UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica

Everton Luiz Silva de Luna

Dissertação de Mestrado do Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

ICMC USP
SÃO CARLOS

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura:______________________

Everton Luiz Silva de Luna

O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora: Profa. Dra. Esther de Almeida Prado Rodrigues

USP – São Carlos

Fevereiro 2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

L961p

Luna, Everton Luiz Silva de
O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica / Everton Luiz Silva de Luna; orientador Esther de Almeida Prado Rodrigues. -- São Carlos, 2019.
79 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2019.

1. Números inteiros. 2. Elementos Textuais. 3. Pensamento com contrários. 4. Matemática. I. Rodrigues, Esther de Almeida Prado , orient. II. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação de acordo com a AACR2:
Gláucia Maria Saia Cristianini - CRB - 8/4938
Juliana de Souza Moraes - CRB - 8/6176

Everton Luiz Silva de Luna

The medieval merchants' thought as a textual element for the teaching of integers in the basic education

Master dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC- USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree Program in Mathematics in National Network
Advisor: Profa. Dra. Esther de Almeida Prado Rodrigues

USP – São Carlos

February 2019

Aos meus pais, obrigado pelo carinho e incansável apoio durante esses anos de sacrifícios e conquistas na elaboração deste trabalho.

Agradecimentos

A Deus, por ter dado sua benção durante todo momento para que eu pudesse continuar meus estudos.

Aos meus pais Luiz Fariaz de Luna e Maria Edleuza Alfredo da Silva Luna pela sua sabedoria e apoio incondicional.

A minha orientadora a Profa. Esther de Almeida Prado Rodrigues, que me amparou e conduziu nesta trajetória para a realização desta pesquisa.

À Universidade de São Paulo e ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, por ter me acolhido como aluno regular.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro ao longo do curso de mestrado.

A todos, que de forma direta ou indireta contribuíram para o desenvolvimento do presente estudo.

RESUMO

LUNA, E. **O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica.** 2019. 79 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2019.

Neste trabalho, após analisar a prática pedagógica deste pesquisador relativa ao conceito dos números inteiros, identificamos as dificuldades para explicá-lo aos alunos da Educação Básica, que resultou no seguinte problema de pesquisa: Quais elementos devem conter uma atividade para o ensino dos números inteiros de modo a propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos? Esta pesquisa tem um aspecto qualitativo (BOGDAN E BIKLEN, 1994) e outro documental (PÁDUA, 1997). Com Tardif (2002) e Cardoso (2012) buscamos entender os elementos sobre os saberes docentes e a relação com a formação profissional de professores e, em Shulman (2014) a análise das bases do conhecimento, essenciais para nos fundamentarmos no exercício da docência. Procuramos os elementos textuais necessários ao desenvolvimento das ideias iniciais, analisando documentos oficiais que nos guiaram à história dos números inteiros como um elemento facilitador da aprendizagem. Consequentemente, nos baseamos na necessidade de sobrevivência do comerciante indicado por Crosby (1999) para inserirmos esse contexto na matemática escolar, acreditando que ele possibilita um pensamento fora das estruturas matemáticas. Nessa pesquisa, os elementos textuais sobre o ensino dos números inteiros na Educação Básica, indicados por LIMA E MOISÉS (1998), alicerçam o pensamento com contrários e aproximam-se das situações do comerciante medieval de Crosby (1999). Finalmente, formulamos e apresentamos atividades para o ensino da matemática escolar que forneceram elementos textuais sobre o ensino do conceito dos números inteiros para alunos do Ensino Fundamental. Essas atividades visam facilitar o processo de ensino-aprendizagem e reduzir as dificuldades dos alunos na área numérica.

Palavras-chave: Números inteiros, Elementos Textuais, Pensamento com contrários, Matemática.

ABSTRACT

LUNA, E. **The medieval merchants' thought as a textual element for the teaching of integers in the basic education.** 2019. 79 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2019.

In this dissertation, after analyzing the pedagogical practice of this researcher on concept of integers, we identify the difficulties to explain it to the students of Basic Education, which resulted in the following research problem: What elements should an activity contain for the teaching of whole numbers in order to provide a better learning for the students? This research has a qualitative aspect (Bogdan and Biklen, 1994) and another documentary (Padua, 1997). With Tardif (2002) and Cardoso (2012) we seek to understand the elements about teacher knowledge and the relation with the professional formation of teachers, in Shulman (2014) the analysis of knowledge bases, essential to be based on the exercise of teaching. We searched for the textual elements necessary for the development of initial ideas, analyzing official documents that guided us to the history of integers as a facilitator of learning. Consequently, we rely on the merchant's need for survival as indicated by Crosby (1999) to insert this context into school mathematics, believing that it enables one thinking outside of mathematical structures. In this research, the textual elements on the teaching of integers in Basic Education, indicated by LIMA AND MOISÉS (1998) support the thinking with opposites and approach the situations of the medieval merchant of Crosby (1999). Finally, we formulate and present activities for the teaching of school mathematics that provided textual elements on the teaching of the concept of integers for elementary school students. These activities aim to facilitate the teaching-learning process and reduce students' difficulties in the numerical area.

Keywords: Integers, Textual Elements, Opposites with Thoughts, Mathematics.

Lista de Figuras

Lista de tabelas

Sumário

Introdução

Meu interesse pela Matemática é anterior ao meu ingresso, em 2010, na Universidade de São Paulo (USP), *campus* São Carlos/SP, na qual me formei no curso de Licenciatura em Ciências Exatas com Habilitação em Matemática, em 2013. Durante a graduação, além do envolvimento com as disciplinas, participei do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, PIBID CAPES USP, no período de janeiro de 2012 a dezembro de 2013, subprojeto “Matemática São Carlos”, programa que busca promover a interação entre o ensino superior e a Educação Básica, nos ambientes de ensino-aprendizagem.

Participar desse programa foi uma experiência que colaborou na minha formação e na opção de ser professor, pois minimizou as dificuldades enfrentadas nos anos iniciais da minha docência. Após seis meses de formado, em 2014, assumi um cargo como professor efetivo de Matemática em uma escola no interior paulista, na rede pública do Estado de São Paulo, onde permaneço até hoje.

Em 2015 iniciei como aluno regular o curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) oferecido para professores da rede pública, na Universidade de São Paulo (USP), *campus* São Carlos. No desenvolvimento do PROFMAT, percebi que, além de aprofundar meus conhecimentos matemáticos, também os inseri na minha prática pedagógica em sala de aula, culminando no auxílio e na delineação desta pesquisa.

Os fatores que conduziram esta pesquisa sobre o ensino de números inteiros, a partir das dificuldades que observo na aprendizagem dos alunos no conceito dos números inteiros, revelaram a minha própria dificuldade, enquanto professor, em elaborar o ensino desse conceito, de modo a minimizar as dificuldades dos alunos. Nestes anos de docência, observo que enquanto professor tenho dificuldades em encontrar um caminho mais adequado para ensinar aos alunos. Em minha prática docente, uma das ferramentas utilizadas são os livros didáticos, e para ideias iniciais dos Números Inteiros, os autores desses livros acabam por utilizar noções empíricas, diretamente acessíveis à experiência cotidiana como, por exemplo, temperaturas, saldo de gols, altitudes, etc.. E para ensinar esse conceito utilizo esses exemplos em sala de aula, prática que tem me preocupado, pois entendo que as ideias iniciais desse conceito são importantes, pois é a partir delas que posso propor um ensino que se diferencie do que tenho realizado até agora.

Então, nesta minha trajetória profissional, essas dúvidas e questionamentos foram me inquietando. Tais dúvidas me levaram ao seguinte problema de pesquisa: ***Quais elementos***

devem conter uma atividade para o ensino dos números inteiros de modo a propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos?

A partir desta questão, outras subquestões se desenvolveram:

a) Como, enquanto professor/pesquisador, posso entender minha formação?

b) Quais são os elementos textuais necessários para o desenvolvimento das ideias iniciais dos números inteiros?

c) Como o modo de pensar os contrários dos comerciantes da Idade Média contribui para o ensino dos números negativos?

Nesta pesquisa, nos apoiaremos em Tardif (2002) e Cardoso et al (2012) sobre os saberes da docência e Lee S. Shulman (2014) para compreender o conhecimento necessário ao professor no exercício da docência. Em Georges Glaeser (1918-2002) para a compreensão da epistemologia dos números relativos, em Crosby (1999) para entender o pensamento com contrários dos comerciantes medievais, em Lima e Moisés (1998) em como pensar, contar e registrar esses pensamentos contrários no ensino dos números inteiros e em Prado (2008) para compreender as ideias inicias de um conceito.

A seguir, apresentamos a organização do texto.

No Capítulo 1 – *Problemática* - Buscamos elementos em Tardif (2002) e Cardoso et al (2012), sobre os saberes docentes e a sua relação com a formação profissional dos professores, e em Shulman (2014) para analisarmos as bases do conhecimento necessárias para o professor a fim de nos fundamentar no exercício da docência.

No Capítulo 2 – *Pesquisa sobre o conceito dos números inteiros* – Tem como objetivo saber quais são os elementos textuais necessários para o desenvolvimento das ideias iniciais dos números inteiros, é feita uma análise de como são propostas essas ideias iniciais nos documentos oficias, onde analisamos o Currículo do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017). Também foram analisados seis livros didáticos do 7º ano, dos 11 livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático, PNLD/2017/MEC, nos quais a forma como os autores propõem as ideias iniciais para o desenvolvimento dos números inteiros foi identificada.

No Capítulo 3 – *Compreendendo o pensamento com contrários como elemento textual da atividade de ensino* - Após a análise dos livros didáticos, verificamos que os autores brasileiros se preocupam em explicar o conceito dos números inteiros utilizando situações baseados no conhecimento prévio do aluno, como por exemplo, a medida da temperatura, saldo de gols, entre outras. Os documentos oficiais nos guiaram para a história como um elemento que contribui para a aprendizagem, assim analisamos esse elemento textual para o ensino dos Números Inteiros, em Crosby (1999), Lima e Moisés (1998), Prado (2008).

No Capítulo 4 – *Metodologia* – Análise do tipo de abordagem da pesquisa, procedimentos e instrumentos de análise de dados e dessas informações classificamos que seria realizada uma pesquisa.

No Capítulo 5 – *Propostas de atividades de ensino* – Finalizamos o trabalho, com algumas propostas de atividades de ensino. O material produzido é proposto aos professores, buscando a melhoria do ensino de Números Inteiros.

1 Problemática

Como indicado anteriormente, nossa questão é ***Quais elementos devem conter uma atividade para o ensino dos números inteiros de modo a propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos?*** Analisando Glaeser (1981, p.1), considero que essa preocupação não é atual, pois o autor indica que "(...) explicar por que "menos vezes menos é mais" não é uma tarefa muito simples para o professor de atemática. Seja pela circunstância do momento didático, seja pela falta de maturidade do estudante(...)", e cita, exemplos de autores que ao longo da história tiveram dificuldades com números inteiros. Um dos exemplos indicados por Glaeser (1981) é o do matemático Léonard Euler (1707 - 1783), que em seus artigos científicos, manejava os números inteiros com criatividade, e em uma obra destinada a principiantes, a sua intenção pedagógica o fez sentir-se obrigado a fornecer explicações, tentando, especificamente, justificar a regra dos sinais. Mas Euler, não conseguiu apresentar uma justificativa melhor para a regra dos sinais, para Glaeser (1981, p. 17-18), Euler não conhecia outra maneira que apresentasse melhor resultado.

Assim, me identifico com Euler (1707 - 1783) e entendo que esse problema continua atual, tal dificuldade também é apontada nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, p. 97), "o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades e a aprendizagem desse objeto matemático tem sido insatisfatório". Os elaboradores dos PCN (BRASIL, 1998) também ponderam alguns obstáculos encontrados pelos alunos, como conferir o significado de quantidades negativas, reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir do zero e reconhecer diferentes papéis para o zero. (BRASIL, 1998, p.98.).

E para responder à primeira subquestão, *Como, enquanto professor/pesquisador posso entender minha formação?* Fizemos uma análise da atuação deste pesquisador, que também é professor, identificando nossas dificuldades em explicar o conceito dos números inteiros aos alunos da educação básica. Por esse motivo buscamos elementos analisar sobre a formação dos professores, em Tardif (2002) e Cardoso et al (2012), sobre os saberes docentes e a sua relação com a formação profissional dos professores, e em Shulman (2014) para analisarmos as bases do conhecimento necessárias para o professor a fim de nos fundamentar no exercício da docência.

Tardif (2002) faz uma análise da questão dos saberes profissional e a sua relação com a formação de professores, para ele há a necessidade de revisão na formação dos professores, ao ressaltar as diferenças entre o contexto universitário, voltado apenas para a pesquisa acadêmica, e com as habilidades que os professores adquirem na sua experiência da prática docente, pois para ele o professor ideal

> (...) é alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos (TARDIF, 2002, p.39).

De Shulman (2014), temos que, segundo este autor o professor tem que ter um conhecimento muito extenso sobre o conteúdo que irá ensinar, “uma base de conhecimento para o ensino – um agregado codificado e codificável de conhecimento, habilidades, compreensão e tecnologias, de ética e disposição, de responsabilidade coletiva (SHULMAN, 2014, p. 200)”, para saber selecionar as atividades necessárias e encaminhar o aprendizado do aluno.

1.1 Saber Docente

Maurice Tardif (2002) discute sobre os saberes docentes, a sua relação com a formação profissional dos professores e com o próprio exercício de sua profissão, estabelecendo uma diferença entre os saberes sociais e a educação. De acordo com Tardif (2002, p. 54), o saber do professor é um “Saber plural, saber formado de diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana (...)”, ou seja, advém tanto de sua formação inicial como da sua prática profissional.

A partir do “Saber plural”, o autor discute os quatro tipos diferentes de saberes envolvidos na docência: (1) os saberes da formação profissional; (2) os saberes disciplinares; (3) os saberes curriculares e, por fim, (4) os saberes experienciais. Na tabela a seguir, Cardoso, Pino e Dornelles (2012) indicam os saberes de Tardif (2002):

Tabela 1 - Classificação dos saberes docentes de acordo com Tardif (2002).

Saber	Definição
Saberes da Formação Profissional	Conjunto de saberes que, baseados nas ciências e na erudição, são transmitidos aos professores durante o processo de formação inicial e/ou continuada. Também se constituem o conjunto dos saberes da

	formação profissional os conhecimentos pedagógicos relacionados às técnicas e métodos de ensino (saber-fazer), legitimados cientificamente e igualmente transmitidos aos professores ao longo do seu processo de formação.
Saberes Disciplinares	São os saberes reconhecidos e identificados como pertencentes aos diferentes campos do conhecimento (linguagem, ciências exatas, ciências humanas, ciências biológicas, etc.). Esses saberes, produzidos e acumulados pela sociedade ao longo da história da humanidade, são administrados pela comunidade científica e o acesso a eles deve ser possibilitado por meio das instituições educacionais.
Saberes Curriculares	São conhecimentos relacionados à forma como as instituições educacionais fazem a gestão dos conhecimentos socialmente produzidos e que devem ser transmitidos aos estudantes (saberes disciplinares). Apresentam-se, concretamente, sob a forma de programas escolares (objetivos, conteúdos, métodos) que os professores devem aprender e aplicar.
Saberes Experienciais	São os saberes que resultam do próprio exercício da atividade profissional dos professores. Esses saberes são produzidos pelos docentes por meio da vivência de situações específicas relacionadas ao espaço da escola e às relações estabelecidas com alunos e colegas de profissão. Nesse sentido, “incorporam-se à experiência individual e coletiva sob a forma de *habitus* e de habilidades, de saber-fazer e de saber ser” (p. 38).

Fonte: CARDOSO, PINO E DORNELES, 2012.

Tardif (2002) ressalta que esses saberes, exceto os saberes experienciais, são de “segunda mão”, ou seja, são saberes obtidos por fontes externas à atuação docente, notamos isto em,

> De fato, os saberes da formação profissional, os saberes disciplinares e os saberes curriculares dos professores parecem sempre ser mais ou menos de segunda mão. Eles se incorporam efetivamente à prática docente, sem serem, porém, produzidos ou legitimados por ela. (TARDIF, 2002, p.40).

O autor apresenta uma tabela, onde salienta as fontes de obtenção desses saberes e seus modos de integração à prática docente:

Tabela 2 - Os saberes dos professores.

Saberes dos Professores	Fontes sociais de aquisição	Modo de integração no trabalho docente
Saberes pessoais dos professores	A família, o ambiente de vida, a educação no sentido lato, etc.	Pela história de vida e pela socialização primária
Saberes provenientes da formação escolar anterior	A escola primária e secundária, os estudos pós-secundários não especializados, etc.	Pela formação e pela socialização pré-profissional
Saberes provenientes da formação profissional para o magistério	Os estabelecimentos de formação de professores, os estágios, os cursos de reciclagem, etc.	Pela formação e pela socialização profissional nas instituições de formação de professores
Saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho	A utilização das “ferramentas” dos professores: programas, livros didáticos, cadernos de exercícios, fichas, etc.	Pela utilização das “ferramentas” de trabalho, sua adaptação às tarefas
Saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola	A prática do ofício na escola e na sala de aula, a experiência dos pares, etc.	Pela prática do trabalho e pela socialização profissional.

Fonte: TARDIF, 2002.

Observando o que expôs Tardif (2002), temos que o autor procurou considerar todos aqueles saberes, que pressupõe ser utilizados pelos professores na sua atividade profissional, e que interferem diretamente na configuração das suas formas de fazer, conforme observei na minha graduação, que as disciplinas de formação pedagógica eram focadas em conteúdos que me auxiliam hoje em minhas aulas. Assim como, o PROFMAT complementou meus conhecimentos matemáticos e auxiliou na questão desta pesquisa.

O autor faz referências aos saberes que seriam caracterizados por auxiliarem na elaboração das concepções dos docentes, em relação a sua atividade profissional, como, por exemplo, “os saberes da formação profissional” (TARDIF, 2002, p. 36), “os saberes experienciais” (TARDIF, 2002, p. 48), e também faz referência aos saberes que poderiam ser caracterizados como instrumentais, por exemplo, os saberes referentes ao manuseio de ferramentas concretas de trabalho, como livros, apostilas, fichas, programas de computador(,) e acrescentamos os documentos curriculares nacionais e estaduais, etc..

Os saberes instrumentais nos interessam, pois é a partir deles que organizamos nossas ações em sala(s) de aula. Relacionamos os saberes instrumentais de Tardif (2002), ao trabalho da coordenação nos horários de ATPC[1], onde o coordenador pedagógico junto aos professores discutem formas de trabalhar com os materiais fornecidos pelo governo do estado de São Paulo, como o Caderno do Professor/Aluno, material pedagógico que auxilia alunos da rede estadual no desenvolvimento de competências do Currículo oficial, e os livros didáticos.

No tocante, ao lugar de aquisição dos saberes profissionais dos professores, observamos na tabela **"**Classificação dos saberes docentes de acordo com Tardif (2002**)"**, que Cardoso et al (2012) indicam que Tardif se preocupa em salientar que o processo de formação do profissional do professor não se limita ao presente, ou seja, significa aceitar que as fontes de aquisição dos saberes dos professores se referem igualmente às experiências do tempo de magistério obtidas no contexto pessoal e familiar, assim como em toda a sua trajetória escolar, e de acordo com Cardoso et al (2012, p. 5) "são importantes na constituição de sua identidade profissional, justificando, portanto, a característica temporal dos saberes dos professores".

Observamos que para Tardif (2002) o trabalho do professor exige conhecimentos específicos da sua profissão, portanto a sua formação deveria valorizar e se fundamentar nesses conhecimentos,

> Mais uma vez, é estranho que a formação de professores tenha sido e ainda seja bastante dominada por conteúdos e lógicas disciplinares, e não profissionais. Na formação de professores, ensinam-se teorias sociológicas, docimológicas, psicológicas, didáticas, filosóficas, históricas, pedagógicas, etc., que foram concebidas, a maioria das vezes, sem nenhum tipo de relação com o ensino nem com as realidades cotidianas do ofício do professor. (TARDIF, 2002, p. 241).

Talvez, este seja um dos motivos da nossa preocupação com os elementos textuais para o ensino dos números inteiros, como discutir com os alunos, algumas perspectivas que não estão discutidas nos materiais didáticos, nas disciplinas da graduação ou da pós-graduação?

1.2 As bases do conhecimento do professor

Com o objetivo de saber quais são as bases do conhecimento necessárias para o professor se fundamentar no exercício da docência, nos apoiaremos em Shulman (2014), quando indica que, na sala de aula, o professor encontra o desafio de propor formas de aprendizado, que sejam capazes de fazer com que os alunos aprendam o conteúdo abordado.

[1] Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo. O ATPC na Rede Estadual é regido pela resolução Resolução SE 8, de 19-1-12.

[2] Mantivemos a grafia do texto original.

Então como ensinar? Para Shulman (2014, p. 205) a concepção essencial do ensino, embora incompleta, tem início quando “Um professor sabe alguma coisa não sabida por outrem, presumivelmente os alunos.”, e considera que

> Um professor pode transformar a compreensão de um conteúdo, habilidades didáticas ou e valores em ações e representações pedagógicas. Essas ações e representações se traduzem em jeitos de falar, mostrar, interpretar ou representar ideias, de maneira que os que não sabem venham a saber, os que não entendem venham a compreender e discernir, e os não qualificados tornem-se qualificados. Portanto, o ensino necessariamente começa com o professor entendendo o que deve ser aprendido e como deve ser ensinado, (SHULMAN, 2014, p. 205).

