UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG

PROFMAT
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Laboratório de geometria: Aplicação do geoplano no ensino do cálculo e nas demonstrações de fórmulas de áreas das figuras planas.

Adriano Sousa de Farias

São Luís - MA
2019

Adriano Sousa de Farias

Laboratório de geometria: Aplicação do geoplano no ensino do cálculo e nas demonstrações de fórmulas de áreas das figuras planas.

Dissertação de Mestrado apresentada ao departamento de Matematica como requisito parcial para obtenção do título de mestre.
Orientador: Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus.

São Luís - MA
2019

Farias, Adriano Sousa de.
Laboratório de Geometria: aplicação do geoplano no ensino do cálculo e nas demonstrações de fórmulas de áreas das figuras planas / Adriano Sousa de Farias. - São Luís, 2018.

87 folhas

Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Maranhão, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus.

1.Material didático. 2.Geoplano. 3.Demonstrações. 4.Área de figuras. I.Título

CDU: 514:37

Adriano Sousa de Farias

LABORATÓRIO DE GEOMETRIA: APLICAÇÃO DO GEOPLANO NO ENSINO DO CÁLCULO E NAS DEMONSTRAÇÕES DE FÓRMULAS DE ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS.

Dissertação de Mestrado apresentada ao departamento de Matematica como requisito parcial para obtenção do título de mestre.
Orientador: Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus.

Aprovada em: 25/01/2019

Banca Examinadora:

Sergio Nolêto Turibus
Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus - UEMA
Orientador

Raimundo José Barbosa Brandão
Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão - UEMA

Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Prof. Me. Guilherme Luiz de Oliveira Neto - IFPI

São Luís - MA
2019

Dedico este trabalho a minha esposa e família, em especial a minha mãe Sandovina das Graças Sousa (Em memória)

Agradecimentos

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus por sua infinita misericórdia, pois sem a permissão dele, não teria alcançado tal mérito.

Quero agradecer em especial a minha esposa, Armênia Meireles Farias, pela paciência e incentivo durante todo processo de construção deste trabalho.

Agradecer à minha família, minha mãe Sandovina (Em memória), meu pai, Raimundo, minhas irmãs Adriana, Andrea, Adriele e aos meus sobrinhos, Luís Miguel e Ana Luísa.

Agradecer ao Coordenador Profº. Dr. João Coelho e a secretária Annanda que sempre ajudou a turma repassando informações importantes.

Agradecer ao meu orientador Profº Dr. Sergio Nolêto Turibus pela excelente orientação e dedicação ao trabalho.

Agradecer aos Amigos de mestrado pela imensa ajuda durante o curso, pois foram horas de dedicação aos estudos. Natanael Carvalho, Waldir, Wesley, Nathanael Barreto, Iltilene, Rogério, dentre outros.

Agradecer a CAPES pelo patrocínio da bolsa de estudos.

RESUMO

Ao iniciar as pesquisas sobre o que escrever nessa dissertação existia apenas a ideia de trabalhar algum assunto da matemática de forma lúdica, com os alunos, em que pudessem manipular material concreto para poder produzir conhecimento matemático. Assim foi dado início às pesquisas e foi percebido que existiam varias monografias, dissertações e artigos que abordavam esse assunto, mas a grande maioria delas, apenas ensinava como usar o material concreto, poucas o aplicavam na prática. Por isso resolvemos utilizar os materiais didáticos em sala de aula e analisar os efeitos dele na aprendizagem.
Palavras Chave: Material didático. Geoplano. Demostrações. Área de figuras.

ABSTRACT

At the very beginning, searching the objective for this dissertation and its subject, the main idea was working with some topic of mathematics, using a playful approach to teaching the students, in order to make them produce mathematics knowlegement from real tool. Thus, the research was started and it was noticed that there are already lots of monographs, articles and dissertations upon this subject, but the majority describes how to use these tools, very few appling the knowledge in practice. Thereby, I decided to make a formal application of the courseware in classroom and analyse its efects in the learning process.
Keywords: Courseware. Real Tool. Geospace. Demonstration. Area of figures.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

INTRODUÇÃO

O ensino da geometria da forma que é feito hoje em dia, apenas escrevendo as fórmulas no quadro e ensinando como são aplicadas em questões, gera, muitas vezes, dificuldade de compreensão por parte dos alunos.

Poucos professores explicam porque a área de um quadrado é calculada pegando-se a medida do lado do quadrado e elevando ao quadrado ou porque a área do triângulo pega-se a medida base, multiplica-se pela medida da altura e dividido por 2.

A motivação que levou a produção deste trabalho foi que uma vez participando de uma capacitação promovida pelo governo federal em parceria com os governos estaduais chamada Pacto Nacional pelo Fortalecimento da Educação no Ensino Médio. Nessa capacitação havia algumas apostilas separadas por área de conhecimento (Linguagens e códigos, Ciências Naturais, Ciências humanas e Matemática).

Quando estávamos estudando a apostila que tratava do tema linguagens e códigos, a palestrante sempre citava a matemática como mal exemplo, dizendo que tudo que ela estudou na disciplina de matemática, no seu tempo de estudante de Ensino Fundamental e Médio, não servia para nada em sua vida. Nesse momento ela fez um desafio aos que estavam presentes no curso.

O desafio era provar para ela qual é a necessidade de se ensinar função do 1º grau e qual a sua utilidade no dia a dia das pessoas.

Aceitando o desafio, foram mostrados vários exemplos do dia a dia em que se aplica a função do 1º grau e chegando ao final da explicação a professora disse que queria que o professor dela na época de ensino fundamental e médio tivesse explicado dessa forma, pois assim ela não teria pego tanta aversão à matemática.

Por causa dessa experiência, enquanto professor, vê-se de fundamental importância a dedicação de ensinar as aplicações, no dia a dia, dos conteúdos ensinados em sala de aula. Não só ensinar as fórmulas prontas que vêm nos livros e métodos de resolução que o aluno apenas decora, mas buscando, sempre que possível, ensinar o contexto histórico que levou a criação do assunto.

O presente trabalho tem como proposta apresentar uma forma de trabalhar a definição de figuras planas, conceitos de áreas de figuras planas e demostrações de fórmulas de área de forma lúdica com a utilização do geoplano.

Para isso será feito um laboratório com os alunos do 3º ano do ensino médio do C. E. Deborah Correia Lima – Anexo Mamorana, que fica localizado na cidade de São Bernardo – MA.

Para a aplicação deste laboratório foi escolhida a turma do 3º ano do ensino médio, pois os alunos estavam prestes a fazer a prova do ENEM e segundo relato dos próprios alunos eles tinham muita dificuldade de interpretação sobre questões que envolvem a geometria.

Outro fator importante para essa turma ser escolhida para a realização do laboratório foi que segundo um levantamento feito pelo sistema Ari de Sá [1] que analisou as provas do ENEM entre 2009 e 2017, cerca de 25,4% das questões do ENEM são referentes à geometria e sendo mais especifico, 12% das questões envolvem calcular comprimentos, áreas e volume.

Ao se fazer uma pesquisa sobre uso de materiais didáticos no ensino da matemática encontramos muitas monografias, dissertações e artigos que falam sobre como usar esses materiais em sala de aula. Poucos são os trabalhos que aplicam essa teoria na prática.

Este é mais um motivo que levou a criação do laboratório. É sair da teoria e ir para a prática, pois na prática conseguimos avaliar os pontos positivos e negativos da aplicação de materiais didáticos nas aulas.

O Presente trabalho está organizado da seguinte forma:

No capítulo 1 trataremos dos objetivos que pretende-se alcançar com o trabalho.

No capítulo 2 será exposta a fundamentação teórica que servirá de base, na qual discorremos sobre história da geometria, leis que regem o ensino no Brasil e sobre uso materiais didáticos, as etapas e conceitos a serem trabalhados no laboratório.

No capítulo 3 trataremos da metodologia que será aplicada no laboratório.

No capítulo 4 falaremos dos resultados do laboratório.

No capítulo 5 finalizaremos com as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

1 OBJETIVO GERAL

Montar um laboratório de geometria para ensinar a geometria plana de forma lúdica aos alunos do 3º ano do ensino médio da escola C. E. Deborah Correia Lima - Anexo Mamorana,com o auxilio do geoplano, para que os mesmos sejam participativos no processo de ensino e aprendizagem e desenvolvam o raciocínio lógico.

1.1 Objetivo específico

- Ensinar qual é a necessidade do dia a dia que levou o surgimento da geometria.
- Definir cada uma das figuras planas e aprender a diferenciá-las.
- Ensinar geometria plana através do contexto histórico explicando de onde surgiu cada fórmula de área de figuras planas.
- Usar o geoplano para mostrar as demonstrações das fórmulas de área de figuras.
- Usar o geoplano para resolver problemas envolvendo área de figuras.
- Fazer uma análise do desempenho dos alunos para saber se o material didático ajuda ou dificulta o processo de ensino aprendizagem.

2 AS FASES DA GEOMETRIA

2.1 Contexto histórico da geometria

Etimologicamente a palavra geometria deriva do termo geometrein, que quer dizer medida da terra (geo = terra e metrein = medida). Segundo o historiador grego Heródoto (século V a.C.) a sua origem se deu a partir da necessidade de se medir a terra.

No antigo Egito, por exemplo, existia a necessidade de se calcular o tamanho das terras para que se pudesse cobrar, de forma justa, o imposto a se pagar ao faraó. E ainda existia outro problema, pois existia épocas do ano que o rio Nilo tinha cheias e com isso o imposto a ser pago tinha que ser recalculado, para que a cobrança fosse justa.

Por esse motivo, o estudo de cálculo de áreas e volumes se mostrou muito importante na época e se pensarmos bem, ainda domina até os dias atuais, pois o Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU), que é cobrado dos cidadãos, leva em consideração o tamanho do terreno e tamanho da construção.

Entretanto, vale ressaltar que, estes povos precursores da geometria, não se preocupavam em fazer demostrações para se chegar em uma fórmula. A eles eram pedidos que resolvessem algum problema (como o mencionado acima, cálculo de impostos) por isso esses matemáticos criaram regras específicas, para resolver o problema.

As primeiras demonstrações surgiram com Tales de Mileto, que viveu no século VI a.C. onde este trabalho foi continuado pelos pitagóricos e também por Platão, até surgir Euclides (que era um discípulo da escola platónica). Ele organizou as ideias matemáticas, existentes até aquela época, nos seus livros 13 Livros conhecidos como Elementos de Euclides, publicado por volta do ano 300 a.C.

O Parâmetro Curricular Nacional (PCN) acrescenta que é de fundamental importância apresentar aos alunos o contexto histórico para que eles possam construir o conhecimento.

> O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (BRASIL, 1997, p. 19).

Por isso é fundamental para este trabalho apresentar o contexto histórico que envolve essa teoria.

Outro fato importante foi a definição das unidades de medidas. As primeiras unidades de medidas referiam-se direta ou indiretamente ao corpo humano: palmo, pé, cúbito (distância entre o cotovelo e a ponta do dedo médio do faraó).

Por volta de 3500 a.C., quando na Mesopotâmia e no Egito começaram a ser construídos os primeiros templos, seus projetistas tiveram de encontrar unidades mais uniformes e precisas.

E para tanto adotaram a longitude das partes do corpo de um único homem (geralmente o rei) e com essas medidas construíram réguas de madeira e metal, ou cordas com nós, que foram as primeiras medidas oficiais de comprimento.

Mas com isso surgiu outro problema, pois os corpos humanos não são todos iguais, o palmo de uma determinada pessoa não é necessariamente igual ao palmo de outra, por esse motivo em 1960 foi criado o Sistema Internacional de Medidas, a fim de padronizar todas as unidades de medidas.

2.2 O Ensino da Geometria no Brasil

Segundo Zuin (2002), o ensino de desenho geométrico permaneceu oficialmente por 40 anos consecutivos nos currículos escolares, de 1931 a 1971. A partir do Decreto nº 19.890 – de 18 de abril de 1931, no artigo 3º, a disciplina de Geometria deixa de existir no currículo escolar brasileiro e segue citada apenas a disciplina de Desenho [3].

A geometria sofreu outra perda com a promulgação da Lei Nº 5.692, de 11 de agosto de 1971, que em seu artigo 7 incluiu como obrigatório o ensino da Educação Moral e Cívica, Educação Física, Educação Artística e Programas de Saúde, com isso a disciplina perdeu espaço.

Na lei 19.890 – de 18 de abril de 1931 ainda era exigido dos candidatos a vestibulares e concursos de arquitetura ou engenharia domínio da disciplina geometria, envolvendo construções geométricas com régua e compasso. Mas a partir a lei da Lei Nº 5.692 de 1971 essa obrigação deixou de existir.

Essa situação permaneceu até a década de 80, quando algumas editoras lançaram coleções de Desenho Geométrico, para serem utilizadas de 5ª a 8ª série do primeiro grau, o que nos mostra uma tentativa de volta da disciplina dada a sua importância. No entanto, esta disciplina continuava não sendo obrigatória.

Na década de 90 o Ministério da Educação (MEC) elabora os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) com a finalidade de orientar as políticas públicas e as práticas escolares do ensino básico brasileiro.

Os primeiros Parâmetros Curriculares Nacionais datam de 1997 e são direcionados ao 1º Ciclo (corresponde a 1ª série e 2ª série do ensino fundamental) e 2º Ciclo (corresponde a 3ª série e 4ª série do ensino fundamental). Em 1998 são publicados os Parâmetros Curriculares Nacionais que são direcionados ao 3º Ciclo (corresponde a 5ª série e 6ª série do ensino fundamental) e 4º Ciclo (corresponde a 7ª série e 8ª série do ensino fundamental). Em 1999 são publicados os Parâmetros Curriculares Nacionais que são direcionados ao ensino médio.

De um modo geral os Parâmetros Curriculares Nacionais falam que o ensino da matemática deve ser voltado a aplicação prática do conteúdo no dia a dia e também para que o aluno consiga aplicar o conteúdo em outras áreas do conhecimento, como por exemplo: a física, química ou geografia.

Uma curiosidade é que nos Parâmetros Curriculares Nacionais o conteúdo de geometria é chamado de espaço e forma.

2.2.1 Objetivos do 1º ciclo

- Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos — esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos — sem uso obrigatório de nomenclatura;
- Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos;
- Construção e representação de formas geométricas (BRASIL, 1997, p. 51).

2.2.2 Objetivos do 2º ciclo

- Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais;
- Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais;
- Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc;
- Representação de figuras geométricas (BRASIL, 1997, p. 60).

2.2.3 Objetivos do 3º ciclo

- Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas;
- Composição e decomposição de figuras planas;
- Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros;
- Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área)(BRASIL, 1997, p. 72-73).

2.2.4 Objetivos do 4º ciclo

- Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares);
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas;
- Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro(BRASIL, 1997, p. 88-89);

Os Parâmetros Curriculares Nacionais que tratam do ensino médio vêm corroborar o que foi colocado nos parâmetros do ensino fundamental.

> A matemática no ensino médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1999, p. 40).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio também corroboram o fato de que os conteúdos ensinados na matemática podem ser aplicados nas demais áreas do conhecimento.

> Além das conexões internas a própria matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia (BRASIL, 1999, p. 43-44).

Outro fato que chama atenção sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio é que eles não tratam dos objetivos específicos de cada assunto, como é tratado nos Parâmetros do fundamental, nos quais a matemática está dividida em: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, entre outros.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio não está escrito quais objetivos deve-se alcançar em cada série. Existem habilidades e competências a serem desenvolvidas na matemática ao logo do ensino médio. Tais como:

- Ler e interpretar textos de Matemática;
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc);
- Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;

- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1999, p. 46).

Atualmente a discussão sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais ficou de lado e deu espaço para um documento chamado Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na qual na data de 20 de dezembro de 2017 foi aprovado a parte que trata do ensino fundamental e a que trata do ensino médio ainda está em processo de discussão para posteriormente ser aprovada.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere que a matemática seja dividida em cinco unidades temática. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

A BNCC continua afirmando que o estudo da geometria não pode se resumir a simplesmente escrever fórmulas no quadro e ensinar como estas fórmulas são aplicadas em questões.

> A geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de áreas e de volumes e nem aplicações imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixe de retas paralelas cortadas por retas secantes ou teorema de Pitágoras (BRASIL, 2017 p. 270).

Este é mais um motivo para a criação do laboratório. Levar o aluno a manipular materiais didáticos de forma a ajudá-lo a compreender de forma mais fácil o que está sendo ensinado.

A BNCC já separa o ensino fundamental em nove etapas, indo do 1º ano ao 9º ano e em todos esses anos o ensino da geometria está presente. Vamos destacar aqui algumas das habilidades que o aluno tem que alcançar em cada ano, no que diz respeito ao ensino da geometria.

2.2.5 Habilidades para alunos do 1º ao 9º Ano

Algumas habilidades do 1º Ano:

- Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos;

- Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esfera e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico (BRASIL, 2017 p. 277).

Algumas habilidades do 2º Ano:

- Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos;

- Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico (BRASIL, 2017 p. 281).

Algumas habilidades do 3º Ano:

- Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras;
- Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações (BRASIL, 2017 p. 285).

Algumas habilidades do 4º Ano:

- Medir, comparar e estimar a área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área (BRASIL, 2017 p. 291).

Algumas habilidades do 5º Ano:

- Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos;
- Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais (BRASIL, 2017 p. 291).

Algumas habilidades do 6º Ano:

- Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros;
- Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos;
- Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles (BRASIL, 2017 p. 301).

Algumas habilidades do 7º Ano:

- Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes;
- Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180º (BRASIL, 2017 p. 307).

Algumas habilidades do 8º Ano:

- Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos;
- Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos (BRASIL, 2017 p. 313).

Algumas habilidades do 9º Ano:

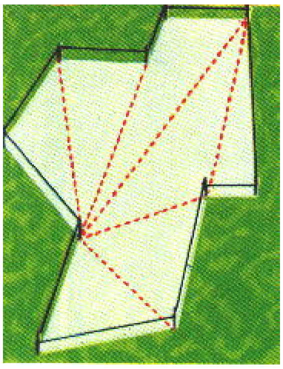
- Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos;
- Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes (BRASIL, 2017 p. 317).

2.3 A geometria plana: Área de figuras

Os sacerdotes na antiguidade encarregados de arrecadar os impostos sobre a terra provavelmente começaram a calcular a extensão dos campos por meio de um simples golpe de vista. Certo dia, ao observar trabalhadores pavimentando com mosaicos quadrados uma superfície retangular, algum sacerdote deve ter notado que, para conhecer o total de mosaicos, bastava contar os de uma fileira e repetir esse número tantas vezes quantas fileiras houvesse. Assim nasceu a fórmula da área do retângulo: multiplicar a base pela altura.

