10: Colocar números ímpares nos vértices.



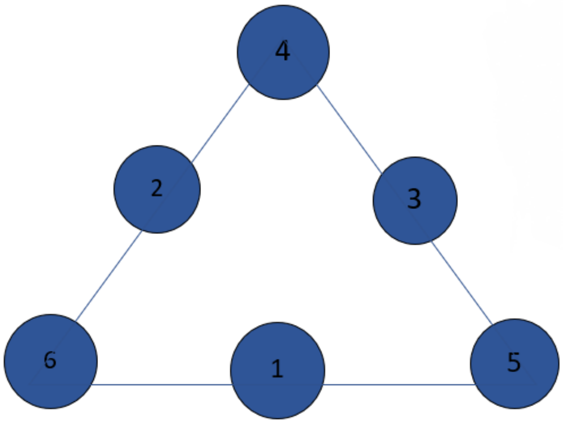
Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 5.5: Resposta : SOMA 11 - Colocar Números pares nos vértices.



Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 5.6: Resposta : SOMA 12 - Colocar os maiores números nos vértices.

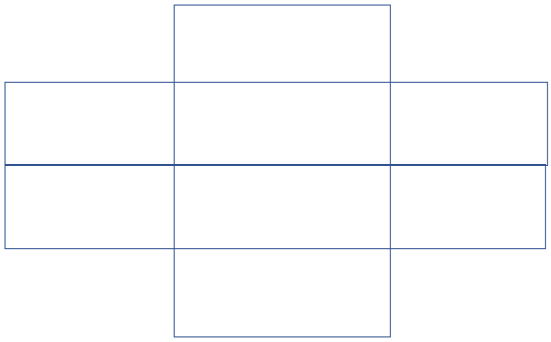


Fonte: Próprio autor (2018)

5.4 Letras Inimigas

Dispor, nos oito quadradinhos da figura, as letras A, B, C, D, E, F, G e H, de modo que duas dessas letras consecutivas não figurem vizinhas nos sentidos horizontais, nem verticais e nem diagonais.

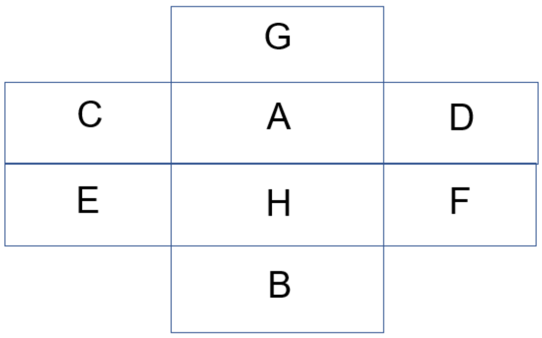
Figura 5.7: Representação do Jogo Letras Inimigas



Fonte: Próprio autor (2018)

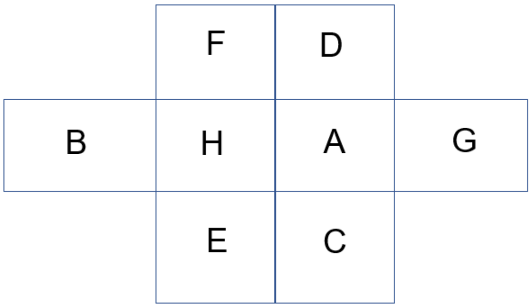
Observe que os vizinhos de B são A e C; os vizinhos de C são B e D; etc. As letras extremas, A e H, só tem um vizinho cada que são B e G, respectivamente. Dada essa pobreza de vizinho, A e H devem ficar nos dois quadradinhos do centro da figura. Aliás, o problema só tem solução se eles estiverem no centro. Veja duas soluções possíveis.

Figura 5.8: Exemplo 01. Letras Inimigas



Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 5.9: Exemplo 02. Letras Inimigas



Fonte: Próprio autor (2018)

5.5 Operações ás Cegas

JOGO (1)

Com auxílio somente dos sinais das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, tornar verdadeiras as igualdades seguintes: 2 2 2 2 = s, com s = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 ou 10.

Como só é permitido os sinais das operações +, -, x e :, temos as seguintes opções de resoluções:

- (a) 2 + 2 - 2 - 2 = 0
- (b) 2 : 2 + 2 - 2 = 1
- (c) 2 : 2 + 2 : 2 = 2
- (d) 2 x 2 - 2 : 2 = 3
- (e) 2 + 2 + 2 - 2 = 4
- (f) 2 : 2 + 2 + 2 = 5
- (g) 2 x 2 x 2 - 2 = 6
- (h) 2 + 2 + 2 + 2 = 8

- (i) 2 x 2 x 2 x 2 = 10

JOGO (2)

Com auxilio das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, raiz quadrada e fatorial, tornar verdadeiras as seguintes igualdades: x x x = 6, com x = 0, 1, 2, 3,..., 10.

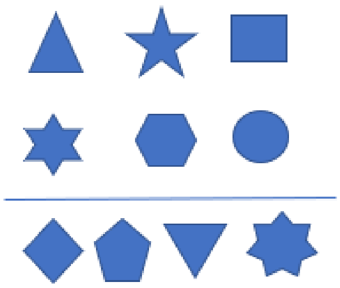
Vale dizer que alguns dos quesitos poderão admitir mais de uma solução.

- (a) (0! + 0! + 0!)! = 6
- (b) (1 + 1 + 1)! = 6
- (c) 2 + 2 + 2 = 6
- (d) 3 x 3 - 3 = 6
- (e) 4 + 4 - $\sqrt{4}$ = 6
- (f) 5 : 5 + 5 = 6
- (g) 6 + 6 - 6 = 6
- (h) 7 - 7 : 7 = 6
- (i) 8 - $\sqrt{\sqrt{8+8}}$ = 6
- (j) (9 + 9) : $\sqrt{9}$ = 6
- (l) ($\sqrt{10-10:10}$)! = 6

5.6 Soma invizível

Substituir as figuras distintas pelos algarismos indicados por números de 0 à 9, sem os repetir, de modo que a operação seja verdadeira.

Figura 5.10: Figura da questão acima. Soma invizível.



Fonte: Próprio autor (2018)

RESPOSTA

Figura 5.11: Resposta da questão acima. Soma invizível.

$$\begin{array}{rcccc} & & 7 & 1 & 2 \\ + & & 3 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 0 & 5 & 8 \end{array}$$

Fonte: Próprio autor (2018)

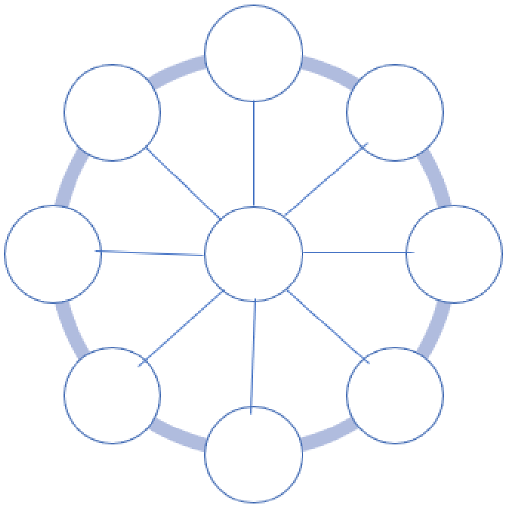
Tem várias soluções, mas o segredo é colocar os números 3, 7 nos algarismos das contenas obtendo 10 no resultado da soma e depois resta só adequar os outros valores nos algarismos das unidades e dezenas de modo que não haja repetição de valores.

5.7 Jogos de Soma 15

JOGO (01): Diâmetro 15

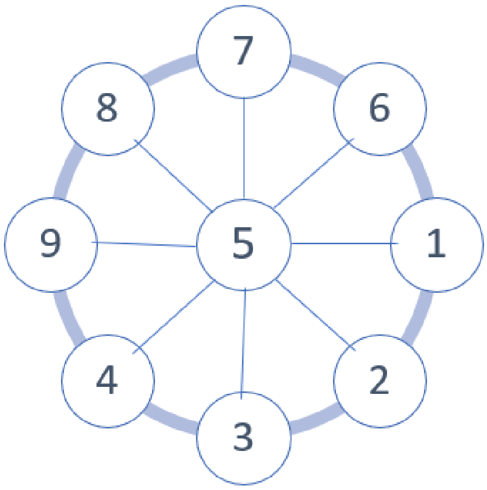
Dispor os pequenos círculos da figura abaixo, os algarismos de 1 à 9 de modo que as somas de cada um dos círculos situados diametralmente sejam sempre iguais a 15.

Figura 5.12: Representação do Jogo Diâmetro 15.



Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 5.13: Representação do Jogo Diâmetro 15.



