

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

MARIA INÊS EHRT ZILS

UMA ANÁLISE DAS ABORDAGENS DESENVOLVIDAS EM LIVROS
DIDÁTICOS SOBRE OS CONTEÚDOS ESCOLARES “ÁREA” E
“PERÍMETRO”

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PATO BRANCO

2018

MARIA INÊS EHRAT ZILS

**UMA ANÁLISE DAS ABORDAGENS DESENVOLVIDAS EM LIVROS
DIDÁTICOS SOBRE OS CONTEÚDOS ESCOLARES “ÁREA” E
“PERÍMETRO”**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Marlova Estela Caldatto

PATO BRANCO

2018

Z69a Zils, Maria Inês Ehrat.
Uma análise das abordagens desenvolvidas em livros didáticos sobre os conteúdos escolares “área” e “perímetro” / Maria Inês Ehrat. -- 2018.
167 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Marlova Estela Caldato
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Pato Branco, PR, 2018.
Bibliografia: f. 161 - 167.

1. Matemática - Ensino e estudo. 2. Livros didáticos. 3. Geometria plana - Estudo e ensino. I. Caldato, Marlova Estela, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD (22. ed.) 510

Ficha Catalográfica elaborada por
Suélem Belmudes Cardoso CRB9/1630
Biblioteca da UTFPR Campus Pato Branco

Título da Dissertação Nº 33

***“UMA ANÁLISE DAS ABORDAGENS DESENVOLVIDAS EM LIVROS DIDÁTICOS
SOBRE OS CONTEÚDOS ESCOLARES “ÁREA” E “PERÍMETRO”*”**

por

Maria Inês Ehrat Zils

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, sob a orientação da Prof^a. Dr^a. Marlova Estela Caldato, pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 14:00hs do dia 14 de novembro de 2018. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Prof^a Marlova Estela Caldato, Dr^a
(Presidente – UTFPR/Pato Branco)

Prof^a Veridiana Rezende, Dr^a
(UNESPAR/Campo Mourão)

Prof. Carlos Alexandre R. Martins, Dr.
(UTFPR/Pato Branco)

Prof. Adilson da Silveira, Dr.
(Coordenador do PROFMAT/UTFPR)

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR”

*Dedico este trabalho especialmente ao meu
esposo Rolando e aos meus filhos Guilherme e
Gabriel.*

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado força e perseverança para superar as dificuldades.

A minha orientadora, Prof.^a Dra. Marlova Estela Caldatto, pelo suporte, pelas suas correções, incentivos e dedicação em todos os momentos em que precisei de seus conhecimentos.

Aos professores Doutores Carlos Alexandre R. Martins e Veridiana Rezende, pelas sugestões, comentários e críticas que muito contribuíram para a conclusão desta pesquisa.

Aos amigos do IFPR – Campus Cascavel, pelo incentivo e companheirismo, sempre disponíveis a colaborar.

Aos colegas e professores da turma PROFMAT 2016 – Pato Branco, pela convivência durante esta jornada.

Enfim, a todos os que de alguma maneira contribuíram para a realização desta pesquisa.

“A geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida”.

(Jacques Bernoulli)

RESUMO

O livro didático desempenha um papel significativo nos processos educacionais, especialmente no Brasil, onde o uso em sala de aula é fomentado por políticas públicas de Estado, através do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). A importância do livro didático nos processos educacionais nos levou à presente investigação, cujo objetivo foi analisar e discutir como os conteúdos escolares Área e Perímetro são abordados pelos livros didáticos de matemática distribuídos pelo PNLD. A opção pelos conteúdos de Área e Perímetro deu-se porque o processo de construção das grandezas geométricas, geralmente é trabalhado nas escolas de forma insatisfatória, originando nos alunos algumas dificuldades em relação ao entendimento e manipulação das definições e conceitos, confusão entre definições distintas e a utilização mecânica de fórmulas. Optamos pela perspectiva metodológica qualitativa, através da análise bibliográfica. Para analisar os livros didáticos, utilizamos um conjunto de Quadros de Análise, no qual apresentamos o fichamento dos dados coletados em cada volume analisado na pesquisa. A partir da composição do *Quadro de Análise do Livro Didático* de cada volume analisado, foram elaboradas descrições de fragmentos (exemplos, atividades, etc.) dos conteúdos selecionados, tecendo reflexões e críticas baseadas em pesquisadores da Educação Matemática como: Gerônimo e Franco (2005), Caraça (2002), VanCleave (1994), Ponte e Serrazina (2000), Clements e Stephan (2004), Nunes (1997), Kamii e Clark (1999), Cavanagh (2008), Baltar (1996 *apud* BALDINI, 2004) e Chapell e Thompson (1999). A partir das análises realizadas, concluímos que o livro didático é um instrumento que pode facilitar a prática docente, mas não pode ser considerado o único material de apoio. Pois, mesmo passando por avaliações do PNLD, foi possível constatar falhas que não poderiam ocorrer nas conceituações de área e perímetro, assim como em conteúdos associados ao objeto de estudo, ilustrações inadequadas e atividades limitadas que dependem da formação do professor para que os conceitos e procedimentos sejam desenvolvidos de maneira adequada, possivelmente comprometendo o ensino de Área e Perímetro.

Palavras-chave: Livro Didático. PNLD. Área. Perímetro.

ABSTRACT

The textbook makes a significant role in the educational process, especially in Brazil, where the use of this book at classroom, is promoted by state public politics, using the Didactic Book Nacional Program (DBNP). The importance of textbook in the educational programs led us to an investigation that the aim is to analyze and discuss how the scholar contents Area and Perimeter are developed by mathematic textbooks distributed by DPNP (PNLD in Brazil). The Area and Perimeter contents choice was done because the geometric quantities construction process usually is developed at schools by satisfactory way, making appear, among students, some difficulties linked to understanding and manipulation of definitions and concepts, confusing between different definitions and the formula mechanic use. We opted by the quality methodology perspective, by the bibliographic analyze. To analyze the textbooks, we use an Analyze Frames set that has the presentation of collected data list in each volume that was analyzed in the research. From the textbook Analyze Frame composition of each volume that was studied, it were formulated fragments (examples, activities) of the selected contents, making reflections and critics based in Mathematic Educational researchers as: Geronimo and Franco (2005), Caraça (2002), VanCleave (1994), Ponte and Serrazina (2000), Clements and Stephan (2004), Nunes (1997), Kamii and Clark (1999), Cavanagh (2008), Baltar (1996 apud BALDINI, 2004) and Chapell and Thompson (1999). From the material that was studied, we conclude the textbook is an instrument that can facilitate the teacher practice, but can't be considered the unique support material. Because even through evaluations of DBNP, was possible to verify failures that couldn't happen at the Area and Perimeter conceptualization, even at associated contents linked to study object, inadequate illustrations and limited exercises that depend from teacher's knowledge to the concepts and proceedings that were developed using the correct way, possibly implicating the Area and Perimeter teaching.

Keywords: Textbook. DBNP. Area. Perimeter.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – UMA REGIÃO PLANA E SUAS COMPONENTES: INTERIOR E FRONTEIRA DA REGIÃO	41
FIGURA 2 – PROPRIEDADES PARA CARACTERIZAR A GRANDEZA ÁREA	43
FIGURA 3 – ATIVIDADE DE PERÍMETRO	47
FIGURA 4 – DIFERENÇAS ENTRE ÁREA E PERÍMETRO.....	49
FIGURA 5 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DE 1º AO 3º ANOS - PADRÃO.....	58
FIGURA 6 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DE 4º AO 5º ANOS - PADRÃO.....	58
FIGURA 7 – COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 1º AO 3º ANOS.....	60
FIGURA 8 – COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 4º E 5º ANO	60
FIGURA 9 – ATIVIDADE 2 - SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.....	63
FIGURA 10 – INTRODUÇÃO - FIGURAS PLANAS.....	64
FIGURA 11 – DESAFIO - FIGURAS PLANAS	64
FIGURA 12 – ATIVIDADE 10 - FIGURAS PLANAS	65
FIGURA 13 – ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE COMPRIMENTO	66
FIGURA 14 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – MEDIDA DE COMPRIMENTO.....	67
FIGURA 15 – ATIVIDADE 3 – MEDIDA DE COMPRIMENTO	68
FIGURA 16 – ATIVIDADE 4 – MEDIDA DE COMPRIMENTO	69
FIGURA 17 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – REGIÕES PLANAS.....	70
FIGURA 18 – ATIVIDADE 7 – REGIÕES PLANAS.....	71
FIGURA 19 – ATIVIDADE 9 – REGIÕES PLANAS.....	71
FIGURA 20 – ATIVIDADE 12 – REGIÕES PLANAS.....	71
FIGURA 21 – ATIVIDADE 14 – REGIÕES PLANAS.....	72
FIGURA 22 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – CONTORNOS.....	72
FIGURA 23 – ATIVIDADES 1, 2 E 3 – CONTORNOS	73
FIGURA 24 – ATIVIDADE 4 – CONTORNOS.....	74
FIGURA 25 – ATIVIDADE DESAFIO – CONTORNOS.....	74
FIGURA 26 – ATIVIDADE 4 – GRANDEZA COMPRIMENTO.....	75
FIGURA 27 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR E ATIVIDADE 1 – GRANDEZA COMPRIMENTO.....	76
FIGURA 28 – ATIVIDADE 1 – GRANDEZA COMPRIMENTO.....	77
FIGURA 29 – MAIS ATIVIDADES E PROBLEMAS - ATIVIDADE 5 – GRANDEZA COMPRIMENTO.....	77
FIGURA 30 – ATIVIDADE 7 – REGIÕES PLANAS.....	78

FIGURA 31 – ATIVIDADE 8 – REGIÕES PLANAS.....	79
FIGURA 32 – ATIVIDADE 7 – CONTORNOS.....	80
FIGURA 33 – MAIS ATIVIDADES E PROBLEMAS - ATIVIDADE 15 – CONTORNOS	80
FIGURA 34 – EXPLORAR E DESCOBRIR – MEDIDA DE COMPRIMENTO	81
FIGURA 35 – PERÍMETRO DO CONTORNO – MEDIDA DE COMPRIMENTO.....	81
FIGURA 36 – ATIVIDADE 5 – MEDIDA DE COMPRIMENTO	82
FIGURA 37 – ATIVIDADE 1 E 2 – SEGMENTO DE RETA	83
FIGURA 38 – INTRODUÇÃO – POLÍGONOS	84
FIGURA 39 – ATIVIDADE 9 – REGIÃO POLIGONAL	85
FIGURA 40 – ATIVIDADE DESAFIO – REGIÃO POLIGONAL	85
FIGURA 41 – ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO	86
FIGURA 42 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – MEDIDA DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO	87
FIGURA 43 – ATIVIDADE 1 – A IDEIA DE ÁREA	87
FIGURA 44 – ATIVIDADE 6 – A IDEIA DE ÁREA	88
FIGURA 45 – ATIVIDADE 7 – A IDEIA DE ÁREA	88
FIGURA 46 – ATIVIDADE 1 – PERÍMETRO E ÁREA	89
FIGURA 47 – ATIVIDADE 9 – PERÍMETRO E ÁREA	89
FIGURA 48 – ATIVIDADE 5 – MEDIDA DE COMPRIMENTO	91
FIGURA 49 – ATIVIDADE 7 – MEDIDA DE COMPRIMENTO	91
FIGURA 50 – ATIVIDADE 10 – MEDIDA DE COMPRIMENTO	92
FIGURA 51 – ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE: ÁREA.....	93
FIGURA 52 – ATIVIDADE 3 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE: ÁREA.....	93
FIGURA 53 – ATIVIDADE 6 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE: ÁREA.....	94
FIGURA 54 – ATIVIDADES 1 E 2 – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS	95
FIGURA 55 – ATIVIDADE 4 – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS.....	96
FIGURA 56 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS	96
FIGURA 57 – ATIVIDADE DESAFIO – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS	97
FIGURA 58 – COLEÇÃO PROJETO COOPERA – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 1º AO 3º ANOS.....	97
FIGURA 59 – COLEÇÃO PROJETO COOPERA – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 4º E 5º ANO	98
FIGURA 60 - PAINEL DE CARIMBOS – FIGURAS GEOMÉTRICAS	100
FIGURA 61 – ATIVIDADE 1 – COMPARAÇÃO DE COMPRIMENTOS	101
FIGURA 62 – ATIVIDADE: BARBANTES COLORIDOS - COMPARAÇÃO DE COMPRIMENTOS	101
FIGURA 63 – PAPEL PONTILHADO E ATIVIDADE 1 – FIGURAS GEOMÉTRICAS .	103
FIGURA 64 – PROBLEMATECA – MEDIDA DE COMPRIMENTO	104
FIGURA 65 – MEDINDO COM PALMOS – MEDIDA DE COMPRIMENTO	105
FIGURA 66 – ATIVIDADES 1 E 2 – MEDIDA DE COMPRIMENTO.....	106

FIGURA 67 – OUTRAS UNIDADES DE MEDIDAS – MEDIDA DE COMPRIMENTO	107
FIGURA 68 – UM PAINEL DE TANGRAM – FIGURAS GEOMÉTRICAS	109
FIGURA 69 – + ATIVIDADES – MULTIPLICAÇÃO: ORGANIZAÇÃO RETANGULAR	109
FIGURA 70 – MEDINDO COM OS PÉS – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	110
FIGURA 71 – FAÇA SUA ESTIMATIVA – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	111
FIGURA 72 – INSTRUMENTOS DE MEDIDA – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	112
FIGURA 73 – MEDINDO COM A RÉGUA – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	113
FIGURA 74 – RECORDANDO – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	113
FIGURA 75 – RELAÇÕES ENTRE UNIDADES PADRONIZADAS – UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO	115
FIGURA 76 – ATIVIDADES 4 E 5 – UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO	115
FIGURA 77 – APRESENTAÇÃO DO PERÍMETRO – PERÍMETRO	116
FIGURA 78 – ATIVIDADES 4, 5 E 6 – PERÍMETRO	117
FIGURA 79 – APRESENTAÇÃO DO CENTÉSIMO DO METRO – O CENTÉSIMO DO METRO	118
FIGURA 80 – CONTINUAÇÃO DA APRESENTAÇÃO DO CENTÉSIMO DO METRO – O CENTÉSIMO DO METRO	119
FIGURA 81 – APRESENTAÇÃO DO PERÍMETRO – PERÍMETRO	120
FIGURA 82 – ATIVIDADE 1 – PERÍMETRO	121
FIGURA 83 – APRESENTAÇÃO DA MEDIDA DE SUPERFÍCIE – MEDIDA DE SUPERFÍCIE	122
FIGURA 84 – COMPARAR SUPERFÍCIE – MEDIDA DE SUPERFÍCIE	123
FIGURA 85 – ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE	123
FIGURA 86 – ATIVIDADE 3 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE	124
FIGURA 87 – ATIVIDADE 1 – ÁREA E PERÍMETRO	124
FIGURA 88 – ATIVIDADE 2 – ÁREA E PERÍMETRO	125
FIGURA 89 – O CENTÍMETRO QUADRADO – CÁLCULO DE ÁREA: UNIDADES PADRONIZADAS	126
FIGURA 90 – O METRO QUADRADO – CÁLCULO DE ÁREA: UNIDADES PADRONIZADAS	127
FIGURA 91 – FAÇA SUA ESTIMATIVA – CÁLCULO DE ÁREA: UNIDADES PADRONIZADAS	127
FIGURA 92 – PERCENTUAIS DOS CAMPOS MATEMÁTICOS ESCOLAR NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL - PADRÃO	128
FIGURA 93 – COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR	130
FIGURA 94 – INTRODUÇÃO DO PERÍMETRO – PERÍMETRO	132
FIGURA 95 – EXERCÍCIO 19 – PERÍMETRO	133
FIGURA 96 – EXERCÍCIO 32 – PERÍMETRO	133
FIGURA 97 – O QUE É MEDIR? – MEDIDAS	134
FIGURA 98 – MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO METRO – MEDIDAS	135
FIGURA 99 – EXERCÍCIO 1 – MEDIDAS	135

FIGURA 100 – APRESENTAÇÃO DE MEDINDO SUPERFÍCIE – MEDINDO SUPERFÍCIE.....	136
FIGURA 101 – DIFERENÇA TOPOLÓGICA DE ÁREA E PERÍMETRO.....	136
FIGURA 102 – ÁREA DO RETÂNGULO – MEDINDO SUPERFÍCIE.....	137
FIGURA 103 – EXERCÍCIO 31 – MEDINDO SUPERFÍCIE.....	137
FIGURA 104 – EXERCÍCIO 32 – MEDINDO SUPERFÍCIE.....	138
FIGURA 105 – ATIVIDADE 2 – UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE.....	139
FIGURA 106 – EXERCÍCIO 3 – UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE	139
FIGURA 107 – EXERCÍCIO 21 – UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE	140
FIGURA 108 – EXERCÍCIO 28 – ÁREA DE POLÍGONOS	141
FIGURA 109 – EXERCÍCIO 31 – ÁREA DE POLÍGONOS	141
FIGURA 110 – INTRODUÇÃO – PI – UM NÚMERO IRRACIONAL.....	143
FIGURA 111 – EXERCÍCIO 50 – PI – UM NÚMERO IRRACIONAL.....	144
FIGURA 112 – EXERCÍCIO 33 – COMPRIMENTO DE UM ARCO	144
FIGURA 113 – EXERCÍCIO 55 – COMPRIMENTO DE UM ARCO	145
FIGURA 114 – FIGURA 114: DEMONSTRAÇÃO – ÁREA DO CÍRCULO.....	146
FIGURA 115 – EXERCÍCIOS 6 – ÁREA DO CÍRCULO	146
FIGURA 116 – COLEÇÃO VONTADE DE SABER – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR.....	147
FIGURA 117 – ATIVIDADE 2 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	149
FIGURA 118 – ATIVIDADE 3 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	149
FIGURA 119 – ATIVIDADE 3 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO	150
FIGURA 120 – INTRODUÇÃO – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE.....	151
FIGURA 121 – ATIVIDADE 9 – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE	152
FIGURA 122 – DEMONSTRAÇÃO – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE.....	153
FIGURA 123 – ATIVIDADE 22 – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE	153
FIGURA 124 – ATIVIDADE 25 – ÁREA DE POLÍGONOS	155
FIGURA 125 – DEMONSTRAÇÃO – COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA	156
FIGURA 126 – ATIVIDADE 15 – COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA	157
FIGURA 127 – ATIVIDADE 31 – COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA	157

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – QUADRO DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	23
QUADRO 2 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 1	61
QUADRO 3 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 2	69
QUADRO 4 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 3	77
QUADRO 5 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 4	82
QUADRO 6 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 5	90
QUADRO 7 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 1	99
QUADRO 8 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 2	102
QUADRO 9 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 3	107
QUADRO 10 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 4	113
QUADRO 11 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 5	119
QUADRO 12 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 6	131
QUADRO 13 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 7	138
QUADRO 14 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 8	142
QUADRO 15 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 9	145

QUADRO 16 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO VONTADE DE SABER – VOLUME 6.....	148
QUADRO 17 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO VONTADE DE SABER – VOLUME 8.....	154
QUADRO 18 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO VONTADE DE SABER – VOLUME 9.....	155

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DO 1º AO 5º ANO - PADRÃO.....	59
TABELA 2 - DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DO 1º AO 5º ANO – PADRÃO (P) X COLEÇÃO PROJETO ÁPIS (CPA).....	61
TABELA 3 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DO 1º AO 5º ANO – PADRÃO (P) X COLEÇÃO PROJETO COOPERA (CPC)	98
TABELA 4 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL - PADRÃO.....	129
TABELA 5 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – PADRÃO (P) X COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA (CPM).....	130
TABELA 6 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – PADRÃO (P) X COLEÇÃO VONTADE DE SABER (CVS).....	147

LISTA DE SIGLAS

CNLD	Comissão Nacional do Livro Didático
COLTED	Comissão do Livro Técnico e Didático
FAE	Fundação de Assistência ao Estudante
FENAME	Fundação Nacional do Material Escolar
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
INL	Instituto Nacional do Livro
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC	Ministério da Educação e Cultura
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PLIFED	Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
USAID	Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	18
CAPÍTULO I – A PESQUISA	20
1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DA PESQUISA	20
1.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	22
1.2.1 Apresentação Detalhada do Instrumento de Fichamento dos Dados	23
CAPÍTULO II – A POLÍTICA DO LIVRO DIDÁTICO	27
2.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL.....	27
2.2 FUNCIONALIDADE DO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO – PNLD	29
2.2.1 Critérios gerais de avaliação do Programa Nacional do Livro Didático	31
2.3 O PNLD E OS LIVROS DIDÁTICOS DESTINADOS AO ENSINO DE MATEMÁTICA	33
2.3.1 O Livro Didático de Matemática	33
2.3.2 O Livro Didático de Matemática para o Ensino Fundamental	34
2.3.2.1 O livro de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.....	36
2.3.2.2 O Livro de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental	38
CAPÍTULO III - UMA DISCUSSÃO SOBRE AS CONCEITUAÇÕES DE ÁREA E PERÍMETRO	40
3.1 CONCEITUANDO “ÁREA E PERÍMETRO” E “GRANDEZA E MEDIDA”	40
3.1.1 Conceituando área e perímetro	40
3.1.2 Conceituando grandeza e medida	41
3.2 DISCUSSÃO SOBRE OS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE “ÁREA E PERÍMETRO”	43
3.2.1 Discussão sobre medição.....	43
3.2.1.1 Medição de comprimento	44
3.2.1.2 Medição de área.....	47
CAPÍTULO IV – APRESENTAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DOS OBJETOS DE ANÁLISE: OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL	50
4.1 AS COLEÇÕES QUE SÃO OBJETO DE ESTUDO DA PESQUISA	50
4.2 COLEÇÃO PROJETO ÁPIS	51
4.2.1 Livros didáticos para anos iniciais do Ensino Fundamental - Alfabetização Matemática	51
4.2.2 Livros didáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental – Matemática	52
4.3 COLEÇÃO PROJETO COOPERA	53
4.3.1 Livros didáticos para anos iniciais do Ensino Fundamental - Alfabetização Matemática	53
4.3.2 Livros didáticos para anos iniciais do Ensino Fundamental - Matemática	54
4.4 COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	54
4.5 COLEÇÃO VONTADE DE SABER – ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	55
CAPÍTULO V – ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: A ABORDAGEM DE ÁREA E PERÍMETRO	57
5.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAS DO ENSINO FUNDAMENTAL	57

5.1.1	Análise da Coleção Projeto Ápis	59
5.1.1.1	Análise do volume 1 (1º ano) da Coleção Projeto Ápis	61
5.1.1.2	Análise do Volume 2 (2º ano) da Coleção Projeto Ápis	69
5.1.1.3	Análise do Volume 3 (3º ano) da Coleção Projeto Ápis	77
5.1.1.4	Análise do Volume 4 (4º ano) da Coleção Projeto Ápis	82
5.1.1.5	Análise do volume 5 (5º ano) da Coleção Projeto Ápis	90
5.1.2	Análise da Coleção Projeto Coopera	97
5.1.2.1	Análise do volume 1 (1º ano) da Coleção Projeto Coopera	99
5.1.2.2	Análise do Volume 2 (2º ano) da Coleção Projeto Coopera	102
5.1.2.3	Análise do Volume 3 (3º ano) da Coleção Projeto Coopera	107
5.1.2.4	Análise do Volume 4 (4º ano) da Coleção Projeto Coopera	113
5.1.2.5	Análise do Volume 5 (5º ano) da Coleção Projeto Coopera	119
5.2	ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	128
5.2.1	Análise da Coleção Praticando Matemática	129
5.2.1.1	Análise do Volume 6 (6º ano) da Coleção Praticando Matemática	131
5.2.1.2	Análise do Volume 7 (7º ano) da Coleção Praticando Matemática	138
5.2.1.3	Análise do Volume 8 (8º ano) da Coleção Praticando Matemática	141
5.2.1.4	Análise do Volume 9 (9º ano) da Coleção Praticando Matemática	145
5.2.2	Análise da Coleção Vontade de Saber	146
5.2.2.1	Análise do Volume 6 (6º ano) da Coleção Vontade de Saber	148
5.2.2.2	Análise do volume 7 (7º ano) da Coleção Vontade de Saber	154
5.2.2.3	Análise do Volume 8 (8º ano) da Coleção Vontade de Saber	154
5.2.2.4	Análise do Volume 9 (9º ano) da Coleção Vontade de saber	155
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	158
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	161

INTRODUÇÃO

O livro didático tem se constituído ao longo da história como um dos principais instrumentos nos processos de ensino e aprendizagem, tornando-se um importante recurso para professores e alunos. No caso desta pesquisa, estaremos analisando e discutindo as quatro coleções de livros didáticos de matemática mais distribuídas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) dos anos de 2016 (duas coleções para os anos iniciais) e 2017 (duas coleções para os anos finais).

Optamos por analisar e discutir a abordagem dos conteúdos escolares “Área” e “Perímetro”, pois geralmente os alunos apresentam dificuldade em compreender que o perímetro e a área de uma figura são duas medidas diferentes, mas ambas estão relacionadas a fronteira da figura.

A nossa dissertação está estruturada em cinco capítulos. No primeiro capítulo - “A Pesquisa”, - apresentamos os motivos que nos levaram a pesquisa, os objetivos que a orientaram e as justificativas para sua realização. Descrevemos e justificamos a opção metodológica, os instrumentos de coleta dos dados e os procedimentos para sua análise.

No segundo capítulo - “A Política do Livro Didático”, - apresentamos algumas considerações acerca do livro didático, discutindo a organização e as implementações do PNLD. Este capítulo está dividido em duas partes, onde a primeira parte apresenta um breve histórico do PNLD no Brasil, a funcionalidade e os critérios de avaliação do PNLD. Na segunda parte abordamos os livros didáticos de matemática de acordo com a organização do Ensino Fundamental, anos iniciais e anos finais, embasando as discussões em documentos oficiais, Editais do PNLD e o Guia Digital do PNLD.

No terceiro capítulo - “Uma discussão sobre as conceituações de Área e Perímetro”, - apresentamos primeiramente as conceituações/definições relativas aos conhecimentos de área e perímetro, fundamentadas em trabalhos de pesquisa em Educação Matemática e literaturas que discorrem sobre o tema. Para que os processos de ensino e aprendizagem de área e perímetro sejam eficientes, dedicamos a segunda parte desse capítulo para discutir conceitos e procedimentos inerentes a medição de perímetro e área.

O quarto capítulo - “Apresentação e Caracterização dos Objetos de Análise: Os livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental”, - destina-se a apresentação e caracterização dos nossos objetos de pesquisa: As quatro coleções de livros didáticos de matemática que

tiveram a maior quantidade de exemplares adquiridos pelo Governo Federal, sendo duas coleções destinadas aos anos iniciais (PNLD 2016) e duas coleções destinadas aos anos finais (PNLD 2017) do Ensino Fundamental, de acordo com os dados fornecidos pelo FNDE. Descrevemos as considerações que os avaliadores do PNLD disponibilizaram através dos Guias Digitais do PNLD, centrando as descrições nos pontos associados aos conteúdos de Área e Perímetro.

O último capítulo - “Análise dos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Fundamental: A abordagem de Área e Perímetro”, - busca identificar nos livros didáticos a presença de momentos (atividades, exemplos, etc.) que se relacionam com os conhecimentos matemáticos Área e Perímetro, sendo estes fragmentos objetos de nossa discussão, fundamentada principalmente nas conceituações/definições apresentadas no Capítulo III. Cada volume foi analisado de acordo com o “Quadro de Análise dos Livros Didáticos”, discriminado no Capítulo I.

Nas considerações finais, descrevemos as conclusões sobre a abordagem dos conteúdos escolares “Área” e “Perímetro” nos livros didáticos analisados, assim como as considerações sobre o PNLD.

CAPÍTULO I – A PESQUISA

Neste capítulo, apresentaremos os motivos que nos levaram ao desenvolvimento da pesquisa, os objetivos que a orientaram e as justificativas para sua realização. Também descreveremos e justificaremos as opções metodológicas subjacentes ao estudo e apresentaremos, em detalhes, os instrumentos utilizados para a recolha dos dados e os procedimentos para sua análise.

1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DA PESQUISA

A reflexão sobre processos de ensino, especialmente os desenvolvidos na escola, suscita que consideremos, em princípio, o professor – sujeito que, pressupõe-se que, ensina –, o estudante – o sujeito que, pressupõe-se que, aprende –, e os conhecimentos a serem ensinados e aprendidos pelos sujeitos. De modo que a qualidade do ensino se vincula estreitamente com a natureza da cultura desenvolvida na escola, que são determinadas por práticas, códigos e conteúdos expressos nos currículos (APPLE, 2006).

Nesse cenário, os códigos são entendidos como “qualquer elemento ou ideia que intervém na seleção, ordenação, sequência, instrumentação metodológica e apresentação dos currículos a alunos e professores” (SACRISTÁN, 1998, p. 76). Tais códigos são originários de opções políticas e sociais (separação entre a cultura intelectual e a manual, por exemplo), de concepções epistemológicas (ou valor de método científico na prática da aprendizagem da matemática ou da “nova história” no ensino), de princípios psicológicos ou pedagógicos (a importância da experienciação no processo educativo, mesmo no ensino de conteúdos essencialmente abstratos, etc.), de princípios *organizativos* (a ordenação do ensino por ciclos, séries, anos, etc.), dentre outros.

Um dos objetos que cristalizam e caracterizam as práticas, códigos e conteúdos vinculados ao currículo e, por conseguinte, a política pública educacional em vigor, é o livro didático. Além disso, este instrumento que permeia o ambiente escolar, particularmente o público, é considerado o “currículo *apresentado* aos professores”, uma vez que é um dos meios, elaborados por diferentes instâncias, que apresentam *uma* tradução (e apenas uma das possíveis traduções) para os professores, dos conteúdos prescritos no currículo escolar.

Essa tradução é fundamentada no argumento de que os currículos são considerados demasiadamente genéricos e, por isso, insuficientes na orientação da atividade em sala de aula.

Além disso, considera-se também que o “nível de formação do professor e as condições de seu trabalho tornam a tarefa de configurar a prática a partir do currículo prescrito muito difícil, de modo que o papel mais decisivo neste sentido é desempenhado, por exemplo, pelos livros-texto” (SACRISTÁN, 1998, p. 105).

Dentro desse cenário, o livro didático desempenha um papel significativo nos processos educacionais, especialmente no Brasil, cujo uso em sala de aula é fomentado por políticas públicas de Estado, como o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), e se constitui como um instrumento “eficiente de regulação da prática docente, por parte do governo federal” (SILVA, 2016, p. 38).

Tais constatações relativas à importância do livro didático nos processos educacionais nos levaram à presente investigação, cujo objetivo foi *analisar e discutir como os conteúdos escolares Área e Perímetro são abordados pelos livros didáticos de matemática distribuídos pelo PNLD*.

Esse objetivo geral se desdobrou nos seguintes objetivos específicos:

- *Identificar junto às fontes oficiais do governo federal, quais foram os critérios adotados no processo de seleção e classificação dos livros didáticos, especialmente os destinados ao ensino de matemática em nível fundamental, que compuseram o PNLD 2016 e 2017;*
- *Identificar as quatro coleções de livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental que tiveram a maior quantidade de exemplares adquiridos pelas redes de ensino;*
- *Analisar e discutir as quatro coleções de livros didáticos destinados ao ensino de matemática em nível fundamental com foco na abordagem desenvolvida para os conteúdos “Área” e “Perímetro” e considerando as prescrições previstas no processo de seleção fixados pelo PNLD 2016 e 2017, em referências que discutem o ensino da geometria na educação básica.*

A opção por esses conteúdos se deu porque o processo de construção das grandezas geométricas geralmente é trabalhado nas escolas de forma insatisfatória. De acordo com Crescenti (2008), a falta de domínio dos conceitos de área e perímetro pode fazer com que o professor “deixe de ensiná-los ou os ensine de maneira muito superficial e até mesmo com erros conceituais” (p. 89). Originando nos alunos algumas dificuldades em relação ao entendimento e manipulação das definições e conceitos, confusão entre definições distintas (como área e

perímetro, contorno e superfície, grandezas e medidas de grandezas) e a utilização mecânica de fórmulas, uma vez que não sabem o significado do número que geraram a partir da manipulação dela.

Com a finalidade de atendermos esse objetivo, doravante apresentaremos as bases conceituais metodológicas que delinearão a pesquisa, além dos instrumentos de coleta e análise de dados.

1.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Considerando que as opções metodológicas, vinculadas a uma pesquisa, necessitam estar em consonância com os temas e objetivos estabelecidos para ela, optamos pela perspectiva metodológica qualitativa como balizadora deste trabalho, uma vez que pretende, por exemplo, produzir novas informações, sem quantificar valores, ou seja, os dados utilizados são não-métricos. Além disso, a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (MINAYO, 2001).

De acordo com Leite (2008, p. 100), a pesquisa qualitativa propicia à análise dos fenômenos considerando o contexto, uma vez que “pesquisas que se apoiam em números correm o risco de se firmarem na exatidão fria da falta de contexto”. Logo, a investigação qualitativa considera fatores que possivelmente venham a interferir ou distorcer as análises e que em um processo de mensuração, como os propostos pela pesquisa quantitativa, possivelmente passariam despercebidos.

Assim, a pesquisa qualitativa que realizamos, por meio da análise bibliográfica, teve como referência Marconi e Lakatos (2003), por mencionarem que essa modalidade de pesquisa pode ser caracterizada por dar destaque ao levantamento de dados originários de fontes escritas, cujo detalhamento consiste no levantamento, seleção, fichamento e arquivamento de informações relacionadas à pesquisa.

Na mesma linha, Fonseca (2002) argumenta que a pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas, que de alguma forma, já passaram por um processo de análise e foram publicadas por meio de escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de websites.

De acordo com Lüdke (2017), para que a observação possa ser considerada um método científico, é necessário um planejamento cuidadoso do trabalho, assim como a preparação do

pesquisador, sendo que planejar significa “determinar com antecedência ‘o que’ e ‘o como’” coletar e analisar os dados (p.30).

Assim, considerando que nossos objetos de análise serão coleções de livros didáticos de matemática distribuídos pelo PNLD, particularmente os que buscam promover o ensino dos conteúdos escolares “Área e Perímetro” em nível fundamental, elaboramos, a partir de um modelo publicado por Mohr (2000), um conjunto de “Quadros de Análise”, que doravante serão, detalhadamente apresentados.

1.2.1 Apresentação Detalhada do Instrumento de Fichamento dos Dados

Para analisar os livros didáticos aprovados e distribuídos pelo PNLD nos anos de 2016 e 2017, para o Ensino Fundamental, utilizamos um conjunto de “Quadros de Análise dos Livros Didáticos” (Quadro 1), elaborados por nós a partir de um modelo apresentado por Morh (2000), onde apresentamos o fichamento dos dados coletados em cada volume analisado na pesquisa (um total de 18 volumes, 5 pertencentes à Coleção Projeto Ápis, 5 pertencentes à Coleção Projeto Coopera, 4 pertencentes à Coleção Praticando Matemática e 4 pertencentes à Coleção Vontade de Saber). Sendo que tal elaboração considerou as especificidades emanadas do ensino dos conteúdos “Área” e “Perímetro” no ensino fundamental que constam na literatura da área de Educação Matemática que estuda essa problemática.

QUADRO 1– QUADRO DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Conteúdos Analisados				
1.	Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro		
		Pré-requisito		
2.	Conceito/Definição	Presente		
		Ausente		
3.	Classificação da definição	Conceitual		
		Procedimental		
4.	Aprofundamento	Sim		
		Não		
		Não se aplica		
5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual		
		Atividade procedimental		
6.	Ilustração	Adequada		

	Inadequada			
--	-------------------	--	--	--

FONTE: O autor (2018).

Na sequência, apresentamos em detalhes, o significado dos elementos que compõem os quadros.

O item “Conteúdos analisados” tem por finalidade identificar se o conteúdo analisado está explícito no sumário ou é considerado um pré-requisito. Como estamos analisando os livros didáticos do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, nos deparamos com volumes que estão abordando conteúdos que consideramos pré-requisitos para o entendimento dos conceitos de “Área” e “Perímetro”, ou seja, apesar de não versarem explicitamente sobre esses temas, influem consideravelmente no entendimento futuro deles. E assim decorre também a explicação do que consideraremos como “conteúdos pré-requisitos”, que são conteúdos que estão fortemente associados à construção e, por conseguinte, ao entendimento dos conceitos e procedimentos sobre Área e/ou Perímetro, preferencialmente os conteúdos pertencentes aos campos matemáticos “Geometria” e “Grandezas e medidas”.

O item “Conceito/Definição” tem por função identificar a presença ou ausência de conceituação/definição; sendo que, para efeito desta pesquisa, os termos conceituação e definição serão considerados sinônimos. Nesse cenário, a presença de conceito/definição no texto deve fornecer elementos para que o próprio aluno faça as suas formulações e a ausência de conceito/definição seja considerada quando o texto não fornece subsídios para que o aluno teça a compreensão sobre o assunto em questão.

De acordo com Morh (2000):

Conceito é utilizado em sua significação mais ampla, ideia ou noção geral a acerca de algo. Assim, quando se fala de conceituação no livro didático, entende-se que o texto deva apresentar informações e explicações desenvolvidas de tal modo que permitam ao aluno a compreensão ou concepção geral (ainda que pouco precisa e não formalizada) sobre o assunto em questão (p.90).

Como estamos analisando livros didáticos do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, os textos explicando o desenvolvimento dos conceitos/definições, devem ser claros e acessíveis, respeitando as faixas etárias correspondentes para cada ano escolar. Não estaremos analisando profundamente se a abordagem dos conteúdos é adequada à idade cognitiva dos alunos, mas se os textos fornecem subsídios para que o aluno formule seu entendimento sobre o assunto estudado.

O item “Classificação da definição” tem por objetivo, quando identificada a presença de definição, classificá-la como conceitual e/ou procedimental. Sendo que, de acordo com Ma (2009), a definição conceitual “apresenta base teórica, fundamentação lógica subjacente a área e perímetro” (p.177), e a definição procedimental “apresenta a forma prática, fórmulas e cálculos utilizados no estudo de área e perímetro” (p.177).

Segundo Nogueira (2010), “promover a conexão entre procedimento e conceito deve ser um dos principais objetivos da Educação Matemática” (p.272). Destacamos a importância de analisar o livro didático, por ser um instrumento muito utilizado pelos professores e que deve ser o portador de metodologias que favoreçam essa conexão, dando sentido aos conceitos e procedimentos.

O item “Aprofundamento” visa a identificação da ocorrência do aprofundamento dos conteúdos apresentados e desenvolvidos em relação aos volumes anteriores da mesma coleção (anos anteriores). A identificação da ocorrência do aprofundamento ocorre quando a abordagem supera uma “revisão do conteúdo” em tela, caso contrário consideramos que não ocorreu aprofundamento. Este item de análise não é aplicado quando da análise do volume 1 da coleção ou se nos volumes anteriores da mesma coleção não foi o conteúdo em análise.

O item “Tipo de atividade proposta” destina-se a classificação das atividades propostas em relação ao favorecimento da aquisição do conhecimento, da capacidade crítica e de análise, além de estimular o desenvolvimento das resoluções propostas através do uso de fórmulas e de técnicas práticas. Nesse cenário, consideramos uma atividade conceitual, quando sua resolução suscita os conhecimentos teóricos relacionados ao conceito, e uma atividade procedimental, quando sua resolução suscita unicamente a aplicação de fórmulas e técnicas. Sendo que, as atividades constituem um fator decisivo para avaliação da qualidade do livro didático, podendo fortalecer a formação de um conceito, desenvolver habilidades procedimentais e principalmente apresentar situações em que o aluno desenvolva a capacidade de analisar e propor soluções.

O último item que compõe os quadros é nominado “Ilustração” e busca identificar se as ilustrações apresentadas no decorrer do texto vinculam-se à exploração do conceito em tela na seção. Assim, classificaremos a ilustração como adequada ou inadequada, considerando a relação da ilustração com o enunciado da atividade.

A partir da composição do *Quadro de Análise do Livro Didático* de cada volume analisado, serão elaboradas descrições de fragmentos (exemplos, atividades, etc) dos conteúdos selecionados, tecendo reflexões e críticas baseadas em pesquisadores da Educação Matemática como: Gerônimo e Franco (2005), Caraça (2002), VanCleave (1994), Ponte e Serrazina (2000),

Clements e Stephan (2004), Nunes (1997), Kamii e Clark (1999), Cavanagh (2008), Baltar (1996 *apud* BALDINI, 2004) e Chapell e Thompson (1999).

CAPÍTULO II – A POLÍTICA DO LIVRO DIDÁTICO

Este capítulo tem como objetivo apresentar algumas considerações acerca do livro didático, contextualizando-o mediante ao cenário político-educacional brasileiro, discutindo particularmente, a organização e as implementações do PNLD.

2.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL

O PNLD iniciou-se em 1937, com a denominação de Instituto Nacional do Livro (INL), um programa voltado para a distribuição de livros didáticos aos estudantes da rede pública do ensino brasileiro, que no decorrer dos anos passou por várias alterações.