Já para descobrir a área do triângulo, os antigos fiscais seguiram um raciocínio extremamente geométrico. Para acompanhá-lo, basta tomar um quadrado ou um retângulo e dividi-lo em quadradinhos iguais. Suponhamos que o quadrado tenha 9 "casas"e o retângulo 12. Esses números exprimem então a área dessas figuras. Cortando o quadrado em duas partes iguais, segundo a linha diagonal, aparecem dois triângulos iguais, cuja área, naturalmente, é a metade da área do quadrado.

Figura 1: Desenho de um terro com dimensões irregulares.



Fonte: https://www.somatematica.com.br/geometria.php.

Quando o terreno não era uma figura conhecida, como o quadrado ou retângulo, eles faziam a decomposição da figura para poder calcular a sua área. Geralmente o terreno era dividido em triângulos. Como mostra a figura abaixo.

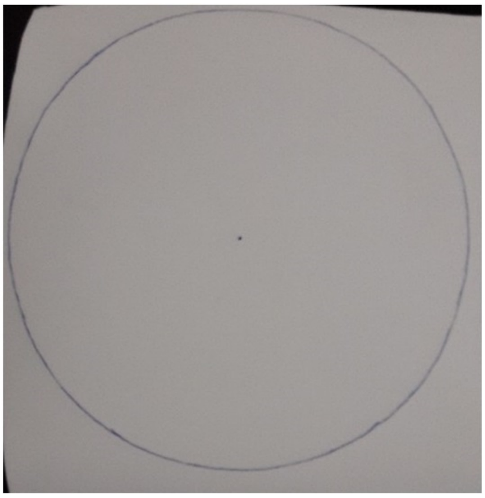
Outro problema que surgiu foi que alguns terrenos eram limitados por rios e com isso um dos lados do terreno era uma curva. Daí surgiu a necessidade de se calcular a área do círculo.

Inicialmente os matemáticos descobriram que para construir uma circunferência bastava pegar uma corda, fixar uma das pontas dessa corda no chão e girá-la (esta corda nos representa o raio). E também descobriram que existia uma relação entre o raio e o comprimento da circunferência.

Descobriram que não importava o tamanho da corda usada (raio) o comprimento da circunferência era aproximadamente $6,48$ vezes maior que o raio. E para padronizar criaram a seguinte expressão: $C = 2.\pi.r$, onde C é o comprimento da circunferência, π é uma constante de aproximadamente 3,14 e r representa o raio.

A forma mais lúdica que encontramos para demostrar a área de um círculo é a seguinte: Primeira etapa: desenha-se com auxílio de compasso uma circunferência de raio r qualquer, sobre uma folha de EVA.

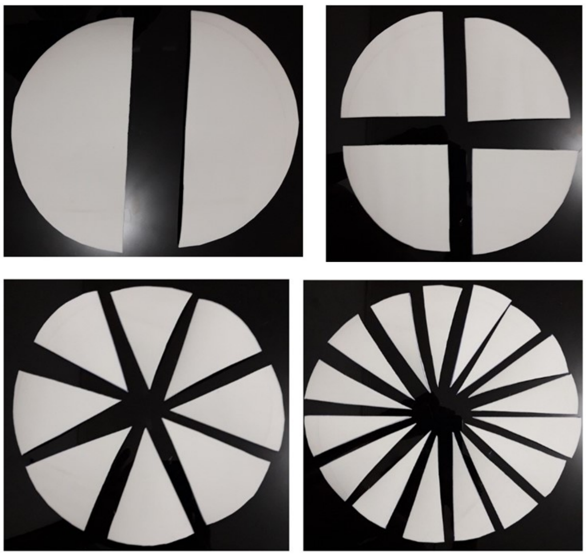
Figura 2: Desenho de um círculo no EVA.



Fonte: Próprio Autor

Segunda etapa: Corta-se esse círculo em duas partes iguais, em que o primeiro corte passe pelo diâmetro do círculo. Após isso, corta-se em 4 pedaços, 8 pedaços, 16 pedaços, assim por diante.

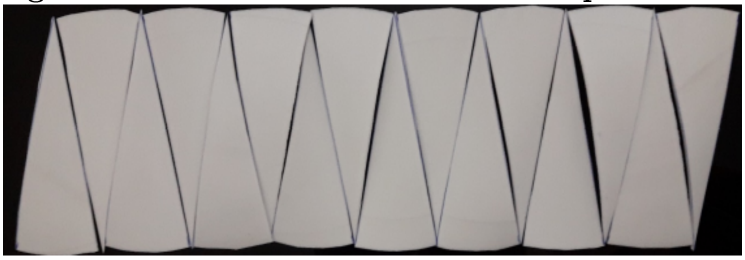
Figura 3: Cortes no EVA.



Fonte: Próprio Autor

Terceira etapa: reorganizamos a figura da seguinte maneira.

Figura 4: Cortes no EVA. Fonte: Próprio Autor



Fonte: Próprio Autor

Quanto mais vezes for feito esse corte mais a imagem acima vai se aproximar de um paralelogramo, a sua base vai corresponder à metade do comprimento do círculo inicial e a sua altura irá corresponder ao raio do círculo, portanto a área do círculo é:

$$Area = Base\ .\ Altura \tag{1}$$

$$A = \frac{2\pi.r}{2}.r \tag{2}$$

$$A = \pi.r^2 \tag{3}$$

2.3.1 Laboratório de matemática e materiais didáticos

Muitos educadores ao logo da história defenderam a ideia de que os materiais manipuláveis devem ser usados como um meio no processo de ensino e aprendizagem do discente, como forma de facilitar a sua aprendizagem.

Podemos citar Comenius (1650), que escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto para o abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos. Já Lorenzato (2012) afirma que os materiais concretos são recursos didáticos que interferem fortemente no processo de ensino e aprendizagem.

Os profissionais precisam de um local apropriado e ferramentas de trabalho apropriadas para que possam exercer um bom trabalho, por exemplo: um cozinheiro precisa de um local apropriado e excelentes ferramentas para realizar um bom trabalho. Um professor também precisa. O local chamamos de laboratório e as ferramentas chamamos de materiais didáticos. Para o pesquisador Sergio Lorenzato:

> O laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais e o Laboratório de Ensino da Matemática pode e deve prover a escola para atender essas necessidades (LORENZATO, 2012, P. 06).

O Laboratório de matemática não deve ser visto com um depósito trancado e de difícil acesso. O laboratório é o local onde professores e alunos devem se reunir e através dos materiais manipuláveis produzir conhecimento.

Para os pesquisadores Rômulo Rêgo e Rogéria Rêgo o laboratório de matemática é uma oportunidade de os alunos se sentirem desafiados a enfrentar situações-problemas e resolvê-las.

> Por meio de experiências pessoais bem-sucedidas, o aluno desenvolve o gosto pela descoberta, a coragem para enfrentar desafios e para vencê-los, desenvolvendo conhecimento na direção de uma ação autônoma. (LORENZATO, 2012, P. 43).

Uma situação que se deve ter cuidado é que para cada faixa etária se deve aplicar um tipo de laboratório. Por exemplo: para a educação infantil pode-se trabalhar com materiais de encaixar, já para os alunos do ensino fundamental e médio serão necessários materiais mais desafiadores, como o geoplano, geoespaço, tangram, entre outros.

Existem muitos fatores contra o uso do laboratório, mas se o professor usar da criatividade e pesquisar pode superar cada um dos problemas encontrados. Por exemplo: dizer que os materiais do didáticos para compor o laboratório é muito caro, mas o professor pode usar materiais recicláveis.

Foram construídos geoplanos, cada um custou 85 reais e foram feitos 7 geoplanos (deixo aqui mais uma vez meu agradecimento a CAPES), se não fosse pela bolsa de estudos os geoplanos seriam feitos de material reciclado e seriam usados pedaços de madeiras e pregos.

Segundo Lorenzato (2012) o professor é determinante para o sucesso ou fracasso do laboratório. Para que os alunos aprendam significativamente, não basta que o professor disponha de um laboratório. Tão importante quanto a escola possuir um laboratório é o professor saber utilizar corretamente os materiais didáticos disponíveis nesse ambiente.

> A eficiência do Material Didático depende mais do professor do que do próprio material didático (LORENZATO, 2012 p.25).

O professor é a principal figura, e ele precisa acreditar no potencial dos materiais didáticos e o que esse material vai lhe ajudar no processo de ensino e aprendizagem e para isso vai ser exigido do professor um excelente planejamento para poder orientar os alunos.

2.3.2 Geoplano

Segundo Rocha (2007) o geoplano é um recurso didático criando pelo matemático inglês Caleb Gattengo (1911-1988) na década de 50 para ensinar geometria plana aos alunos de forma mais lúdica.

O geoplano é construído a partir de uma peça de madeira que pode ser em formato de um quadrado, retângulo, ou de círculo. Nessa peça são fixados pregos ou pinos, formando uma malha proporcional.

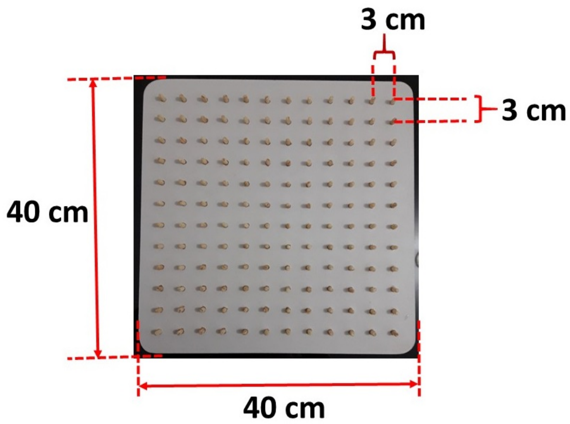
Este é um recurso didático muito interessante porque faz com que o aluno não seja um mero receptor de informações e sim um participante ativo do processo de ensino e aprendizagem, pois será convidado a manipular o geoplano, criando figuras planas, resolvendo problemas que envolvem área de figuras e aprendendo de onde surgiram as fórmulas para cálculo de áreas.

Os conteúdos que podemos ensinar usando o geoplano são variados, entre eles podemos citar: conceitos de vértice, aresta, paralelismo, ampliação e redução de figuras planas, simetria, perímetro, sistema de numeração romana, ângulos, plano cartesiano $\mathbb{R}^2$, entre outros.

O geoplano pode ser construído com um pedaço de madeira e pregos, no caso deste trabalho foi solicitado a um marceneiro que fizesse um geoplano em MDF (MDF é a sigla de Medium Density Fiberboard, que significa placa de fibra de média densidade, e é um termo em inglês. MDF é uma sigla internacional e é um material oriundo da madeira, fabricado com resinas sintéticas) e com pinos que são chamados de cavilhas.

O primeiro geoplano que usamos tem as seguintes medidas: uma placa quadrada de MDF de 40 cm por 40 cm e a distância entre as cavilhas é igual a 3 cm.

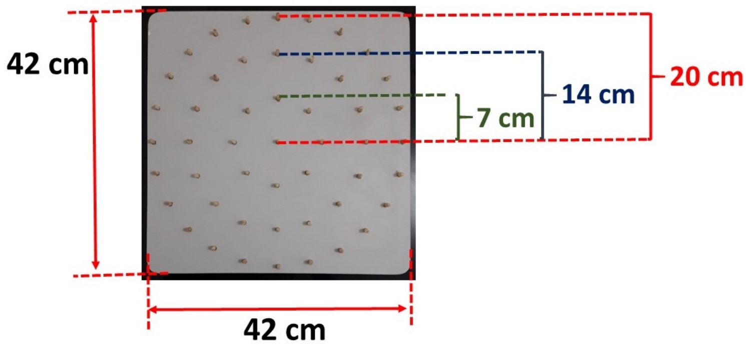
Figura 5: Geoplano quadriculado.



Fonte: Próprio Autor

O segundo geoplano também é em MDF, mas com medidas 42 cm por 42 cm e os raios de 20 cm, 14 cm e 7 cm

Figura 6: Geoplano circular.



Fonte: Próprio Autor

3 METODOLOGIA APLICADA NO LABORATÓRIO DO GEOPLANO

3.1 Materiais que serão utilizados no laboratório

Para o desenvolvimento do laboratório de pesquisa serão utilizados os seguintes materiais didáticos:

- Geoplanos
- Ligas elásticas de escritório
- EVA
- Tesoura
- Compasso
- Régua
- Papel cartão

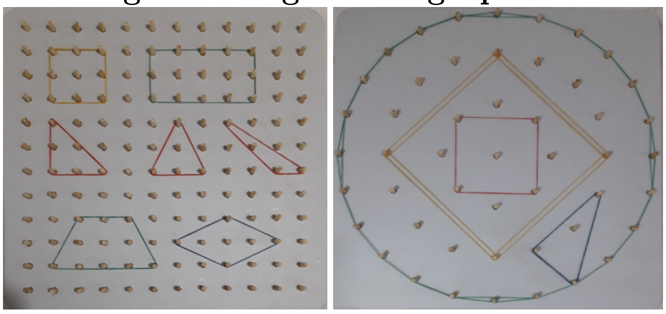
3.2 Conceitos que serão trabalhados e aplicação do laboratório.

Para a 1ª etapa deste laboratório será apresentado o geoplano que irá ser usado no laboratório, como ele foi construído e outras formas que se pode construí-lo.

Na 2ª etapa questionaremos os alunos sobre quais figuras planas podemos formar no geoplano em seguida pediremos que eles montem essas figuras no geoplano, usando as ligas elásticas.

Espera-se que eles montem as seguintes figuras planas: Quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango, trapézio e círculo. Um exemplo das figuras que eles formar.

Figura 7: Figuras no geoplano.

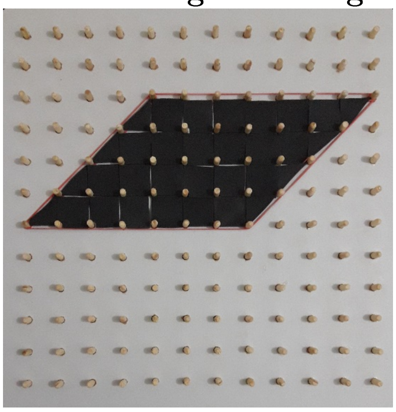


Fonte: Próprio Autor

Para 3ª etapa apresentaremos as seguintes definições com suas respectivas representações:

Definição de paralelogramo: é todo quadrilátero plano e convexo que possui os lados opostos paralelos.

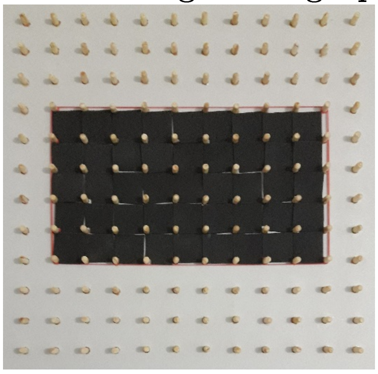
Figura 8: Paralelogramo no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Definição de retângulo: é todo quadrilátero plano e convexo que possui os lados paralelos iguais e os quatros ângulos congruentes.

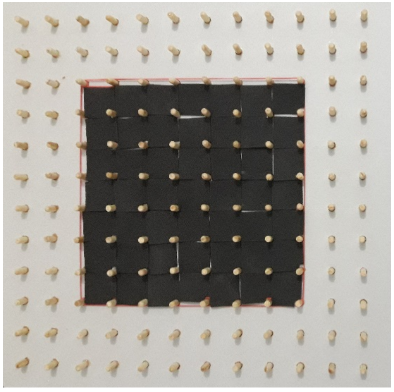
Figura 9: Retângulo no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Definição de quadrado: é todo quadrilátero plano e convexo que possui todos os lados congruentes e todos os ângulos congruentes.

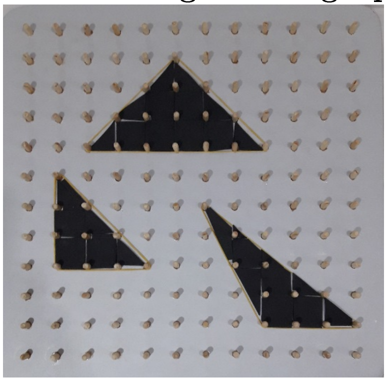
Figura 10: Quadrado no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Definição de triângulo: é a figura geométrica que ocupa o espaço interno limitado pelos segmentos das retas $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ onde os pontos A, B, C não são colineares.

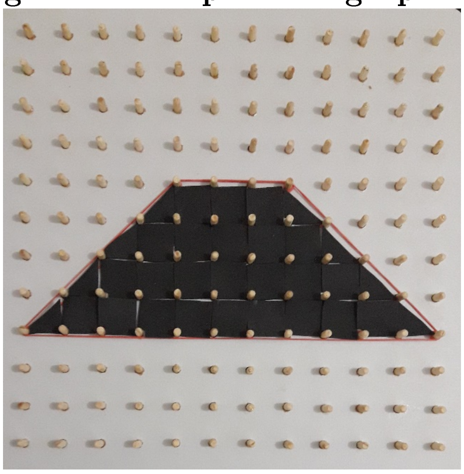
Figura 11: Triângulos no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Definição de trapézio: é todo quadrilátero plano convexo que possui dois lados paralelos.

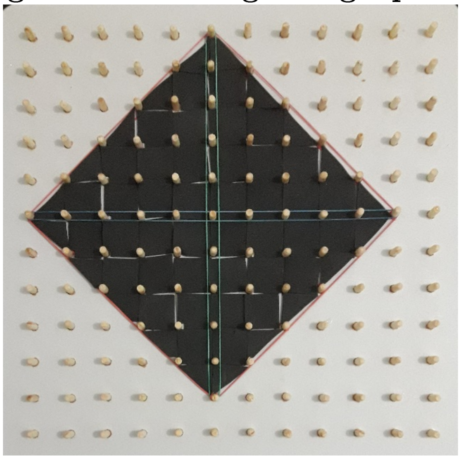
Figura 12: Trapézio no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Definição de Losango: é todo quadrilátero plano convexo que possui os quatros lados congruentes.

Figura 13: Losango no geoplano.

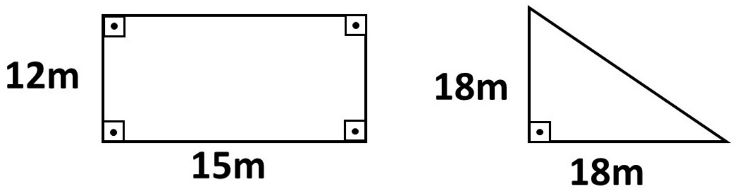


Fonte: Próprio Autor

Para a 4ª etapa será pedido aos alunos que apliquem as definições estudadas para responder a 1ª lista de exercícios, que se encontra no Apêndice A.