Concordamos com Shulman (2014) e é esse o sentido que esta pesquisa se propõe a uma maior compreensão nossa, enquanto pesquisador e professor, sobre o conceito números inteiros que “deve ser aprendido” pelos alunos e como “deve ser ensinado”, isto é, quais as lacunas que esta pesquisa pode completar em relação aos materiais didáticos da educação básica brasileira. Assim, nos propomos a entender e identificar os aspectos desse campo numérico, mais profundamente, para elaborar atividades, no sentido de Shulman (2014), que contenham elementos textuais que propiciem a aprendizagem dos alunos.

> (...) uma série de atividades, durante as quais os alunos recebem instruções e oportunidades específicas para aprender, embora o aprendizado propriamente dito seja, em última análise, de responsabilidade dos alunos. O ensino conclui com uma nova compreensão tanto do professor como do aluno. (SHULMAN, 2014, p. 10).

Para Shulman (2014, p. 206), o ensino deve ser compreendido como “(...) algo mais do que a melhoria da compreensão (...)”, mas, se não for tratado dessa maneira, então serão contestáveis as questões referentes ao desempenho de suas outras funções. A partir desse ponto, Shulman (2014) enumera as categorias que considera como a base do conhecimento do professor, formado por conteúdos como, o pedagógico geral, o pedagógico do currículo, o do conhecimento pedagógico do conteúdo, dos alunos e suas características, dos contextos educacionais, dos fins, propósitos e valores da educação. Destacamos o conhecimento pedagógico do conteúdo, que segundo Shulman (2014, p. 207),

> (...) o conhecimento pedagógico do conteúdo é de especial interesse, porque identifica os distintos corpos de conhecimento necessários para ensinar. Ele

> representa a combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos alunos, e apresentados no processo educacional em sala de aula. O conhecimento pedagógico do conteúdo é, muito provavelmente, a categoria que melhor distingue a compreensão de um especialista em conteúdo daquela de um pedagogo. (SHULMAN, 2014, p. 207).

Shulman (2014) apresenta quatro fontes de conhecimento: a formação acadêmica, materiais institucionalizados, pesquisas sobre escolarização e outros fenômenos sociais e sabedoria que deriva da própria prática. Ressaltaremos aqui a formação acadêmica, que para o autor, o conhecimento do conteúdo, é a primeira fonte da base de conhecimento. Tal conhecimento está alicerçado sobre duas fundações: “a bibliografia e os estudos acumulados nas áreas de conhecimento, e a produção acadêmica histórica e filosófica sobre a natureza do conhecimento nesses campos de estudo.” (SHULMAN, 2014, p. 207).

Para o autor, o professor tem uma responsabilidade em relação ao conhecimento dos conteúdos da matéria. O saber do professor e as convicções que tem sobre os conteúdos terão uma influência sobre a maneira como os alunos aprendem, para Shulman (2014) o professor deve ter um comprometimento quanto ao conhecimento do conteúdo, pois este é a fonte primária da compreensão deste pelo aluno.

> A maneira como essa compreensão é comunicada transmite aos alunos o que é essencial e o que é periférico na matéria. Diante da diversidade dos alunos, o professor deve ter uma compreensão flexível e multifacetada, adequada à oferta de explicações diferentes dos mesmos conceitos ou princípios (SHULMAN, 2014, p. 208).

Entendemos que a indicação de Shulman (2014) sobre “a maneira como essa compreensão é comunicada”, estão nas propostas de atividades de ensino que o professor propõe para desenvolver seu conteúdo. No nosso caso, desenvolver o conceito dos números inteiros.

Shulman (2014) considera que o professor também tem uma responsabilidade quanto à transmissão de ideias, pois para o autor “Essa responsabilidade demanda especialmente a profundidade de compreensão do professor das estruturas da matéria (SHULMAN, 2014, p. 208)”, assim como suas atitudes ao que “(...) está sendo ensinado e aprendido”. Por isso a necessidade de buscar novas formas de ensinar um conceito.

Shulman (2014) considera que os professores precisam refletir em profundidade sobre o próprio ensino, para ter um bom desempenho como docente, ele também ressalta que “(...) bom ensino não pode ser apenas eficaz em termos de desempenho docente, mas também deve repousar sobre premissas adequadamente fundamentadas (SHULMAN, 2014, p. 214)”. Para Shulman, para se ensinar, é necessário primeiramente entender que o professor compreenda um conjunto de ideias ou conteúdo a que irá ser ensinado: “Esperamos que os professores entendam o que ensinam e, quando possível, entendam-no de muitas maneiras. Devem entender como uma ideia dada relaciona-se com outras ideias dentro do mesmo assunto e também com ideias de outros assuntos (SHULMAN, 2014, p. 217)”. É nesse sentido que procuramos caracterizar nosso conhecimento nesta pesquisa.

1.3 Formação profissional docente

Em busca de saber quais são os elementos textuais necessários para o desenvolvimento das ideias iniciais dos números inteiros, iniciamos analisando a formação profissional do professor, procurando em Tardif (2002) saber quais são os saberes docentes. Tardif nos mostra o “saber plural” do professor, ou seja, saber formado de vários saberes necessários a sua prática profissional.

E, dentre os saberes indicados por Tardif (2002), destacamos os saberes provenientes dos programas e livros didáticos utilizados no nosso trabalho docente, que são adquiridos pela utilização das “ferramentas” dos professores. Temos, de acordo com Tardif (2002), que o processo de formação do profissional professor não se limita ao presente, ou seja, o professor deve entender que a aquisição dos seus saberes ocorre nas experiências do tempo de magistério obtidas no contexto pessoal e familiar, assim como em toda a sua trajetória escolar.

Shulman (2014) nos indicou que, na sala de aula, o professor tem o desafio de propor essas novas formas de ensino, que sejam capazes de fazer com que os alunos aprendam o conteúdo abordado. Então para Shulman (2014), o ensino começa com a compreensão do professor no que deve ser aprendido e como deve ser ensinado, onde entendemos que para o professor explicar determinado conteúdo, ele deve aprofundar seu próprio conhecimento, para que possa explicá-lo da melhor forma possível para que o aluno aprenda. Também de acordo com Shulman (2014), devido à base de conhecimento ser muito extensa, se torna muito difícil, aprendê-la durante a nossa formação inicial.

Esses fatores contribuíram para que compreendêssemos a nossa etapa de formação, com Shulman (2014), aprendemos que o professor tem o desafio de propor essas novas formas de aprendizado, pois o ensino começa com a nossa compreensão, como professor, do que deve ser aprendido. Entendemos também que, como professor, devemos sempre estar em busca do conhecimento, pois de acordo com Tardif (2002), o processo de formação do profissional do professor não se limita ao presente, mas devemos entender que a aquisição dos nossos saberes ocorre nas experiências do tempo de magistério.

Com Shulman (2014) e Tardif (2002) entendemos que nunca é demais aprofundar nossos conhecimentos, pois, devido ao fato da base de conhecimento ser muito extensa, devemos sempre procurar novos conhecimentos, o professor tem um “saber plural”, saber que é formado por vários saberes necessários a sua prática profissional.

No próximo item, iremos aprofundar nosso conhecimento sobre os números inteiros e tentar delinear o saber plural necessários para o ensino na educação básica.

2 Pesquisa sobre o conceito dos números inteiros

Com o objetivo de responder a nossa segunda subquestão - *(b) Quais são os elementos textuais necessários para o desenvolvimento das ideias iniciais dos números inteiros?* - entendemos por elementos textuais que: *o que deve conter uma atividade para o ensino dos números inteiros?* Ou seja, por onde começar a atividade para o aluno ter como apoio para sua aprendizagem? Quais as etapas que essa atividade deve abranger? Quais os elementos que podem estruturar os textos matemáticos, elaborados pelo professor, para o ensino de Matemática, como apoio ao desenvolvimento das atividades de ensino na educação básica?

Como ponto de partida, nos apoiaremos na indicação de Prado (2008) sobre as

> (...) idéias[2] iniciais ou núcleo central que contribuem para o ensino desse conceito. Utilizamos as duas expressões, "idéias iniciais" ou "núcleo central formador", para delinear um conjunto de idéias, não formais, que possivelmente podem auxiliar os alunos da educação básica na compreensão do conceito números inteiros. São as idéias que antecedem a formalização do conceito. (PRADO, 2008, p. 30).

Entendemos que a partir de "ideias iniciais" será possível ter flexibilidade (TARDIF, 2002) e aprofundar a nossa compreensão, como professor, do que deve ser aprendido (SHULMAN, 2014). Nesse sentido, procuramos identificar as ideias iniciais para os números inteiros, pesquisando nos documentos curriculares oficiais, nacional e estadual, para saber como o desenvolvimento desse conteúdo é orientado. Pesquisamos na Base Nacional Comum Curricular/BNCC (BRASIL, 2017), nos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN (BRASIL, 1998) e no Currículo de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) e também nos livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático/PNLD 2017. Pois esses materiais são as nossas ferramentas (TARDIF, 2002) e estruturas e materiais educacionais que organizam a Educação (SHULMAN, 2014).

A BNCC (2017) é um documento que irá orientar o que é ensinado nas escolas do Brasil, abrangendo todas as fases da educação básica, desde a Educação Infantil até o final do Ensino Médio. Ou seja, será uma referência dos objetivos de aprendizagem de cada uma das etapas de sua formação.

---

[2] Mantivemos a grafia do texto original.

Mantivemos nossa análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN (BRASIL, 1998), pois os livros didáticos brasileiros e demais materiais didáticos que circulam nas escolas públicas atualmente, estão elaborados de acordo com esse documento.

Analisamos o Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), que constitui uma orientação básica para o trabalho do professor em sala de aula das escolas estaduais paulistas. Esse currículo é a base para os anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio de todas as disciplinas curriculares, e orienta os Cadernos do Professor (SÃO PAULO, 2018) e os Cadernos do Aluno (SÃO PAULO, 2018) da área de Matemática.

Então, após a análise feita nos documentos curriculares oficiais, identificamos que o conceito dos Números Inteiros é abordado no 7° ano do Ensino Fundamental. Para entendermos as várias abordagens desse conceito, procuramos no acervo da Escola Estadual Professor Ary Pinto das Neves os livros didáticos de matemática do 7º ano, indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático, PNLD/2017/MEC, mas somente encontramos seis dos onze livros didáticos indicados pelo PNLD/2017, livros que foram frutos de estudo dessa pesquisa.

2.1. Nos documentos oficiais

Neste capítulo, apresentamos um estudo de documentos oficiais que orientam o ensino na Educação Básica. Analisamos quais são as orientações expressas na Base Nacional Comum Curricular/BNCC (BRASIL, 2017), nos Parâmetros Curriculares Nacionais/PCN (BRASIL, 1998) e no Currículo do estado de São Paulo, (SÃO PAULO, 2012) para o ensino de Matemática e, mais especificamente, para o ensino de números inteiros.

Com o objetivo de propor novas orientações curriculares nacionais, em 20 de dezembro de 1996, a nova Lei de Diretrizes e Bases - Lei 9394/96, propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN (BRASIL, 1998), onde os conteúdos de Matemática são organizados em quatro “blocos”: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação.

> Atualmente, há consenso a fim de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra, e da Geometria e de outros campos do conhecimento). (BRASIL, 1998, p. 50).

Os PCN (BRASIL, 1998) propõem para os números inteiros, o seu desenvolvimento no ensino fundamental, 5ª ou 6ª séries (atuais, 6° ou 7° ano), onde ressaltam a importância dos alunos compreenderem o surgimento de um novo conjunto numérico como ampliação do conjunto dos números naturais, e também ressaltam a importância do conhecimento prévio que os alunos trazem desses números, com o intuito de os alunos perceberem que os números inteiros estão presentes em várias situações do cotidiano deles.

> Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, “falta”, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias[3] intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações. A resolução de situações-problema com números naturais, racionais e inteiros permite, neste ciclo, a ampliação do sentido operacional, que se desenvolve simultaneamente à compreensão dos significados dos números. (BRASIL, 1998, p. 66).

O documento de 1998 faz uma análise da evolução histórica dos números negativos, ressaltando que por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos, e por esse motivo o surgimento desses números representou para o homem um grande desafio, onde ele reafirma posteriormente, o pensar o conceito números inteiros pela metáfora da subtração ou falta:

> A **análise da evolução histórica** dos números negativos mostra que por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos e por isso a concepção desses números representou para o homem um grande desafio. O uso pioneiro dos números negativos é atribuído aos chineses e aos hindus, que conceberam símbolos para as faltas e diferenças “impossíveis” (dívidas). A adoção do zero teve um papel-chave na construção dos inteiros, possibilitando operar com grandezas negativas, mudando o caráter de “zero-nada” para “zero-origem”, favorecendo, assim, a ideia de grandezas opostas ou simétricas. (...) Também na escola o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem ao longo do ensino fundamental, têm sido bastante insatisfatórios. (BRASIL, 1998, p. 97). (grifos nossos).

[3] Grafia antiga utilizada nos PCN.

Prado (2008, p. 69) analisa que as dificuldades de aprendizagem dos números inteiros no ensino fundamental, indicadas pelos elaboradores do PCN (BRASIL, 1998), podem estar relacionadas ao modo de pensar o conceito dos números inteiros pela metáfora da subtração ou falta. A autora indica que esses fatores determinam um "modo básico de pensar o conceito números inteiros na educação básica", formando um imaginário, que denominou por "imaginário escolar", neste caso para os números inteiros. Assim como a BNCC (2017) os PCN (1998) também indicam a "análise da evolução histórica" dos números inteiros como um fator que pode colaborar na sua compreensão.

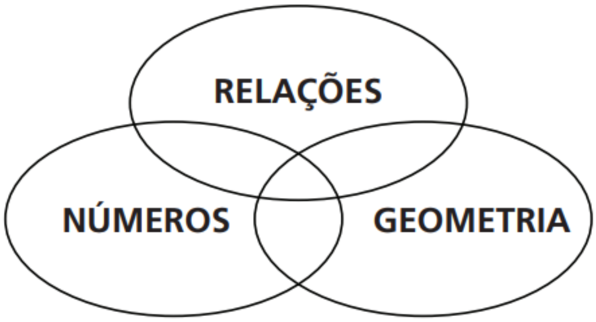
O Currículo do estado de São Paulo (2012) tem como objetivo principal esquematizar o imenso território do conhecimento, onde os conteúdos são estruturados de forma que proporcionam o tratamento dos dados, transformando-os em informações, de tal modo, que o estudo dessas informações sirva de base para a construção do conhecimento.

> O objetivo principal de um currículo é mapear o vasto território do conhecimento, recobrindo-o por meio de disciplinas e articulando-as de tal modo que o mapa assim elaborado constitua um permanente convite a viagens, não representando apenas uma delimitação rígida de fronteiras entre os diversos territórios disciplinares. Em cada disciplina, os conteúdos devem ser organizados de modo a possibilitar o tratamento dos dados para que possam se transformar em informações e o tratamento das informações para que sirvam de base para a construção do conhecimento. (SÃO PAULO, 2012, p. 29).

Conforme o Currículo do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012, p. 29), por meio "das diversas disciplinas", de maneira ordenada, os elaboradores buscam o "desenvolvimento das competências básicas" para formação pessoal dos indivíduos.

O Currículo do estado de São Paulo (2012) organiza os conteúdos disciplinares, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, em três grandes blocos temáticos, apresentados a seguir, que se "interpenetram-se permanentemente, sendo praticamente impossível abordar um deles sem a participação quase automática dos dois outros. (SÃO PAULO, 2012, p. 29)".

Figura 1 - Blocos temáticos.



Fonte: SÃO PAULO, 2012, p. 39

No Currículo do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), o objetivo de cada bloco é apresentado de maneira detalhada, Números, Geometria e Relações. A relação entre esses três blocos pretende proporcionar uma harmonização entre os diversos conteúdos, aproximando vários assuntos, gerando um tipo de "interdisciplinaridade interna" (SÃO PAULO, 2012, p. 40) na própria Matemática.

Para os números inteiros, o Currículo do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) sugere como ideias iniciais, situações baseadas na história, e cita como exemplo, a ampliação dos números naturais para os inteiros por causa do desenvolvimento comercial e financeiro dos séculos XV e XVI:

> As sucessivas ampliações dos campos numéricos por meio de situações significativas que problematizem essa necessidade constituem o caminho natural para tal enriquecimento. **Tais situações podem estar apoiadas na história**, como, por exemplo, a ampliação os números naturais para os inteiros **devido às necessidades prementes do desenvolvimento comercial e financeiro dos séculos XV e XVI**. (SÃO PAULO, 2012, p. 40). (grifos nossos).

A orientação "desenvolvimento comercial e financeiro dos séculos XV e XVI" (SÃO PAULO, 2012, p. 40) nos atenta para um período da história no qual um novo tipo de pensamento pode ter sido estabelecido, mais fortemente, no Ocidente. Esse é um outro aspecto que entendemos, ser necessário aprofundarmos.

O Currículo (SÃO PAULO, 2012) também apresenta um quadro de conteúdos e habilidades, por série/ano e por bimestre, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental e os três anos do Ensino Médio. No Quadro a seguir, temos os conteúdos e habilidades da 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2012, p. 59) que norteiam os conteúdos a serem trabalhados e as habilidades a serem desenvolvidas em relação aos números inteiros:

Figura 2 - Quadro de conteúdos e habilidades

6ª série/7º ano do Ensino Fundamental		
	Conteúdos	**Habilidades**
1º Bimestre	**Números** Sistemas de numeração • Sistemas de numeração na Antiguidade • O sistema posicional decimal Números negativos • Representação • Operações Números racionais • Representação fracionária e decimal • Operações com decimais e frações (complementos)	• Compreender o funcionamento de sistemas decimais e não decimais de numeração e realizar cálculos simples com potências • Compreender a relação entre uma fração e a representação decimal de um número, sabendo realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com decimais • Saber realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações, compreendendo o significado das operações realizadas • Compreender o significado dos números negativos em situações concretas, bem como das operações com negativos • Saber realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números negativos

Fonte: SÃO PAULO, 2012, p. 39

No quadro acima, do Currículo de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), os conteúdos e as habilidades não expressam a intensão anterior de estarem “apoiadas na história”, observamos também a ausência de uma relação mais clara com as “necessidades prementes do desenvolvimento comercial e financeiro dos séculos XV e XVI.” (SÃO PAULO, 2012, p. 40). Assim como, também observamos essa lacuna nas orientações dos PCN (BRASIL, 1998), que embora indiquem a “análise da evolução histórica” como um aspecto importante para a compreensão dos números inteiros, essa análise está ausente das situações que apresentam, estas são baseadas em situações práticas ou do cotidiano para o desenvolvimento do conceito números inteiros. Prado (2008, p. 70), ressalta que essa orientação dá a entender que “para a compreensão desse conceito, só é necessário saber atribuir os sinais (+) e (-) a determinadas situações consideradas do cotidiano ou do conhecimento do aluno.”.

Segundo Prado (2008 p. 70-71) ao estabelecermos atribuições dos sinais (+) e (-) à situações cotidianas “(...) podemos estar fragmentando o estudo do conceito números inteiros (...)”, e “(...) é uma maneira de isolar determinada característica que pode não considerar os contextos mais vastos e ignorar conexões essenciais com o resto do mundo (...)”. O sentido de “Isolar”, Prado (2008) considera que a matemática escolar, não deve ficar limitada, apenas, as situações do cotidiano do aluno, pois essas situações limitam e reduzem o conceito números inteiros para esse nível de ensino.

Quanto à orientação do Currículo do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), a utilização de situações apoiadas na história do desenvolvimento comercial e financeiro dos séculos XV e XVI, para o desenvolvimento das ideias iniciais do conceito dos números inteiros, é um elemento que de acordo com Prado (2008, p. 114) “(...) ilustrado no mundo do papel da matemática escolar, é um elemento do pensamento fora das estruturas matemáticas (...)”, onde se pode explorar a ideia do pensamento com contrários utilizado por tais comerciantes.

A Base Nacional Comum Curricular/BNCC (BRASIL, 2017, p. 7) de acordo com o MEC[4] é um documento que

> (...)define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2017, p. 7).

É um documento destinado, unicamente, à educação escolar, é a “Referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares(...)”. (BRASIL, 2017, p. 8).

A BNCC (BRASIL, 2017) propõe o desenvolvimento dos números inteiros, nos anos finais do Ensino Fundamental, indicando que

> (...) a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, **inteiros** e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. (BRASIL, 2017, p. 267). (grifos nossos).

Na tabela a seguir, temos a relação de objetos de conhecimentos e habilidades contidos na BNCC (BRASIL, 2017) para o 7° ano do ensino fundamental sobre o conceito dos números inteiros:

---

[4] Ministério da Educação (MEC).

Tabela 3 - BNCC, Matemática 7° ano.

Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
	(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Fonte: (BRASIL, 2017, p. 304-305)

Portanto, além do uso dos números inteiros, os elaboradores indicam que a utilização de contextos é reforçada pela BNCC (BRASIL, 2017), sugerem o uso dos números inteiros em diferentes contextos, e incluem o contexto histórico desse conceito. O uso da História da Matemática no ensino vem sendo proposta desde a proposta curricular do estado de São Paulo, de 1988 com o objetivo de romper com um ensino que privilegia as estruturas matemáticas. A BNCC inclui todas as tendências metodológicas.

Temos nesta pesquisa, que a utilização de contextos históricos no ensino de números inteiros pode ser considerada um dos elementos textuais para a atividade de ensino, pois pode oferecer suporte ao estabelecimento de um imaginário, fora das estruturas matemáticas, proporcionando aos alunos à descoberta de um novo modo de pensar determinado conceito.