A criação do INL se deu através do Decreto-Lei nº 93, de 21 de dezembro de 1937, tendo como competência: a organização e publicação da Enciclopédia Brasileira e o Dicionário Nacional, publicar obras de interesse para a cultura nacional, buscar aumentar e baratear as publicações, facilitar a importação de livros estrangeiros e incentivar a organização e manutenção das bibliotecas públicas. As publicações do INL não eram distribuídas gratuitamente, mas colocadas à venda pelo preço de custo. Apenas as bibliotecas públicas filiadas recebiam os exemplares gratuitamente.

Em 1938 por meio do Decreto-Lei nº 1006, de 30 de dezembro de 1938, é instituída a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), com o objetivo de estabelecer regras sobre a produção e circulação do livro didático no país; tal decreto ficou conhecido como Lei do Livro Didático. A CNLD tinha como competência examinar os livros didáticos apresentados pelo autor ou editor, importador ou vendedor, julgando se autorizava ou não o seu uso pelos sistemas de ensino. As causas que impediam a autorização para o uso do livro didático estavam centradas no momento político da época, não podendo fomentar o interesse por ideologias contrárias ao governo que estava em vigor. Como o livro didático não era gratuito, a comissão avaliava também o preço da venda, podendo negar a autorização do livro didático caso julgasse o valor abusivo.

O Decreto-Lei nº 8460, de 26 de dezembro de 1945 não apresenta nenhuma alteração significativa quanto aos critérios de autorização para o uso do livro didático determinados no Decreto-Lei nº 1.006/1938. Destaca-se no Decreto-Lei nº 8.460/1945 o art. 5º, que dava

liberdade ao professor de escolher o livro que seus alunos iriam usar, de acordo com a lista oficial das obras autorizadas e o art. 8º que destacava uma das principais funções das “caixas escolares das escolas primárias”, que era fornecer, às crianças necessitadas, os livros didáticos indispensáveis para o seu estudo.

Um acordo entre o Ministério da Educação e Cultura (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID), no ano de 1966, permitiu a criação da Comissão do Livro Técnico e Didático (COLTED) através do Decreto nº 59.355, revogando o Decreto nº 58.653 de 1966, considerando que a produção e a distribuição do Livro Técnico e do Livro Didático eram uma política de educação importante para o desenvolvimento econômico e social do país. A COLTED tinha como objetivo “incentivar, orientar, coordenar e executar as atividades do MEC relacionadas com a produção, a edição, o aprimoramento e distribuição gratuita de 51 milhões de livros técnicos e de livros didáticos no período de três anos” (CURY, 2009 *apud* BERNARDINO, 2010, p. 23).

O Decreto-Lei nº 77.107 de 4 de fevereiro de 1976 transfere a responsabilidade do INL para a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME), assim os recursos financeiros destinados ao Programa de Colaboração Financeira para Edição de Livros Textos são transferidos para a FENAME. Ainda de acordo com o decreto, o governo se responsabilizava pela compra de parte dos livros didáticos, assim “caso o material fosse aprovado, esse órgão adquiriria ao menos um quinto da edição, que não poderia representar um número inferior a 5000 exemplares” (PERES, VAHL, 2004, p. 56). Os recursos que proviam do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e das contribuições estaduais não foram suficientes para atender a todos os alunos do ensino fundamental da rede pública, assim várias escolas municipais foram excluídas do programa.

O PNLD surge através do Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985, dois anos após a FENAME dar lugar para Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), incorporando o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIFED). Esse decreto teve como objetivos: a universalização e melhoria do ensino de 1º grau, promover a valorização e participação do professor na escolha do livro didático e reduzir os gastos da família com educação. Assim, a partir deste decreto, o PNLD passa a fazer parte da política pública para educação.

No ano de 1992, a distribuição dos livros foi comprometida por problemas orçamentários, mantendo o atendimento até a 4ª série do Ensino Fundamental. Mas de acordo com o Histórico do Livro Didático do Portal do FNDE, através da Resolução CD FNDE nº6,

de julho de 1993, o FNDE estabelece verbas regulares que permitem a normalização das aquisições e distribuição do livro didático, assegurando o fluxo regular.

Segundo Basso (2013), a partir de 1993 com o Plano Decenal de Educação para Todos, o livro didático passou a ser considerado primordial para a educação, mas constantes críticas ao programa quanto à qualidade do material e também à chegada tardia dos livros didáticos às escolas no início do ano letivo, levou o PNLD a passar por uma reorganização. Como parte dessa nova reorganização, destaca-se a ampliação gradativa do PNLD para todos os alunos do ensino fundamental da rede pública do país e a instituição da avaliação dos livros didáticos, que segue até os dias atuais.

O PNLD estendeu-se para o Ensino Médio em 2004, com os livros de matemática e português destinados ao 1º ano, distribuídos nas regiões Norte e Nordeste. Sendo que, a partir dos anos seguintes, todas as regiões do país também passaram a ser contempladas com os livros de matemática e português; e em 2009 essa distribuição passou a valer também para as áreas de biologia, física, geografia, química e história.

2.2 FUNCIONALIDADE DO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO – PNLD

Essa seção foi baseada em dois decretos, o nº 9.099, de 18 julho de 2017, sobre o Programa do Livro e do Material Didático, e o de nº 7.084, de 27 de janeiro de 2010, sobre os programas de material didático e dá outras providências. Este último foi revogado pelo Decreto nº 9.099/2017. Como nossa pesquisa se dará em livros didáticos do PNLD 2016 e 2017, justifica-se a necessidade de discutir os dois decretos.

Atualmente, de acordo com o Decreto nº 9.099/2017, o Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático – PNLD abrange a avaliação e a disponibilização de materiais considerados de apoio à prática educativa, garantindo a distribuição dos materiais de forma sistemática, regular e gratuita. As ações do PNLD serão destinadas aos estudantes, aos professores e aos gestores das escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais, distrital e as instituições conveniadas ao Poder Público sem fins lucrativos, previamente cadastradas no Censo Escolar da Educação Básica.

O Decreto nº 7.084/2010 não prevê o alcance do programa às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público, previsto no Decreto nº 9.099/2017.

O Decreto nº 9.099/2017 através do §1º do art. 1º, discrimina a abrangência do PNLD quanto a avaliação e a disponibilização “de obras didáticas e literárias, de uso individual ou

coletivo, acervos para bibliotecas, obras pedagógicas, *softwares* e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros materiais de apoio à prática educativa”, enquanto o Decreto nº 7.084/2010, apenas cita “obras didáticas, pedagógicas e literárias, bem como de outros materiais de apoio à prática educativa”. A ampliação por parte do Decreto nº 9.099/2017 é pertinente, pois a área educacional passa por constantes transformações e inovações.

Quanto aos objetivos do PNLD, o art.2º do Decreto nº 9.099/2017, destaca a importância do programa para elevar a qualidade da educação básica, “aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a consequente melhoria da qualidade da educação”, através de material de apoio adequado, “garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica”, que também auxilia o desenvolvimento profissional do professor, “apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor”. Em comparação ao decreto revogado, os objetivos são os mesmos, apenas no decreto nº 9.099/2017 temos o acréscimo do apoio a implementação da Base Nacional Comum Curricular.

A execução do PNLD, de acordo com os decretos de 2010 e 2017, segue os princípios constitucionais da legalidade, da impessoalidade, da moralidade, da publicidade e da eficiência. Observa-se que para a escolha de 2018, feita no 2º semestre de 2017, o princípio da publicidade não foi cumprido, pois é vedado por parte dos autores, editores, distribuidores e qualquer instituição envolvida no processo de obras didáticas, pedagógicas e literárias, de promover qualquer tipo de prática que pressione ou induza a escolha de obras que compõem o PNLD. Algumas editoras enviaram para as instituições de ensino exemplares de suas obras aprovadas no PNLD, sendo essa prática uma forma de assédio ou até mesmo, o fornecimento de um brinde. O PNLD disponibiliza um Guia Digital, mas segundo Nascimento (2016), muitos professores dão preferência em analisar o livro físico, assim acabam analisando somente os livros que as editoras enviam para as instituições de ensino.

No Decreto nº 9.009/2017, aparentemente se teve a preocupação com a prática citada anteriormente, citado no § 2º, art.4º, que impõe que a regulamentação de como é feita a divulgação e apresentação das obras aprovadas nas instituições de ensino participantes do programa, seja executada pelo FNDE.

Quanto ao processo de aquisição de material didático, atualmente pelo Decreto nº 9.099/2017, este abrange as etapas e os segmentos: educação infantil, primeiro ao quinto do ensino fundamental, sexto ao nono ano do ensino fundamental e ensino médio. Neste decreto,

ressalta-se que o ciclo de atendimento e a vigência relativa aos processos serão definidos em edital. O “Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o programa nacional do livro e do material didático - PNLD 2019”, contempla a educação infantil, com material para o professor, sendo livro reutilizável e material digital, tendo o ciclo de três anos.

Esse mesmo processo também contemplará os anos iniciais do ensino fundamental, com o livro do aluno, manual impresso e material digital para o professor, exceto a componente curricular Educação Física, que receberá apenas o manual do professor impresso. Ainda de acordo com o edital, as coleções serão compostas por livros consumíveis e terão ciclo de quatro anos. É importante ressaltar a obrigatoriedade do material digital *off-line* voltado para os professores, com isso as editoras só terão a aprovação do livro didático se o material *off-line* também for aprovado.

De acordo com o decreto revogado, a abrangência do PNLD destinava-se aos seguintes níveis de ensino: primeiro ao quinto ano do ensino fundamental, sexto ao nono ano do ensino fundamental e ensino médio. Sendo a aquisição das obras em ciclos regulares trienais, alternando o atendimento entre os níveis de ensino.

2.2.1 Critérios gerais de avaliação do Programa Nacional do Livro Didático

Nossa pesquisa concentra-se no PNLD 2016, com as obras destinadas aos anos iniciais do ensino fundamental e no PNLD 2017, com as obras destinadas aos anos finais do ensino fundamental, ambos os programas seguiram o Decreto nº 7.084/2010. Entendemos que como estamos discutindo uma política pública para educação, se faz necessário comparar os dois decretos quanto ao processo de avaliação pedagógica das obras inscritas no PNLD, identificando as possíveis mudanças ou permanência quanto aos critérios de avaliação apresentados pelos dois decretos.

De acordo com o art.10º do Decreto nº 9.099/2017, “a avaliação pedagógica dos materiais didáticos no âmbito do PNLD será coordenada pelo Ministério da Educação”, tendo como base o respeito à legislação, às diretrizes e às normas gerais da educação. Que estão de acordo com o art.208, VII, da Constituição Federal de 1988, “atendimento ao educando, em todas as etapas da educação básica, por meio de programas suplementares de material didático-escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde”, a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 e suas respectivas alterações legais (Lei nº 10.639/2003, Lei nº 11.274/2006, Lei nº

11.645/2008, Lei nº 11.525/2007, Lei nº 13.415/2017), que estabelecem as diretrizes e bases da educação nacional.

Ainda como critérios para avaliação, temos: a observância de princípios éticos e democráticos, coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica, correção e a atualização de conceitos, adequação e a pertinência das orientações disponibilizada ao professor, observância às regras ortográficas e gramaticais, a adequação da estrutura editorial e a qualidade textual (BRASIL, 2017).

A avaliação pedagógica contará com uma comissão técnica específica, tendo como atribuições: subsidiar a elaboração do edital de convocação, destacando a definição dos critérios para a avaliação pedagógica e a seleção das obras, orientar e supervisionar, validar resultados e assessorar o Ministério da Educação nos temas relacionados ao PNLD. A escolha dos integrantes da comissão técnica será feita pelo Ministro de Estado da Educação, que tem como objetivo qualificar e selecionar os materiais inscritos, de acordo com o decreto vigente e as especificidades dispostas pelos editais de convocação (BRASIL, 2017).

Os materiais didáticos submetidos para as equipes de avaliação poderão obter: a aprovação, a aprovação condicionada à correção, ou a reprovação do material didático. No caso de aprovação condicionada à correção, o material poderá ser reapresentado com as devidas correções, passando por conferência, e poderá ser aprovado, caso corrigidas as falhas ou reprovado, caso não ocorra a correção (BRASIL, 2017).

São consideradas falhas pontuais as não repetitivas ou constantes, que possam ser corrigidas com simples indicações. A existência de falhas pontuais poderá acarretar na reprovação do material. O limite para correção de falhas pontuais será definido em edital, por exemplo: o edital de convocação do PNLD 2019, limita as falhas pontuais em no máximo 10% do total de páginas da obra, caso for superior, a obra será reprovada.

Não serão consideradas falhas pontuais: os erros conceituais, erros gramaticais recorrentes, necessidade de revisão global do material, correção de parte do material, retirada ou substituição de trechos extensos e outras falhas que ocorram de forma contínua (BRASIL, 2017).

De acordo com o Decreto nº 7.084/2010, a avaliação pedagógica no que tange aos critérios de avaliação dos livros didáticos, comparando com o Decreto nº 9.099/2017, não apresentam mudanças significativas, apenas alguns detalhes quanto a correção de falhas pontuais. No PNLD de 2016, 2017 e 2018 limitou-se a 5% do total de páginas por exemplar para poder reapresentar a obra corrigida, enquanto que o PNLD 2019, limita-se a 10%. É

necessário considerar o número de páginas das obras, por exemplo o PNLD 2016 atendeu aos anos iniciais do ensino fundamental, o PNLD 2017 atendeu os anos finais do ensino fundamental e o PNLD 2018 atendeu o ensino médio, com no máximo 400 páginas para livro do aluno. O PNLD 2019 irá atender à educação infantil, com obras destinadas aos professores, com no máximo 496 páginas e os anos iniciais do ensino fundamental, com livros para os alunos que vão de 144 a 304 páginas em média, dependendo da componente curricular. Dessa forma, fica clara a ampliação do limite de páginas de falhas pontuais, o que permite a reapresentação da obra para reavaliação. Esse limite não está nos decretos citados, mas é determinado pelos editais de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o PNLD.

Nos dois decretos, a etapa referente a avaliação pedagógica foi e será coordenada pelo Ministério de Educação, através de uma comissão técnica específica. Em ambos os decretos, a equipe que fará a avaliação pedagógica é composta por professores das redes públicas e privadas de ensino superior e da educação básica.

2.3 O PNLD E OS LIVROS DIDÁTICOS DESTINADOS AO ENSINO DE MATEMÁTICA

2.3.1 O Livro Didático de Matemática

Para Pires (2008), os livros didáticos de Matemática passaram por três períodos distintos no que diz respeito aos conteúdos e currículos. O primeiro período foi entre os anos de 1965 e 1980, marcado pela influência da Matemática Moderna; em seguida de 1980 a 1994, críticas e oposições às ideias do período anterior; e a partir de 1995, seguem as orientações dos Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN).

No primeiro período, a educação sofreu a influência norte-americana, assim como os livros didáticos, conduzindo para as escolas a chamada Matemática Moderna. O Movimento da Matemática Moderna surgiu no início dos anos 50, através de encontros que debatiam sobre a matemática escolar, seus conteúdos e metodologias. A proposta era baseada nos trabalhos do grupo Bourbaki, grupo de matemáticos franceses que buscavam uma nova perspectiva em Análise Matemática.

Segundo Miorim (1998), a organização da Matemática Moderna baseava-se na teoria dos conjuntos, na lógica e nas estruturas matemáticas. Tais elementos unificaram os campos da matemática, cumprindo um dos principais objetivos do movimento.

O Movimento da Matemática Moderna foi marcado por críticas, destacando as do professor americano Morris Kline, através da obra “O fracasso da Matemática Moderna”, de

1973, onde contesta o exagero da forma dedutiva de abordar os conteúdos, excesso de formalismo e simbolismo.

Em 1961 é criado o GEEM, Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, com a presença do professor Oswaldo Sangiorgi, que convocou os professores de matemática para a elevação da educação científica, pois a ciência passava por rápidas transformações. Para o professor Oswaldo, a Matemática Moderna aboliu o hábito de calcular; conteúdos como frações e sistema métrico decimal eram pouco explorados, destacando também o abandono da geometria (PINTO, 2005).

O momento político na década de 80 no Brasil, marcado pelo processo de abertura democrática, impulsionou mudanças no Ensino da Matemática. Nesse período, a Matemática passou a ser subdividida em números, geometria e medidas. Temas geradores e interdisciplinaridade buscavam envolver escola, sociedade e comunidade (PIRES, 2008). A interdisciplinaridade possibilita a interação entre disciplinas aparentemente distintas, logo a proposta buscou a integração dos conteúdos de uma disciplina com outra. No caso do ensino de matemática, Lorenzato (2010) relata a possibilidade do ensino intradisciplinar, sendo a característica de um ensino integrado entre aritmética, álgebra e geometria. Nesta perspectiva, o aluno poderá perceber uma matemática mais harmoniosa, entendendo como as partes formam o todo e respeitando as particularidades de cada campo.

Em 20 de dezembro de 1996 é aprovada a lei nº 9.394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), voltada para as necessidades sociais e educacionais, priorizando a formação crítica e reflexiva do aluno e a educação direcionada ao mercado de trabalho. Na sequência, são elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), e a organização dos conteúdos é estruturada nas áreas: números e operações, espaço e formas, grandezas e medidas e tratamento de informação. Sendo que todos os campos da matemática previstos no currículo oficial devem ser ensinados, e ainda de forma integrada (BRASIL, PCN, 1997).

Nas próximas seções trataremos apenas dos livros didáticos de matemática para o Ensino Fundamental, estando dividido em: anos iniciais, que abrange do 1º ao 5º ano, e os anos finais, do 6º ao 9º ano.

2.3.2 O Livro Didático de Matemática para o Ensino Fundamental

Os livros didáticos de matemática para o Ensino Fundamental do PNLD devem estar baseados nas “Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos”

(Parecer CNE/CEB Nº 11/2010 e Resolução Nº 7, de 14 de dezembro de 2010), que buscam garantir a todos o direito à educação com qualidade e assim assegurar o direito a uma aprendizagem inclusiva e universal.

De acordo com o Parecer CNE/CEB Nº 11/2010, o Ensino Fundamental:

[...]tem constituído foco central da luta pelo direito à educação. Em consequência, no Brasil, nos últimos anos, sua organização e seu funcionamento têm sido objeto de mudanças que se refletem nas expectativas de melhoria de sua qualidade e de ampliação de sua abrangência, consubstanciadas em novas leis, normas, sistemas de financiamento, sistemas de avaliação e monitoramento, programas de formação e aperfeiçoamento de professores e, o mais importante, em preocupações cada vez mais acentuadas quanto à necessidade de um currículo e de novos projetos político-pedagógicos que sejam capazes de dar conta dos grandes desafios educacionais da contemporaneidade (BRASIL, 2013, p.103).

As discussões e a reorganização do Ensino Fundamental têm sido o ponto de partida para que a Educação Básica alcance seus objetivos, que de acordo com Art. 22º da Lei nº 9.394/96 (LDB), “tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores”. E de acordo com Art.32º da LDB, o Ensino Fundamental terá por objetivo a formação básica do cidadão, mediante:

- I - o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
- II - a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
- III - o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores;
- IV - o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social (BRASIL, 1996, p. 9).

Espera-se que o livro didático de matemática, disponibilizado pelo PNLD para o Ensino Fundamental, cumpra com os objetivos determinados pela LDB e também propicie ao aluno condições para a continuação de sua trajetória escolar.

Os alunos do Ensino Fundamental são crianças e adolescentes, faixas etárias com interesses bem diferentes e capacidades cognitivas distintas, assim, os livros didáticos de matemática também devem acompanhar as características particulares de cada idade.

Na sequência, analisaremos os livros didáticos de matemática de acordo com a organização do Ensino Fundamental, anos iniciais e anos finais.

2.3.2.1 O livro de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental

Com a implementação do Ensino Fundamental, em 2010, de oito para nove anos, no qual a criança passou a ter acesso a partir de seis anos de idade, ocorreu uma reorganização curricular, estabelecendo duas etapas distintas para os cinco primeiros anos do Ensino Fundamental. A primeira etapa, que constitui os três primeiros anos, diz respeito a alfabetização e letramento na língua materna e a organização gradual de suas primeiras experiências com as ideias e os procedimentos matemáticos. De acordo com o Edital do PNLD 2016:

O letramento e a alfabetização iniciais, assim como a **alfabetização matemática**, constituem-se, então, como eixos organizadores de todo e qualquer componente curricular necessário a esse período, o que permite articulá-los a uma mesma perspectiva pedagógica. Em consequência, a seleção e o tratamento didático dado aos objetos de ensino-aprendizagem devem pautar-se, predominantemente, pelas demandas dos dois processos; e sua apresentação, no contexto de grandes áreas do conhecimento, deve favorecer uma perspectiva tanto de integração de conteúdos disciplinares, quanto de articulação entre eles e os eixos referidos (BRASIL, 2016, p. 44).

A segunda etapa dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que consiste 4º e 5º ano, é considerada uma fase de consolidação dos conhecimentos e das competências adquiridas nos três primeiros anos. É necessário desenvolver sua proficiência em leitura e escrita, assim como sua capacidade de mobilizar conhecimentos matemáticos em situações práticas cotidianas.

Os conteúdos matemáticos estão organizados em quatro grandes campos: números e operações; geometria; grandezas e medidas; e tratamento da informação, assim, como se busca analisar os conteúdos de Área e Perímetro nos Livros Didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD 2016, as análises estarão centradas nos campos da geometria e de grandezas e medidas. De acordo com o Guia Digital do PNLD 2016:

O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e com os movimentos no mundo natural e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas. A **geometria** tem um papel importante para a leitura do mundo, em especial, para a compreensão do espaço que nos circunda. Mas não se pode restringir a sua abordagem ao uso social e é preciso cuidar de construir, de modo gradual, com o aluno, o conhecimento das propriedades das figuras geométricas e da organização lógica dessas propriedades. As **grandezas e medidas** estão presentes nas atividades humanas, desde as mais simples até as mais elaboradas das tecnologias e da ciência. Na Matemática, o conceito de grandeza tem papel importante na atribuição de significado a outros conceitos centrais, como o de número. Além disso, é um campo que se articula bem com a geometria e contribui de forma clara para estabelecer ligações entre a Matemática e outras disciplinas escolares (BRASIL, 2016).

A importância do desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais traz consigo habilidades a serem construídas, como a compreensão e exploração do mundo, possibilitando a leitura de diferentes representações geométricas da vida cotidiana, incorporando os conceitos geométricos e apropriando-se das terminologias próprias dos campos matemáticos em estudo.

Os critérios que orientam a avaliação dos livros didáticos de matemática do PNLD 2016, destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental são balizados por critérios eliminatórios comuns a todas as áreas e critérios eliminatórios específicos de cada componente curricular, como prevê o Decreto nº 7.084/2010.

Os livros didáticos de matemática, aprovados no PNLD 2016, foram avaliados de acordo com o “Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2016”. E dentre os critérios eliminatórios específicos, ressalta-se a correção dos conceitos e informações básicas:

Além dos erros explícitos, devem ser evitadas as induções ao erro e as contradições internas. Ainda que seja didaticamente indicada uma abordagem menos formal e mais intuitiva, no ensino inicial de conceitos abstratos, são injustificáveis conceituações confusas, que possam conduzir a ideias equivocadas ou capazes de gerar dificuldades na aprendizagem posterior dos conceitos (BRASIL, 2016, p. 60).

O Guia Digital do PNLD 2016, ressalta a utilização inadequada do termo “*forma*” por algumas coleções aprovadas.

Nos anos iniciais, são desenvolvidas atividades com o objetivo de conduzir a criança a associar objetos do mundo em sua volta com figuras geométricas espaciais e planas. Geralmente como parte do enunciado das atividades propostas temos: “*Ligue com uma linha cada objeto ao sólido geométrico que ele lembra ou com que ele se parece*”, todas essas expressões, são escolhas adequadas.

Os avaliadores do PNLD alertam que expressões do tipo: “*Ligue cada objeto ao sólido geométrico que tem a sua forma*” ou “*Ligue as imagens que têm a mesma forma*”, são consideradas inadequadas. De acordo com a geometria euclidiana, as expressões “ter a forma de” ou “ter a mesma forma de” somente são válidas para conectar duas figuras geométricas semelhantes.

Entre as obras aprovadas no PNLD 2016, podem ocorrer divergências quanto a abordagem de um determinado conteúdo, mas não é possível que ocorram imperfeições em trechos da obra, dificultando a compreensão do conteúdo e assim comprometendo a aprendizagem.

2.3.2.2 O Livro de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental

As coleções aprovadas pelo PNLD 2017 seguem a recomendação do Parecer CNE/CEB nº11/2010, no que trata da seleção e da forma de organizar os conteúdos no planejamento curricular, articulando com as demais etapas da educação básica e assim assegurando a continuidade de sua trajetória escolar.

A integração entre os anos iniciais e anos finais do Ensino fundamental é considerada um desafio. Os alunos dos anos iniciais estão acostumados com poucos professores; em algumas situações, possuem apenas um professor pedagogo. Quando passam para os anos finais, deparam-se com um professor especialista para cada componente curricular, e de acordo com o Parecer CNE/CEB nº11/2010, “costumam se ressentir diante das muitas exigências que têm de atender” (p.20). O parecer também atribui a dificuldade de integração ao fato de que a criança não consiga completar o Ensino Fundamental em apenas uma rede, geralmente os anos iniciais concentram-se na rede municipal e os anos finais na rede estadual.

De acordo com o Guia Digital do PNLD 2017, os conteúdos de matemática abordados no ensino do 6º ao 9º ano estão organizados em cinco grandes campos: números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; estatística e probabilidade, que devem ser trabalhados de forma articulada.

Considerando que o processo de construção de um conceito decorre de um longo período, que vai desde momentos intuitivos aos mais formais, e que a efetiva aprendizagem de conceitos e procedimentos ocorre quando os conteúdos são revisitados de forma progressiva, buscando ampliar e aprofundar os mesmos, durante todo percurso escolar, logo, espera-se que o livro didático apresente os conteúdos de forma articulada e evite a fragmentação ou as retomadas repetitivas.

A avaliação das obras didáticas inscritas no PNLD 2017 foi feita por meio de critérios eliminatórios comuns a todas as áreas e critérios eliminatórios específicos para cada área e componente curricular, de acordo com o “Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2017”.

De acordo com Edital 2017, as obras didáticas que não cumprirem com os critérios específicos para a componente curricular, serão excluídas do programa. Destaca-se alguns critérios que são relevantes para a pesquisa, como: textos livres de erro ou indução a erro em conceitos, argumentação e procedimento; inclusão de todos os campos da matemática em todos os volumes; atividades que exploram conceitos matemáticos, resolução de problemas,

estimativas e não apenas procedimentos mecânicos; não apresentar conceitos que dependem de conceitos ainda não definidos. A proposta deve propiciar ao estudante capacidades cognitivas básicas, como: a observação, visão geométrico-espacial, compreensão, argumentação, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, validação de resultados e memorização.

O Guia Digital do PNLD 2017 alerta sobre várias limitações nos livros didáticos quanto aos conteúdos de área e perímetro, mesmo em obras aprovadas. Algumas das deficiências constatadas nas avaliações são:

- há uma tendência a definir perímetro somente para superfícies planas poligonais. É o que ocorre quando se define perímetro como “a soma dos lados de uma figura plana”;
- em geral, não se identifica o comprimento de uma circunferência como perímetro do círculo correspondente;
- são raras as atividades que visam à distinção entre área e perímetro de uma superfície. Há numerosos exemplos interessantes dessas atividades, como solicitar ao estudante que modifique uma superfície para obter outra com maior perímetro e menor área que a original (BRASIL, 2017).

É indispensável que o estudante compreenda que em um mesmo objeto geométrico, podem ser associadas diferentes grandezas. Suponha uma superfície plana cujo contorno é uma curva simples, fechada, de comprimento de medida finita, a essa superfície associa-se duas grandezas geométricas: sua área e o comprimento do seu contorno, denominado perímetro da superfície.

Os livros didáticos de matemática aprovados pelo PNLD 2017 devem servir de orientação para o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, sendo capazes de observar e interpretar o mundo, fazendo uso da matemática.

CAPÍTULO III - UMA DISCUSSÃO SOBRE AS CONCEITUAÇÕES DE ÁREA E PERÍMETRO

De acordo com Brito e Bellemain (2004), o estudo da área e do perímetro suscita a consideração de dois aspectos, o geométrico, que corresponde as figuras geométricas e seus contornos, e o numérico, que se refere às medidas das grandezas área e perímetro e é representado por números reais não-negativos. Nessa conjuntura, nas próximas seções, apresentaremos as conceituações/definições relativas aos conhecimentos de área e perímetro, que são objetos de estudo dessa dissertação.

3.1 CONCEITUANDO “ÁREA E PERÍMETRO” E “GRANDEZA E MEDIDA”

3.1.1 Conceituando área e perímetro

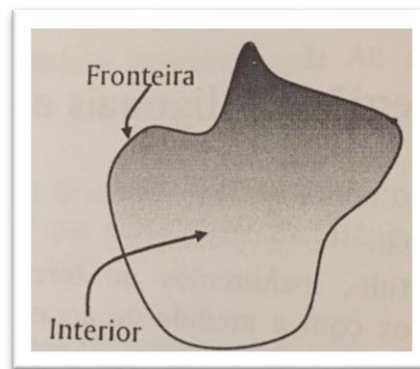
As construções das conceituações de área e perímetro são indissociáveis, uma vez que o conceito de área suscita o conceito de perímetro, da mesma forma que o conceito de perímetro suscita o conceito de área. Dessa forma, doravante apresentaremos uma discussão entre estes dois entes da matemática escolar, “Área e Perímetro”, explicitando também as noções de região plana, interior de região plana e fronteira de região plana.

De acordo com Gerônimo e Franco (2005), a ideia de região plana é uma noção primitiva utilizada na determinação do objeto matemático que determina a área. Portanto, toda região limitada e fechada do plano é correspondente a uma área.

Nesse cenário, devemos considerar a diferenciação entre uma região plana e subconjunto do plano, uma vez que, por exemplo, uma reta é um subconjunto do plano, mas não determina uma área, enquanto que um paralelogramo é um subconjunto do plano e determina uma região plana, dessa forma, “toda região plana é um subconjunto do plano, mas não vale a recíproca” (GERÔNIMO; FRANCO, 2005, p.97).

Além disso, toda região do plano é constituída por um interior, chamado de **interior de região plana**, que é delimitada e fechada por uma fronteira, **chamada de fronteira da região plana**. As relações entre as noções de região plana, interior de uma região plana e fronteiras podem ser representadas de acordo com a Figura 1 abaixo:

FIGURA 1 – UMA REGIÃO PLANA E SUAS COMPONENTES: INTERIOR E FRONTEIRA DA REGIÃO



FONTE: FRANCO; GERÔNIMO (2005).

Tal figura – assim como a relação entre as noções de região plana, interior de uma região plana e fronteiras – é explicada por Gerônimo e Franco (2005, p.98, grifo dos autores), da seguinte forma: “Seja P um ponto do plano e R uma região plana. Se P está no interior de R diremos que P é **ponto interior** de R. Se P está na fronteira de R diremos que P é **ponto de fronteira** de R. Se P não é ponto interior e nem fronteira de R, diremos que P é **ponto exterior** de R”. Dessa forma, a **área** de uma região plana é **a parte do plano limitada e fechada pela fronteira** desta região plana, que é chamada de **perímetro** da região plana.

3.1.2 Conceituando grandeza e medida

De acordo com Davydov (1982 *apud* CUNHA, 2008), “grandeza é uma relação elementar entre as qualidades que atribuímos aos objetos do ponto de vista da quantificação”, sendo que essa relação estabelece a base para elaboração dos conceitos matemáticos fundamentais como, por exemplo, o de número. Logo, para se comparar quantitativamente grandezas, se faz necessária a definição da qualidade da grandeza que estamos observando.

De acordo com Nogueira *et al.* (2013, p.112):

O termo grandeza se refere àquilo que pode ser quantificado e são de dois tipos: as discretas, que podem ser contadas, e as contínuas, que podem ser medidas. O comprimento, a superfície, o volume, são grandezas contínuas que possuem unidades específicas de medida. [...] Assim, medir uma grandeza é contar quantas vezes “cabe” dentro dela certa unidade de medida que é tomada como padrão.

Caraça (2002) afirma que medir envolve comparação, que nem sempre, resume-se a uma simples avaliação originária da comparação entre dois objetos, onde se conclui que um

deles “é maior que” ou “menor que” o outro objeto, uma vez que precisa se quantificar (mensurar) essa comparação.

O mesmo autor argumenta que o ato de “medir” suscita a fixação de uma unidade de comparação (de mesma natureza da grandeza que se pretende medir), estabelecendo assim um único padrão de comparação para todas as grandezas de mesma espécie. Ainda nesse contexto, Caraça (2002, p. 29) discorre que “se não existisse um termo de comparação único para todas as grandezas de uma mesma espécie, tornam-se, se não impossíveis, pelo menos extremamente complicadas as operações de troca que a vida social de hoje exige”.

No que se refere à medida, Caraça (2002, p.30, grifo nosso) afirma que há no problema da medida, três fases e três aspectos distintos: **“escolha da unidade, comparação com a unidade, expressão do resultado dessa comparação por um número”**. Ou seja, é necessário escolher a unidade que será utilizada para medir o objeto, assim buscar saber por comparação, quantas unidades são necessárias para expressar numericamente a comparação.

De acordo com Mendes e Delgado (2008, p. 47), “a geometria diz respeito ao estudo das características e propriedades das formas e figuras. Se essas características puderem ser mensuráveis então passamos para o domínio da medida”. Assim, um exemplo importante desta relação corporifica-se nos conceitos de perímetro e área.

O conceito de perímetro é descrito por VanCleave (1994, p. 61) como o “contorno de uma figura plana”, no qual o valor associado a ele é a resultante do processo de medição do comprimento da fronteira da figura geométrica, ou seja, é a resultante do processo de medição da curva que delimita a região interior da figura. Portanto, o conceito de perímetro está diretamente ligado às unidades de comprimento.

De acordo com Ponte e Serrazina (2000, p. 196), a grandeza área corresponde à “cobertura de uma superfície com uma unidade repetida, de forma a pavimentar essa superfície, isto é, não deixar buracos nem fazer sobreposições”. Sendo que, a medida de área de uma superfície expressa o número de vezes que uma dada unidade cabe na superfície objeto da medição, considerando os critérios mencionados por Ponte e Serrazina (2000).

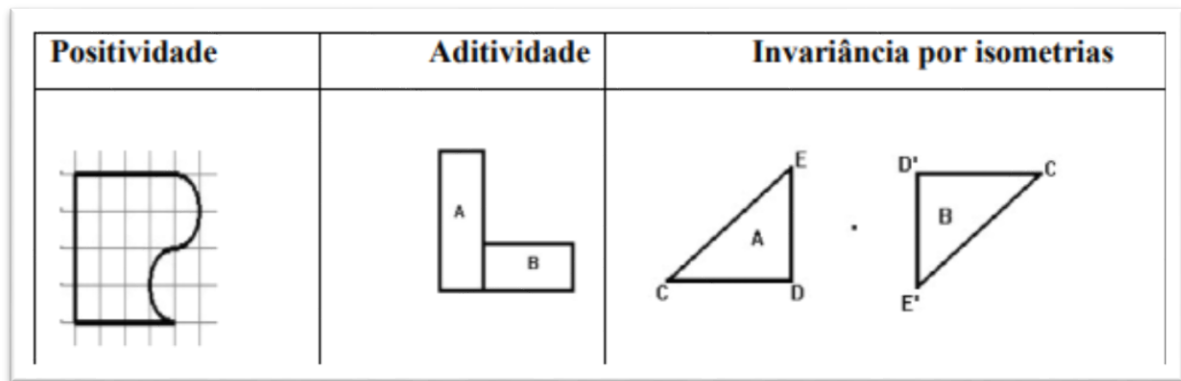
O conceito da área e o processo de medição dessa grandeza, do ponto de vista da estrutura matemática, tem como ponto de partida “a definição de uma função (f) – dita função área – num conjunto S de superfícies, assumindo valores no conjunto dos números reais não negativos” (BELLEMAIN; LIMA, 2000 apud SANTOS, 2011, p.18).

Os autores distinguem três propriedades para caracterizar a grandeza área, a saber elas são:

Positividade uma figura que possua interior não vazio tem área positiva; **Aditividade** se duas figuras A e B têm em comum pontos de suas fronteiras, então a área da figura $A \cup B$ (A união de B) é a soma da área A com a área B; **Invariância por isometrias** se uma figura plana A é transformada em outra B, de modo que a distância entre dois pontos quaisquer de A fica inalterado em B, então A e B têm a mesma área (BELLEMAIN; LIMA, 2000 apud SANTOS, 2011, p. 28, grifos do autor).

A Figura 2 a seguir ilustra as propriedades citadas:

FIGURA 2 – PROPRIEDADES PARA CARACTERIZAR A GRANDEZA ÁREA



FONTE: BELLEMAIN; LIMA (2000).

Considerando estas três propriedades, Bellemain e Lima (2000) advertem que essas propriedades necessitam da determinação do domínio (S) da função (f), ou seja, uma verificação de quais superfícies são mensuráveis pela função área, para isso, deve-se limitar a parte do plano ocupada por uma figura plana.

3.2 DISCUSSÃO SOBRE OS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE “ÁREA E PERÍMETRO”

Os conteúdos matemáticos “área e perímetro” conectam-se tanto com outros conhecimentos matemáticos quanto com o mundo físico. Assim, para que os processos de ensino e aprendizagem sejam eficientes, o aluno precisa entender tanto os conceitos relativos a esses dois conhecimentos, quanto os procedimentos inerentes aos processos de medição de área e de perímetro, além de desenvolver a capacidades de resolver problemas vinculados ao mundo real.

3.2.1 Discussão sobre medição

De acordo com Clements e Stephan (2004), o entendimento associado à medição inicia-se para a criança muito cedo. Crianças de três anos de idade sabem que, se tiverem uma quantidade de massa de modelar e recebem mais massa, elas têm mais do que antes, assim como, conseguem identificar o que é mais longo, sem expressar o quanto mais longo. Nos anos seguintes, aprendem a superar os sinais perceptivos, pois as crianças frequentemente discutem quantidades, assim avançam o raciocínio sobre medir quantidades, momento que estão prontas para aprender a medir, conectando o número a quantidade.

3.2.1.1 Medição de comprimento

O **comprimento** é uma característica de um objeto e pode ser encontrado quantificando-se a distância entre os pontos extremos do objeto. Como consequência, a medição consiste em dois aspectos, a identificação de uma unidade de medida e a subdivisão (mental e fisicamente) do objeto por aquela unidade, dispondo essa unidade por toda a extensão do objeto. Os pesquisadores consideram a subdivisão e a cobertura do espaço pelas unidades como realizações mentais complexas, afirmando a necessidade de entender não apenas no ato físico de medir, mas como quantificar essa cobertura (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

Os pesquisadores Clements e Stephan (2004) discutem alguns conceitos que consideram essenciais para a aprendizagem sobre medição de comprimento, e também podem ser usados para entender como os alunos estão pensando enquanto desenvolvem as atividades de medição. Estes conceitos são: particionamento, iteração de unidade, transitividade, conservação, acúmulo de distância e relação ao número.

O **particionamento** é a atividade mental de dividir um objeto em partes iguais. Envolve a ideia de observarmos o objeto como algo que pode ser particionado (ou cortado), sem que seja medido fisicamente. Quando os alunos são questionados sobre as marcações contidas em uma régua graduada, é possível verificar como eles entendem a atividade mental de dividir um objeto em partes iguais. Alguns alunos, por exemplo, podem associar o algarismo “cinco” apenas como uma simples marcação da régua graduada e não como um espaço que é particionado em cinco unidades iguais. E quando os alunos percebem que as unidades também podem ser particionadas, eles compreendem a ideia de que o comprimento é contínuo, ou seja, qualquer unidade pode ser particionada (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

A **iteração de unidade** é a capacidade de pensar no comprimento de um pequeno objeto como parte do comprimento do objeto maior que está sendo medido, assim o pequeno objeto é colocado repetidas vezes ao longo do objeto maior. Os pesquisadores alertam os

professores para observarem os comentários dos alunos quando contam a iteração de cada unidade. Por exemplo: quando é desenvolvida alguma atividade que utiliza a régua graduada em centímetros, é possível observar se alunos entendem que ao iterar uma unidade (um centímetro) cinco vezes, o “cinco” representa cinco unidades de comprimento, enquanto para outros, o “cinco” representa apenas uma marcação ao lado do numeral, em vez da quantidade da superfície coberta por cinco unidades (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

Algumas atividades devem anteceder o uso da régua graduada, por exemplo medir o comprimento da sala de aula usando o pé como unidade de medida, depois usar o passo como unidade de medida. Na primeira situação o aluno conta a iteração do pé (unidade de medida) ao longo do comprimento, enquanto o passo, o aluno conta o movimento do pé. Essa última situação, pode auxiliar o entendimento de como usar corretamente uma régua graduada, assim, fazendo uma analogia entre a contagem dos passos e a régua graduada temos: o primeiro pé indica a posição inicial, no caso da régua graduada, indica o zero, já quando ocorre o primeiro movimento (um passo), a posição do segundo pé em relação ao primeiro pé, indica uma unidade de medida, o passo. Em relação a régua graduada, a marcação que corresponde ao número um, indica uma unidade de comprimento (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

Quando o aluno compreende o conceito de iteração de unidade, uma régua graduada quebrada, não será obstáculo para ele efetuar as medições.