Para a 5º etapa, será feita a seguinte pergunta aos alunos: Pedro possui um terreno na forma de um retângulo de 12 metros de frente, por 15 metros de fundo, e João tem um terreno em forma de um triângulo que possui as medidas: 18 metros por 18 metros, como mostra a figura. Se a prefeitura da cidade que eles moram cobrassem um imposto proporcional ao tamanho do terreno, qual deles iria pagar menos imposto?

Figura 14: Problema 1.

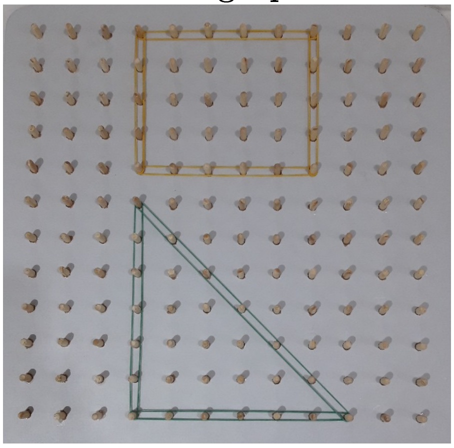


Fonte: Próprio Autor

Nesse momento, será apresentado o contexto histórico aos alunos que foi mencionado no tópico 2.3 desta dissertação e também será apresentada a solução do problema da seguinte forma:

Será pedido aos alunos que construam as figuras do problema no geoplano, mas para isso, teremos que usar a escala de 1 para 100, ou seja, a cada um centímetro no geoplano corresponderá a 1 metro na escala real do problema. Espera-se que os alunos montem algo semelhante ao exemplo da figura abaixo.

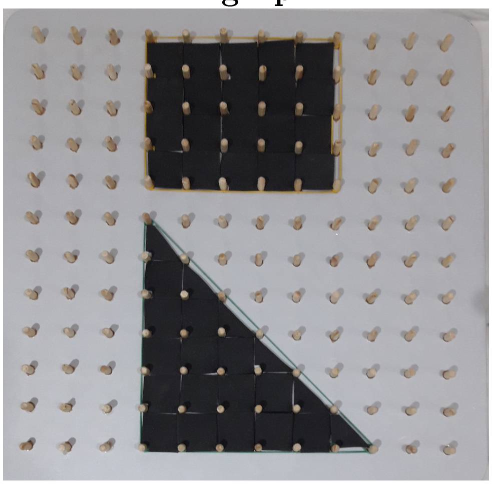
Figura 15: Usando o geoplano. Problema 1.



Fonte: Próprio Autor

Em seguida eles cortarão EVA da mesma forma que foi explicado no contexto histórico para poder calcular a área das duas figuras. Espera-se que eles consigam montar o geoplano da seguinte forma.

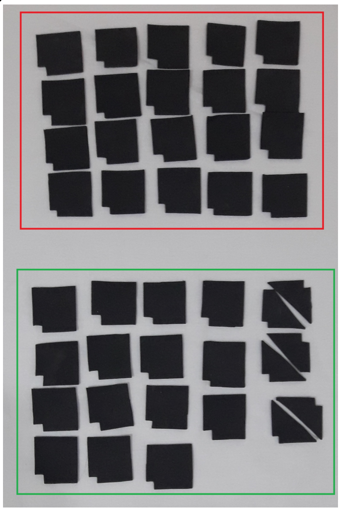
Figura 16: Usando geoplano. Problema 1.



Fonte: Próprio Autor

A partir da quantidade de EVA, chegar a solução do problema. Espera-se que eles consigam organizar os pedaços de EVAs da seguinte forma. Os EVAs destacados em vermelhos referem-se ao retângulo e os destacados em verde refere-se ao triângulo, como mostra a figura 17.

Figura 17: Quantidade de EVA do problema 1.



Fonte: Próprio Autor

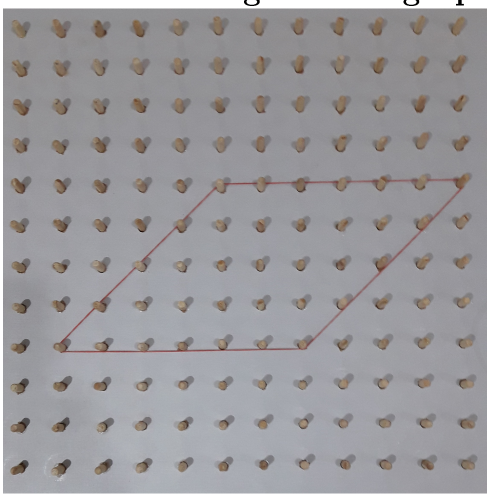
Diante disso, conclui-se que a solução do problema é que o João irá pagar menos imposto.

Após a solução do problema, será apresentado aos alunos a definição da área do retângulo partindo do contexto histórico apresentado aos alunos. E com isso espera-se que eles consigam entender que a área do retângulo é base vezes altura.

Para iniciar a 6ª etapa, os alunos serão incentivados a descobrir qual é a definição para área do quadrado. Espera-se que eles concluam que o quadrado é um tipo de retângulo cujo os lados são iguais e, por isso a área do retângulo é igual ao lado ao quadrado.

Em seguida será pedido que eles calculem a área da figura abaixo.

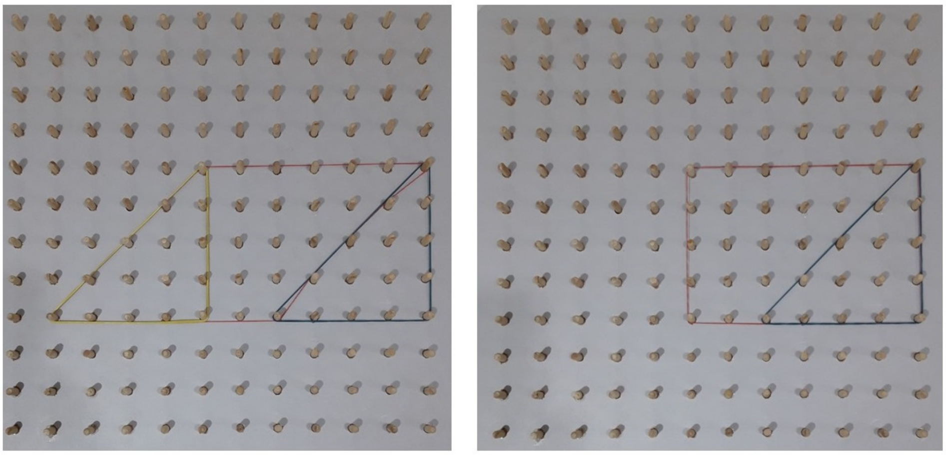
Figura 18: Paralelogramo no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Espera-se que o aluno consiga raciocinar da seguinte maneira: que no paralelogramo pode-se recortar a figura e transformá-lo em um retângulo e, com isso, concluir que a área do paralelogramo é base vezes altura. A figura abaixo ilustra o que se espera.

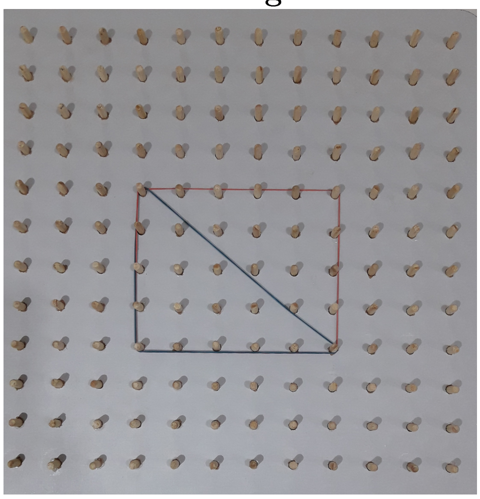
Figura 19: Paralelogramo no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Para a área do triângulo espera-se que os alunos consigam raciocinar da seguinte maneira: se dividir um quadrado ao meio (em que esse corte passe pela diagonal do quadrado) teremos 2 triângulos congruentes e, com isso, concluir que a área do triangulo formado é a metade do quadrado anterior. Logo a área do triângulo é base vezes altura dividido por dois. A figura abaixo ilustra o que se espera.

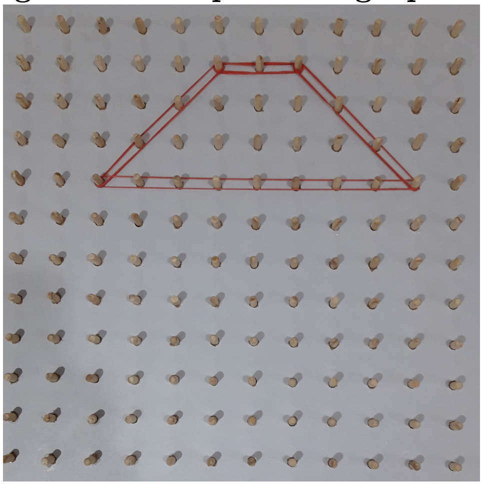
Figura 20: Dividindo retângulo em dois triângulos.



Fonte: Próprio Autor

Já para a área do trapézio, será pedido aos alunos que calculem a área da figura abaixo.

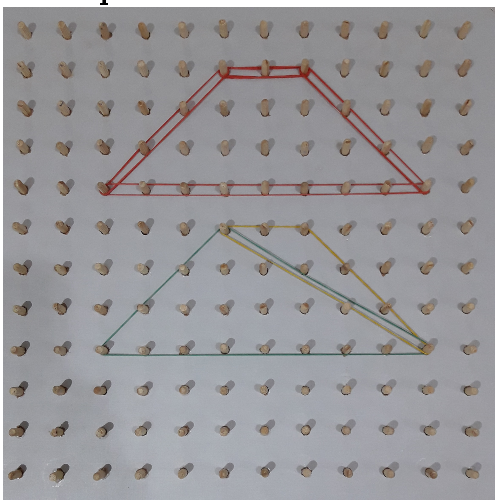
Figura 21: Trapézio no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Espera-se que o aluno consiga separar o trapézio em dois triângulos e com o conhecimento prévio da área do triângulo chegue a solução e com um pouco de manipulação algébrica chegue na fórmula. A figura ilustra a separação que se espera e logo após a manipulação algébrica que também se espera:

Figura 22: Trapézio dividido em dois triângulos.



Fonte: Próprio Autor

$$A_1 = \frac{B.h}{2} \quad e \quad A_2 = \frac{b.h}{2} \tag{4}$$

$$A_T = \frac{B.h}{2} + \frac{b.h}{2} \tag{5}$$

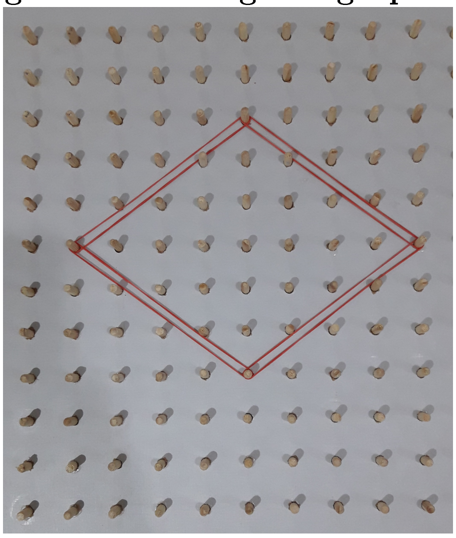
$$A_T = \frac{B.h + b.h}{2} \tag{6}$$

$$A_T = \frac{(B + b)h}{2} \tag{7}$$

Onde:
B = Base maior do trapézio
b = Base menor do trapézio
h = Altura
A_1 = Área do triângulo de base maior
A_2 = Área do triângulo de base menor
A_T = Área do trapézio

Para a área do losango, também, será pedido que o aluno calcule a área da figura abaixo.

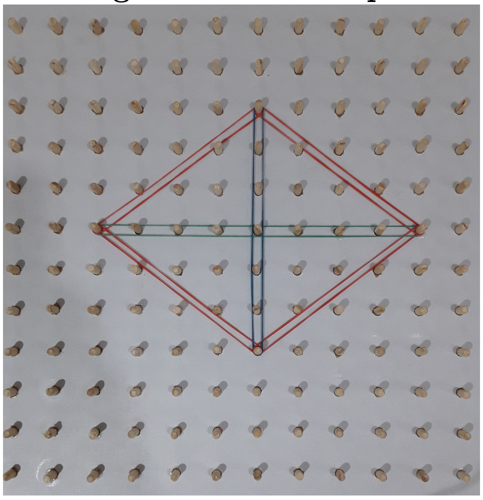
Figura 23: Losango no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Espera-se que o aluno seja capaz de separar o losango em 4 triângulos congruentes (como mostra a figura 24) e consiga fazer manipulação algébrica a fim de chegar na fórmula.

Figura 24: Losango dividido em quatro triângulos.



Fonte: Próprio Autor

$$A_L = 4.\frac{\frac{D}{2}.\frac{d}{2}}{2} \tag{8}$$

$$A_L = \frac{\frac{4.D.d}{4}}{2} \tag{9}$$

$$A_L = \frac{D.d}{2} \tag{10}$$

Onde:
D = Diagonal maior do losango
d = Diagonal menor do losango
A_L = Área do Losango

E para finalizar as demostrações das fórmulas para calcular a área de figuras planas será mostrado a demostração que já foi mencionada neste trabalho. Esta demostração encontra-se na seção 2.3

3.3 Sobre a escola onde foi realizado o projeto

A escola onde este projeto foi aplicado se chama C. E. Deborah Correia Lima – Anexo Mamorana, localizada na cidade de São Bernardo, Maranhão e está jurisdicionada à Unidade Regional de Educação de Chapadinha – MA (URE – Chapadinha).

A escola localiza-se em um povoado chamado de Mamorana, que fica distante 30 km da sede São Bernardo. A referida escola não possui um prédio próprio na localidade e por esse motivo faz uso do prédio da prefeitura, onde funciona a escola chamada Unidade

Integrada Jucelino Kubitschek.

Figura 25: Unidade Integrada Jucelino Kubitschek.

Fonte: Próprio Autor

Durante o período diurno funciona o ensino fundamental. Pela manhã do 1º ao 5º ano e à tarde funciona do 6º ao 9º ano, sendo que os alunos estão sobre responsabilidade da Prefeitura Municipal de São Bernardo, Maranhão. Já no período noturno, funciona o Ensino Médio, sobre responsabilidade do Governo do Estado do Maranhão e turmas do EJA (Educação de Jovens e Adultos) sobre responsabilidade da Prefeitura Municipal de São Bernardo, Maranhão.

O ensino médio está dividido em 4 turmas da seguinte maneira: duas turmas de 1º ano, a turma A contém 23 Alunos, a turma B contém 20 Alunos; a turma de 2º ano contem 46 alunos e por fim a turma de 3º ano, que contém 21 Alunos.

Como mencionado anteriormente, a turma do terceiro ano foi escolhida para participar do projeto, pois estavam prestes a fazer a prova do ENEM e os alunos sempre cobravam aulas de revisão. E esse conteúdo de geometria plana foi ensinado a eles no ano passado, quando pertenciam a turma do segundo ano.

Os horários da disciplina de matemática nessa turma são dois horários seguido0s, na terça e na quarta-feira, totalizando de quatro aulas semanais.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Primeiro dia de projeto

O projeto se iniciou no dia 9 de outubro de 2018 e teve uma duração de 10 horas aulas. Os recursos usados foram: 5 geoplanos de malha quadriculada, 2 geoplanos de malha circular, um notebook e um data show (para fazer a apresentação e explicações de conteúdo necessárias ao laboratório), um quilo de ligas elásticas coloridas, tesouras, EVA, réguas, compassos e papel cartão.

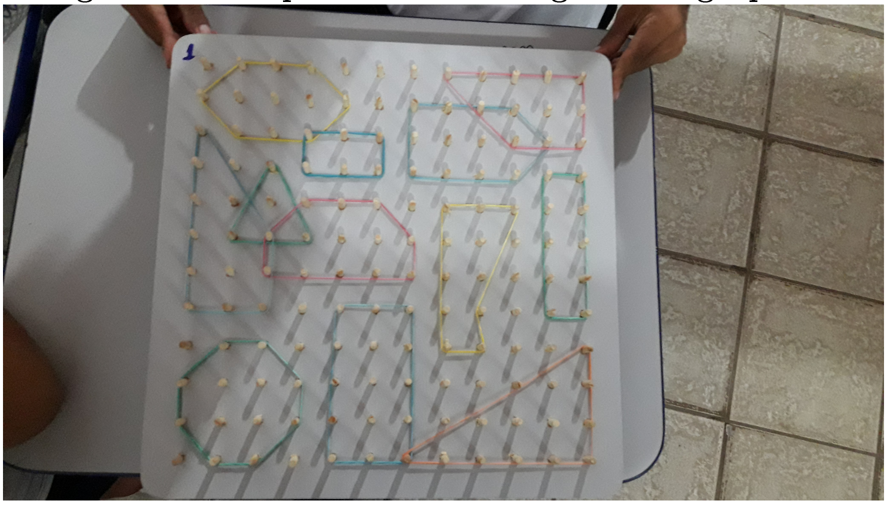
No primeiro dia de laboratório foi pedido aos alunos que formassem em 4 grupos. Eles ficaram à vontade para montar os grupos por afinidade. Ficando os grupos da seguinte maneira: o grupo 1 era composto pelos alunos: Maria Laurilene, Daniela dos Santos, Simone Silva e Elias Abiel; já o grupo 2 era formado pelos alunos: Edivaldo Alves, Arlison Santos, Maria Aline, Renan Kene e Cassio Silva; o grupo 3 era formado pelos alunos: Andreza Lima, Claudenice Silva, Antonia Daiane, Erica Vieira, Lucinete Campos, Adriana Alves, Wdyson Lima; e por fim o grupo 4, composto pelos alunos: Gabriella Lopes, Táina Almeida, Ana Clara Santos, Helen Santos e Iolanda.

Após a divisão das equipes foi entregue um geoplano quadriculado para cada equipe, cada geoplano foi numerado para que pudesse ser feita a identificação de cada equipe. A fala inicial tratou de como o geoplano foi construído. Após isso, houve a explanação do assunto usando os recursos data show e notebook falando sobre a importância de se estudar o assunto e qual foi a necessidade cotidiana que levou a sua organização.

Em seguida, a atenção foi dada ao geoplano, tratou-se de suas medidas, tamanho da tábua de MDF e a distância entre os pinos (cavilhas), ocorrendo a distribuição das ligas elásticas coloridas e questionamento aos alunos sobre quais figuras geométricas planas poderiam ser formadas no geoplano. Neste momento foi estabelecido um prazo para os alunos produzirem figuras geométricas e após alguns minutos eles apresentaram esses resultados.