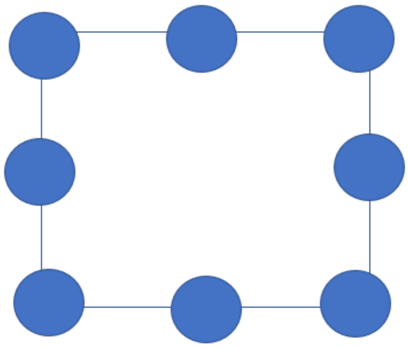
Fonte: Próprio autor (2018)

Solução: O caminho mais rápido de solucionar esse problema é colocar o número 5 no meio e depois é só adequar os outros valores de modo que a soma seja 15 em cada diâmetro na figura, tem várias soluções.

JOGO (02): Lado 15

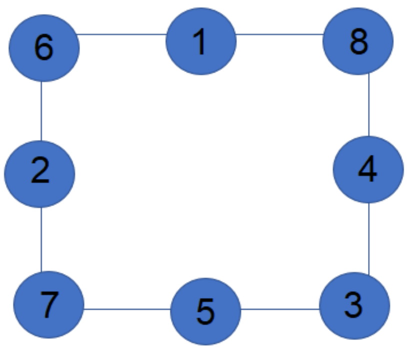
Dispor nos pequenos círculos da figura quadrada abaixo os algarismos de 1 até 8 de modo que cada lado tenha a soma igual a 15.

Figura 5.14: Representação do Jogo Lado 15.



Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 5.15: Solução - Jogo Lado 15



Fonte: Próprio autor (2018)

Solução:

- Observe que:

- Os números maior 7 e 8, não podem ficar no mesmo lado, pois a soma deles já é 15, o necessário é colocá-los na mesma diagonal em vértices opostos;

- O número 6 em um dos outros vértices que sobraram.

- Finalmente é só adequar os outros valores, na soma 15.

5.8 Sudoku

O jogo Sudoku é fundamentado na organização lógica em que são colocados os números. O jogo tem o propósito de dispor os números de 1 a 9 nos espaços vazios de uma grade de 9x9, que é formada por subgrades de 3x3 que são conhecidas como regiões (WIKIPÉDIA, 2018).

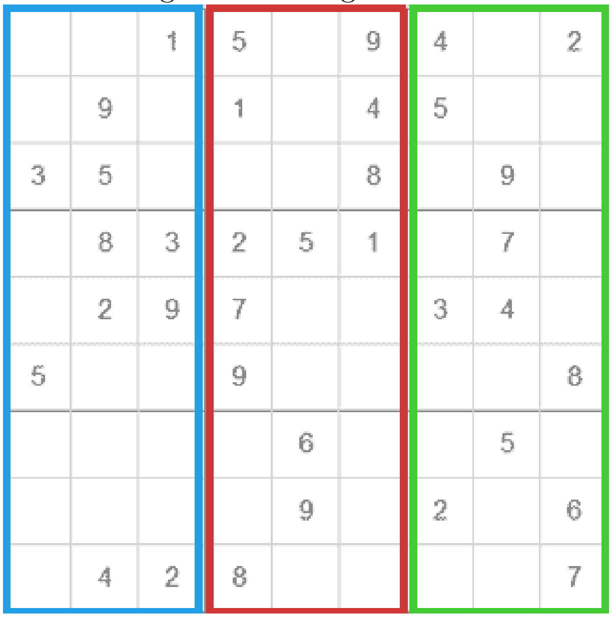
O jogo possui um quebra-cabeça que indica algumas pistas iniciais, que são alocadas em números presentes em algumas células, de modo que permita uma indução ou dedução dos números em células que estejam vazias. Uma das principais regras do jogo consiste em que cada coluna, linha e região só se é permitido apenas um número de cada, sendo que cada um seja de 1 a 9 (WIKIPÉDIA, 2018).

Para se solucionar o problema do jogo é necessário apenas o uso do raciocínio lógico e tempo. Os problemas são comumente classificados conforme à sua realização. O jogo foi criado por um projetista e arquiteto conhecido como Howard Garns (WIKIPÉDIA, 2018).

O Sudoku também pode sofrer alterações, como o uso da combinação entre outros símbolos distintos, além dos numerais. Alguns educadores indicam o jogo como um exercício para o pensamento lógico, além disso o jogo possui regras simples facilmente aprendidas (WIKIPÉDIA, 2018).

A principal forma para se solucionar o jogo é através de três processos: varredura visual, marcações e análise (WIKIPÉDIA, 2018).

Figura 5.16: Jogo Sudoku.



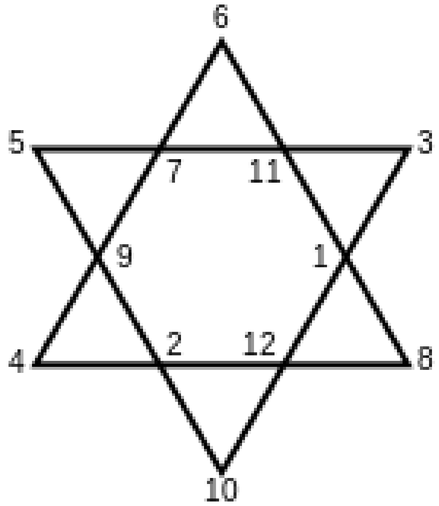
Fonte: Tagesspiegel (2018)

5.9 Estrela Mágica

O desafio conhecido como estrela mágica é representado por uma estrela de símbolo Schläfli n/2 com até n pontas, neste símbolo são colocados números em cada uma dos n vértices e n intersecções, da maneira que os quatro números localizados em cada linha quando somados deem o valor da mesma constante mágica. A estrela mágica normal possui n números inteiros consecutivos de 1 a 2n. A estrela mágica normal de n pontas possui como constante a equação M = 4n + 2 (WIKIPÉDIA, 2017).

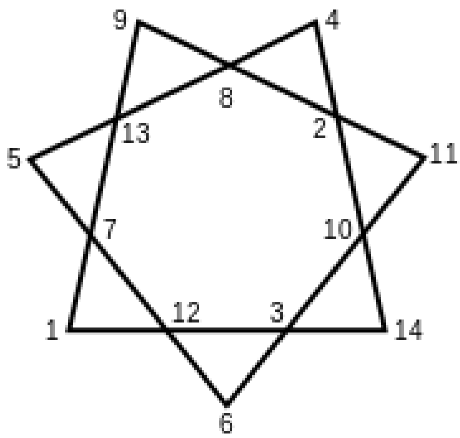
Não há estrelas com menos de 5 pontas existentes, portanto não se é possível a construção de tal estrela. O menor exemplo possível de uma estrela mágica normal é consequentemente a de 6 pontas. Podemos observar as exemplificações abaixo. Pode se notar que para valores específicos de n, a estrela mágica de n pontas também é chamada de hexagrama mágico etc (WIKIPÉDIA, 2017).

Figura 5.17: Hexagrama mágico.



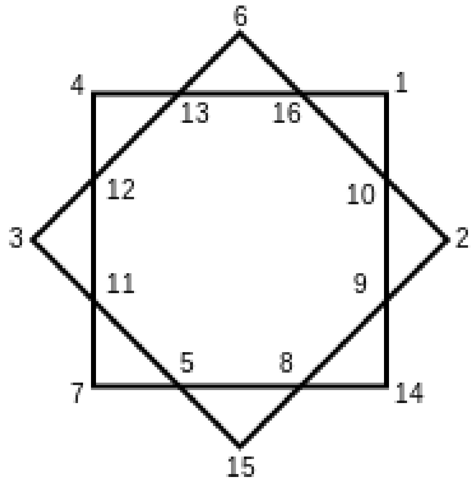
Fonte: Justino (2014)

Figura 5.18: Heptagrama Mágico



Fonte: Justino (2014)

Figura 5.19: Octagrama Mágico

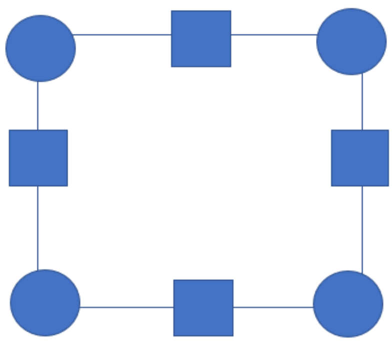


Fonte: Justino (2014)

5.10 Quadrado da Diferença

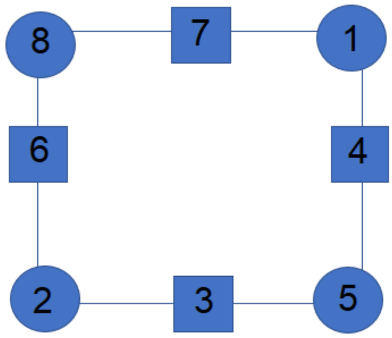
Dispor os números de 1 à 8 sem repetir de modo que o número do lado do quadrado seja a diferença dos vértices na figura.

Figura 5.20: Representação do Quadrado da Diferença.



Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 5.21: Solução - Quadrado da Diferença.