A **transitividade** é o entendimento de que, se o comprimento de um objeto A for igual a (ou maior/ menor que) o comprimento do objeto B, e o objeto B possui o mesmo comprimento que (ou maior/ menor que) o objeto C, então o objeto A tem o mesmo comprimento que (ou maior/ menor que) o objeto C. Por exemplo, a criança visualiza duas portas, para verificar se as portas têm a mesma largura (ou maior/ menor que), ela utiliza um cabo de vassoura como terceiro item para comparar as larguras, assim está raciocinando de forma transitiva (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

A **conservação** do comprimento, é o entendimento de que, quando um objeto é movido, seu comprimento não muda. Os pesquisadores relatam que, se as crianças tiverem duas hastes de comprimento igual e alinhadas, e se alguém mover uma das hastes além da outra, provavelmente as crianças de quatro a seis anos de idade, afirmariam que a haste movida é mais longa. Ainda segundo os pesquisadores, o conceito de conservação do comprimento se desenvolve à medida que a criança aprende a medir, mas consideram que a transitividade é um conceito impossível para os alunos que não conservam comprimentos, pois uma vez que eles movem uma unidade, é possível, na visão do aluno, alterar a unidade. Embora os pesquisadores

entendem que a conservação é essencial para a compreensão da medição, vários estudos alertam que os alunos não precisam necessariamente desenvolver a transitividade e a conservação antes que eles aprendam algumas noções de mensuração (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

O **acúmulo de distância** é o entendimento de que, à medida que você repete uma unidade ao longo de um objeto, o número que representa a contagem da iteração, significa a superfície coberta por todas as unidades. Por exemplo, em uma atividade em que os alunos utilizam passos para medir o comprimento da sala de aula, a quantidade de passadas representa o espaço coberto desde o início da atividade, isto significa que, os alunos foram medindo por acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

A **relação entre número e medição** inicia-se nos primeiros anos da vida escolar da criança, primeiramente ela conta objetos, ato que pode ser pensado como “medindo unidades discretas”. Posteriormente, reorganizam a compreensão dos objetos que estão contando para medir unidades contínuas. A contagem desempenha um papel importante no desenvolvimento das concepções de medição, pois fazem a medição apropriando-se de julgamentos baseados na ideia de contagem (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

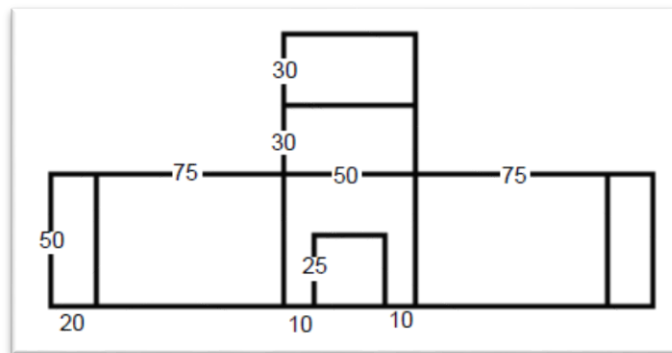
Segundo Nunes (1997), o ato de medir pode parecer simples, mas envolve dois componentes diferentes e separáveis, o primeiro é “uma inferência lógica que é denominada inferência transitiva” (p.83), isto é, para comparar duas quantidades, é necessário saber que essas duas quantidades podem ser comparadas através de uma medida comum, não sendo necessário ter o conhecimento de como, por exemplo, uma régua graduada funciona. O segundo componente é a compreensão de unidades, “a regra mais importante e mais básica sobre unidades de medidas é que, a fim de permitir inferências transitivas, elas têm que ser uma quantidade constante” (p.84). Por exemplo, se medir dois comprimentos usando palmos, deve-se utilizar a mesma mão para medir ambas quantidades.

Kamii e Clark (1999), ressaltam que a comparação de comprimentos é primordial para que seja possível desenvolver as noções de conservação, transitividade e iteração de unidade. Os pesquisadores defendem que o ensino de medição deve ser iniciado através de atividades de comparação de comprimentos não padronizados e não aconselham o uso da régua graduada nesse momento, pois consideram que esse tipo de atividade será executada de forma mecânica. As atividades devem focar o raciocínio transitivo e acumular distâncias. Uma atividade que envolve comparações indiretas é questionar aos alunos por exemplo, se a porta é larga o suficiente para passar uma mesa. Essa atividade envolve o raciocínio transitivo e não enfatiza a medição física. Após terem desenvolvido atividades de comparação de comprimentos usando

unidades de medida não padronizadas, devem, na sequência, incorporar as unidades de medida padrão e começar a medir com a régua graduada. Os pesquisadores argumentam que, essa sequência na abordagem motiva os alunos a perceberem a necessidade de uma unidade de medida padrão. E as discussões em sala de aula, durante as atividades de medição, propiciam ao aluno uma compreensão mais significativa sobre medição.

De acordo com Clements e Stephan (2004), o processo mental de se mover ao longo de um objeto, segmentando-o e contando os segmentos, mesmo ao longo de caminhos complexos, como o perímetro de uma forma, é um ponto crítico do desenvolvimento do senso de medição. Por exemplo, determinar todas as medidas da Figura 3.

FIGURA 3 – ATIVIDADE DE PERÍMETRO



FONTE: CLEMENTS; STEPHAN (2004).

Atividades de perímetro como esta propiciam ao aluno a necessidade de identificar as medidas das partes do caminho através da medida total do segmento.

Assim, os pesquisadores consideram que o ensino de medição é a combinação de conceitos e habilidades desenvolvidas lentamente ao longo dos primeiros anos da vida escolar.

3.2.1.2 Medição de área

Área é uma quantidade de superfície bidimensional que está contida no interior de uma região limitada. Encontrar a área de uma região limitada pode ser relacionado com o particionamento em unidades de medida bidimensional. Tais entendimentos são considerados pelos alunos complexos, pois precisam desenvolver a habilidade de usar duas dimensões lineares para construir a ideia de um espaço.

Clements e Stephan (2004), descrevem alguns conceitos importantes que formam a base para medição de área, assim como atividades que auxiliam o aluno a compreender de forma significativa a medição de área.

O primeiro conceito é o **particionamento**, ato mental de dividir o espaço em unidades bidimensionais, ou seja, dividir uma região em sub-regiões que podem ser contadas. Quando o aluno cobre a região com unidades de área sem deixar lacunas ou efetuar sobreposições, está desenvolvendo o conceito de **iteração de unidade** para medir a área. A **conservação da área** é um conceito importante, mas muitas vezes as atividades propostas, não trabalham como deveriam. Os alunos apresentam dificuldade para aceitar que quando cortamos uma região limitada e reorganizamos suas partes em outra forma, a área permanece a mesma (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

Segundo os pesquisadores, somente após os oito anos de idade os alunos compreendem as regras multiplicativas para o cálculo da área, pois precisam estruturar o que chamam de matriz, para entender que área é uma medida bidimensional. Assim, no caso de um retângulo, é entender que as dimensões (largura e comprimento) do retângulo, quando divididas em linhas e colunas utilizando a mesma unidade de comprimento, formam uma malha quadriculada, ou seja, entender que as dimensões do retângulo fornecem o número de quadrados, assim calculando a área do retângulo. Sem esse entendimento, os alunos não irão usar uma “fórmula” de área de forma significativa e também são mais propensos a confundir conceitos de perímetro e área.

De acordo como Cavanagh (2008), as atividades de área nos livros didáticos, geralmente apresentam regiões já subdivididas ou particionadas, então a criança simplesmente conta os quadradinhos ou até mesmo usa a multiplicação para determinar a área. Tais atividades resultam em entendimentos incompletos dos conceitos fundamentais de área, dando ênfase para os procedimentos.





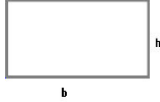
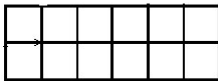
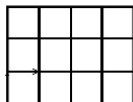
Considerando que os alunos podem confundir os conceitos de perímetro e área, a pesquisa desenvolvida por Baltar (1996 *apud* BALDINI, 2004), classificou diferenças entre área e perímetro como: topológica, dimensional, computacional e variacional.

Quanto a topológica, temos que os conceitos de área e perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área é associada a superfície e o perímetro ao contorno. Na questão dimensional, uma superfície e seu contorno são objetos matemáticos de naturezas distintas no que diz respeito às dimensões, como consequência sobre o uso das unidades, a área é bidimensional e o perímetro é unidimensional. A computacional, que corresponde a aquisição

das fórmulas de área e perímetro de figuras usuais, está diretamente relacionada ao entendimento da questão topológica. E para finalizar, temos a diferença variacional, que consiste na possibilidade de que a área e o perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, de que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa.

A Figura 4 a seguir ilustra as diferenças entre área e perímetro citadas:

FIGURA 4 – DIFERENÇAS ENTRE ÁREA E PERÍMETRO

	Área	Perímetro
Topológica		
Dimensional		
Computacional 	$b \cdot h$	$2b + 2h$
Variacional		
	Área = $12 u^2$	Perímetro = $16 u$
	Área = $12 u^2$	Perímetro = $14 u$

FONTE: Adaptado de BALDINI (2004).

Segundo Chappell e Thompson (1999), os alunos precisam desenvolver atividades nas quais analisem, ao mesmo tempo, área e perímetro, assim propiciando a possibilidade de distinguirem claramente os dois objetos. Entendemos que o conteúdo escolar área está fortemente conectado ao conteúdo de perímetro.

CAPÍTULO IV – APRESENTAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DOS OBJETOS DE ANÁLISE: OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

Este capítulo da dissertação é destinado a apresentação e caracterização dos nossos objetos de pesquisa: as quatro coleções de livros didáticos que tiveram a maior quantidade de exemplares adquirida pelo Governo Federal¹ e que são destinadas ao Anos Iniciais do Ensino Fundamental (duas coleções) e aos Anos Finais do Ensino Fundamental (duas coleções).

4.1 AS COLEÇÕES QUE SÃO OBJETO DE ESTUDO DA PESQUISA

As coleções que são objetos de estudo de nossa pesquisa foram os livros didáticos de matemática distribuídos pelo PNLD 2016 e 2017, definidos a partir do critério de seleção para análise: as duas coleções mais escolhidas e distribuídas para as escolas públicas.

De acordo com os dados fornecidos pelo FNDE sobre o PNLD 2016, as duas coleções mais adotadas para os anos iniciais do Ensino Fundamental, tanto para a componente curricular Alfabetização Matemática (1º ao 3º ano) quanto para a Matemática (4º e 5º ano) foram:

- 1º lugar: **Coleção Projeto Ápis**, sendo distribuídos dois milhões, quinhentos e dezessete mil, oitocentos e vinte e seis (2 517 826) exemplares, considerando livro do aluno e professor. Tendo como autor Luiz Roberto Dante e publicada pela Editora Ática.
- 2º lugar: **Coleção Projeto Coopera**, sendo distribuído um milhão, duzentos e sessenta e quatro mil, seiscentos e setenta e quatro (1 264 674) exemplares, considerando livro do aluno e professor. Tendo como autores Eliane Reame e Priscila Montenegro e publicada pela Editora Saraiva.

Para os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), os dados estatísticos fornecidos pelo FNDE sobre o PLND 2017, indicam as duas coleções mais escolhidas para a componente curricular Matemática como sendo:

- 1º lugar: **Coleção Praticando Matemática**, sendo distribuídos dois milhões, oitocentos e oito mil, oitocentos e doze (2 808 812) exemplares, considerando o

¹ Dados disponibilizados no site <https://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/dados-estatisticos>

livro do aluno e do professor. Autoria de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos e publicada pela Editora do Brasil.

- 2º lugar: **Coleção Vontade de Saber**, sendo distribuídos dois milhões, oitenta e um mil, duzentos e dezesseis (2 081 216) exemplares, considerando o livro do aluno e do professor. Autoria de Joamir Souza e Patrícia Moreno Patano e publicada pela Editora FTD.

Nas próximas seções, descreveremos as considerações que os avaliadores do PNLD, disponibilizado no Guia Digital do PNLD², destacaram nas coleções que são objeto de estudo em nossa pesquisa. Centrando as descrições nos pontos associados aos conteúdos de Área e Perímetro.

4.2 COLEÇÃO PROJETO ÁPIS

4.2.1 Livros didáticos para anos iniciais do Ensino Fundamental - Alfabetização Matemática

A coleção apresenta os conteúdos com base em situações do cotidiano, exploração de exemplos e atividades de aplicação dos conceitos abordados. Valoriza a interação entre os alunos, incentiva a utilização de materiais concretos, e isto é considerado como aspecto positivo pelos avaliadores. No entanto, nem sempre estão presentes as conexões entre os conteúdos dos quatro campos da matemática. As orientações dadas no Manual do Professor auxiliam o uso da coleção em sala de aula (BRASIL, 2016).

Os conteúdos são organizados por unidades, que iniciam com páginas ilustradas, seguindo para apresentação e exploração dos tópicos dos conteúdos, na sequência, há as atividades e as seções: “Vamos ver de novo”, “O que estudamos”, “Brincando também se aprende” e “Trançando saberes”. Os volumes encerram com as seções especiais: “Brincadeira tem hora”, no volume 1; “Bicho-papão”, no volume 2 e “Panclasse”, no volume 3, sendo propostas de atividades interdisciplinares. Todos os volumes trazem glossário e encartes com imagens para recortes (BRASIL, 2016).

A organização dos conteúdos nos três volumes apresenta os campos de números e operações, de geometria e de grandezas e medidas, com poucas articulações entre os temas

² Acesso ao Guia Digital do PNLD 2016: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2016/> e ao Guia Digital do PNLD 2017: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2017/>

estudados, mas os tópicos do tratamento da informação aparecem em atividades dos demais campos (BRASIL, 2016).

O campo de geometria, nos três volumes, observa-se retomadas e ampliações dos conteúdos, a cada volume. Quanto as atividades que são acompanhadas de ilustrações, os avaliadores alertam que, algumas atividades possuem ilustrações mal elaboradas, podendo confundir o aluno e sugerem atenção redobrada do professor (BRASIL, 2016).

O estudo de grandezas e medidas inicia-se com comparação e medição de unidades não padronizadas. Em seguida introduz as unidades padronizadas, favorecendo a assimilação de conceitos. A abordagem do sistema monetário conecta com outros campos, mas isso não acontece com as demais grandezas, assim como o pouco aprofundamento entre os volumes (BRASIL, 2016).

4.2.2 Livros didáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental – Matemática

A obra valoriza os conhecimentos prévios e as situações relacionadas ao universo da criança. A distribuição dos conteúdos, na maioria das vezes, é feita por especialidade, o que não contribui para as articulações entre os campos da matemática, como também não favorece os conhecimentos de outras áreas. O avaliador sugere que o professor promova as articulações entre os campos da matemática (BRASIL, 2016).

Cada volume é organizado em nove unidades, divididas em tópicos de conteúdo. As unidades são iniciadas através de um contexto motivador, buscando identificar os conhecimentos prévios dos alunos. Em seguida, são apresentados os conceitos e desenvolvidas as atividades. Em cada unidade encontram-se as seções: “Vamos ver de novo”; “O que estudamos”; Brincando também se aprende” e “Trançando saberes”. No final de cada volume tem o glossário e uma seção especial, que são sugestões de projetos interdisciplinares, no volume 4 é “Adeus sujeira” e no volume 5 é “Cidadão consciente” (BRASIL, 2016).

No campo da geometria são retomadas as atividades de reconhecimento dos sólidos geométricos e relacionando com o mundo físico, sendo considerado pelos avaliadores como ponto positivo da obra, mas julgam que nesse campo há repetições desnecessárias de definições. Observa-se que o campo articula com a Arte, mas pouco com os demais campos da matemática (BRASIL, 2016).

A obra propõe atividades de medição de diferentes contornos, com o mesmo perímetro, e o estudo de superfícies distintas, que apresentam as mesmas áreas, contribuindo para diferenciação dessas noções. No caso desse campo da matemática, grandezas e medidas,

observam-se articulações com os campos da matemática, principalmente com números e operações (BRASIL, 2016).

4.3 COLEÇÃO PROJETO COOPERA

4.3.1 Livros didáticos para anos iniciais do Ensino Fundamental - Alfabetização Matemática

A coleção incentiva o uso de materiais concretos, a argumentação oral e a interação entre os alunos. Os conteúdos são constantemente retomados ao longo dos volumes, mas algumas atividades são muito parecidas e direcionadas, especialmente no campo do tratamento da informação. As atividades propostas favorecem a articulação com outras áreas de conhecimento, mas poucas são as atividades que exigem o trabalho em equipe. O Manual do Professor apresenta várias sugestões que podem contribuir efetivamente para o trabalho docente em sua prática de sala de aula (BRASIL, 2016).

Os volumes são organizados em nove unidades, divididas em tópicos relativos aos campos da matemática. Os conteúdos são abordados por meio de pequenos textos e sequências de atividades. Também são desenvolvidas atividades nas seções: “É hora de jogar”; “Problemateca”; “Resolvendo mais problemas”; “Faça sua estimativa”; “Como calcular”; “Calculando de cabeça”; “Mundo Plural”; “O que você já sabe” e “Para saber mais”. O volume 2 e 3, tem mais as seções: “Mais atividades”; “Recordando”; “Ler e escrever em matemática” e “O que você já aprendeu”. No final do livro há um glossário e imagens para recorte (BRASIL, 2016).

No campo da geometria, as figuras geométricas espaciais e planas são abordadas associadas a objetos do mundo físico. Ao longo do livro, é ampliado o número de figuras abordadas e o aprofundamento de suas características e elementos. De acordo com os avaliadores, o reconhecimento das figuras geométricas e seus elementos recebem atenção além do desejável. Também destacam que não há preocupação em se distinguir objetos concretos de objetos matemáticos. Observou-se o uso inadequado da palavra “forma” (BRASIL, 2016).

A grandeza comprimento tem um enfoque inicial adequado, quando são valorizadas atividades de comparação sem medidas, na sequência trabalha-se medições com medidas não padronizadas e finaliza com as medidas padronizadas. No entanto, as noções do campo Grandezas e Medidas, ao longo da coleção, são insuficientemente aprofundadas (BRASIL, 2016).

4.3.2 Livros didáticos para anos iniciais do Ensino Fundamental - Matemática

A coleção apresenta os conteúdos matemáticos utilizando situações do cotidiano do aluno e recorre a temas da realidade social. Os conhecimentos prévios são retomados e ampliados, tendo como base a resolução de problemas. Na coleção, encontram-se poucas atividades que envolvem o uso de materiais diversos, que se faz necessário principalmente no campo da geometria. Os cálculos por estimativas e mental, são bastante estimulados. O Manual do Professor é considerado um destaque na coleção, pois apresenta orientações importantes para o trabalho em sala de aula (BRASIL, 2016).

Os volumes são estruturados em nove unidades, divididas por tópicos relativos aos campos da matemática. A exploração dos conteúdos é feita por meio de pequenos textos e de sequências de atividades. Também são desenvolvidas atividades nas seções: “Mais atividades”; “Recordando”; “É hora de jogar”; “Ler e escrever em matemática”; “Problemateca”; “Resolvendo mais problemas”; “Faça sua estimativa”; “Como calcular”; “Calculando de cabeça”; “Calculadora”; “Mundo plural”; “O que você já aprendeu”; “O que você já sabe” e “Para saber mais”. No final dos volumes têm o Glossário (BRASIL, 2016).

Quanto ao campo da geometria, a coleção enfatiza o estudo de figuras geométricas espaciais, suas planificações e características. São utilizados objetos do mundo físico e imagens de obras de Arte para trabalhar as figuras planas e espaciais. Entretanto, essas escolhas nem sempre favorecem a distinção entre esses objetos e imagens e os objetos matemáticos (BRASIL, 2016).

As atividades que envolvem o cálculo de perímetro e área de figuras poligonais, são propostas que utilizam estimativas e medições em malhas quadriculadas, que favorecem a compreensão da independência dos dois conceitos (BRASIL, 2016).

4.4 COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A abordagem e a exploração dos conteúdos são realizadas com base em exemplos relacionados a situações cotidianas. No entanto, é observada uma quantidade excessiva de atividades que visam a verificação ou a aplicação imediata dos conceitos trabalhados. São poucas as atividades de investigação que possibilitam a elaboração de hipóteses e a realização

de conjecturas. A coleção favorece as conexões entre os conteúdos matemáticos com diferentes áreas do conhecimento, mas tais conexões são pouco aprofundadas (BRASIL, 2017).

Os livros são organizados em unidades, onde são desenvolvidos os conteúdos matemáticos, seguidos de exemplos e atividades propostas. No final de cada unidade têm-se as seguintes seções: “Revisando” e “Autoavaliação”. Em algumas unidades também têm as seções: “Desafios”; “Vale a pena ler” e “Seção livre”. No final de cada volume encontram-se sugestões de livros e sites para o aluno, e também moldes e malhas para as atividades (BRASIL, 2017).

O Manual do Professor inclui textos voltados para à formação continuada do professor e busca contribuir com a prática em sala de aula. No entanto, os avaliadores consideram desnecessária a inclusão de uma quantidade excessiva de questões de múltipla escolha no Manual do Professor (BRASIL, 2017).

O conteúdo do campo da geometria, começa a ser trabalhado por meio de observação de objetos, associando-o a figuras geométricas espaciais e planas, identificando regularidades e familiarização com as propriedades dessas figuras. No entanto, a abordagem dos conceitos geométricos básicos, é dada atenção excessiva à nomenclatura. Quanto aos exercícios, apresentam poucas atividades investigativas (BRASIL, 2017).

No campo de grandezas e medidas, são apresentadas medidas convencionais e não convencionais, discute-se a importância da escolha da unidade de medida, estuda-se os processos de conversão das unidades de medida e são abordadas as estimativas de medidas. Os avaliadores, destacam que no estudo de grandezas geométricas, objetos geométricos são confundidos com as grandezas associadas a eles, um exemplo é o caso de uma superfície e sua área (BRASIL, 2017).

4.5 COLEÇÃO VONTADE DE SABER – ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A coleção apresenta situações que possibilitam abordagens contextualizadas dos conceitos estudados. Assim como propostas de trabalho que envolvem o uso da matemática em temas transversais (BRASIL, 2017).

De acordo com o Guia Digital PNLD 2017, há na coleção uma tendência de através de um único exemplo, apresentar o algoritmo, em seguida o procedimento e a nomenclatura específica, dando pouca atenção à construção dos conceitos. Mas considera um ponto positivo, o fato de propor atividades que usam o Geogebra ou planilhas eletrônicas (BRASIL, 2017).

Os volumes são organizados em capítulos, que iniciam com a apresentação de temas e com algumas questões referentes ao contexto determinado. Os capítulos são organizados em itens, sendo abordados exemplos de conceitos e propostas de atividades. Nos volumes encontram-se as seções: “Ser consciente”; “Cálculo mental”; “Calculadora”; “Desafio” e “Resolvendo problemas”. No final de cada capítulo, são disponibilizadas atividades de revisão de conteúdos e questões de múltipla escolha (BRASIL, 2017).

No campo da geometria, a apresentação dos conceitos é geralmente realizada utilizando exemplos e em situações comentadas, não necessariamente envolvendo ativamente o aluno. Assim, não priorizando as habilidades de exploração, formulação de conjecturas, argumentação e validação de resultados. São raras as utilizações de materiais concretos para auxiliar a aprendizagem (BRASIL, 2017).

No campo de grandezas e medidas, a coleção apresenta uma grande quantidade de atividades que têm como foco a medição de comprimentos com unidades padronizadas e são exploradas poucas atividades que contribuam para distinguir o comprimento, que é uma grandeza, da sua medida. E também se destaca que a abordagem da grandeza área não é realizada apropriadamente (BRASIL, 2017).

O guia digital sugere aos professores que façam uma seleção das atividades apresentadas na coleção, observando quais atividades sejam mais adequadas à sua turma, pois a coleção oferece uma quantidade muito grande de atividades (BRASIL, 2017).

CAPÍTULO V – ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: A ABORDAGEM DE ÁREA E PERÍMETRO

No decorrer das seções que compõem este capítulo, busca-se identificar a presença de momentos (atividades, exemplos, etc) que se relacionem com os conhecimentos matemáticos Área e Perímetro. Assim, serão objetos de discussão somente os fragmentos dos livros didáticos que apresentam a existência de indícios da presença de elementos que podem ser associados aos conhecimentos matemáticos Área e Perímetro.

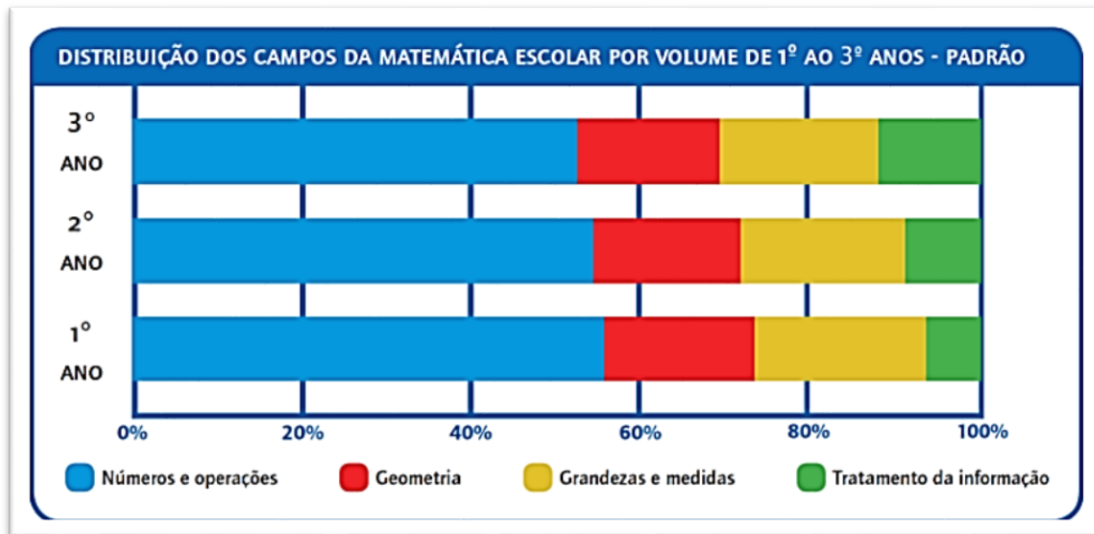
A primeira parte da análise estará centrada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo os volumes pertencentes ao PNLD 2016, selecionados de acordo com o critério discriminado na metodologia (Capítulo I).

5.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

De acordo o Guia Digital PNLD 2016, é defendida a concepção de que os alunos constroem um determinado conhecimento no decorrer de um longo período de aprendizagem, assim os mesmos conteúdos são revisitados, para que durante a vida escolar desenvolvam o conhecimento de forma ampliada e profunda.

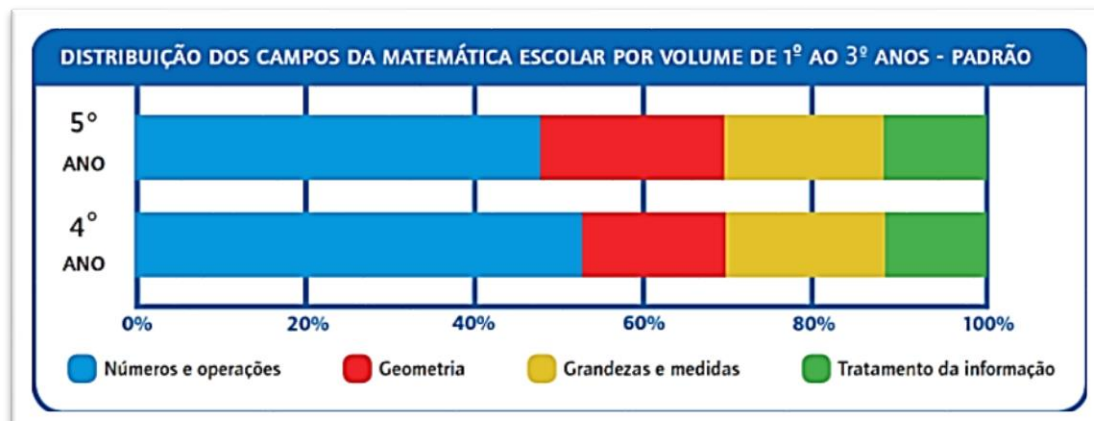
Com base em estudos em Educação Matemática, o Guia Digital PNLD 2016 tem adotado um perfil (padrão) considerado satisfatório, que apresenta a distribuição dos campos matemáticos nos volumes. A Figura 5 apresenta a distribuição dos campos matemáticos para o 1º ao 3º ano e a Figura 6 a distribuição para o 4º e 5º ano. Destacando que a Figura 6 apresenta um erro no título do gráfico, sendo que a indicação correta é “Distribuição dos campos da matemática escolar por volume de 4º e 5º ano – Padrão”

FIGURA 5 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DE 1º AO 3º ANOS - PADRÃO



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2016).

FIGURA 6 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DE 4º AO 5º ANOS - PADRÃO



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2016).

É possível observar que nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, o campo matemático Números e Operações é predominante em relação aos demais campos da matemática. O Guia Digital PNLD 2016 considera que pode haver pequenas variações nos quantitativos de cada campo entre as obras disponibilizadas pelo programa.

De acordo com o Guia Digital PNLD 2016, “um conceito nunca é isolado, mas se integra a um conjunto de outros conceitos por meio de um feixe de relação”. É comum que os autores articulem os conteúdos de dois ou mais campos da matemática, assim, quanto mais articulados forem os campos em uma coleção, melhor será o entendimento do aluno quanto a uma matemática mais harmoniosa, possibilitando um ensino intradisciplinar.

Para comparar e analisar a distribuição dos campos da matemática nas coleções que são os objetos de análise, *estimamos* a distribuição dos campos e elaboramos a Tabela 1 para que a visualização fique mais adequada para comparar a distribuição dos campos da matemática das coleções analisadas e o perfil padrão adotado pelo Guia Digital PNLD 2016.

TABELA 1 - DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DO 1º AO 5º ANO - PADRÃO

	Números e operações	Geometria	Grandezas e medidas	Tratamento de informações
1º ano	55%	17%	20%	8%
2º ano	54%	17%	19%	10%
3º ano	52%	17%	18%	13%
4º ano	52%	17%	19%	12%
5º ano	47%	22%	19%	12%

FONTE: O autor (2018).

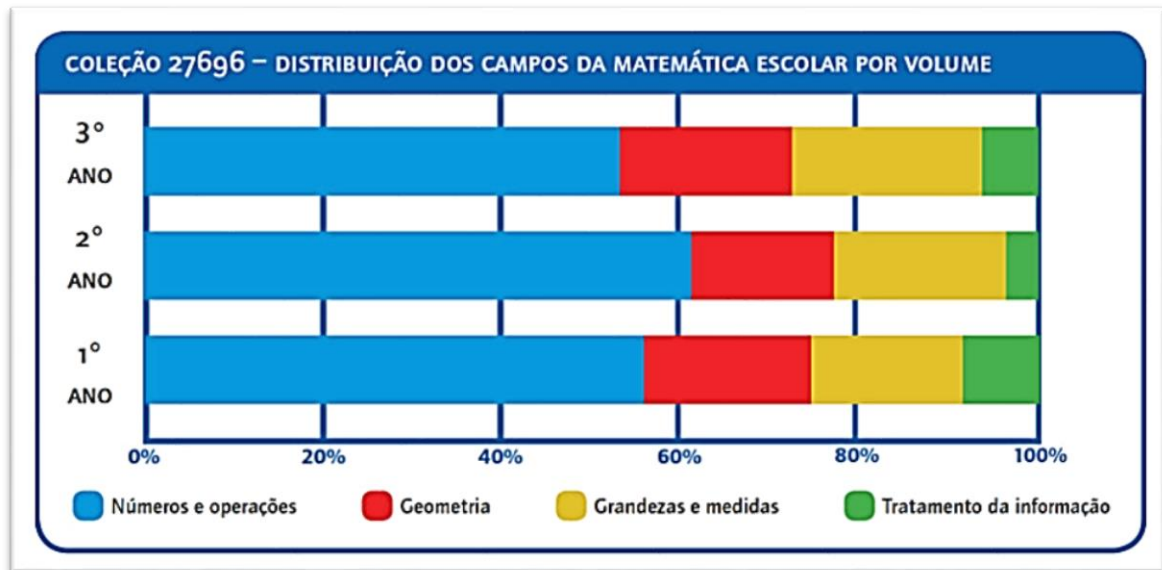
Nas próximas seções serão apresentadas as análises das duas coleções dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo primeiro a Coleção do Projeto Ápis, a mais escolhida, e na sequência, a Coleção Projeto Coopera.

5.1.1 Análise da Coleção Projeto Ápis

A Coleção Projeto Ápis é composta por cinco volumes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo três volumes dedicados a Alfabetização Matemática (1º a o 3º ano) e dois volumes à Matemática (4º e 5º ano), de autoria de Luiz Roberto Dante e publicada pela Editora Ática.

A distribuição dos campos matemáticos por volume apresenta algumas variações em relação ao perfil (padrão) adotado como satisfatório pelo Guia Digital PNLD 2016, como observa-se na Figura 7 e Figura 8.

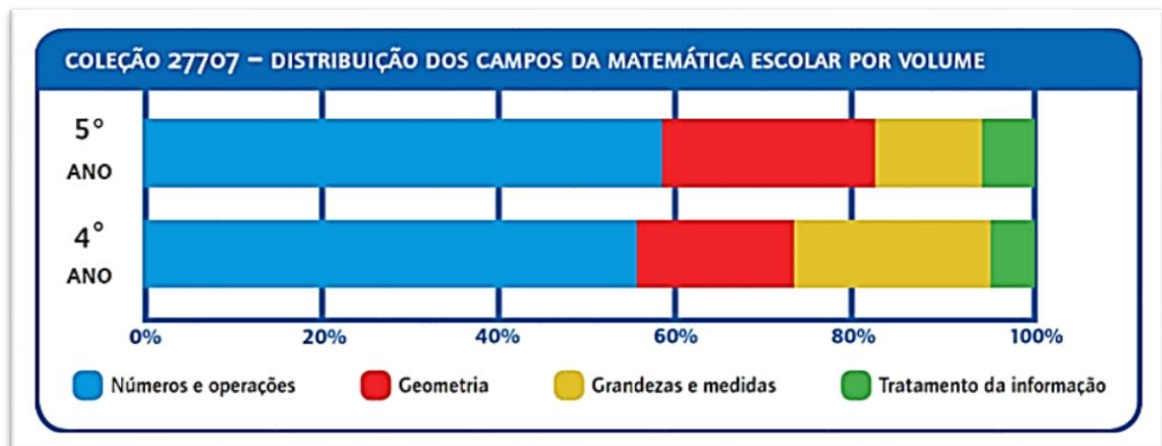
FIGURA 7 – COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 1º AO 3º ANOS



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2016).

Comparando com o perfil (padrão), destacamos que o campo Números e Operações recebe um pouco mais de atenção pelo autor, principalmente no volume do 2º ano.

FIGURA 8 – COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 4º E 5º ANO



FONTE: GUIA DIGITAL (PNLD 2016).

Aparentemente a distribuição foi equilibrada em relação ao perfil (padrão) adotado pelo Guia Digital PNLD 2016, mas observamos que no volume do 5º ano o autor priorizou o campo Números e Operações.

Para comparar o perfil padrão com os dados apresentados sobre as distribuições dos campos matemáticos em cada volume da Coleção Projeto Ápis, elaboramos a Tabela 2,

apresentando os dados estimados de forma comparativa, para melhor visualização e análises posteriores.

TABELA 2 - DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DO 1º AO 5º ANO – PADRÃO (P) X COLEÇÃO PROJETO ÁPIS (CPA)

	Números e operações P X CPA	Geometria P X CPA	Grandezas e medidas P X CPA	Tratamento de informações P X CPA
1º ano	55% X 56%	17% X 19%	20% X 17%	8% X 8%
2º ano	54% X 62%	17% X 16%	19% X 19%	10% X 3%
3º ano	52% X 53%	17% X 19%	18% X 22%	13% X 6%
4º ano	52% X 55%	17% X 17%	19% X 22%	12% X 6%
5º ano	47% X 58%	22% X 24%	19% X 12%	12% X 6%

FONTE: O autor (2018).

Analisando os comparativos da Tabela 2, confirma-se que no 2º ano e no 5º ano o autor priorizou o campo Números e Operações, no caso do 2º ano, reduziu consideradamente o campo Tratamento de Informações, mantendo os campos Geometria e Grandezas e Medidas. Mas no 5º ano, observamos a redução tanto do campo Tratamento de Informações, como em Grandezas e Medidas.

Nas próximas seções, estaremos analisando os cinco volumes da Coleção Projeto Ápis, com o objetivo de discutir a abordagem dos conteúdos matemáticos Área e Perímetro, assim como os conteúdos que consideramos fortemente associados ao seu entendimento.

5.1.1.1 Análise do volume 1 (1º ano) da Coleção Projeto Ápis

A partir do sumário do Volume 1 destacam-se dois capítulos, o “Capítulo 4 – Figuras Geométricas”, onde são considerados os conteúdos: “Sólidos Geométricos” e “Figuras Planas” e o “Capítulo 8 – Grandezas e Medidas”, considerando o conteúdo de “Medida de Comprimento”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 2).

QUADRO 2 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 1

Conteúdos Analisados		Sólidos Geométricos	Figuras Planas	Medida de Comprimento
1. Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro			
	Pré-requisito	X	X	X

2.	Conceito/definição	Presente		X	X
		Ausente	X		
3.	Classificação da definição	Conceitual		X	X
		Procedimental		X	X
4.	Aprofundamento	Sim			
		Não			
		Não se aplica	X	X	X
5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X	X	X
		Atividade procedimental		X	X
6.	Ilustração	Adequada	X	X	X
		Inadequada			

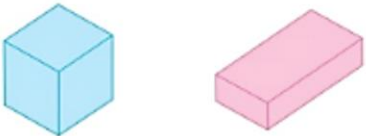
FONTE: O autor (2018).

- **Sólidos Geométricos**

Através da atividade 2 e da seção “Explorar e Descobrir” (Figura 9), é possível trabalhar conceitos que estão associados à área e perímetro, como noções de região plana, interior de região plana e fronteira de região plana (GERÔNIMO; FRANCO, 2005). A atividade 2 propõe apenas a montagem do objeto, sem apresentar algum questionamento que favoreça, por exemplo, as noções de região plana. Na seção “Explorar e Descobrir”, destaca-se a apresentação dos elementos ponta (sendo correto nomear como vértice) e face, apenas explorando a contagem (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). De acordo com o Manual do Professor, espera-se que o aluno perceba diferenças e semelhanças entre as faces dos sólidos, assim, depende do conhecimento do professor para que atividade favoreça futuramente o entendimento de área e perímetro.

FIGURA 9 – ATIVIDADE 2 - SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

2 COM A AJUDA DE UM ADULTO, MONTE EM SUA CASA OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS ABAIXO USANDO O MATERIAL DAS PÁGINAS 19 E 21 DO *ÁPIS DIVERTIDO*. TRAGA-OS PARA SEREM USADOS EM ATIVIDADES NA SALA DE AULA.

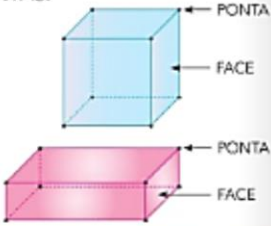


À montagem do cubo e do bloco retangular propostas nesta atividade podem ser feitas em casa ou na sala de aula. Depois de montados os sólidos geométricos, os alunos devem manipulá-los, buscando descobrir semelhanças e diferenças entre eles.

É interessante que as crianças contem as pontas e faces dos sólidos estudados, em uma integração entre números e operações e Geometria (espaço e forma), como proposto nesta seção. Esperamos que os alunos percebam que todas as partes (faces) do cubo têm a mesma forma (quadrado) e tamanho, enquanto no bloco retangular são duas a duas as faces de mesma forma e tamanho.

EXPLORAR E DESCOBRIR

- PEGUE O CUBO QUE VOCÊ MONTOU. VAMOS OBSERVÁ-LO E RESPONDER ÀS PERGUNTAS:
 - A) QUANTAS PONTAS ELE TEM?
 - B) E QUANTAS FACES?
- AGORA É A VEZ DO BLOCO RETANGULAR.
 - A) QUANTAS PONTAS ELE TEM?
 - B) E QUANTAS FACES?

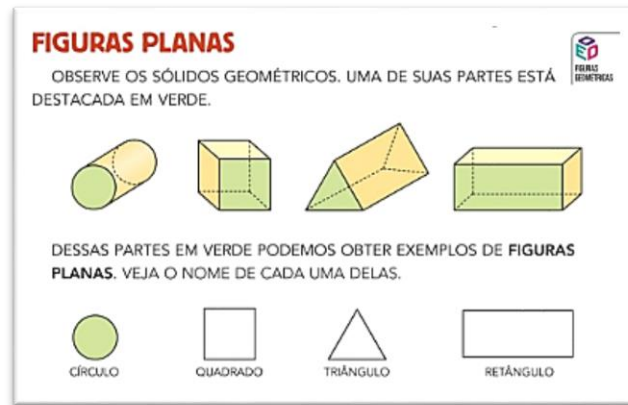


FONTE: DANTE (2014)

- **Figuras Planas**

A introdução de Figuras Planas (Figura 10) apresenta exemplos de figuras planas obtidas a partir de sólidos geométricos. Assim, é possível afirmar que o material pode se configurar como potencialmente favorecedor da exploração de regiões do plano delimitadas e fechadas por uma fronteira, possibilitando posteriormente, a discussão sobre a determinação da área e do perímetro da figura plana, conforme conceituam Gerônimo e Franco (2005). O Manual do Professor indica que a distinção de região plana e seu contorno será feita no próximo volume.