Grupo 1

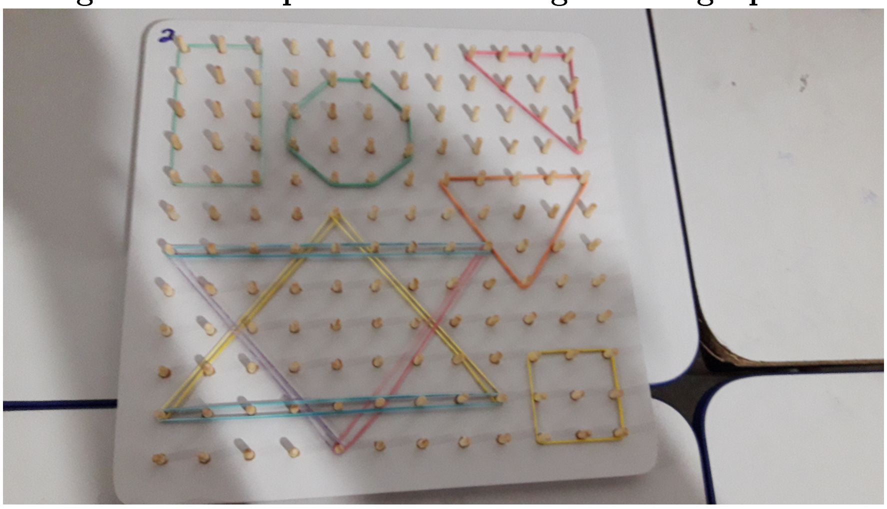
Figura 26: Grupo 1 montando figuras no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Grupo 2

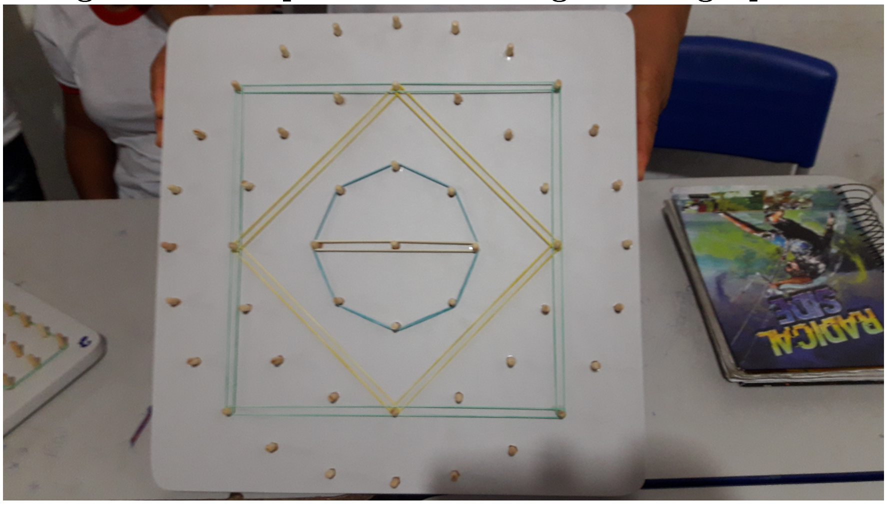
Figura 27: Grupo 2 montando figuras no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Grupo 2

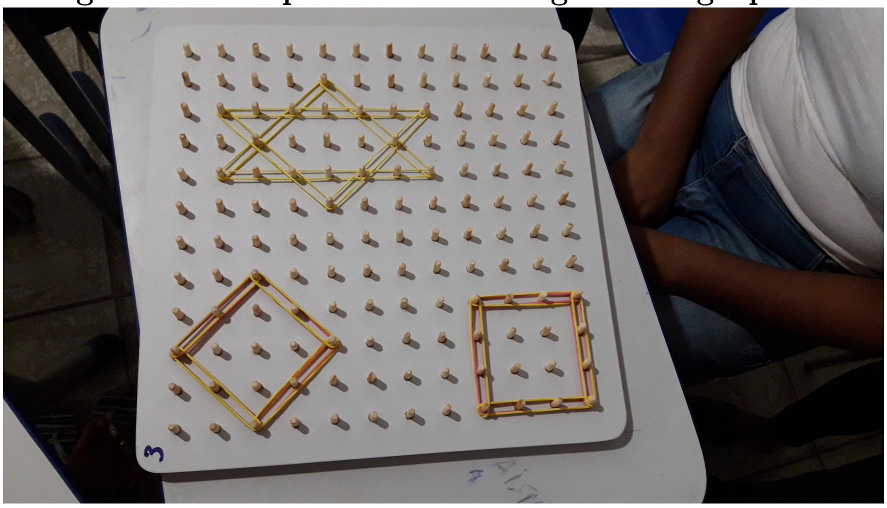
Figura 28: Grupo 2 montando figuras no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Grupo 3

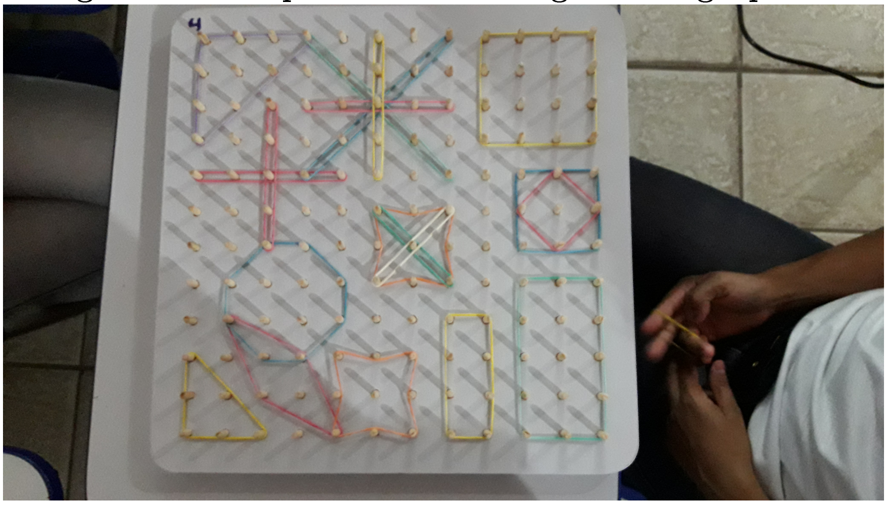
Figura 29: Grupo 3 montando figuras no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Grupo 4

Figura 30: Grupo 4 montando figuras no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

Quando eles finalizaram esse exercício, foi perguntado a eles se alguma vez, na vida de estudante deles, já haviam tido uma aula de matemática assim, com material para manipular, e a resposta foi unanime, nunca.

Ao observar o resultado feito pelos alunos pudemos comprovar a teoria do professor Dr. Sergio Lorenzato, na qual ele diz que o aluno pode olhar o material com certa estranheza e apresentar ideias incompletas.

E foi o que aconteceu nessa primeira atividade dos alunos. Muitos alunos viram o geoplano com desconfiança, não sabendo muito o que fazer e como explorar. Por exemplo, os grupos 1, 2 e 4 exploraram bastante, já o grupo 3 explorou menos.

Em seguida foi feita a definição das seguintes figuras planas: paralelogramo, quadrado, retângulo, triângulo, trapézio e losango. Os alunos copiaram no caderno cada uma dessas definições. Após isso foi pedido aos alunos que construíssem essas figuras no geoplano para poder responder a lista de exercícios 1 (Ver Apêndice A).

A tabela a seguir mostra como eles se saíram nesse primeiro teste.

Tabela 1: Resultados da 1ª lista de exercícios - Geral

	Pergunta	quantidade de acertos	quantidade de erros
a)	Todo quadrado é um retângulo	20	00
b)	Todo retângulo é um quadrado	19	01
c)	Todo paralelogramo é um retângulo	20	00
d)	Todo retângulo é um paralelogramo	20	00
e)	Todo losango é um quadrado	08	12
f)	Todo quadrado é um losango	04	16
g)	Todo losango é um paralelogramo	09	11
	TOTAL	**100**	**40**

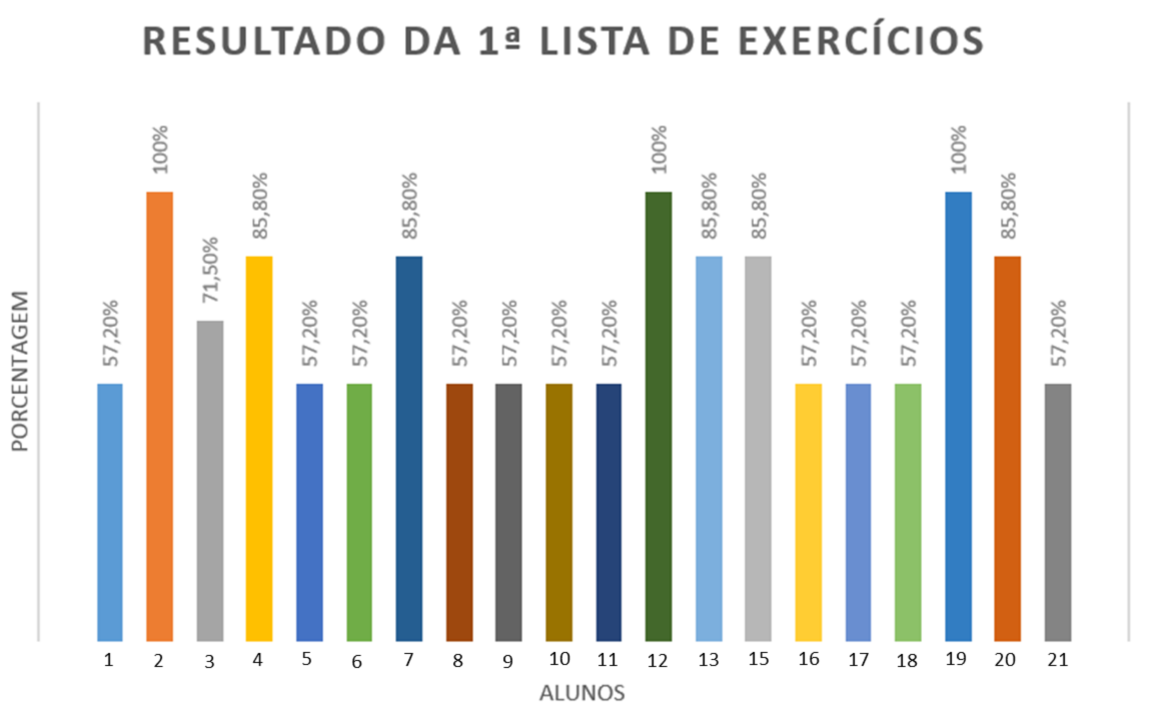
Fonte: Próprio Autor

Pode-se observar que nas quatro primeiras questões, os alunos conseguiram responder a questão de forma correta, já nas três últimas questões houve quase um equilíbrio, como se pode observar nas letras e) e g). A única questão que os alunos tiveram maior dificuldade foi a letra f).

Pode-se concluir desse primeiro teste que se teve 100 acertos, o que corresponde a 71,43% do total e 40 erros, correspondente a 28,57% do total. E com isso podemos dizer que os alunos conseguiram adquirir uma das habilidades previstas na BNCC, que é classificar e comparar figuras planas.

O resultado individual por aluno ficou da seguinte maneira (Observação: o aluno 14 faltou a atividade):

Figura 31: Resultados individuais



Fonte: Próprio Autor

Esse resultado é satisfatório, pois 9 alunos ficaram acima da média, 11 alunos ficaram próximos da média e nenhum deles ficou abaixo de 50%. Lembrando que a média para o aluno ser aprovado no Estado do Maranhão é 6 (seis).

4.2 Segundo dia de projeto

O segundo dia de realização do laboratório foi no dia 10 de outubro de 2018, nele trabalhamos a resolução do problema que foi proposto no tópico 3,2, etapa 5. Para a resolução do problema foi explicado aos discentes como os antigos resolviam esse problema apresentando o seguinte exemplo:

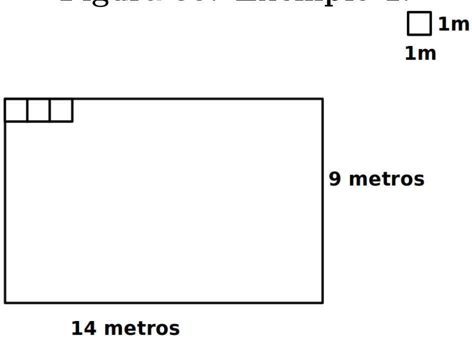
Calcular a área da figura abaixo.

Figura 32: Exemplo 1.

Fonte: Próprio Autor

Onde expliquei que os antigos recortavam placas quadradas de 1 metro por um metro e iam encaixando no terreno, como mostra a figura 33.

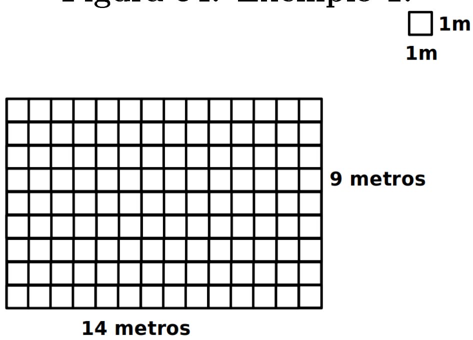
Figura 33: Exemplo 1.



Fonte: Próprio Autor

Até o momento em que se completava todo o terreno. Como mostra a figura 34:

Figura 34: Exemplo 1.



Fonte: Próprio Autor

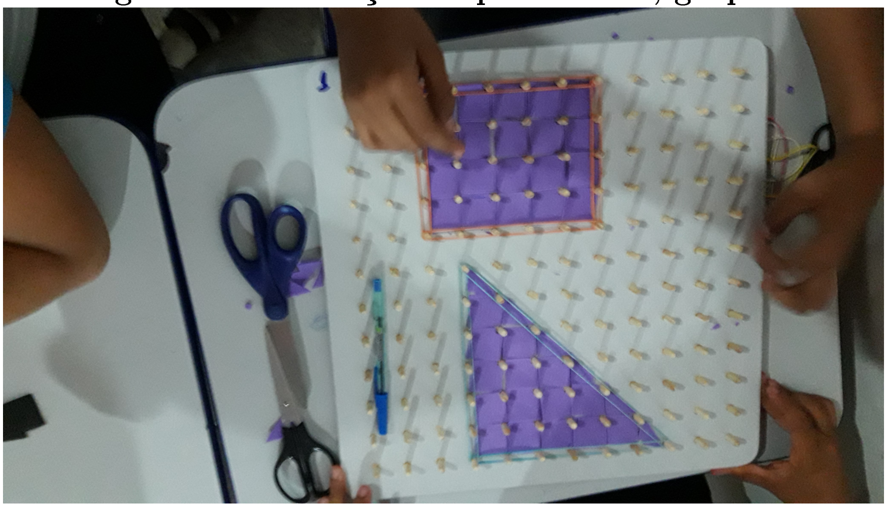
Foi explicado que não era necessário contar quadradinho por quadradinho, bastava contar quantos quadradinhos têm em cada fileira e multiplicar pela quantidade de fileiras.

Após essa explicação pedimos aos alunos que resolvessem o problema, usando o geoplano. Inicialmente, os alunos questionaram sobre a forma de montar o as figuras, se no exemplo as medidas estavam em metros e o geoplano em centímetros. Então foi explicado que eles podiam usar uma escala para cada um metro do exemplo eles considerassem um cm no geoplano.

Foi disponibilizado aos alunos réguas, EVA e tesouras para que produzissem a solução do problema, assim como os antigos faziam. E o resultado está nas fotos abaixo:

Grupo 1

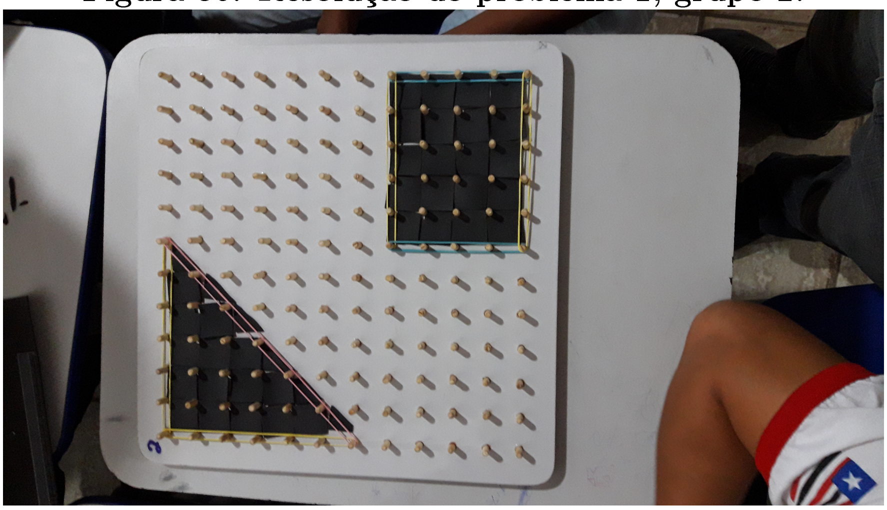
Figura 35: Resolução do problema 1, grupo 1.



Fonte: Próprio Autor

Grupo 2

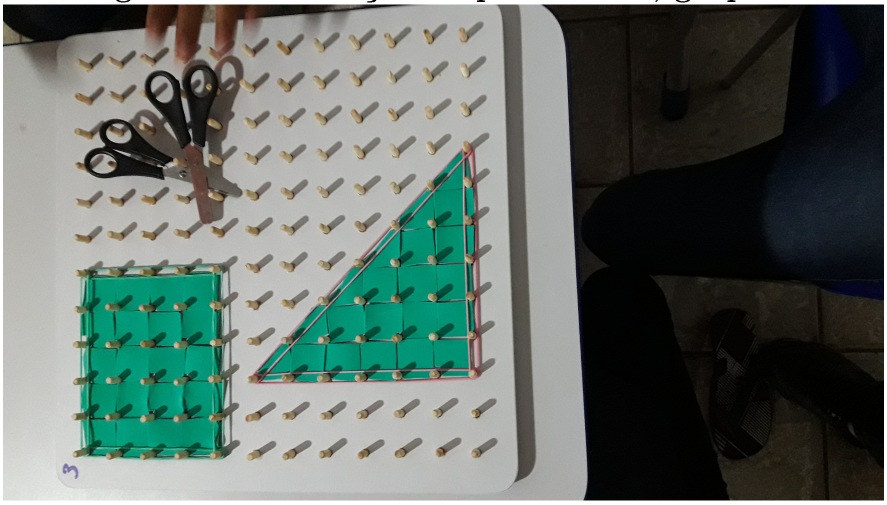
Figura 36: Resolução do problema 1, grupo 2.