2.2. Nos livros didáticos do PNLD

Para entender melhor como o conceito dos números inteiros é apresentado nos livros didáticos, foram analisados seis livros didáticos de matemática, 7º ano do ensino fundamental, com edições entre 2012 e 2015, dos 11 livros indicados no Programa Nacional do Livro Didático/PNLD/2017. Os livros analisados são livros do professor, ou seja, livros similares aos dos alunos, mas que contêm as respostas dos exercícios, comentários das atividades ou exercícios e orientações didáticas para o professor. Parte dos livros é do acervo particular do pesquisador e outra parte foi emprestada do acervo de uma escola estadual do estado de São Paulo.

A seguir indicamos os seis os livros analisados:

- Livro 1 (L1): Praticando Matemática, dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos 2015, Editora do Brasil.

- Livro 2 (L2): Matemática Bianchini, do autor Edwaldo Bianchini, 2015, Editora Moderna.

- Livro 3 (L3): Matemática nos dias de hoje - na medida certa, dos autores Marília Centurión e José Jakubovic, 2015, Editora Leya.

- Livro 4 (L4): Matemática ideias e desafios, dos autores Dulce Satiko Onaga e Iracema Mori, 2012, Editora Saraiva.

- Livro 5 (L5): Projeto Araribá Matemática, obra coletiva, 2014, Editora Moderna.

- Livro 6 (L6): Vontade de Saber, Joamir Souza e Patrícia Moreno, 2015, Editora FTD.

Figura 3 - Livros didáticos.

Fonte: Autoria própria.

Observamos que cada obra tem um título para esse conceito, como podemos ver na lista a seguir, o título dado em cada um dos seis livros do PNLD/2017:

- L1: Números Negativos;
- L2: Números Inteiros;
- L3: Números Inteiros;
- L4: Números Inteiros: Operações e problemas;
- L5: Números Inteiros;
- L6: Números Positivos e Números Negativos.

Em busca de exemplos do conceito dos números inteiros, encontramos algumas situações importantes. A seguir, faremos uma breve análise dos trechos reproduzidos das propostas dos autores dos livros didáticos para a introdução do conceito dos números inteiros, nos quais os autores expressam exemplos para o ensino desse conceito. São os chamados elementos textuais.

Análise do Livro 1: Praticando Matemática, dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos 2015.

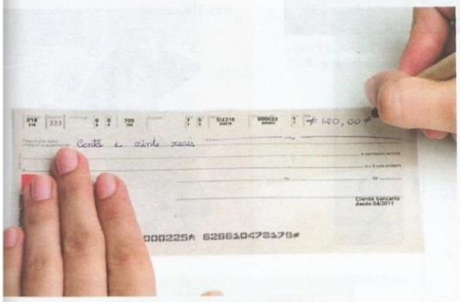
Figura 4 - Exemplos números inteiros em L1

UNIDADE 3

Números negativos

1. Onde encontramos números negativos?

Você já sabe que os números 1, 2, 3, 4, 5, ... surgiram pela necessidade de contar. Sabe também que as frações e os números decimais foram criados para representar certas quantidades não inteiras muito presentes nos problemas de medidas.



E os números negativos?

Eles vieram para resolver situações do tipo: "3 − 5 quanto dá?", que provavelmente surgiram com o desenvolvimento do comércio e o aparecimento das dívidas, dos prejuízos...

Vamos examinar uma situação comum nos dias de hoje.

Quem tem cheque especial pode gastar mais do que possui na sua conta bancária até certo limite, e ficar devendo ao banco.

Uma pessoa, por exemplo, tem R$ 100,00 na conta e faz uma retirada de R$ 120,00.

O resultado da subtração 100 − 120 não é um número natural.

Usaremos o **número negativo** −20 para representar o saldo dessa pessoa após a retirada.

100 − 120 = −20

O sinal de "menos" indica que ela deve R$ 20,00 ao banco.

Você já deve ter visto números negativos em outras situações.

No registro de temperaturas abaixo de zero, por exemplo:

Cidade	Temperatura (°C)
Berlim	−1
Chicago	−1
Nova York	−1
Montreal	−3
Lima	+20
Paris	+4

Fonte: *Climatempo*, 4 abr. 2015.

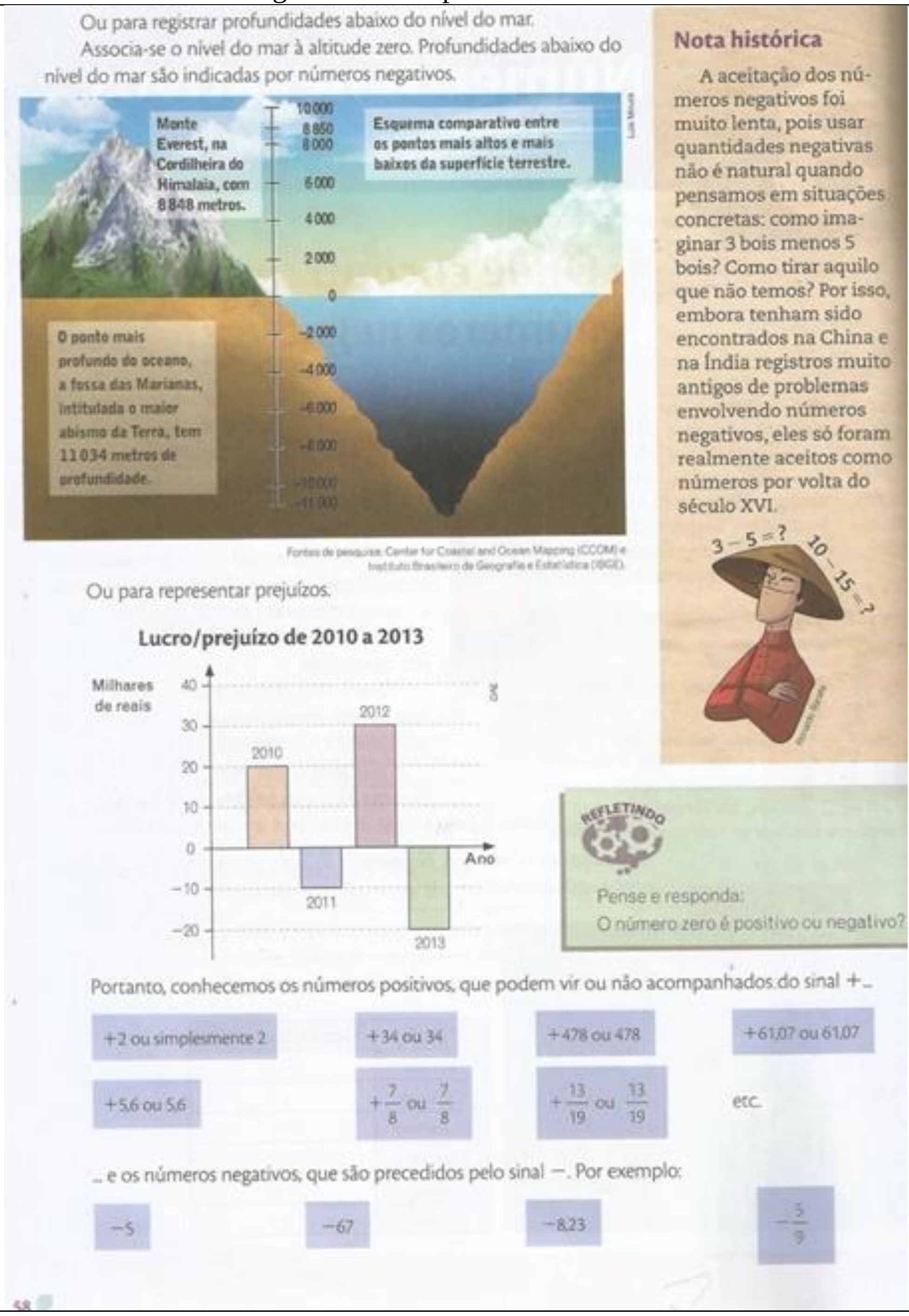
REFLETINDO

Cite mais dois exemplos de situações em que apareçam números negativos.

NÚMEROS NEGATIVOS 57

Fonte: ANDRINI E VASCONCELLOS, 2015, p. 57.

Figura 5 - Exemplos números inteiros em L1.



Ou para registrar profundidades abaixo do nível do mar.
Associa-se o nível do mar à altitude zero. Profundidades abaixo do nível do mar são indicadas por números negativos.

Ou para representar prejuízos.

Nota histórica

A aceitação dos números negativos foi muito lenta, pois usar quantidades negativas não é natural quando pensamos em situações concretas: como imaginar 3 bois menos 5 bois? Como tirar aquilo que não temos? Por isso, embora tenham sido encontrados na China e na Índia registros muito antigos de problemas envolvendo números negativos, eles só foram realmente aceitos como números por volta do século XVI.

REFLETINDO

Pense e responda:
O número zero é positivo ou negativo?

Portanto, conhecemos os números positivos, que podem vir ou não acompanhados do sinal +...

+2 ou simplesmente 2 | +34 ou 34 | +478 ou 478 | +61,07 ou 61,07 | +5,6 ou 5,6 | $+\frac{7}{8}$ ou $\frac{7}{8}$ | $+\frac{13}{19}$ ou $\frac{13}{19}$ | etc.

... e os números negativos, que são precedidos pelo sinal −. Por exemplo:

−5 | −67 | −8,23 | $-\frac{5}{9}$

58

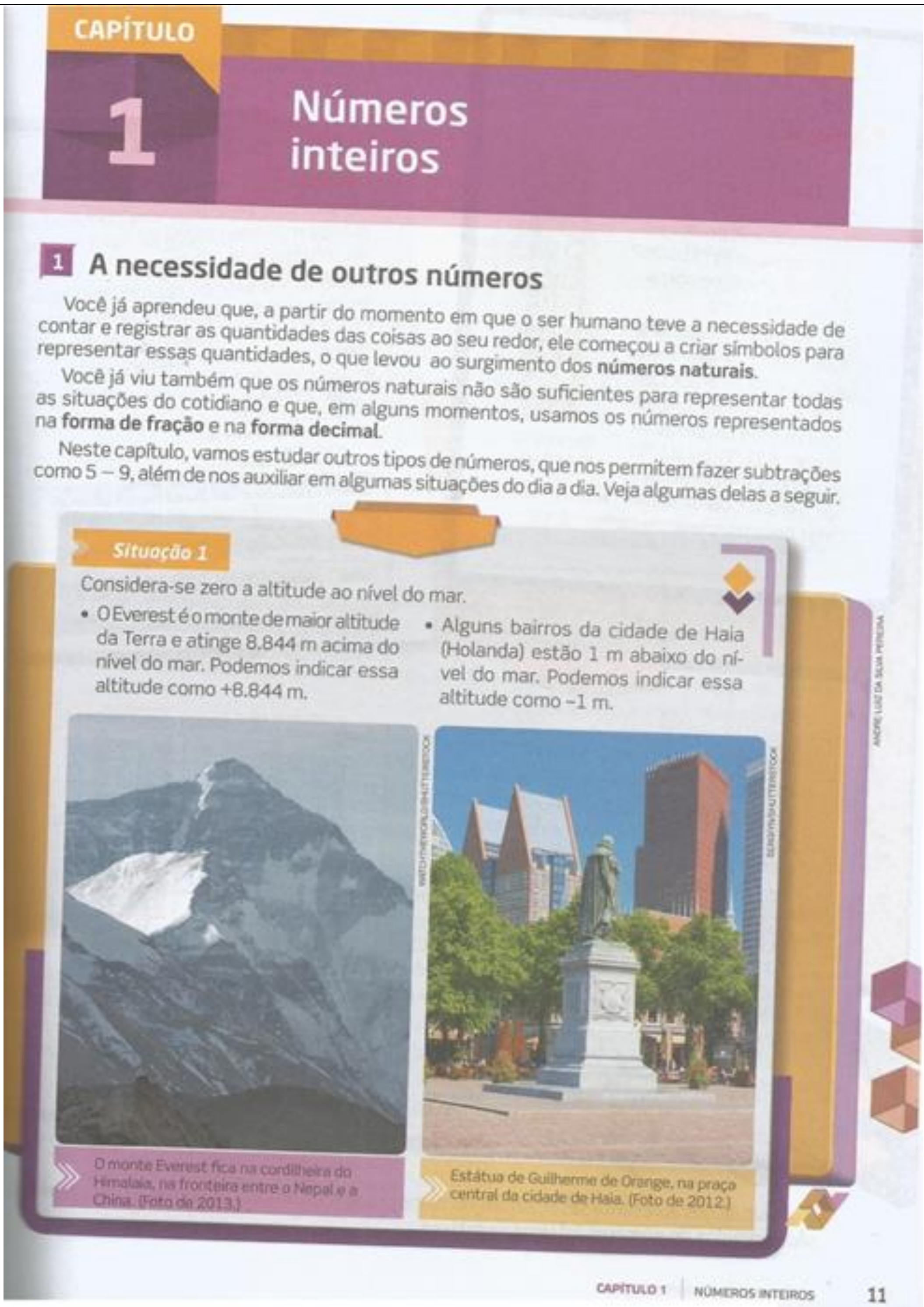
Fonte: ANDRINI E VASCONCELLOS, 2015, p. 58.

Pelas imagens das Figuras 4 e 5, podemos observar que os autores iniciam a explicação sobre os números inteiros com um problema onde não é possível resolver no conjunto dos números naturais. Assim, essa situação provoca a necessidade de um novo campo numérico, a partir disso apresentam situações onde encontramos números inteiros e utilizam os seguintes exemplos: Saldo bancário, Temperatura, Altitudes e a ideia de Lucros e Prejuízo.

Os autores não estabelecem uma nova forma de pensar, simplesmente se prendem a exemplos e definem o conjunto dos números inteiros. Há a presença de uma nota histórica sobre a difícil aceitação dos números inteiros, e também, há uma menção sobre a China, mas não há uma análise do modo de pensar dos chineses.

Análise do Livro 2: Matemática Bianchini, do autor Edwaldo Bianchini, 2015.

Figura 6 - Exemplos números inteiros L2.


CAPÍTULO 1

Números inteiros

1 A necessidade de outros números

Você já aprendeu que, a partir do momento em que o ser humano teve a necessidade de contar e registrar as quantidades das coisas ao seu redor, ele começou a criar símbolos para representar essas quantidades, o que levou ao surgimento dos **números naturais**.

Você já viu também que os números naturais não são suficientes para representar todas as situações do cotidiano e que, em alguns momentos, usamos os números representados na **forma de fração** e na **forma decimal**.

Neste capítulo, vamos estudar outros tipos de números, que nos permitem fazer subtrações como 5 − 9, além de nos auxiliar em algumas situações do dia a dia. Veja algumas delas a seguir.

Situação 1

Considera-se zero a altitude ao nível do mar.

- O Everest é o monte de maior altitude da Terra e atinge 8.844 m acima do nível do mar. Podemos indicar essa altitude como +8.844 m.
- Alguns bairros da cidade de Haia (Holanda) estão 1 m abaixo do nível do mar. Podemos indicar essa altitude como −1 m.

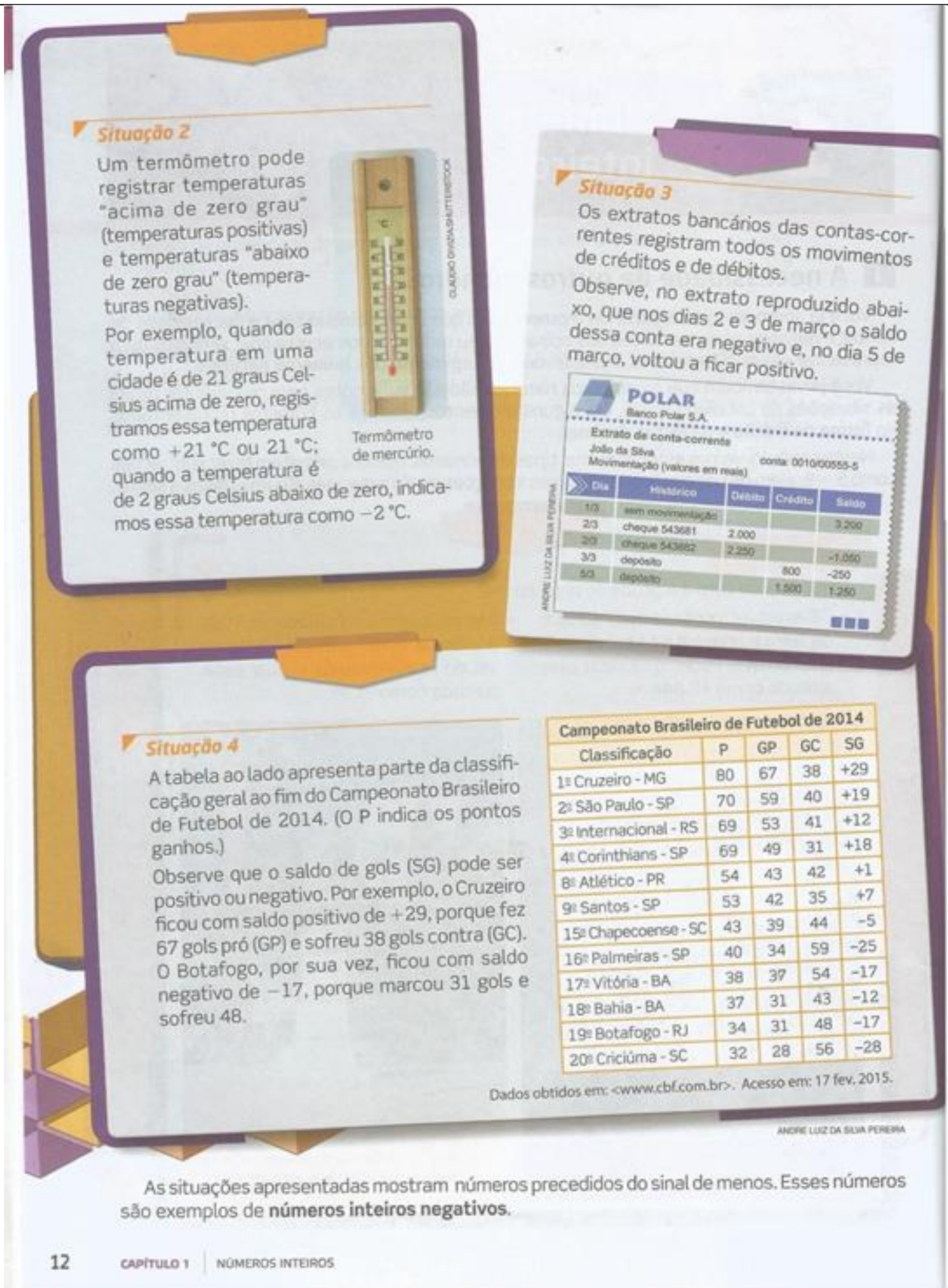
O monte Everest fica na cordilheira do Himalaia, na fronteira entre o Nepal e a China. (Foto de 2013.)

Estátua de Guilherme de Orange, na praça central da cidade de Haia. (Foto de 2012.)

CAPÍTULO 1 | NÚMEROS INTEIROS 11

Fonte: BIANCHINI, 2015, p. 11.

Figura 7 - Exemplos números inteiros L2.



Situação 2

Um termômetro pode registrar temperaturas "acima de zero grau" (temperaturas positivas) e temperaturas "abaixo de zero grau" (temperaturas negativas).

Por exemplo, quando a temperatura em uma cidade é de 21 graus Celsius acima de zero, registramos essa temperatura como +21 °C ou 21 °C; quando a temperatura é de 2 graus Celsius abaixo de zero, indicamos essa temperatura como −2 °C.

Termômetro de mercúrio.

CLAUDIO DIVIZIA/SHUTTERSTOCK

Situação 3

Os extratos bancários das contas-correntes registram todos os movimentos de créditos e de débitos.

Observe, no extrato reproduzido abaixo, que nos dias 2 e 3 de março o saldo dessa conta era negativo e, no dia 5 de março, voltou a ficar positivo.

POLAR
Banco Polar S.A.

Extrato de conta-corrente
João da Silva
Movimentação (valores em reais) conta: 0010/00555-5

Dia	Histórico	Débito	Crédito	Saldo
1/3	sem movimentação			3.200
2/3	cheque 543681	2.000		
2/3	cheque 543682	2.250		−1.050
3/3	depósito		800	−250
5/3	depósito		1.500	1.250

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

Situação 4

A tabela ao lado apresenta parte da classificação geral ao fim do Campeonato Brasileiro de Futebol de 2014. (O P indica os pontos ganhos.)

Observe que o saldo de gols (SG) pode ser positivo ou negativo. Por exemplo, o Cruzeiro ficou com saldo positivo de +29, porque fez 67 gols pró (GP) e sofreu 38 gols contra (GC). O Botafogo, por sua vez, ficou com saldo negativo de −17, porque marcou 31 gols e sofreu 48.

Campeonato Brasileiro de Futebol de 2014

Classificação	P	GP	GC	SG
1º Cruzeiro - MG	80	67	38	+29
2º São Paulo - SP	70	59	40	+19
3º Internacional - RS	69	53	41	+12
4º Corinthians - SP	69	49	31	+18
8º Atlético - PR	54	43	42	+1
9º Santos - SP	53	42	35	+7
15º Chapecoense - SC	43	39	44	−5
16º Palmeiras - SP	40	34	59	−25
17º Vitória - BA	38	37	54	−17
18º Bahia - BA	37	31	43	−12
19º Botafogo - RJ	34	31	48	−17
20º Criciúma - SC	32	28	56	−28

Dados obtidos em: <www.cbf.com.br>. Acesso em: 17 fev. 2015.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

As situações apresentadas mostram números precedidos do sinal de menos. Esses números são exemplos de **números inteiros negativos**.

12 CAPÍTULO 1 | NÚMEROS INTEIROS

Fonte: BIANCHINI, 2015, p. 12.

