

Joyce Martins de Castro dos Santos

Uma análise das classificações de atividades matemáticas segundo as demandas cognitivas

Rio de Janeiro

2018

Joyce Martins de Castro dos Santos

**Uma análise das classificações de atividades matemáticas
segundo as demandas cognitivas**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Programa de Pós-graduação em Matemática
PROFMAT da UNIRIO, como requisito
para a obtenção do grau de MESTRE em
Matemática.

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro-UNIRIO

Escola de Matemática

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT

Orientador: Fábio Luiz Borges Simas

Rio de Janeiro

2018

Joyce Martins de Castro dos Santos

Uma análise das classificações de atividades matemáticas segundo as demandas cognitivas/ Joyce Martins de Castro dos Santos. – Rio de Janeiro, 2018-

91 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Fábio Luiz Borges Simas

Trabalho de conclusão de curso – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro-UNIRIO

Escola de Matemática

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, 2018.

1. Níveis cognitivos. 2. Demandas cognitivas. 3. Atividades. 4. Matemática. 5. Educação. 6. Formação de Professor. 7. Stein. 8. Nicely. 9. Livro Didático. 10. Classificação de Atividades. 11. Exercícios. 12. Exercícios de Matemática. I. Fábio Simas. II. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. III. Escola de Matemática. IV. Uma análise das classificações de atividades matemáticas segundo as demandas cognitivas: seleção, criação e implementação de tarefas.

Joyce Martins de Castro dos Santos

Uma análise das classificações de atividades matemáticas segundo as demandas cognitivas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Trabalho aprovado. Rio de Janeiro, 12 de novembro de 2018:

Fábio Luiz Borges Simas
Orientador

Professor
Gladson Octaviano Antunes (UNIRIO)

Professora
Letícia Guimarães Rangel (UFRJ)

Rio de Janeiro
2018

*À Deus com sua mente brilhante idealizadora de tudo
e infinita bondade além da compreensão humana
À Anna, “minha” contribuição mais relevante para o mundo*

Agradecimentos

Agradeço à Deus por colocar pessoas tão essenciais na minha vida, a soma delas contribuiu para a obtenção deste título e todo o conhecimento que adquiri em busca dele.

À pessoa extraordinária que é o Allan, meu amor, que efetivamente com imensa sensibilidade me amparou dando suporte estrutural, emocional e espiritual. Cuidou e cuida da nossa família de forma impecável.

À minha filha, que me ensinou a ser uma pessoa muito melhor através do seu jeito singular de existir. Me colocou lentes em vistas embaçadas, em olhos que não conseguiam enxergar a felicidade nas coisas simples, agora eu vejo! Jamais conseguiria sem ela.

Aos meus pais Rose(em memória) e Sérgio, que fizeram o melhor que puderam, hoje eu entendo e sou grata. Aos meus irmãos Julio, Thaianne, Renata e Mariana(prima-irmã), que contribuíram de forma única. Meu muito obrigada.

Ao meu amigo Daniel(em memória), uma pessoa insubstituível, parte indissociável da minha história.

Ao Prof^o Dr. Fabio Simas que foi um orientador exigente mas ao mesmo tempo humano. Que acreditou na minha capacidade em momentos que nem eu sabia que a tinha. Sem ele nada disso teria sido possível. Devo a ele tudo isso.

À todos os professores do ensino básico, em especial a Prof^o Clair que me alfabetizou.

Aos professores da Universidade Federal Fluminense por proporcionar uma formação sólida e de excelência. Ao Prof^o Dr. Jorge Bria que foi meu orientador durante 4 anos no departamento de Geometria - UFF e me iniciou no ambiente acadêmico a partir das bolsas de monitoria. Ao Prof^o Dr. Victor Hugo Gouvêa do departamento de Estatística - UFF me fez praticar pesquisa acadêmica e desejar pela primeira vez a cursar o Mestrado. À Prof^o Dra. Iolanda Oliveira, que me moldou e mudou minha vida para sempre graças ao Programa de Educação sobre o Negro na Sociedade Brasileira - Faculdade de Educação(PENESB- UFF) no qual participei de muitas pesquisas, seminários, intercâmbios e publicações.

Aos meus amigos de graduação em Matemática da Universidade Federal Fluminense(UFF) que até hoje fazem parte da minha vida, vivemos coisas incríveis.

Aos valiosos professores do Mestrado PROFMAT na Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro-UniRio que me desafiaram e inspiraram com sua excelência no ensino.

Aos meus companheiros do Mestrado, muitos dias compartilhados entre estudos, amizade e incentivos.

Aos meus colegas profissão, professores que ainda resistem!