Fonte: Próprio Autor

Grupo 3

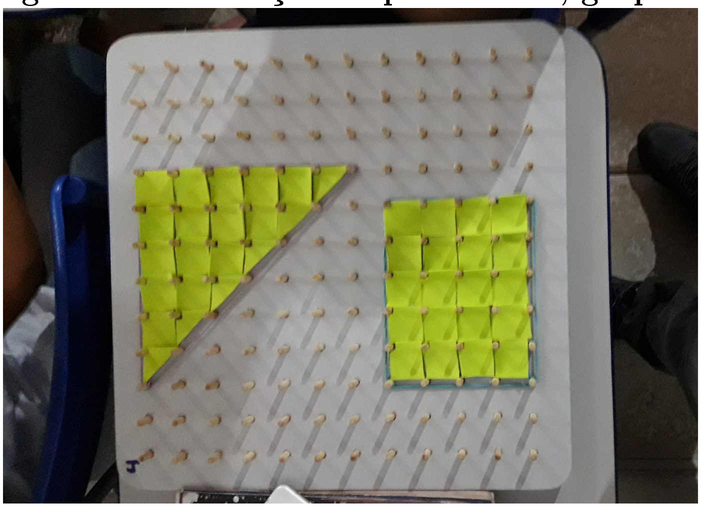
Figura 37: Resolução do problema 1, grupo 3.



Fonte: Próprio Autor

Grupo 4

Figura 38: Resolução do problema 1, grupo 4.



Fonte: Próprio Autor

Ao questionar individualmente cada grupo sobre a solução final do problema os grupos 2, 3 e 4 responderam o problema de forma correta, dizendo que o retângulo possuía 20 quadradinhos e o triângulo possuía 18 quadradinhos e, por isso, o retângulo tinha maior área e o triângulo menor área.

Já o grupo 1, não apresentou a solução correta, disseram que o triângulo tinha maior área, pois eles contaram os pequenos triângulos de EVA como um quadradinho, não juntaram 2 triângulos de EVA para formar um quadrado. Na solução inicial disseram que o triângulo tinha 21 quadradinhos contra 20 do retângulo.

Mas foi falado a eles haviam errado a solução que repensassem na solução, pois o erro não deve ser visto como punição e sim como uma dica ou pista para chegar à solução correta e na segunda tentativa eles acertaram.

Muitos alunos têm medo de errar na matemática por medo de serem punidos imediatamente, sem ser dada a chance de repensar na sua resposta. Nós professores, devemos mudar essa mentalidade, avaliar o que o aluno desenvolveu, onde ele errou e incentivá-lo a achar o erro, para poder concluir de forma correta a questão.

Nenhum grupo separou os pedaços de EVA para fazer a comparação, mas conseguiram fazer a contagem de forma correta e apresentar a solução de forma verbal.

Mais uma vez foi obtido um alto índice de acerto. Três dos quatro grupos apresentaram a solução correta na primeira tentativa. Somente um grupo precisou de 2 tentativas para apresentar a solução correta.

Um fato que chamou atenção foi que os alunos levaram quase que os 2 horários completos para solucionar esse problema, assim como os antigos faziam, o que levou os alunos a afirmarem que dava muito trabalho e isso levou eles a entenderem que as fórmulas que são ensinadas na matemática são importantes, pois aceleram o processo de resolução dos problemas.

Isso levou os alunos a refletirem sobre a importância da criação das fórmulas para calcular a área de figuras planas e com isso aprenderam a valorizar as fórmulas.

Os alunos conseguiram compreender que na matemática nada aparece por acaso e nada é criado de forma aleatória, sempre tem uma explicação histórica por trás de cada assunto da matemática.

E ao final deste dia eles eram capazes de comparar figuras planas para descobrir qual tem maior área.

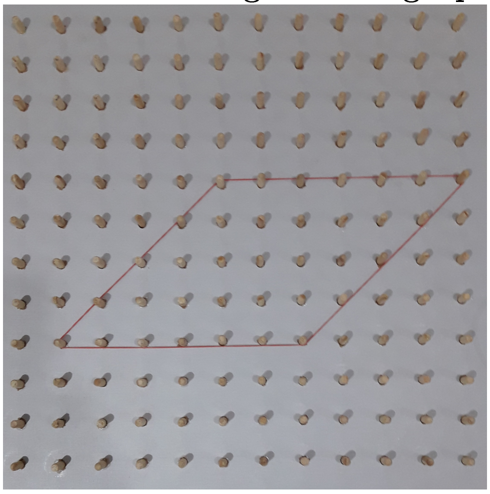
4.3 Terceiro dia de projeto

O terceiro dia de projeto foi realizado no dia 16 de outubro de 2018, nesse dia foi trabalhado: as definições das fórmulas do quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio e losango.

Inicialmente foi apresentada a definição da área do retângulo utilizando o contexto histórico usado na aula passada e após isso, a definição da área do quadrado.

Em seguida foi pedido aos alunos que construíssem a figura abaixo no geoplano e calculasse a sua área, isso sem eles conhecerem a fórmula de como se calcula a área do paralelogramo.

Figura 39: Paralelogramo no geoplano.

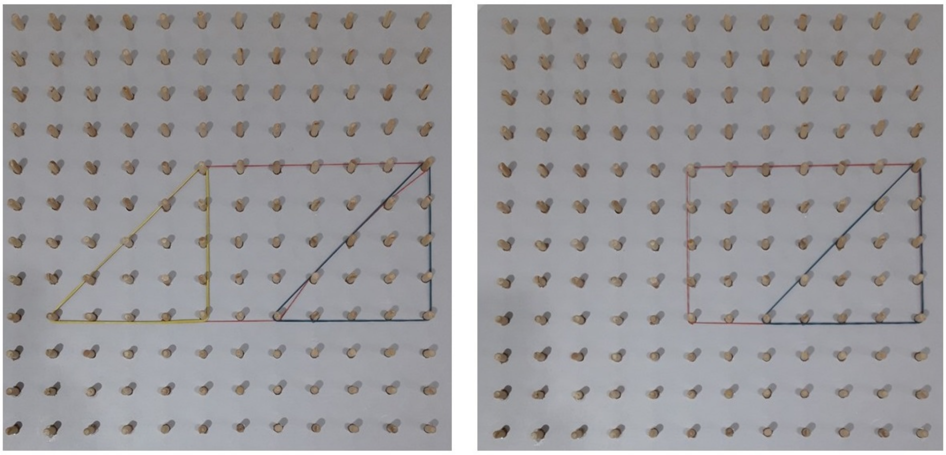


Fonte: Próprio Autor

As equipes 1 e 4 não conseguiram ter uma ideia de como calcular a área da figura. Já as equipes 2 e 3 disseram que conseguiriam calcular a área da figura recortando EVA. Resolvendo o problema de maneira semelhante ao problema 1.

Nessa etapa, os alunos não conseguiram desenvolver o raciocínio que se esperava deles, que era recortar uma parte da figura e transformá-la de um paralelogramo para um retângulo e concluir que a área de um paralelogramo é calculada multiplicando a base vezes altura. Como mostra a figura.

Figura 40: Paralelogramo no geoplano.

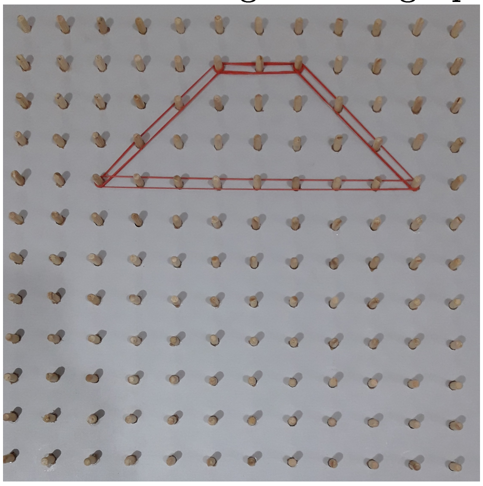


Fonte: Próprio Autor

Em seguida foi apresentada a definição da área do triângulo, em que os alunos não tiveram dificuldade em entender a fórmula.

Após isso, foi pedido que eles calculassem a área da figura abaixo, sem apresentar a fórmula pronta da área do trapézio.

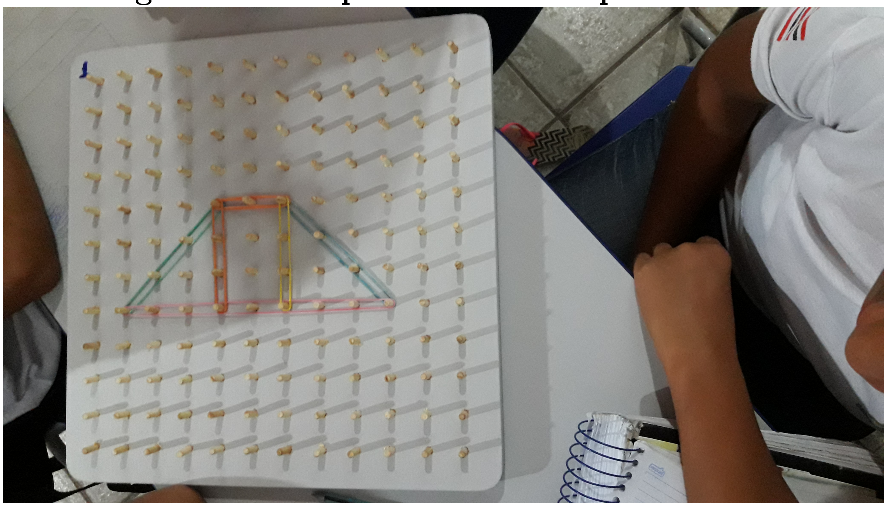
Figura 41: Paralelogramo no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 1 separou a figura em dois triângulos e um retângulo

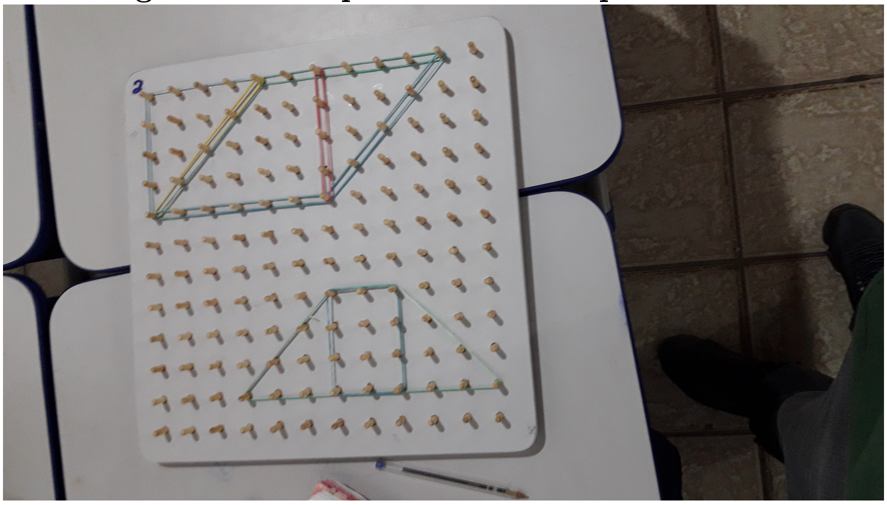
Figura 42: Grupo 1 resolvendo problema 2.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 2 também fez a mesma separação

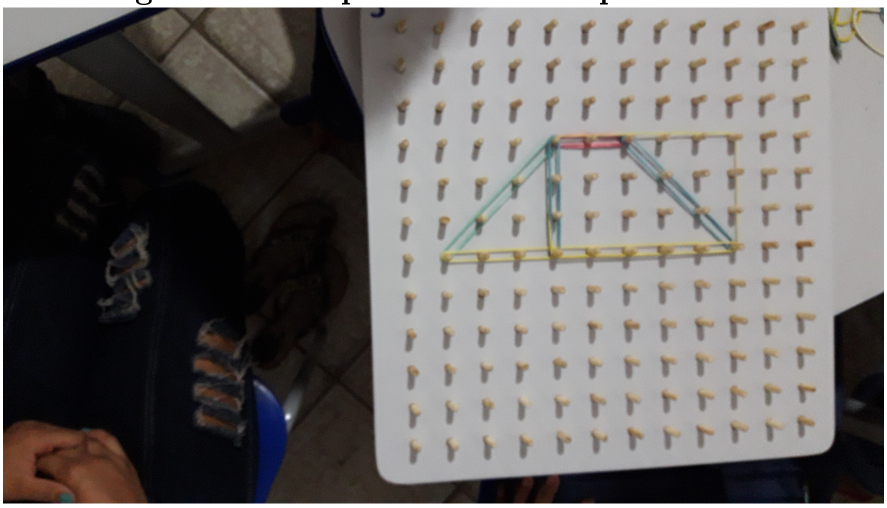
Figura 43: Grupo 2 resolvendo problema 2.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 3 recortou um triângulo e formou um retângulo

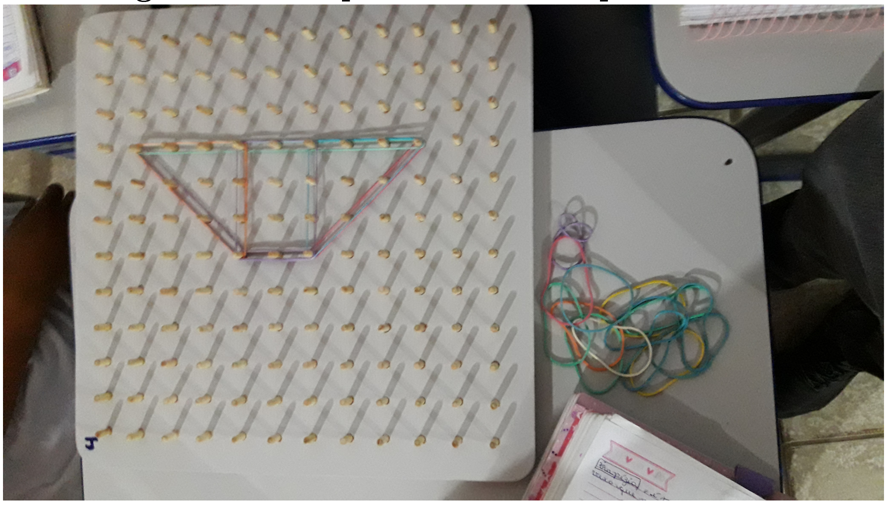
Figura 44: Grupo 3 resolvendo problema 2.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 4 recortou em 2 triângulos e um retângulo

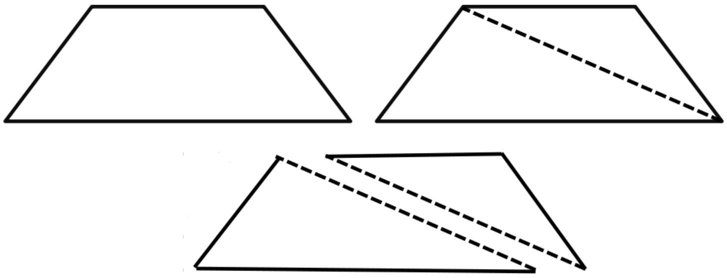
Figura 45: Grupo 4 resolvendo problema 2.



Fonte: Próprio Autor

Como podemos perceber nenhuma equipe separou o trapézio em dois triângulos como era esperado, mas os alunos conseguiram chegar ao resultado correto. A imagem a seguir ilustra o que era esperado.

Figura 46: Trapézio separado em dois triângulos.

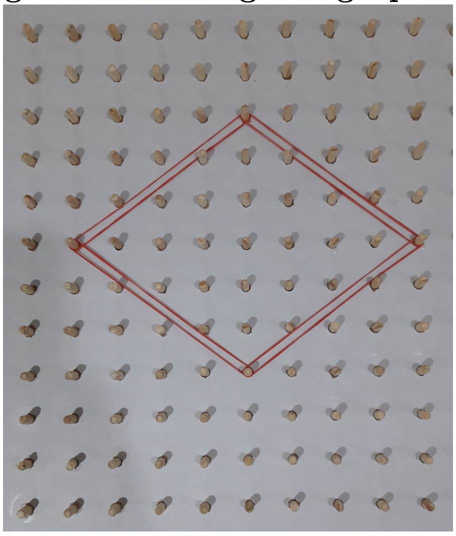


Fonte: Próprio Autor

Após responderem essa questão foi feita a demonstração da fórmula da área do trapézio, em que alguns alunos relataram que tiveram dificuldade para entender o processo algébrico que envolveu a demonstração da fórmula.

Dado continuidade a aula, foi pedido que calculassem a área da figura abaixo, sem apresentar a fórmula pronta da área do losango.

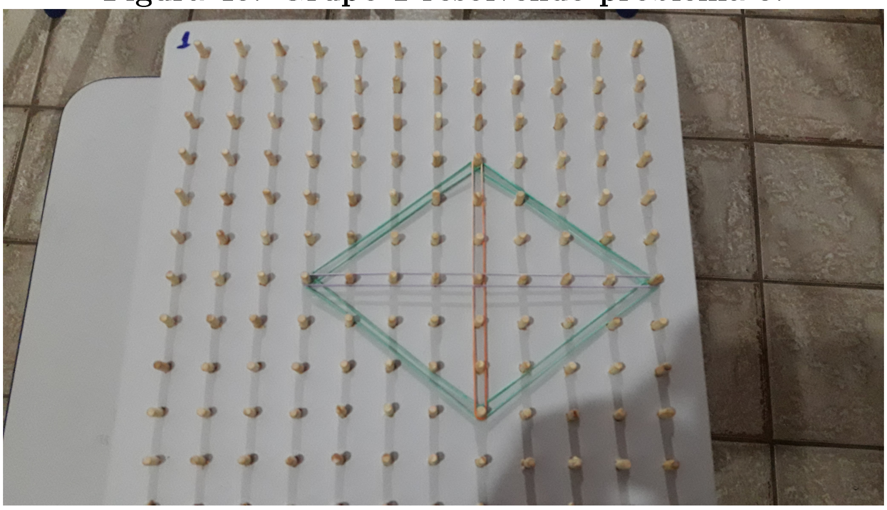
Figura 47: Losango no geoplano.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 1 separou a figura em 4 triângulos

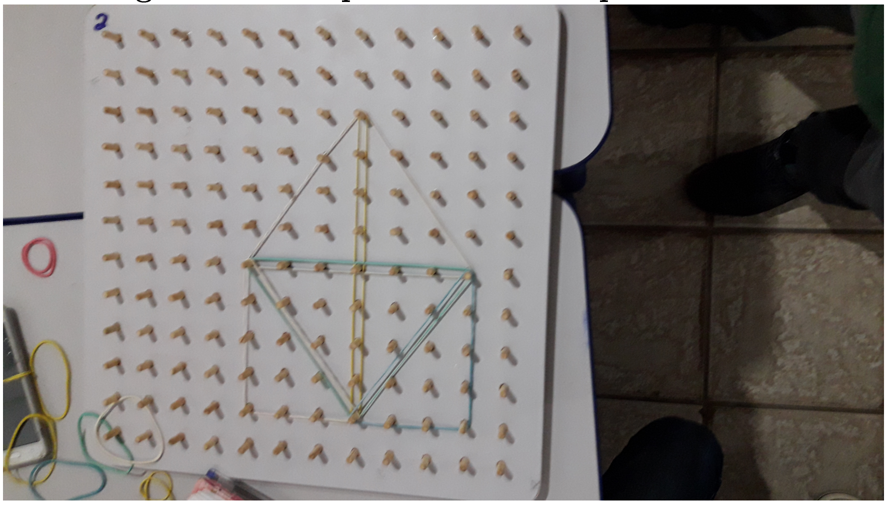
Figura 48: Grupo 1 resolvendo problema 3.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 2 recortou 2 triângulos e formou um retângulo.