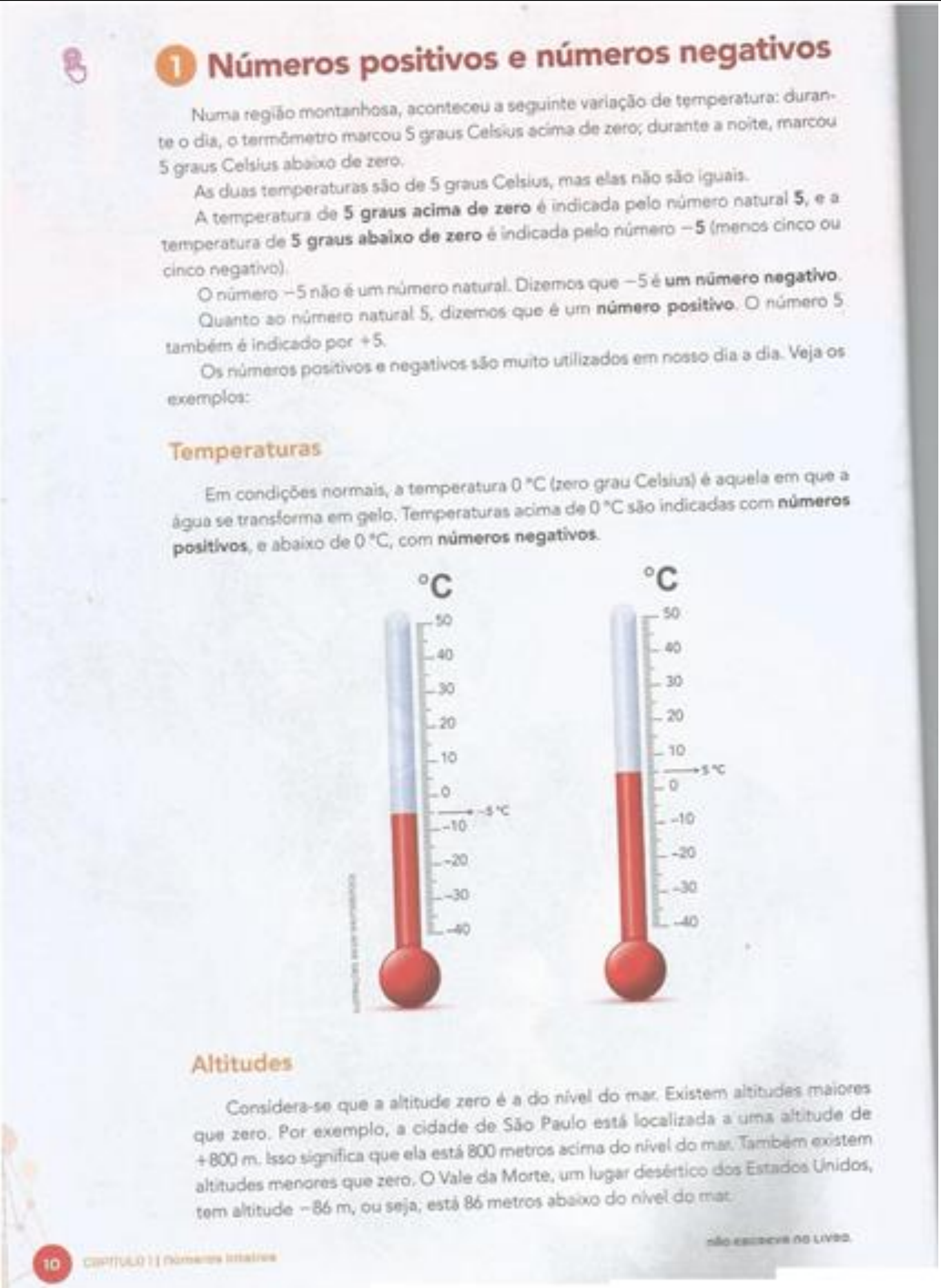
Observamos nas Figuras 6 e 7, que o autor inicia a abordagem do conteúdo dos Números Inteiros, identificando o que o aluno aprendeu no volume anterior, com o objetivo de fazer com que o aluno passe de um conhecimento mais simples a outro mais complexo, ou seja, escrevendo sobre os números naturais, destacando a necessidade do ser humano em contar, registrar as coisas e dos números decimais, lembrando que os Números Naturais não conseguem representar todas as situações do cotidiano, tudo isso com o intuito de apresentar os Números Inteiros.

Para iniciar a discussão sobre o conjunto numérico dos Números Inteiros, o autor apresenta um problema que não é possível resolver no conjunto dos números naturais (5-9), com isso, apresenta quatro situações onde utilizamos números inteiros. A primeira situação é sobre Altitude, onde apresenta regiões em locais acima e abaixo do nível do mar. A segunda sobre termômetro onde apresenta temperaturas positivas e negativas. A terceira, sobre saldo bancário onde apresenta um exemplo de extrato bancário que demonstra movimentações de créditos e de débitos, e por último, uma situação envolvendo saldo de gols, onde apresenta uma tabela do campeonato brasileiro e cita que o saldo de gols de uma equipe pode ficar positivo ou negativo. O autor enfatiza que as situações apresentadas mostram números precedidos de sinal de menos, e define esses números como exemplos de números inteiros negativos.

O autor não se aprofunda muito sobre o conceito dos Números Inteiros, não há uma definição muito elaborada sobre esse conceito. Esse modo de pensar faz com que o aluno se prenda a fatos concretos, a experiências cotidianas e não desenvolva um pensamento abstrato, ou entenda o significado do que venha a ser os sinais desse conjunto numérico, ou seja, não estabelece uma nova forma de pensar. De acordo com Tardif (2002), uma das fontes de aquisição dos saberes docentes, são os programas e livros didáticos usados na prática docente, assim temos que esse modo de pensar limita o trabalho do professor a ensinar esse conceito através de exemplos.

- Livro 3 (L3): Matemática nos dias de hoje - na medida certa, dos autores Marília Centurión e José Jakubovic, 2015.

Figura 8 - Exemplos números inteiros L3.



1 Números positivos e números negativos

Numa região montanhosa, aconteceu a seguinte variação de temperatura: durante o dia, o termômetro marcou 5 graus Celsius acima de zero; durante a noite, marcou 5 graus Celsius abaixo de zero.

As duas temperaturas são de 5 graus Celsius, mas elas não são iguais.

A temperatura de **5 graus acima de zero** é indicada pelo número natural **5**, e a temperatura de **5 graus abaixo de zero** é indicada pelo número **−5** (menos cinco ou cinco negativo).

O número −5 não é um número natural. Dizemos que −5 é **um número negativo**.

Quanto ao número natural 5, dizemos que é um **número positivo**. O número 5 também é indicado por +5.

Os números positivos e negativos são muito utilizados em nosso dia a dia. Veja os exemplos:

Temperaturas

Em condições normais, a temperatura 0 °C (zero grau Celsius) é aquela em que a água se transforma em gelo. Temperaturas acima de 0 °C são indicadas com **números positivos**, e abaixo de 0 °C, com **números negativos**.

Altitudes

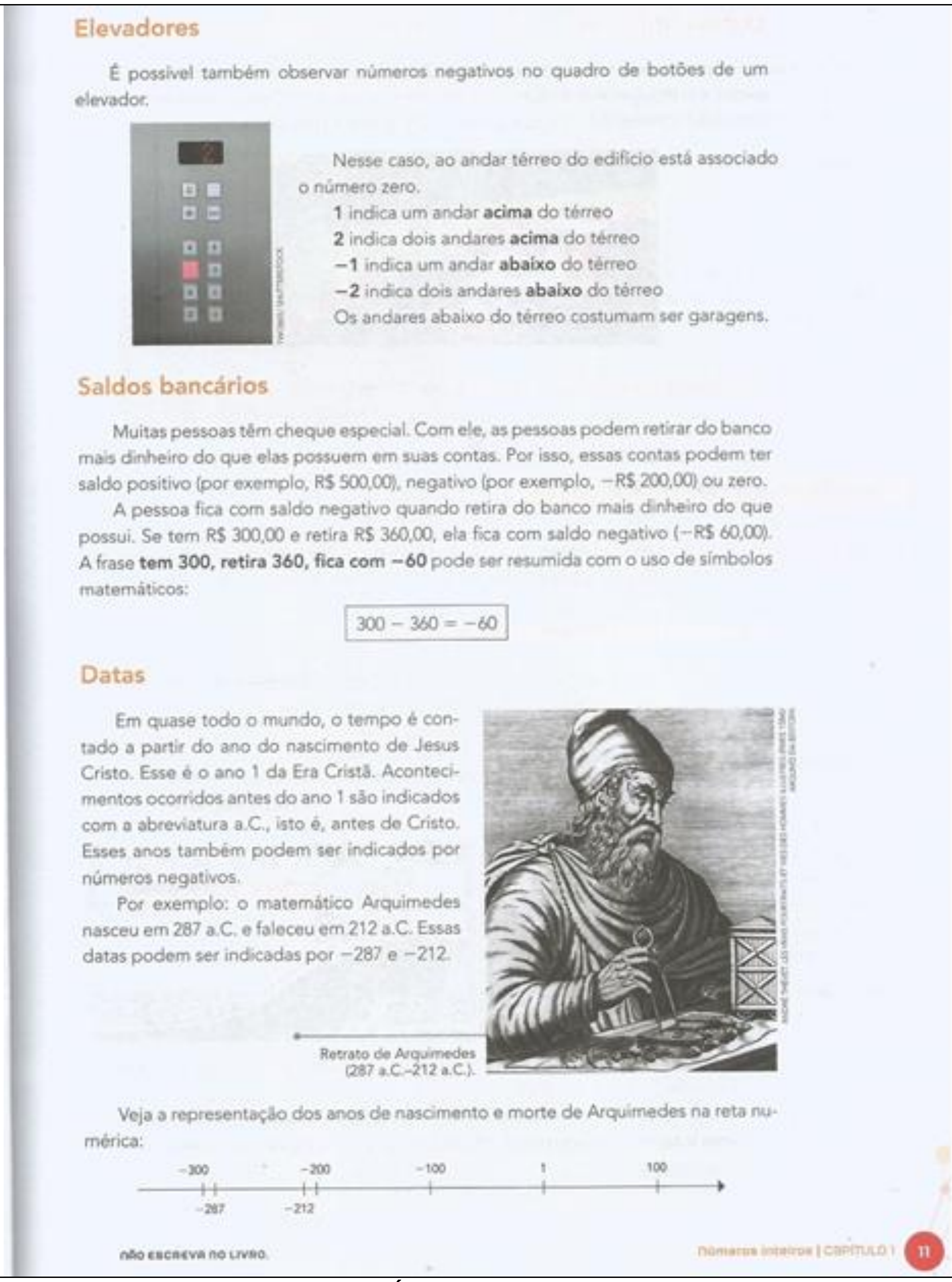
Considera-se que a altitude zero é a do nível do mar. Existem altitudes maiores que zero. Por exemplo, a cidade de São Paulo está localizada a uma altitude de +800 m. Isso significa que ela está 800 metros acima do nível do mar. Também existem altitudes menores que zero. O Vale da Morte, um lugar desértico dos Estados Unidos, tem altitude −86 m, ou seja, está 86 metros abaixo do nível do mar.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

10 CAPÍTULO 1 | Números inteiros

Fonte: CENTURIÓN E JAKUBOVIC, 2015, p. 10.

Figura 9 - Exemplos números inteiros em L3.



Elevadores

É possível também observar números negativos no quadro de botões de um elevador.

Nesse caso, ao andar térreo do edifício está associado o número zero.

1 indica um andar **acima** do térreo
2 indica dois andares **acima** do térreo
−1 indica um andar **abaixo** do térreo
−2 indica dois andares **abaixo** do térreo
Os andares abaixo do térreo costumam ser garagens.

Saldos bancários

Muitas pessoas têm cheque especial. Com ele, as pessoas podem retirar do banco mais dinheiro do que elas possuem em suas contas. Por isso, essas contas podem ter saldo positivo (por exemplo, R$ 500,00), negativo (por exemplo, −R$ 200,00) ou zero.

A pessoa fica com saldo negativo quando retira do banco mais dinheiro do que possui. Se tem R$ 300,00 e retira R$ 360,00, ela fica com saldo negativo (−R$ 60,00). A frase **tem 300, retira 360, fica com −60** pode ser resumida com o uso de símbolos matemáticos:

$$\boxed{300 - 360 = -60}$$

Datas

Em quase todo o mundo, o tempo é contado a partir do ano do nascimento de Jesus Cristo. Esse é o ano 1 da Era Cristã. Acontecimentos ocorridos antes do ano 1 são indicados com a abreviatura a.C., isto é, antes de Cristo. Esses anos também podem ser indicados por números negativos.

Por exemplo: o matemático Arquimedes nasceu em 287 a.C. e faleceu em 212 a.C. Essas datas podem ser indicadas por −287 e −212.

Retrato de Arquimedes (287 a.C.–212 a.C.).

Veja a representação dos anos de nascimento e morte de Arquimedes na reta numérica:

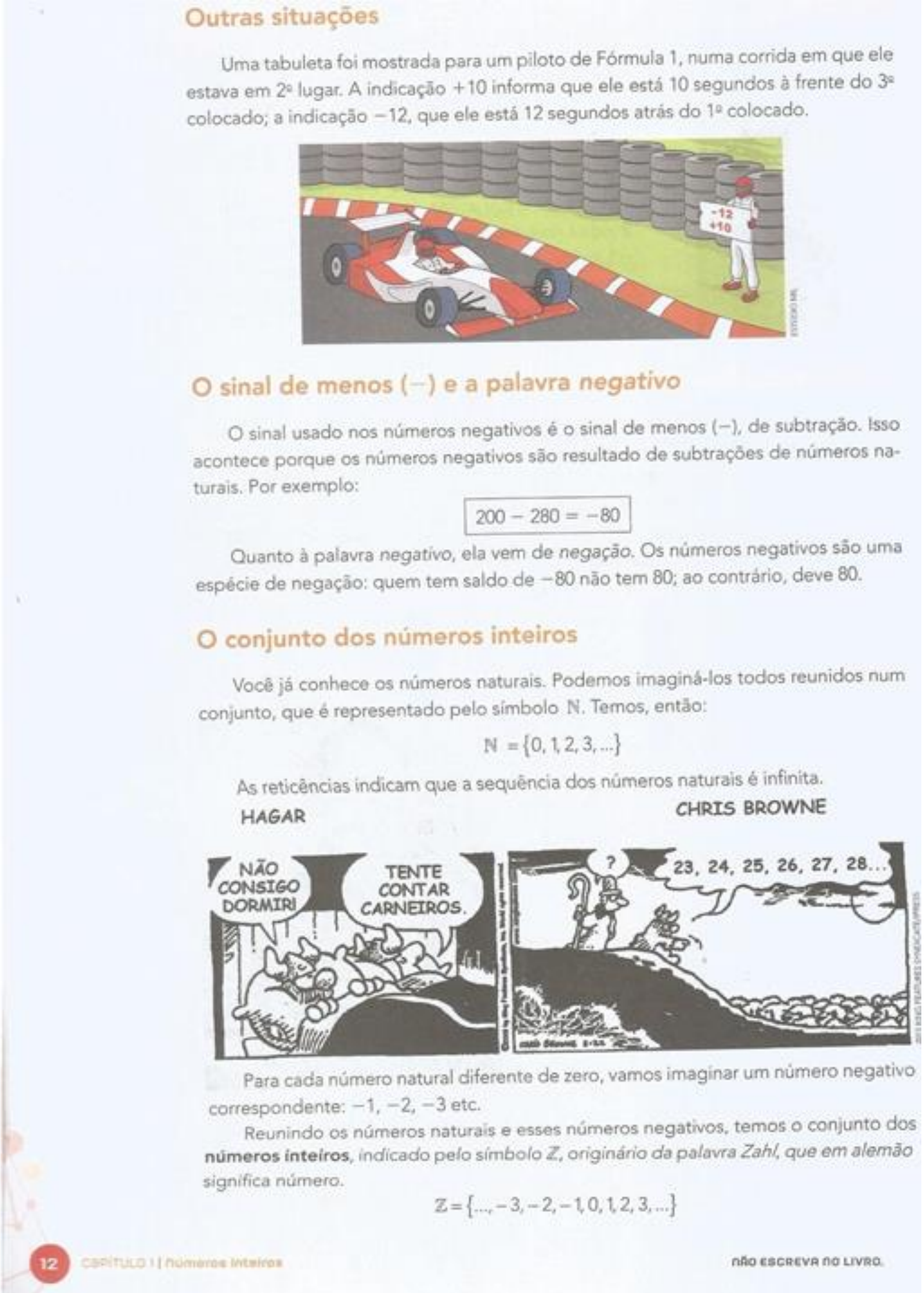
−300 −200 −100 1 100
−287 −212

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Números inteiros | CAPÍTULO 1 11

Fonte: CENTURIÓN E JAKUBOVIC, 2015, p. 11.

Figura 10 - Exemplos números inteiros em L3.



Outras situações

Uma tabuleta foi mostrada para um piloto de Fórmula 1, numa corrida em que ele estava em 2º lugar. A indicação +10 informa que ele está 10 segundos à frente do 3º colocado; a indicação −12, que ele está 12 segundos atrás do 1º colocado.

O sinal de menos (−) e a palavra *negativo*

O sinal usado nos números negativos é o sinal de menos (−), de subtração. Isso acontece porque os números negativos são resultado de subtrações de números naturais. Por exemplo:

$$\boxed{200 - 280 = -80}$$

Quanto à palavra *negativo*, ela vem de *negação*. Os números negativos são uma espécie de negação: quem tem saldo de −80 não tem 80; ao contrário, deve 80.

O conjunto dos números inteiros

Você já conhece os números naturais. Podemos imaginá-los todos reunidos num conjunto, que é representado pelo símbolo $\mathbb{N}$. Temos, então:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

As reticências indicam que a sequência dos números naturais é infinita.

Para cada número natural diferente de zero, vamos imaginar um número negativo correspondente: −1, −2, −3 etc.

Reunindo os números naturais e esses números negativos, temos o conjunto dos **números inteiros**, indicado pelo símbolo $\mathbb{Z}$, originário da palavra *Zahl*, que em alemão significa número.

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

12 CAPÍTULO 1 | Números inteiros

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Fonte: CENTURIÓN E JAKUBOVIC, 2015, p. 12.

Observamos na figura 8 que os autores apresentam uma situação sobre a marcação da temperatura de um termômetro e começam a discutir sobre ela, principalmente sobre os números que ela apresenta o número positivo 5, e definem que este é um número positivo e que pertence ao conjunto dos Números Naturais, e o número -5, onde o definem como um número negativo. Nesse momento, temos que o objetivo dessa situação é fornecer ao professor uma forma para se verificar o que os alunos sabem ou não sabem sobre o que se pede.

Após demonstrar um exemplo de número positivo e um número negativo, os autores apresentam situações nas quais encontramos esses números no dia-a-dia, e podemos verificar nas figuras 8, 9 e 10, onde é apresentada uma situação envolvendo altitude e regiões de locais diferentes em relação ao nível do mar, relacionando o número positivo ao termo “acima” e o número negativo relacionado ao termo “abaixo”. Uma segunda sobre o movimento do elevador em um edifício, e novamente a relação do número positivo ao termo “acima” e do número negativo ao termo “abaixo”.

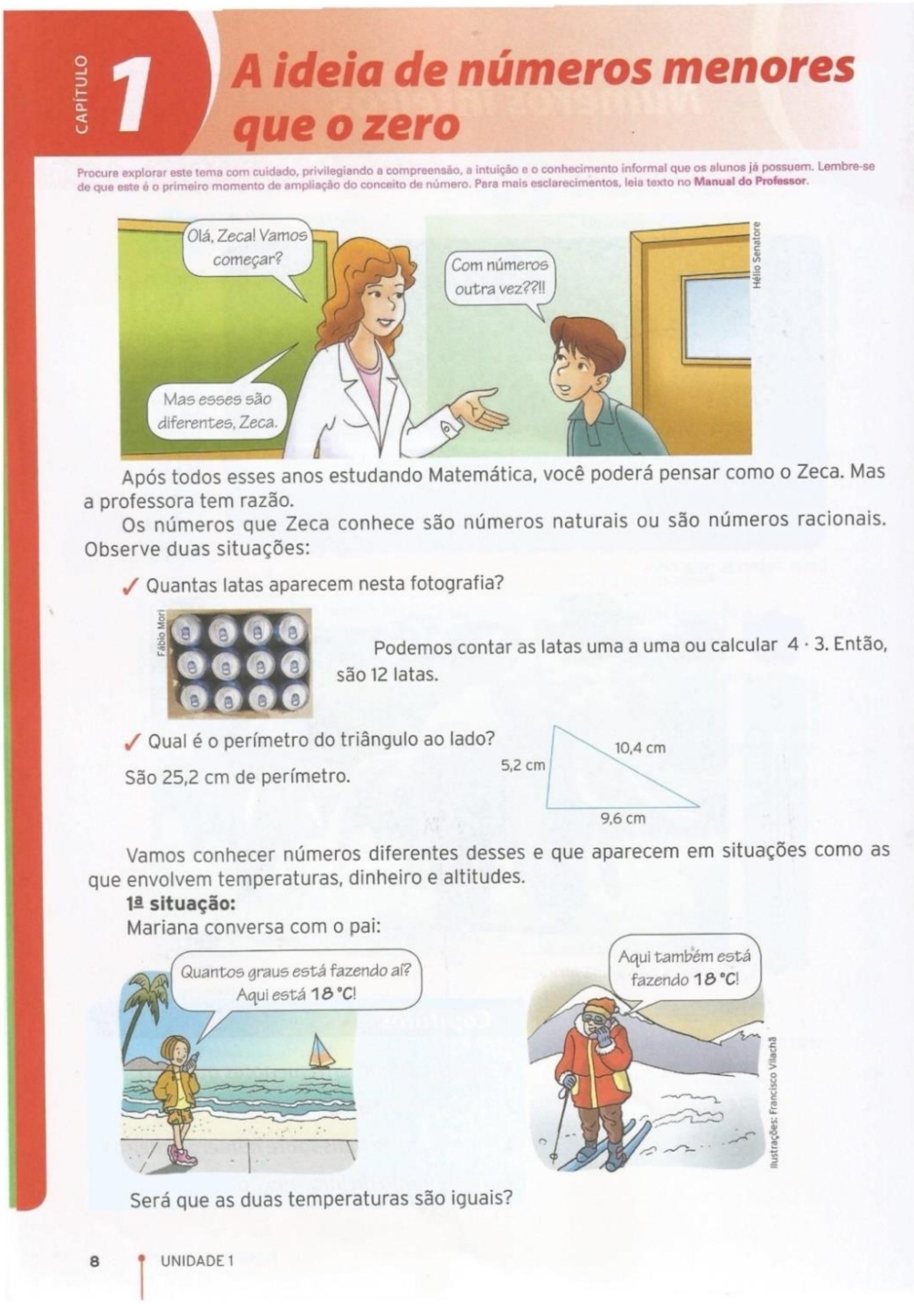
E uma terceira situação, sobre saldo bancário, explicam saldo positivo e negativo por meio de exemplos, e também é apresentadam uma situação envolvendo cheque especial na qual se trabalham uma operação envolvendo números positivos e negativos. Na quarta situação, os autores relacionam números positivos e negativos antes e depois de Cristo onde é feita uma relação com a reta numérica e são atribuídos aos números negativos a data antes de Cristo (a. C.), e aos números positivos as datas depois de Cristo (d. C.). Por último apresentam uma situação sobre marcações de um piloto de fórmula 1, onde o número positivo representa estar à frente de um carro de corrida e o número negativo indica estar atrás de um carro de corrida.