Fonte: Próprio autor (2018)

Esses valores podem ser encontrados pela diferença, mas é necessário que o número 8 esteja em um dos vértices e os números 1 e 2 nos vértices da outra diagonal.

Capítulo 6

Metodologia

Durante um período de 2 meses, no contra turno, uma vez por semana, foram ministradas aulas de 14:00h às 15:30h nas quarta-feiras, no intuito de desenvolver um estudo diferente dos assuntos abordados em sala e aplicar a lógica proposicional e argumentativa, procurando atingir os objetivos gerais e específicos indicados na dissertação. No entanto, foi um trabalho dissertativo de aplicação, com a idéia de chegar em bons resultados.

O trabalho dissertativo teve como público alvo os alunos do 1º e 2º anos matutino da escola "Inácio Passarinho (Caxias - MA)", onde o professor mestrando e aplicador (Francisco Queiroz dos Santos) trabalhava.

Nos 20 minutos finais da aula, uma vez por semana (aula regular do professor), era aplicado um jogo, bonificando os cinco primeiros que concluíam o desafio. Para o contra-turno no vespertino, foram convidados 50 alunos do 1º médio e 50 alunos do 2º médio, que foram divididos em 4 turmas de 25 alunos, essas turmas foram monitoradas pelos alunos do 1º período de matemática da UEMA-CESC, coordenados pelo mestrando pesquisador deste trabalho.

Trabalhamos de maneira direta com os objetivos específicos, temos algumas situações que foram colocadas no decorrer dos oito encontros, realizados no turno vespertino.

Com relação ao objetivo "Estimular a aplicação de conhecimentos adquiridos em matemática, retirando do plano abstrato para o mundo real", teremos:

Situação (01) - No assunto "Teoria de Conjunto"

(A) Vejamos um conjunto em que os elementos eram os alunos da sala A = {Paulo, Sérgio, ..., Patrícia} , no termino das aulas certamente todos, foram embora, então, A = {} , isto é, a sala ficou vazia. É lógico que {} $\subset$ A, portanto o vazio está contido em qualquer conjunto.

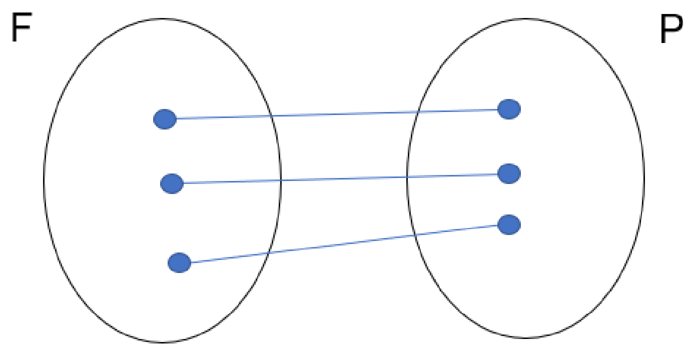
Situação (02) - Na "Definição de Função"

Considerando dois conjuntos, A e B, não vazios, dizemos que f é uma função de A em B (ou que y é uma função de x) se, e somente se, para cada elemento de x de A existe, em correspondência, um único elemento y de B. Trabalhar a definição de função no Diagrama de VENN, "tomando a imagem com PAI BIOLÓGICO e o domínio O FILHO". F = Filho

(Domínio) $\Rightarrow \mathbb{D}$f= $f_1, f_2, ..., f_n$

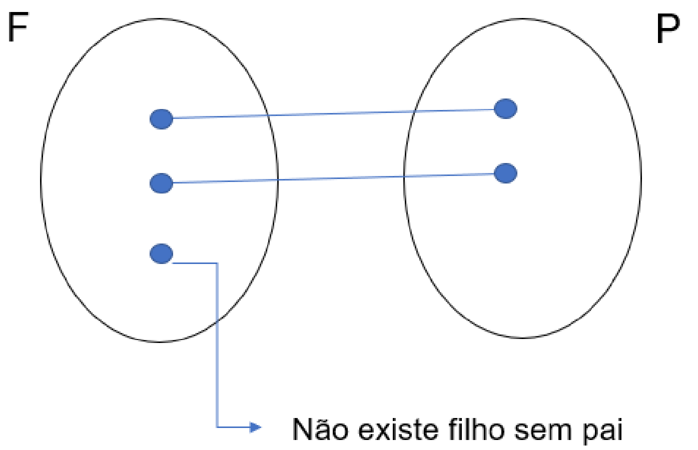
P = Pai (Imagem) $\Rightarrow$ IMf = $P_1, P_2, ..., P_n$

Figura 6.1: É função. Para cada filho tem um pai.



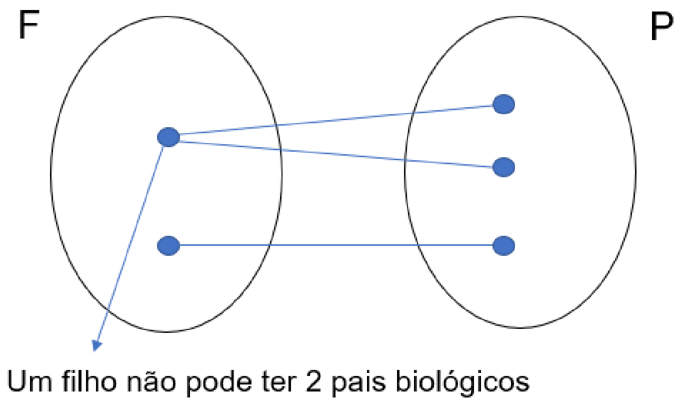
Fonte: Próprio autor(2018)

Figura 6.2: Não é função. Não existe filho sem pai.



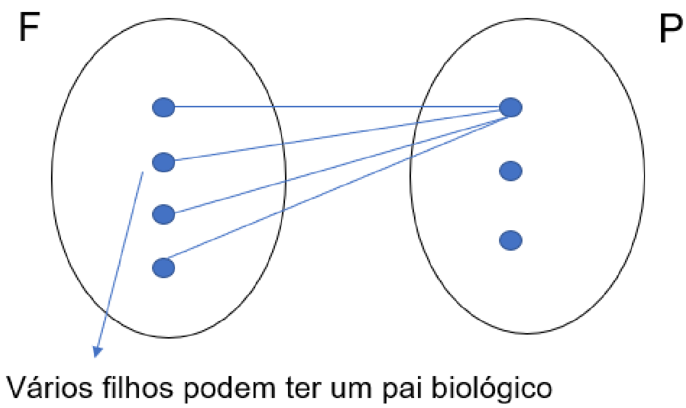
Fonte: Próprio autor(2018)

Figura 6.3: Não é função. Um filho não pode ter dois pais biológicos.



Fonte: Próprio autor(2018)

Figura 6.4: É função. Vários filhos podem ter um pai biológico.



Fonte: Próprio autor(2018)

Situação (03) - "Representação de uma Matriz"

(III) Foram colocados dos 25 alunos das salas, 24 alunos ordenados como uma matriz M_{4x6}, e daí surgiu as seguintes perguntas:

(A) Qual o aluno que tá nas posições:

M_{24}? M_{36}? M_{31}, etc?

(B) Que posição você está?

O que mostrou uma real aplicação de matriz em sala.

- Com relação ao objetivo "Fazer com que o aluno conheça os conectivos e como escrever simbolicamente."

Situação (04): Foi feita uma tabela com os conectivos, após disto criamos frases que representam proposições que posam ser escritas simbolicamente ou vice-versa.

Exemplo: Sejam as proposições:

p: Estudo

q: Serei aprovado

Escreva as proposições:

a) $p \rightarrow q$: "Se estudo, então serei aprovado"

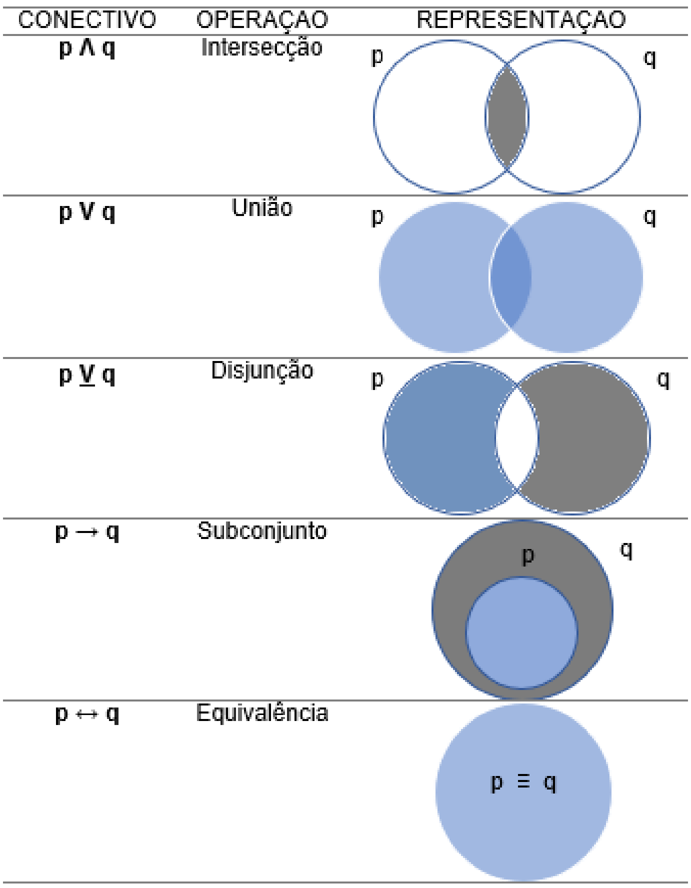
b) $p \wedge q$: "Estudo e serei aprovado"

c) $p \veebar \sim q$: "Ou estudo ou não serei aprovado"