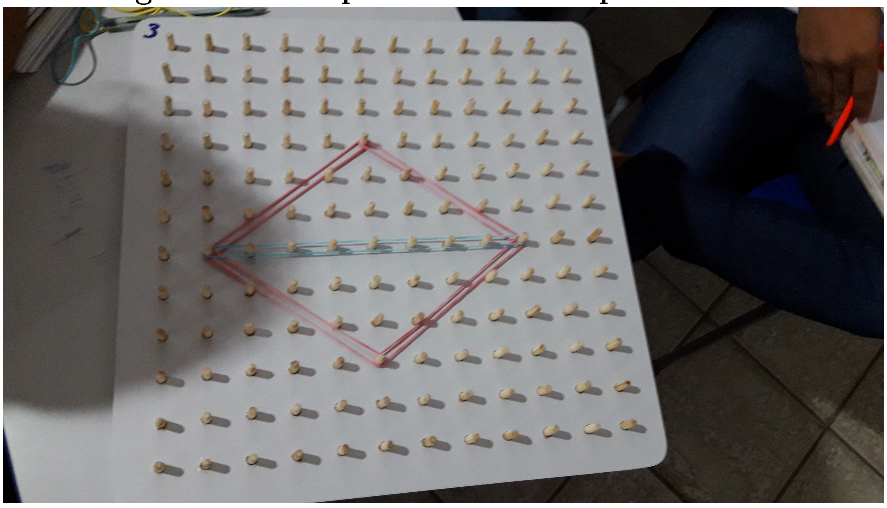
Figura 49: Grupo 2 resolvendo problema 3.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 3 separou a figura em 2 triângulos

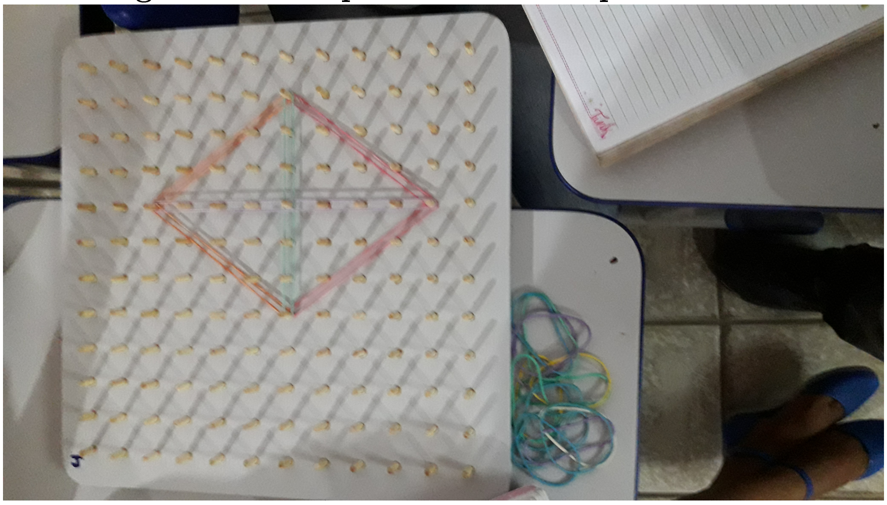
Figura 50: Grupo 3 resolvendo problema 3.



Fonte: Próprio Autor

O grupo 4 também separou a figura em 4 triângulos

Figura 51: Grupo 4 resolvendo problema 3.



Fonte: Próprio Autor

Todas as equipes chegaram ao resultado correto da questão. E desta vez duas delas fizeram o que se esperava, que era separar a figura em 4 triângulos.

Após a solução deste exercício foi apresentada a demonstração da fórmula do losango e mais uma vez alguns alunos relataram dificuldade para entender a parte algébrica que envolve a demonstração dessa fórmula.

Para finalizar a aula deste dia, os alunos receberam a 2ª lista de exercícios (ver Apêndice B). Não foi possível eles finalizarem a atividade no mesmo dia, deixando para finalizar no próximo dia de projeto.

4.4 Quarto dia de projeto

O quarto dia de projeto foi no dia 17 de outubro de 2018, trabalhamos a demostração da área de um círculo. Apresentei inicialmente aos alunos a relação entre raio e comprimento de um círculo. Para isso, utilizei o geoplano e com o auxílio de um fio e uma régua montamos junto aos alunos a seguinte tabela:

Tabela 2: Relação entre raio e comprimento do círculo do geoplano circular

	RAIO	COMPRIMENTO
Círculo 1	$R_1 = 7cm$	$C_1 = 47cm$
Círculo 2	$R_2 = 14cm$	$C_2 = 92cm$
Círculo 3	$R_3 = 20cm$	$C_3 = 128cm$

Fonte: Próprio Autor

Foi explicado aos alunos que a razão entre comprimento e raio (não importando o tamanho do círculo) é sempre um valor aproximado de 6,28.

A seguinte demonstração foi feita para se chegar a fórmula que relaciona comprimento do círculo e raio.

$$\frac{C}{r} = 6,28 \qquad (11)$$

$$\frac{C}{r} = 2.3,14 \qquad (12)$$

Foi nesse momento que surgiu a constante $\pi = 3,14$, assim:

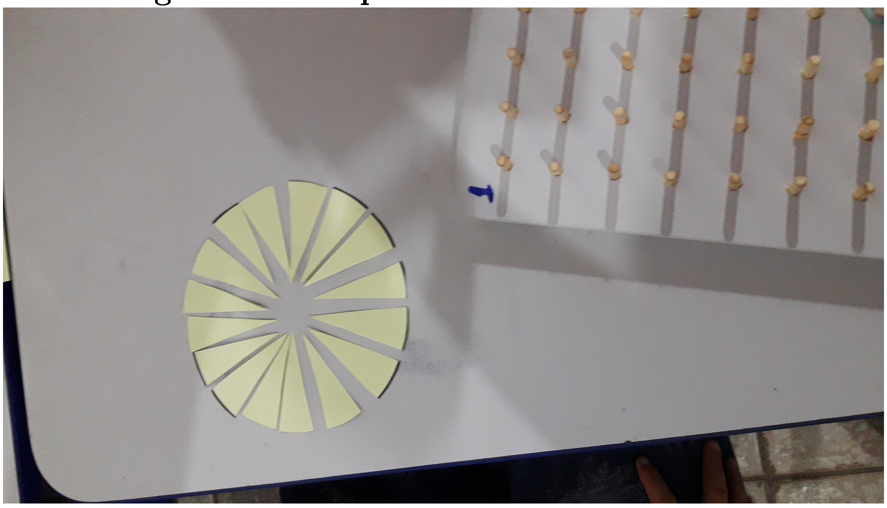
$$\frac{C}{r} = 2.\pi \qquad (13)$$

$$C = 2.\pi.r \qquad (14)$$

Em seguida, foi distribuídos círculos impressos em papel cartão e tesouras, para que os alunos fizessem a manipulação do material.

Por exemplo, a equipe 1 recortando a figura.

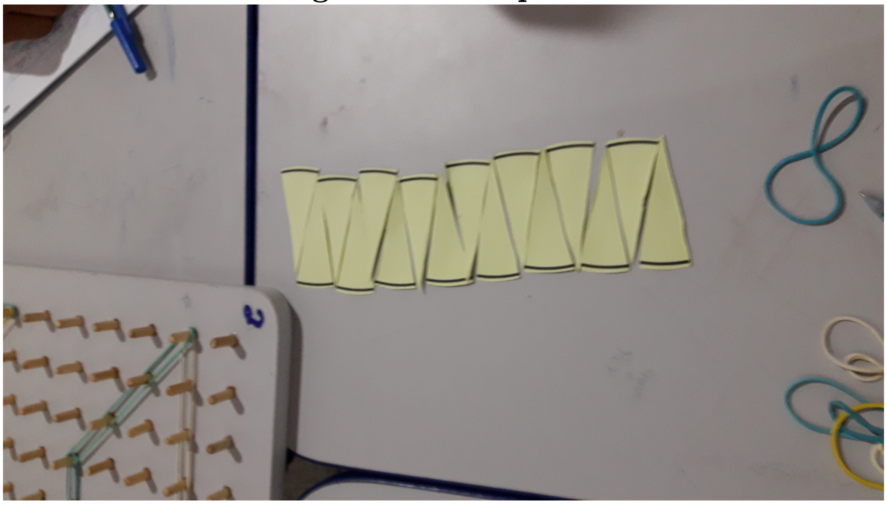
Figura 52: Grupo 1 recortando o círculo.



Fonte: Próprio Autor

Após isso, a figura foi reorganizada, aproximando-se ao paralelogramo. Como por exemplo, o grupo 2.

Figura 53: Grupo 2 .



Fonte: Próprio Autor

E a partir dessa figura montamos a fórmula da área do círculo.

Área = Base x Altura

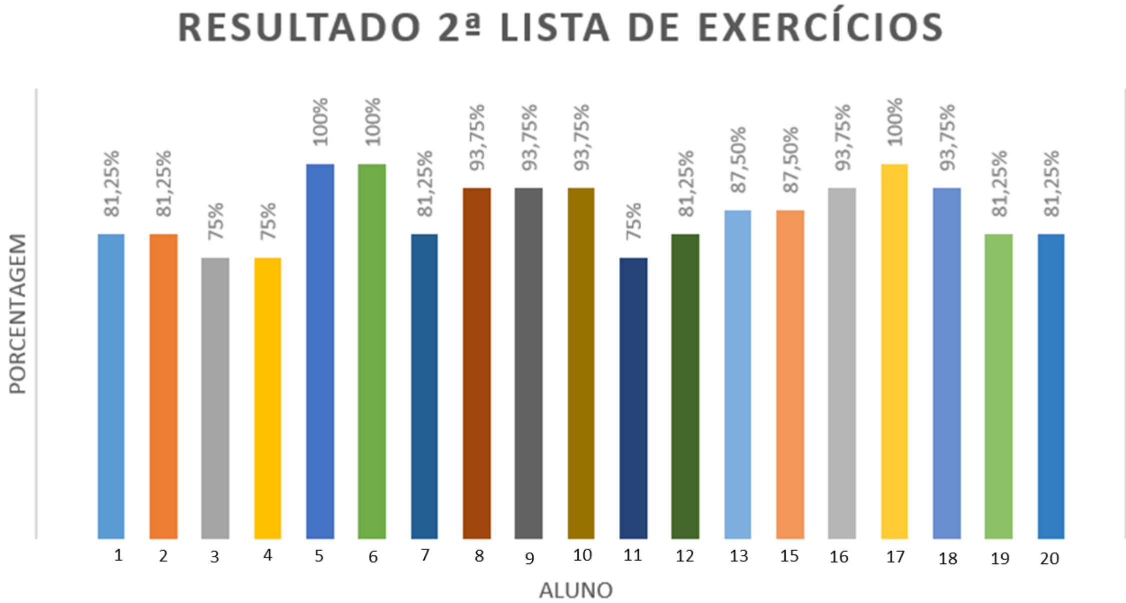
$$A = \frac{2\pi.r}{2}.r \tag{15}$$

$$A = \pi.r^2 \tag{16}$$

Para finalizar o quarto dia de laboratório os alunos deviam finalizar a segunda lista de exercícios. Essa 2ª lista possuía questões para calcular área de figuras planas de forma direta. Todas as questões eram discursivas.

Eles obtiveram os seguintes resultados (os alunos 14 e 21 faltaram a atividade):

Figura 54: Resultado individual da 2ª Lista de Exercícios



Fonte: Próprio Autor

Podemos observar que os alunos se saíram melhor nessa segunda atividade, todos conseguiram ficar acima da média. Mais uma vez o uso do recurso influenciou de forma positiva o aprendizado.

O que levou a turma ter uma média de acerto de aproximadamente 87,17%.

Foi observado que os alunos apresentaram maior dificuldade na parte de calcular a área do trapézio e do losango nas demais figuras não tiveram dificuldades.

Como esses alunos apresentaram dificuldade, a correção foi realizada em sala e pedimos que eles copiassem essas questões no caderno.

4.5 Quinto dia de projeto

No dia 30 de outubro de 2018 foi realizado o quinto dia do projeto, trabalhamos a resolução das seguintes questões:

1) Calcule a área de figura abaixo

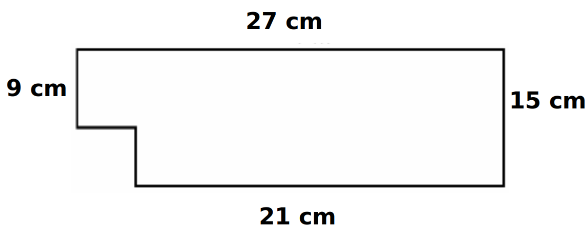


Figura 55: Exercício 1. Fonte: Próprio Autor

2) Calcule a área de figura abaixo

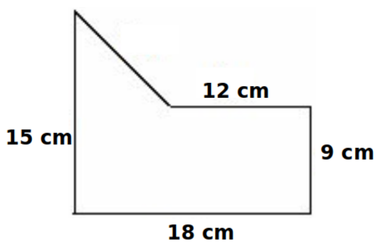


Figura 56: Exercício 2. Fonte: Próprio Autor

3) (PUC-SP - modificada) A área do quadrado sombreado é:

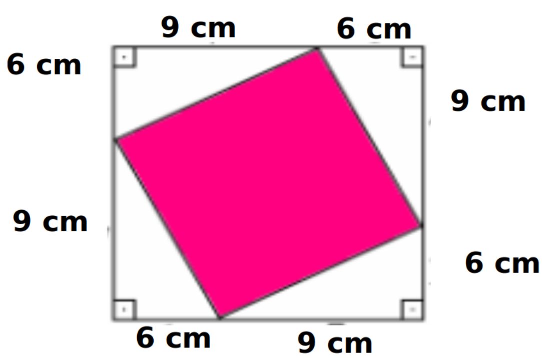


Figura 57: Exercício 3. Fonte: Próprio Autor

4) Calcule a área hachurada

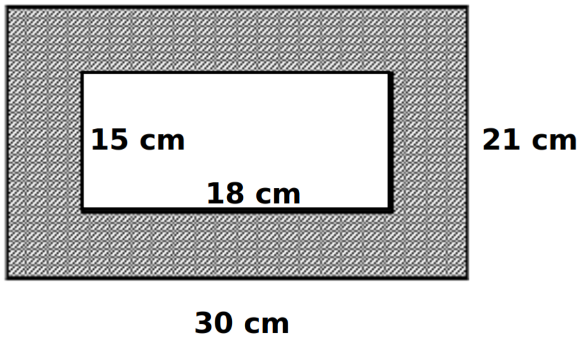


Figura 58: Exercício 4. Fonte: Próprio Autor

5) Calcule a área pintada

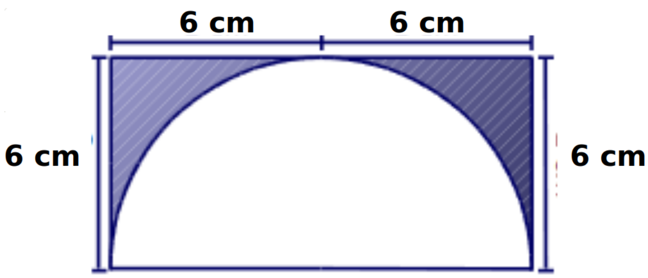


Figura 59: Exercício 5. Fonte: Próprio Autor

6) A figura a seguir apresenta dois semicírculos de raio 2 cm inscritos em um quadrado de lado 4 cm. Determine a área da região sombreada.

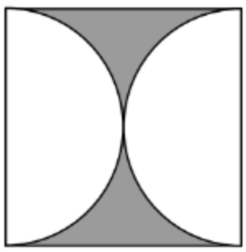


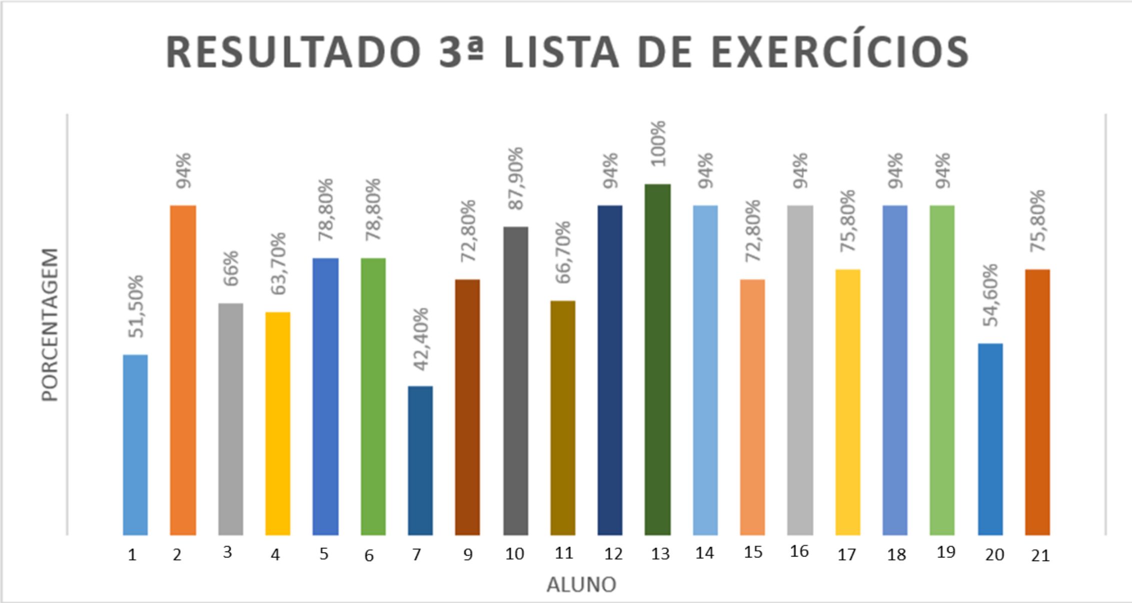
Figura 60: Exercício 6. Fonte: Próprio Autor

Após apresentar soluções desse modelo de questão foi solicitado aos alunos que respondessem a 3ª lista de exercícios. Nessa lista, tinham questões discursivas e questões da OBMEP.