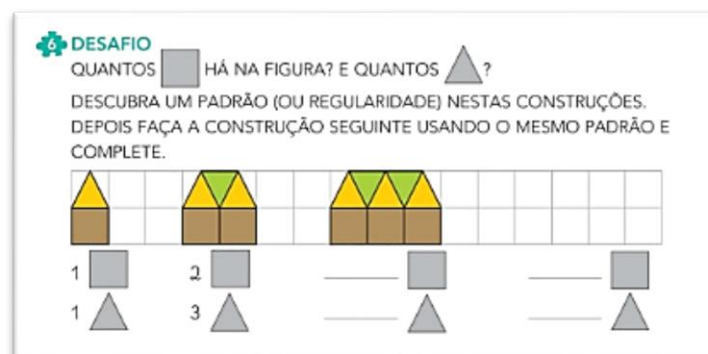
FIGURA 10 – INTRODUÇÃO - FIGURAS PLANAS



FONTE: DANTE (2014).

O desafio (Figura 11), além de desenvolver a observação de como é composta a sequência, usando figuras planas diferentes, trabalha a contagem de figuras diferentes, mas também pode-se destacar a noção de área, pois quando escolhe uma unidade padrão (no caso duas unidades padrões, quadrado e triângulo) e preenche a região sem efetuar sobreposições, está desenvolvendo o conceito de iteração de unidade para medir a área, que consiste em repetir as unidades padrões quadrado e triângulo de tal forma que a construção seguinte obedeça o padrão da sequência. A contagem da iteração das unidades (quadrado e triângulo) está relacionada ao conceito de acúmulo de área, dessa forma calculando a área utilizando duas unidades padrões (quadrado e triângulo) (CLEMMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 11 – DESAFIO - FIGURAS PLANAS

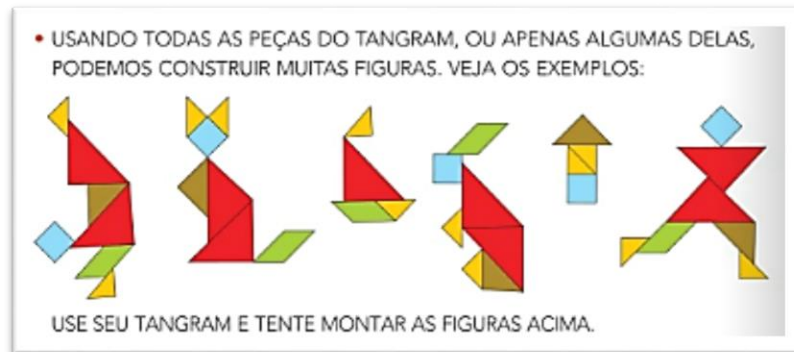


FONTE: DANTE (2014).

Na atividade 10 (Figura 12), identifica-se a possibilidade de ser trabalhado o conceito de conservação da área (CLEMMENTS; STEPHAN, 2004), onde a reorganização das sete peças do Tangram forma figuras diferentes, mas a área permanece a mesma, ressaltando a necessidade de que não ocorra a sobreposição das peças. A Figura 12 apresenta um fragmento da atividade

10, que o aluno em posse do seu Tangram irá tentar montar as diferentes figuras com as sete peças do Tangram, assim será possível verificar a conservação da área. Contudo, o material não apresenta discussões que auxiliem o professor na exploração do cenário exposto sobre o Tangram. Assim, a potencialidade do material didático está intimamente associada aos conhecimentos que esse profissional possui.

FIGURA 12 – ATIVIDADE 10 - FIGURAS PLANAS



FONTE: DANTE (2014).

- **Medida de Comprimento**

A atividade 2 (Figura 13) propõe a introdução de medidas de comprimento com unidades não padronizadas, pois explora o uso de partes do corpo como unidade de medida. As partes do corpo são consideradas unidades de medida não padronizadas, pois podem variar de pessoa para pessoa. Pode-se identificar na atividade 2 a presença do conceito de acúmulo de distância, quando é solicitada ao aluno a contagem da iteração de unidade, no caso o passo, palmo e pé (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 13 – ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE COMPRIMENTO

2 MEDIDAS DE COMPRIMENTO COM UNIDADES NÃO PADRONIZADAS
 PODEMOS USAR PARTES DO NOSSO CORPO PARA MEDIR COMPRIMENTOS.
 OBSERVE E RESPONDA.

- QUANTOS PASSOS DE RUI HÁ NA DISTÂNCIA ENTRE AS DUAS ÁRVORES?
 _____ PASSOS.



- O COMPRIMENTO DA MESA TEM QUANTOS PALMOS DE MÍRIAM?
 _____ PALMOS.



- NA DISTÂNCIA ENTRE OS DOIS VASOS HÁ QUANTOS PÉS DE LAURA?
 _____ PÉS.



FONTE: DANTE (2014).

A atividade “*Explorar e Descobrir*” (Figura 14) pode ser considerada uma atividade potencialmente relevante para o ensino da medição de comprimento, pois mostra que o mesmo objeto pode gerar números distintos associados à medição do mesmo objeto. A medição por acúmulo de distância representa a contagem da iteração. Como a iteração utiliza uma unidade de medida não padronizada, o mesmo comprimento pode ser associado a diferentes números provenientes da contagem da iteração de unidade (CLEMETS; STEPHAN, 2004). Portanto, o número associado à medida do comprimento de um objeto varia de acordo com a unidade utilizada. Essa variação nos valores busca mostrar para a criança a necessidade de usar uma unidade padrão para efetuar a medição. Destaca-se que o enunciado não está claro, como pode ser observado: “lugares da sala de aula e da escola para medir”, medir quais lugares? Também é necessário acrescentar mais uma coluna na tabela para indicar a contagem da iteração, assim teria o objeto (lugar) que estamos medindo o comprimento, qual a unidade de medida utilizada (pé, passo ou palmo) e número que indica a contagem da iteração de unidade (CARAÇA, 2002).

FIGURA 14 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – MEDIDA DE COMPRIMENTO

🔍
EXPLORAR E DESCOBRIR
📎

VOCÊ E SEUS COLEGAS VÃO ESCOLHER ALGUNS LUGARES DA SALA DE AULA E DA ESCOLA PARA MEDIR.
 COMBINE COMO VOCÊS VÃO FAZER: CADA UM MEDE O MESMO COMPRIMENTO COM OS PÉS, PALMOS OU PASSOS.
 FAÇA UM REGISTRO.

O QUE MEDIMOS	UNIDADE DE MEDIDA UTILIZADA

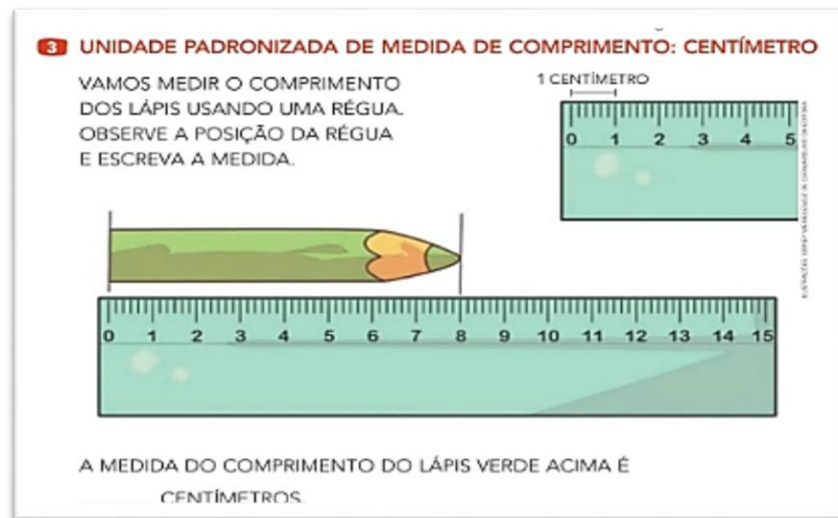
COMPARE AS MEDIDAS QUE VOCÊ ENCONTROU COM AS DOS COLEGAS.

- VOCÊS ENCONTRARAM OS MESMOS VALORES? _____
- POR QUE VOCÊ ACHA QUE ISSO ACONTECEU? _____
- COMO VOCÊS PODEM FAZER PARA ENCONTRAR OS MESMOS VALORES? _____

FONTE: DANTE (2014).

A introdução da unidade de medida padrão centímetro, apresentada na atividade 3 (Figura 15), utiliza uma régua graduada em centímetros, sendo um instrumento de medição que deve fazer parte do cotidiano do aluno, assim dando início a incorporação das unidades de medida padrão (KAMII; CLARK, 1999). O conceito de iteração de unidade está presente quando o pequeno objeto (1 centímetro) é colocado repetidas vezes ao longo do objeto maior (a régua de 15 centímetros). Assim no caso do lápis, a contagem da iteração determina a medida do comprimento por acúmulo de distância (CLEMMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 15 – ATIVIDADE 3 – MEDIDA DE COMPRIMENTO



FONTE: DANTE (2014).

Para executar a atividade 4 (Figura16), é disponibilizado um barbante com exatamente um metro. É importante que o professor mostre como obteve o um metro, assim a criança começa a visualizar a relação entre o centímetro e o metro. Como pode ser observado, a atividade propõe que o aluno compare a largura da porta, a altura do aluno, a altura da mesa e o comprimento da sala, com um barbante de um metro. Assim, a atividade apresenta o potencial de inserir a criança em um cenário de reflexão sobre a necessidade de usar-se de duas unidades de medida na medição de um único objeto, o centímetro e o metro, pois a largura da porta e a altura da mesa, provavelmente é menos do que um metro, enquanto a altura do aluno é mais de que um metro, assim retomando o conceito de particionamento (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). A atividade que pede para medir o comprimento da sala sugere uma observação de como as crianças irão executar essa atividade, se conseguirão entender que necessitam efetuar a contagem da iteração, pois irão necessitar de mais de um barbante com um metro, conseqüentemente desenvolvendo o conceito de acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 16 – ATIVIDADE 4 – MEDIDA DE COMPRIMENTO

4 UNIDADE PADRONIZADA DE MEDIDA DE COMPRIMENTO: METRO
 FAÇA ESTIMATIVAS E RESPONDA ÀS QUESTÕES DESTA PÁGINA.
 AGORA, A PROFESSORA VAI CORTAR PEDAÇOS DE BARBANTE QUE MEDEM EXATAMENTE 1 METRO DE COMPRIMENTO.
 USE UM DELES E DEPOIS MARQUE A ALTERNATIVA CORRETA.
 FINALMENTE, COMPARE COM AS ESTIMATIVAS QUE VOCÊ FEZ.

• A LARGURA DA PORTA É:

1 METRO.
 MAIS DO QUE 1 METRO.
 MENOS DO QUE 1 METRO.



• A SUA ALTURA É:

1 METRO.
 MAIS DO QUE 1 METRO.
 MENOS DO QUE 1 METRO.



• A ALTURA DA MESA DA PROFESSORA É:

1 METRO.
 MAIS DO QUE 1 METRO.
 MENOS DO QUE 1 METRO.



• O COMPRIMENTO DA SALA É:

5 METROS.
 MAIS DO QUE 5 METROS.
 MENOS DO QUE 5 METROS.



FONTE: DANTE (2014).

5.1.1.2 Análise do Volume 2 (2º ano) da Coleção Projeto Ápis

A partir do sumário do Volume 2, destacam-se dois capítulos, o “Capítulo 4 – Regiões planas e seus contornos”, onde são considerados os conteúdos de “Regiões planas” e “Contornos” e o “Capítulo 9 – Grandezas e suas medidas”, sendo considerado o conteúdo de “Grandeza de comprimento e algumas unidades de medida”, a fim de analisá-los de acordo com o “Quadro de Análise dos Livros Didáticos” (Quadro 3).

QUADRO 3 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 2

Conteúdos Analisados		Regiões planas	Contornos	Grandeza comprimento
1.	Conteúdos analisados			
	Área e/ou perímetro			
2.	Pré-requisito	X	X	X
	Presente	X	X	X
3.	Ausente			
	Classificação da definição			
4.	Conceitual	X	X	X
	Procedimental	X	X	X
4.	Sim	X		X
	Não			

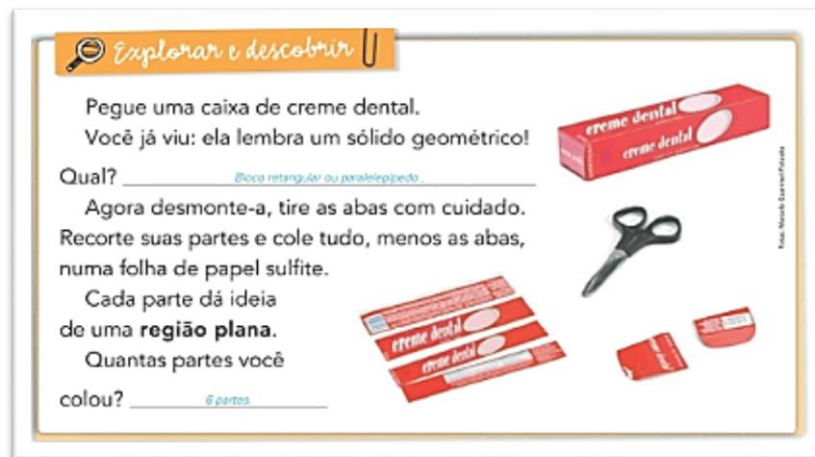
	Não se aplica		X	
5. Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X	X	X
	Atividade procedimental	X	X	X
6. Ilustração	Adequada	X	X	X
	Inadequada			

FONTE: O autor (2018).

- **Regiões planas**

Analisando a atividade “Explorar e descobrir” (Figura 17), constata-se que a ideia da atividade de desmontar um sólido geométrico e identificar as regiões planas que o compõe pode ser considerada como potencialmente relevante para o ensino de área e perímetro, pois as regiões planas obtidas são partes do plano, limitados e fechados por uma fronteira (GERÔNIMO; FRANCO, 2005). No entanto, o enunciado não ficou claro, principalmente quando propõe: “Recorte suas partes e cole tudo, menos as abas”, o que a criança entende por abas? De acordo com o Manual do Professor, as regiões planas que serão exploradas nesta unidade são: retangulares, quadradas, triangulares e circulares, sendo assim, é necessário a intervenção do professor para esclarecer que as abas são regiões planas, mas que no momento não fazem parte das regiões planas estudadas.

FIGURA 17 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – REGIÕES PLANAS




FONTE: DANTE (2014).

Na sequência, o autor utiliza da mesma ideia de desmonte de sólidos geométricos para apresentar as regiões retangulares, quadradas e triangulares. A atividade 7 (Figura 18), a atividade 9 (Figura 19) e a atividade 12 (Figura 20) propõem não somente a quantidade de faces, mas como são estas faces. Considera-se importante o estudo de regiões planas, pois está fortemente ligado ao nosso objeto de estudo, área e perímetro (GERÔNIMO; FRANCO, 2005).

FIGURA 18 – ATIVIDADE 7 – REGIÕES PLANAS

As faces do paralelepípedo são **regiões planas** chamadas **regiões retangulares**.

Paralelepípedo



Regiões retangulares

Agora, responda de acordo com os desenhos acima:

a) Quantas são as faces do paralelepípedo? 6 faces


b) Como são as faces do paralelepípedo? Retângulares, iguais duas a duas

FONTE: DANTE (2014).

FIGURA 19 – ATIVIDADE 9 – REGIÕES PLANAS

As faces do cubo são **regiões planas** chamadas **regiões quadradas**.

Cubo



Regiões quadradas

Observe os desenhos acima e responda:

a) Quantas faces tem o cubo? 6 faces

b) Todas as faces são regiões quadradas? Sim

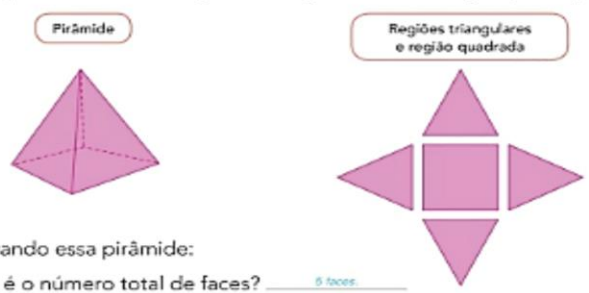
c) Todas as faces têm o mesmo tamanho? Sim

FONTE: DANTE (2014).

FIGURA 20 – ATIVIDADE 12 – REGIÕES PLANAS

12 Vamos voltar à brincadeira de desmontar! Agora é a vez da pirâmide de base quadrada. Ao desmontar uma pirâmide de base quadrada obtemos algumas regiões planas chamadas **regiões triangulares** e uma região plana **quadrada**.

Pirâmide



Regiões triangulares e região quadrada

Observando essa pirâmide:

a) qual é o número total de faces? 5 faces

b) quantas faces são triangulares? 4 faces

FONTE: DANTE (2014).

O enunciado da atividade 14 (Figura 21) apresenta a região circular, partindo da esfera. Como o autor usou o desmonte dos sólidos geométricos para apresentar as regiões retangulares, quadradas e triangulares, é possível que o estudante questione sobre o desmonte da esfera, que para tal questionamento faz necessário a intervenção do professor, pois determinada prática não irá favorecer a apresentação da região circular. Mas poderia usar o desmonte do cilindro, que foi trabalhado nesse volume no capítulo 2, para apresentar a região circular, favorecendo assim o estudo de regiões planas (GERÔNIMO; FRANCO, 2005).

FIGURA 21 – ATIVIDADE 14 – REGIÕES PLANAS

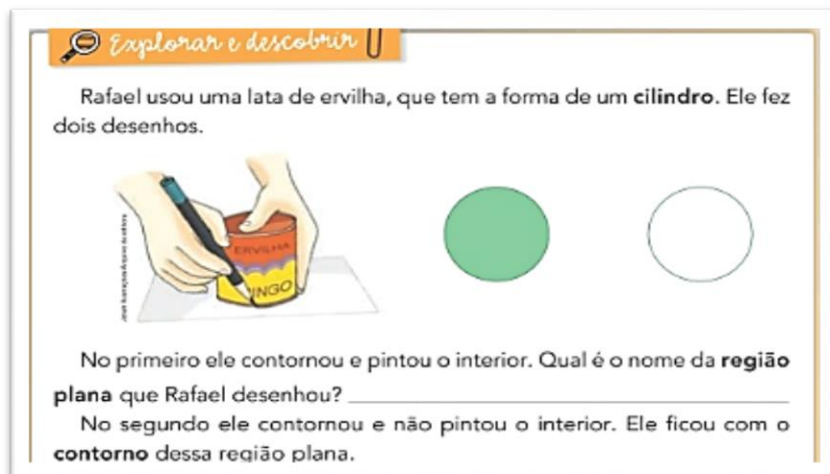


FONTE: DANTE (2014).

- **Contornos**

Na atividade “Explorar e descobrir” (Figura 22), apresenta-se a região plana e seu contorno. É possível verificar que no volume analisado, o autor manteve a conexão entre regiões planas e seus contornos, não explicitando que a área de uma região plana é a parte do plano limitada e fechada pela fronteira desta região plana, que é chamada de perímetro da região plana (GERÔNIMO; FRANCO, 2005).

FIGURA 22 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – CONTORNOS



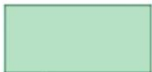
FONTE: DANTE (2014).

O mesmo formato é utilizado pelo autor para apresentar o contorno da região retangular, quadrada e triangular, uma vez que explora características dos contornos dessas figuras, conforme evidenciado nas atividades 1, 2 e 3 (Figura 23) e atividade 4 (Figura 24). Quanto a atividade 4, o item b, indiretamente afirma que a circunferência tem vértice, induzindo a criança a responder um número diferente de zero, sendo que a pergunta mais adequada seria: “A circunferência tem vértice?” Sendo que o autor apresentou o vértice como ponta, conforme a Figura 9 em Sólidos Geométricos.


FIGURA 23 – ATIVIDADES 1, 2 E 3 – CONTORNOS

1 O contorno de uma região retangular é uma **linha** que chamamos de **retângulo**.

Região retangular



Retângulo




a) Quantos lados tem o retângulo? _____


b) Quantos vértices tem o retângulo? _____

2 O contorno de uma região quadrada é uma **linha** que recebe o nome de **quadrado**.

Região quadrada



Quadrado




a) Quantos lados tem o quadrado? _____


b) Quantos vértices tem o quadrado? _____

3 O contorno de uma região triangular é uma **linha** chamada **triângulo**.

Região triangular



Triângulo



a) Quantos lados tem o triângulo? _____


b) Quantos vértices tem o triângulo? _____

FONTE: DANTE (2014).


FIGURA 24 – ATIVIDADE 4 – CONTORNOS

4 O contorno de um **círculo** é uma **linha** que tem o nome de **circunferência**.

Região circular
ou círculo



Circunferência



a) A circunferência tem lados? _____

b) Quantos vértices tem a circunferência? _____

FONTE: DANTE (2014).


Conforme a atividade “Desafio” (Figura 25), há possibilidades de serem explorados os conceitos de particionamento e iteração de unidade (CLEMENTS; STEPHAN, 2004), conceitos considerados importantes para compreensão da medição de área. Destaca-se a presença da expressão “mesmo tamanho” como sinônimo da grandeza “área”, que matematicamente não deve ser adotado como sinônimo de grandezas como comprimento, área ou volume, uma vez que é um termo impreciso. Ou seja, o termo tamanho, quando adotado em sala de aula, pode assumir diversos significados.

FIGURA 25 – ATIVIDADE DESAFIO – CONTORNOS


Desafio

Agora a decomposição da região quadrada deve ser feita em 4 regiões iguais, ou seja, de mesma forma e mesmo tamanho, como no item a, que já está feito.


a) Em 4 regiões
retangulares iguais.



b) Em 4 regiões
quadradas iguais.



c) Em 4 regiões
triangulares iguais.



FONTE: DANTE (2014).

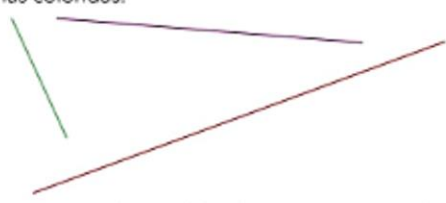
- **Grandeza Comprimento**

A proposta do autor é reapresentar a unidade de medida padrão centímetro, pois já apresentou no Volume 1, da mesma maneira como apresentou as unidades milímetro e metro. No caso da unidade de medida centímetro, destaca-se a atividade 4 (Figura 26), que propõe a estimativa, podendo ser relacionada ao conceito do particionamento, sendo a atividade mental de dividir um objeto em partes iguais. E na sequência, a medição das linhas com o uso da régua

graduada, que favorece a discussão sobre os conceitos de iteração de unidade e acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). No caso do item b, é possível verificar se o aluno estimou a iteração da unidade (1 centímetro) adequadamente.

FIGURA 26 – ATIVIDADE 4 – GRANDEZA COMPRIMENTO

4 Estimativa
Observe as linhas coloridas.



a) Faça uma estimativa da medida do comprimento dessas linhas, em centímetros, e registre na tabela. Depois meça com a régua e escreva os valores exatos.

Comprimento das linhas coloridas

Cor	Estimativa (em cm)	Valor exato

b) Quantas das três estimativas você acertou? _____

FONTE: DANTE (2014).

A atividade “Explorar e descobrir” apresenta a unidade de medida milímetro como a partição do centímetro, assim, ocorrendo a iteração de unidade (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Na sequência, a atividade 1 (Figura 27) propõe um processo de medição de situações distintas. Nos itens a e b utiliza apenas uma unidade de medida, no caso o milímetro, nos itens c e d utiliza duas unidades de medida, centímetro e milímetro. Sendo uma atividade focada no procedimento, pois o autor não propõe nenhum questionamento quanto a necessidade da unidade de medida milímetro, assim como a conveniência de usar o milímetro para que o processo de medição seja mais preciso.

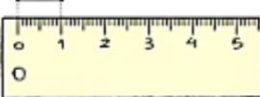
FIGURA 27 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR E ATIVIDADE 1 – GRANDEZA COMPRIMENTO

Explorar e descobrir


Pegue uma régua e observe cada centímetro.
Ele está dividido em quantas partes iguais? _____

Cada uma dessas partes corresponde a outra unidade de medida de comprimento: o **milímetro (mm)**.

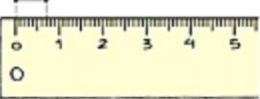
1 Vamos registrar algumas medidas de comprimento usando o milímetro (mm).
Observe os exemplos e complete as demais medidas.

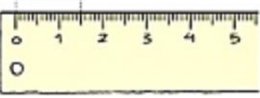


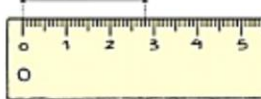
1 cm ou 10 mm




1 cm e 4 mm ou 14 mm

a)  _____ mm

b)  _____ cm e _____ mm

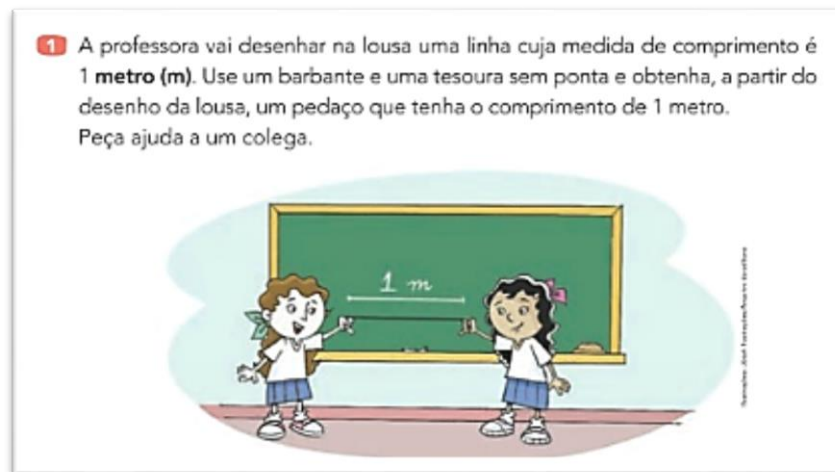
c)  _____ mm

d)  _____ cm e _____ mm

FONTE: DANTE (2014).

O autor apresentou a unidade de medida metro por meio da atividade 1 (Figura 28). Como no Volume 1 já foram desenvolvidas atividades utilizando um barbante de um metro, a reapresentação poderia propor o uso de um instrumento de medição como uma fita métrica ou uma régua graduada com 100 centímetros, podendo ser fornecida nos encartes com imagens para recortes no final do livro. A visualização de um instrumento de medição favorece ao aluno o entendimento das relações entre metro, centímetro e milímetro. Logo, quando os alunos percebem que as unidades também podem ser particionadas, eles compreendem a ideia de que o comprimento é contínuo (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

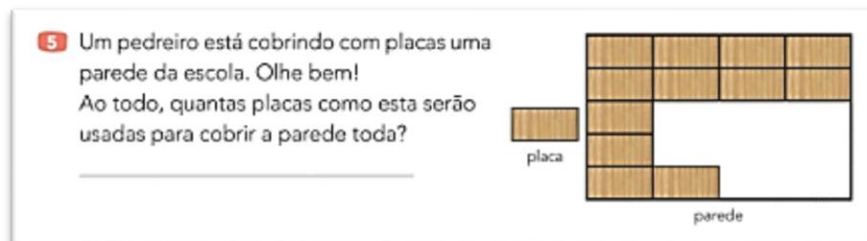
FIGURA 28 – ATIVIDADE 1 – GRANDEZA COMPRIMENTO



FONTE: DANTE (2014).

Na seção “Mais atividades e problemas”, a atividade 5 (Figura 29) desenvolve os conceitos de particionamento e iteração de unidade (CLEMENTS; STEPHAN, 2004), para medir a área. Quanto ao enunciado, destaca-se que não foi citado que as placas não podem ser sobrepostas e nem deixar lacunas entre elas para cobrir a parede, sendo uma das condições para medir a área de uma superfície (PONTE; SERRAZINA, 2000).

FIGURA 29 – MAIS ATIVIDADES E PROBLEMAS - ATIVIDADE 5 – GRANDEZA COMPRIMENTO



FONTE: DANTE (2014).

5.1.1.3 Análise do Volume 3 (3º ano) da Coleção Projeto Ápis

A partir do sumário do Volume 3, destacam-se dois capítulos, o “Capítulo 4 – Regiões planas e seus contornos”, onde serão considerados os conteúdos de “Regiões planas” e “Contornos” e o “Capítulo 8 – Grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade”, onde será considerado o conteúdo de “Medida de comprimento”, a fim de analisá-los de acordo com o “Quadro de Análise dos Livros Didáticos” (Quadro 4).

Conteúdos Analisados		Regiões planas	Contornos	Medida de comprimento
1. Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro			
	Pré-requisito	X	X	X
2. Conceito/definição	Presente	X	X	X
	Ausente			
3. Classificação da definição	Conceitual	X		X
	Procedimental	X	X	X
4. Aprofundamento	Sim	X	X	X
	Não			
	Não se aplica			
5. Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X		X
	Atividade procedimental	X	X	X
6. Ilustração	Adequada	X	X	X
	Inadequada			

Fonte: O autor (2018).

- **Regiões planas**

A atividade 7 (Figura 30), apresenta a possibilidade de trabalhar a decomposição das regiões planas, onde tal prática futuramente irá auxiliar no cálculo da área da superfície.

FIGURA 30 – ATIVIDADE 7 – REGIÕES PLANAS

7 A partir da região plana P, Sara obteve duas regiões triangulares. Para isso, ela usou a régua e desenhou só um traço verde.

- Faça o mesmo nas regiões planas abaixo. Use a régua e, com um só traço, a partir da região plana dada, obtenha as regiões planas pedidas.

a) Obtenha uma região quadrada e uma região retangular.

b) Obtenha duas regiões triangulares.

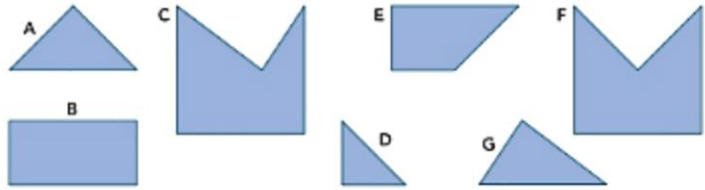
• Atenção! A figura ao lado mostra a mesma região P do início. A partir dela, com um só traço, obtenha duas regiões triangulares e uma região retangular.

FONTE: DANTE (2014).

Na atividade 8 (Figura 31), o autor explorou outros tipos de regiões planas, e não somente a região quadrada, retangular e triangular. Também impõe que o aluno junte duas ou três regiões para cobrir a região quadrada, mas não cita que as peças não podem ser sobrepostas. Assim é necessário que o autor apresente a condição da não sobreposição das regiões planas (PONTE; SERRAZINA, 2000), para que seja possível desenvolver o conceito de conservação da área, no qual peças diferentes podem cobrir a mesma superfície (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 31 – ATIVIDADE 8 – REGIÕES PLANAS

B Mário desenhou, pintou e recortou as regiões planas abaixo.



Destaque essas regiões planas da página 35 do *Ápis Divertido*. Depois, juntando duas ou três delas, forme três regiões quadradas iguais a esta verde abaixo. Escreva as letras das regiões que foram usadas em cada uma das três construções.

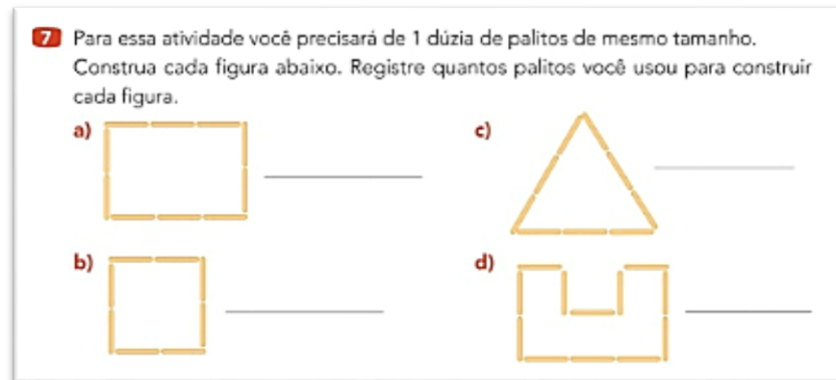
- _____ e _____
- _____ e _____
- _____, _____ e _____

FONTE: DANTE (2014).

- **Contornos**

A atividade 7 (Figura 32), por meio da distribuição dos palitos (unidade de comprimento) ao longo do contorno de cada figura, apresenta um cenário investigativo no processo de ensino, desenvolvendo o conceito da iteração de unidade e da contagem como o acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Entretanto, novamente o autor, inadequadamente, apropria-se da expressão “tamanho”, como sendo sinônimo de comprimento.

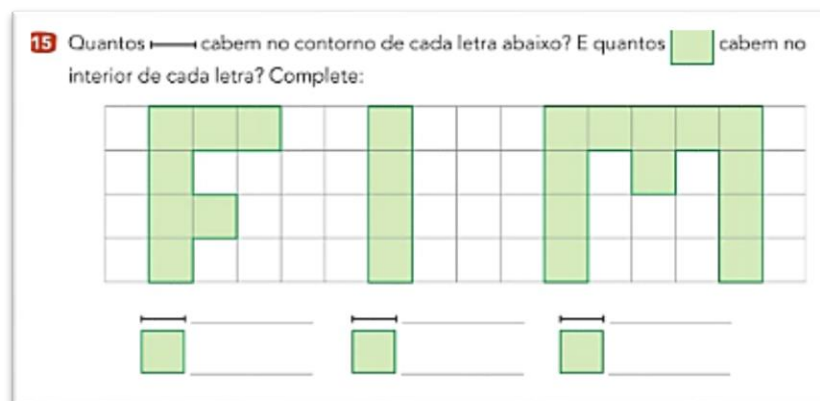
FIGURA 32 – ATIVIDADE 7 – CONTORNOS



FONTE: DANTE (2014).

Na seção “Mais atividades e problemas”, a atividade 15 (Figura 33) apresenta uma proposta que analisa, ao mesmo tempo, os conceitos de área e perímetro, que de acordo com Chappell e Thompson (1999), esse tipo de atividade propicia ao aluno a possibilidade de distinguir os dois objetos de estudo.

FIGURA 33 – MAIS ATIVIDADES E PROBLEMAS - ATIVIDADE 15 – CONTORNOS



FONTE: DANTE (2014).

- **Medida de comprimento**

A atividade “Explorar e descobrir” (Figura 34), possui o potencial de colocar o aluno em contato com as medidas do palmo e do pé, apresentando para o professor a possibilidade de exploração de unidades de medida não padronizadas.

FIGURA 34 – EXPLORAR E DESCOBRIR – MEDIDA DE COMPRIMENTO

Explorar e descobrir

- Pegue uma folha de papel sulfite e contorne sua mão aberta, como mostra a figura abaixo. Deixe a mão bem aberta.
- Pegue outra folha, tire o tênis ou sapato e contorne seu pé.



- Estime quantos centímetros (cm) têm seu palmo e seu pé. Registre sua estimativa junto dos contornos que você fez.



- Use uma régua e meça o comprimento dos desenhos que você fez de seu palmo e de seu pé. Registre a medida ao lado dos desenhos.

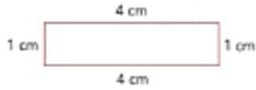
FONTE: DANTE (2014).

Neste volume é apresentado o perímetro como sendo o comprimento do contorno (Figura 35), sem explicitar que o contorno é a fronteira *fechada* da região plana (FRANCO; GERÔNIMO, 2005). Ou seja, o autor apresentou uma conceituação incompleta, dando margem para que quando o estudante a associe a figuras cujo contorno não seja fechado, o interprete como sendo o perímetro.

FIGURA 35 – PERÍMETRO DO CONTORNO – MEDIDA DE COMPRIMENTO

VOCÊ SABIA QUE... ... a medida do comprimento de um contorno é chamada de **perímetro** do contorno?

O perímetro do retângulo ao lado é 10 cm ($4 + 1 + 4 + 1 = 10$).

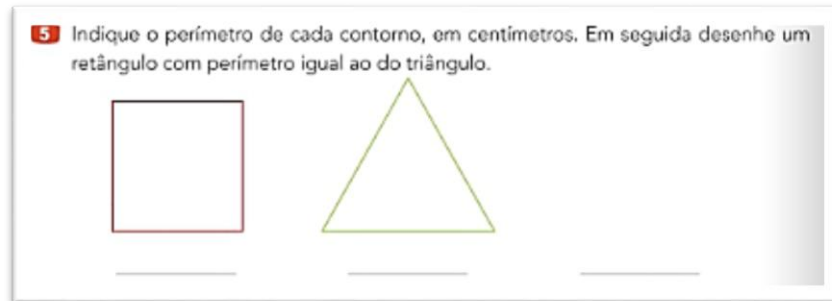


FONTE: DANTE (2014).

Na sequência do “Você sabia que...”, a atividade 5 (Figura 36) explora o processo de medição do comprimento do perímetro de polígonos (GERÔNIMO; FRANCO, 2005). Além disso, propõe um cenário investigativo, no qual o aluno precisará elaborar uma estratégia de construção de um retângulo que possua o perímetro com a mesma medida de comprimento da medida do perímetro do triângulo. Assim envolvendo os conhecimentos

sobre as características das figuras planas, e possibilitando que o professor explore sobre as diversas possibilidades de retângulos que podem ser formados com o mesmo perímetro.

FIGURA 36 – ATIVIDADE 5 – MEDIDA DE COMPRIMENTO



FONTE: DANTE (2014).

5.1.1.4 Análise do Volume 4 (4º ano) da Coleção Projeto Ápis

A partir do sumário do Volume 4, destacam-se dois capítulos, o “Capítulo 4 - Regiões planas e seus contornos”, considerando os conteúdos “Segmentos de reta e Polígonos” e no “Capítulo 8 - Grandezas e medidas: comprimento e superfície”, considerando os conteúdos “Medida de comprimento e perímetro” e “A ideia de área”, a fim de analisá-los de acordo com o “Quadro de Análise dos Livros Didáticos” (Quadro 5).

QUADRO 5 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 4

Conteúdos Analisados		Segmentos de reta e Polígonos	Medidas de comprimento e perímetro	A ideia de área
1.	Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro	X	X
		Pré-requisito	X	
2.	Conceito/definição	Presente	X	
		Ausente		X
3.	Classificação da definição	Conceitual	X	X
		Procedimental	X	X
4.	Aprofundamento	Sim		
		Não		
		Não se aplica	X	X
5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X	X
		Atividade procedimental	X	X
6.	Ilustração	Adequada	X	X
		Inadequada		

FONTE: O autor (2018).

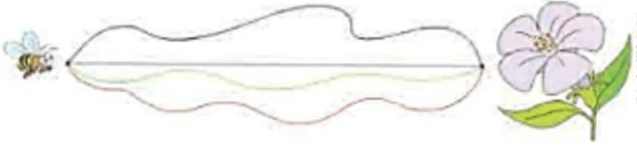
- **Segmento de reta e polígonos**

A atividade 1 e 2 (Figura 37) introduz a noção de segmento de reta, como sendo o caminho (distância) mais curto entre dois pontos. E o segmento de reta está associado ao perímetro de polígonos. O Manual do Professor orienta sobre a importância deste conceito da geometria, assim como a necessidade do uso da régua para traçar os segmentos. Mas a expressão “caminho mais curto” não é adequada como definição de segmento de reta, pois depende do tipo de superfície que se está trabalhando, assim, as atividades poderiam propor que fosse identificada “a menor distância” entre dois pontos.

FIGURA 37 – ATIVIDADE 1 E 2 – SEGMENTO DE RETA

1 Observe alguns caminhos para a abelha chegar à flor. Cada um tem uma cor.

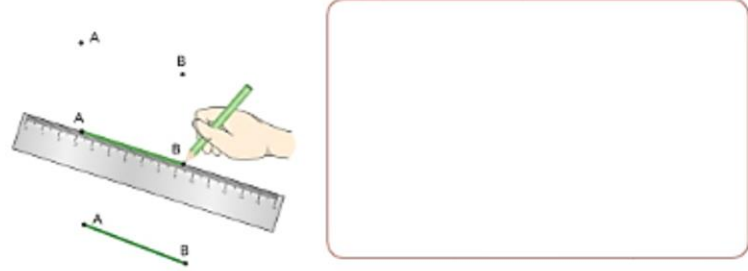
- Assinale o caminho mais curto para a abelha ir até a flor.



- Existe algum outro caminho que não foi desenhado e que seja ainda mais curto do que esse? _____

2 Veja os pontos **A** e **B** indicados abaixo. Usando uma régua, podemos traçar o caminho mais curto entre esses pontos, como na sequência abaixo.