- No objetivo: "Representar e resolver situações problemas de lógica argumentativa com regras de inferências"

Situação (05): Esses conectivos usados em operações de conjuntos podem ser assim representados:

Figura 6.5: Representação dos conectivos e suas representações



Fonte: Próprio autor (2018)

Temos bastantes situações em exercícios de aplicação no capítulo 04 de lógica argumentativa

- No objetivo "Saber como podemos aplicar a lógica argumentativa e despertar o raciocínio dedutivo."

Situação (06): Usamos as proposições categóricas que são:
"Todo, algum e nenhum" que correspondem a "qualquer que seja ($\forall$), existe ($\exists$) e não existe ($\nexists$)."

Exemplo - Seja as proposições :
(P_1) "Todos na minha casa gostam de estudar"
(P_2) "Todos que estudam são felizes"
(P_3) "Pedrinho mora na minha casa"
Conclusão = "Pedrinho é feliz."

Figura 4.1 (74)
71.

- Com relação ao objetivo "Conhecer as áreas de aplicação da lógica proposicional"

Situação (07): Temos "Circuitos Lógicos"

A álgebra booleana introduzida em 1854 por George Boole, onde os circuitos são constituídos por portas que admitem várias entradas e neles são usadas dois níveis de voltagem para representar valores binários.

0 = Corrente aberta ou falsidade
1 = Corrente fechada ou verdade

Figuras 3.3 (61) e 3.8 (64)

Situação (08): Finalmente, para os dois últimos objetivos específicos que são:

- "Trabalhar jogos para inovar métodos de ensino aprendizagem nas aulas de matemática""

- "Desenvolver a curiosidade e a tomada de decisões, para que se possa ter uma independência na vida escolar e consequentemente na vida real"

Em ambos os objetivos, temos a aplicação de jogos como um trabalho de grande relevância, causando uma intensa concorrência cognitiva e interatividade.

Na aula, é importante observar que alguns alunos que não possuíam total interesse durante as aulas, se destacavam nos jogos interativos. aula

Capítulo 7

Discussão e Análise dos dados

7.1 Local, Universo, Sujeitos e Classificação da pesquisa

A pesquisa têm caráter quantitativa e qualitativa foi realizada no final do mês de junho de 2018, tendo como universo um grupo de 40 alunos do primeiro período do curso de matemática licenciatura do CESC-UEMA (Campus Caxias - MA) e 100 alunos do Ensino Médio da escola ”Inácio Passarinho”, ambas situadas na Avenida General Sampaio, Bairro Morro do Alecrim, na cidade de Caxias - MA.

Esta pesquisa não foi fundamentada na validação dos dados obtidos mas na qualidade da informação que eles contém. Em razão destes fatores, justificamos que foi escolhido uma abordagem intuitiva, que parte de casos particulares para o caso geral.

7.2 Aplicação e técnicas de pesquisa

Na aplicação da pesquisa, elaborou-se 5 questionamentos para os licenciandos do primeiro período, tendo como ênfase o seu interesse na sua licenciatura em matemática e na aplicação da lógica em sala de aula quando tiver oportunidades e 10 questionamentos para os alunos do 1º e 2º anos do ensino médio na idéia de investigar a situação atual do ensino aprendizado e, propor esse trabalho como uma das soluções, tornando um ensino mais eficaz e interativo.

(III) Questionamento feito aos alunos da licenciatura em matemática teve o seguinte resultado:

3.1) Quando pergunto "Por que você faz Matemática?"
No intuito de investigar a situação inicial de um calouro no curso de licenciatura em matemática com relação ao seu interesse em trabalhar ou não na área de atuação, foi colocado o questionamento.

Tabela 7.1: "Por que você faz Matemática licenciatura?"

	%
(a) Por falta de opções em outros cursos	6 %
(b) Quero ser professor	44 %
(c) Por afinidade com a área	50 %
(d) Quero mim preparar para concurso	0 %

Nota-se que a metade deles tem afinidade com a área de exatas e a grande maioria dos restantes quer atuar como educador, sendo apenas 6 %daqueles que disseram não ter opção. O que chamou mais atenção foi a grande quantidade de universitários do primeiro período com a vontade e afinidade na área de exatas.

3.2) "No seu ensino médio, algum professor utilizou conteúdo de lógica proposicional ou argumentativa em sala de aula?"

Tabela 7.2: "Tabela referente á questão acima."

	%
(a) Nunca	25 %
(b) Sempre	13 %
(c) Poucas vezes	62 %

Vejamos que poucas vezes a lógica foi aplicada em sala de aula, no entanto, foi notório o impacto causado no desenvolvimento desse trabalho.

Tabela 7.3: "Tabela referente ao apêndice B (p. 124)."

	A	B	C	D
01	64 (80 %)	0 (0 %)	16 (20 %)	0 (0 %)
02	32 (40 %)	04 (5 %)	44 (55 %)	0 (0 %)
03	68 (85 %)	12 (15 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
04	36 (45 %)	28 (35 %)	16 (20 %)	0 (0 %)
05	72 (90 %)	08 (10 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
06	80 (100 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
07	56 (70 %)	08 (10 %)	16 (20 %)	0 (0 %)
08	64 (80 %)	0 (0 %)	16 (20 %)	0 (0 %)
09	76 (95 %)	04 (5 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
10	32 (40 %)	0 (0 %)	24 (30 %)	24 (30 %)

(

Tabela 7.4: "Tabela referente ao apêndice A (p. 123)."

	01	02	03	04	05
A	02 (6 %)	08 (25 %)	32 (100 %)	30 (94 %)	32 (100 %)
B	14 (44 %)	04 (12 %)	0 (0 %)	02 (6 %)	0 (0 %)
C	16 (50 %)	20 (63 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
D	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)

3.3) Nas perguntas:

(I) "Você acha importante o uso dessa lógica para ensino aprendizado nas aulas de matemática ?"

(II) "Algum professor já utilizou jogos interativos de lógica nas aulas ?"

(III) "Você pensa em aplicar a lógica em sala quando houver oportunidade ?"

Tabela 7.5: "Tabela referente ás questões anteriores."

	I	II	III
SIM	100 %	75 %	100 %
NÃO	//	25 %	//

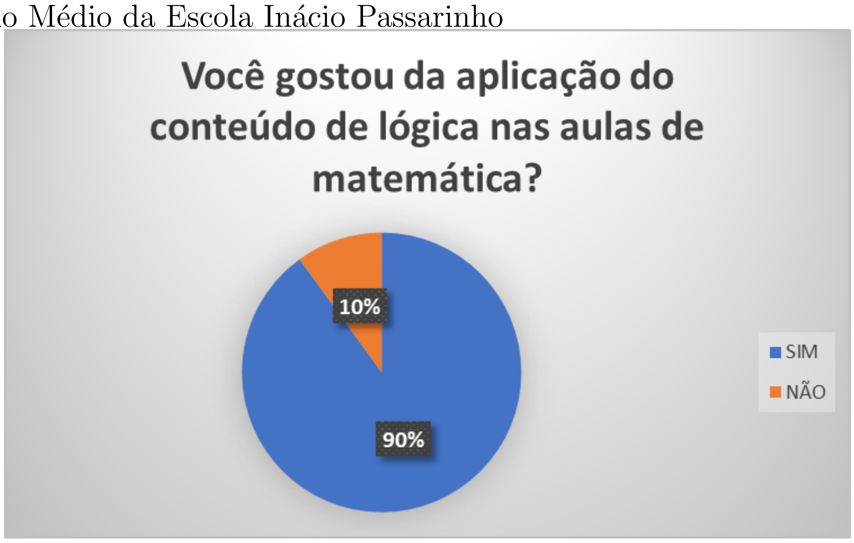
Veja um bom resultado, pois, uma grande parte dos professores já utilizaram jogos em sala, todos viram a importância da aplicação e estão pensando em usar no ensino aprendizado em oportunidades futuras.