Nessa lista foi trabalhado questões que envolveram cálculo de área hachurada.

Os alunos obtiveram o seguinte resultado (o aluno 8 não participou dessa atividade):

Figura 61: Resultado individual da 3ª lista de exercícios



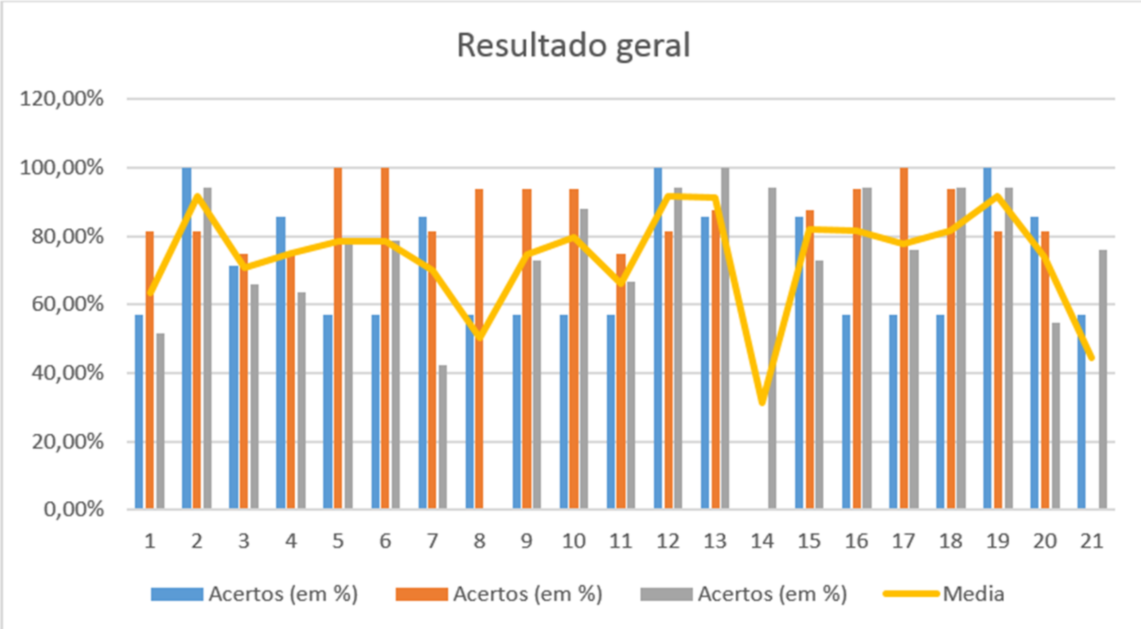
Fonte: Próprio autor

Observa-se que apenas 3 alunos ficaram abaixo da média nessa atividade os outros 17 alunos ficaram acima da média.

Dessa forma, a média de acerto da turma é de 77,58% e, com isso, podemos considerar o resultado satisfatório.

O gráfico a seguir mostra a média dos alunos nas 3 atividades, nos levando a percepção de que os alunos que ficaram abaixo da média foram os que faltaram a atividade.

Figura 62: Resultado geral - Média



Fonte: Próprio autor

4.6 Opinião dos alunos

Uma situação percebida ao logo desse laboratório é que no início os alunos olharam com desconfiança para os materiais didáticos, alguns deles pareciam perdidos, meio desconfiados.

Na solução do problema motivador os discentes passaram quase dois horários cortando EVA e tentando resolver o problema, ja nas outras atividades, foram mais rápidos na solução.

De um modo geral a aceitação do laboratório foi positiva. Muitos alunos gostaram e outros mesmo trazendo material diferenciado não gostaram ou ficaram apáticos durante o projeto, mas estes foram a minoria.

Foi pedido aos alunos que respondessem um questionário dando a opinião deles sobre o projeto, para que fosse feito um levantamento dos pontos positivos e negativos, com o objetivo de melhorar o projeto para aplicações futuras.

Esse questionário contém 11 questões objetivas e 1 questão discursiva, os alunos deram uma opinião livre sobre o projeto. Esse questionário foi anônimo, para que os alunos se sentissem livre para expressar sua opinião.

Faremos a análise a seguir dos questionário dos alunos.

1) Responda os itens abaixo sobre a área do retângulo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: A=Base x Altura ?

Tabela 3: Resultado da 1ª questão, item a

	Quantidade	Porcentagem
SIM	20	100%
NÃO	00	0%

Fonte: Próprio Autor

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do retângulo ser A=Base x Altura?

Tabela 4: Resultado da 1ª questão, item b

	Quantidade	Porcentagem
FÁCIL	15	75%
DIFÍCIL	05	25%

Fonte: Próprio Autor

2) Responda os itens abaixo sobre a área do quadrado.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser $A = Lado^2$?

Tabela 5: Resultado da 2ª questão, item a

	Quantidade	Porcentagem
SIM	17	85%
NÃO	03	15%

Fonte: Próprio Autor

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do quadrado ser $A = Lado^2$?

Tabela 6: Resultado da 2ª questão, item b

	Quantidade	Porcentagem
FÁCIL	14	70%
DIFÍCIL	06	30%

Fonte: Próprio Autor

3) Responda os itens abaixo sobre a área do paralelogramo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: $A = Base \ . \ Altura$?

Tabela 7: Resultado da 3ª questão, item a

	Quantidade	Porcentagem
SIM	18	90%
NÃO	02	10%

Fonte: Próprio Autor

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do paralelogramo ser: $A = Base\ .\ Altura$?

Tabela 8: Resultado da 3ª questão, item b

	Quantidade	Porcentagem
FÁCIL	12	60%
DIFÍCIL	08	40%

Fonte: Próprio Autor

4) Responda os itens abaixo sobre a área do triângulo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: $A = (Base\ .\ Altura)/2$?

Tabela 9: Resultado da 4ª questão, item a

	Quantidade	Porcentagem
SIM	15	75%
NÃO	05	25%

Fonte: Próprio Autor

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do triângulo ser $A = (Base\ .\ Altura)/2$?

Tabela 10: Resultado da 4ª questão, item b

	Quantidade	Porcentagem
FÁCIL	12	60%
DIFÍCIL	08	40%

Fonte: Próprio Autor

5) Responda os itens abaixo sobre a área do trapézio.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser:

$$A = \frac{(Base\ maior + Base\ menor).Altura}{2} \tag{17}$$

Tabela 11: Resultado da 5ª questão, item a

	Quantidade	**Porcentagem**
SIM	07	35%
NÃO	13	65%

Fonte: Próprio Autor

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do trapézio ser:

$$A = \frac{(Base\ maior + Base\ menor).Altura}{2} \tag{18}$$

Tabela 12: Resultado da 5ª questão, item b

	Quantidade	**Porcentagem**
FÁCIL	06	30%
DIFÍCIL	14	70%

Fonte: Próprio Autor

6) Responda os itens abaixo sobre a área do losango.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser:

$$A = \frac{(Diagonal\ maior\ .\ diagonal\ menor)}{2} \tag{19}$$

Tabela 13: Resultado da 6ª questão, item a

	Quantidade	**Porcentagem**
SIM	09	45%
NÃO	11	55%

Fonte: Próprio Autor

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do losango ser:

$$A = \frac{(Diagonal\ maior\ .\ diagonal\ menor)}{2} \tag{20}$$

Tabela 14: Resultado da 6ª questão, item b

	Quantidade	Porcentagem
FÁCIL	06	30%
DIFÍCIL	14	70%

Fonte: Próprio Autor

7) Responda os itens abaixo sobre a área do Círculo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: $A = \pi.r^2$?

Tabela 15: Resultado da 7ª questão, item a

	Quantidade	Porcentagem
SIM	07	35%
NÃO	13	65%

Fonte: Próprio Autor

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do Círculo ser: $A = \pi.r^2$?

Tabela 16: Resultado da 7ª questão, item b

	Quantidade	Porcentagem
FÁCIL	02	10%
DIFÍCIL	18	90%

Fonte: Próprio Autor

Podemos observar nessas questões que os alunos tiveram mais dificuldade na parte de demostrações que envolvem um algebrismo maior.

8) Foi mais fácil ou mais difícil aprender a calcular área de figuras planas usando o geoplano?

Tabela 17: Resultado da 8ª questão

	Quantidade	Porcentagem
MAIS FÁCIL	16	80%
MAIS DIFÍCIL	04	20%

Fonte: Próprio Autor

9) A partir do que você aprendeu hoje, conseguiria ensinar este conteúdo a outras pessoas?

Tabela 18: Resultado da 9ª questão

	Quantidade	Porcentagem
SIM	11	55%
NÃO	09	45%

Fonte: Próprio Autor

Podemos observar nessas duas perguntas que a maioria dos alunos conseguiu adquirir conhecimento, mas há uma diminuição quando perguntamos se eles conseguiriam retransmitir o conteúdo.

10) Na sua opinião o que foi ensinado nesse laboratório vai lhe ajudar na prova do ENEM?

Tabela 19: Resultado da 10ª questão

	Quantidade	Porcentagem
SIM	19	55%
NÃO	01	45%

Fonte: Próprio Autor

11) Diante do que foi ensinado, na sua opinião, você diria que aprendeu:

Tabela 20: Resultado da 11ª questão

	Quantidade	Porcentagem
Entre 100% a 80% da aula	07	35%
Entre 80% a 60% da aula	06	30%
Entre 60% a 40% da aula	04	20%
Entre 40% a 20% da aula	02	10%
Entre 20% a 0% da aula	01	05%

Fonte: Próprio Autor

Podemos observar que a maioria dos alunos conseguiu aprender o assunto, eles tiveram alguns pontos de dificuldade, mas no geral o resultado foi satisfatório.

Essa pesquisa mostrou que a maior parte dos alunos aprovou a forma de ensinar com o geoplano, eles julgaram uma experiência que vão levar para vida. Tanto na vida pessoal como para a prova do Enem.

Os trechos abaixo são opiniões dos alunos sobre o método de ensino utilizado:

> "Achei muito interessante e diferente a forma de aprender as fórmulas e como o professor se empenhou em simplificar o máximo para que aprendêssemos rápido e de uma forma fácil usando o geoplano"

> "Eu achei muito legal por conta que eu já pude usar essas fórmulas no serviço para ajudar meu pai. Ele queria saber quantos tijolos ele deveria comprar para fazer um oitão da casa. Gostei muito. E foi bem útil a fórmula do losango"

Essa opinião é motivo de satisfação, pois o aluno conseguiu usar o conhecimento que adquiriu em sala de aula, na sua vida pessoal. E foi um objetivo alcançado e previsto nos Parâmetros Curriculares.

Outro fator que chamou a atenção foi que os alunos se sentiram mais confiantes para fazer uma boa prova do ENEM.

> "Foi bom, vai me ajudar muito nessa prova do ENEM, essa experiência eu vou levar para a vida. Esse trabalho vai poder abrir outras portas para mim"

> "Bem interessante, pois com esses métodos, com certeza foi bem mais fácil aprender área do quadrado, triângulo, losango, etc ... Foi bem interessante também aprender a calcular essas questões, para melhor calcular, responde e acertar questões na hora do ENEM. Grata, professor por tudo que ensinou".

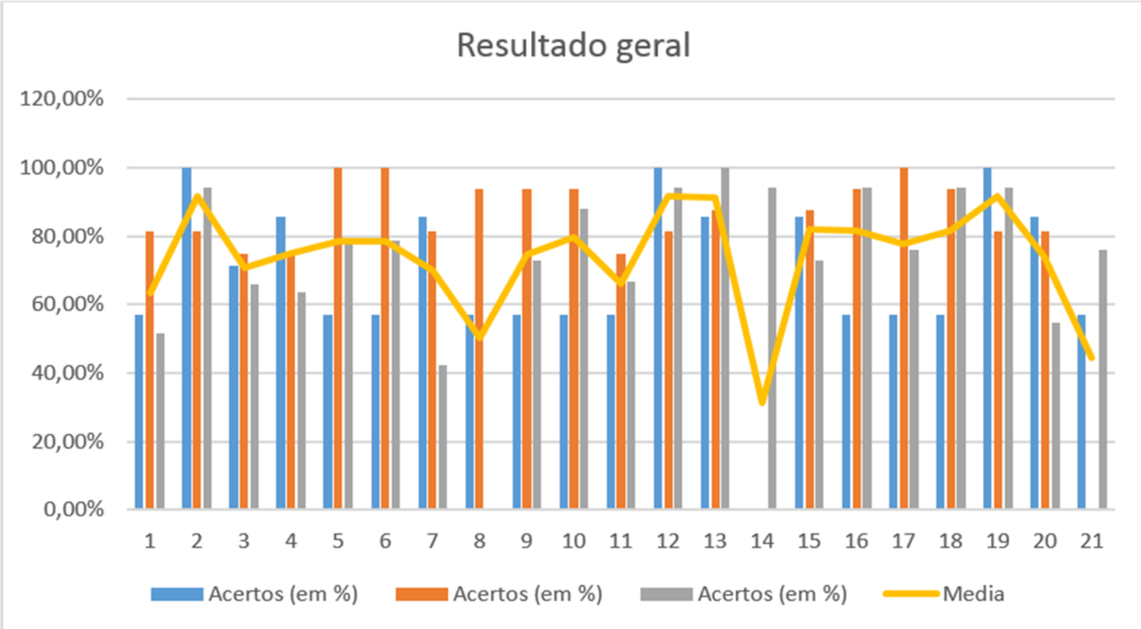
Isso mostra que eles aumentaram a sua autoconfiança para encarar a prova do ENEM.

Um objetivo que não estava previsto no planejamento e que aconteceu naturalmente foi que um aluno citou que sonha em fazer faculdade em matemática.

> "Foi uma experiência nova para mim e uma experiência boa, coisas que antes eu achava impossível de resolver, hoje se tornou mais simples. Tenho certeza que vai me ajudar muito no futuro já que quero fazer faculdade em matemática"

Fazendo uma análise geral sobre o desempenho dos alunos, temos o seguinte resultado final geral:

Figura 63: Resultado geral



Fonte: Próprio autor

Pode-se observar que apenas os alunos 8, 14 e 21 ficaram abaixo da média (60%) pois os mesmos faltaram alguma das atividades, se não fosse por isso, talvez não tivessem ficado abaixo da média.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De um modo geral, o laboratório teve resultados positivos, pois conseguimos sair da teoria e aplicar o conhecimento na prática.

No início os alunos demoraram um pouco pra se adaptar ao material didático, mas a partir da segunda aula pegaram um excelente ritmo, pois conseguiram assimilar a ideia que era proposta a eles.

Encontramos algumas dificuldades no caminho. Eles tiveram dificuldade de entender a demostração da área do trapézio, losango e círculo, por conta da álgebra que envolve a demostração. E fica aqui uma sugestão para trabalhos futuros, escrever um trabalho que ensine de forma lúdica a álgebra.

Os alunos relataram que ficaram mais confiantes para a prova do ENEM e teve um deles que conseguiu usar os conhecimentos adquiridos na pratica do dia a dia. Isso foi gratificante.

Outro aluno disse que agora tem o sonho de cursar matemática e ser um professor. É muito satisfatório saber que plantamos a semente do conhecimento em cada aluno, saber que não foi apenas uma aula para ensinar geometria plana e sim uma aula que os motivou a continuar os estudos.

Não pretendemos parar nesse trabalho, pois foi uma experiência prazerosa esta pesquisa. Essa é uma lição para a vida. Outros trabalhos virão nessa mesma linha de pesquisa, apenas mudando o assunto, por exemplo: geometria espacial, funções, análise combinatória e probabilidade.

A ideia é montar um laboratório para cada série do ensino médio e depois ampliar para o ensino fundamental.

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.**: Matemática, livro 3/ Secretaria de Educação Fundamental: Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 12 de agosto de 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.**: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental: Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 12 de agosto de 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio.**: Matemática, Secretaria de Educação Fundamental, Parte III: Brasília: MEC/SEF, 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 12 de agosto de 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricula.**: Matemática, Secretaria de Educação Básica, Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em: 12 de agosto de 2018.

BRASIL. Decreto Nº 19.890 de 18 de abril de 1931. **Dispõe sobre a organização do ensino secundário** Rio de Janeiro, RJ, 18 abril de 1931.Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1930-1939/decreto-19890-18-abril-1931-504631-publicacaooriginal-141245-pe.html>. Acesso em: 11 de agosto de 2018.

BRASIL. Lei Nº 5.692, de 11 de agos. de 1971. **Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências** Brasíllia, DF, 11 de agosto de 1971. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 11 de agosto de 2018.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar, 9** 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

FERREIRA, P.S. M. **O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos Quadriláteros**: PROFMAT Dissertações,

2013. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=29084>. Acesso em: 11 de agosto de 2018.

História da Geometria.: Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/geometria.php>. Acesso em: 12 de agosto de 2018.

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria** 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** 3. ed. Campinas, SP: Autores associados, 2012.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática** 3. ed. Campinas, SP: Autores associados, 2010.

MOURA, M. 0. **Materiais Pedagógicos para o Ensino de Matemática** : Disponível em: <http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/_private/geoplano.htm>. Acesso em: 11 de agosto de 2018.

PINHEIRO, R. P. **Aplicações do Geoplano no Ensino Básico**: PROFMAT Dissertações, 2013. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=1353>. Acesso em: 11 de agosto de 2018.

Sistema Ari de Sá: **Raio X ENEM.**: Disponível em: <http://portalsas.com.br/raiox/download/raiox_2017.pdf>. Acesso em: 12 de agosto de 2018.

TIGGEMANN, I. S.; COUTO, K. B.; MARQUES, M. C. B.; BARBOSA, R. M.; ALMEIDA, S. T. **Geoplano e redes de pontos** 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

ZUIN, E. de S. L.: **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações**: Disponível em: <http://www.25reuniao.anped.org.br/excedentes25/elenicezuint19.rtf>. Acesso em: 20 de agosto de 2018.