Nessas situações, observamos que não houve um aprofundamento maior desse conceito, ficando limitado somente à comparações. Nos saberes experienciais temos por Cardoso et al (2012) que são os saberes que resultam do próprio exercício da atividade profissional dos professores, uma vez que analisando o conteúdo proposto pelos autores nas situações apresentadas, e a experiência do professor em relação à sala de aula, o professor poderá preencher a lacuna deixa pelo livro didático e aprofundar esses exemplos.

Os autores também fazem uma explicação sobre o sinal (-) dos números negativos e dizem que os números negativos são resultados da operação entre Números Naturais. Definem o conjunto dos números inteiros como a união dos números naturais com os números negativos.

- Livro 4 (L4): Matemática ideias e desafios, dos autores Dulce Satiko Onaga e Iracema Mori, 2012.

Figura 11 - Exemplos números inteiros em L4.



CAPÍTULO 1

A ideia de números menores que o zero

Procure explorar este tema com cuidado, privilegiando a compreensão, a intuição e o conhecimento informal que os alunos já possuem. Lembre-se de que este é o primeiro momento de ampliação do conceito de número. Para mais esclarecimentos, leia texto no **Manual do Professor**.

Após todos esses anos estudando Matemática, você poderá pensar como o Zeca. Mas a professora tem razão.

Os números que Zeca conhece são números naturais ou são números racionais. Observe duas situações:

✓ Quantas latas aparecem nesta fotografia?

Fábio Mori

Podemos contar as latas uma a uma ou calcular $4 \cdot 3$. Então, são 12 latas.

✓ Qual é o perímetro do triângulo ao lado?

São 25,2 cm de perímetro.

Vamos conhecer números diferentes desses e que aparecem em situações como as que envolvem temperaturas, dinheiro e altitudes.

1ª situação:

Mariana conversa com o pai:

Será que as duas temperaturas são iguais?

8 UNIDADE 1

Fonte: ONAGA E MORI, 2012, p. 8.

Figura 12 - Exemplos números inteiros em L4.

Fonte: ONAGA E MORI, 2012, p. 9.

O clima de uma região depende de onde ela está localizada na Terra. E a temperatura também!

Imaginemos que ambos estejam com um termômetro.

Podemos observar que são temperaturas bem diferentes.

No local onde se encontra o pai de Mariana, a temperatura está **18 graus abaixo de zero**.

Temperaturas como essa são indicadas com números acompanhados de sinal negativo:

18 graus Celsius abaixo de zero — −18 °C

O termômetro de Mariana estaria assim.

O do pai estaria assim.

O número **−18** não é um número natural. É um **número negativo**.

Note que nesta situação **−18 °C** indica uma medida que depende de um ponto de referência: a temperatura de **zero grau Celsius**.

2ª situação

Quem guarda as economias de João é o avô dele.

Vou levar R$ 20,00 hoje.

Agora você tem R$ 38,00.

Dois dias depois...

Posso levar R$ 50,00 hoje? Fico lhe devendo.

−R$ 12,00

O avô de João usou a linguagem bancária e anotou **−R$ 12,00**, ou seja, a conta ficou negativa ou, ainda, João tem um saldo negativo de **R$ 12,00**.

Saldo negativo de R$ 12,00 — −12,00

O número **−12** não é um número natural. É um **número negativo**.

Nesta situação **−R$ 12,00** indica uma quantia que depende de um ponto de referência: o saldo de **zero real**.

3ª situação

Observe João e seu avô depois de certo tempo.

Aqui tem R$ 35,00.

Sua conta estava negativa em R$ 12,00...

Agora minha conta está positiva...

+R$ 23,00

Usando a linguagem bancária, a conta de João está positiva ou, ainda, João tem saldo positivo de R$ 23,00.

Saldo positivo de R$ 23,00 — +23,00

O número **+23** é um **número positivo**.

Números inteiros 9

Figura 13 - Exemplos números inteiros L4.

4ª situação

O monte Everest fica no Nepal (Ásia) e o seu pico mais alto está a **8 850 metros** acima do nível do mar. É o ponto mais alto da Terra.

A fossa marítima de Atacama, localizada no oceano Pacífico, na costa chilena, fica a **−8 100 metros** de altitude.

As altitudes terrestres são expressas tendo como referência o nível do mar, ou seja, o nível do mar corresponde à **altitude zero metro**. Assim, −8 100 metros de altitude correspondem a 8 100 metros abaixo do nível do mar.

Certifique-se de que os alunos sabem diferenciar altura de altitude. Procure explorar outras situações, como os pontos mais altos da América do Sul, da Terra e outros que sejam do interesse deles. Veja o texto e as atividades 3, 4 e 7.

8 850 metros acima do nível do mar	+8 850 m
8 100 metros abaixo do nível do mar	−8 100 m

O número **+8 850** é um número positivo e **−8 100** um número negativo.

Explore o texto

- Que temperatura é mais baixa: 18 °C ou −18 °C? −18 °C
- Em sua opinião, qual destes números é menor: +18 ou −18? Resposta possível: −18.
- Uma pessoa consultou o extrato de sua conta bancária e percebeu que estava devendo R$ 438,00 ao banco. Indique esse fato como foi mostrado no texto. −438,00
- Um mergulhador disse: "Hoje de manhã atingi −12 metros". Qual é o ponto de referência usado por ele? O nível do mar
- A cidade de Santos é uma cidade praiana, localizada no litoral paulista. Em que altitude ela está situada? Altitude zero metro
- Descreva uma situação na qual se usam números negativos. Resposta pessoal.

10 UNIDADE 1

Fonte: ONAGA E MORI, 2012, p. 10.

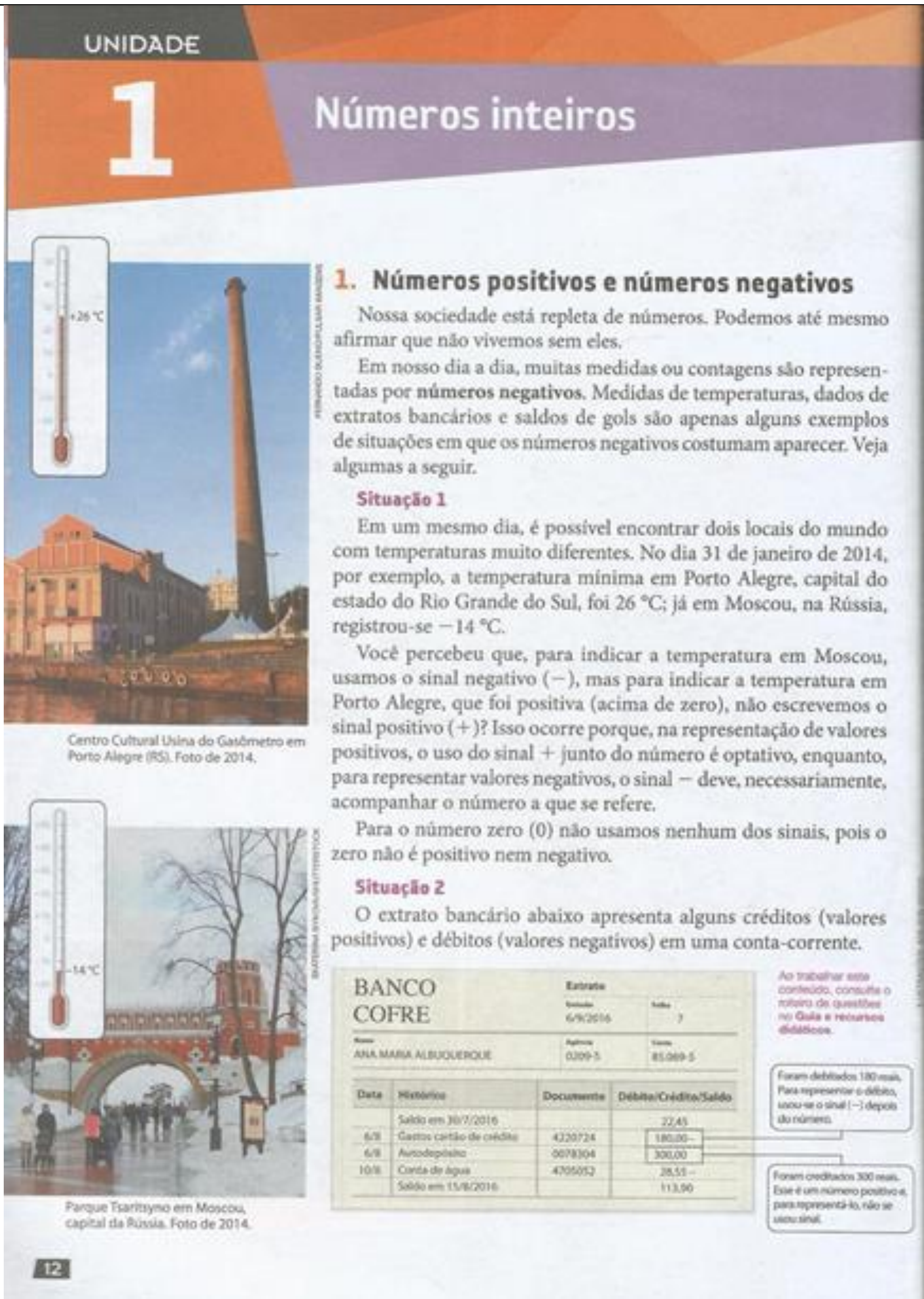
Nessa obra, os autores trabalham intuitivamente a ideia de números negativos, demonstrando situações que não podem ser representadas por Números Naturais ou Números Racionais. Assim, os autores apresentam (como podemos observar nas figuras 11, 12 e 13), os números negativos por meio de quatro situações.

Na primeira, envolvendo a temperatura, é feita a comparação das temperaturas de duas regiões com climas diferentes, relacionando números positivos às temperaturas acima do zero e números negativos às temperaturas abaixo de zero. Na segunda e na terceira, uma situação onde há uma transação que envolve dinheiro, na qual se utiliza a linguagem bancária, atribuindo o número positivo a saldos positivos e números negativos a saldos negativos.

E por fim, uma situação envolvendo altitudes, onde são apresentadas regiões de diferentes partes do mundo, que estão localizadas acima e abaixo do nível do mar, relacionando o número positivo ao termo "acima", o número negativo relacionado ao termo "abaixo" e o "nível do mar" sendo o zero.

- Livro 5 (L5): Projeto Araribá Matemática, obra coletiva, 2014.

Figura 14 - Exemplos números inteiros em L5.



UNIDADE 1

Números inteiros

1. Números positivos e números negativos

Nossa sociedade está repleta de números. Podemos até mesmo afirmar que não vivemos sem eles.

Em nosso dia a dia, muitas medidas ou contagens são representadas por **números negativos**. Medidas de temperaturas, dados de extratos bancários e saldos de gols são apenas alguns exemplos de situações em que os números negativos costumam aparecer. Veja algumas a seguir.

Situação 1

Em um mesmo dia, é possível encontrar dois locais do mundo com temperaturas muito diferentes. No dia 31 de janeiro de 2014, por exemplo, a temperatura mínima em Porto Alegre, capital do estado do Rio Grande do Sul, foi 26 °C; já em Moscou, na Rússia, registrou-se −14 °C.

Você percebeu que, para indicar a temperatura em Moscou, usamos o sinal negativo (−), mas para indicar a temperatura em Porto Alegre, que foi positiva (acima de zero), não escrevemos o sinal positivo (+)? Isso ocorre porque, na representação de valores positivos, o uso do sinal + junto do número é optativo, enquanto, para representar valores negativos, o sinal − deve, necessariamente, acompanhar o número a que se refere.

Para o número zero (0) não usamos nenhum dos sinais, pois o zero não é positivo nem negativo.

Centro Cultural Usina do Gasômetro em Porto Alegre (RS). Foto de 2014.

Parque Tsaritsyno em Moscou, capital da Rússia. Foto de 2014.

Situação 2

O extrato bancário abaixo apresenta alguns créditos (valores positivos) e débitos (valores negativos) em uma conta-corrente.

BANCO COFRE

Data	Histórico	Documento	Débito/Crédito/Saldo
	Saldo em 30/7/2016		22,45
6/8	Gastos cartão de crédito	4220724	180,00−
6/8	Autodepósito	0078304	300,00
10/8	Conta de água	4705052	28,55−
	Saldo em 15/8/2016		113,90

Foram debitados 180 reais. Para representar o débito, usou-se o sinal (−) depois do número.

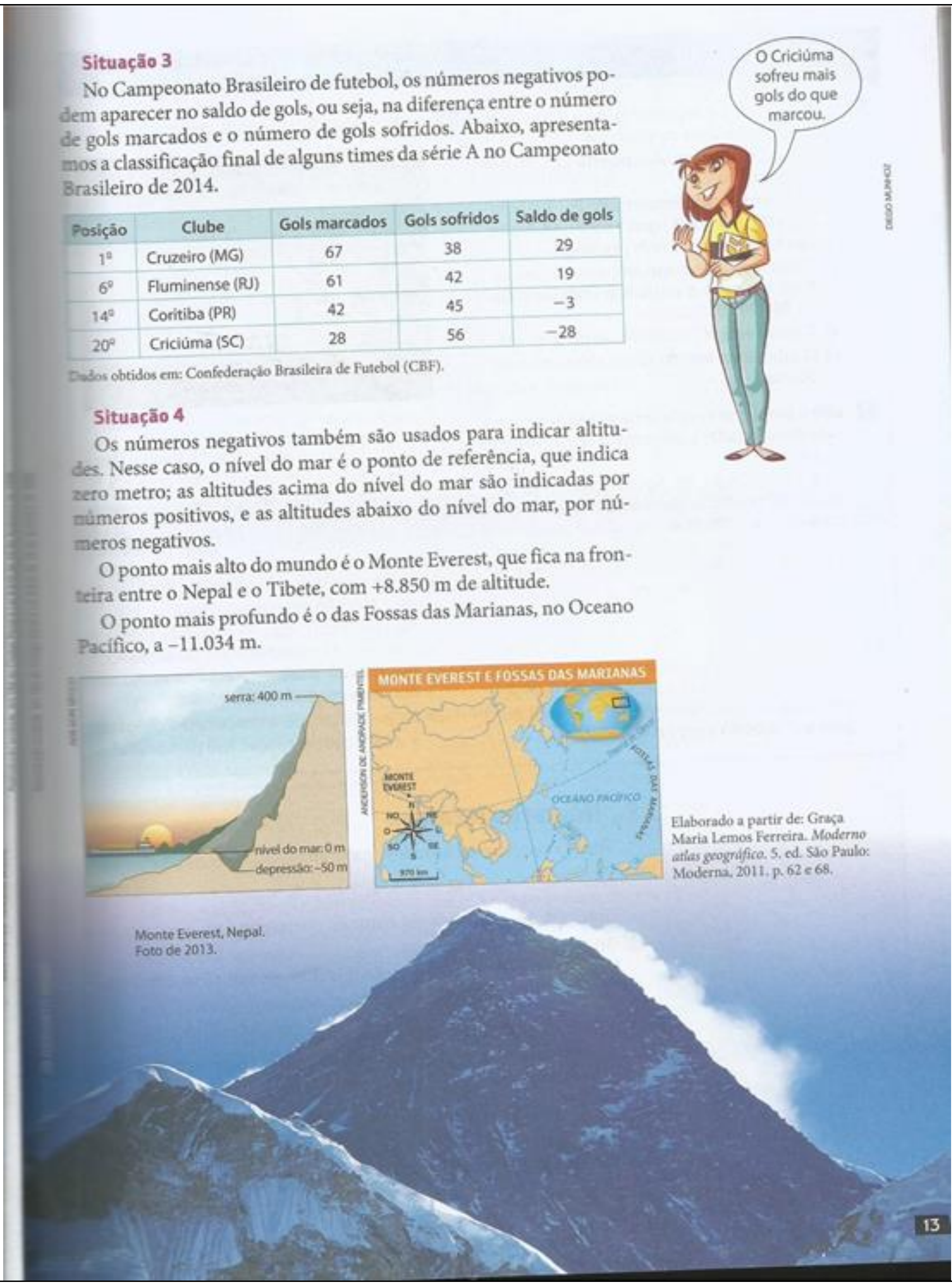
Foram creditados 300 reais. Esse é um número positivo e, para representá-lo, não se usou sinal.

Ao trabalhar este conteúdo, consulte o roteiro de questões no **Guia e recursos didáticos**.

12

Fonte: OBRA COLETIVA, 2014, p. 12

Figura 15 - Exemplos números inteiros em L5.



Situação 3

No Campeonato Brasileiro de futebol, os números negativos podem aparecer no saldo de gols, ou seja, na diferença entre o número de gols marcados e o número de gols sofridos. Abaixo, apresentamos a classificação final de alguns times da série A no Campeonato Brasileiro de 2014.

Posição	Clube	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
1º	Cruzeiro (MG)	67	38	29
6º	Fluminense (RJ)	61	42	19
14º	Coritiba (PR)	42	45	−3
20º	Criciúma (SC)	28	56	−28

Dados obtidos em: Confederação Brasileira de Futebol (CBF).

Situação 4

Os números negativos também são usados para indicar altitudes. Nesse caso, o nível do mar é o ponto de referência, que indica zero metro; as altitudes acima do nível do mar são indicadas por números positivos, e as altitudes abaixo do nível do mar, por números negativos.

O ponto mais alto do mundo é o Monte Everest, que fica na fronteira entre o Nepal e o Tibete, com +8.850 m de altitude.

O ponto mais profundo é o das Fossas das Marianas, no Oceano Pacífico, a −11.034 m.

Elaborado a partir de: Graça Maria Lemos Ferreira. *Moderno atlas geográfico*. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2011. p. 62 e 68.

Monte Everest, Nepal. Foto de 2013.

13

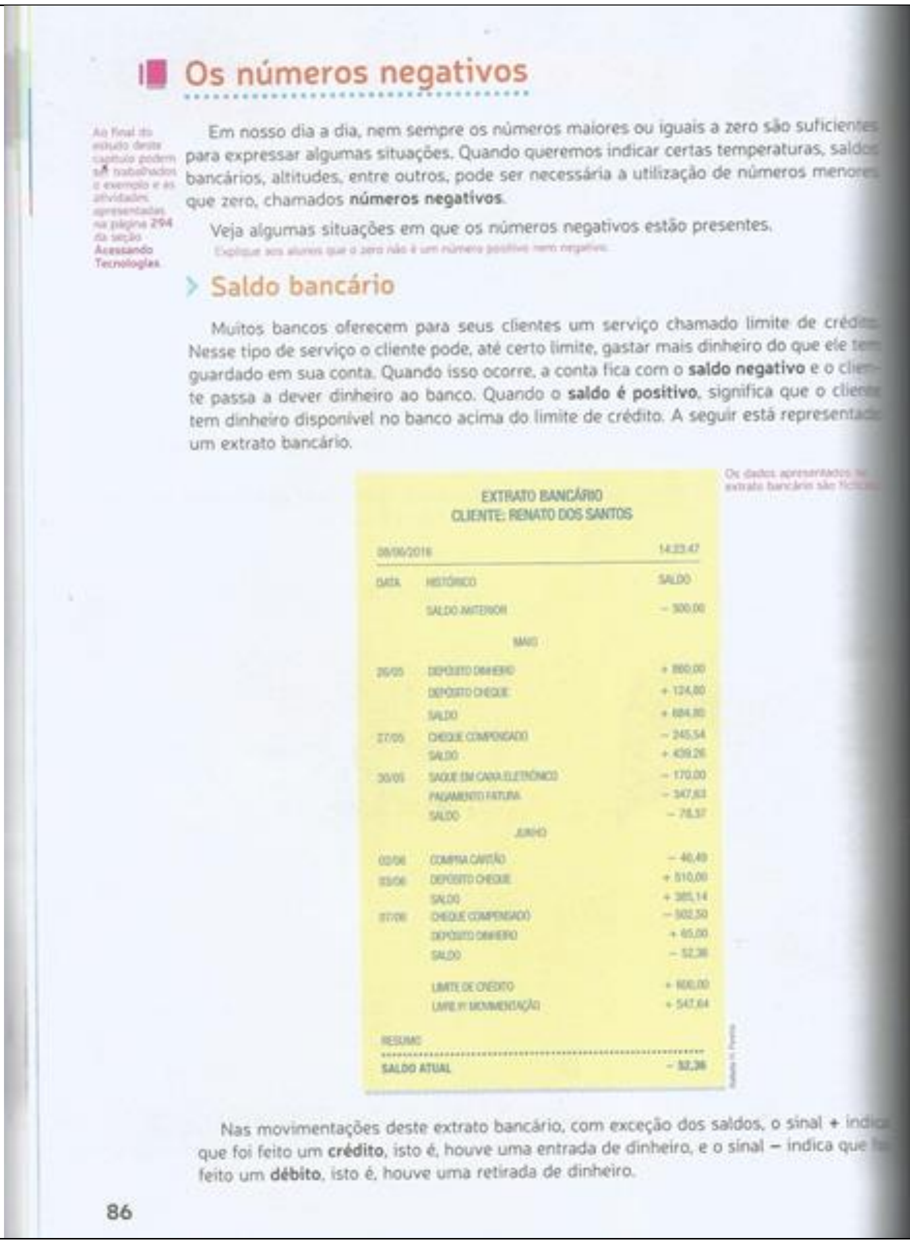
Fonte: OBRA COLETIVA, 2014, p. 13.