Aos meus irmãos de caminhada e em especial Pr. Rogério e Pra. Andrea Lial, que são como bússula, nos norteando pelo caminho de volta para casa. E também amigos-irmãos Osias, Luciana e João que minha família admira e ama tanto.

Aos meus alunos, razão de tudo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos de Mestrado.



Organização



Organização



Realização



Financiamento

Para quem errou, mãos estendidas
Para quem fracassou, incentivos
Para quem está fraco, força
Para quem tem medo, coragem
Para quem condena, espelhos
Andréa Lial

Resumo

O trabalho aqui apresentado “**Uma análise das classificações de atividades matemáticas segundo as demandas cognitivas**” que foi desenvolvido no âmbito do *Projeto Livro Aberto de Matemática, uma iniciativa da OBMEP/IMPA, realizado pela Associação Livro Aberto, financiado pela Fundação Itaú Social*, e discute as classificações de atividades de matemática em termos do tipo e nível da cognição demandada dos estudantes para se realizar as tarefas. Dois especialistas foram estudados mais profundamente: Robert Nicely, nos artigos Higher-order thinking skill in mathematics textbook (Habilidades cognitivas de alto nível em livros de matemática) e The analysis of mathematics instructional materials: concepts, procedures and result (Análise de materiais didáticos de matemática: conceito, procedimentos e resultados) e Mary Stein no livro Título Original: Implementing Standards-based Mathematics Instruction : A Casebook for professional development (Implementando o ensino de matemática baseado no currículo: estudos de caso para o desenvolvimento profissional) e no artigo Título Original: Selecting and creating mathematical task: From research to practice (Selecionando e criando tarefas matemáticas: Pesquisa e prática). O referencial teórico é resumido nos dois primeiros capítulos. Em seguida, são apresentadas as percepções da autora e de seu orientador no exercício de classificar atividades do livro de Frações no Ensino Fundamental, da OBMEP/IMPA, para identificar o nível de concordância dos dois autores, utilizando os métodos estudados. Finalmente relatamos os resultados da experiência na capacitação, onde o público-alvo foram professores e estudantes de licenciatura. A vivência de classificar atividades matemáticas, em termos das demandas cognitivas, e a realização de um teste aplicado aos participantes, possibilitou avaliar a sensibilidade das metodologias abordadas. Esse é provavelmente o primeiro material em língua portuguesa a cerca deste tema. O conhecimento dessas classificações traz reflexões que podem auxiliar os professores que lecionam Matemática na escolha e na elaboração de materiais didáticos com atividades comprometidas com os objetivos de aprendizagem pretendidos.

Palavras-chave: Níveis cognitivos, Demandas cognitivas, Stein, Nicely, Classificação de Atividades

Abstract

The paper presented here "**An analysis of the classifications of mathematical activities according to the cognitive demands**" that was developed in the scope of the Open Book of Mathematics Project, an OBMEP / IMPA initiative, carried out by the Open Book Association, financed by Fundação Itaú Social, and discusses the classifications of math activities in terms of the type and level of students' cognition required to perform the tasks. Two experts were studied more deeply: Robert Nicely, in the articles Higher-order thinking skill in mathematics textbook and The analysis of mathematics instructional materials: concepts, procedures and result and Mary Stein in the book Original Title: Implementing Standards-based Mathematics Instruction: A Casebook for professional Selecting and creating mathematical task: From research to practice. The theoretical framework is summarized in the first two chapters. Next, the perceptions of the author and her supervisor are presented in the exercise of classifying activities of the Fractions in Elementary School, OBMEP / IMPA, to identify the level of agreement between the two authors, using the methods studied. Finally we report the results of the training experience, where the target audience were undergraduate teachers and students. The experience of classifying mathematical activities, in terms of cognitive demands, and the performance of a test applied to the participants, made it possible to evaluate the sensitivity of the methodologies addressed. This is probably the first material in Portuguese about this theme. The knowledge of these classifications brings reflections that can help the teachers who teach Mathematics in the choice and the elaboration of didactic materials with activities committed to the intended learning objectives.

Keywords: Cognitive levels, Cognitive demands, Stein, Nicely, Classification of activities