4) Questionamento feito com 100 alunos do ensino médio do 1º e 2º anos (turno matutino), da escola "Inácio Passarinho" dava ênfase a perspectiva de como se encontra o ensino da matemática, sua relação com a realidade e a aplicação da lógica nas aulas.

Tabela 7.6: "Tabela referente á questão acima."

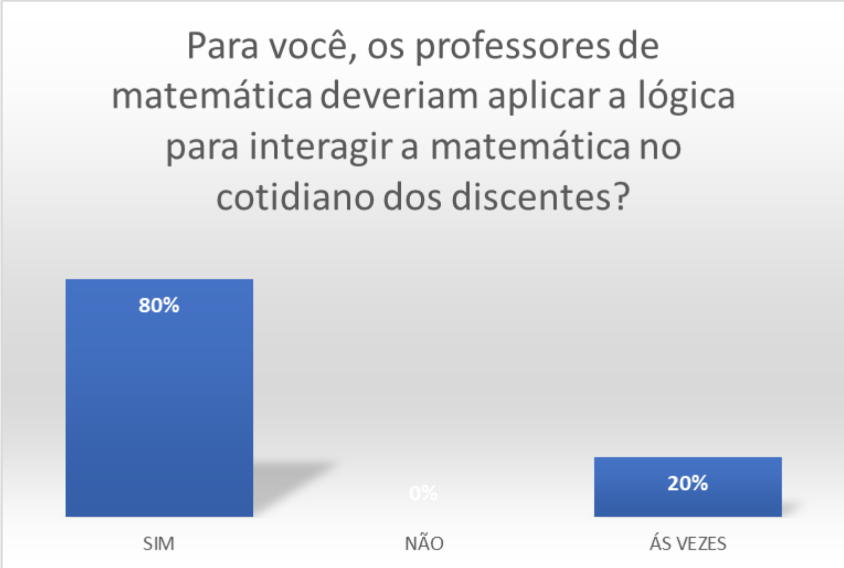
Questionamentos	Sim	Não	Ás vezes
01. Vontade de ir a escola	80 %	//	20 %
02. Interesse nas aulas de matemática	40 %	5 %	55 %
03. Aplicação da matemática no dia a dia	85 %	15 %	//
04. Conhecimento anterior sobre lógica	45 %	35 %	20 %
05. Gosto pelo uso do conteúdo de lógica nas aulas	90 %	10 %	//
06. Interesse pelo uso de jogos interativos nas aulas	100 %	//	//
07. Conhecimento acerca da necessidade dos assuntos estudados	70 %	10 %	20 %
08. Aplicabilidade da lógica pelos professores para interação	80 %	//	20 %
09. Gosto pela forma que foi desenvolvido a atividade com jogos	95 %	5 %	//

Figura 7.1: Gráfico referente a questão 05 do questionário aplicado aos alunos do 1º e 2º ano do Ensino Médio da Escola Inácio Passarinho



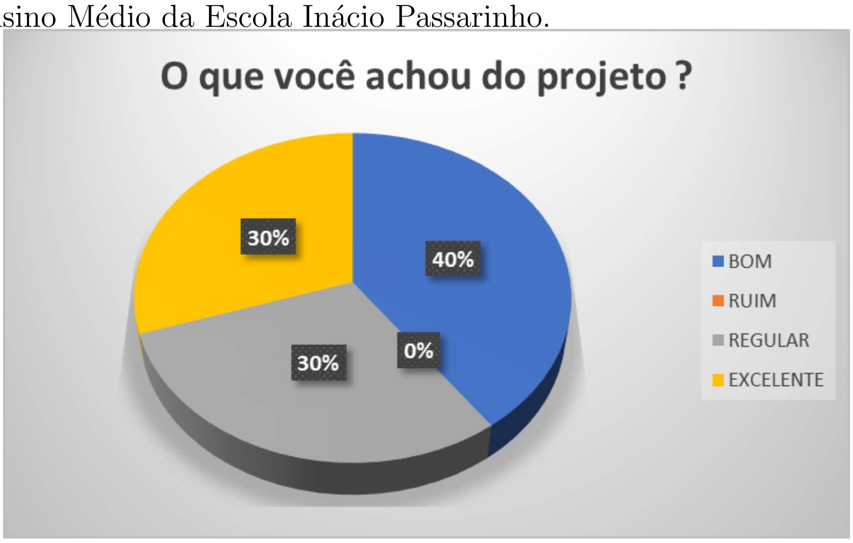
Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 7.2: Gráfico referente a questão 08 do questionário aplicado aos alunos do 1º e 2º ano do Ensino Médio da Escola Inácio Passarinho do turno matutino em Caxias - MA.



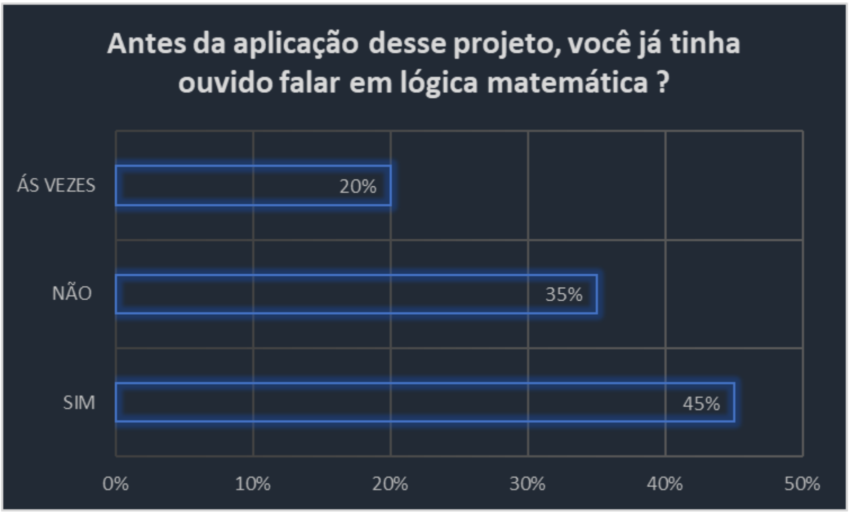
Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 7.3: Gráfico relacionado a questão 10 do questionário aplicado aos alunos do 1º e 2º ano do Ensino Médio da Escola Inácio Passarinho.



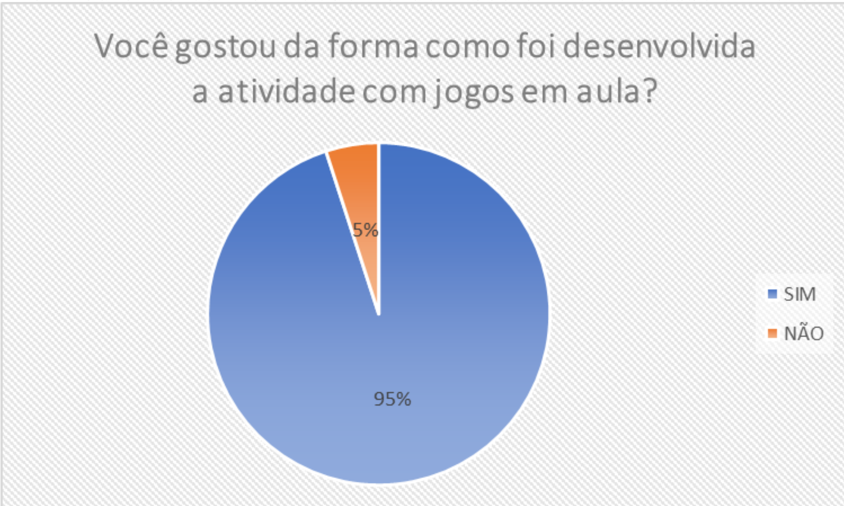
Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 7.4: Gráfico referente a questão 04 do questionário aplicado aos alunos 1º e 2º ano do ensino médio da escola Inácio Passarinho, do turno matutino em Caxias - MA.



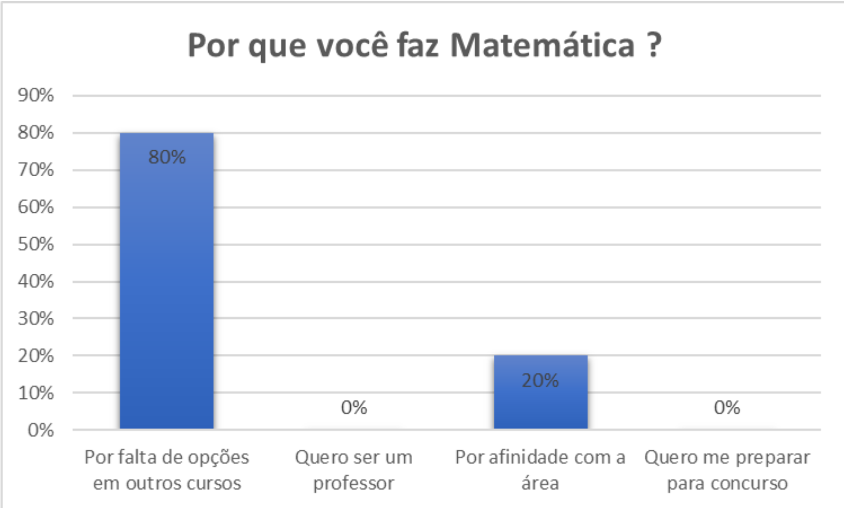
Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 7.5: Gráfico relacionado a questão 09 do questionário aplicado aos alunos do 1º e 2º ano do ensino médio do turno matutino da Escola Inácio Passarinho em Caxias - MA.