Podemos observar nessa obra coletiva, que os autores, inicialmente, comentam sobre os números negativos em nosso cotidiano, e apresentam quatro situações que envolvem números negativos (temperatura, saldo bancário, saldo de gols e altitudes).

Na primeira situação, ao comentar as temperaturas de 26°C e -14°C, os autores abordam o uso dos sinais, onde definem o uso do sinal (+) para representar valores positivos e o sinal (-) para representar valores negativos e que o zero (0) não possui sinal, pois não é positivo nem negativo. Na segunda situação sobre extratos bancários, os autores utilizam para representar valores positivos o termo "Crédito" e para valores negativos o termo "Débito". Na terceira situação, demonstram através do saldo de gols da tabela do campeonato brasileiro exemplos de números negativos. Por último, na situação sobre altitude, os autores utilizam valores positivos para representar altitudes acima do nível do mar e valores negativos para valores abaixo do nível do mar.

- Livro 6 (L6): Vontade de Saber, Joamir Souza e Patrícia Moreno, 2015.

Figura 16 - Exemplos números inteiros em L6.



Os números negativos

Ao final do estudo deste capítulo podem ser trabalhados o exemplo e as atividades apresentadas na página 294 da seção **Acessando Tecnologias**.

Em nosso dia a dia, nem sempre os números maiores ou iguais a zero são suficientes para expressar algumas situações. Quando queremos indicar certas temperaturas, saldos bancários, altitudes, entre outros, pode ser necessária a utilização de números menores que zero, chamados **números negativos**.

Veja algumas situações em que os números negativos estão presentes.

Explique aos alunos que o zero não é um número positivo nem negativo.

Saldo bancário

Muitos bancos oferecem para seus clientes um serviço chamado limite de crédito. Nesse tipo de serviço o cliente pode, até certo limite, gastar mais dinheiro do que ele tem guardado em sua conta. Quando isso ocorre, a conta fica com o **saldo negativo** e o cliente passa a dever dinheiro ao banco. Quando o **saldo é positivo**, significa que o cliente tem dinheiro disponível no banco acima do limite de crédito. A seguir está representado um extrato bancário.

Os dados apresentados no extrato bancário são fictícios.

EXTRATO BANCÁRIO
CLIENTE: RENATO DOS SANTOS

08/06/2016 14:23:47

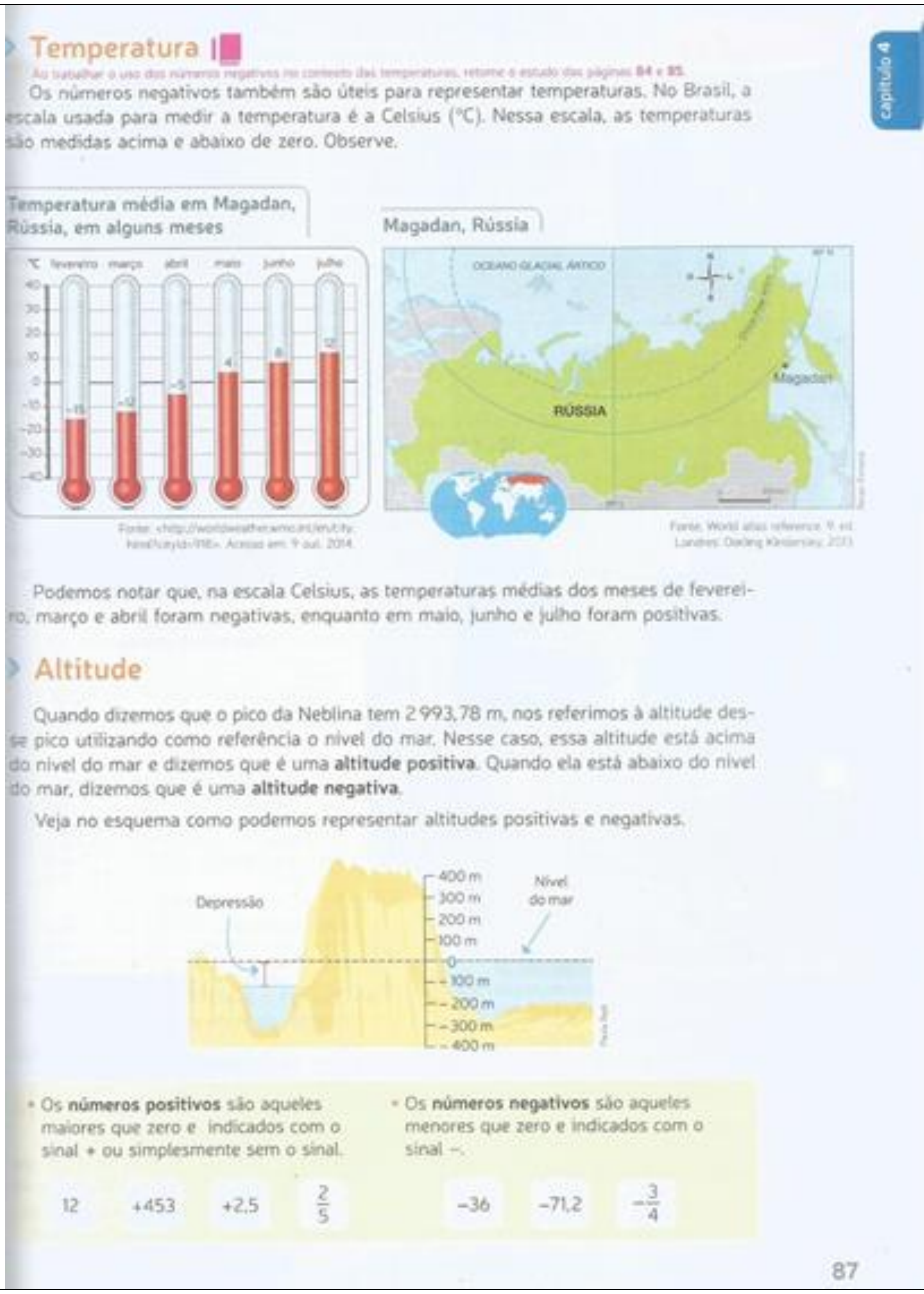
DATA	HISTÓRICO	SALDO
	SALDO ANTERIOR	− 300,00
	MAIO	
26/05	DEPÓSITO DINHEIRO	+ 860,00
	DEPÓSITO CHEQUE	+ 124,80
	SALDO	+ 684,80
27/05	CHEQUE COMPENSADO	− 245,54
	SALDO	+ 439,26
30/05	SAQUE EM CAIXA ELETRÔNICO	− 170,00
	PAGAMENTO FATURA	− 347,63
	SALDO	− 78,37
	JUNHO	
02/06	COMPRA CARTÃO	− 46,49
03/06	DEPÓSITO CHEQUE	+ 510,00
	SALDO	+ 385,14
07/06	CHEQUE COMPENSADO	− 502,50
	DEPÓSITO DINHEIRO	+ 65,00
	SALDO	− 52,36
	LIMITE DE CRÉDITO	+ 600,00
	LIVRE P/ MOVIMENTAÇÃO	+ 547,64
RESUMO		
SALDO ATUAL		**− 52,36**

Nas movimentações deste extrato bancário, com exceção dos saldos, o sinal + indica que foi feito um **crédito**, isto é, houve uma entrada de dinheiro, e o sinal − indica que foi feito um **débito**, isto é, houve uma retirada de dinheiro.

86

Fonte: SOUZA E MORENO, 2015, p. 86.

Figura 17 - Exemplos números inteiros L6.



capítulo 4

Temperatura

Os números negativos também são úteis para representar temperaturas. No Brasil, a escala usada para medir a temperatura é a Celsius (°C). Nessa escala, as temperaturas são medidas acima e abaixo de zero. Observe.

Podemos notar que, na escala Celsius, as temperaturas médias dos meses de fevereiro, março e abril foram negativas, enquanto em maio, junho e julho foram positivas.

Altitude

Quando dizemos que o pico da Neblina tem 2 993,78 m, nos referimos à altitude desse pico utilizando como referência o nível do mar. Nesse caso, essa altitude está acima do nível do mar e dizemos que é uma **altitude positiva**. Quando ela está abaixo do nível do mar, dizemos que é uma **altitude negativa**.

Veja no esquema como podemos representar altitudes positivas e negativas.

- Os **números positivos** são aqueles maiores que zero e indicados com o sinal + ou simplesmente sem o sinal.
- Os **números negativos** são aqueles menores que zero e indicados com o sinal −.

12   +453   +2,5 $\frac{2}{5}$ −36   −71,2 $-\frac{3}{4}$

87

Fonte: SOUZA E MORENO, 2015, p. 87.

Por fim, percebemos que os autores repetem a ideia apresentada nos livros anteriores, para abordarem os números negativos, relacionando esse conceito ao cotidiano, e apresentam situações (Saldo bancário, Temperatura e Altitude) para exemplificar o uso dos números negativos.

Observamos que os autores dos livros didáticos buscam uma forma de traduzir o conceito dos Números Inteiros aos alunos, buscando prover ao professor maneiras de ensinar esse conceito, como proposto por Shulman (2014, p. 205) "(...) ações e representações se traduzem em jeitos de falar, mostrar, interpretar ou representar ideias, de maneira que os que não sabem venham a saber (...)". Mas não há um aprofundamento das ideias propostas, onde caberá ao professor por meio dos seus saberes matemáticos e curriculares essa missão.

Na tabela a seguir, temos um resumo dos exemplos utilizados pelos autores:

Tabela 4 - Situações utilizadas pelos autores como exemplos dos números inteiros

	Livro 1	Livro 2	Livro 3	Livro 4	Livro 5	Livro 6
1º situação apresentada	Subtração impossível	Altitude	Temperatura	Temperatura	Temperatura	Saldos e débitos bancários
2º situação apresentada	Saldos e débitos bancários	Temperatura	Altitude	Saldos e débitos bancários	Saldos e débitos bancários	Temperatura
3º situação apresentada	Temperatura	Saldos e débitos bancários	Elevadores	Saldos e débitos bancários	Saldo de gols	Altitude
4º situação apresentada	Altitude	Saldo de gols	Saldos e débitos bancários	Altitude	Altitude	-
5º situação apresentada	Prejuízos e Lucros	-	Datas (a.C/ d.C)	-	-	-
6º situação apresentada	-	-	Posições de um piloto na Fórmula 1	-	-	-

Fonte: Autoria própria.

Observamos que para a introdução de uma situação inicial, para o desenvolvimento dos números inteiros, a situação mais utilizada foi a situação da Temperatura, vista em 3 livros, dos 6 analisados, L3, L4 e L5. Essa situação, Temperatura, também é analisada em mais dois livros, L2 e L6, como segunda situação apresentada. A situação "Saldos e Débitos bancários" é proposta como primeira situação em um livro, L6, e como segunda situação em três livros, L1, L4 e L5, como terceira situação nos livros L2 e L4, e como quarta situação em L3.

Observamos que não há uma ideia de movimentos contrários, nem se determina quais são os contrários, como por exemplo, na situação que aborda o tema altitude, não são abordados os pares de contrários alta/baixa, ou nas situações sobre Temperatura os pares de contrários quente/frio. Assim, observamos que não é formada uma nova forma de pensar, contar e registrar, simultaneamente, os sentidos contrários dos movimentos, como nos comerciantes medievais, indicadas por Crosby (1999).

Com relação ao significado dos sinais, o sinal positivo não é discutido em nenhum dos livros didáticos analisados, e o sinal negativo é definido como o sinal utilizado para representar os números negativos nos livros L3 e L5 ou a medida de débitos, ou de temperaturas abaixo de zero como no livro L1. Os livros L2, L4 e L6 não discutem o significado do sinal negativo.

Assim, observamos que os livros abordam os sinais (+) e (-) relacionando-os a uma medida, como indicado por Prado (2008, p. 64), “O uso cotidiano da medida da temperatura é tido como suficiente para o surgimento do número negativo”, e não aos sentidos contrários de determinado movimento, como por exemplo, o movimento de dinheiro num banco que pode ocorrer em dois sentidos contrários, dinheiro guardado/retirado, ou depositado/sacado.

Sobre o uso de elementos da história da Matemática, alguns livros não apresentaram esses elementos para o desenvolvimento dos números inteiros, sendo que somente dois livros (L1 e L3), apresentam notas históricas sobre a difícil aceitação dos números negativos.

Com base nessa análise, verificamos que os autores dos livros didáticos se fundamentam na ideia da impossibilidade da subtração, para introduzirem os exemplos desse conceito dos números inteiros, ou de acordo com Rodrigues, Gargarella e Utsumi (2017, p. 304), “situações divulgadas nas mídias, consideradas do conhecimento do aluno, como a medida da temperatura, da altitude ou profundidade em relação ao nível do mar, saldo de gols, entre outras”.

Concordamos com Rodrigues, Gargarella e Utsumi (2017, p. 304) que, ao realizarem uma pesquisa em sete livros didáticos do PNLD 2017, com o objetivo de identificar a forma como os autores introduzem exemplos dos números inteiros e quais aspectos priorizam na abordagem desse conceito, concluíram que

> (...) os aspectos priorizados pelos autores dos livros didáticos analisados se apoiam na forma de negatividade Ocidental, por abstração ou dedução que estabelece a possibilidade ou impossibilidade e na metáfora da subtração para introduzirem as ideias iniciais sobre números inteiros. Observamos que há um esforço dos autores para explicar o número negativo utilizando situações divulgadas nas mídias, consideradas do conhecimento do aluno, como a medida da temperatura, da altitude ou profundidade em relação ao nível do mar, saldo de gols, entre outras. (Rodrigues, Gargarella e Utsumi, 2017, p. 304).

As autoras sugerem que, “Faz-se necessário pensar também a forma de negatividade chinesa, por oposição e equivalência, onde é possível articular os dois sentidos de um movimento de modo simultâneo.” (2017, p. 304).

Gargarella e Rodrigues (2018, p. 7) propõem três elementos textuais para elaborar as atividades de ensino, que consideram ser,

> 1) o inesperado de Caraça (1984) estrutura a análise de situações cotidianas superando o pensamento dos números naturais em um só sentido, que não é suficiente, pois o sentido contrário de determinada situação também necessita ser analisado, simultaneamente, e não pode ser ignorado. Em 2) o inesperado é inserido na nova forma de pensar e cria um novo isolado, entendemos que aqui fica estabelecido o campo das ideias iniciais dos números inteiros, o pensamento com contrários. E em 3) entendemos que esta atividade é o momento da generalização da análise dos movimentos com contrários, nos dois sentidos em ocorrem, criando um novo isolado, que será adequado até um de seus fatores fique fora dos limites deste recorte. (Gargarella e Rodrigues, 2018, p. 7).

Nesta nossa análise, também não identificamos um novo pensamento que caracterize os números inteiros, não se estabelece um novo contexto, como indicado na BNCC (2017) que caracterize uma nova realidade, ou elementos históricos que caracterizem o pensamento de uma época, de uma cultura, ou seja, não é criada uma nova realidade para se estabelecer um novo modo de pensar, contar e registrar, como proposto por Crosby (1999) e Prado (2008).

Concordamos com Gargarella e Rodrigues (2018) quando indicam a necessidade de pensar nos sentidos contrários que compõem determinada situação ou movimento, que propomos serem analisados no desenvolvimento do ensino, são elementos textuais importantes em atividades de ensino. Rodrigues, Gargarella e Utsumi (2017, p. 305) têm como apoio o modo de pensar da “negatividade chinesa, por oposição e equivalência, onde é possível articular os dois sentidos de um movimento de modo simultâneo.”

Nesta pesquisa, nos apoiaremos no modo de pensar do comerciante medieval, onde entendemos, que é necessário articular os dois sentidos contrários de um movimento que ocorrem simultaneamente. A seguir, discutiremos os aspectos referentes aos elementos textuais para a atividade de ensino, considerando a articulação de sentidos contrários que ocorrem simultaneamente.

3 Compreendendo o pensamento com contrários como elemento textual da atividade de ensino

Prado (2008, p.116) observa que a Europa, sob o imaginário ocidental, demorou para entender a necessidade dos números negativos, tanto "no processo" como "no produto", como podemos ver em Glaeser

> (...) a introdução conceitual dos números relativos foi um processo surpreendentemente lento. Durou mais de 1500 anos, da época de Diofanto[5] aos nossos dias. Durante todo esse período, os matemáticos trabalharam com números relativos tendo deles apenas uma compreensão parcial, com espantosas lacunas (...) (GLAESER, 1981, p.4).

De acordo com Prado (2008, p. 117) "a mudança de mentalidade que ocorreu na Europa Medieval e sua transição para o Renascimento, são significativas para entendermos o caminho da compreensão dos números inteiros no imaginário ocidental". Assim, o contexto do comércio nos possibilita mais um contexto para pensar os contrários no conceito de números inteiros, se tornando um elemento textual na elaboração da atividade de ensino.

Os comerciantes da Europa Medieval direcionavam a Europa ao capitalismo, como podemos ver em Crosby (1999, p. 187) "(...) os comerciantes, que estavam tangendo o Ocidente em direção do capitalismo(...)" (p. 187) precisaram organizar melhor os seus negócios "(...) ao racionalizar seus negócios, estavam prestando um favor à humanidade(...)" e também ensinaram "a humanidade a ser metodicamente organizada" (p.188). Para o Crosby, *ser metódico,* "significa cuidadoso e meticuloso e é, na prática, uma questão de números". (p. 188)". Esse foi um dos caminhos que conduziram à ciência e à tecnologia, pois todos aqueles que a praticavam eram adeptos de cálculo e atividades que envolviam unidades de medida, onde segundo (CROSBY, 1999, p. 188) "(...) as unidades eram moedas – florins, ducados, libras, libras esterlinas, e assim por diante. A moeda, como disse Paul Bohannan, é uma das ideias mais arrasadoramente simplificadoras de todos os tempos e, como qualquer outra ideia nova e instigante, cria sua própria revolução (...)".

Nessa pesquisa, julgamos que abordar o contexto do comércio na matemática escolar é mais abrangente, pois, para Crosby (1999), envolve ser perceptivo, cuidadoso e meticuloso com os números. Na Idade Média, havia uma grande movimentação do mercado

---

[5] Utilizaremos a grafia "Diofanto", mas nessa pesquisa foi encontrada uma diferente grafia para o mesmo nome, Diofante.

> Os mercadores do Ocidente, no fim da Idade Média e no Renascimento, viviam numa nevasca de transações. As balsas, navios e caravanas de mulas faziam a ligação entre as maiores cidades europeias e, em última instância, entre cada cidade da Europa e todas as demais, além de outras na Ásia, na África e na América, no século XVI. (CROSBY, 1999, p. 189-190).

Havia nesse movimento do mercado ações que envolviam um amplo e complexo contexto e a necessidade de pensar e contar os contrários dessas situações de modo articulado e simultâneo,

> As letras de câmbio, os vários tipos de notas promissórias e a prática do crédito em geral embaralhavam a sequência normal dos acontecimentos: a produção sempre precedia a entrega, mas o pagamento podia anteceder a entrega ou até a produção. E o pagamento era um assunto que se podia chamar de ondulatório, com as moedas e as letras de câmbio dando saltos e despencando de valor em relação umas às outras. (CROSBY, 1999, p. 190).

O autor considera que, aproximadamente no início do século XIV, alguns contadores italianos começaram a utilizar o que chamamos de “escrituração por partidas dobradas”, que é um método que consiste no registro de fatos contábeis, registros mais precisos tornaram-se uma necessidade indiscutível. Crosby (1999, p. 188) destaca o comerciante Francesco di Marco Dattini, da cidade de Prato, que deixou um vasto material histórico com uma relação de mercadorias faturadas, com uma boa descrição, e históricos que eram bem detalhados, que observarmos no trecho:

> Dispomos de um conjunto contínuo de livros de Dattini, desde 1366 até 1410, e todos eles têm a forma narrativa até 1383. Um leitor ou um auditor é capaz de se informar, por meio deles, sobre muitas coisas referentes aos negócios de Dattini antes de 1383. Entretanto, a informação mais importante- a empresa era ou não era solvente num dado momento? - é difícil de discernir. A receita e a despesa, o que era devido a Dattini e o que ele devia tudo isso se entrelaçava numa trama única. Em outras palavras, a leitura dos livros de Dattini anteriores à 1383 é confusa como a vida: é fácil perder de vista o ponto em que se está tentando fazer. É então, em 1383, ele e seus representantes e empregados começaram a usar um novo método, que enfim tornou a contabilidade mais clara que a vida (CROSBY, 1999, p.193).