Sumário

	Introdução	17
1	DEMANDA COGNITIVA: SELEÇÃO E CRIAÇÃO DE ATIVIDADES DO PROJETO QUASAR	21
1.1	Níveis de exigências cognitiva	22
1.2	Exemplos de tarefas e suas classificações	23
1.3	Influência da implementação da atividade em sala	26
2	TIPOS DE DEMANDA COGNITIVA EM ATIVIDADES SEGUNDO ROBERT NICELY	31
2.1	Características analisadas em livros didáticos por Nicely	33
2.2	Teste de sensibilidade da classificação em níveis cognitivos	36
2.3	Análises de livros didáticos em termos de níveis cognitivos	37
3	UMA BREVE ANÁLISE DAS ATIVIDADES DE UM MATERIAL DIDÁTICO	45
3.1	Distribuição das classificações nas lições 1 e 3	46
3.2	Análise das tarefas	48
3.2.1	Atividade 6 - Lição 1 : uma exceção importante	48
3.2.2	Atividade 8 - Lição 1: diversidade em um exemplo	51
3.2.3	Atividade 10 - Lição 3: pluralidade em um só exemplo	52
4	TREINAMENTO, PRÁTICA E ANÁLISE DE DADOS	57
4.1	Algumas análises de resultados.	58
4.1.1	Perfil do Participante	58
4.1.2	Análise das classificações realizadas pelos participantes	58
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
	APÊNDICE A – CARACTERÍSTICAS DOS NÍVEIS DE EXIGÊNCIA COGNITIVA SEGUNDO NICELY	67
	APÊNDICE B – CARACTERÍSTICAS DAS DEMANDAS COGNITIVAS SEGUNDO STEIN	71
	APÊNDICE C – FICHA DE EXERCÍCIOS PARA CLASSIFICAÇÃO (MATERIAL DO PÚBLICO ALVO)	75

APÊNDICE D – DADOS SOBRE O PERFIL DO PARTICIPANTE	81
ANEXO A – GUIA DE ANÁLISE DE TAREFAS	85
Lista de tabelas	86
Lista de ilustrações	86
REFERÊNCIAS	89

Introdução

Atividades desempenham um papel central tanto no ensino quanto no aprendizado da Matemática. A principal fonte dessas atividades é o livro didático. Diversos professores admitem que usam as atividades como parâmetro para a escolha do “livro texto” a ser usado com sua turma ([Cassab and Martins, 2003], p. 11).

Dentre as oito competências de Matemática para o Ensino Fundamental listadas na versão final da Base Nacional Comum Curricular ([BNCC, 2018] p. 265), acreditamos ser importante identificar as atividades com alta demanda cognitiva¹, que porque elas têm o potencial de desenvolver algumas das competências específicas deste período de escolaridade. Nestas competências pode-se identificar características típicas de atividades com alta demanda cognitiva: uso de múltiplas representações, investigação, exigência de justificativas, etc.

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis

¹ Entendemos como atividades de alta demanda cognitiva aquelas que alcançam um tipo de pensamento no qual atingem, determinados patamares de aquisição de conhecimento e objetivos cognitivos

e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

(...)

Uma maneira de se examinar a natureza das oportunidades que os estudantes têm de se envolver em diferentes tipos de pensamentos matemáticos é examinar as tarefas que figuram nos livros textos frequentemente utilizados nas salas de aulas. (Cf., [Barcelos Amaral, 2017], p. 2 tradução nossa).

Alguns autores tratam sobre a classificação de atividades, em variados aspectos e ênfase, como *Doyle* em [Doyle and Carter, 1984] e [Doyle, 1988], o *Friedman* em [Friedman, 1976], e *Engelder* em [Engelder, 1991], também o *Nicely* em [Nicely et al., 1984] e [Nicely, 1985], e ainda *Stein* em [Stein et al., 1996], [Stein, 1998] e [Stein, 2000]. Alguns deles inspirados na *Taxonomia de Bloom* em [Bloom Benjamin and Krathwohl, 1956], Bloom trouxe conceitos e definições sobre níveis de domínio cognitivo e categorizações, consideradas até hoje relevantes.

Esta dissertação busca discutir e propor uma reflexão sobre níveis cognitivos de atividades para professores em atuação e formadores de professores de matemática (que pode também ser implementado em outras disciplinas). Essa discussão chega como instrumento para a *escolha do livro didático*, para a seleção das atividades, criação de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Também para que se leve em consideração o *design* instrucional que se pretende, visto que, em geral, uma atividade com demanda cognitiva mais elevada toma mais tempo para ser resolvida e, eventualmente, leva a um debate na sala de aula, enquanto que as atividades de baixa demanda cognitiva costumam ser resolvidos às dezenas em cada bateria sem muita reflexão.

Este trabalho reúne e analisa publicações que sugerem dois métodos para classificar atividades em níveis cognitivos (Cf. capítulo 2 e capítulo 1). O primeiro trabalho (Cf., [Nicely, 1985]), de Robert Nicely, apresenta uma tabela com 27 verbos definindo 9 níveis de demandas cognitivas e um nível adicional com 2 verbos e uma sentença resumidos na tabela 1).

A outra publicação, de Mary Stein, classifica as atividades em níveis alto e baixo de demanda cognitiva e subdivide cada uma delas em outras duas classes cada, sintetizados na tabela 2.