- Agora marque outros dois pontos no quadro e ligue-os com uma régua.



Chamamos de **segmento de reta** a linha que indica o caminho mais curto entre dois pontos. No exemplo acima, os pontos **A** e **B** são as **extremidades** do segmento de reta. Representamos esse segmento de reta assim: \overline{AB} ou \overline{BA} .

FONTE: DANTE (2014).

Como podemos observar na Figura 38, a definição de polígono apresentada pelo autor está incompleta. De acordo Barbosa (1994), “uma poligonal é uma figura formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, \dots, A_n e pelos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{n-1}A_n$. Os pontos são os vértices da poligonal e os segmentos são os seus lados” (p. 44). Assim um polígono é uma poligonal, onde são satisfeitas as condições, “(a) $A_n=A_1$, (b) os lados da poligonal se

interceptam somente em suas extremidades, (c) cada vértice é extremidade de dois lados e (d) dois lados com mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta” (BARBOSA, 1994, p.44). Assim os polígonos são linhas fechadas, formadas apenas por segmentos de reta, que se cruzam somente em suas extremidades. Nesse cenário, o autor deveria ter apresentado exemplos de polígonos e de não polígonos, explorando o significado da expressão “segmentos de reta que não se cruzam”. Quanto ao conteúdo, os polígonos³ estão diretamente ligados ao segmento de reta e ao contorno fechado da região plana, assim conectando-se com o perímetro.

FIGURA 38 – INTRODUÇÃO – POLÍGONOS



FONTE: DANTE (2014).

A atividade 9 (Figura 39) apresenta a definição de região poligonal, proporcionando por meio da atividade, a diferenciação entre as regiões poligonais e não poligonais. Como observa-se nas atividades anteriores, o polígono está associado com o perímetro e a região poligonal com a área.







³ Ressaltamos que, não iremos focar nossas análises nos elementos e na classificação dos polígonos, mas nas relações do conteúdo com área e perímetro.

FIGURA 39–ATIVIDADE 9 – REGIÃO POLIGONAL

9 Regiões poligonais
 Leia com atenção:

Região poligonal é toda região plana cujo contorno é um polígono.

• Agora observe as regiões planas abaixo e assinale as que são regiões poligonais.

a)  c)  e) 
 b)  d)  f) 

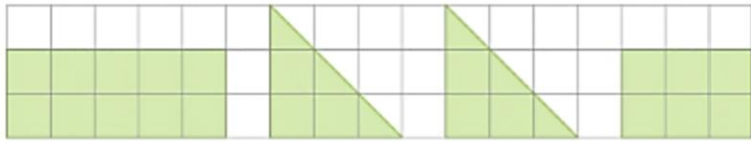
FONTE: DANTE (2014).

A atividade “Desafio” (Figura 40) propõe a composição de uma região quadrada a partir de quatro regiões poligonais não quadradas, favorecendo o entendimento sobre o conceito de conservação de área, assim constatando que a área da região quadrada é a mesma da soma das quatro regiões poligonais (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Destaca-se que o enunciado não orientou que as regiões não poderiam ser sobrepostas para formar uma região quadrada, condição necessária para cobrir uma superfície (PONTE; SERRAZINA, 2000).

FIGURA 40 – ATIVIDADE DESAFIO – REGIÃO POLIGONAL

10 Desafio

Inicialmente copie as quatro regiões poligonais abaixo na malha quadriculada da página 35 do *Ápis Divertido*. Em seguida, pinte e recorte as regiões.




• Agora o desafio: cole as quatro regiões no espaço ao lado de modo que formem uma região quadrada.

• Finalmente, complete a frase abaixo com as formas das regiões poligonais para descrever o que foi feito:

Com duas regiões retangulares
 e duas regiões triangulares
 foi composta uma região quadrada.

Possível resposta:




FONTE: DANTE (2014).

- **Medida de comprimento e perímetro**

A atividade 2 (Figura 41) propõe primeiramente que o aluno determine a medida do comprimento do segmento de reta, tendo como unidade de medida *palito*. Constata-se que o enunciado não está correto, pois não especifica que a unidade de medida é o comprimento de um palito. Também é possível verificar que não ocorreu a especificação da unidade de medida na atividade envolvendo o retângulo. Na última parte da atividade 2, a expressão “Medida do contorno todo”, implicitamente pode-se entender como a medição do comprimento da fronteira da região plana fechada (FRANCO; GERÔNIMO, 2005), mas a definição de perímetro apresentada na atividade, não contempla o contorno fechado da figura plana. Ainda é possível explorar o conceito de acúmulo de distância (CLEMETS; STEPHAN, 2004), sendo necessário que a unidade de medida esteja especificada corretamente, no caso, de acordo com a ilustração.


FIGURA 41 – ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO

2 Maria está representando figuras geométricas com palitos.
Veja o que ela fez e complete.



Um segmento de reta

A medida do seu comprimento é igual a ____ palitos.



Um retângulo

Medida do comprimento: ____ palitos.

Medida da largura: ____ palito.

Medida do contorno todo: ____ palitos.

A medida do comprimento de um contorno chama-se **perímetro**.

FONTE: DANTE (2014).

A atividade “Explorar e descobrir” (Figura 42), propõe indícios de comparação entre área e perímetro, pois é possível visualizar a diferença variacional, que consiste na possibilidade de a área e o perímetro não variar necessariamente no mesmo sentido, e de que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa (BALDINI, 2004).

FIGURA 42 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – MEDIDA DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO

Explorar e descobrir

Construa, sem quebrar palitos, todos os retângulos possíveis com perímetro de 14 palitos. Esboce seus desenhos no espaço abaixo. Considere o lado do quadrinho como um palito.

6 palitos
 $(2 + 1 + 2 + 1 = 10)$

8 palitos
 $(3 + 2 + 3 + 2 = 10)$

4 palitos
 $(1 + 3 + 1 + 3 = 10)$

FONTE: DANTE (2014).

- **A ideia de área**

A introdução da ideia de área através da atividade 1 (Figura 43) contemplou os conceitos de particionamento, iteração de unidade e o acúmulo de área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Mas o enunciado não orientou que as folhas de papel deveriam cobrir a superfície sem deixar lacunas ou efetuar sobreposições, condição necessária para determinar a área (PONTE; SERRAZINA, 2000).

FIGURA 43 – ATIVIDADE 1 – A IDEIA DE ÁREA

A ideia de área

1 Jairo está cobrindo o tampo da mesa com folhas de papel sulfite.
 Responda: quantas folhas ele vai usar no total? _____

A medida que Jairo está obtendo é chamada **medida de superfície** ou **área**.

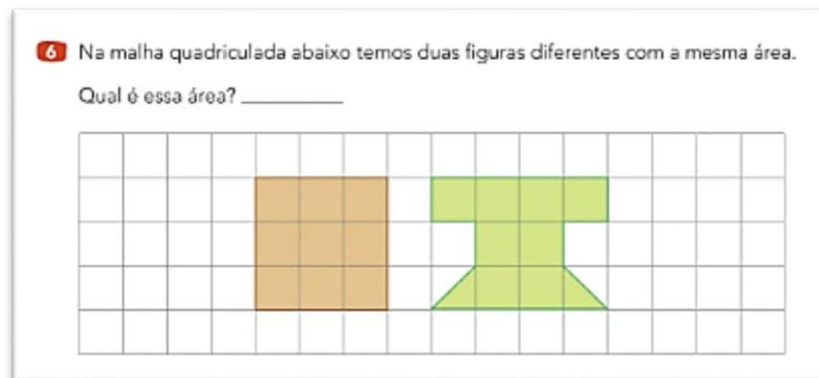
Ele está usando uma unidade de medida não padronizada. Qual é ela?

Dizemos que a área do tampo da mesa é de 16 folhas.

FONTE: DANTE (2014).

A atividade 6 (Figura 44) apresenta duas figuras diferentes com a mesma área, sendo uma oportunidade para trabalhar a reorganização do desenho na malha quadriculada, pois no segundo desenho o aluno deverá considerar a soma das áreas dos triângulos ($0,5 \text{ cm}^2$) como sendo igual a 1 cm^2 . Esta atividade favorece o entendimento dos conceitos de iteração de unidade, acúmulo de área e também da conservação da área no segundo desenho (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

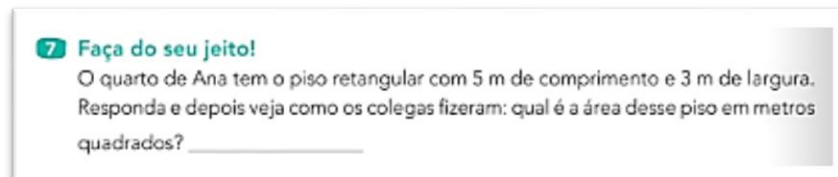
FIGURA 44 – ATIVIDADE 6 – A IDEIA DE ÁREA



FONTE: DANTE (2014).

A atividade 7 (Figura 45) pode favorecer o processo de ensino do particionamento, mas faltou no enunciado a orientação para que o aluno esboce um retângulo para representar a situação, o que possibilitaria ao aluno subdividir a região plana, que posteriormente irá facilitar o entendimento da construção das fórmulas para os cálculos de área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 45 – ATIVIDADE 7 – A IDEIA DE ÁREA






FONTE: DANTE (2014).

- **Perímetro e área**

Na atividade 1 (Figura 46) o aluno precisará medir as regiões planas, dividir (quadricular) e após, comparar perímetro e área através de uma tabela. É possível observar a possibilidade de trabalhar os conceitos de particionamento, iteração de unidade e acúmulo de unidade (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). E ainda discutir as diferenças entre área e perímetro, que de acordo com Baldini (2004), são: topológica, dimensional, computacional e variacional.

FIGURA 46 – ATIVIDADE 1 – PERÍMETRO E ÁREA

1 Faça as medidas das regiões planas abaixo, os quadriculados, os cálculos necessários e depois complete a tabela.

a)  b)  c) 

Perímetro e área de regiões planas

	Perímetro (em cm)	Área (em cm ²)
a		
b		
c		

• Finalmente, responda:
Quais são as duas regiões planas de perímetros iguais?

Suas áreas também são iguais?

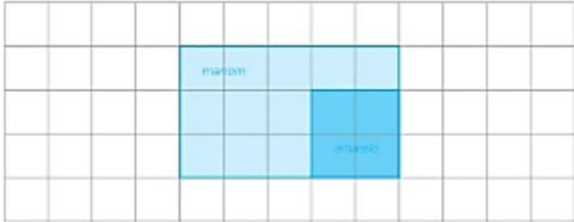
FONTE: DANTE (2014).

A atividade 9 (Figura 47) é potencialmente associável ao ensino de área e perímetro, pois segundo Chappell e Thompson (1999), os alunos precisam desenvolver atividades em que analisem ao mesmo tempo área e perímetro, possibilitando a distinção dos dois objetos em estudo. Sendo possível explorar as diferentes formas de representar a posição do tapete sobre o piso da sala, questionando se ocorreu ou não alteração nos valores obtidos para área e perímetro.

FIGURA 47 – ATIVIDADE 9 – PERÍMETRO E ÁREA

9 A sala da casa de Artur tem o piso retangular de 5 m por 3 m. Nessa sala há um tapete quadrado com lados de 2 m.

• Faça um desenho no espaço abaixo representando o piso da sala (marrom) e o tapete sobre o piso (amarelo).
Use a seguinte escala: 1 cm no desenho para cada metro na sala real.



• Agora indique em metros e em metros quadrados:

a) O perímetro da sala: 16 m ($5 + 3 + 5 + 3 = 16$)

b) O perímetro do tapete: 8 m ($2 + 2 + 2 + 2 = 8$ ou $4 \times 2 = 8$)

c) A área da sala: 15 m²

d) A área do tapete: 4 m²

e) A área da sala que não ficou coberta pelo tapete: 11 m² ($15 - 4 = 11$)

FONTE: DANTE (2014).

5.1.1.5 Análise do volume 5 (5º ano) da Coleção Projeto Ápis

A partir do sumário do volume 5, destaca-se o “Capítulo 11 – Grandezas e medidas”, onde serão considerados os conteúdos de “Medida de comprimento”, “Medida de superfície: área” e “Área das principais regiões poligonais”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 6).

QUADRO 6 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO ÁPIS – VOLUME 5

Conteúdos Analisados		Medida de comprimento	Medida de superfície: área	Área das principais regiões poligonais
1.	Conteúdos analisados		X	X
	Pré-requisito	X		
2.	Conceito/definição			
	Presente	X	X	X
	Ausente			
3.	Classificação da definição			
	Conceitual		X	
	Procedimental	X	X	X
4.	Aprofundamento			
	Sim	X	X	X
	Não			
	Não se aplica			
5.	Tipo de atividade proposta			
	Atividade conceitual		X	
	Atividade procedimental	X	X	X
6.	Ilustração			
	Adequada	X	X	X
	Inadequada			

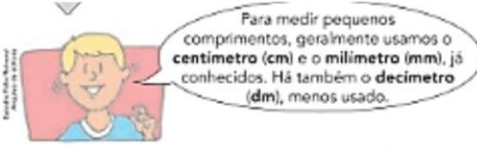
FONTE: O autor (2018).

- **Medida de comprimento**

Nos volumes anteriores já foram exploradas as unidades padronizadas: quilômetro, metro, centímetro e milímetro. Neste volume é apresentado o decímetro, como pode-se observar na atividade 5 (Figura 48). O autor utilizou o campo de Números e Operações através do conteúdo de “Números decimais”, para apresentar o decímetro, centímetro e o milímetro como o fracionamento do metro. O Manual do Professor orienta o uso de material concreto, como fita métrica ou régua, assim, a intervenção do professor demonstrando cada situação da introdução da atividade, favorece o entendimento dos conceitos de particionamento, iteração de unidade e acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 48 – ATIVIDADE 5 – MEDIDA DE COMPRIMENTO

5 Veja:



Para medir pequenos comprimentos, geralmente usamos o **centímetro (cm)** e o **milímetro (mm)**, já conhecidos. Há também o **decímetro (dm)**, menos usado.

<p>O centímetro (cm) é a centésima parte do metro.</p> $1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$	<p>O milímetro (mm) é a milésima parte do metro.</p> $1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$	<p>O decímetro (dm) é a décima parte do metro.</p> $1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$
---	---	---

Agora complete de acordo com as informações acima ou olhando em uma régua ou fita métrica:


a) 1 m = _____ cm	d) 1 cm = _____ mm	g) 1,4 cm = _____ mm
b) 1 m = _____ mm	e) 1 dm = _____ cm	h) 0,35 m = _____ mm
c) 1 m = _____ dm	f) 0,5 m = _____ cm	i) 20 cm = _____ dm

FONTE: DANTE (2014).

A atividade 7 (Figura 49) apresenta uma situação real para analisar e ainda de comparação entre medidas de comprimento padronizadas. No caso solicita a medida do comprimento da circunferência da Terra na Linha do Equador em metros. Uma situação que pode favorecer a discussão que para medir distâncias grandes, é adequado usar a unidade de medida de comprimento quilômetro, não focando apenas no procedimento de transformação de quilômetros para metro.

FIGURA 49 – ATIVIDADE 7 – MEDIDA DE COMPRIMENTO

VOCÊ SABIA QUE... ... a medida do comprimento da circunferência da Terra, na linha do equador, é de aproximadamente 40075 km?



7 Responda depressinha! Quantos metros tem aproximadamente a medida do comprimento da circunferência da Terra na linha do equador?

FONTE: DANTE (2014).

A atividade 10 (Figura 50) além de explorar o perímetro e o campo de Números e Operações, favorece os conceitos de particionamento, iteração de unidade e acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004), que estão presentes no item c. No item a, a expressão “medida de todo o contorno”, considera o perímetro como a medição da fronteira fechada da região plana (GERÔNIMO; FRANCO, 2005). A distribuição dos pés de alface pode favorecer o entendimento do cálculo de área. No caso, o ato mental de dividir o espaço em unidades bidimensionais (conceito de particionamento), assim é possível formar uma matriz

(linhas e colunas), formando uma malha quadriculada, favorecendo o entendimento do cálculo da área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 50 – ATIVIDADE 10 – MEDIDA DE COMPRIMENTO

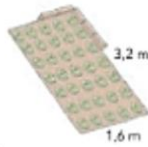
10 Para cercar um canteiro retangular com tijolos, Alfredo mediu seu comprimento e sua largura. Veja na figura e responda:

a) Qual é a medida de todo o contorno do canteiro?

b) Que nome é dado a essa medida? _____

c) Se cada tijolo tem 40 cm de comprimento, quantos tijolos serão usados na volta toda? _____

d) Quantos pés de alface estão plantados no canteiro? _____



FONTE: DANTE (2014).

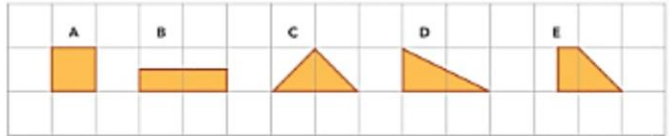
- **Medida de superfície: área**

A ideia de área já foi trabalhada no volume anterior, mas destacam-se neste volume algumas atividades que buscam aprofundar alguns conceitos e procedimentos.

A atividade 2 (Figura 51) apresenta a necessidade de reorganizar as regiões planas para responder o que se pede. Nos itens b e c, a atividade propõe a composição de regiões planas com unidades de medida de áreas não inteiras ($0,5 \text{ cm}^2$ e $3,5 \text{ cm}^2$), considera-se que tal proposta aprofunda os procedimentos para o cálculo de área.

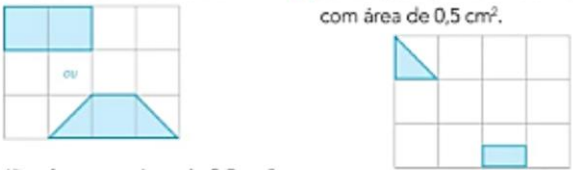
FIGURA 51–ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE: ÁREA

2 Entre as regiões abaixo, identifique as que têm área de 1 cm^2 . Todas




Agora desenhe e pinte de acordo com o indicado. *Há outras respostas possíveis. Exemplos:*

a) Uma região plana com área de 2 cm^2 . **b)** Duas regiões planas diferentes, ambas com área de $0,5 \text{ cm}^2$.



c) Uma região plana com área de $3,5 \text{ cm}^2$.



FONTE: DANTE (2014).

A atividade 3 (Figura 52) possibilita que o aluno faça as subdivisões na região plana, quando de forma mental, está desenvolvendo o particionamento da superfície, quando por exemplo, quadriculando a figura (a atividade não explicita esta proposta), desenvolve a iteração de unidade e na sequência, determinando a área pelo acúmulo de unidade (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). O item f da atividade, pode conduzir o aluno a explorar a composição e decomposição das figuras.

FIGURA 52 – ATIVIDADE 3 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE: ÁREA

3 Observe a figura ao lado e indique as seguintes áreas:

a) Área da região marrom: _____

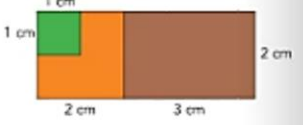
b) Área da região verde: _____

c) Área da região laranja: _____

d) Área das regiões laranja e marrom juntas: _____

e) Área que a região marrom tem a mais do que a região verde: _____

f) Área de todas as regiões juntas. Calcule de duas maneiras diferentes:



FONTE: DANTE (2014).

A atividade 6 (Figura 53) oportuniza ao aluno à análise, ao mesmo tempo, dos conteúdos de área e perímetro, propiciando a possibilidade de distinguir os dois objetos de estudo (CHAPPELL; THOMPSON, 1999). Destaca-se a possibilidade de o professor explorar com os alunos as diferenças topológicas, dimensional, computacional e variacional entre área e

perímetro (BALDINI, 2004). O enunciado da atividade descreve que a folha de papel está quadriculada em centímetros, mas observa-se que as regiões planas B e D apresentam retângulos sem especificar as dimensões, que são necessárias para determinar a área e o perímetro.

FIGURA 53 – ATIVIDADE 6 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE: ÁREA

6 **Perímetro e área**

A folha de papel está quadriculada em centímetros. Determine o perímetro (em cm) e a área (em cm²) de cada região plana e registre na tabela. Depois responda.

Medidas das regiões planas

Região plana	A	B	C	D	E	F
Perímetro (em cm)						
Área (em cm ²)						

a) Dessas seis regiões planas, quais têm a mesma área? _____

b) Elas também têm o mesmo perímetro? _____

FONTE: DANTE (2014).


- **Área das principais regiões poligonais**

Nas atividades 1 e 2 (Figura 54) é apresentado o procedimento de como é calculada a área do retângulo (atividade 1) e, na sequência (atividade 2), propõe que o aluno analise e calcule a área de alguns retângulos. Como podemos observar, o aluno pode apresentar dificuldade para responder os itens B, E e F, pois é necessário que tenha a capacidade de particionar a unidade de área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004), sendo fundamental o conhecimento do professor em todo o processo. O enunciado da atividade 2 não descreve as dimensões dos retângulos das regiões B, E e F, somente descreve que as regiões estão desenhadas em uma folha de papel quadriculado de 1 cm.

FIGURA 54 – ATIVIDADES 1 E 2 – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS

1 Área da região retangular

Observe a região retangular amarela ao lado, cujo comprimento mede 3,5 cm e cuja largura mede 1,5 cm.

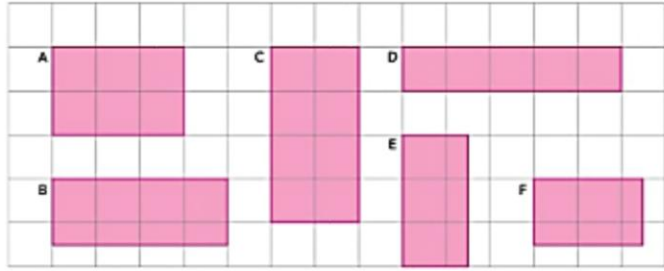


a) Escreva sua área: $5,25 \text{ cm}^2$.
 $17 - 1 + 7 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,25 = 5,25$

b) Use uma calculadora e efetue: $3,5 \times 1,5 = 5,25$.

2 Será que em todas as regiões retangulares acontece o mesmo que foi visto na atividade 1?

Considere as regiões retangulares abaixo, desenhadas em uma folha de papel quadriculado de 1 cm. Preencha a tabela e verifique em mais alguns exemplos. Use a calculadora quando necessário.



Regiões retangulares

Região retangular	Medida do comprimento	Medida da largura	Área	Verificação
A	3 cm	2 cm	6 cm ²	$3 \times 2 = 6$
B	4 cm	1,5 cm	6 cm ²	$4 \times 1,5 = 6$
C	4 cm	2 cm	8 cm ²	$4 \times 2 = 8$
D	5 cm	1 cm	5 cm ²	$5 \times 1 = 5$
E	3 cm	1,5 cm	4,5 cm ²	$3 \times 1,5 = 4,5$
F	2,5 cm	1,5 cm	3,75 cm ²	$2,5 \times 1,5 = 3,75$

FONTE: DANTE (2014).

Mesmo considerando as atividades desenvolvidas anteriormente, que envolveram os conceitos de particionamento, de iteração de unidade e de acúmulo de unidade (CLEMENTS; STEPHAN, 2004), o aluno pode ter dificuldade para entender o procedimento do cálculo da área da região retangular, sendo necessário desenvolver outras atividades menos complexas.

A atividade 4 (Figura 55), apresenta o procedimento para obter a área da região quadrada, que provavelmente o aluno não terá dificuldade, pois a medida do comprimento do lado do quadrado é representada por um número natural.

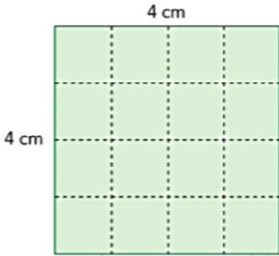
FIGURA 55 – ATIVIDADE 4 – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS

4 **Área da região quadrada**

Você viu que o quadrado é um caso particular de retângulo. No quadrado, o comprimento e a largura têm medidas iguais. Observe a região quadrada ao lado e calcule sua área de duas maneiras diferentes:

a) Contando os quadrinhos de 1 cm^2 : _____.

b) Fazendo uma multiplicação: _____.



FONTE: DANTE (2014).

A seção “Explorar e descobrir” (Figura 56), apresenta uma atividade para que o aluno compreenda a determinação da área de um triângulo retângulo a partir da área da região retangular.

FIGURA 56 – ATIVIDADE EXPLORAR E DESCOBRIR – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS


Explorar e descobrir

Área da região determinada por um triângulo retângulo

Você lembra o que é triângulo retângulo? Recorde com os colegas.

Sabendo calcular a área de uma região retangular, fica fácil calcular a área de uma região triangular cujo contorno é um triângulo retângulo.

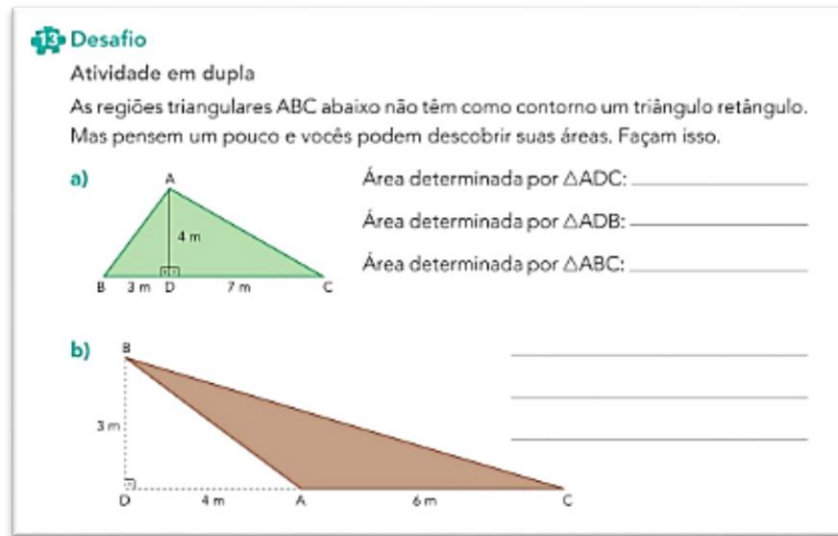
- Destaque a malha quadriculada da página 47 do *Ápis Divertido*. Construa nessa malha um retângulo com comprimento de 4 cm e largura de 3 cm. Pinte e recorte a região retangular.
- Responda: qual é a área da região retangular que você construiu? _____
- Trace com uma régua um segmento de reta como o verde na figura ao lado. Corte a região retangular nesse segmento de reta.
- Que regiões poligonais você obteve? _____
Essas regiões são iguais? _____
- Complete: então, podemos dizer que a área da região triangular é _____ da área da região retangular ou que a área da região retangular é _____ da área da região triangular.
- Agora determine a área da região triangular. _____



FONTE: DANTE (2014).

Para finalizar, a atividade “Desafio” (Figura 57) explora estratégias para determinar a área de triângulos não retângulos. O item a, apresenta potencial para o professor discorrer sobre o conceito de conservação da área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). No item b, o aluno pode apresentar dificuldade para determinar a área, sendo necessário que o professor explore a composição e decomposição da região plana.

FIGURA 57 – ATIVIDADE DESAFIO – ÁREA DAS PRINCIPAIS REGIÕES POLIGONAIS



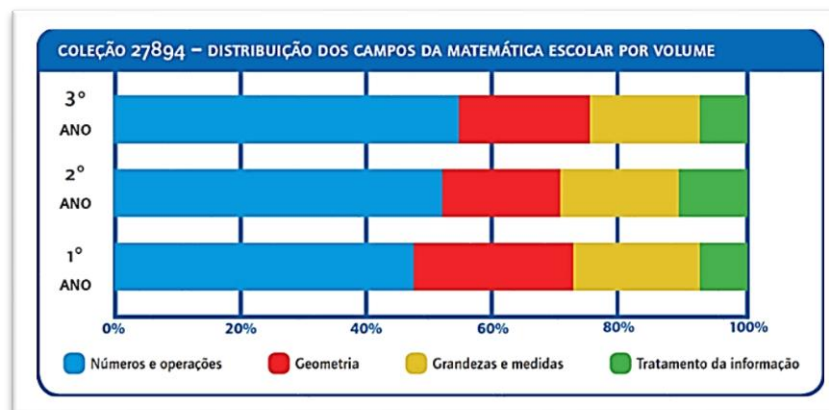
FONTE: DANTE (2014).

5.1.2 Análise da Coleção Projeto Coopera

A Coleção Projeto Coopera é composta por cinco volumes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo três volumes dedicados a Alfabetização Matemática (1º ao 3º ano) e dois volumes a Matemática (4º e 5º ano), autoria de Eliane Reame e Priscila Montenegro, publicada pela Editora Saraiva.

A distribuição dos campos matemáticos por volume apresenta algumas variações em relação ao perfil (padrão) adotado como satisfatório pelo Guia Digital PNLD 2016, como podemos observar na Figura 58 e Figura 59.

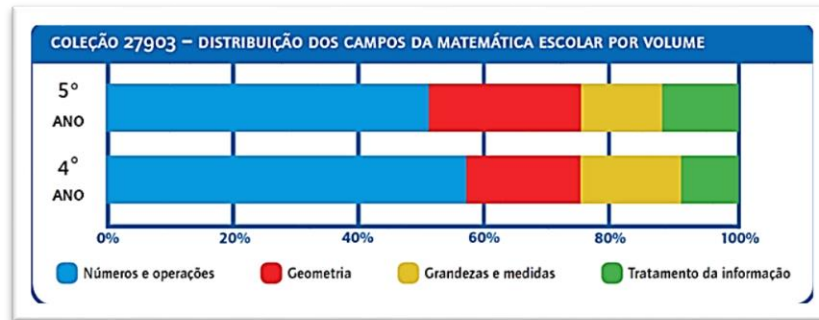
FIGURA 58 – COLEÇÃO PROJETO COOPERA – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 1º AO 3º ANOS



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2016).

Comparando com o perfil (padrão), destacamos que o campo Geometria recebe mais atenção pelas autoras no volume do 1º ano.

FIGURA 59 – COLEÇÃO PROJETO COOPERA – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – 4º E 5º ANO



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2016).

Aparentemente, a distribuição foi equilibrada em relação ao perfil (padrão) adotado pelo Guia Digital PNLD 2016.

Para comparar o perfil padrão com os dados apresentados sobre as distribuições dos campos matemáticos em cada volume da Coleção Projeto Coopera, elaboramos a Tabela 3, apresentando os dados estimados de forma comparativa, para melhor visualização e análises posteriores.

TABELA 3 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DO 1º AO 5º ANO – PADRÃO (P) X COLEÇÃO PROJETO COOPERA (CPC)

	Números e operações P X CPC	Geometria P X CPC	Grandezas e medidas P X CPC	Tratamento de informações P X CPC
1º ano	55% X 48%	17% X 25%	20% X 20%	8% X 7%
2º ano	54% X 52%	17% X 18%	19% X 19%	10% X 11%
3º ano	52% X 54%	17% X 20%	18% X 17%	13% X 9%
4º ano	52% X 57%	17% X 18%	19% X 16%	12% X 9%
5º ano	47% X 50%	22% X 24%	19% X 14%	12% X 12%

FONTE: O autor (2018).

Analisando os comparativos da Tabela 3, confirma-se que no 1º ano as autoras priorizaram o campo Geometria, reduzindo consideravelmente o campo Números e Operações, no mais, a distribuição dos campos manteve-se equilibrada.

Nas próximas seções, estaremos analisando os cinco volumes da Coleção Projeto Coopera, com o objetivo de discutir a abordagem dos conteúdos matemáticos Área e Perímetro, assim como os conteúdos que se consideram fortemente associados ao seu entendimento.

5.1.2.1 Análise do volume 1 (1º ano) da Coleção Projeto Coopera

A partir do sumário do Volume 1, destacam-se duas unidades, a Unidade 4 considerando o conteúdo “Figuras Geométricas” e na Unidade 5, considerando o conteúdo “Comparação de Comprimentos”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 7).

QUADRO 7 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 1

Conteúdos Analisados		Figuras Geométricas	Comparação de Comprimento
1. Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro		
	Pré-requisito	X	X
2. Conceito/definição	Presente		
	Ausente	X	X
3. Classificação da definição	Conceitual		
	Procedimental		
4. Aprofundamento	Sim		
	Não		
	Não se aplica	X	X
5. Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual		X
	Atividade procedimental	X	X
6. Ilustração	Adequada	X	X
	Inadequada		

FONTE: O autor (2018).

- **Figuras Geométricas**

Considerando o livro didático como sendo uma das ferramentas, e não a única, que auxiliam o professor em sua prática docente, observa-se que a introdução e as atividades propostas de acordo com a Figura 60, dependem muito de como foram desenvolvidas as atividades anteriormente ao 1º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No caso desta pesquisa, é importante que o aluno relacione as figuras tridimensionais com as figuras planas. Onde a área de uma região plana é a parte do plano limitada e fechada pela fronteira desta região plana, que é chamada de perímetro da região plana (GERÔNIMO; FRANCO, 2005). Assim, para efeito desse estudo, não discutiremos a nomenclatura dos círculos, quadrados, retângulos e triângulos.

FIGURA 60 - PAINEL DE CARIMBOS – FIGURAS GEOMÉTRICAS

FIGURAS GEOMÉTRICAS

Objetivos: Relacionar figuras planas com figuras tridimensionais. Identificar e nomear círculos, quadrados, retângulos e triângulos.

PAINEL DE CARIMBOS

Propomos que esta atividade seja realizada com os alunos, utilizando sólidos geométricos ou embalagens vazias que tenham o formato de cilindro, paralelepípedo, cubo e pirâmide ou prisma de base triangular.

CLARA ESTÁ BRINCANDO COM BLOCOS DE MADEIRA. ELA PASSA TINTA EM UMA DAS PARTES DOS BLOCOS E CARIMBA EM UM PAPEL.



OBSERVE O PAINEL QUE CLARA FEZ.



AS FIGURAS AZUIS DO PAINEL SÃO CÍRCULOS.
AS FIGURAS VERMELHAS DO PAINEL SÃO TRIÂNGULOS.

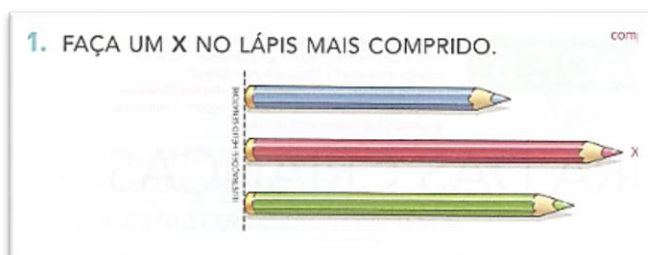
1. QUAL O NOME DAS FIGURAS AMARELAS DO PAINEL? São quadrados.
2. E O NOME DAS FIGURAS VERDES DO PAINEL? São retângulos.

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Comparação de comprimentos**

A unidade de “Comparação de comprimentos”, através da atividade 1 (Figura 61), apresenta o entendimento inicial sobre medição, propondo que a criança compare grandezas de mesma natureza, buscando classificá-las em relação ao comprimento, como maior ou menor, de acordo com Nunes (1997), denominada de inferência transitiva.

FIGURA 61 – ATIVIDADE 1 – COMPARAÇÃO DE COMPRIMENTOS



FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

A atividade (Figura 62) propõe a comparação e estimativa da medida de comprimento. A criança terá que cobrir cada linha (verde e vermelha), para verificar qual é o barbante mais comprido. No caso do coração, a criança também visualiza o interior da região plana, a área de uma região plana e a fronteira fechada da região plana (contorno do coração), chamada de perímetro da região plana (GERÔNIMO; FRANCO, 2005), possibilitando o entendimento dos conceitos de área e perímetro.

FIGURA 62 – ATIVIDADE: BARBANTES COLORIDOS - COMPARAÇÃO DE COMPRIMENTOS

LETÍCIA FEZ A PRIMEIRA LETRA DO SEU NOME E UM CORAÇÃO COM BARBANTES COLORIDOS. OBSERVE.

1. FAÇA UMA ESTIMATIVA E RESPONDA: QUAL O BARBANTE MAIS COMPRIDO QUE LETÍCIA USOU, O VERMELHO OU O VERDE?
Essa pergunta explore a habilidade de estimativa de comprimentos utilizando apenas o recurso visual. Peça aos alunos expliquem suas respostas: "Por que você acha que o barbante vermelho (ou verde) é o mais comprido?".

2. FORME UMA DUPLA E PENSEM COMO VOCÊS FARIAM PARA CONFERIR QUAL É O BARBANTE MAIS COMPRIDO. Essa pergunta remete à habilidade de...

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

5.1.2.2 Análise do Volume 2 (2º ano) da Coleção Projeto Coopera

A partir do sumário do Volume 2, destacam-se duas unidades, a Unidade 5 considerando o conteúdo “Figuras Geométricas” e a Unidade 7 considerando o conteúdo “Medida de Comprimento”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 8).

QUADRO 8 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 2

Conteúdos Analisados		Figuras Geométricas	Medida de Comprimento
1. Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro		
	Pré-requisito	X	X
2. Conceito/definição	Presente		X
	Ausente	X	
3. Classificação da definição	Conceitual		X
	Procedimental		X
4. Aprofundamento	Sim	X	X
	Não		
	Não se aplica		
5. Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X	X
	Atividade procedimental	X	X
6. Ilustração	Adequada	X	X
	Inadequada		

FONTE: O autor (2018).

- **Figuras Geométricas**

As figuras geométricas são representadas em um papel pontilhado, de acordo com a Figura 63, e na sequência, a atividade 1 não está centrada na observação dos lados para identificar as figuras geométricas, mas induz a criança a fazer tal observação, diferenciando os quadrados dos retângulos. No momento não é considerado que o quadrado também é um retângulo, mas a atividade poderia propor tal discussão, e assim o aluno iria concluir que têm dez retângulos e não cinco.

FIGURA 63 – PAPEL PONTILHADO E ATIVIDADE 1 – FIGURAS GEOMÉTRICAS

ELAINE DESENHOU ALGUMAS FIGURAS GEOMÉTRICAS EM UM PAPEL PONTILHADO.
 Apresentamos modelos de malha para reprodução no Manual do Professor.



1. COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE CADA FIGURA QUE ELAINE DESENHOU.

FIGURA GEOMÉTRICA	QUANTIDADE
TRIÂNGULO	3
QUADRADO	5
RETÂNGULO	5

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Medida de Comprimento**

Na seção “Problemateca” (Figura 64), propõe-se uma atividade que desenvolve o conceito de transitividade (NUNES, 1997), isto é, para comparar duas quantidades, é necessário saber que essas duas quantidades podem ser comparadas através de uma medida comum, não sendo necessário ter o conhecimento de como por exemplo uma régua graduada funciona.

FIGURA 64 – PROBLEMATECA – MEDIDA DE COMPRIMENTO

Quem traçou cada linha?
 Objetivo: Resolver problema de lógica sobre comparação de comprimentos que não envolva dados numéricos.

Quatro alunos traçaram linhas de comprimentos diferentes.

1. Leia as pistas e observe as linhas. Depois, escreva quem traçou cada uma delas.

Eu tracei a linha mais comprida.
 Eu tracei a linha de menor comprimento.
 Eu risquei uma linha mais comprida que a de Soraia.
 Minha linha é mais comprida que a de Diego.

Olavo
 Diego
 Tatiana
 Soraia

Diego
 Tatiana
 Olavo
 Soraia

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

A apresentação da unidade de medida não padronizada palmo e a atividade 1 (Figura 65) explicam como proceder para efetuar a medição. Favorecem o entendimento dos conceitos de iteração de unidade e acúmulo de distância (CLEMETS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 65 – MEDINDO COM PALMOS – MEDIDA DE COMPRIMENTO

Medindo com palmos

Objetivo: Medir comprimentos com unidades não padronizadas.

Você conhece o apelido que cada um dos nossos dedos da mão recebe?


A distância entre a ponta do dedo mínimo e a ponta do dedo polegar corresponde a **um palmo**.



1. Você já viu alguém medindo com o palmo? Como você acha que podemos fazer essas medições? Converse com seus colegas sobre isso. Observe as medições que Teresa realizou usando o palmo.



Ela descobriu que o lado mais comprido da mesa tinha **quase 6 palmos**.



Ela descobriu que a altura da cadeira era de **5 palmos e mais um pouquinho**.


Nas duas situações, Teresa usou o **palmo** como **unidade de medida de comprimento**. Explora os resultados aproximados, muito comuns nos processos de medição com unidades não padronizadas e padronizadas.


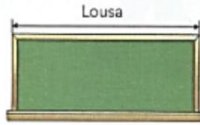


FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

As atividades 2 e 3 (Figura 66), propõem que o aluno faça a estimativa, e na sequência execute a medição utilizando o palmo como unidade de medida. Assim desenvolvendo o conceito de particionamento, a iteração de unidade e o acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Como o palmo é uma unidade de medida não padronizada, pois cada pessoa tem uma medida de comprimento do palmo, as respostas da atividade entre os alunos devem variar, assim, o professor pode explorar a necessidade da utilização de uma unidade de medida padrão. Considera-se que a atividade que indica medir a “porta”, não seja adequada para crianças executarem.