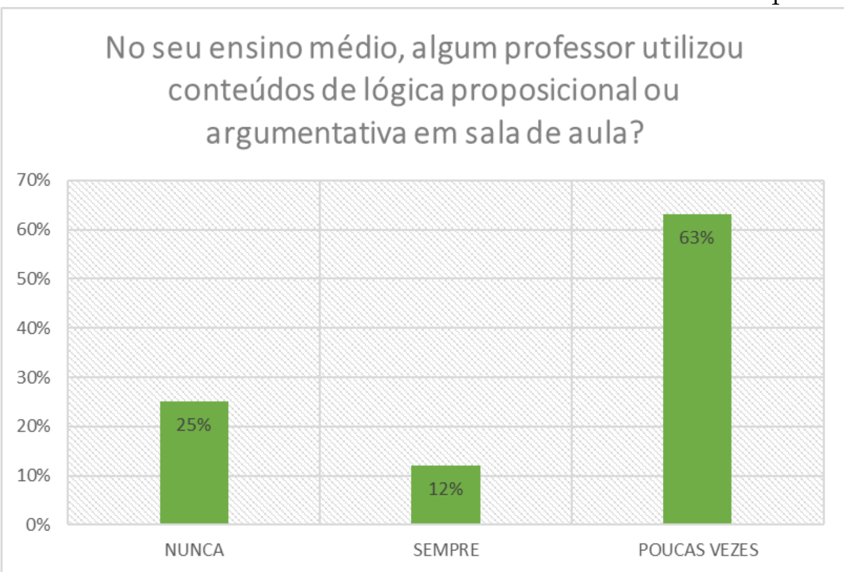
Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 7.6: Gráfico referente a primeira questão do questionário aplicado aos acadêmicos do 1º período do curso de Matemática Licenciatura do Centro de Estudos Superiores de Caxias.



Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 7.7: Gráfico referente a questão 02 do questionário aplicado aos alunos do 1º período do curso de matemática licenciatura do Centro de Estudos Superiores de Caxias.



Fonte: Próprio autor (2018)

Capítulo 8

Conclusão

Nessa proposta metodológica, foi possível observar que em sala de aula os conteúdos de lógica proposicional, argumentativa e aplicação de jogos causam uma maior interação entre professor/aluno e aluno/aluno, contribuindo com o aprendizado do outro, por meio da mediação e troca de conhecimento, pois, quando adequamos a lógica com os conteúdos do ensino médio e a realidade do alunos, estamos estimulando a curiosidade e permitindo a construção de novos conhecimentos, que devem ser propostos e desenvolvidos no decorrer da aula, quando o professor apresenta conceitos de forma integrada e relacionada com a realidade dentro da lógica, apresentando desafios e definindo resultados, a matemática muito mais interessante e motivadora.

A lógica proposicional e argumentativa, se bem escolhida as aplicações pelo professor e utilizadas nos momentos adequados, contribuem ainda para a formação social e moral do indivíduo, especialmente quando são trabalhadas em grupo, aprendendo desde cedo a dar resultados cognitivos e respeitar os diferentes pontos de vista do outro.

A lógica é uma das formas de oportunizar aos alunos uma maneira bem descontraída de promover aprendizagem, isso foi facilmente observado durante a aplicação com os alunos do 1º e 2º anos da escola pesquisada, verificando que a mesma oferece a aquisição e retenção de conhecimentos. Assim, por aliar aos aspectos cognitivos, fica claro que a lógica em alguns conteúdos como teoria de conjunto, funções, geometria, circuitos, etc é uma importante estratégia como introdução e desenvolvimento de conteúdos mais complexos, favorecendo a motivação interna, o raciocínio, a argumentação e interação entre alunos e professores.

Tendo em vista os objetivos propostos nesta pesquisa e a metodologia aplicada, pode-se afirmar que a utilização da lógica nas aulas de matemática possibilitou identificar grandes contribuições da intervenção realizada, tanto para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos trabalhados, quanto para o pensamento crítico criativo, da imaginação e do raciocínio lógico em relação aos conteúdos do ensino médio, contribuindo para despertar no aluno o interesse pelo trabalho em equipe. Portanto, concluímos que o tema "Lógica proposicional e argumentativa aplicada ao ensino médio" deve ser de grande relevância, pois, a lógica matemática pode e deve ser incluída nos conteúdos de matemática do ensino médio, em atividades desenvolvidas, jogos cognitivos e em conteúdos que oportunizam ao professor, o desenvolvimento de diversas aplicações de forma a incentivar o interesse dos alunos em definições de diferentes assuntos abordados em matemática.

Referências Bibliográficas

ABE, J. M.; SCALZITTI, A.; FILHO, J. I. d. S. *Introdução à Lógica para a Ciência da Computação*. [S.l.]: Arte & Ciência, 2002.

BARANAUSKAS, J. A. *Funções Lógicas*. 2016. Disponível em: ⟨https://www.slideshare.net/GoLEdnaldo/ab-funcoeslogicasportaslogicas-69463145⟩.

BIANCONI, R. Introdução á lógica matemática. *Universidade de São Paulo*, 2009. Disponível em: ⟨https://www.ime.usp.br/~mat/0349/Cap-1-5.pdf⟩.

BRAINLY. *Blocos Lógicos básicos*. 2018. Disponível em: ⟨https://brainly.com.br/tarefa/14005356⟩.

BRASIL, M. Seb. orientações curriculares para o ensino médio. *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEB*, 2006.

CORMEN, T.; BALKCOM, D. *Torres de Hanói*. 2018. Disponível em: ⟨https://pt.khanacademy.org/computing/computer-science/algorithms/towers-of-hanoi/a/towers-of-hanoi⟩.

COSTA, S. M. d.; REGO, R. G. d. *Oficina Pedagógica: JV3D - IV Semana da Matemática*: Matemática: a linguagem da ciência para a vida. 06 p. — Universidade Federal da Paraíba, Outubro 2015. Disponível em: ⟨http://www.mat.ufpb.br/pibid/attachments/article/21/Oficina⟩.

ENCICLOPÉDIA, B. U. *Enciclopédia Barsa Universal*. 3 edição. ed. [S.l.: s.n.], 2010.

FAJARDO, R. Lógica matemática. *São Paulo: IME*, 2012.

FAJARDO, R. A. d. S. *Combinações de lógicas modais não-normais*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2004.

GAY, J. et al. *Three hours after marriage*. [S.l.]: William Andrews Clark Memorial Library, University of California, 1961.

GERCINO, P. *Funções Lógicas*. 2018. Disponível em: ⟨https://www.ibytes.com.br/as-funcoes-logicas-tambem-sao-chamadas-de-portas-ou-gates/⟩.

GOMES, E. B. *Proposta de abordagem do ensino do raciocínio lógico no ensino médio*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Tocantins Palmas - TO, 2015. Disponível em: ⟨https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=76992⟩.

JUSTINO, L. *Jogos Matemáticos - Estrela Mágica*. 2014. Disponível em: ⟨http://brincandoamatematica.blogspot.com/2014/04/estrela-magica.html⟩.

KENNY, A. *História Concisa da Filosofia Ocidental*. [s.n.], 1998. Disponível em: ⟨http://charlezine.com.br/wp-content/uploads/2012/10/Histo\%CC\%81ria-Concisa-da-Filosofia-Ocidental-Anthony-Kenny.pdf⟩.

LIMA, T. *Portas Lógicas: XOR*. 2015. Disponível em: ⟨https://www.embarcados.com.br/xor/⟩.

MARANHÃO, U. E. D. *Processo Seletivo de acesso à educação superior*. 2008.

OLIVEIRA, A. F. G. P. d. Monografia para Licenciatura em Matemática, *Matemática como forma de raciocínio lógico e suas aplicações: lógica de argumentação e aplicações por meio de jogos*. 2016.

PASDIORA, N. M. W. L. Jogos e matemÃ¡tica: Uma proposta de trabalho para o ensino mÃ©dio. *ColÃ©gio Estadual SÃ£o JosÃ© e Ensino MÃ©dio Profissionalizante Lapa – PR*, 2008.

PEREIRA, L. S. *Portas Lógicas Básicas*. 2016. Disponível em: ⟨https://slideplayer.com.br/slide/10898793/⟩.

PINHO, A. A. *Introdução a lógica matemática*. [S.l.: s.n.], 1999.