A implementação de atividades com alta demanda cognitiva, em sala de aula, de modo a promover o envolvimento dos estudantes é um fator a ser considerado, além de ser

Níveis	Verbos
0	Sem tarefa; Observar; Ler
1	Revisão; Reconhecer; Repetir; Copiar (Imitar ou Reproduzir)
2	Iterar (Fazer novamente ou Repetir)
3	Comparar; Substituir
4	Categorizar (Classificar ou Agrupar); Ilustrar (Exemplificar)
5	Aplicar; Relacionar; Converter (Traduzir); Simbolizar; Resumir (Abstrair); Descrever
6	Justificar (Respaldar); Explicar (Interpretar); Analisar
7	Criar Hipótese (Teorizar); Sintetizar (Organizar ou Estruturar); Generalizar (Induzir); Deduzir
8	Provar; Resolver; Testar (Criar experimento); Projetar
9	Avaliar; Calcular

Tabela 1 – Níveis Cognitivos e Códigos - Nicely, [Nicely, 1985].

	Baixa	Alta
Níveis de demanda cognitiva	Memorização	Procedimento conectado ao entendimento, conceito ou significado
	Procedimento sem conexão com o entendimento, conceito ou significado	Fazer Matemática

Tabela 2 – Níveis de demanda cognitiva segundo Stein, [Stein et al., 1996]

outro tema de pesquisa (ver [Stein, 2000] parte II, p. 24). Contudo, esta dissertação se concentra nos aspectos do currículo *potencialmente implementado* a partir do livro texto (ver [Valverde et al., 2002] p. 7-9 para os níveis do currículo).

Também foram classificadas em níveis cognitivos as atividades de dois capítulos do livro *Frações no Ensino Fundamental (volume 1)*, [Bortolossi et al., 2016]. Esta classificação foi realizada em separado pela autora e por seu orientador, os resultados foram comparados e após um processo argumentação buscou-se chegar a um consenso (isto foi possível em 97,2% das classificações). No capítulo 3 estão alguns relatos desta experiência.

Apresentam-se a metodologia, perfil e os resultados de um teste de sensibilidade, este realizado pela autora após o treinamento de 36 pessoas (em sua maioria professores formados ou estudantes de licenciatura). Os materiais utilizados neste treinamento continham uma ficha com exemplos e definições, questionário-perfil e questões a serem classificadas. Esse processo e análise de resultados compõem o capítulo 4.

Esta dissertação foi produzida no contexto do Livro Aberto de Matemática, uma realização da OBMEP/IMPA, financiado pela Fundação Itaú Social.

—

1 Demanda cognitiva: Seleção e criação de atividades do Projeto QUASAR

Neste capítulo discutimos os níveis cognitivos das atividades em Matemática do ponto de vista da equipe do Projeto Quasar do Centro de Pesquisa e Desenvolvimento sobre o Aprendizado da Universidade de Pittsburgh, nos EUA. Estudamos o livro *Implementando o ensino de matemática baseado no currículo: estudos de caso para o desenvolvimento profissional* [Stein, 2000]¹ e no artigo *Selecionando e criando tarefas matemáticas: Pesquisa e prática* [Stein, 1998]².

Baseado nos textos citados, no qual foram produzidos a partir do Projeto Quasar, demanda cognitiva significa o tipo e o nível de pensamento exigido do estudante para se envolver e resolver de modo bem sucedido uma tarefa. Eles argumentam que o tipo e nível do pensamento com o qual envolvemos os estudantes para promover oportunidade de aprender está mais relacionado com o aprendizado do que a disposição dos estudantes em grupos, o uso de tecnologia ou materiais manipuláveis (ver [Stein, 2000] p. 11).

Os níveis cognitivos de uma atividade são divididos por Stein apenas em baixo e alto, o nível baixo é subdividido em *Memorização* e *Procedimento sem conexão com entendimento, significado ou conceito* e o nível alto é subdividido em *Procedimento com conexão com entendimento, significado ou conceito* e *Fazendo matemática*. Estes níveis serão detalhados na seção 1.1.

As demandas cognitivas em uma atividade variam de acordo com o contexto escolar, o conhecimento prévio do estudante, idade, ano de escolaridade, estrutura curricular entre outras. Por exemplo, uma atividade que surge como pequena variação de outra que apareceu resolvida no texto, pode deixar de ser classificada como *fazendo matemática* e passar a ser apenas um *procedimento com ou sem conexão com o conceito* em questão. O Projeto Quasar buscou melhorar o ensino de matemática para estudantes do segundo ciclo do Ensino Fundamental estadunidense em localidades de vulnerabilidade social focando no pensamento, reflexão, resolução de problemas e na comunicação de ideias matemáticas, de 1990 a 1995, os níveis cognitivos das tarefas matemáticas considerando três aspectos:

- (i) Como as atividades aparecem no currículo, no material didático (livros, apostilas, etc.) ou como foi criada pelo professor.
- (ii) Como as atividades são configuradas ou anunciadas pelo professor em sala de aula,

¹ Título Original: Implementing Standards-based Mathematics Instruction : A Casebook for professional development.