FIGURA 66 – ATIVIDADES 1 E 2 – MEDIDA DE COMPRIMENTO

2. Observe as ilustrações e meça os objetos de sua sala conforme a parte indicada. Use o **seu palmo** como unidade de medida de comprimento.



O que vou medir	Minha estimativa: acho que mede...	Resultado da medição com o meu palmo
 Carteira	Respostas pessoais.	
 Lousa		
 Estojo		
 Porta		

3. Agora, converse com seus colegas sobre as seguintes perguntas:

- Suas estimativas foram boas? Resposta pessoal. Auxilie os alunos na avaliação das estimativas em relação ao resultado da medição com o palmo.
- Todos os seus colegas de classe encontraram o mesmo resultado de medida da parte indicada da **lousa**? Espera-se que o aluno observe que nem todos os resultados foram iguais, pois o tamanho do palmo varia de aluno para aluno.
- Por que você acha que os resultados de medida da mesma parte de um objeto podem ser diferentes? A elaboração de justificativas favorece o estabelecimento de relações entre os dados.

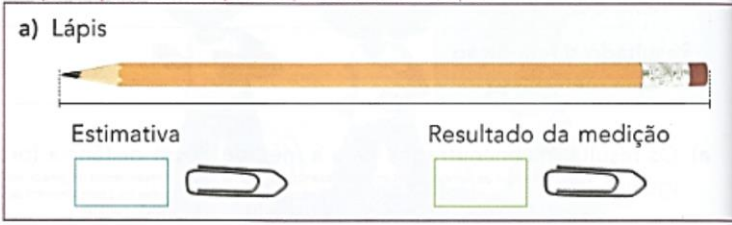
FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).


As autoras propõem a atividade 1 (Figura 67), que utiliza um clipe como unidade de medida, mesmo que não seja uma unidade padrão, se o professor fornecer para todos os alunos cliques com o mesmo comprimento, propicia a introdução ao uso da unidade padrão. Nesse caso, o clipe representa a escolha da unidade para medir o objeto por comparação, e na sequência é expressado numericamente a comparação (CARAÇA, 2002). Caso o professor distribua para os alunos cliques de diferentes comprimentos, poderá explorar a necessidade da utilização de uma unidade de medida padrão. Mesmo sendo cliques de diferentes comprimentos, a atividade favorece o entendimento dos conceitos de particionamento, iteração de unidade de medida e acúmulo de distância (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).


FIGURA 67 – OUTRAS UNIDADES DE MEDIDAS – MEDIDA DE COMPRIMENTO

1. Agora, use um clipe para medir o comprimento de alguns objetos.
 Providencie vários cliques para a realização desta atividade de medição. Proponha a medição do comprimento de alguns objetos considerando o comprimento do clipe como unidade de medida.
Atenção! Antes de medir, faça uma estimativa do resultado.
 Os alunos podem indicar o resultado da medição com o clipe por meio de expressões: "quase 8 cliques"; "12 cliques e um pedacinho de um clipe"; "25 cliques e a metade de outro clipe".


a) Lápis





Estimativa 

Resultado da medição 

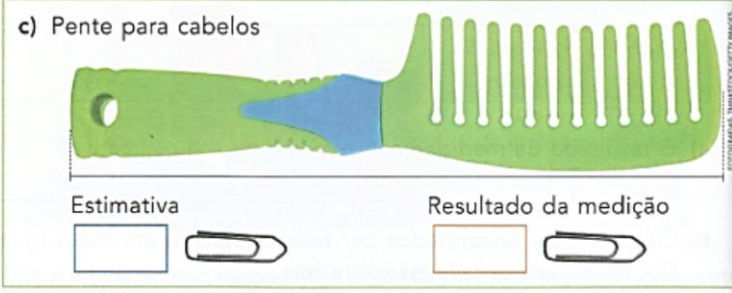
b) Tesoura





Estimativa 

Resultado da medição 

c) Pente para cabelos



Estimativa 

Resultado da medição 

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

5.1.2.3 Análise do Volume 3 (3º ano) da Coleção Projeto Coopera

A partir do sumário do Volume 3, destacam-se três unidades, a Unidade 3 considerando o conteúdo “Figuras Geométricas”, a Unidade 4 considerando o conteúdo “Multiplicação: organização retangular” e a Unidade 6 considerando o conteúdo “Medidas de Comprimento”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 9).

QUADRO 9 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 3

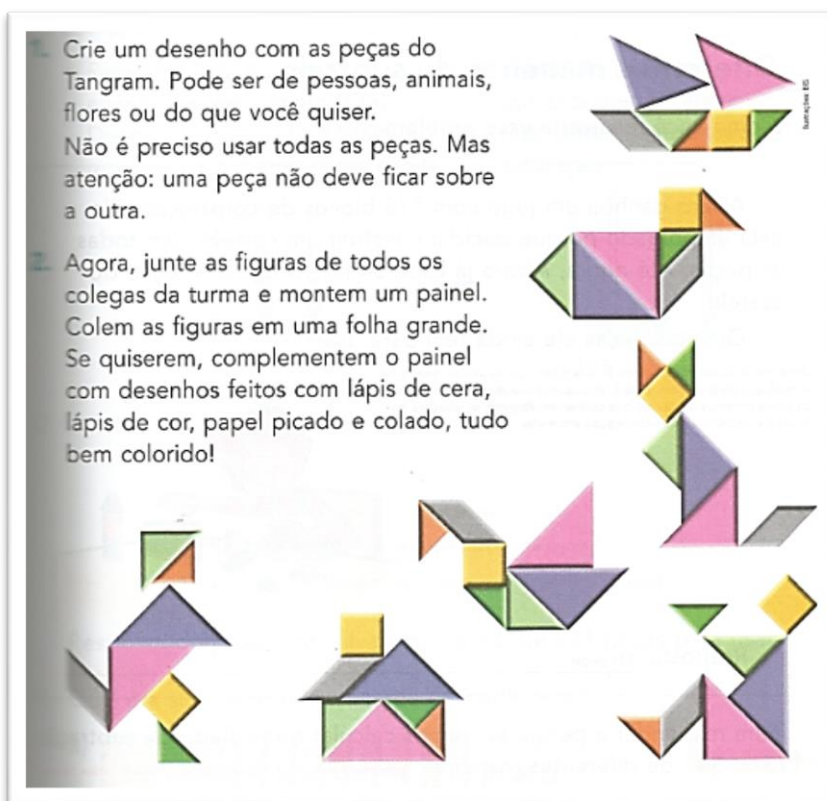
Conteúdos Analisados		Figuras Geométricas	Multiplicação: organização retangular	Medida de comprimento
1.	Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro		
	Pré-requisito	X	X	X
2.	Conceito/definição	Presente	X	X
		Ausente	X	
3.	Classificação da definição	Conceitual		X
		Procedimental	X	X
4.	Aprofundamento	Sim		X
		Não	X	
		Não se aplica		X
5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X	X
		Atividade procedimental	X	X
6.	Ilustração	Adequada	X	X
		Inadequada		

FONTE: O autor (2018).

- **Figuras Geométricas**

A unidade destinada a explorar as figuras geométricas, centrou as atividades na manipulação do Tangran e nomear as peças que formam o quebra-cabeça chinês. Com o auxílio do material complementar (fornecido no final do volume), propõe a formação de figuras com as peças do Tangram. O professor pode explorar o conceito de conservação da área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004), quando por exemplo propõe ao aluno a elaboração de figuras diferentes utilizando as sete peças do Tangran. Na atividade (Figura 68) destaca-se uma orientação na atividade 1: “uma peça não deve ficar sobre a outra”, tal orientação está de acordo com Ponte e Serrazina (2000), que quando pavimentar uma superfície não deve deixar buracos e nem fazer sobreposições. Contudo, a exploração do conceito de conservação de área está associada aos conhecimentos do professor, pois o material didático não explicita tal discussão.

FIGURA 68 – UM PAINEL DE TANGRAM – FIGURAS GEOMÉTRICAS



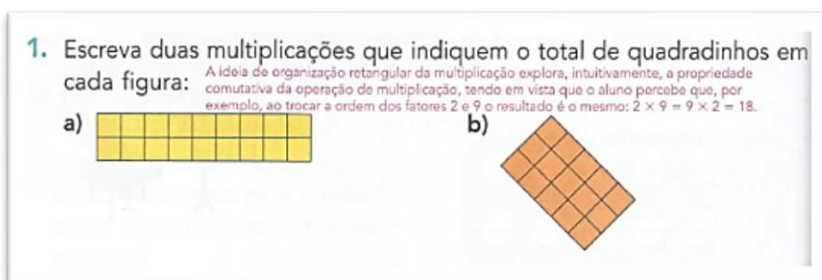
FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Multiplicação: organização retangular**

Na seção “+ Atividades” (Figura 69), a atividade 1 apresenta uma superfície já particionada, apenas para apresentar as possibilidades de multiplicações (linhas e colunas).

A multiplicação faz parte do campo Números e Operações, mas a organização retangular que é apresentada por um retângulo dividido em linhas e colunas utilizando a mesma unidade de comprimento (CLEMENTS; STEPHAN, 2004) favorece futuramente o entendimento do procedimento do cálculo de área.

FIGURA 62 – + ATIVIDADES – MULTIPLICAÇÃO: ORGANIZAÇÃO RETANGULAR



FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Medidas de comprimento**

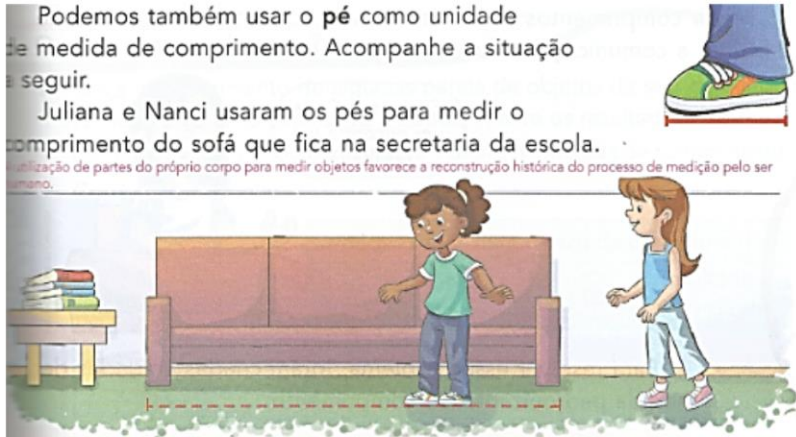
De acordo com a Figura 70, verifica-se que a apresentação de “Medindo com os pés” e os questionamentos têm o intuito de demonstrar a necessidade da utilização de uma unidade padronizada.

FIGURA 70 – MEDINDO COM OS PÉS – MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Podemos também usar o **pé** como unidade de medida de comprimento. Acompanhe a situação a seguir.

Juliana e Nanci usaram os pés para medir o comprimento do sofá que fica na secretaria da escola.

Utilização de partes do próprio corpo para medir objetos favorece a reconstrução histórica do processo de medição pelo ser humano.



Veja a confusão que deu quando elas descobriram o resultado:

Juliana: O comprimento do sofá é igual a 10 pés.

Nanci: Nada disso! Eu medi, e o comprimento é igual a 8 pés e um pouquinho.

Responda:

a) Por que os resultados encontrados não foram iguais?

Porque a medida do comprimento do pé de Juliana é diferente da medida do comprimento do pé de Nanci.

b) Quem tem o pé mais comprido: Juliana ou Nanci?

Justifique a sua resposta. Nanci.

c) Então, quem está certa? Forme um grupo e expliquem a resposta de vocês para outro grupo. As duas respostas estão corretas.

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).



Na sequência, as autoras apresentam o metro como unidade padrão e utilizam um barbante medindo um metro, adquirido através do desenho que está nas páginas 144 e 145, para desenvolver as atividades que envolvem estimativas. De acordo com a Figura 71, além da estimativa proposta na atividade 1, a atividade 2 propõe o fracionamento do metro. Os objetos apresentados na atividade 1 podem não ser os que estão disponíveis na sala de aula, assim como

não satisfazer o objetivo de medir menos de um metro. A atividade apresenta potencialidade para que o professor explore a necessidade de unidades de medida derivadas do metro, mas depende do conhecimento do professor para que a atividade conduza o aluno a tal reflexão.

FIGURA 71 – FAÇA SUA ESTIMATIVA – MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Qual é o comprimento:

1. Meça o comprimento de algumas partes de objetos da sala de aula. Primeiro, faça uma estimativa e depois confira os resultados comparando com o seu barbante de 1 metro de medida de comprimento. Complete a tabela:

Mede menos de 1 metro de comprimento		
	Estimativa: "Eu acho que mede..."	Resultado da medição
 <p>O lado mais comprido da carteira</p>	O aluno pode escrever: "Eu acho que o maior lado da carteira mede menos de 1 metro".	O aluno pode escrever depois de conferir com o barbante: "Minha estimativa estava correta".
 <p>A altura da lousa</p>		

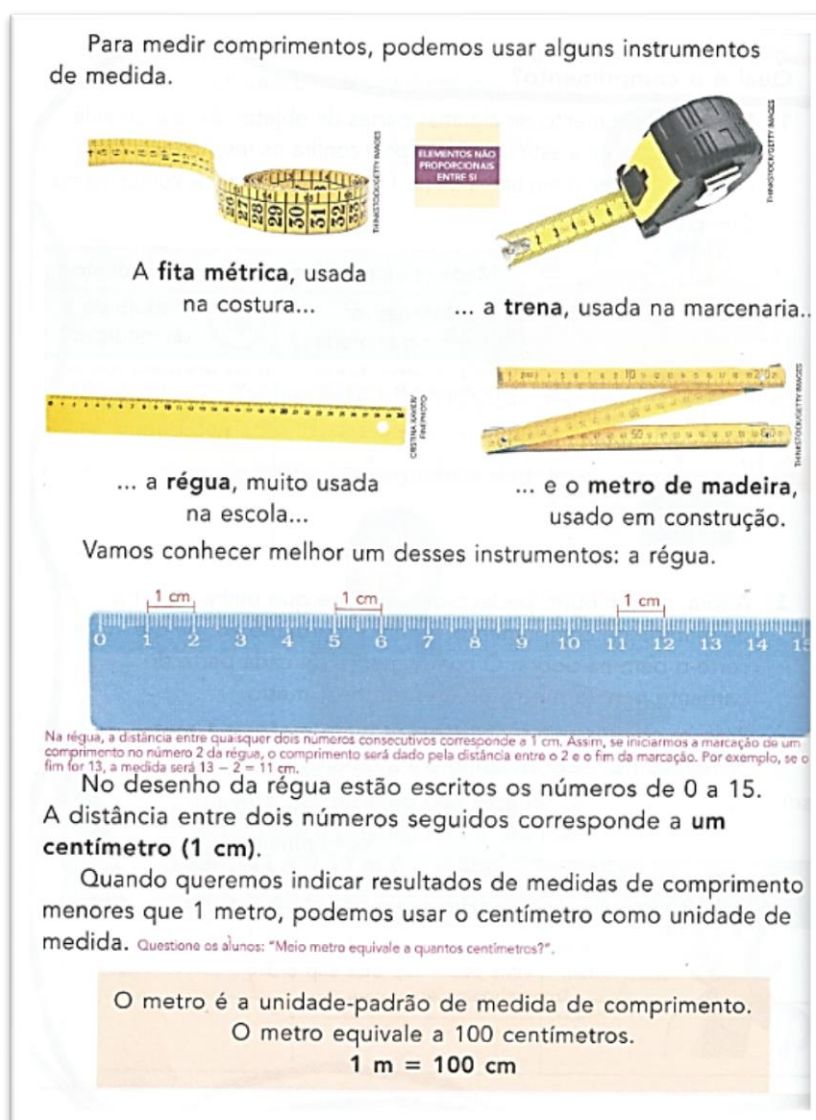
2. Agora, pegue outro pedaço de barbante que tenha 1 metro de medida de comprimento. Dobre o barbante ao meio e corte-o bem na dobra. O comprimento de cada parte do barbante é **meio metro** ou **metade** de 1 metro. Procure objetos que tenham **entre meio metro e 1 metro** de comprimento. Depois, complete a tabela.

Mede entre meio metro e 1 metro de comprimento		
Parte do objeto que será medido	Estimativa: "Eu acho que mede..."	Resultado da medição

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

A apresentação dos instrumentos de medida dá ênfase à régua e conseqüentemente a apresenta a unidade padronizada centímetro, destacando na régua a unidade de iteração (um centímetro) (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). A relação entre o centímetro e o metro poderia ser desenvolvida de forma prática, usando o barbante da atividade anterior (Figura 71) e a régua, como podemos constatar na Figura 72.

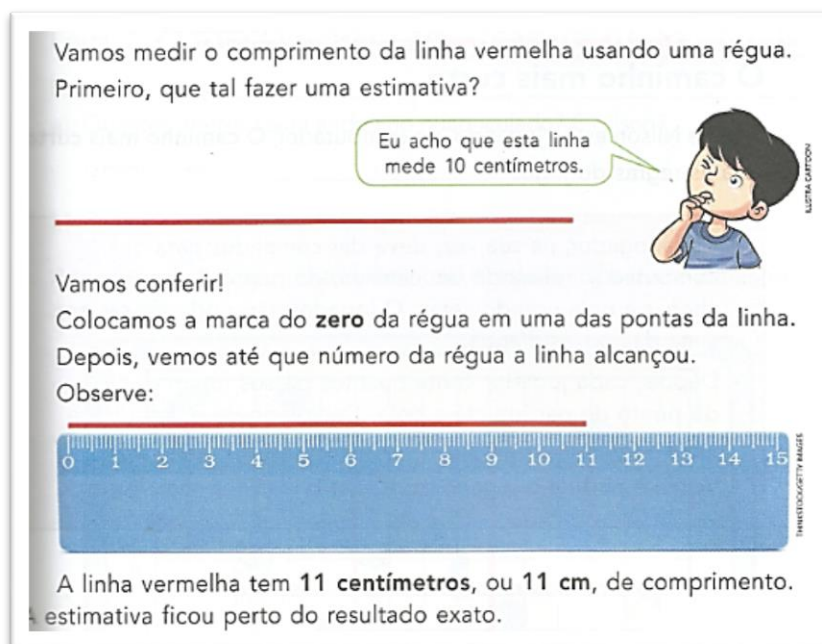
FIGURA 72 – INSTRUMENTOS DE MEDIDA – MEDIDAS DE COMPRIMENTO



FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

As autoras explicam o uso correto da régua, dando ênfase para a marcação na régua que representa o zero, não justificando porque tem que iniciar no zero, destacando um o procedimento mecânico de medir, não o conceito de iteração de unidade e de acúmulo de distâncias (CLEMETS; STEPHAN, 2004), pois se tivessem desenvolvido os conceitos de medição, o aluno poderia até usar uma régua quebrada para aferir a linha vermelha, como identifica-se na Figura 73.

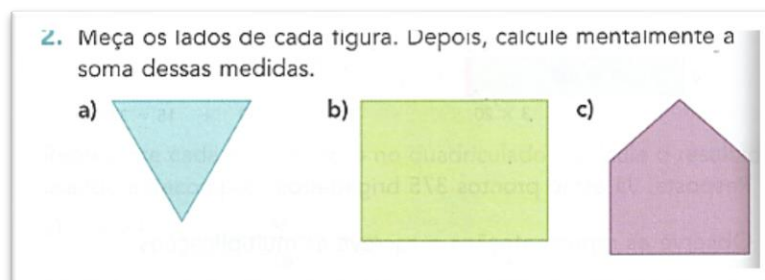
FIGURA 73 – MEDINDO COM A RÉGUA – MEDIDAS DE COMPRIMENTO



FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

Na seção “Recordando” (Figura 74), a atividade 2 propõe o cálculo do perímetro, mesmo que não nomeando tal procedimento.

FIGURA 74 – RECORDANDO – MEDIDAS DE COMPRIMENTO



FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

5.1.2.4 Análise do Volume 4 (4º ano) da Coleção Projeto Coopera

A partir do sumário do volume 4, destacam-se três unidades, a Unidade 2 considerando o conteúdo “Unidades de medida de comprimento”, a Unidade 8 considerando o conteúdo “Perímetro” e a Unidade 9 considerando o conteúdo “O centésimo do metro”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 10).

QUADRO 10 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 4

Conteúdos Analisados		Unidades de medida de comprimento	Perímetro	O centésimo do metro
1. Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro		X	
	Pré-requisito	X		X
2. Conceito/definição	Presente	X	X	X
	Ausente			
3. Classificação da definição	Conceitual		X	X
	Procedimental	X	X	X
4. Aprofundamento	Sim	X		
	Não			
	Não se aplica		X	X
5. Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual			
	Atividade procedimental	X	X	X
6. Ilustração	Adequada	X	X	X
	Inadequada			

FONTE: O autor (2018).

- **Unidades de medida de comprimento**

As autoras, através do Manual do Professor, propõem que o aluno deve identificar e relacionar unidades padronizadas de medida de comprimento. O enunciado propõe que o aluno observe e converse com os colegas sobre a situação representada na atividade 1 (Figura 75), portanto é necessário que o professor articule a discussão sobre o assunto, assim, a exploração da atividade está diretamente ligada ao conhecimento do professor.

FIGURA 75 – RELAÇÕES ENTRE UNIDADES PADRONIZADAS – UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

1. Observe as ilustrações e converse com seus colegas sobre cada situação representada.

Illustração: ULTIMA CARROVIA

Os alunos podem dar outros exemplos em que as unidades de medida de comprimento (km, m, cm e mm) são usadas no cotidiano.

O **quilômetro (km)**, o **metro (m)**, o **centímetro (cm)** e o **milímetro (mm)** são unidades de medida de comprimento.

Observe algumas relações entre essas unidades:

1 km = 1 000 m
 1 m = 100 cm
 1 cm = 10 mm

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

Na sequência, as atividades 4 e 5 (Figura 76), fazem com que o aluno pense na relação entre número e a unidade de medida adotada, pois o número é o mesmo, mas as unidades de medida são distintas, relação importante no desenvolvimento da medição (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Sendo necessário que o aluno identifique qual unidade de medida é conveniente para representar a situação problema.

FIGURA 76 – ATIVIDADES 4 E 5 – UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

4. Qual a altura, mais ou menos, de uma girafa adulta: 5 cm, 5 m ou 5 km? Responda em seu caderno. **5 m**

5. O comprimento de uma formiga é de, aproximadamente, 25 mm, 25 cm ou 25 m? Responda em seu caderno. **25 mm**

Illustração: JOURNAL OF COLOR RESEARCH

Illustração: PHOTOCREST IMAGES

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Perímetro**

A apresentação do perímetro (Figura 77) como sendo a “medida ao redor de”, mas de acordo com VanCleave (1994), o perímetro é contorno de uma figura plana, sendo a resultante do processo de medição da curva delimitada pela fronteira fechada da região plana. Assim,

quando é definido como “ao redor de” entende-se como por exemplo o perímetro urbano de uma cidade e não o que estamos estudando.


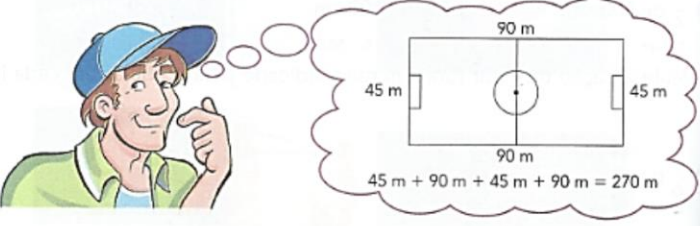
FIGURA 77 – APRESENTAÇÃO DO PERÍMETRO – PERÍMETRO

Perímetro

Objetivo: Compreender o conceito de perímetro.

Felipe foi assistir ao primeiro treino do time de futebol em um novo campo. Antes do início do jogo, os atletas se aqueceram dando voltas completas ao redor do campo.

Como Felipe conhecia as medidas do campo, ele calculou quantos metros cada atleta percorria ao dar uma volta completa.

Os atletas percorriam 270 metros a cada volta.

Felipe adicionou todos os resultados de medida dos lados do campo. Então, Felipe calculou o **perímetro** do campo.

PERÍMETRO

em torno de, ao redor de → medida

A palavra **perímetro** significa **medida ao redor de**.


FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

As atividades 4, 5 e 6 (Figura 78) são propostas que favorecem o ensino do perímetro, pois estão relacionadas a situações problemas do cotidiano, fazendo com que o aluno relacione os conceitos e os procedimentos (MA, 2009).


FIGURA 78 – ATIVIDADES 4, 5 E 6 – PERÍMETRO

Peça aos alunos que façam uma representação da toalha e escrevam as medidas de cada lado.

4. Hercília fez uma toalha de mesa retangular que mede 1 metro de um lado e 2 metros do outro. Ela quer aplicar renda branca em toda a volta dessa toalha. De quantos metros de renda branca Hercília precisará para terminar a toalha? *6 metros*



5. Antenor comprou um tapete quadrado com perímetro de 36 metros. Qual é a medida de cada lado desse tapete? *9 metros*



6. Alaor comprou um terreno quadrado, de 12 metros de lado, onde pretende construir sua casa. Enquanto as obras não começam, ele decidiu cercar o terreno com 3 voltas de arame. Quantos metros de arame serão necessários para cercar todo o terreno? *144 metros. O perímetro do quadrado é 48 metros. Como serão 3 voltas de arame, serão necessários 144 metros de arame (3 x 48).*

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **O centésimo do metro**

A apresentação do centésimo do metro traz a ideia da iteração de unidade (CLEMENTS; STEPHAN, 2004), onde a unidade de medida centímetro é disposta ao longo do metro, que de acordo com as autoras foi “dividido um metro em cem partes iguais”, como podemos observar na Figura 79.

FIGURA 79 – APRESENTAÇÃO DO CENTÉSIMO DO METRO – O CENTÉSIMO DO METRO

Observe a marca obtida por dois medalhistas de salto em altura, no Campeonato Mundial de Atletismo 2013, realizado em Moscou (Rússia):

1º colocado



Ucrânia
2,41 m



Bohdan Bondarenko

2º colocado



Catar
2,38 m



Mutaz Essa Barshein

Dados disponíveis em: <esportes.terra.com.br>
Acesso em: 20 mar. 2014.

Vamos entender o que significam esses resultados de medidas?
A unidade padrão de medida de comprimento usada para indicar resultados de medidas é o **metro**.

Dividimos **um metro** em **cem partes iguais**.
Cada parte corresponde a **uma centésima parte do metro** ou
a **um centésimo do metro**.
Cada parte é chamada de **um centímetro (cm)**.

Vamos relacionar algumas escritas:

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$$

ou

$$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

Um centímetro equivale a um centésimo do metro.

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

Na continuação da apresentação (Figura 80), foram exploradas formas variadas de representar a altura do salto do 1º colocado (2,41 m, 241 cm, 2 m e 41 cm), onde de acordo Caração (2002), é necessário escolher a unidade que será utilizada para medir o objeto, assim buscar saber por comparação, quantas unidades são necessárias para expressar numericamente a comparação. Quanto a representação da altura do salto utilizando duas unidades de medida (2 m e 41 cm), tal situação foi explorada na apresentação das relações entre as unidades padronizadas (Figura 75).

FIGURA 80 – CONTINUAÇÃO DA APRESENTAÇÃO DO CENTÉSIMO DO METRO – O CENTÉSIMO DO METRO

Então, como podemos ler a altura do salto do atleta da Ucrânia?

$$2,41 \text{ m} = 2 \text{ m} + 0,41 \text{ m} \text{ ou } 2,41 \text{ m} = 2 \text{ m} + \frac{41}{100} \text{ m}$$

Essa adição significa **2 metros** mais **41 centésimos do metro**.
Assim, a altura do salto do ucraniano foi de **2 metros e 41 centímetros**.
Também podemos escrever esse resultado de medida usando somente o **centímetro** como unidade:

$$2,41 \text{ m} = 200 \text{ cm} + 41 \text{ cm} = 241 \text{ cm}$$

Qual foi a altura do salto do atleta catariano Mutaz Essa Barshein?
Dois metros e trinta e oito centímetros ou 238 cm

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

5.1.2.5 Análise do Volume 5 (5º ano) da Coleção Projeto Coopera

A partir do sumário do Volume 5, destacam-se duas unidades, a Unidade 6, onde serão considerados os conteúdos “Perímetro”, “Medidas de superfície” e “Área e perímetro” e a Unidade 7 considerando o conteúdo “Cálculo de área: unidades padronizadas”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 11).

QUADRO 11 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PROJETO COOPERA – VOLUME 5

Conteúdos Analisados		Perímetro	Medida de superfície	Área e perímetro	Cálculo de área: unidades padronizadas
1.	Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro	X	X	X
	Pré-requisito				
2.	Conceito/definição	Presente	X	X	X
	Ausente				
3.	Classificação da definição	Conceitual	X	X	X
	Procedimental	X	X	X	X
4.	Aprofundamento	Sim			
	Não	X			
	Não se aplica		X	X	X
5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X	X	X
	Atividade procedimental	X	X	X	X
6.	Ilustração	Adequada		X	X
	Inadequada	X			

FONTE: O autor (2018).

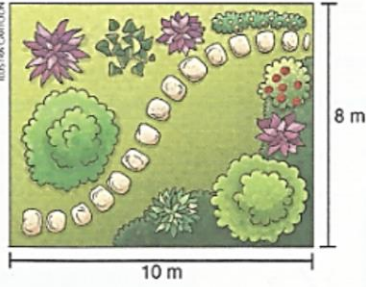
- **Perímetro**

A apresentação do perímetro neste volume retoma o conteúdo apresentado no volume anterior. Sendo que, a definição de perímetro é apresentada pelas autoras especificamente para esse exemplo como: “a medida do contorno do terreno” (Figura 81). Vale ressaltar que o perímetro é a medição do comprimento da fronteira fechada da figura geométrica (VANCLEAVE, 1994), no caso entende-se que o exemplo considerou o contorno do terreno fechado. A definição de perímetro apresentada através desse contexto (medida do contorno do terreno) pode levar o aluno a cometer o erro de generalizar que o perímetro é a soma da medida dos lados.

FIGURA 81 – APRESENTAÇÃO DO PERÍMETRO – PERÍMETRO

Cercando o jardim

Walter quer fazer um jardim em um terreno retangular de sua casa. Ele vai colocar uma tela de arame em torno do terreno para proteger as plantas. Observe no desenho as indicações das medidas do terreno.



Quantos metros de tela de arame serão necessários para cercar o terreno?
Para resolver esse problema o aluno deverá ficar atento ao fato de a região ser retangular, conforme o texto inicial. Sendo assim:

A quantidade de metros de tela que você calculou para cercar o terreno ou a medida do contorno do terreno é o **perímetro** desse terreno.

deverá concluir que nos lados nos quais não foram marcadas as medidas correspondem a 8 metros, lado menor, e 10 metros, lado maior. Assim, serão necessários 36 metros de tela de arame.

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

Na atividade 1 (Figura 82), o enunciado da atividade e a ilustração apresentam pretexto para dupla interpretação, pois de acordo com a ilustração, é possível que a praça seja considerada como sendo o retângulo de dimensões 200 m e 70 m, e não a região plana contornada pela marcação das medidas, pois a ilustração (cores, árvores, etc) de que o autor considera como a praça é idêntica ao restante.

FIGURA 82 – ATIVIDADE 1– PERÍMETRO

1. Todos os dias, a avó de Bruno dá duas voltas na praça em frente à sua casa. Observe abaixo as medidas dessa praça e resolva os itens no caderno. Este problema envolve uma adição de várias parcelas e multiplicação. O aluno também pode calcular o total de metros percorridos em 2 voltas fazendo uma adição ($664 + 664 = 1328$ m).



a) Qual o perímetro da praça? $200\text{ m} + 70\text{ m} + 60\text{ m} + 62\text{ m} + 80\text{ m} + 62\text{ m} + 60\text{ m} + 70\text{ m} = 664\text{ m}$

b) Qual é a distância percorrida pela avó de Bruno a cada dia? $2 \times 664\text{ m} = 1328\text{ m}$

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Medida de superfície**

A apresentação da medida de superfície propõe ao aluno que quadriculem os cartões (Figura 83). Tal prática, segundo Cavanagh (2008), é pouco explorada nos livros didáticos. A apresentação de regiões planas já subdivididas (quadriculadas), para que o aluno simplesmente conte os quadradinhos ou use a multiplicação para determinar a área, estão focadas apenas no procedimento.

FIGURA 83 – APRESENTAÇÃO DA MEDIDA DE SUPERFÍCIE – MEDIDA DE SUPERFÍCIE

Qual é o maior cartão?

Helena e Ricardo estão fazendo cartões para o dia do amigo-secreto na escola! Você conhece essa brincadeira? Eles escrevem uma mensagem e fazem um desenho.

Vamos usar o cartão azul. Ele é maior porque é mais comprido.

Nada disso, o amarelo é maior, ele tem mais espaço.

A professora Dirce, ouvindo a conversa, falou:
Para Ricardo, significa o cartão ter "maior comprimento"; para Helena, significa o cartão ter maior superfície.

Vocês têm ideias diferentes do que significa um cartão ser maior do que o outro.

Vamos quadricular os dois cartões e contar quantos quadradinhos "cabem" em cada cartão.


Observe como ficaram os cartões. Qual cartão tem mais quadradinhos? Responda oralmente. O cartão amarelo. Explore em outras atividades o procedimento de quadricular uma figura, usando régua para medir e riscar. Nesta atividade, ao quadricular os retângulos, definimos a unidade de medida da superfície: quadrado com 1 cm de lado.

Na superfície do cartão amarelo, há um número maior de quadradinhos.

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

Na sequência, as autoras apresentam um resumo de como comparar a superfície de dois cartões (Figura 84), tal resumo está de acordo com as proposições de Caraça (2002), de que é necessário escolher a unidade que será utilizada para medir o objeto, assim buscar saber por comparação quantas unidades são necessárias para expressar numericamente a comparação. Entretanto, também é necessário destacar que ao cobrir a superfície, não se pode deixar lacunas e nem fazer sobreposições (PONTE; SERRAZINA, 2000).

FIGURA 84 – COMPARAR SUPERFÍCIE – MEDIDA DE SUPERFÍCIE

1º Escolher uma unidade de medida de superfície.
Nesse caso, foi a superfície do quadradinho de 1 cm de lado. 

2º Comparar a unidade escolhida com a superfície a ser medida.
Para isso, os alunos dividiram os cartões e contaram quantos quadradinhos cobriram cada cartão.

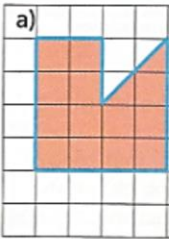
3º Indicar o resultado da medida de superfície.
Isso significa indicar a **área** de cada cartão, com um número seguido da unidade de medida escolhida. A área do cartão azul é 28 quadradinhos.

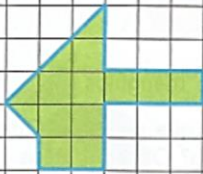
FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

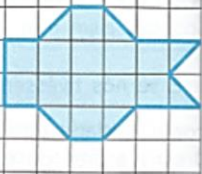
A atividade 2 (Figura 85) propõe a composição de algumas partes da unidade, para que possam determinar a área de cada figura, assim essa reorganização favorece o entendimento da conservação da área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 85 – ATIVIDADE 2 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE

2. Determine a área de cada figura abaixo considerando o \square como unidade de medida de superfície. Atenção: você pode juntar partes da unidade, completando a unidade inteira.

a) 

b) 


c) 




FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).




A atividade 2 (Figura 86) propõe a determinação da área de cada retângulo, sendo que as medidas dos lados são iguais, utilizando unidades de medidas de área distintas. O item b, suscita a reflexão que a medida de área de uma superfície expressa o número de vezes que uma dada unidade cabe na superfície objeto da medição (PONTE; SERRAZINA, 2000). Assim espera-se que o aluno conclua que os retângulos têm a mesma superfície, mas a indicação da área é distinta, pois depende da unidade escolhida para medir a superfície.

FIGURA 86 – ATIVIDADE 3 – MEDIDA DE SUPERFÍCIE

3. Rodolfo desenhou 3 retângulos com as mesmas medidas de lado e calculou a área de cada um considerando as unidades de medida destacadas.



 unidade de medida
  unidade de medida
  unidade de medida

a) Qual é a área de cada retângulo? Laranja – 24 , Verde – 12 , Roxo – 48 

b) O que você pode concluir sobre a área de cada retângulo e a unidade de medida utilizada?

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Área e perímetro**

As atividades apresentadas por meio das Figuras 87 e 88 propõem a comparação das medidas da área e do perímetro de 8 figuras. Esse tipo de atividade, de acordo com Baldini (2004), favorecem o reconhecimento das diferenças que os conceitos de área e o perímetro possuem.

FIGURA 87 – ATIVIDADE 1 – ÁREA E PERÍMETRO

1. Grupo 1

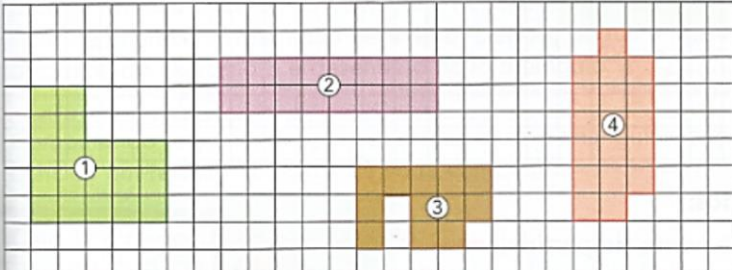






Fig. 1: A = 19  e P = 20 lados de quadradinho; Fig. 2: A = 16  e P = 20 lados de quadradinho;
 Fig. 3: A = 12  e P = 20 lados de quadradinho; Fig. 4: A = 18  e P = 20 lados de quadradinho.

a) Calcule a área e o perímetro de cada figura do grupo 1.

b) O que você pode concluir comparando o perímetro das figuras do grupo 1? *Os perímetros são iguais.*

c) O que você pode concluir comparando a área das figuras? *As áreas são diferentes.*

FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

FIGURA 88 –ATIVIDADE 2 – ÁREA E PERÍMETRO

Grupo 2

Fig. 1: $A = 32$ e $P = 24$ lados de quadradinho; Fig. 2: $A = 32$ e $P = 28$ lados de quadradinho;
 Fig. 3: $A = 32$ e $P = 30$ lados de quadradinho; Fig. 4: $A = 32$ e $P = 36$ lados de quadradinho.

a) Calcule a área e o perímetro de cada figura do grupo 2.

b) O que você pode concluir comparando a área das figuras? A área das figuras é a mesma.

c) O que você pode concluir comparando o perímetro das figuras? Os perímetros são diferentes.

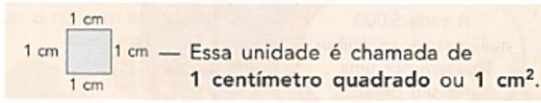
FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

- **Cálculo de área: unidades padronizadas**

As autoras apresentam o centímetro quadrado (Figura 89) e em seguida solicitam que os alunos expliquem o significado de centímetro quadrado. Essa situação pode ser favorável para o professor explorar que a área de uma região plana é a parte do plano limitada e fechada pela fronteira desta região plana, que é chamada de perímetro da região plana (FRANCO; GERÔNIMO, 2005). Pois na atividade 1, é solicitado que o aluno determine o perímetro e a área de cada figura, sendo necessário também o reconhecimento das diferenças entre a área e o perímetro relatadas por Baldini (2004). Quanto ao enunciado da atividade 1, não é explicitado que a malha quadriculada é composta por quadrados com lados medindo 1 cm.

FIGURA 89 – O CENTÍMETRO QUADRADO – CÁLCULO DE ÁREA: UNIDADES PADRONIZADAS

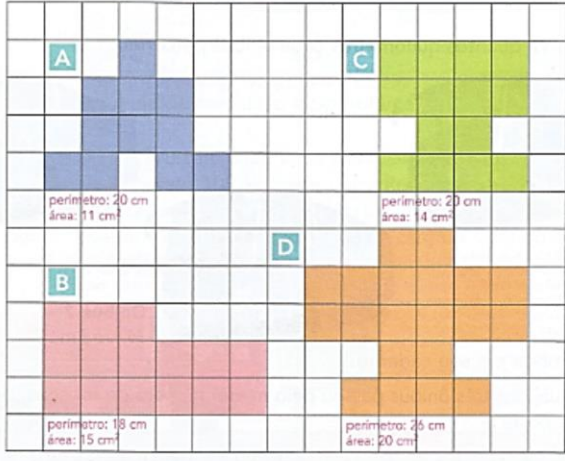
Para medir superfícies e calcular áreas, também podemos usar unidades padronizadas.



Essa unidade é chamada de 1 centímetro quadrado ou 1 cm².

- Forme uma dupla e expliquem o significado de centímetro quadrado (cm²).
Espera-se que os alunos concluam que 1 cm² representa a área de um quadrado com 1 cm de lado.

1. Considere o centímetro como unidade de medida de comprimento e 1 cm² como unidade de medida de superfície. Determine o **perímetro** e a **área** de cada figura e escreva-os em seu caderno.



FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

A atividade 2 (Figura 90) propõe a construção de um metro quadrado favorecendo o entendimento do conceito de iteração de unidade para medir a área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Na sequência, através da seção “Faça sua estimativa” (Figura 91), utiliza o metro quadrado para desenvolver algumas atividades, onde identifica-se o item 3 como sendo a atividade diretamente conectada com ao conceito de iteração de unidade, sendo necessária a orientação que ao cobrir o piso da sala de aula utilizando um metro quadrado, não se pode deixar lacunas ou fazer sobre posições (PONTE; SERRAZINA, 2000), condição não explicitada na atividade.

FIGURA 90 – O METRO QUADRADO – CÁLCULO DE ÁREA: UNIDADES PADRONIZADAS



FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

FIGURA 91 – FAÇA SUA ESTIMATIVA – CÁLCULO DE ÁREA: UNIDADES PADRONIZADAS

Quantos cabem?

Responda às perguntas em seu caderno.

Primeiro, faça uma estimativa do resultado. Depois, use o metro quadrado que você construiu para fazer as medições. Por fim, compare sua estimativa com a medição feita com o metro quadrado.

- Quantos alunos da sua classe cabem em pé no espaço correspondente a 1 m^2 ? *Responda pessoalmente.*

- Quantas pessoas sentadas cabem em 1 m^2 ?

- Qual é, aproximadamente, a área de sua sala de aula em metros quadrados?

- Quantas pessoas em pé cabem no espaço da sua sala de aula?

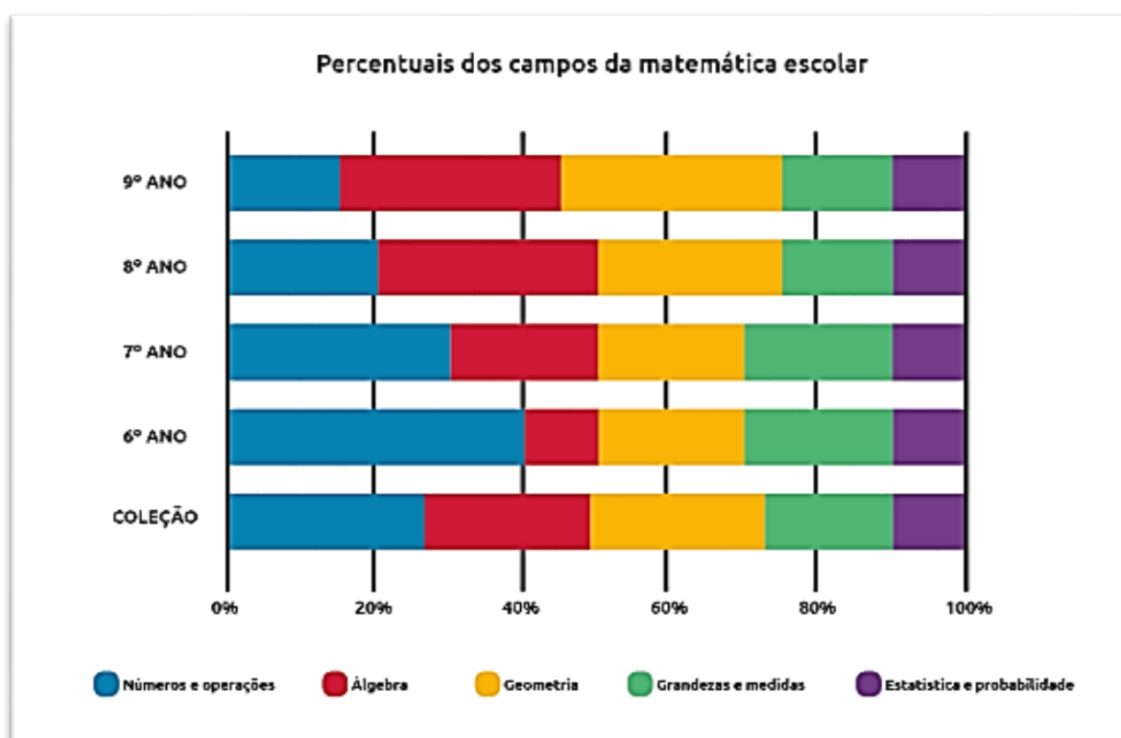
FONTE: REAME; MONTENEGRO (2014).

A segunda parte de nossa análise estará centrada nos anos finais do Ensino Fundamental, sendo os volumes pertencentes ao PNLD 2017, selecionados de acordo com o critério discriminado na metodologia (Capítulo I).

5.2 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Com base em estudos da Educação Matemática, o Guia Digital PNLD 2017 tem adotado um perfil (padrão) considerado satisfatório, que apresenta a distribuição dos campos matemáticos nos volumes. A Figura 92 apresenta a distribuição dos campos matemáticos para os quatro anos finais do Ensino Fundamental, assim como o da coleção.

FIGURA 92 – PERCENTUAIS DOS CAMPOS MATEMÁTICOS ESCOLAR NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL - PADRÃO



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2017).

O Guia Digital PNLD 2017 considera que pode haver pequenas variações nos quantitativos de cada campo entre as obras disponibilizadas pelo programa, sendo possível que os autores articulem os conteúdos de dois ou mais campos da matemática, tais articulações podem provocar as variações nos quantitativos de cada campo.

Para comparar e analisar a distribuição dos campos da matemática nas coleções que são os objetos de análise, *estimamos* a distribuição dos campos e elaboramos a Tabela 4 para que a visualização fique mais adequada para comparar a distribuição dos campos da matemática das coleções analisadas e o perfil padrão adotado pelo Guia Digital PNLD 2017.

TABELA 4 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL - PADRÃO

	Números e operações	Álgebra	Geometria	Grandezas e medidas	Estatística e probabilidade
9º ano	15%	30%	30%	15%	10%
8º ano	20%	30%	25%	15%	10%
7º ano	30%	20%	20%	20%	10%
6º ano	40%	10%	20%	20%	10%
Coleção	26%	23%	24%	17%	10%

FONTE: O autor (2018).

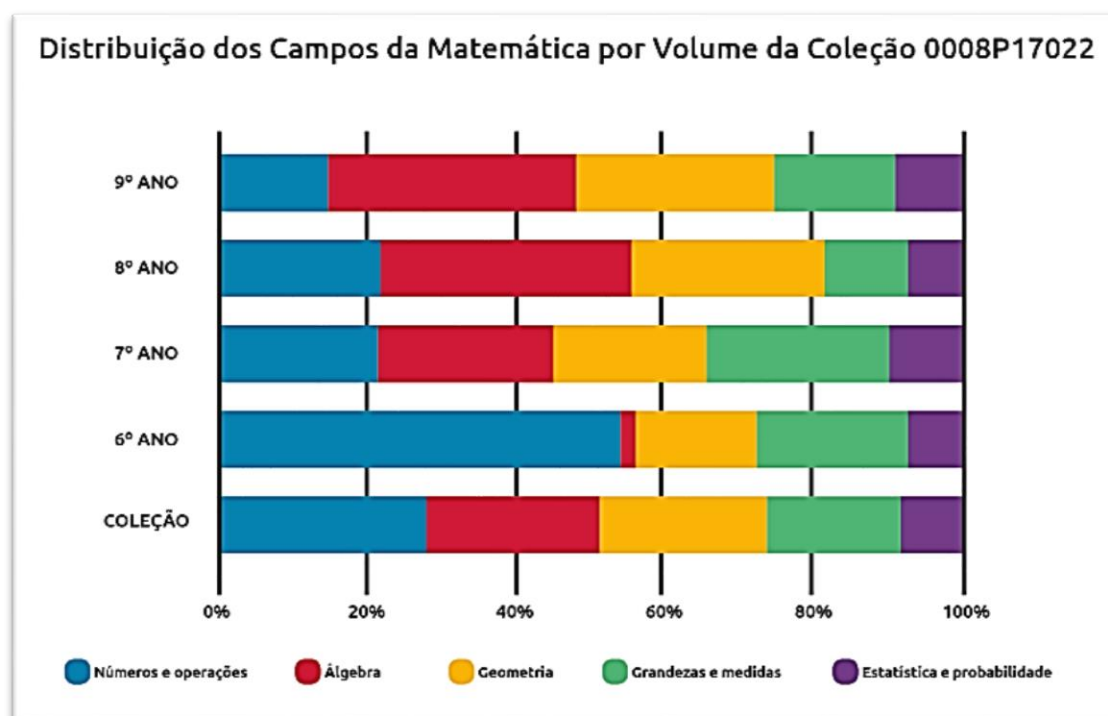
Nas próximas seções apresentaremos as análises das duas coleções dos anos finais do Ensino Fundamental, sendo primeira a Coleção Praticando Matemática, a mais escolhida, e na sequência a Coleção Vontade de Saber.

5.2.1 Análise da Coleção Praticando Matemática

A Coleção Praticando Matemática é composta por quatro volumes dos anos finais do Ensino Fundamental, de autoria de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, publicada pela Editora do Brasil no ano de 2015

A distribuição dos campos matemáticos por volume apresenta algumas variações em relação ao perfil (padrão) adotado como satisfatório pelo Guia Digital PNLD 2017, como observar-se na Figura 93.

FIGURA 93 – COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2017).

A distribuição dos campos da matemática escolar no 6º ano prioriza o campo Números e Operações e claramente reduz o campo da Álgebra, em relação ao perfil (padrão) adotado pelo Guia Digital PNLD 2017.

Para comparar o perfil padrão com os dados apresentados sobre as distribuições dos campos matemáticos em cada volume da Coleção Praticando Matemática, elaboramos a Tabela 5, apresentando os dados *estimados* de forma comparativa, para melhor visualização e análises posteriores.

TABELA 5 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – PADRÃO (P) X COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA (CPM)

	Números e operações P X CPM	Álgebra P X COM	Geometria P X CPM	Grandezas e medidas P X CPM	Estatística e probabilidade P X CPM
9º ano	15% X 15%	30% X 33%	30% X 26%	15% X 16%	10% X 10%
8º ano	20% X 21%	30% X 33%	25% X 26%	15% X 11%	10% X 9%
7º ano	30% X 21%	20% X 23%	20% X 20%	20% X 25%	10% X 11%
6º ano	40% X 54%	10% X 2%	20% X 16%	20% X 20%	10% X 8%
Coleção	26% X 28%	23% X 23%	24% X 22%	17% X 18%	10% X 9%

FONTE: O autor (2018).

Analisando os comparativos da Tabela 5, é possível visualizar que no 6º ano a coleção priorizou o campo Números e Operações, mas no geral, a coleção manteve a distribuição dos campos de acordo com o perfil padrão.

Nas próximas seções, apresentamos as análises dos quatro volumes da Coleção Praticando Matemática, com o objetivo de discutir a abordagem dos conteúdos matemáticos Área e Perímetro, assim como os conteúdos fortemente associados ao seu entendimento.

5.2.1.1 Análise do Volume 6 (6º ano) da Coleção Praticando Matemática

A partir do sumário do Volume 6, para efeito desta pesquisa, destacam-se duas Unidades, a Unidade 10, por meio do conteúdo “Perímetro”, e a Unidade 14, os conteúdos “Medidas” e “Medindo Superfícies”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 12).

QUADRO 12 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 6

Conteúdos Analisados		Perímetro	Medidas	Medindo superfícies
1.	Conteúdos analisados			
	Área e/ou perímetro	X		X
	Pré-requisito		X	
2.	Conceito/definição			
	Presente	X	X	X
	Ausente			
3.	Classificação da definição			
	Conceitual		X	X
	Procedimental	X	X	X
4.	Aprofundamento			
	Sim			
	Não			
	Não se aplica	X	X	
5.	Tipo de atividade proposta			
	Atividade conceitual			X
	Atividade procedimental	X	X	X
6.	Ilustração			
	Adequada	X	X	
	Inadequada			X

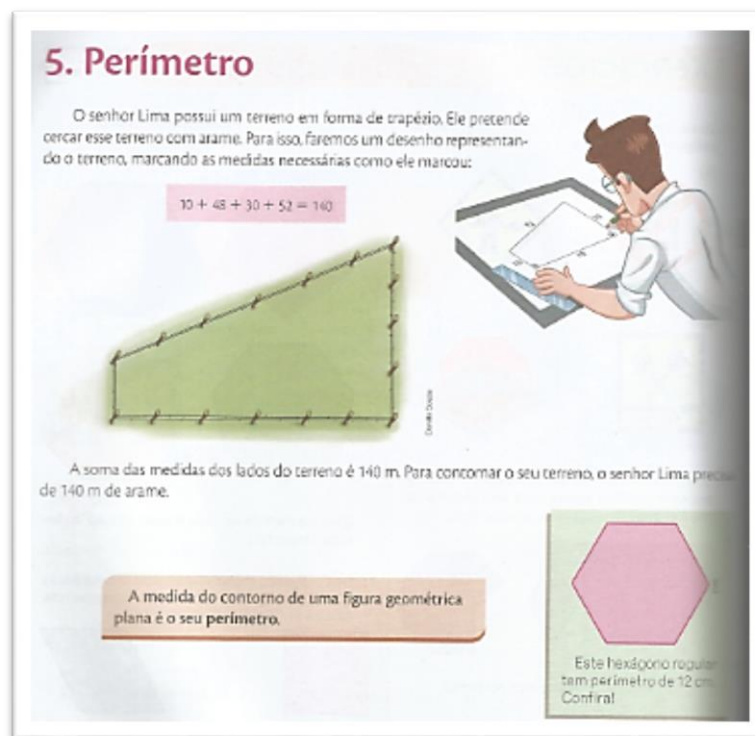
FONTE: O autor (2018).

- **Perímetro**

A introdução do perímetro é focada primeiramente no procedimento e depois se apresenta a definição (Figura 94). Quanto a definição citada “medida do contorno”, destaca-se

que os autores não explicitaram que o contorno é a fronteira fechada da região plana, deixando a definição incompleta (FRANCO; GERÔNIMO, 2005).

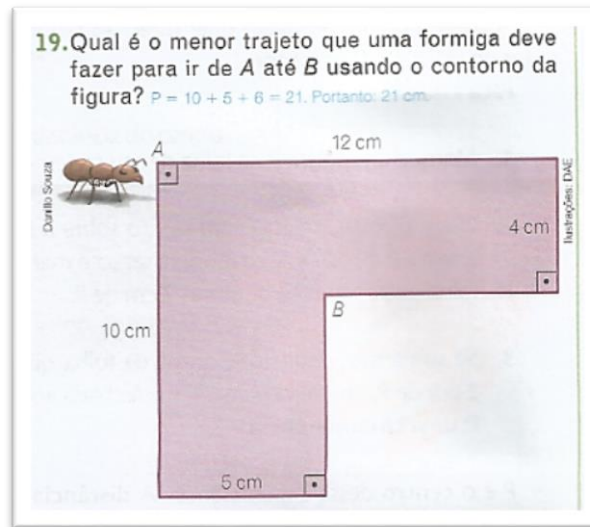
FIGURA 94 – INTRODUÇÃO DO PERÍMETRO – PERÍMETRO



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

No exercício 19 (Figura 95), o enunciado traz detalhes relevantes para a execução da atividade, descrevendo que para encontrar o resultado, deve-se usar o contorno da figura. O procedimento de identificar as medidas das partes faltantes através da medida total do segmento é considerado por Clements e Stephan (2004), um ponto crítico do desenvolvimento do senso de medição, sendo assim, é um tipo de atividade relevante para o ensino de medição.

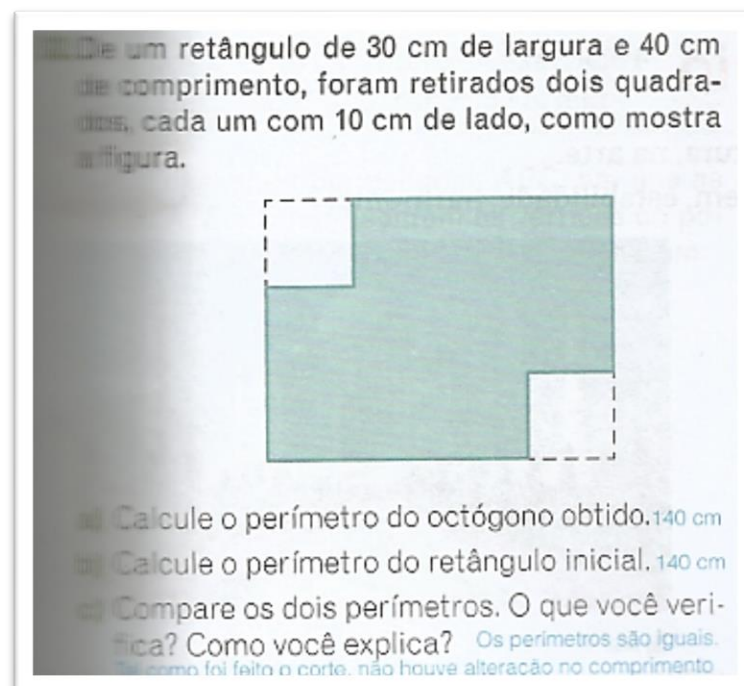
FIGURA 95 – EXERCÍCIO 19 – PERÍMETRO



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

Na seção “Revisando”, destaca-se o exercício 32 (Figura 96), onde é possível explorar a diferença variacional entre área e perímetro (BALDINI, 2004). O perímetro nas duas situações apresentadas (itens a e b), se mantém, enquanto a área varia. O item c proporciona ao aluno a possibilidade de exploração, formulação de conjecturas e argumentação, habilidades importantes para o aprofundamento do conteúdo de área e perímetro.

FIGURA 96 – EXERCÍCIO 32 – PERÍMETRO

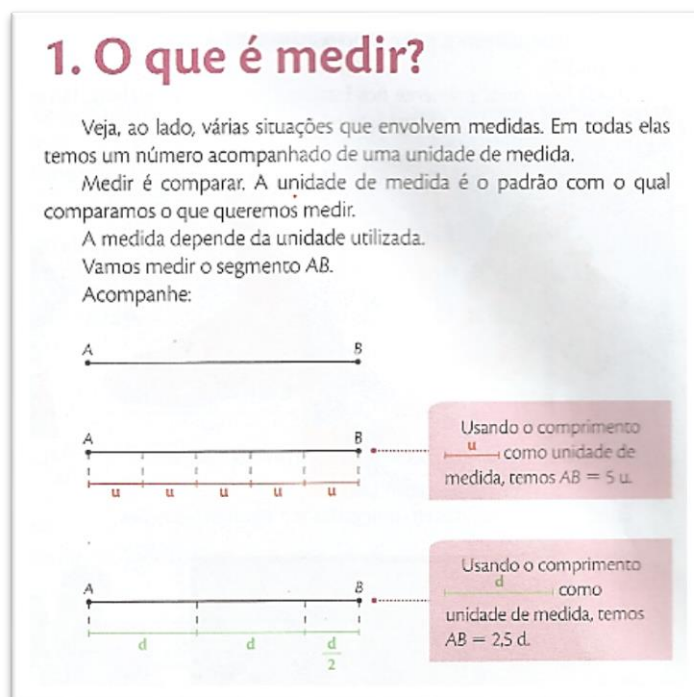


FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

- **Medidas**

A introdução da unidade referente a Medidas (Figura 97), apresenta o conceito de medir de forma adequada. Quando questiona “O que é medir? ”, descreve o que afirma Caraça (2002, p.20), no que se refere a medida, há três fases e três aspectos distintos: “escolha da unidade, comparação com a unidade, expressão do resultado dessa comparação por um número”.

FIGURA 97 – O QUE É MEDIR? – MEDIDAS



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

Quanto aos comprimentos no sistema métrico decimal, os autores apresentam os múltiplos e submúltiplos do metro (Figura 98). Destacamos que os submúltiplos do metro são definidos usando conceitos dos números decimais, demonstrando a necessidade do ensino intradisciplinar (LORENZATO, 2010).

FIGURA 98 – MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO METRO – MEDIDAS

Por isso, partindo da unidade fundamental, o metro, obtemos seus múltiplos:

- ◆ 1 decâmetro (**dam**) = 10 metros
- ◆ 1 hectômetro (**hm**) = 100 metros
- ◆ 1 quilômetro (**km**) = 1000 metros

Subdividindo o metro, obtemos seus submúltiplos:

- ◆ O decímetro (**dm**), que é a décima parte do metro → $1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$
- ◆ O centímetro (**cm**), que é a centésima parte do metro → $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$
- ◆ O milímetro (**mm**), que é a milésima parte do metro → $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$

O sistema métrico é decimal.

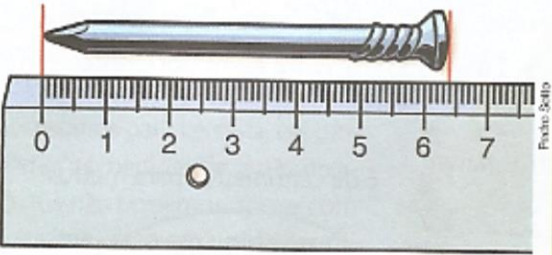
Voci
1,36
alt

FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

O exercício 1 (Figura 99), pode favorecer o entendimento, por parte do aluno, de que um comprimento pode ser expresso por unidades de medida distintas. Destaca-se que esta atividade favorece o entendimento dos conceitos de particionamento, iteração de unidade e acúmulo de distância (CLEMETS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 99 – EXERCÍCIO 1 – MEDIDAS

1. A figura mostra uma régua graduada em centímetros, e cada um desses centímetros está dividido em 10 partes (milímetros).



a) Qual é o comprimento do prego em centímetros?
6,4 cm

b) Qual é o comprimento do prego em milímetros?
64 mm

FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

- **Medindo superfície**

A apresentação de “Medindo superfícies” (Figura 100) destaca a cobertura de uma superfície e que a medida de uma superfície é a sua área, mas os dois exemplos apresentam enunciados e imagens confusas. De acordo com Baldini (2004), há diferenças topológicas entre área e perímetro (Figura 101), assim constata-se que os exemplos podem levar o aluno a confundir área e perímetro.


FIGURA 100 – APRESENTAÇÃO DE MEDINDO SUPERFÍCIE – MEDINDO SUPERFÍCIE

Quando se coloca carpete no piso de uma sala, forra-se a **superfície** desse piso.
 À sua volta, você pode observar várias superfícies: no tampo de uma mesa, na folha do caderno, no vidro da janela, nas paredes.

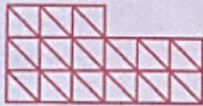
Uma superfície pode ser medida. A medida de uma superfície é a sua **área**. Sabendo a área da sala, por exemplo, podemos comprar a quantidade correta de carpete, evitando a falta ou o desperdício de material.

Se para medir comprimentos utilizamos um comprimento como unidade de medida, para medir superfícies a unidade de medida deve ser uma superfície.

Tomando como unidade de medida o quadradinho u , a área da figura ao lado é de 15 u , pois a unidade de medida cabe exatamente 15 vezes na superfície da figura.





Se a unidade de medida for o triângulo \triangle , a área da figura é de 30 \triangle , pois cabem exatamente 30 desses triângulos na superfície da figura.



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

FIGURA 101 – DIFERENÇA TOPOLÓGICA DE ÁREA E PERÍMETRO

	Área	Perímetro
Topológica		

FONTE: Adaptado de BALDINI (2004).

A área do retângulo foi apresentada (Figura 102) primeiramente, a partir da divisão das dimensões (largura e comprimento) do retângulo em linhas e colunas, usando a mesma unidade de comprimento, assim formando uma malha quadriculada, que possibilita a compreensão da área como medida bidimensional (CLEMETS; STEPHAN, 2004). E em seguida se apresenta a fórmula da área do quadrado como sendo um caso particular da área do retângulo, conectando o conceito ao procedimento.

FIGURA 102 – ÁREA DO RETÂNGULO – MEDINDO SUPERFÍCIE

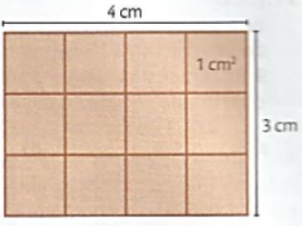
4. A área do retângulo

Quantos quadrados de 1 cm de lado cabem no retângulo ao lado?
 Temos 3 fileiras de 4 quadrados cada:
 $3 \cdot 4 = 12$ quadrados de 1 cm de lado
 A área deste retângulo é $A = 12 \text{ cm}^2$.
 Repare que, para calcular a área de um retângulo, basta multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura.

Se chamarmos o comprimento de c e a largura de ℓ , teremos:

$$A_{\text{retângulo}} = c \cdot \ell$$

Como no quadrado o comprimento é igual à largura, a área do quadrado de lado ℓ é:

$$A_{\text{quadrado}} = \ell \cdot \ell = \ell^2$$


FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

O exercício 31 (Figura 103) propõe o cálculo aproximado de um terreno irregular, e se trata de uma atividade que proporciona ao aluno a utilização do conceito de área e não apenas a fórmula (PONTE; SERRAZINA, 2000).

FIGURA 103 – EXERCÍCIO 31 – MEDINDO SUPERFÍCIE

31. Abaixo mostramos o desenho de um terreno que tem forma irregular. Nesse quadriculado, o lado de cada quadradinho mede 10 m.

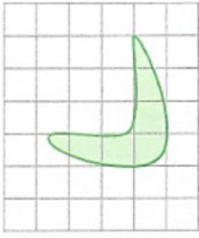


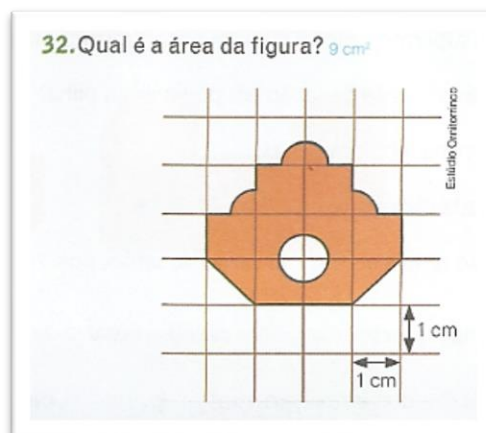
Ilustração: D&E

- Quantos quadradinhos (aproximadamente) correspondem à área do terreno? 5 quadradinhos
- Qual é a área de cada quadradinho? 100 m^2
- Qual é a área aproximada do terreno? 500 m^2

FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

Finalizando a análise deste volume, destaca-se o exercício 32 (Figura 104), que propicia a reorganização de partes da figura para facilitar os cálculos da área, desenvolvendo o conceito de conservação da área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 104 – EXERCÍCIO 32 – MEDINDO SUPERFÍCIE



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

5.2.1.2 Análise do Volume 7 (7º ano) da Coleção Praticando Matemática

A partir do sumário do Volume 7, as análises voltaram-se para a Unidade 8, onde serão consideradas as representações das “Unidades de medida de superfície” e “Área de polígonos”, a fim de analisá-las de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 13).

QUADRO 13 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 7

Conteúdos Analisados		Unidades de medida de superfície	Área de polígono
1.	Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro	X
	Pré-requisito		
2.	Conceito/definição	Presente	X
		Ausente	
3.	Classificação da definição	Conceitual	X
		Procedimental	X
4.	Aprofundamento	Sim	X
		Não	
		Não se aplica	
5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X
		Atividade procedimental	X
6.	Ilustração	Adequada	X
		Inadequada	

FONTE: O autor (2018).

- **Unidades de medida de superfície**

A atividade 2 (Figura 105) propõe ao aluno relacionar superfícies do seu cotidiano com as unidades de medida de superfície citadas. De acordo com Caraça (2002), é necessário escolher a unidade que será utilizada para medir o objeto, ou seja, qual unidade de medida de superfície é conveniente para cada situação.

FIGURA 105 – ATIVIDADE 2 – UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE

2. No cotidiano, é preciso medir superfícies, das menores às maiores. Que unidade de medida de superfície você acha adequada para expressar a área:

a) de uma sala de aula? m^2	d) de um cartão de visitas? cm^2
b) do estado do Amazonas? km^2	e) de um pôster ou um quadro? cm^2 ou m^2
c) de uma folha de caderno? cm^2	f) de um selo de correio? cm^2 ou mm^2

FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

O exercício 3 (Figura 106) desenvolve, através da decomposição de superfícies, o cálculo da área e a construção de figuras distintas com a mesma área, assim desenvolvendo o conceito de conservação da área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 106 – EXERCÍCIO 3 – UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE

3. Veja as figuras:

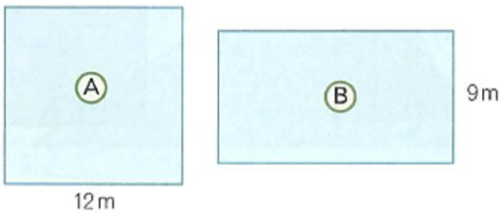
a) Indique as figuras que têm área igual à da figura A, B, D e F.

FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

O exercício 21 (Figura 107) é uma atividade que envolve área e perímetro. De acordo com Chappell e Thompson (1999), propicia aos alunos a distinção entre os dois objetos de estudo.

FIGURA 107 – EXERCÍCIO 21 – UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE

21. Na escola de José há dois pátios, um na forma quadrada e outro na forma retangular. Esses pátios têm a mesma área.



Resposta:

a) Qual é o comprimento do pátio retangular?

b) Qual dos dois tem maior perímetro? B

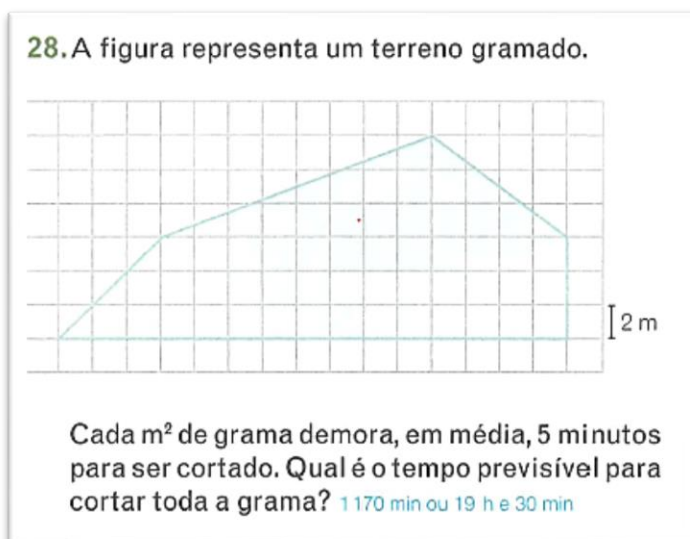
FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

- **Área de polígonos**

Nesta seção são demonstradas as fórmulas do cálculo da área do paralelogramo, triângulo, trapézio e losango, que são abordadas em exercícios, conforme apresentamos na sequência.

O exercício 28 (Figura 108) apresenta uma atividade em que o aluno poderá propor a decomposição do terreno para calcular a área, favorecendo o conceito de conservação da área (CLEMENTS; STEPHAN, 2004). Entretanto, a atividade não propõe a discussão de como os alunos efetuaram a decomposição do terreno para calcular a área, onde tais questionamentos podem fortalecer o entendimento do conceito de conservação da área.

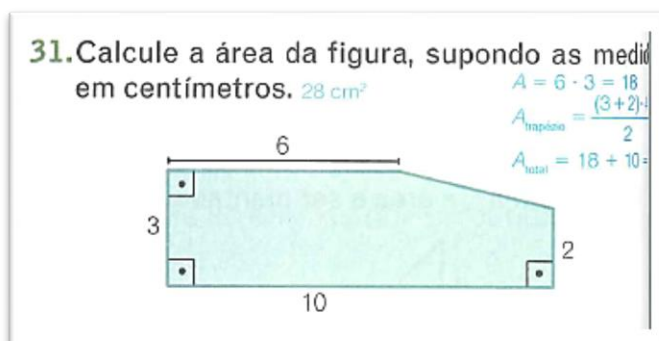
FIGURA 108 – EXERCÍCIO 28 – ÁREA DE POLÍGONOS



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

No exercício 31 (Figura 109), a figura que se deseja calcular a área não está subdividida (malha quadriculada), assim o aluno deverá decompor a figura e empregar as fórmulas para o cálculo da área, que de acordo com Cavanagh (2008), está dando ênfase ao procedimento. Mas também há a possibilidade de desenvolver o conceito de conservação de área, pois a decomposição da figura pode ocorrer de maneiras distintas, mas a área da figura permanece a mesma (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 109 – EXERCÍCIO 31 – ÁREA DE POLÍGONOS



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

5.2.1.3 Análise do Volume 8 (8º ano) da Coleção Praticando Matemática

A partir do sumário do Volume 8, destacam-se duas unidades, na Unidade 1 considerando o conteúdo “Pi - um número irracional” e na Unidade 14 como o conteúdo

“Comprimento de um arco”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 15).

QUADRO 14 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 8

Conteúdos Analisados		Pi – um número irracional	Comprimento de um arco
1. Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro		X
	Pré-requisito	X	
	Ausente		
2. Classificação da definição	Conceitual	X	X
	Procedimental	X	X
3. Aprofundamento	Sim		X
	Não		
	Não se aplica	X	
4. Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual		X
	Atividade procedimental	X	X
5. Ilustração	Adequada		X
	Inadequada	X	

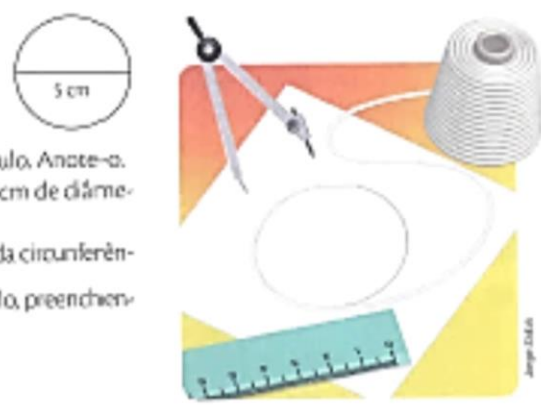
FONTE: O autor (2018).

- **Pi – um número irracional**

Os autores propõem um experimento para demonstrar o Pi (π) utilizando o comprimento da circunferência (medição do contorno fechado do círculo) e o diâmetro. Em seguida, definindo a fórmula do comprimento da circunferência (Figura 110). Considera-se importante a experiência no processo educativo. Mas considera-se inadequada a expressão “qualquer que seja o tamanho da circunferência”, no caso o adequado seria “qualquer que seja o comprimento da circunferência”, pois tamanho não é sinônimo de comprimento.

FIGURA 110 – INTRODUÇÃO – PI – UM NÚMERO IRRACIONAL

Trace com compasso um círculo de 5 cm de diâmetro em uma cartolina e recorte-o.
 Concorne-o com linha grossa como mostra a figura ao lado. Meça o comprimento da linha, obtendo o comprimento da circunferência do círculo. Anote-o.
 Repita o procedimento para um círculo de 10 cm de diâmetro e um círculo de 15 cm de diâmetro.
 Chamando o diâmetro de d e o comprimento da circunferência de C , calcule o quociente de $\frac{C}{d}$ para cada círculo, preenchendo em seu caderno uma tabela como esta:



d (cm)	C (cm)	$\frac{C}{d}$
5		
10		
15		

Você deve ter obtido, nos três casos, $\frac{C}{d} \approx 3$.

Este símbolo significa aproximadamente igual.

Se prosseguíssemos com nosso experimento, por mais precisas que fossem nossas medidas, não obteríamos um valor exato, pois este quociente tem infinitas casas decimais e não tem período.
 Há muitos e muitos séculos, percebeu-se que dividindo o comprimento da circunferência pela medida de seu diâmetro, obtém-se sempre um mesmo número, qual quer que seja o tamanho da circunferência. Ao longo da história, os matemáticos se ocuparam com o cálculo dessa constante. Na seção **Vale a pena ler**, da página 30, você aprenderá mais sobre esse assunto.
 No século XVII provou-se que este quociente é um número irracional que denotamos pela letra grega π (lê-se "pi").

$$\frac{C}{d} = \pi \text{ e } \pi = 3,14159265\dots$$

De acordo com nossas necessidades, usaremos **aproximações racionais para π** . Por exemplo:

$$\pi \approx 3,14$$

Agora acompanhe:

Se $\frac{C}{d} = \pi$, então $C = \pi \cdot d$. Para calcular a medida C do comprimento de uma circunferência de diâmetro d , multiplicamos seu diâmetro por π .
 Ou ainda, como $d = 2 \cdot r$ (r é a medida do raio da circunferência), temos que:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

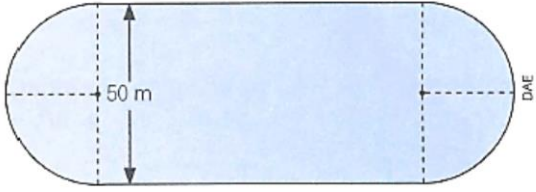
FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

O exercício 50 (Figura 111) apresenta uma pista de atletismo, onde solicita-se ao aluno que determine o comprimento desta pista. A ilustração e o enunciado não especificam qual parte da figura representa a pista. Assim o aluno pode não compreender que a medida do contorno fechado da figura é o comprimento da pista.

FIGURA 111 – EXERCÍCIO 50 – PI – UM NÚMERO IRRACIONAL

50. Uma pista de atletismo tem a seguinte forma:

$C = 2 \cdot \pi \cdot r$ $P = 180 + 157$ 337 m
 $C = 2 \cdot 3,14 \cdot 25 \rightarrow C = 157$ $P = 337$
 90 m



Qual é o comprimento aproximado dessa pista?

FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

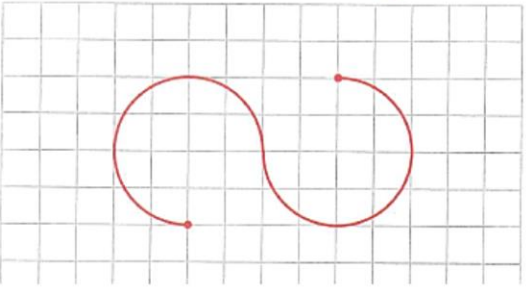
- **Comprimento de um arco**

No exercício 33 (Figura 112), a determinação do comprimento da linha vermelha envolve a capacidade de decompor e reorganizar a linha, de tal maneira que favoreça o emprego da fórmula que calcula o comprimento da circunferência.

FIGURA 112 – EXERCÍCIO 33 – COMPRIMENTO DE UM ARCO

33. Determine, em cm, o comprimento da linha vermelha, sabendo que cada quadradinho tem 0,5 cm de lado. 9,42 cm

$D = 4 \cdot 0,5 = 2$
 $C = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 3,14 = 9,42$

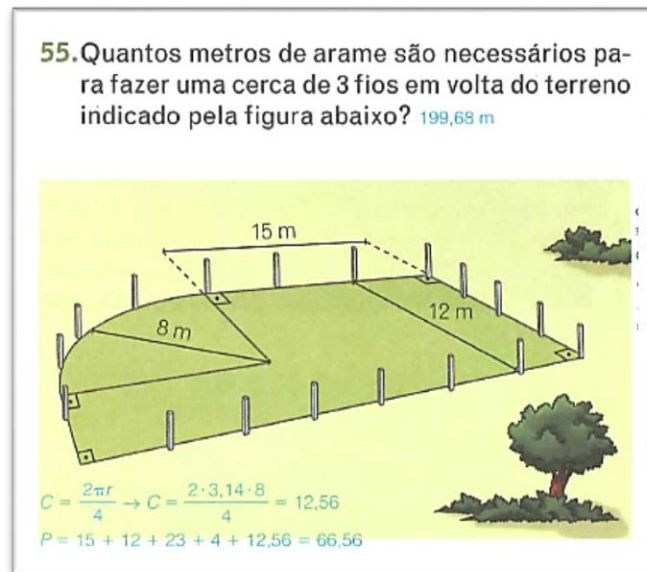


Ilustrações: DAE

FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

No exercício 55 (Figura 113), além do uso de fórmula (um quarto do comprimento de uma circunferência), é necessário que o terreno seja segmentado para determinar o seu perímetro. De acordo com Clements e Stephan (2004), o processo mental de se mover ao longo de um objeto, segmentando-o para efetuar a medição, favorece o ensino de medição.

FIGURA 113 – EXERCÍCIO 55 – COMPRIMENTO DE UM ARCO



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

5.2.1.4 Análise do Volume 9 (9º ano) da Coleção Praticando Matemática

A partir do sumário do volume 9, destaca-se a Unidade 9, onde será considerado o conteúdo “Área do círculo”, a fim de analisá-lo de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 15).

QUADRO 15 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO PRATICANDO MATEMÁTICA – VOLUME 9

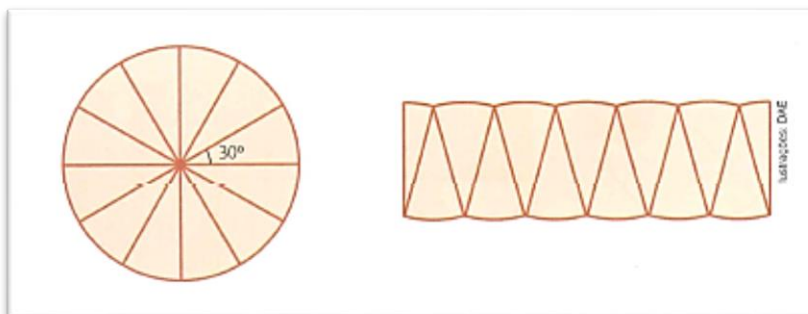
Conteúdos Analisados		Área do círculo
1.	Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro
		Pré-requisito
2.	Conceito/definição	Presente
		Ausente
3.	Classificação da definição	Conceitual
		Procedimental
4.	Aprofundamento	Sim
		Não
		Não se aplica
5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual
		Atividade procedimental
6.	Ilustração	Adequada
		Inadequada

FONTE: O autor (2018).