REIS, F. d. *Porta Lógica NAND*. 2016. Disponível em: ⟨http://www.bosontreinamentos.com.br/eletronica/eletronica-digital/porta-logica-nand/⟩.

REIS, F. d. *Porta Lógica OR*. 2016. Disponível em: ⟨http://www.bosontreinamentos.com.br/eletronica/eletronica-digital/porta-logica-or/⟩.

REIS, F. d. *Portas Lógicas Buffer*. 2016. Disponível em: ⟨http://www.bosontreinamentos.com.br/eletronica/eletronica-digital/portas-logicas-buffer/⟩.

RUSSEL, S.; NORVING, P. *Artificial Intelligence A Modern Approach*. 2003. Pearson Education. Second Edition.

SCOPENHAUER, A. *A arte de escrever*. [S.l.]: L&PM, 2005.

SÉRATES, J. *Raciocínio Lógico, Volumes I e II*. [S.l.: s.n.], 2004.

SILVEIRA, D. D. *Circuitos Lógicos*. 2011. 13 p. Disponível em: ⟨http://www.ufjf.br/daniel_silveira/files/2011/06/aula_2.pdf⟩.

SOLUCIONANDO. *Controle discreto usando Controladores Lógicos Programáveis*. 2016. Disponível em: ⟨https://http://www.solucionando2.blogspot.com/2016/05/controle-discreto-usando-controladores.html⟩.

TAGESSPIEGEL. *Jogar Sudoku online*. 2018. Disponível em: ⟨https://pt.sudoku-online.net/⟩.

TASINAFO, P. M. *Um breve histórico do desenvolvimento da lógica matemática e o surgimento da teoria da computação*. [S.l.]: Anais do 14º Encontro da Iniciação científica e Pós-Graduação do ITA-XIV ENCITA/2008. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos-SP, 2008.

TREVISAN, E. P. Contribuições da lógica do desenvolvimento matemático de irme lakatos ao trabalho com provas e demonstrações no ensino de matemática. *Revista Educação, Cultura e Sociedade*, v. 3, n. 1, 2013.

WIKIPÉDIA. *Estrela Mágica*. 2017. Disponível em: ⟨https://pt.wikipedia.org/wiki/Estrela_m⟩.

WIKIPÉDIA. *Sudoku*. 2018. Disponível em: ⟨https://pt.wikipedia.org/wiki/Sudoku⟩.

Part I

APÊNDICES

Figura 8.1: Imagem da atividade de aplicação do projeto com alunos do 1º e 2º período do curso de Matemática Licenciatura do CESC - UEMA.

Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 8.2: Imagem da atividade de aplicação do projeto com alunos do 1º e 2º período do curso de Matemática Licenciatura do CESC - UEMA.

Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 8.3: Imagem da atividade de aplicação do projeto com alunos do 1º e 2º período do curso de Matemática Licenciatura do CESC - UEMA.

Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 8.4: Aplicação da atividade do projeto em sala de aula com alunos do 1º e 2º ano do ensino médio da Escola Inácio Passarinho em Caxias - MA.

Fonte: Próprio autor (2018)

Figura 8.5: Atividade do projeto em sala com alunos do 1º e 2º ano do Ensino Médio da Escola Inácio Passarinho em Caxias - MA.

Fonte: Próprio autor (2018)

APÊNDICE A

Questionário aplicado para elaboração de dissertação de mestrado

(**Tema: Lógica Proposicional e Argumentativa aplicada ao Ensino Médio**).

Aos alunos do 1º período do curso de Matemática Licenciatura do Centro de Estudos Superiores de Caxias – UEMA

Mestrando: Francisco Queiroz dos Santos

Orientador: Mário Gomes dos Santos

01. Por que você faz matemática?

( ) Por falta de opções em outros cursos

( ) Quero ser um professor

( ) Por afinidade com a área

( ) Quero me preparar para concurso

02. No seu ensino médio, algum professor utilizou conteúdos de lógica proposicional ou argumentativa em sala de aula?

( ) Nunca

( ) Sempre

( ) Poucas vezes

03. Você acha importante o uso dessa lógica para o ensino aprendizagem nas aulas de matemática?

( ) SIM

( ) NÃO

04. Algum professor já utilizou jogos interativos de lógica nas aulas?

( ) SIM

( ) NÃO

05. Você pensa em aplicar a lógica em sala quando houver a oportunidade?

( ) SIM

( ) NÃO

APÊNDICE B

Questionário aplicado para elaboração de dissertação de mestrado

(**Tema: Lógica Proposicional e Argumentativa aplicada ao Ensino Médio**).

Aos alunos do 1º e 2º ano do Ensino Médio da Escola Inácio Passarinho, turno: Matutino, Caxias – MA.

Mestrando: Francisco Queiroz dos Santos

Orientador: Mário Gomes dos Santos

01. Você gosta de vir para a escola?

( ) SIM ( ) NÃO ( ) ÁS VEZES

02. Você gosta de assistir as aulas de matemática?

( ) SIM ( ) NÃO ( ) ÁS VEZES

03. Você relaciona a matemática ao seu dia a dia?

( ) SIM ( ) NÃO

04. Antes da aplicação desse projeto, você já tinha ouvido falar em Lógica Matemática?

( ) SIM ( ) NÃO ( ) ÁS VEZES

05. Você gostou da aplicação do conteúdo de Lógica nas aulas de Matemática?

( ) SIM ( ) NÃO

06. Você acha interessante a utilização dos jogos interativos nos finais das aulas?

( ) SIM ( ) NÃO

07. O professor informou-lhe para que serve determinados assuntos estudados?

( ) SIM ( ) NÃO ( ) ÁS VEZES

08. Para você, os professores de Matemática deveriam aplicar a Lógica para interagir a Matemática no cotidiano dos discentes?

( ) SIM ( ) NÃO ( ) ÁS VEZES

09. Você gostou da forma de como foi desenvolvida a atividade com jogos em aula?

( ) SIM ( ) NÃO

10. O que você achou do projeto?

( ) BOM ( ) RUIM ( ) REGULAR ( ) EXCELENTE

Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Pós-Graduação em Matemática
Mestrado em Matemática

DECLARAÇÃO DA CONFECÇÃO DE SAMURY

Nome do(a) mestrando(a): FRANCISCO QUEIROZ DOS SANTOS

Á Direção do Curso de Mestrado em Matemática da UFPI/PROFMAT,

Eu, Elvis Roberto Beleza Bezerra

graduado(a) em LETRAS. Declaro ter realizado na íntegra a elaboração do ABSTRACT do(a) Mestrando (a) acima citado, do trabalho intitulado em: *"LÓGICA PROPOSICIONAL E ARGUMENTATIVA APLICADA AO ENSINO MÉDIO"*.

Por ser verdade firmo a presente declaração

Atenciosamente,

Elvis Roberto Beleza Bezerra

Assinatura e Carimbo do Revisor da área de Letras/Línguas

Caxias (MA), 11 de Setembro de 2018

PROFMAT
Mestrado Profissional em Matemática

Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Pós-Graduação em Matemática
Mestrado em Matemática

CARTA DE ACEITE

Declaro que depois de conhecer os objetivos, procedimentos metodológicos da pesquisa, bem como estar ciente da necessidade do uso de minha imagem para elaboração da dissertação, AUTORIZO, através do presente termo, aos pesquisadores: Mestrando **FRANCISCO QUEIROZ DOS SANTOS**, e o Professor Mestre **MÁRIO GOMES DOS SANTOS**, autores do projeto de pesquisa intitulada *"LÓGICA PROPOSICIONAL E ARGUMENTATIVA APLICADA AO ENSINO MÉDIO"*, realizar fotos que se façam necessárias. Ao mesmo tempo, libero a utilização destas fotos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), dos pesquisadores da pesquisa, acima especificada.