² Título Original: Selecting and creating mathematical task: From research to practice.

ou seja, o professor altera propositalmente (ou não) a tarefa.

- (iii) Como são realizadas ou desenvolvidas pelos estudantes, isto é, a implementação de fato, das tarefas.

O livro *Implementando o ensino da Matemática baseado no currículo*, citado anteriormente, é dividido em duas partes, na primeira os autores consideram a classificação de atividades em níveis cognitivos do modo como elas aparecem no texto, isto é, concentram-se no aspecto (i). Na segunda parte do livro, o segundo (ii) e terceiro (iii) aspecto do quadro de tarefas (figura 1). Este capítulo discute aquela primeira parte, sobre como as atividades aparecem no material didático na seção 1.2 e alguns aspectos sobre a implementação na seção 1.3.

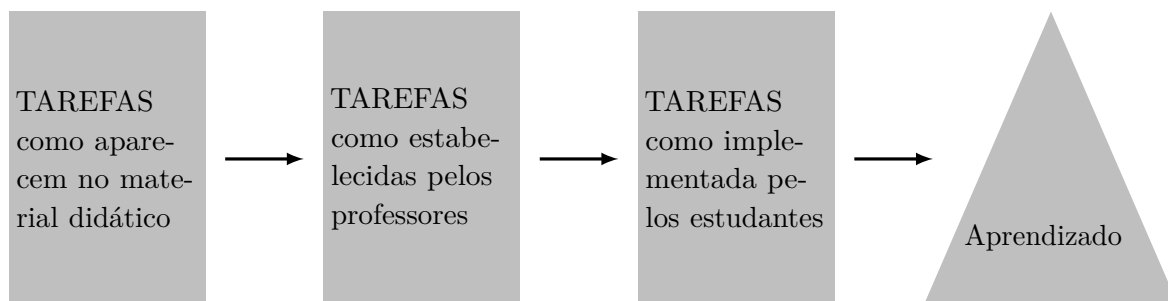


Figura 1 – Quadro de tarefas

1.1 Níveis de exigências cognitiva

O conceito de *cognição* está relacionados ao aprender, dominar um conhecimento. Envolve a aquisição de um novo conhecimento, do desenvolvimento intelectual, de habilidade e de atitudes. Inclui reconhecimento de fatos específicos, procedimentos padrões e conceitos que estimulam o desenvolvimento intelectual constantemente (ver [Ferraz and Belhot, 2010] p. 422).

Os organizadores do Projeto Quasar esclarecem que

por exigências cognitivas, queremos dizer o tipo e o nível de pensamento exigido dos alunos a fim de se envolver com sucesso e resolver a tarefa. ([Stein, 2000] p. 11 tradução nossa)

As atividades com alta demanda cognitiva possuem características como uso de múltiplas representações ou representações diferentes das convencionais para o estudante, solução em mais de um passo, relaciona conceitos diferentes, o modo de resolução não é explícito nem algorítmico ou envolve algoritmo que possua conexão com significado ou entendimento de conceito ou ideia matemática nova para o estudante, possui contexto

relevante para o desenvolvimento da atividade, não requer mera repetição de fatos vistos anteriormente. São estas características que trazem o contexto à classificação das atividades uma vez que elas dependem das experiências prévias dos estudantes, como os exercícios por eles resolvidos ou os exemplos apresentados pelo professor.

Embora o uso de faculdades cognitivas esteja intimamente ligada ao aprendizado em si, habilidades com baixa demanda cognitiva são recomendadas para objetivos específicos de aprendizado como desenvolver a fluência e rapidez em proceder algoritmos e fixar rapidamente conceitos e fórmulas. Como regra geral as atividades com baixa demanda cognitiva focam na obtenção das respostas corretas.

Talvez o uso de tarefas de baixa demanda cognitiva possa melhorar o desempenho dos alunos em testes padronizados como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) ou vestibulares. No entanto, concentrar o ensino exclusivamente em tarefas assim pode impedir que se alcance um dos objetivos da matemática escolar que é justamente o desenvolvimento do pensamento abstrato, além de levar a uma compreensão limitada do que é a matemática e de como utilizá-la no mundo real. Como consequência pode frustrar o que se espera das competências específicas do ensino da Matemática segundo a BNCC (ver [BNCC, 2018], p. 223).

Além disso, o uso primordial de atividades com baixa demanda cognitiva pode levar à incapacidade de generalizar regras, procedimentos e situações semelhantes mas não idênticas, ou reconhecer se uma determinada regra, definição ou procedimento são adequados em diferentes situações, ou seja, pode não desenvolver as capacidades cognitivas de níveis mais altos.