- **Área do círculo**

A proposta inicial para demonstração da área do círculo enfatiza que, apesar da reorganização das partes do círculo (Figura 114), conserva-se a área (CLEMMENTS; STEPHAN, 2004).

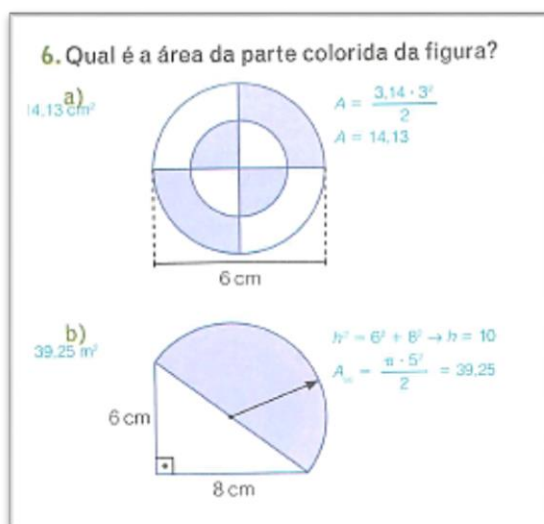
FIGURA 114 – DEMONSTRAÇÃO – ÁREA DO CÍRCULO



FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

Alguns exercícios desta unidade exploram a reorganização das partes que desejasse calcular a área, para depois empregar a fórmula (Figura 115). Esta reorganização favorece o entendimento do conceito de conservação da área (CLEMMENTS; STEPHAN, 2004).

FIGURA 115 – EXERCÍCIO 6 – ÁREA DO CÍRCULO



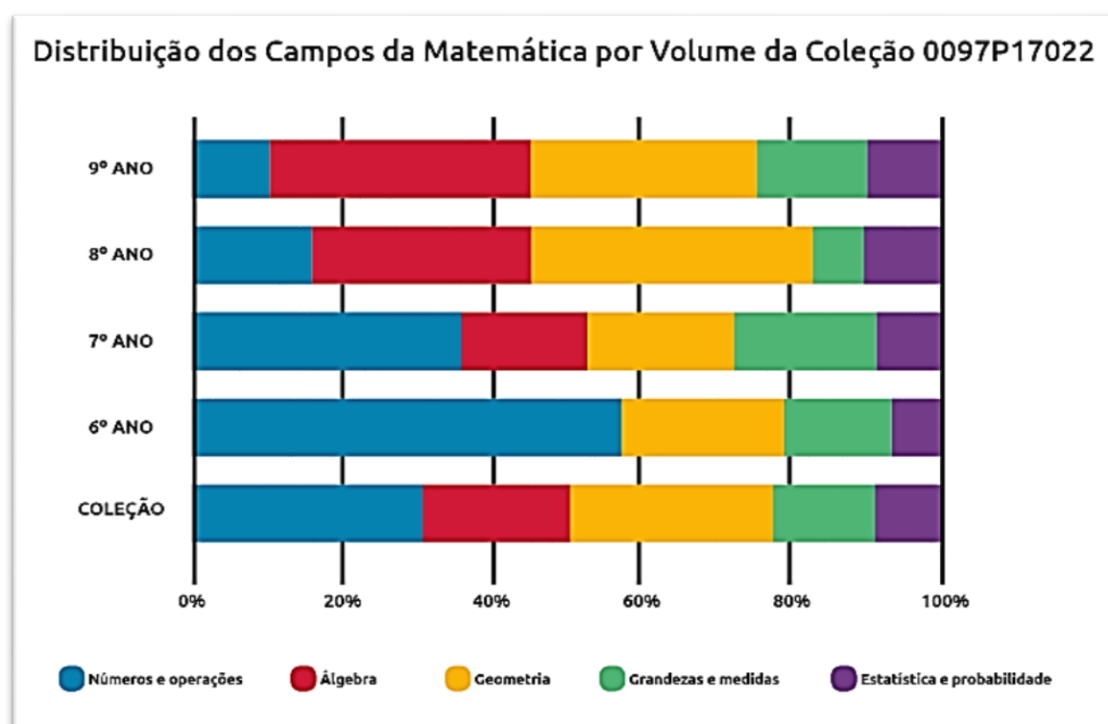
FONTE: ANDRINI; VASCONCELLOS (2015).

5.2.2 Análise da Coleção Vontade de Saber

A Coleção Vontade de Saber é composta por quatro volumes dos anos finais do Ensino Fundamental, de autoria de Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro, publicada pela Editora FTD no ano de 2015.

A distribuição dos campos matemáticos por volume apresenta algumas variações em relação ao perfil (padrão) adotado como satisfatório pelo Guia Digital PNLD 2017, como observa-se na Figura 116.

FIGURA 116 – COLEÇÃO VONTADE DE SABER – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR



FONTE: GUIA DIGITAL PNLD (2017).

A distribuição dos campos da matemática escolar priorizou o campo Números e Operações no 6º e 7º anos. No 6º ano não consta o campo da Matemática Álgebra, em relação ao perfil (padrão) adotado pelo Guia Digital PNLD 2017.

Para comparar o perfil padrão com os dados apresentados sobre as distribuições dos campos matemáticos em cada volume da Coleção Vontade de Saber, elaboramos a Tabela 6, apresentando os dados *estimados* de forma comparativa, para melhor visualização e análises posteriores.

TABELA 6 – DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR – PADRÃO (P) X COLEÇÃO VONTADE DE SABER (CVS)

Números e operações	Álgebra	Geometria	Grandezas e medidas	Estatística e probabilidade
---------------------	---------	-----------	---------------------	-----------------------------

	P X CVS	P X CVS	P X CVS	P X CVS	P X CVS
9º ano	15% X 10%	30% X 35%	30% X 30%	15% X 15%	10% X 10%
8º ano	20% X 15%	30% X 29%	25% X 38%	15% X 7%	10% X 11%
7º ano	30% X 36%	20% X 16%	20% X 20%	20% X 19%	10% X 9%
6º ano	40% X 56%	10% X 0%	20% X 22%	20% X 15%	10% X 7%
Coleção	26% X 30%	23% X 20%	24% X 27%	17% X 13%	10% X 10%

FONTE: O autor (2018).

Nos comparativos da Tabela 6, é possível visualizar que no 6º ano a coleção priorizou o campo Números e Operações e não consta o campo Álgebra, no 8º ano reduziu o campo Grandezas e Medidas, mas ampliou o campo Geometria. No geral, a coleção manteve a distribuição dos campos de acordo com o perfil padrão.

Nas próximas seções, estaremos analisando os quatro volumes da Coleção Vontade de Saber, com o objetivo de discutir a abordagem dos conteúdos matemáticos Área e Perímetro, assim como os conteúdos fortemente associados ao seu entendimento.

5.2.2.1 Análise do Volume 6 (6º ano) da Coleção Vontade de Saber

A partir do sumário do Volume 6, destacam-se dois capítulos, no Capítulo 10 considerando o conteúdo de “Medidas de comprimento” e no Capítulo 11 o conteúdo de “Medidas de superfície”, a fim de analisá-los de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 16).

QUADRO 16 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO VONTADE DE SABER – VOLUME 6

Conteúdos Analisados		Medidas de comprimento	Medidas de superfície
1.	Conteúdos analisados		X
	Área e/ou perímetro		
2.	Pré-requisito	X	
	Presente	X	X
	Ausente		
3.	Classificação da definição		
	Conceitual	X	X
4.	Procedimental	X	X
	Sim		
	Não		
5.	Aprofundamento		
	Não se aplica	X	X
5.	Tipo de atividade proposta		
	Atividade conceitual	X	X
	Atividade procedimental	X	X

6.	Ilustração	Adequada	X	X
		Inadequada		

FONTE: O autor (2018).

- **Medidas de comprimento**

A atividade 2 (Figura 117) propicia o entendimento dos conceitos: particionamento, iteração de unidade e acúmulo de distância, que de acordo com Clements e Stephan (2004), são essenciais para o aprendizado sobre medição de comprimento.

FIGURA 117 – ATIVIDADE 2 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO

2. Tomando a medida do segmento indicado em azul como uma unidade (1 u), estime o comprimento dos demais segmentos. $AB = 3 u$; $CD = 2 u$; $EF = 4 u$

Utilize um instrumento de medida e verifique se sua resposta está correta.

Ilustrações: Acervo da editora

FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

A atividade 3 (Figura 118) propõe ao aluno a escolha da medida mais adequada, sendo assim, faz-se necessário o entendimento no que se refere à medida descrita por Caraça (2002, p. 30), “escolha da unidade, comparação com a unidade, expressão do resultado dessa comparação por um número”

FIGURA 118 – ATIVIDADE 3 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO

3. Associe cada comprimento indicado à medida mais adequada. Para isso, escreva a letra e o símbolo romano correspondentes. $a-II$; $b-IV$; $c-I$; $d-III$

a) altura de um prédio	c) diâmetro de uma agulha
b) comprimento de um lápis	d) distância entre duas cidades
I) 1 mm	III) 30 km
II) 48 m	IV) 13 cm

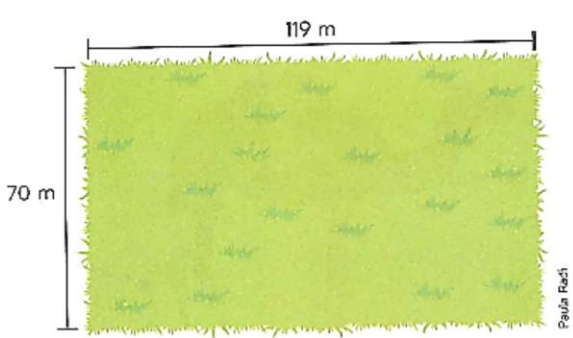
FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

Na seção “Revisão”, a atividade 43 (Figura 119) oportuniza o emprego dos conceitos de particionamento e iteração de unidade (CLEMETS; STEPHAN, 2004), para resolver a situação problema. A placa de grama (35 cm x 35 cm) representa a unidade de medida da área, logo, é necessário cobrir a região (campo de futebol) com as unidades de área (placas de grama),

sem deixar lacunas ou efetuar sobreposições, assim, determinando quantas placas de grama são necessárias para cobrir o campo de futebol.

FIGURA 119 – ATIVIDADE 3 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO

43. Na construção do campo de futebol representado a seguir serão utilizadas placas de grama de formato quadrado, medindo 35 cm de lado, para cobrir a sua região interna.



De acordo com a imagem, quantas placas de grama iguais à indicada serão utilizadas no mínimo? 68 000 placas


FONTE: SOUZA; PATARO (2015).




- **Medidas de superfície**


A introdução do conceito de área (Figura 120) enfatizou a escolha da unidade de medida de área, apresentando figuras diferentes com mesma área. Na sequência explorou a utilização de unidades de medida de área diferentes, para medir a mesma superfície, constatando que os valores foram diferentes, pois as unidades de medida da área foram diferentes.


FIGURA 120 – INTRODUÇÃO – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE


Para entendermos o conceito de área, vamos inicialmente observar as seguintes figuras, construídas com triângulos de mesmo tamanho.





De acordo com as figuras, podemos observar que são necessários 15  para cobrir cada uma delas. Assim, dizemos que a área ou a medida da superfície de cada uma das figuras é 15 . Nesse caso, utilizamos o  como unidade de medida de área.

Agora, vamos determinar a área dessas figuras utilizando o  como unidade de medida de área.



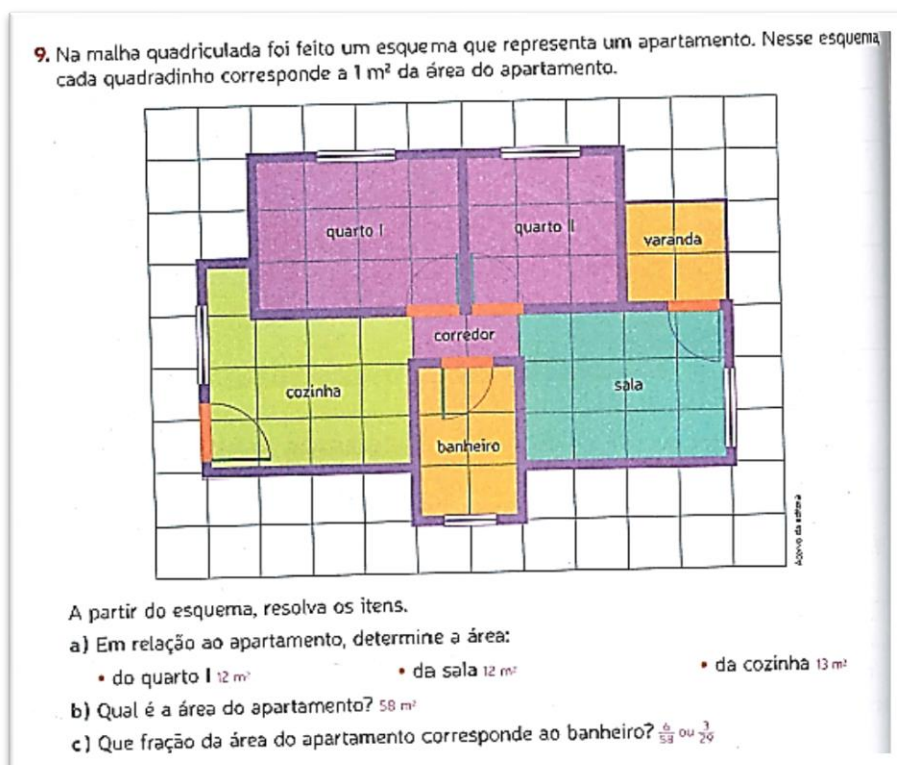
Nesse caso, a área de cada figura é 5 .

Note que ao utilizarmos o  ou o  obtemos valores diferentes. Isso ocorre porque consideramos unidades diferentes para medir a mesma superfície.

FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

A atividade 9 (Figura 121) representa a planta baixa de um apartamento utilizando uma malha quadriculada, onde cada quadradinho corresponde a 1m^2 da área do apartamento. Pode-se explorar a grandeza área, pois a medida de área do apartamento é expressa pelo número de vezes que a unidade de medida de área (1 m^2) cabe na representação da superfície do apartamento (PONTE; SERRAZINA, 2000).

FIGURA 121 – ATIVIDADE 9 – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE



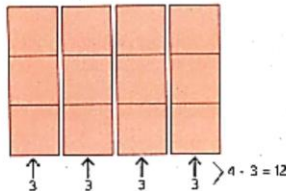
FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

A demonstração do procedimento para o cálculo da área do retângulo e do quadrado (Figura 122) explorou a utilização da malha quadriculada, onde cada quadradinho representa uma unidade de área (1 cm^2), e através das linhas e colunas formadas pela malha quadriculada, procede-se o cálculo da área. De acordo com Clements e Stephan (2004), o processo de estruturação da matriz (linha e coluna), favorece o entendimento que área é uma medida bidimensional.

FIGURA 122 – DEMONSTRAÇÃO – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

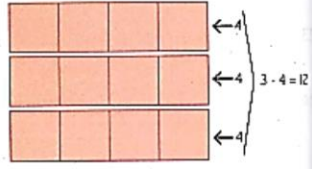
Agora, veja como podemos calcular a área do retângulo de duas maneiras, utilizando multiplicação.

- O retângulo é formado por 4 colunas com 3 quadradinhos cada.



A área do retângulo é 12 cm^2 .

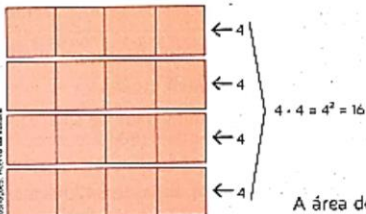
- O retângulo é formado por 3 linhas com 4 quadradinhos cada.



A área do retângulo é 12 cm^2 .

Assim, em um retângulo que tem 4 cm de comprimento por 3 cm de largura cabem 12 quadradinhos com 1 cm^2 de área.

De maneira semelhante, podemos calcular a área do quadrado:



A área do quadrado é 16 cm^2 .

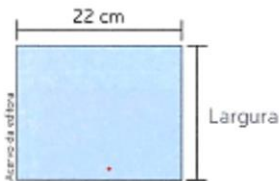
Assim, em um quadrado que tem 4 cm de lado cabem 16 quadradinhos com 1 cm^2 de área.

FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

A atividade 22 (Figura 123) envolve o cálculo de uma das dimensões do retângulo e também o cálculo do perímetro. Destaca-se que até o momento neste volume não foi trabalhado o perímetro, assim, entende-se que os autores podem ter considerado que os alunos já tenham desenvolvido o conteúdo de perímetro nos anos anteriores, sem necessitar da representação nos anos finais do Ensino fundamental.

FIGURA 123 – ATIVIDADE 22 – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

22. O retângulo apresentado a seguir tem 396 cm^2 de área.



a) Qual é a largura desse retângulo? **18 cm**

b) Qual é o perímetro do retângulo? **80 cm**

c) Se o comprimento desse retângulo for aumentado em 8 cm, em quantos centímetros quadrados aumentará sua área?

FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

5.2.2.2 Análise do volume 7 (7º ano) da Coleção Vontade de Saber

O sumário do Volume 7 não apresenta conteúdos matemáticos fortemente associados ao entendimento Área e Perímetro, mas os autores apresentaram atividades no “Capítulo 2 – Números Decimais” e no “Capítulo 6 – Expressões algébricas, fórmulas e equações”, envolvendo o cálculo de área e perímetro.

5.2.2.3 Análise do Volume 8 (8º ano) da Coleção Vontade de Saber

A partir do sumário do Volume 8, destaca-se apenas o “Capítulo 12 – Medidas de superfície”, considerando o conteúdo “Área de polígonos”, a fim de analisá-lo de acordo com o “*Quadro de Análise dos Livros Didáticos*” (Quadro 17).

QUADRO 17 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO VONTADE DE SABER – VOLUME 8

Conteúdos Analisados		Área de polígonos
1. Conteúdos analisados	Área e/ou perímetro	X
	Pré-requisito	
2. Conceito/definição	Presente	X
	Ausente	
3. Classificação da definição	Conceitual	X
	Procedimental	X
4. Aprofundamento	Sim	
	Não	
	Não se aplica	X
5. Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X
	Atividade procedimental	X
6. Ilustração	Adequada	X
	Inadequada	

FONTE: O autor (2018).

- **Área de polígonos**

Nesta seção são demonstradas as fórmulas do cálculo da área do: paralelogramo, triângulo, trapézio e losango. Destaca-se que a maioria das atividades estão centradas na utilização de fórmulas, o que não consideramos relevante para o nosso estudo.

A atividade 25 (Figura 124) apresenta uma região não poligonal que deve ser comparada com a área de quatro polígonos. A proposta da estimativa suscita a ideia de cobertura de uma superfície (PONTE; SERRAZINA, 2000), sendo uma atividade conceitual e procedimental.

FIGURA 124 – ATIVIDADE 25 – ÁREA DE POLÍGONOS

25. Sobre quatro figuras idênticas com 58 cm^2 de área cada, Leonel construiu um paralelogramo, um triângulo, um trapézio e um losango.

Sem efetuar cálculos, estime qual dos polígonos possui a área mais próxima da área da figura. *Resposta esperada: losango.*

Agora, efetue os cálculos necessários e verifique se sua resposta está correta.

FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

5.2.2.4 Análise do Volume 9 (9º ano) da Coleção Vontade de saber

A partir do sumário do Volume 9, destaca-se o “Capítulo 11 – Círculo e circunferência”, onde serão considerados os conteúdos “Comprimento da circunferência” e “Área do círculo”, a fim de analisá-los de acordo com o “Quadro de Análise dos Livros Didáticos” (Quadro 18).

QUADRO 18 – QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO COLEÇÃO VONTADE DE SABER – VOLUME 9

Conteúdos Analisados		Comprimento da circunferência	Área do círculo
1.	Conteúdos analisados	X	X
	Pré-requisito		
2.	Conceito/definição	X	X
	Ausente		
3.	Classificação da definição	X	X
	Procedimental	X	X
4.	Sim		
	Não		
	Não se aplica	X	X

5.	Tipo de atividade proposta	Atividade conceitual	X	
		Atividade procedimental	X	X
6.	Ilustração	Adequada	X	X
		Inadequada		

FONTE: O autor (2018).


- **Comprimento da circunferência**

Primeiramente é demonstrado como é obtida a aproximação do número irracional pi (π) (Figura 125), que depende do comprimento da circunferência e do diâmetro. Na sequência é definida a fórmula que é usada para o cálculo aproximado do comprimento da circunferência.


FIGURA 125 – DEMONSTRAÇÃO – COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

Veja os resultados obtidos para alguns objetos.


- DVD de um filme
- Tampa de recipiente
- Prato de porcelana



Comprimento (C): 37,7 cm
Diâmetro (d): 12 cm
 $\frac{C}{d} = \frac{37,7}{12} \approx 3,142$



Comprimento (C): 29,8 cm
Diâmetro (d): 9,5 cm
 $\frac{C}{d} = \frac{29,8}{9,5} \approx 3,137$



Comprimento (C): 76 cm
Diâmetro (d): 24,2 cm
 $\frac{C}{d} = \frac{76}{24,2} \approx 3,14$

O número obtido em cada caso é uma aproximação do número irracional pi, indicada pela letra grega π . Portanto:

$$\pi = \frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro}}$$

$$\pi = \frac{C}{d}$$

$$C = d \cdot \pi$$

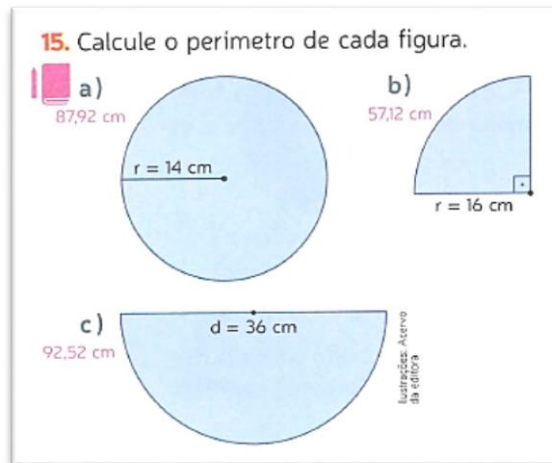
Como o diâmetro é o dobro do raio ($d = 2r$), essa fórmula pode ser escrita da seguinte maneira:

$$C = 2 \cdot r \cdot \pi \quad \text{ou} \quad C = 2\pi r$$

FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

Na atividade 15 (Figura 126), para que o aluno execute a proposta de calcular o perímetro das figuras, faz necessário o entendimento que o perímetro é a medida do comprimento da curva que delimita a região interior da figura (VANCLEAVE (1994), pois nos itens b e c, não será possível usar somente a fórmula do comprimento da circunferência, pois o raio (item b) e o diâmetro (item c) também irão compor o perímetro das figuras.

FIGURA 126 – ATIVIDADE 15 – COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

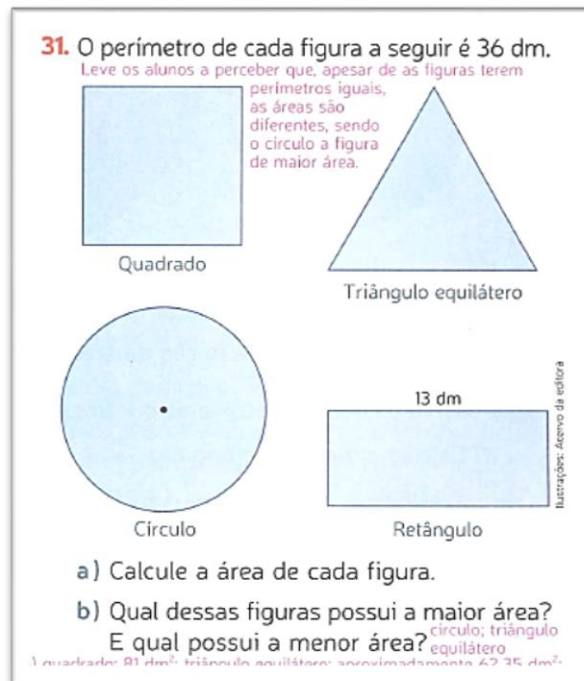


FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

- **Área do círculo**

A atividade 31 (Figura 127) propõe o cálculo da área a partir do perímetro dado. Atividade além de concentrar no procedimento, uso de fórmulas, é necessária para que o aluno diferencie os objetos em estudo, área e perímetro (CHAPPELL; THOMPSON, 1999).

FIGURA 127 – ATIVIDADE 31 – COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA



FONTE: SOUZA; PATARO (2015).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As pesquisas que envolveram este trabalho, assim como as análises das coleções de livros didáticos de matemática distribuídos pelo PNLD 2016 e 2017, proporcionaram a reflexão sobre a qualidade da abordagem dos conteúdos escolares “Área” e “Perímetro” nos livros didáticos, sendo que este material faz parte de uma política pública de educação e constitui um importante instrumento de apoio à prática docente.

Observando a trajetória do PNLD, destacou-se que o programa passou a fazer parte de uma política pública de educação em 1985, com o objetivo de universalização e melhoria do ensino de 1º grau, anos depois, foram garantidas verbas regulares para aquisição e distribuição do livro didático, assegurando o fluxo regular, mas apenas em 1993 foi instituída a avaliação dos livros didáticos.

Os livros didáticos analisados passaram por avaliação pedagógica através de uma comissão técnica específica, coordenada pelo Ministério da Educação, sendo que esta avaliação foi e é balizada por critérios eliminatórios, como por exemplo: as conceituações erradas ou confusas, capazes de dificultar a aprendizagem dos conceitos. Mas nas análises foi possível constatar falhas, que não poderiam ocorrer em coleções aprovadas.

O livro didático é considerado um material de apoio ao professor, tanto como atualização metodológica, como para o seu desenvolvimento profissional, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa por parte do aluno. De acordo com esta perspectiva, a constatação de conceitos confusos, considerados de certa forma incompletos, compromete a aprendizagem do aluno, ficando dependente da formação do professor para que os conceitos e procedimentos sejam desenvolvidos de maneira adequada.

Quanto aos livros didáticos de matemática, no decorrer dos anos, as discussões sobre educação matemática influenciaram os currículos e as práticas pedagógicas. Para auxiliar a escolha dos livros didáticos, o FNDE disponibiliza o Guia Digital do PNLD, que traz subsídios para os professores discutirem e escolherem os livros didáticos de matemática que melhor se encaixem na proposta pedagógica da unidade escolar, e também estejam o mais próximo possível do currículo adotado pela rede de ensino.

Este é um fator importante a ser considerado, pois se atribuir ao livro didático o papel de organizador dos conteúdos escolares, e que durante o ano letivo o professor desenvolva os conteúdos de forma linear como são apresentados no livro didático, favoreceria a prática docente quanto a utilização do livro didático em sala de aula.

Nas análises dos anos finais, observamos em particular o conteúdo de comprimento da circunferência e a área do círculo, que na Coleção *Praticando Matemática* foi abordado o comprimento da circunferência no 8º ano e área do círculo no 9º ano. Enquanto, na Coleção *Vontade de Saber*, os dois conteúdos foram abordados no 9º ano. Assim destaca-se a importância da escolha do livro didático de acordo com o currículo adotado pela instituição de ensino, a situação descrita anteriormente, poderia dificultar a utilização do livro didático.

Ainda sobre o Guia Digital do PNLD, destacam-se as considerações dos avaliadores do PNLD quanto aos conteúdos analisados, que indicam por exemplo: atividades que possuem ilustrações mal elaboradas, o uso inadequado da palavra “forma” e objetos geométricos são confundidos com as grandezas associadas a eles, podendo confundir o aluno e sugerem atenção redobrada do professor. Entendemos que tais considerações indicadas pelos avaliadores, deveriam ser corrigidas pelos autores na fase anterior a aprovação do material.

Nas análises dos livros didáticos dos anos iniciais, observou-se que as abordagens apresentadas para área e perímetro e para os conteúdos associados ao seu entendimento, foram distintas em relação à forma de organização e apresentação dos conteúdos. A Coleção *Projeto Ápis*, explorou a região plana, seu contorno e medidas de comprimento, apresentando nos volumes 4 e 5, de forma explícita, os conteúdos de área e perímetro. No entanto, a Coleção *Projeto Coopera*, explorou figuras geométricas, comparação de medidas e medidas de comprimento, apresentando no volume 4 o conteúdo de perímetro, e no volume 5, os conteúdos de área e perímetro.

Algumas atividades propostas nas duas coleções analisadas dos anos iniciais, favorecem o desenvolvimento dos conceitos discutidos pelos pesquisadores Clements e Stephan (2004)⁴, que são essenciais para aprendizagem sobre medição de comprimento e de área, como descrito nas análises das atividades. Sendo que tais conceitos muitas vezes estão implícitos, assim dependendo do conhecimento do professor para serem explorados.

Sendo os anos iniciais do Ensino Fundamental responsáveis pelas primeiras experiências e procedimentos matemáticos, e assim, aos poucos evoluindo para situações que mobilizem os conhecimentos matemáticos para resolver situações práticas do cotidiano. Considera-se que é nessa etapa da educação básica que os conceitos de área e perímetro necessitem ser construídos, para que nos anos finais do Ensino Fundamental ocorra o aprofundamento dos mesmos. É cabível aqui uma reflexão em relação a formação do professor, pois os profissionais que geralmente atuam nos anos iniciais, não são licenciados em

⁴ Conceitos apresentados e discutidos no Capítulo III

matemática, assim, entende-se que o livro didático configura um instrumento muito utilizado pelo professor, principalmente para os professores que atuam nos anos iniciais, devendo ser o portador de metodologias que favoreçam os processos de ensino e aprendizagem, mas não pode ser considerado o único material de apoio do professor. Pois, mesmo o PNLD passando pela avaliação e aprovação do MEC, constatou-se nas coleções analisadas, definições incompletas, ilustrações inadequadas, e que as atividades, em alguns momentos, apresentam pouca diversidade entre uma quantidade excessiva.

As abordagens dos conteúdos área e perímetro nas coleções analisadas dos anos finais do Ensino Fundamental, priorizaram os procedimentos, nos quais os autores buscaram demonstrar as fórmulas utilizadas para o cálculo do perímetro e da área. No caso da demonstração do cálculo da área, exploraram a reorganização das partes que desejavam calcular área, empregando o conceito de conservação da área, discutido por Clements e Stephan (2004).

Na Coleção *Praticando Matemática*, a definição de perímetro não explicitou que o contorno a ser medido é a fronteira fechada da região plana, tornando a definição incompleta. Também foram constatadas algumas ilustrações inadequadas, tanto quanto a introdução do conteúdo, assim como no que se refere ao enunciado das atividades propostas, podendo dificultar o entendimento dos conceitos relacionados aos objetos de nosso estudo.

A Coleção *Vontade de Saber*, em nenhum momento indicou o estudo sobre perímetro, mas analisando a coleção como um todo, identificou-se apenas exercícios que solicitam o cálculo do perímetro, principalmente no campo “Números e Operações”.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, os conteúdos de área e perímetro, de acordo com as orientações do PNLD, deveriam ser revisitados de forma progressiva, buscando ampliar e aprofundar os conceitos e procedimentos. No entanto as coleções despendem pouca atenção para a construção dos conceitos, assim como a utilização de materiais concretos para auxiliar a aprendizagem. Apresentam poucos exercícios investigativos, que exploram as conjecturas e argumentações, mesmo apresentando uma quantidade excessiva de exercícios. Assim, destaca-se a necessidade da intervenção do professor, para que ocorra a ampliação e o aprofundamento dos conceitos e procedimentos.

Para finalizar, pode-se deduzir que um bom livro didático se constitui em uma importante ferramenta para o trabalho docente, no entanto, a influência do livro didático em sua prática está relacionada ao modo como este profissional vê e faz o uso desse instrumento no seu fazer pedagógico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APPLE, M. W. **Ideologia e Currículo**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Coleção Praticando Matemática**. 6º ao 9º ano. 4ª edição renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro: uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica**. 2004. 211f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2005.

BARBOSA, J.L.M. **Geometria Euclidiana Plana**. Edição 11º. Rio de Janeiro: SBM, 1994.

BASSO, L. D. P. Estudo acerca dos critérios de avaliação de livros didáticos de Ciências do PNLD – Período de 1996 e 2013. **Simpósio Brasileiro de Política e Administração da Educação**, Recife, 2013.

BELLEMAIN, P. M. B.; BITTAR, M. O ensino da geometria e a teoria dos campos conceituais. **25ª reunião anual da ANPEd**, 2002.

BERNARDINO, M. A. D. **As analogias do Livro Didático Público de Química do estado do Paraná no processo ensino-aprendizagem**. 2010. 93f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e o ensino de Matemática) – Universidade Estadual e Maringá. Maringá, 2010.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição: República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

BRASIL. Decreto-lei nº 93, de 21 de dezembro de 1937. Cria o Instituto Nacional do Livro. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Rio de Janeiro, RJ, 27 dez.1937. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-93-21-dezembro-1937-350842-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto-lei nº 1.006, de 30 de dezembro de 1938. Estabelece as condições de produção, importação e utilização do livro didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Rio de Janeiro, RJ, 5 jan.1939. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-1006-30-dezembro-1938-350741-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto-lei nº 8.460, de 26 de dezembro de 1945. Consolida a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Rio de Janeiro, RJ, 28 dez. 1945. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-8460-26-dezembro-1945-416379-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto nº 58.653, de 16 de junho de 1966. Institui no Ministério da Educação e Cultura o Conselho do Livro Técnico e Didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 20 jun. 1966. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1960-1969/decreto-58653-16-junho-1966-378849-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto nº 59.355, de 4 de outubro de 1966. Institui no Ministério da Educação e Cultura a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático (COLTED) e revoga o Decreto número 58.653-66. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 5 out. 1966. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1960-1969/decreto-59355-4-outubro-1966-400010-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto nº 77.107, de 4 de fevereiro de 1976. Dispõe sobre a edição e distribuição de livros textos e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 5 fev. 1976. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1970-1979/decreto-77107-4-fevereiro-1976-425615-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985. Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 20 ago. 1985. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1980-1987/decreto-91542-19-agosto-1985-441959-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto nº 7.084, de 27 de janeiro de 2010. Dispõe sobre os programas de material didático e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 27 jan. 2010. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2010/decreto-7084-27-janeiro-2010-601493-publicacaooriginal-123120-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa do Livro e do Material Didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 19 jul. 2017. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2017/decreto-9099-18-julho-2017-785224-publicacaooriginal-153392-pe.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/CCIVIL_03/Leis/L9394compilado.htm>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira", e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 10 jan. 2003. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/2003/L10.639.htm>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 7 fev. 2006. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Lei/L11274.htm>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena". **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 11 mar. 2008. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/2008/lei-11645-10-marco-2008-572787-publicacaooriginal-96087-pl.html>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Lei nº 11.525, de 25 de setembro de 2007. Acrescenta § 5º ao art. 32 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, para incluir conteúdo que trate dos direitos das crianças e dos adolescentes no currículo do ensino fundamental. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 26 set. 2007. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/lei/11525.htm>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera as Leis nºs 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho - CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e o Decreto-Lei nº 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a Lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005; e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 17 fev. 2017. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Histórico do Livro Didático**. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/historico>>. Acesso em 09/02/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o programa nacional do livro e do material didático - PNLD 2019**. Brasília, DF, 27 jul. 2017. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/10521-pnld-2019>>. Acesso em 12/06/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o programa nacional do livro e do material didático - PNLD 2018**. Brasília, DF, 14 dez. 2015. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/7932-pnld-2018>>. Acesso em 07/04/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o programa nacional do livro e do material didático - PNLD 2017**. Brasília, DF, 30 jan. 2015. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/6228-edital-pnld-2017>>. Acesso em 07/04/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o programa nacional do livro e do material didático - PNLD 2016**. Brasília, DF, 28 fev. 2014. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/4889-edital-pnld-2016>>. Acesso em 07/04/2018.

BRASIL. MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos**. In: BRASIL. MEC. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file>>. Acesso em 10/12/2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia digital do PNLD 2016**. Disponível na internet via <http://www.fnde.gov.br/pnld-2016/>, acessado em 09/02/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia digital do PNLD 2017**. Disponível na internet via <http://www.fnde.gov.br/pnld-2017/>, acessado em 09/02/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/33038>>. Acesso em 10/12/2017.

BRITO, A. F. de; BELLEMAIN, P. M. B. Influência do uso de materiais manipulativos na construção da grandeza comprimento. Encontro Nacional de Educação Matemática, 8, Recife. **Anais**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004, p. 1-20.

CARAÇA, B. G. **Conceitos fundamentais da matemática**. 4. ed. Lisboa: Gradiva, 2002.

CAVANAGH, M. **Reflections on measurement and geometry**: Area measurement in year 7. *Reflections*, 33(1), 55–58, 2008.

CHAPPELL, M.; THOMPSON, D. Perimeter or Area? Which measure is it? **Teaching Mathematics in the Middle School**, NTCM, v.1, n. 5, p. 20-23, Reston, VA, 1999.

CLEMENTS, D. H., & STEPHAN, M. Measurement in pre-K-2 mathematics. In D. H. Clements, J. Sarama, & A.-M. DiBiase (Eds.), **Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education** (pp. 299-317). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2004.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da Geometria e atuação docente. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, PR, v.3, n.1, p.81-94, 2008.

CUNHA, M. **Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medida em atividades de ensino**. 2008. 135f. 2008. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas/SP.

CURY, C. R. J. Livro didático como assistência ao estudante. **Revista Diálogo Educacional**, v. 9, n. 26, p. 119-130, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Ápis: matemática**. 1º ao 5º ano. 2ª edição. São Paulo: Ática, 2014.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da Pesquisa Científica**. UFC. Fortaleza. 2002. Apostila.

GERÔNIMO, J. R.; FRANCO, V. S. **Geometria Plana e Espacial: um estudo axiomático**. Maringá, PR: Massoni, 2005.

KAMII, C. & CLARK, F. Measurement of length: The need for a better approach to teaching. **School Science and Mathematics**, 97(3), 116-121, 1999.

LEITE, F. T. **Metodologia científica**: métodos e técnicas de pesquisa: monografias, dissertações. Aparecida, SP: Ideias & Letras, 2008.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Coleção formação de professores. Autores Associados, 2010.

LUDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2ª edição, Rio de Janeiro: EPU, 2017.

MA, L. **Aprender e Ensinar Matemática Elementar**. Lisboa: SPM/ Gradiva, 2009.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MENDES, M^a F.; DELGADO, C. C. **Geometria - Textos de Apoios para Educadores de Infância**. Lisboa, 2008.

MIORIM, M. A., **Introdução à história da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOHR, Adriana. Análise do conteúdo de 'saúde' em livros didáticos. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 6, n. 2, p. 89-106, 2000.

MUNAYO, M. C. S. **Pesquisa social**: Teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001.

NASCIMENTO, D. M. et al. Um estudo de caso sobre o processo de escolha do livro didático e a abordagem de estatística. **Cadernos de Educação**, n. 54, 2016.

NOGUEIRA, C. M. I.; SIGNORINI, M. B. Crianças, algoritmos e o sistema de numeração decimal **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 15, n. 2, p. 259-274, 2010.

NOGUEIRA, C. M. I.; BELLINI, M.; PAVANELLO, R. M. **O ensino de Matemática e das Ciências Naturais nos anos iniciais na perspectiva da epistemologia genética**. Curitiba: CRV, 2013.

NUNES, T.; BRYANT, P.; COSTA, S. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PERES, E.; VAHL, M. M. Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental do Instituto Nacional do Livro (Plidef/Inl, 1971-1976): contribuições à história e às políticas do livro didático no Brasil. **Revista Educação e Políticas em Debate**, v. 3, n.1 – jan. /jul. 2014.

PINTO, N. B. Marcas históricas da Matemática moderna no Brasil. In: **Revista Diálogo Educacional**. v.5.n.16. Curitiba: PUCPR, 2005.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. In: **Bolema**. Ano 21. n.29. Rio Claro: Unesp. 2008.

PONTE, J.; SERRAZINA, M. Didática da matemática do 1º ciclo. **Lisboa: Universidade Aberta**, p. 11-20, 2000.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera: matemática**. 1º ao 5º ano. 1ª edição. São Paulo: Saraiva, 2014.

RODRIGUES, A. D.; BELLEMAIN, P. M. B. A comparação de áreas de figuras planas em diferentes ambientes: papel e lápis, materiais manipulativos e no Appreniti Géomètre 2. **Em Teia| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 7, n. 3, 2016.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SANTOS, J. A. S. **Problema de ensino e de aprendizagem em perímetro e área: um estudo de caso com professores de matemática e alunos da 7ª série do ensino fundamental**. 2011, 117f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, São Paulo, 2011.

SILVA, M. A. da. Investigações Envolvendo Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio: a trajetória de um grupo de pesquisa. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, p. 36-54, 2016.

SOUZA, J, PATARO, P. M. **Coleção Vontade de saber Matemática**. 6º ao 9º ano. 3ª edição. São Paulo: FTD, 2015.

VANCLEAVE, J. **Matemática para jovens: exercícios fáceis que tornam a aprendizagem da matemática divertida**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1994.