Esse novo método, era o método escrituração por partidas dobradas, que alguns contadores italianos começaram a utilizar. A escrituração por partidas dobradas foi importante, pois ela permitiu aos negociantes europeus, chegar à compreensão e ao controle de sua vida econômica, o que permitiu eles diferenciarem seus lucros e perdas. (CROSBY, 1999, p. 195). Isto é, articular os sentidos contrários do movimento do comércio, que ocorrem de modo simultâneo e em sentidos contrários.

Crosby (1999, p. 193-194) também faz uma citação sobre Rinieri Fini que era representante de uma casa bancária florentina nos mercados de Champagne no século XIV, e também os comerciantes toscanos que operavam em Nilmes no sul da França, que nos registros contábeis de seus livros mantinham separados o ativo e o passivo, falando que era apenas o início, pois surgiriam várias características típicas da contabilidade de linguagem técnica, de abreviaturas e de formas. Entendemos que "o ativo e o passivo" são movimentos que ocorrem de modo simultâneo e em sentidos contrários.

Ainda no século XIV, Crosby (1999, p. 194) indica que as anotações feitas pelos comerciantes complicava a comparação dos dados, pois os comerciantes anotavam os recebimentos nas seções iniciais de seus livros e as despesas na parte final. Mas alguns cambistas de Bruges em 1366, segundo Crosby (1999), começaram a usar a disposição moderna, com o ativo e o passivo anotados em colunas paralelas numa mesma página, ou em páginas adjacentes. Na Toscana, esse tipo de registro era conhecido como ala veneziana, estilo veneziano, assim Crosby indica que, possivelmente, esses cambistas, copiaram essa disposição de exemplos de italianos. A empresa de Dattini, o qual é citado por Crosby(1999), só passou a experimentar o novo método uns quinze anos depois. Crosby (1999) destaca um exemplo precoce da técnica das partidas dobradas

> Em 7 de março de 1340, a comuna de Gênova comprou 80 lotes de pimenta, cada um pesando 100 libras, ao preço de 24 libbre e 5 soldi por lote. Essa despesa- ou seja- foi anotada do lado esquerdo do livro razão. Nos dias subsequentes, houve outras despesas com mão de obra, pesagem, impostos e outras coisas ligadas à pimenta, que também foram anotadas do lado esquerdo. Diversas vendas de pimenta, todas ocorridas em março, foram anotadas do lado direito. Depois disso, o contador, tanto quanto indica o livro razão, voltou sua atenção, durante meses, para algum outro lugar. A escrituração por partidas dobradas, no entanto, tem um mandamento (muitas regras, mas um só mandamento), que reza que é preciso fazer o balanço, ainda que desonesto, de todas as contas, reconhecendo em seu fechamento um lucro ou um prejuízo final. Quando o contador da comuna genovesa obedeceu ao mandamento de sua profissão e fez o balanço, no mês de novembro seguinte, ele constatou que as despesas – custo de aquisição, impostos etc.- correspondiam a 2073 libbre e 4 soldi. Ao somar toda a receita obtida com a venda da pimenta, ele

> constatou que a soma ficara 149 libbre e 12 soldi a seguir das despesas. Esse fato teve que ser atestado e registrado, fechando-se o balanço das contas mediante a anotação de um inegável prejuízo de 149 libbre e 12 soldi na parte inferior da coluna da receita, o que foi a única maneira adequada de elevar o total até 2073 libbre e 4 soldi necessários. Se a diferença houvesse aparecido no final da outra coluna, isto é se as 149 libbre e 12 soldi excedentes constituíssem uma receita, esta teria sido um lucro, que o contador também registraria devidamente. (O contador da comuna, aliás, escreveu a soma crucial, 2073 libbre, em algarismos romanos: IILXXIII. O "II" inicial significava dois do que se esperaria encontrar no início de um número dessa magnitude, isto é, milhares). (CROSBY, 1999, p.194-195).

A ideia de lucro e prejuízo nesse exemplo da comercialização de lotes de pimenta são ideias que se associam, mas que se diferenciam. Assim, pensar o movimento do comércio, também significa pensar e contar os dois sentidos de cada um dos vários movimentos comerciais, e, sobretudo, como observado por Crosby (1999, p. 193) elaborar registros, "(...) concisos e exatos", podem ser o elemento textual que cria um contexto adequado para exemplos dos números inteiros.

Observamos a importância da escrituração por partidas dobradas que possibilitou aos comerciantes europeus, elaborar registros claros e exatos, "(...) e, através dela, ao controle da cansativa multiplicidade de detalhes de sua vida econômica. (CROSBY, 1999, p. 195)". Essa "vida econômica" existe com o pensamento e a contagem dos dois sentidos dos movimentos comerciais, comprar e vender, ganhar e perder, receber e entregar, etc., de modo simultâneo e como ocorrem.

Luca Pacioli conhecido como "pai da contabilidade (CROSBY, 1999, p. 197)", orientou os comerciantes sobre "a boa contabilidade", que possibilitava aos comerciantes identificar seus lucros e perdas, como observa Crosby (1999, p. 202) "A boa contabilidade permitia que o comerciante discernisse num só olhar seus lucros e perdas (...)". Pacioli entendia que os comerciantes necessitavam de três livros: o de apontamentos, o diário e o razão, onde nesses livros se buscava verificar as "entradas e saídas", "débitos e créditos", "bem ou mal-sucedido", "ganhar alguma coisa em troca de algo a ser fornecido", o que segundo Prado (2008, p. 112) era pensar, contar e registrar as mãos-duplas das atividades comerciais.

Crosby (1999, p. 205) diz que a "(...) escrituração por partidas dobradas não mudou o mundo, nem foi essencial para o capitalismo (...)', pois os comerciantes que não a utilizaram, também ganharam muito dinheiro, e essa obra não foi uma obra prima como Crosby (1999, p.

205) cita como exemplos o “modelo copernicano de um universo heliocêntrico(...)” e “(...) Galileu com seu telescópio(...)”, mas considera que, essas obras primas nos afetaram menos do que a contabilidade que teve influência forte em nosso modo de pensar.

O comércio não foi o único elemento que possibilitou a Europa na Idade Média a pensar o conceito números inteiros, mas o comerciante com sua necessidade de sobrevivência, como visto em Crosby (1999), e utilizando esse contexto na matemática escolar, possibilita um pensamento fora das estruturas matemáticas. Prado (2008, p. 113) menciona que essa metáfora do comerciante nos permite controlar os vários movimentos contrários, que ocorrem simultaneamente como, por exemplo, a entrada e a saída de mercadorias, de dinheiro, na ordem em que acontece.

Nesse sentido, nesta pesquisa, os elementos textuais para o ensino dos números inteiros para a educação básica, são o pensamento com contrários (LIMA E MOISÉS, 1998) em que se aproximam das situações do comerciante medieval de Crosby (1999). Para Lima e Moisés (1998) o desenvolvimento do conceito número inteiro

> (...) é um desenvolvimento que ocorre no interior do campo da ideia de contagem, geradora do número natural. É a continuidade deste. Porém, o pensamento novo que o número inteiro traz é uma ruptura com o número natural: a contagem de **quantidades contrárias**. (Lima e Moisés, 1998, p. 3). (grifo dos autores).

Lima e Moisés (1998) organizam o desenvolvimento desse campo, para a educação escolar, em três unidades. Unidade I: *Os contrários*, onde desenvolvem “a criação da ideia que elabora o universo como uma unidade de contrários” (p. 3). Unidade II, *Contando quantidades contrárias*, onde desenvolvem a criação da escrita numérica para quantidades contrárias, propondo a transição desses contrários da linguagem das palavras para as linguagem numérica. (p. 3) Unidade III: *O Conjunto Z*, propõem a formalização lógica do Conjunto Z. (p. 3)

Nesta pesquisa, nos basearemos em Lima e Moisés (1998) na Unidade I: *Os contrários*, onde desenvolvem a criação da ideia que elabora o universo como uma unidade de contrários, como um elemento textual. E nos apoiaremos em Prado (2008) para estabelecer as relações necessárias para pensar, contar e registrar os contrários em diversas situações que representam exemplos para esse campo numérico e antecedem a formalização do Conjunto Z.

Acreditamos que esses elementos textuais irão contribuir no ensino dos Números Inteiros, pois são importantes para exemplos desse conceito, e acreditamos que irão possibilitar ao aluno identificar os pares de contrários que compõem os movimentos, como ocorrido com os comerciantes na Idade Média (elementos textuais 1 e 2), permite que seja criada a linguagem das palavras dos contrários (elemento textual 3), criar um registro numérico para indicar a quantidade e a qual contrário essa quantidade se refere (elemento textual 4) e aprender a organizar a escrita com contrários, e escrever os contrários e suas quantidades utilizando os símbolos (+) e (-) (elemento textual 5).

4 Metodologia

Esta pesquisa tem o aspecto qualitativo, pois Bogdan e Biklen (1994, p. 292) consideram que

> (...) a investigação é uma atitude – uma perspectiva que as pessoas tomam face a objetos e atividades. (...) Formulam o objetivo do seu estudo, em forma de hipóteses ou de questões a investigar. (...) os métodos qualitativos baseiam-se na observação, na entrevista aberta e no recurso a documentos. (Bogdan e Biklen,1994, p. 292).

O aspecto da investigação ocorreu ao analisarmos e indicarmos nossas observações sobre a nossa prática enquanto professor/pesquisador, nossas dificuldades no desenvolvimento do ensino dos números inteiros. E, a partir das pesquisas nos livros didáticos, teses e documentos oficiais, identificamos nossas dificuldades no desenvolvimento deste ensino e também a presença dos seus aspectos históricos.

Baseia-se também na análise documental que tem o objetivo de apoiar e colaborar com a formação do professor/pesquisador. Para Pádua (1997, p.62) a pesquisa documental é aquela realizada a partir de documentos contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos (não fraudados) e tem sido largamente utilizada nas Ciências Sociais, na investigação histórica a fim de descrever/comparar fatos sociais, estabelecendo suas características ou tendências; além das fontes primárias, os documentos propriamente ditos, utilizam-se as fontes chamadas secundárias, como dados estatísticos, elaborados por Institutos Especializados e considerados confiáveis para a realização da pesquisa. Gil (1991, p.45) pondera também que “a pesquisa documental vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa”.

Nessa pesquisa iremos propor atividades de ensino baseadas no movimento comercial da idade média descrito por Crosby (1999) no contexto na matemática escolar, onde baseamos essas atividades em Lima e Moisés (1998). Para isso, elaboramos os seguintes Elementos Textuais:

- Elemento textual 1: Pensar com contrários.

Para identificar quais são os movimentos em diferentes situações.

- Elemento textual 2: Identificar os contrários em diferentes situações.

Identificar os pares de contrários que compõem os movimentos em diferentes situações.

- Elemento textual 3: Desenvolver a linguagem das palavras dos contrários.

Com o objetivo de desenvolver a linguagem das palavras dos contrários a partir da simplificação de um registro de comércio.

- Elemento textual 4: Desenvolver a linguagem numérica dos contrários

Com base no elemento textual anterior, propomos uma discussão em grupo para discutir como registrar numericamente os sentidos contrários do movimento.

- Elemento textual 5: Articulação entre a escrita numérica criada pelos alunos com o desenvolvimento histórico da escrita numérica matemática

Organizar a escrita com contrários utilizando os símbolos (+) e (-).

A seguir, proporemos as atividades para o ensino dos números inteiros para a Educação Básica, procurando destacar os elementos textuais considerados em cada etapa.

5 Propostas de atividades de ensino

Nessas atividades, iremos propor a análise de situações similares aos descritos pelos comerciantes na Idade Média por Crosby (1999), no contexto na matemática escolar. Com o objetivo de prover elementos textuais para o ensino do conceito dos números inteiros. Nos baseamos em Lima e Moisés (1998).

Elemento textual 1: Pensar com contrários
(I) Proporemos que os alunos analisem as situações a seguir, e indiquem quais são os movimentos possíveis que podem ocorrer: a) Movimento de um carro numa estrada. Sugestão de resposta: Os movimentos podem ocorrer em dois sentidos, ida e vinda, aceleração e frenagem, ou seja, todas as forças que empurram o carro para frente e todas as forças que empurram o carro para trás, como o atrito do carro com o solo, etc. . b) Movimento de dinheiro num banco. Sugestão de resposta: Os movimentos podem ocorrer em dois sentidos, dinheiro que tenho (depósito) e dinheiro que retirei (débito ou saque), dinheiro que guardo e dinheiro que gasto, etc.. c) Movimento da temperatura numa região. Sugestão de resposta: O movimento pode ser de frio ou de calor, quente e frio, aumento da temperatura e diminuição da temperatura. d) Movimento da água num tanque. Sugestão de resposta: A água pode estar entrando ou saindo do tanque, a água que entra pela torneira e a água que é utilizada e sai pelo ralo, tanque recebendo a água e tanque perdendo água, tanque enchendo e tanque esvaziando.

Elemento textual 2: Identificar os contrários em diferentes situações
(II) Nas situações anteriores, observamos que os movimentos podem ocorrer em dois sentidos contrários, formando pares de contrários que compõem o movimento de cada situação.

Vamos agora, identificar os pares de contrários que compõem os movimentos, a seguir:

a) Movimento em um depósito de arroz.

Sugestão de resposta: entrada e saída de arroz, compra e venda de arroz.

b) Movimento de um elevador

Sugestão de resposta: subida e descida do elevador

c) Movimento no jogo de futebol

Sugestão de resposta: ataque e defesa, fazer gols e sofrer gols.

d) Movimento da temperatura

Sugestão de resposta: calor e frio, aumento e diminuição de temperatura.

e) Movimento de um depósito de refrigerante

Sugestão de resposta: entrada e saída de refrigerante, estocar e vender, compra e venda.

Para Prado (2008, p. 113), a “metáfora do comerciante, não é a metáfora da falta, e sim a metáfora que permite controlar vários movimentos contrários”, entendemos que com as discussões acima, pode ser criada uma nova realidade, onde é necessário pensar com os sentidos contrários dos movimentos, que ocorrem simultaneamente. Será possível aos alunos identificar os pares de contrários que compõem os movimentos, como ocorrido com os comerciantes na Idade Média. Esse novo modo de pensar, ocorre fora da estrutura matemática. Pensar com contrários e identificá-los em situações que podem ser do nosso cotidiano são um elemento textual importante para exemplos dos Números Inteiros, que colabora com uma nova maneira de analisar o mundo em que vivemos.

As atividades, assim propostas, apresentam “números inteiros em diferentes contextos” indicados na BNCC (BRASIL, 2017). Na nossa análise dos livros didáticos do PNLD 2017, não observamos esse tipo de proposta.

Elemento textual 3: Desenvolver a linguagem das palavras dos contrários
Atividade – Dia do João! **Leitura compartilhada do texto**
João tem uma distribuidora de alimentos (J-Distribuidora), vamos acompanhar o seu dia de trabalho, e prestar atenção no que ocorre no seu comércio:
a) “Hoje, às oito horas da manhã, consegui efetuar a venda de trinta quilos de arroz ao dono do Restaurante “Bom Sabor”, o que me rendeu um bom dinheiro. Por causa dessa venda, o meu estoque de arroz ficou zerado, mas às nove horas da manhã me ofereceram quinze quilos de arroz, por um bom preço, e por sorte possuía em caixa, dinheiro suficiente para realizar esta compra. Logo após quinze minutos desta transação, entra no meu estabelecimento uma senhora muito educada de quem compro exatamente vinte quilos de arroz, gastando um pouco do dinheiro que tinha em caixa. Após vinte e dois minutos faço mais uma venda a um jovem que me compra três quilos de arroz.” O movimento da distribuidora de João vai aumentando, até começar a se formar filas no seu balcão. Não será possível continuar com essa forma de registro, ele está perdendo vendas, pois demora muito. Como podemos ajudar o João a organizar o movimento do seu comércio e não perder fregueses? A partir dessa discussão, acreditamos que os alunos irão propor a retirada de informações do texto, de modo análogo a redução nos textos dos comerciantes medievais, indicados por Crosby (1999):
Inicialmente, prevemos que os alunos poderão achar o texto muito difícil, assim, vamos discutir com a classe uma simplificação do texto, retirando as palavras desnecessárias, como por exemplo, “às oito horas da manhã”, assim, retiraremos do texto as indicações dos horários nos quais as transações ocorrem. Pode ser que eles indiquem que podem ser retiradas as referências ao movimento do dinheiro, que não tem as quantidades especificadas, “o que me rendeu um bom dinheiro”. O texto poderia ser reescrito da seguinte maneira: “Efetuei uma venda de trinta quilos de arroz ao dono do Restaurante “Bom Sabor”, o que me rendeu. Por causa dessa venda, o meu estoque de arroz ficou zerado, mas ofereceram-me quinze quilos de arroz, por sorte possuía em caixa. Entrou no meu estabelecimento uma senhora muito educada de quem compro exatamente vinte

quilos de arroz. Um jovem me compra três quilos de arroz.”
Continuando a análise do texto simplificado, podemos discutir com a classe se ainda é possível simplificar mais, o objetivo é que os alunos expressem que as palavras que indicam qualidades, adjetivos e nomes, podem ser retiradas. O novo texto seria: “Efetuei uma venda de trinta quilos de arroz ao dono de um Restaurante. Por causa dessa venda, o meu estoque de arroz ficou zerado, mas ofereceram-me quinze quilos de arroz. Entrou no meu estabelecimento uma senhora, de quem compro exatamente vinte quilos de arroz. Um jovem me compra três quilos de arroz.”
Perguntaremos para os alunos se ainda tem informações desnecessárias, e retiraremos do texto, as palavras que representam lugares e pessoas. “Efetuei uma venda de trinta quilos de arroz. Por causa dessa venda, o meu estoque de arroz ficou zerado, mas ofereceram-me quinze quilos de arroz, que comprei. Comprei também vinte quilos de arroz. Vendi três quilos de arroz.”
A partir desta última simplificação do texto, é possível propor a identificação dos contrários que atuam no movimento do depósito do comerciante João: **Sugestão de resposta**: venda e compra de arroz, entrada e saída de arroz

As etapas da simplificação do texto, permitem seja criada a linguagem das palavras dos contrários. Cada par de contrários, venda e compra ou entrada e saída, indica o sentido que o movimento do comércio do João está ocorrendo.

Elemento textual 4: Desenvolver a linguagem numérica dos contrários
Atividade – como registrar numericamente, sem palavras, o movimento do Dia do João!
(I) Como podemos criar um registro que representa a entrada e saída de arroz, na ordem em que acontecem? Nossa proposta é criar um espaço para que os alunos elaborem um registro em grupo, para ser discutido com a classe. Como até agora não discutimos como registrar numericamente os sentidos contrários do movimento, este é o momento no qual essa discussão ocorrerá.
Possibilidades de registros dos alunos:

30, 15, 20 e 3	***Vendi 30, Comprei 15, Comprei 20, Vendi 3***
30 Venda, 15 Compra, 20 Compra e 3 Venda	***30 saiu, 15 entrou, 20 entrou e 3 saiu***

Os grupos escreverão seus registros na lousa, e a partir desses registros discutiremos com a classe quais tem as seguintes características:

a) Indicam claramente de qual contrário se trata?

Sugestão de respostas: os alunos poderão indicar que o registro "30, 15, 20 e 3" só indica a quantidade, mas não indica se é o contrário compra ou o contrário venda.

b) Qual é a diferença entre os registros que indicam qual é o contrário que está sendo registrado?

Sugestão de respostas: os alunos podem indicar que as palavras que indicam um determinado contrário, por exemplo, o contrário venda/vendi/saiu estão em posições diferentes, pois, em alguns registros estão antes da quantidade e em outros, estão após a quantidade, como por exemplo:

30 Venda;   Vendi 30;   30 saiu

(II) É possível simplificar esses registros, não utilizando nenhuma palavra?

Talvez os grupos façam simplificações como as indicadas a seguir:

30 V, 15 C, 20 C, 3V   ou   V 30, C 15, C 20, V 3   ou   30 s, 15 e 20 e 3 s

Nesta etapa, entendemos que foi criado um registro numérico para indicar a quantidade e a qual contrário essa quantidade se refere. É importante observar que são necessários dois símbolos para registrar os contrários e suas quantidades: o símbolo numérico da quantidade e o símbolo do contrário dessa quantidade.

Elemento textual 5: Articulação entre a escrita numérica criada pelos alunos com o desenvolvimento histórico da escrita numérica matemática

(I) Proporemos a leitura compartilhada com a classe, dos textos a seguir:

> Em 1489, (...) Johann Widman (nasceu aproximadamente em 1460) tinha publicado uma aritmética comercial, (...), o mais antigo livro em que nossos sinais + e – aparecem impressos. Usados inicialmente para indicar excesso e deficiência em medidas, em armazéns, mais tarde tornaram-se símbolos para as operações aritméticas familiares. (Boyer, 1974, p. 205).

Depois que foram inventados pelos comerciantes, os sinais (+) e (-) ficaram durante muitos anos para uso exclusivo nos depósitos e armazéns. Os primeiros matemáticos que começaram a usar esses sinais foram aqueles que lidavam com a matemática comercial. Eles perceberam que, assim como era usado para indicar que faltava arroz em uma saca, o sinal (-) também poderia ser usado para dinheiro em falta, isto é, para dívidas; e, da mesma forma que o sinal (+) era usado para indicar arroz em "excesso" numa saca, poderia também indicar dinheiro que entrava em caixa, isto é, dinheiro "a mais”. (adaptado de LIMA E MOISÉS, 1998, p. 37).

Não foram os matemáticos que criaram os símbolos (+) e (-), foram os comerciantes medievais, os matemáticos aprenderam com eles uma escrita mais simplificada.