Uma definição resumida das subdivisões consideradas nas referências deste capítulo estão na tabela 3.

1.2 Exemplos de tarefas e suas classificações

Trazemos nesta seção algumas tarefas do material utilizado no treinamento de professores para classificação em níveis cognitivos do Projeto Quasar e algumas considerações e resultados deste treinamento. Neste processo os professores aprenderam a diferenciar os níveis de classificação e posteriormente discutiram em grupos seus resultados, justificando e comparando suas classificações.

O objetivo não era chegar a um consenso completo, mas de oferecer uma padronização que poderia ser utilizada em pesquisas, debates e análise de tarefas eficazes. Os autores não se preocuparam tanto com as questões quantitativas ou a sensibilidade de sua classificação, preferiram um estudo empírico e focar na capacitação e sensibilização de

Demanda cognitiva inferior	Características
Memorização	<ul style="list-style-type: none"> • Reprodução exata de conceitos ou ideias. • Não há procedimentos.
Procedimento sem conexão	<ul style="list-style-type: none"> • Reprodução algorítmica. • Forma de resolução indicada pela tarefa. • Não há conexões de conceitos ou ideias matemáticas adicionais.
Demanda cognitiva superior	Características
Procedimento com conexão	<ul style="list-style-type: none"> • Reprodução que envolvem busca de conceitos e ideias. • Mais de uma possibilidade de resolução. • Algoritmos não-óbvios.
Fazer matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Requer pensamento não-algorítmico. • Resolução não é sugerida no enunciado. • Necessita de exploração de conceitos e ideias matemáticas.

Tabela 3 – Definindo Níveis Cognitivos por Stein

professores de matemática para esta questão. A seguir, estão as tarefas e nossas breves observações sobre elas. O guia completo encontra-se no anexo [A](#).

Tarefa I. *Quais são os decimais e percentuais equivalentes às frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$?*

Expectativa de resposta: $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$ e $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

A tarefa I se encaixa em *memorização* pois os estudantes costumam conhecer estes resultados mesmo antes de aprenderem o algoritmo da divisão.

Tarefa II. *Converta a fração $\frac{3}{8}$ para decimal e percentual.*

Expectativa de resposta:

Conversão para decimal

$$\begin{array}{r}
 3000 \\
 \underline{24} \\
 60 \\
 \underline{56} \\
 40 \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \left|
 \begin{array}{r}
 8 \\
 \hline
 0,375
 \end{array}
 \right.$$

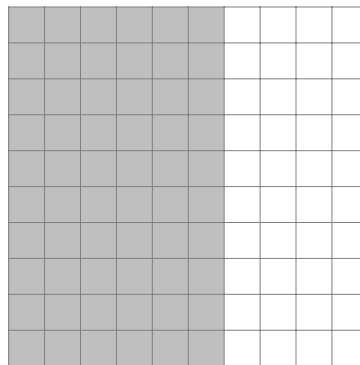
Conversão para percentual

$$0,375 = 37,5\%$$

A tarefa II também é considerada de baixa exigência cognitiva, mais especificamente como *procedimento SEM conexão com entendimento, significado ou conceito*. A atividade estimula a realização de conversões de frações para porcentagem e decimal usando o algoritmo da divisão na ausência de um contexto adicional, converter $\frac{3}{8}$, em um número decimal dividindo o numerador pelo denominador para obter 0,375. E alterar 0,375 para porcentagem movendo a vírgula decimal dois algarismos para a direita e achar 37,5%.

Tarefa III. Com o auxílio de uma grade 10×10 , identifique o decimal e o percentual equivalente à fração $\frac{3}{5}$.

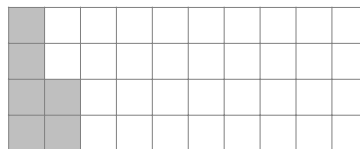
Expectativa de resposta:



$$\text{Fração: } \frac{3}{5} = \frac{60}{100} \quad \text{Decimal: } \frac{60}{100} = 0,6 \quad \text{Porcentagem: } 0,6 = 60\%.$$

A tarefa III foi classificada em demanda cognitiva superior, em *procedimento COM conexão com entendimento, significado ou conceito*, ou seja, utiliza-se de procedimentos mas para fazê-los é necessário utilizar conexões e significados subjacentes, por exemplo, utilizar grade 10×10 para ilustrar como uma fração $\frac{3}{5}$ representa a mesma quantidade que o decimal 0,6 ou a porcentagem de 60% e além disso essas representações permitem fazer conexões e atribuir significados e relacionar os conceitos de fração, número decimal e porcentagem.