APÊNDICES

APÊNDICE A - 1ª LISTA DE EXERCÍCIOS

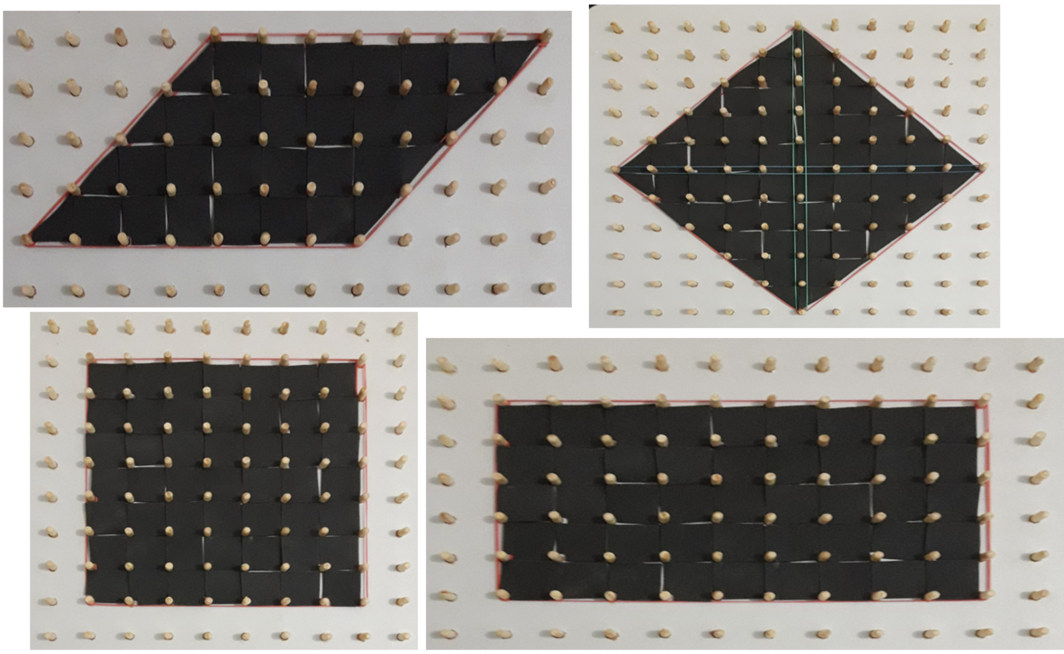
C. E. Deborah Correia Lima – Anexo Mamorana

Profº: Adriano Farias; Disciplina: Matemática; Série: 3º; Turma: única

Aluno (a): ______________________________, Nº:_____, Data: _____/_____/2018

1ª Lista de exercícios

1) Observe as figuras abaixo (paralelogramo, retângulo, quadrado e losango, nesta ordem) e classifique como verdadeiro ou falso.



a) ( ) Todo quadrado é um retângulo.
b) ( ) Todo retângulo é um quadrado.
c) ( ) Todo paralelogramo é um retângulo.
d) ( ) Todo retângulo é um paralelogramo.
e) ( ) Todo losango é um quadrado
f) ( ) Todo quadrado é um losango
g) ( ) Todo losango é um paralelogramo

APÊNDICE B - 2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

C. E. Deborah Correia Lima – Anexo Mamorana

Profº: Adriano Farias; Disciplina: Matemática; Série: 3º; Turma: única

Aluno (a): ________________________________, Nº:_____, Data: _____/_____/2018

2ª Lista de exercícios

1) No geoplano quadriculado, qual é o quadrado que tem maior área? Determine o lado desse quadrado e a sua área?

2) No geoplano quadriculado, qual é o quadrado que tem menor área? Determine o lado desse quadrado e a sua área?

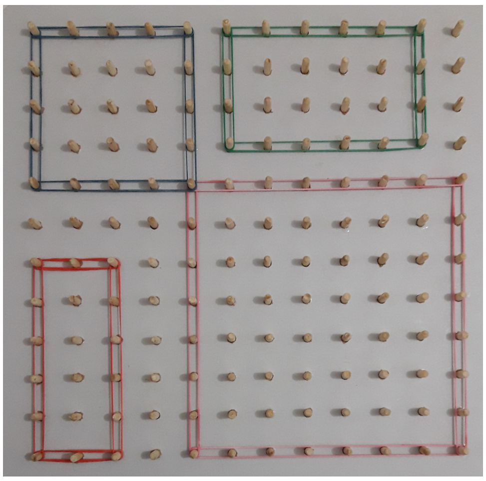
3) No geoplano quadriculado, qual é o triângulo que tem maior área? Determine o lado desse triângulo e a sua área?

4) No geoplano quadriculado, qual é o triângulo que tem menor área? Determine o lado desse triângulo e a sua área?

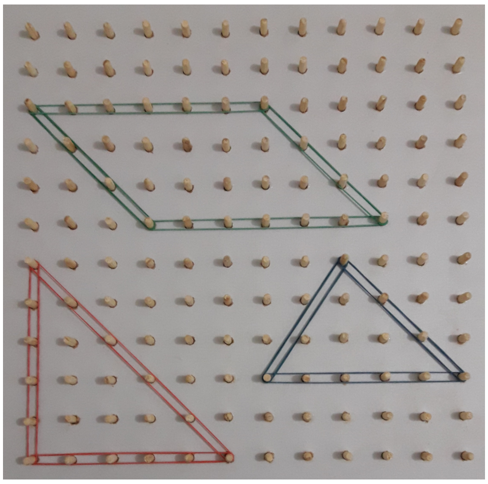
5) No geoplano circular calcule a área de todos os círculos.

6) Calcule a área das figuras abaixo:

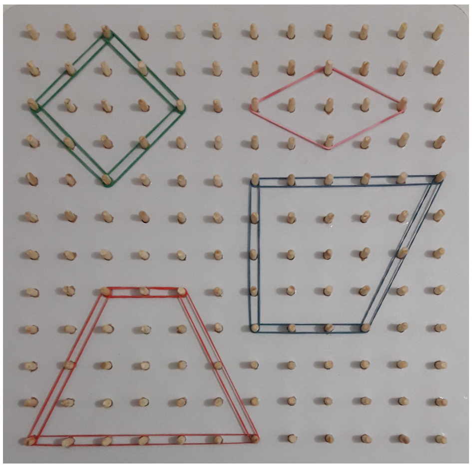
a)



b)



c)



APÊNDICE C - 3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

C. E. Deborah Correia Lima – Anexo Mamorana

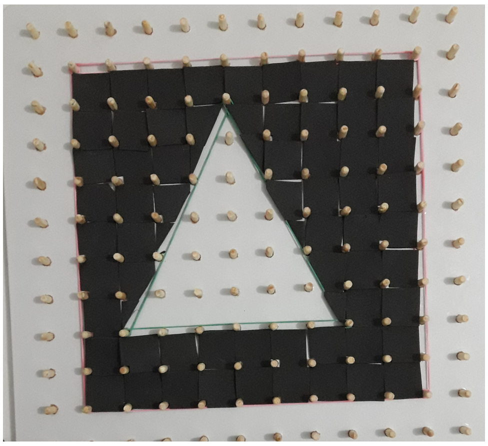
Profº: Adriano Farias; Disciplina: Matemática; Série: 3º; Turma: única

Aluno (a): ________________________________, Nº:_____, Data: _____/_____/2018

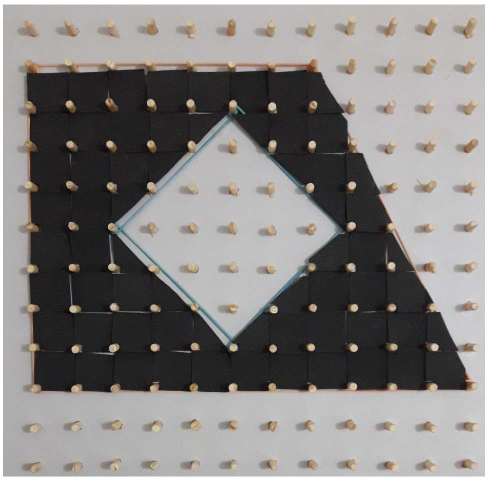
3ª Lista de exercícios

1) Calcule a área hachurada

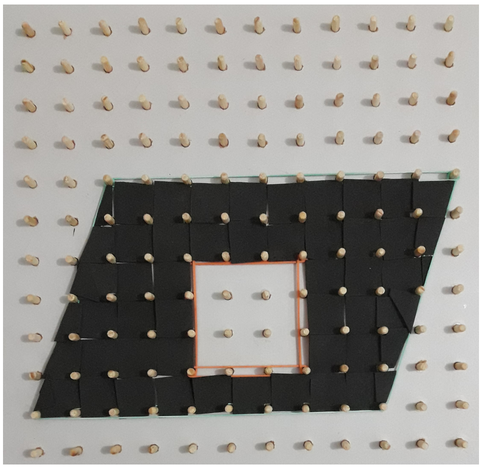
a)



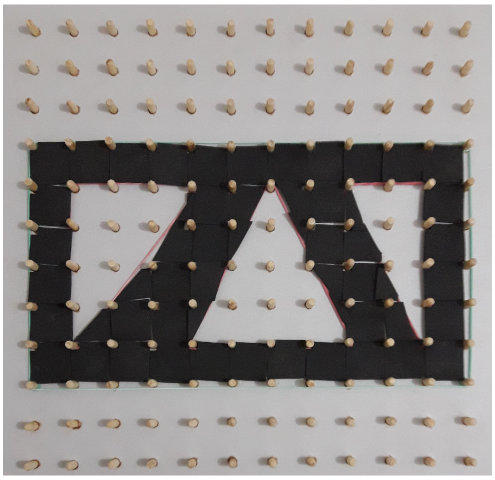
b)



c)

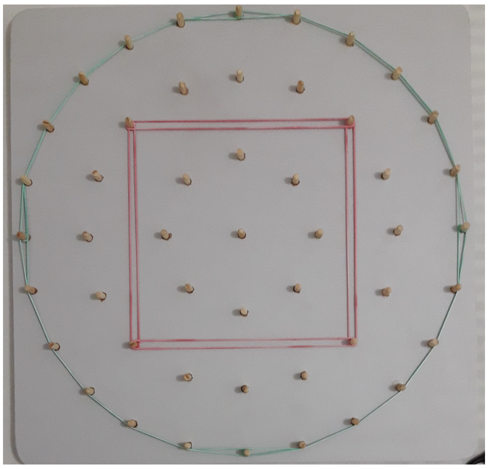


d)

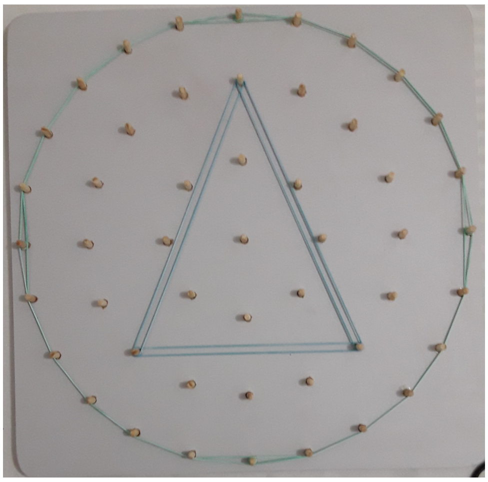


2) Calcule a área entre as figuras.

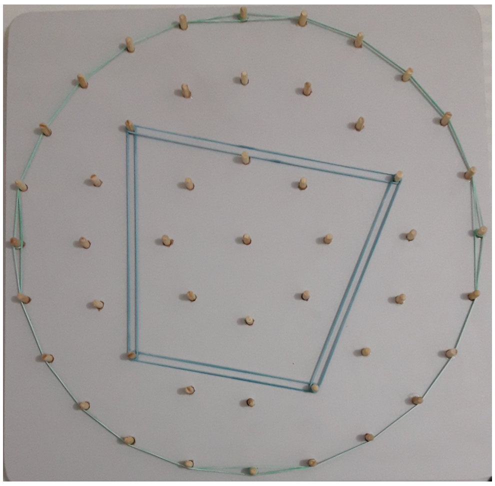
a)



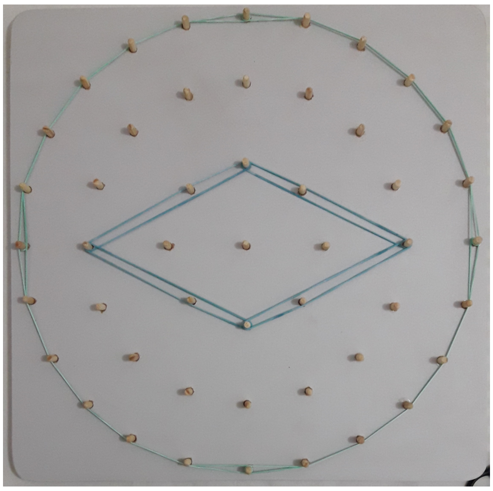
b)



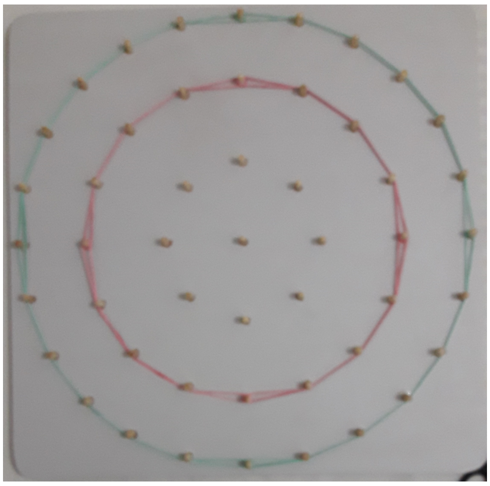
c)



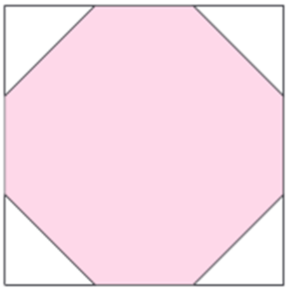
d)



e)

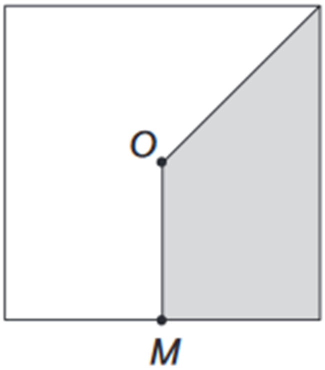


3) (OBMEP-2018) A área da figura destacada em rosa é 28 cm^2, e seus vértices dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Qual é a área do quadrado?



a) 34 cm^2
b) 36 cm^2
c) 38 cm^2
d) 40 cm^2
e) 42 cm^2

4) (OBMEP-2017) A figura mostra um quadrado de centro O e área 20 cm^2. O ponto M é o ponto médio de um dos lados. Qual é a área da região sombreada?



a) 6 cm^2
b) 6,5 cm^2
c) 7 cm^2
d) 7,5 cm^2
e) 8 cm^2

APÊNDICE D - Questionário Opinião dos alunos

C. E. Deborah Correia Lima – Anexo Mamorana

Prof°: Adriano Farias; Disciplina: Matemática; Série: 3°; Turma: única

Opinião dos Alunos

1) Responda os itens abaixo sobre a área do retângulo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: $A = Base\ .\ Altura$?

( ) Sim ( )Não

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do retângulo ser $A = Base\ x\ Altura$?

( ) Fácil ( ) Difícil

2) Responda os itens abaixo sobre a área do quadrado.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: $A = Lado^2$?

( ) Sim ( )Não

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do quadrado ser $A = Lado^2$?

( ) Fácil ( ) Difícil

3) Responda os itens abaixo sobre a área do paralelogramo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: $A = Base\ .\ Altura$?

( ) Sim ( )Não

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do paralelogramo ser: $A{=}Base\ .\ Altura$?

( ) Fácil ( ) Difícil

4) Responda os itens abaixo sobre a área do triângulo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: A=(Base x Altura)/2 ?

( ) Sim ( )Não

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do triângulo ser A=(Base x Altura)/2 ?

( ) Fácil ( ) Difícil

5) Responda os itens abaixo sobre a área do trapézio.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: A=((Base Maior x Base Menor) x Altura)/2 ?

( ) Sim ( )Não

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do trapézio ser: A=((Base Maior x Base Menor) x Altura)/2 ?

( ) Fácil ( ) Difícil

6) Responda os itens abaixo sobre a área do losango.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: A=(Diagonal Maior x Diagonal Menor)/2?

( ) Sim ( )Não

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do losango ser: A=(Diagonal Maior x Diagonal Menor)/2?

( ) Fácil ( ) Difícil

7) Responda os itens abaixo sobre a área do Círculo.

a) Você conseguiu entender o porquê da fórmula ser: $A = \pi.r^2$?

( ) Sim ( )Não

b) Foi fácil ou difícil entender o porquê da fórmula da área do Círculo ser:$A = \pi.r^2$?

( ) Fácil ( ) Difícil

8) Foi mais fácil ou mais difícil aprender a calcular área de figuras planas usando o geoplano?

( ) Mais fácil ( ) Mais difícil

9) A partir do que você aprendeu hoje, você conseguiria ensinar este conteúdo a outras pessoas?

( ) Sim ( )Não

10) Na sua opinião o que foi ensinado nesse laboratório vai lhe ajudar na prova do ENEM?

( ) Sim ( )Não

11) Diante do que foi ensinado, na sua opinião, você diria que aprendeu:

( ) entre 100% a 80% da aula

( ) entre 80% a 60% da aula

( ) entre 60% a 40% da aula

( ) entre 40% a 20% da aula

( ) entre 20% a 0% da aula

12) Opinião livre, sobre o laboratório

APÊNDICE E - Certificado para os alunos

GOVERNO DO ESTADO DO MARANHÃO
SECRETARIA DE ESTADUAL DE EDUCAÇÃO
C. E. DEBORAH CORREIA LIMA – ANEXO MAMORANA
SÃO BERNARDO – MA

Certifico que o aluno(a) ______________________ participou do projeto de pesquisa, do mestrando, Prof. Adriano Sousa de Farias, sobre o tema: **"Laboratório de geometria: Aplicação do geoplano no ensino do cálculo e nas demonstrações de fórmulas de áreas das figuras planas."** na escola C. E. Deborah Correia Lima – Anexo Mamorana, com uma carga horária total de 10 horas.

______________________	______________________	______________________
Maria Luiza Machado Lima Gestora geral	Adriano Sousa de Farias Prof. responsável pelo projeto	Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus Professor Orientador

Conteúdo	Habilidades	Carga Horária	Datas
GEOMETRIA PLANA	H. 01	02 Horas	09/10/2018
	H. 02	02 Horas	10/10/2018
	H. 03	02 Horas	16/10/2018
	H. 04	02 Horas	17/10/2018
	H. 05	02 Horas	30/10/2018

Conteúdo	Carga Horária
H. 01	Identificar, nomear e diferenciar figuras planas (círculo, quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, trapézio e triângulo)
H. 02	História da geometria. Como os antigos resolviam problemas de áreas
H. 03	Demonstração das fórmulas de área de figuras
H. 04	Cálculo de área de figuras planas
H. 05	Cálculo de áreas de figuras planas inscritas e circunscritas.

Carimbo da Escola