Com o passar do tempo, os matemáticos também organizaram a escrita com contrários, a maneira de escrever os contrários e suas quantidades, ficou da seguinte maneira

a) Primeiro, registramos qual é o sentido do contrário, o (+) ou o (-);
b) Em seguida, a sua quantidade numérica.

CONTRÁRIO	**QUANTIDADE**
Venda 30	
Compra 20	
Simplificando	
V 30	
C 20	

Escrita dos matemáticos	
CONTRÁRIO	**QUANTIDADE**
- 30	
+ 20	

(II) Utilizando os símbolos dos matemáticos para os contrários, reescreva os registros da classe:

a) 30 V, 15 C, 20 C, 3 V:______________________________

b) V 30, C 15, C 20, V 3:____________________________

c) 30 s, 15 e 20 e 3 s:____________________________

Nesta etapa, acreditamos que o elemento textual 5 possibilitará ao aluno, da mesma forma que os matemáticos no desenvolvimento da história, aprender a organizar a escrita com contrários, e escrever os contrários e suas quantidades, utilizando os símbolos (+) e (-).

Para Tardif (2002, p. 118), ensinar é, “Concretamente desencadear um programa de interações com um grupo de alunos, a fim de atingir determinados objetivos educativos relativos à aprendizagem de conhecimentos e à socialização”, por isso, nesta pesquisa, acreditamos que os elementos textuais propostos, possibilitarão, ao professor, ensinar exemplos dos Números Inteiros (elemento textual 1 e 2), que facilitará essa interação com os alunos, ressaltado por Tardif (2002).

Também possibilitará a criação de uma linguagem das palavras dos contrários (elemento textual 3), a elaboração de um registro numérico para indicar a quantidade e a qual contrário essa quantidade se refere (elemento textual 4), e por fim, a organização da escrita com contrários, utilizando os símbolos (+) e (-) (elemento textual 5), onde acreditamos que serão alcançados os objetivos educativos.

Entendemos que essas atividades, organizadas nos elementos textuais (1 a 5) contribuíram para o conhecimento do professor/pesquisador, pois em nossas aulas, sobre o conceito dos Números Inteiros, não apresentávamos esse conteúdo da maneira abordada nessa pesquisa, e acreditamos que uma nova forma de ensinar os Números Inteiros, de maneira a expor essas ideias, é um novo modo dos alunos aprenderem, mais adequada à sua faixa etária de 11 e 12 anos, como observado por Shulman (2014)

> Mas a chave para distinguir a base de conhecimento para o ensino está na interseção entre conteúdo e pedagogia, na capacidade do professor para transformar o conhecimento de conteúdo que possui em formas que são pedagogicamente poderosas e, mesmo assim, adaptáveis às variações em habilidade e histórico apresentadas pelos alunos. (SHULMAN, 2014, p. 217).

Essas sugestões de elementos textuais, também contribuíram na nossa formação como docente, pois aprofundamos nosso conhecimento desse conceito para a Matemática Escolar, com um domínio maior desse conceito, nos aproximando do que Tardif (2002) definiu como “professor ideal”

> Em suma, o professor ideal é alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos. (TARDIF, 2002, p. 39).

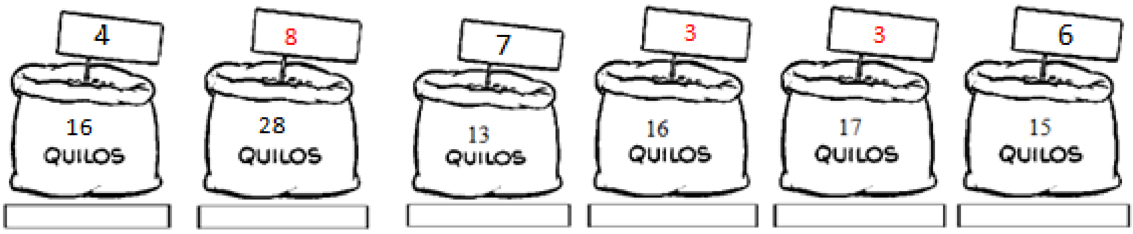
Entendemos que os cinco elementos textuais apresentados nessa pesquisa, preenchem as lacunas dos livros didáticos analisados e atendem as sugestões dos documentos oficiais (Currículo do estado de São Paulo (2012), PCN (1998) e a BNCC (2017)) quanto à inserção da História da Matemática na atividade de ensino.

Acreditamos que estes elementos textuais poderão contribuir para os alunos, pois estes elementos têm como objetivo melhorar a relação entre o conteúdo, o professor e o aluno, de forma que o conteúdo seja compreendido pelo aluno, auxiliando em sua aprendizagem, o que é ressaltado por Shulman (2014, p. 213) quando indica que o professor deve ser "(...) capaz de compreender o conteúdo por si mesmo a se tornar capaz de elucidar o conteúdo de novas maneiras, reorganizá-lo e dividi-lo, envolve-lo em atividades (...)".

Com base nos elementos textuais acima, propomos a seguinte atividade, com o objetivo de generalizar a escrita numérica com contrários:

> João possuía na sua distribuidora seis sacas de arroz de vinte quilos cada. Durante a semana, ele vai retirando e colocando arroz nessas sacas, organizando da seguinte maneira: Os números em preto indicavam a quantidade em falta e os números em vermelho indicavam a quantidade em excesso. Nos desenhos a seguir, nós temos as seis sacas com as respectivas quantidades, sendo que você vai verificar se estão corretas as marcações que João fez para indicar se tirou ou se colocou arroz nas sacas, corrigindo-as quando for necessário:

Figura 18 - Sacas de Arroz



Fonte: LIMA, L. C.; MOISÉS, R. P. (1998). *O número inteiro:* numerando movimentos contrários. São Paulo: CETEAC.

Nós, os autores desta pesquisa que vamos propor essa atividade com os alunos:

Inicialmente, sugerimos discutir com os alunos, de maneira que os alunos indiquem quais sacas João retirou ou colocou arroz, e assim por consequência corrigir os valores que estão errados:

- Sacas de Arroz que foram abastecidas: São as sacas com os valores em vermelho, e a única saca de Arroz com valor errado é a que apresenta 16 quilos e na forma que está representada, indica uma reposição de 3 quilos, quando na verdade, o valor não poderia ter sido anotado em vermelho, mas na cor preta, pois foram retirados 4 quilos.

- Sacas de Arroz que foram retiradas quantidades são as sacas com os valores em preto, e a única saca de Arroz com valor errado é a que apresenta 15 quilos, pois o valor correto para indicar a retirada de Arroz seria o valor de 5 quilos.

Nos itens a seguir, a sugestão é propor aos alunos responder os itens elaborando uma tabela, representando com a escrita numérica dos contrários, os movimentos comerciais.

a) O movimento comercial de uma loja foi o seguinte: vendeu mercadorias no valor de onze mil reais, pagou uma dívida de seis mil reais, vendeu novamente nove mil reais em mercadorias, pagou uma conta em atraso no valor de doze mil reais e vendeu novamente três mil reais em mercadorias.

Tabela 5 - Sugestão de resposta.

Tipos de Movimentos	Entrada	Saída
Valores das Transações	R$ +11000,00	
		R$ -6000,00
	R$ +9000,00	
		R$ -12000,00
	R$ +3000,00	

Fonte: Autoria própria.

Os exercícios “d” e “e” foram retirados do livro Matemática Ideias e Desafios, dos autores Dulce Satiko Onaga e Iracema Mori, 2012, Editora Saraiva:

b) Uma das temperaturas mais baixas já registradas no polo Sul ocorreu em agosto de 1983: aproximadamente 89°C abaixo de zero. Indique essa temperatura usando um número positivo ou negativo.

Solução: Utilizando o símbolo (-), representamos a temperatura da seguinte maneira: - 89°C.

c) O ponto mais alto do Brasil é o pico da Neblina, com 2994 m de altitude. Indique essa altitude usando um número positivo ou negativo.

Solução: Utilizando o símbolo (+), representamos a altitude da seguinte maneira: + 2994m.

O exercício f foi retirado do livro Matemática nos dias de hoje - na medida certa, dos autores Marília Centurión e José Jakubovic, 2015, Editora Leya.

Os próximos exercícios, têm como objetivo, o cálculo das situações dos movimentos com sentidos contrários:

1) (Adaptado de Lima e Moises (1998, p. 38 a 46)). O movimento de caixa de um comerciante foi o seguinte: vendeu 8 reais em mercadoras, pagou uma dívida de 3 reais, vendeu mercadorias no valor de 2 reais e comprou mercadorias no valor de 5 reais. Qual é o movimento de dinheiro do comerciante, no final do dia?

Sugestão de resposta:

Vendeu 8 , Pagou 3 , Vendeu 2 , Comprou 5

Observamos que, se o comerciante "comprou 5" significa que esse valor saiu do caixa para pagar ao fornecedor, portanto significa dinheiro que saiu do seu caixa.

Escrevendo o movimento do dinheiro em caixa, na linguagem matemática:

Vendeu 8 , Pagou 3 , Vendeu 2 , Comprou 5

$$+8\ -3\ +2\ -5$$

$$\underbrace{+8\ -3}\ +2\ -5$$

$$\underbrace{\mathbf{+5}\quad +2}\ -5$$

$$\underbrace{\mathbf{+7}\quad -5}_{+2}$$

Resposta: o movimento do dinheiro, foi de entrada, positivo: +2.

2) O senhor Dis Traído tinha R$ 350,00 no banco e deu dois cheques, cada um de R$ 200,00. O senhor Gastão tinha a mesma quantia no banco, e deu dois cheques, cada um de R$ 175,00. O senhor Dis Traído ficou com saldo positivo, negativo ou nulo? E o senhor Gastão? Indique esses dois saldos.

Solução:

Primeiro, iremos registrar o movimento da conta do senhor Dis Traído, depois registraremos em linguagem matemática:

a) Tinha 350; deu 200; deu 200; - anotando, na ordem em que os movimentos acontecem;

b) Em linguagem matemática: + 350 – 200 -200

Segundo, iremos registrar o movimento do Senhor Gastão, na ordem que acontece:

a) Tinha 350; deu 175; deu 175

b) Em linguagem matemática: + 350 – 175 - 175

Agora vamos fazer o cálculo de cada conta:

Senhor Dis Traído	Senhor Gastão
$\underbrace{+350-200}-200$	$\underbrace{+350-175}-175$
$\underbrace{+150-200}$	$\underbrace{+175\ \ -175}$
-50	0

Resposta: O senhor Dis Traído ficou com uma dívida de – 50 reais e o Senhor Gastão, ficou com zero, isto é, não ficou com dívida, mas também não ficou com dinheiro no banco.

3) Resolva as expressões dos seguintes movimentos:

a) - 4 +3

Solução:

$$\underbrace{-4+3}$$

$$-1$$

b) +2 – 1 -3

Solução:

$$\underbrace{+2-1}-3$$

$$\underbrace{+1-3}$$

$$-2$$

c) +5 -3 +4 +10

Solução:

$$\underbrace{+5 -3} +4 +10$$

$$\underbrace{+2 +4} +10$$

$$\underbrace{+6 +10}$$

$$+16$$

d) +6 -2 +1 +8 -3

Solução:

$$\underbrace{+6 -2} +1 +8 -3$$

$$\underbrace{+4 +1} +8 -3$$

$$\underbrace{+5 +8} -3$$

$$\underbrace{+13 -3}$$

$$+10$$

e) +5 -6 +2 -4 +10 +7

Solução:

$$\underbrace{+ 5 -6} +2 -4 +10 +7$$

$$\underbrace{-1 +2} -4 +10 +7$$

$$\underbrace{+1 -4} +10 +7$$

$$\underbrace{-3 +10} +7$$

$$\underbrace{+7 +7}$$

$$+14$$

f) -7 -1 +3 -6 +9 -8 +2

Solução:

-7 -1 +3 -6 +9 -8 +2

-8 +3 -6 +9 -8 +2

-5 -6 +9 -8 +2

-11 +9 -8 +2

-2 -8 +2

-10 +2

-8

g) -6 -2 +1 -8 +4 -5 +2 -10

Solução:

-6 -2 +1 -8 +4 -5 +2 -10

-8 +1 -8 +4 -5 +2 -10

-7 -8 +4 -5 +2 -10

-15 +4 -5 +2 -10

-11 -5 +2 -10

-16 +2 -10

-14 - 10

-24.

h) -3 -4 +9 -1 +8 +2 -5 +6 -7

Solução:

$$\underbrace{-3 -4}\ +9 -1 +8 +2 -5 +6 -7$$

$$\underbrace{-7 +9}\ -1 +8 +2 -5 +6 -7$$

$$\underbrace{+2 -1}\ +8 +2 -5 +6 -7$$

$$\underbrace{+1 +8}\ +2 -5 +6 -7$$

$$\underbrace{+9 +2}\ -5 +6 -7$$

$$\underbrace{+11 -5}\ +6 -7$$

$$\underbrace{+6 +6}\ -7$$

$$\underbrace{+12 -7}$$

$$+5$$

Como indicado anteriormente, ao analisar a prática docente deste pesquisador que também é professor, se fez necessário buscar alternativas que possam auxiliar para a melhoria das aulas. Acreditamos que essas atividades de ensino propostas, podem ser uma dessas alternativas, objetivando auxiliar o professor no processo de ensino.

Para desenvolver essas atividades em sala de aula, o saber envolvido é o Saber Curricular, pois de acordo com Cardoso et al (2012) diz que para Tardif (2002) esses saberes "Apresentam-se, concretamente, sob a forma de programas escolares (objetivos, conteúdos, métodos) que os professores devem aprender e aplicar (...)".

Assim temos que as atividades de ensino apresentadas nessa pesquisa são as formas de programas escolares de Tardif (2002), onde os professores poderão utilizar como um auxílio no ensino desse conjunto, e acreditamos ser uma forma diferente da tradicional e também um complemento aos livros didáticos.

6 Considerações Finais

Esta pesquisa foi elaborada para responder as dúvidas e questionamentos que surgiram em nossa trajetória profissional docente, onde procuramos identificar nossas dificuldades, como professor, em explicar o conceito dos números inteiros aos alunos da Educação Básica.

Para responder a nossa questão, ***Quais elementos devem conter uma atividade para o ensino dos números inteiros de modo a propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos?***, e a nossa primeira subquestão: *Como, enquanto professor/pesquisador, posso entender minha formação*?, observarmos e entendermos que o professor tem o desafio de propor novas formas de aprendizado, e compreendermos que é necessário nos aprofundarmos, pois o professor tem um "saber plural", saber que é formado por vários saberes necessários a sua prática profissional.

Para responder a nossa segunda subquestão, *Quais são os elementos textuais necessários para o desenvolvimento das ideias iniciais dos números inteiros?,* procuramos identificar exemplos para o entendimento dos números inteiros nos documentos oficiais e materiais didáticos presentes nas escolas públicas. E observamos que a utilização de contextos históricos no ensino de Números Inteiros pode ser considerada um dos elementos textuais para a atividade de ensino, pois, assim como nos possibilitou, enquanto professor/pesquisador a descoberta de um novo modo de pensar determinado conceito, poderá também possibilitar aos alunos a mesma descoberta.

Ao tentar responder a nossa terceira subquestão, *Como o modo de pensar os contrários dos comerciantes da Idade Média contribui para o ensino dos números negativos?,* observamos que nos documentos oficiais da escola básica a ideia de utilizar a História está presente, mas nos livros didáticos entendemos que apresentaram lacunas em suas propostas.

Na faixa etária dos nossos alunos, 11 e 12 anos de idade, há a necessidade de apoios que facilitem a eles atribuírem significado aos símbolos (+) e (-) que precedem as quantidades numéricas. Acreditamos que a trajetória do comerciante medieval apóia esse entendimento, pois o comércio foi um dos elementos que contribuíram para que a Europa na Idade Média aprendesse a pensar com contrários. A utilização desse contexto na Matemática Escolar, possibilita um pensamento fora das estruturas matemáticas, e seu registro sendo relacionado com a ação dos comerciantes, poderá contribuir para pensar, contar e registrar números inteiros.

Assim, os elementos textuais para o ensino dos números inteiros, *Elemento textual 1*: Pensar com contrários, são o pensamento com contrários (LIMA E MOISÉS, 1998) que se aproximam das situações do comerciante medieval *Elemento textual 2*: Identificar os contrários em diferentes situações, *Elemento textual 3*: Desenvolver a linguagem das palavras dos contrários, *Elemento textual 4*: Desenvolver a linguagem numérica dos contrários, *Elemento textual 5*: Articulação entre a escrita numérica criada pelos alunos com o desenvolvimento histórico da escrita numérica matemática, propostos nesta pesquisa, contribuíram para a nossa compreensão, enquanto professor/pesquisador, sobre esse campo e de como podem ser organizadas as suas etapas, que preenchem as lacunas que observávamos nos livros didáticos.

Portanto julgamos que obtivemos resposta da questão de pesquisa quando conseguimos propor uma nova forma de ensinar o conjunto dos Números Inteiros que auxiliará o professor em sala de aula. Uma forma que se diferencia do que é apresentado nos livros didáticos analisados nessa pesquisa, rompendo com o ensino baseado em exemplos do cotidiano, onde acreditamos que poderá resultar em uma melhoria no ensino. No desenvolvimento dessa pesquisa, este professor/pesquisador obteve uma maior compreensão do conceito dos Números Inteiros e o acréscimo de mais uma forma de ensino que possibilitará uma melhoria para a carreira docente.

Esta pesquisa não abrange todo o Conjunto dos Números Inteiros, apenas as atividades para o ensino dos aspectos introdutórios desse campo, o das ideias iniciais até o registro matemático. Novos estudos poderão completar algumas lacunas deixadas pela pesquisa como, por exemplo, trabalhar operações envolvendo os Números Inteiros, esse conjunto numérico na reta numérica, entre outros conteúdos.

Referências

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. Praticando Matemática 7° ano. São Paulo: Editora Brasil, 2015. 415 p.

BIANCHINI, E. : Matemática Bianchini 7° ano. São Paulo: Editora Moderna, 2015. 336 p.

BOGDAN, R., BIKLEN, S. (1994). **Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto Editora.

BRASIL (pais) (2016). *Programa Nacional Livro Didático*. Brasília: MEC. Consultado http://portal.mec.gov.br/pnld/apresentacao. Acessado em 12/09/17

BRASIL, Ministério da Educação. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

CARDOSO, A. A.; PINO, M. A. B. D.; DORNELES, C. L.; **Os Saberes Profissionais dos Professores na Perspectiva de Tardif e Gauhier: Contribuições para o Campo de Pesquisa sobre os Saberes Docentes no Brasil.**; Caxias do Sul, 2012. IX Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. : Matemática na medida certa 7° ano. São Paulo: Editora Leya, 2015. 368 p.

CROSBY, A. **A mensuração da realidade: a quantificação e a sociedade ocidental 1250-1600**. São Paulo, SP: Ed. UNESP, 1999. 229 p.

GARGARELLA, Bruna Camila; RODRIGUES, Esther de Almeida Prado. Os elementos textuais para o pensamento com contrários no ensino dos números inteiros. **Anais.** Araraquara: [s.n.], 2018. Disponível em:https://arq.ifsp.edu.br/eventos/index.php/semated/22/paper/viewFile/201/120. Acessado em 18/07/2018.

GIL, Antônio Carlos. (1991). Como elaborar projetos de pesquisa. 3. ed. São Paulo: Atlas.

GLAESER, G. *Epistemologia dos números relativos*: *uma reflexão necessária e atual para a sala de aula de matemática*. Boletim do Gepem-Grupo de estudos e pesquisas em educação matemática, nº 17, 1981.

LIMA, L. C.; MOISÉS, R. P. (1998). *O número inteiro:* numerando movimentos contrários. São Paulo: CETEAC.

MARCO, F. F. Atividade orientadora de ensino de matemática na formação inicial de professores. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.15, n.2, p. 317-336, 2013.

OBRA COLETIVA.: Projeto Araribá Matemática 7° ano. São Paulo: Editora Moderna, 2014. 408 p.

ONAGA, D.; MORI, I.: Matemática Ideias e Desafios 7° ano. São Paulo: Editora Saraiva, 2012. 368 p.

PÁDUA, Elisabete Matallo Marchezine de. (1997). Metodologia da pesquisa: abordagem teóricoprática. 2. ed. Campinas: Papiros.

PRADO, E. P. A. (2008) Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em Matemática. *Tese Doutorado*. UNICAMP. SP. Consultado http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000439869.

RODRIGUES, E. A. P.; GARGARELLA, B. C. e UTSUMI, M. C. Formas de negatividade dos números inteiros nos livros didáticos brasileiros. VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS. 2017 Madrid. ISBN 978-84-945722-3-4. Disponível em http://cibem.org/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_CB401-500.pdf. Acessado em 20/07/2018.

SÃO PAULO (estado) Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. (2012). *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática. Ensino Fundamental: Ciclo II e Ensino Médio*. São Paulo, SP. Disponível em: http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/783.pdf.

SCHMITT, TÂNIA. Vermelhos e Azuis – Trabalhando com Números Inteiros e Expressões Lineares. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 1., 2004, Recife. Pernambuco: Universidade Federal de Pernambuco 2004. p. 1-19.

SHULMAN, LEE S. "Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform", a Harvard Educational Review, v. 57, n. 1, p. 1-22, primavera 1987 (Copyright by the President and Fellows of Harvard College). Traduzido e publicado com autorização. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano. Disponível em http://www.uepg.br/formped/disciplinas/OrganizacaoTrabalho/Texto%202%20Shulman.pdf. Acessado em 08/10/2018.

SOUZA, J.; PATARO, P.: Vontade de Saber 7° ano. São Paulo: FTD, 2015. 448 p.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2012. 325 p.