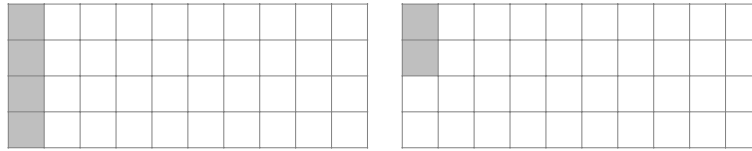
Tarefa IV. Observe a grade retangular 4×10 com 6 quadradinhos sombreados. Usando o retângulo, explique como determinar:



- a porcentagem de área que é sombreada.
- o decimal da parte sombreada.
- a fração que representa a parte sombreada.

Expectativa de resposta:

- (a) Uma coluna será 10% uma vez existem 10 colunas, 2 quadrados é a metade, o que dá 5%. Como são 6 quadradinhos então $3 \cdot 5\%$ chegando a 15%.



- (b) Uma coluna será 0,10 uma vez existem 10 colunas. A segunda coluna tem apenas 2 quadrados sombreados e de modo que a metade da coluna é 0,05. Logo teremos no total 0,15.
- (c) Contando 6 quadradinhos sombreados e 40 quadrados no total. Teremos $\frac{6}{40}$, simplificado $\frac{3}{20}$.

Esta tarefa é classificada como exigência cognitiva de nível superior, agora em *fazer matemática*. A atividade permite que os alunos explorem as relações entre as várias formas de representar quantidades fracionárias, mas não de modo, pelo menos inicialmente, com procedimentos de conversões convencionais, Podem ser utilizadas grades, mas com tamanhos variados. Quando os alunos utilizam o diagrama visual, são levados a pensar em fração, decimal e porcentagem de novas maneiras, por exemplo, quando um aluno destaca colorindo seis de quarenta quadrados, ele deve determinar como os 6 quadrados referem-se ao número total de quadrados da grade.

Os autores observam que para classificar uma atividade em nível cognitivo é importante ir além dos aspectos superficiais da questão e buscar entender que tipo de pensamento ela exige do estudante. Por exemplo, eles observam que é comum haver divergência na classificação da tarefa da limonada: *Qual jarra possui a limonada mais forte: a jarra A, que possui 2 copos de limão concentrado e 3 copos de água, ou a jarra B, que contém 3 copos de limão concentrado e 5 copos de água?*

Desconsiderando os aspectos do contexto do estudante, alguém poderia afirmar que a atividade encaixa-se em *procedimento sem conexão* porque ela parece uma questão clássica dos livros didáticos. Contudo os autores a consideram *fazer matemática* porque nenhum caminho é sugerido do enunciado (nem implícita, nem explicitamente). Essa aparente incoerência, nada mais é que parte do processo de discussão.

1.3 Influência da implementação da atividade em sala

A seguir apresentamos alguns exemplos descritos nas obras estudadas para este capítulo a fim de ilustrar a influência da implementação de um mesmo tipo de atividade

na exigência cognitiva. *O carpete de Martha*³ e *A cerca para coelhos*⁴. Esses dois exemplos são relevantes para discussão, uma vez que recebem destaque no livro de Stein, eles estão descritos nos contextos α e β a seguir.

Contexto α . Imagine uma sala de aula do sétimo ano. O professor mostra como calcular o perímetro e a área do retângulo. Posteriormente o professor “passa” 20 problemas similares do livro didático. A partir daí os alunos trabalham individualmente em suas mesas, aplicando as fórmulas. O professor caminha ao redor da sala. A maior parte de sua assistência “cai” em uma das duas categorias: (1) ajuda com a multiplicação de dois dígitos e (2) lembretes de qual fórmula deve ser usada para o cálculo da área e do perímetro. Como o tempo de aula chega ao fim, o professor diz aos alunos que devem concluir os 20 problemas em casa. E além disso, ele inclui a tarefa ‘o carpete de Martha’. O carpete continha 2 m de largura e 3 m de comprimento. Qual a área que este carpete ocuparia?

Para resolvermos a tarefa, basta repetir (iterar) o processo de cálculo analogamente à explanação do professor na aula do contexto α como exibido na figura 2.