Caxias (MA), 11 de Setembro de 2018

Francisco Queiroz dos Santos

Pesquisador Responsável pela pesquisa

Alunos que participaram da foto que AUTORIZAM o uso da imagem

01- Raquel Vieira da Cruz

02- Gessica Paula Andrade dos Santos
03- Bruna Maria da Silva Souza.
04- FRANCISCO CORREIA DE JESUS
05- Reinaldo Amorim Santos
06- Ronan dos santos nascimento
07- Claudemir Coelho da Silva.
08- Aureliano da Silva Sousa
09- Jairo Willames da Silva Jesus
10- Felipe Aguiar de Oliveira
11- Jefferson Medeiros da Conceição
12- José Wenden Ferreira da Silva
13- Francisco Wanderson Silva
14- Wilington dos Santos Dias
15- Daniel da silva santos
16- Karolayne Magalhães Prado
17- DARCIO DO SILVA GALVÃO
18- Antonio Rodrigo O. C. de Alencar
19- Rita de Kássia da Silva Ferreira
20- Cleidison Sousa dos Santos
21- Wenderson de Jesus da Costa Silva
22- Francisco Paulo Soares Lima
23- ROGÉRIO RIBEIRO DA SILVA
24- Jara Kamire dos Santos Amorim
25- Ana Beatriz Araújo da Cruz
26- Benedito Borges de M. Neto
27- Walisson José Barros da Silva
28- Vitor Zamorano Rodrigues dos Reis
29- Filipe Ferreira Duarte
30- Herlan Henrique da Silva Almeida
31- Gilvan Bahia Chaves Maciel
32- Bruno Santos Oliveira
33- Leaynni de Alencar Procópio.
34- Marina Silva Guimarães
35-

Part II

ANEXOS

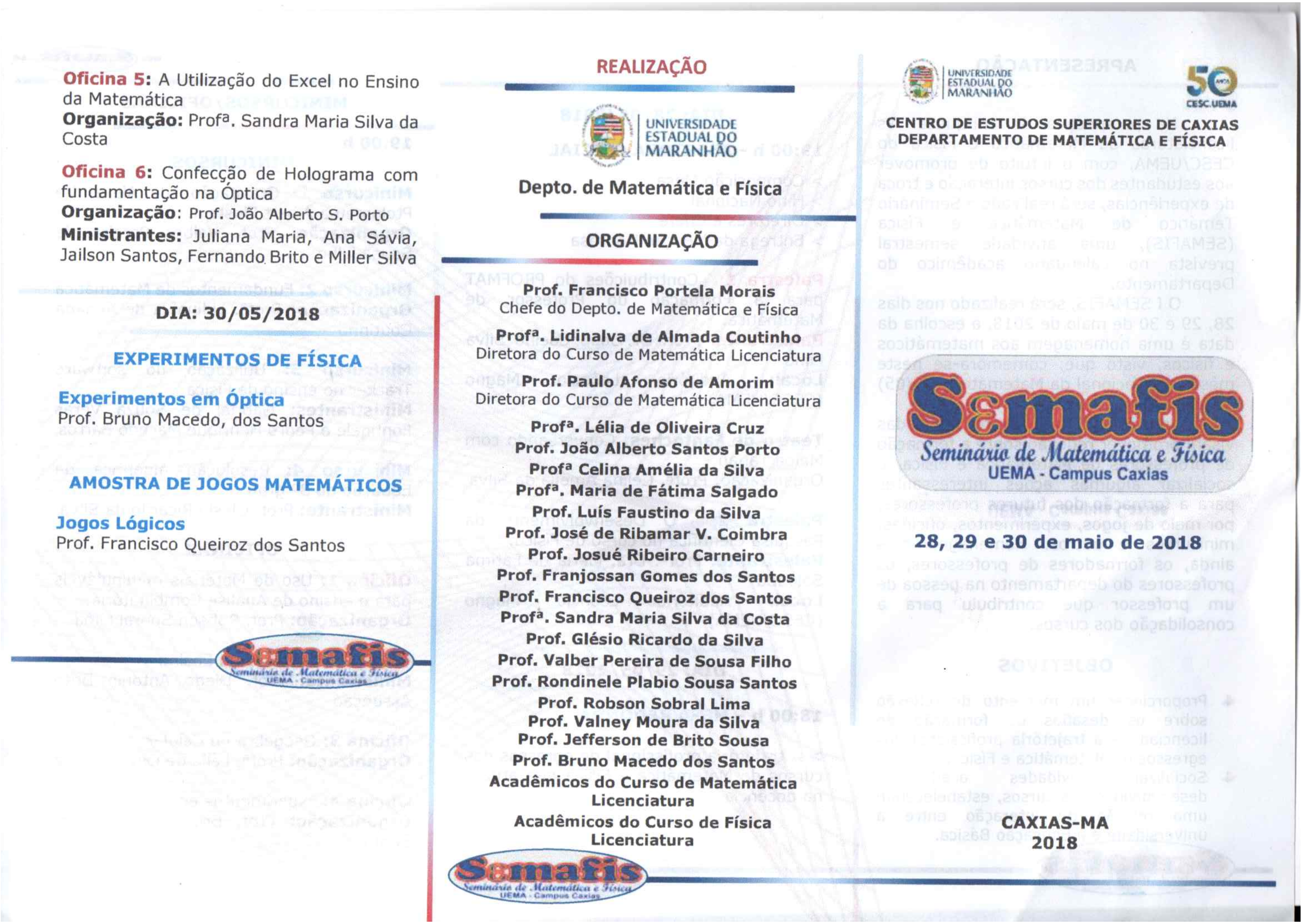
CENTRO DE ENSINO INÁCIO PASSARINHO
DECRETO Nº. 22.805/ DE 22/01/2007
ENSINO MÉDIO RES. 340/02
Av. General Sampaio, s/n – Morro do Alecrim

DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins que o **Prof. Francisco Queiroz dos Santos** desenvolveu o seu projeto de dissertação de mestrado "Lógica Proposicional e Argumentativa Aplicada ao Ensino Médio" neste centro, no período de Abril a Maio do corrente ano, com alunos de 1º e 2º ano do Ensino médio, sendo 50 alunos de cada série, totalizando 100 alunos. O trabalho ocorreu no horário de 13h30min às 15h em dias de quarta-feira, totalizando 8 encontros.

Maysa da Silva Moura

Profª Maysa da Silva Moura
Gestor Adjunto do C. E. Inácio Passarinho
Matricula 670588



Oficina 5: A Utilização do Excel no Ensino da Matemática
Organização: Profª. Sandra Maria Silva da Costa

Oficina 6: Confecção de Holograma com fundamentação na Óptica
Organização: Prof. João Alberto S. Porto
Ministrantes: Juliana Maria, Ana Sávia, Jailson Santos, Fernando Brito e Miller Silva

DIA: 30/05/2018

EXPERIMENTOS DE FÍSICA

Experimentos em Óptica
Prof. Bruno Macedo, dos Santos

AMOSTRA DE JOGOS MATEMÁTICOS

Jogos Lógicos
Prof. Francisco Queiroz dos Santos

SEMAFIS
Seminário de Matemática e Física
UEMA - Campus Caxias

REALIZAÇÃO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

Depto. de Matemática e Física

ORGANIZAÇÃO

Prof. Francisco Portela Morais
Chefe do Depto. de Matemática e Física

Profª. Lidinalva de Almada Coutinho
Diretora do Curso de Matemática Licenciatura

Prof. Paulo Afonso de Amorim
Diretora do Curso de Matemática Licenciatura

Profª. Lélia de Oliveira Cruz
Prof. João Alberto Santos Porto
Profª Celina Amélia da Silva
Profª. Maria de Fátima Salgado
Prof. Luís Faustino da Silva
Prof. José de Ribamar V. Coimbra
Prof. Josué Ribeiro Carneiro
Prof. Franjossan Gomes dos Santos
Prof. Francisco Queiroz dos Santos
Profª. Sandra Maria Silva da Costa
Prof. Glésio Ricardo da Silva
Prof. Valber Pereira de Sousa Filho
Prof. Rondinele Plabio Sousa Santos
Prof. Robson Sobral Lima
Prof. Valney Moura da Silva
Prof. Jefferson de Brito Sousa
Prof. Bruno Macedo dos Santos
Acadêmicos do Curso de Matemática Licenciatura
Acadêmicos do Curso de Física Licenciatura

SEMAFIS
Seminário de Matemática e Física
UEMA - Campus Caxias

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
50 CESC.UEMA

CENTRO DE ESTUDOS SUPERIORES DE CAXIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

SEMAFIS
Seminário de Matemática e Física
UEMA - Campus Caxias

28, 29 e 30 de maio de 2018

CAXIAS-MA
2018

UNIVERSIDADE
ESTADUAL DO
MARANHÃO

Universidade Estadual do Maranhão
Centro de Estudos Superiores de Caxias
Departamento de Matemática e Física
Curso de Matemática

DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins que o Professor **FRANCISCO QUEIROZ DOS SANTOS** desenvolveu o seu projeto de dissertação de mestrado intitulado *"LÓGICA PROPOSICIONAL E ARGUMENTATIVA APLICADA AO ENSINO MÉDIO"* neste centro, no período de abril a maio do corrente ano, com acadêmicos do curso de "Matemática Licenciatura", sendo 40 alunos do 1º e 2º período. O trabalho ocorreu no horário de 13h30min às 15h em dias de quarta-feira, totalizando 8 encontros.

Por ser verdade firmo a presente declaração

Atenciosamente,

Lidinalva de Almada Coutinho

Lidinalva de Almada Coutinho
Diretora do Curso de Matemática
Matrícula N° 72322
Portaria N° 543/2016 - GR/UEMA

Profº. Francisco PORTELA Morais
Chefe de Departamento
Matemática e Física
Port. Nº 558/2016 - GR/UEMA

Caxias (MA), 11 de setembro de 2018.