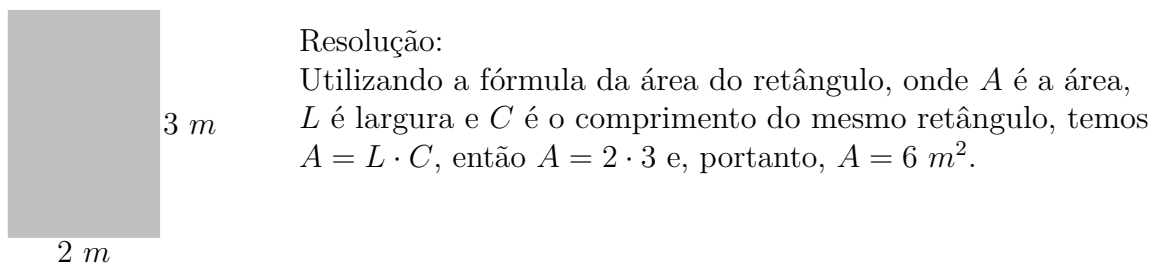


Figura 2 – O carpete de Martha

Contexto β . Agora imagine uma outra sala de aula do sétimo ano. À medida que os alunos entram na sala, o professor dirige a sua atenção para a tarefa que está no quadro, a tarefa *A cerca para coelhos* que tem o seguinte enunciado: “Um criador de coelhos possui 24 m de cerca. Qual é a cerca de área máxima que ele pode construir usando o material que possui considerando que pretende criar um cercado retangular?” E lhes pede para começar a trabalhar imediatamente em pequenos grupos. O professor diz aos alunos que eles terão todo o tempo de aula para trabalhar nessa tarefa e recorda que, como de costume, eles podem utilizar qualquer tipo de papel, ferramentas ou materiais manipuláveis que precisarem para completar a tarefa.

Para resolver, os alunos precisam descobrir uma maneira de gerar e testar sistematicamente diferentes configurações com tentativas. O objetivo é identificar qual o tamanho da cerca de forma retangular cria área máxima para os coelhos. Pedindo que os estudantes organizem seus trabalhos para que outras pessoas possam entender, a tarefa também exige que os alunos aprendam a explicar o seu pensamento e raciocínio. Durante o tempo de aula, o professor anda pela sala de aula e em vários grupos elucida dúvidas, em alguns

³ Título original: Matha’s carpeting task drawing a picture.

⁴ Título original: The fencing task diagrams on grid paper.

casos, o professor fornece dicas sobre como proceder, mas nunca mostrando aos alunos exatamente como resolver o problema. O tempo chega ao fim, nenhum dos grupos *concluiu* a tarefa, mas alguns deles iniciaram sistematicamente estratégias e estão no caminho para a descoberta de que um quadrado iria apresentar a maior área para qualquer perímetro de cerca.

Descreveremos três possíveis conjecturas para a resolução da tarefa no contexto β , são elas: (i) diagramas no papel quadriculado na figura 3, (ii) tabela com valores de comprimento, largura e área relacionando-as na figura 4 e (iii) e um gráfico na figura 4.

- (i) Diagramas: Testando possíveis tamanhos de lados do retângulo com o perímetro de 24 m.

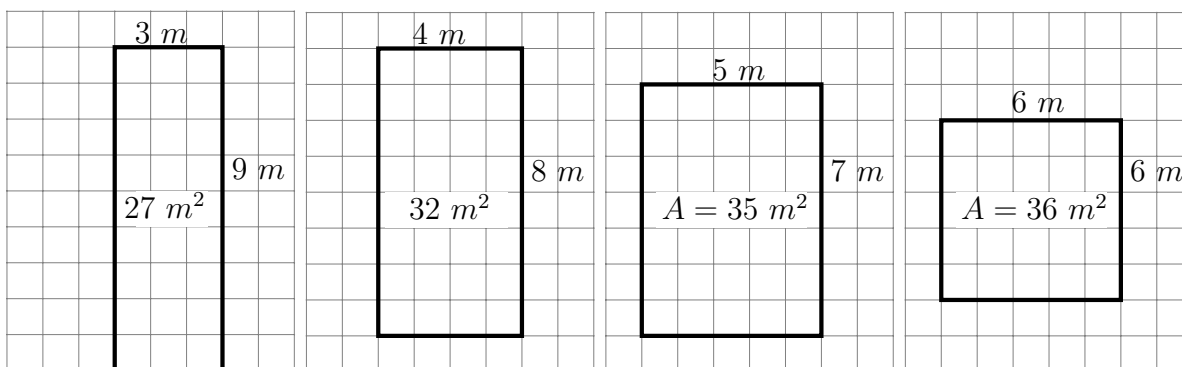


Figura 3 – Alguns possíveis diagramas

- (ii) Tabela: Testando possíveis valores de lados do retângulo e cálculos de área.

Largura	Comprimento	Perímetro	Área
1	11	24	11
2	10	24	20
3	9	24	27
4	8	24	32
5	7	24	35
6	6	24	36
7	5	24	35

← Área máxima

Tabela 4 – Alguns possíveis valores de lados

- (iii) Gráfico: Esboço de um gráfico dos valores da área.

Ao examinar os contextos α e β , verificamos diferenças significativas na implementação. Há semelhanças com o conteúdo (ambas são sobre área) e pré-requisito (fórmula

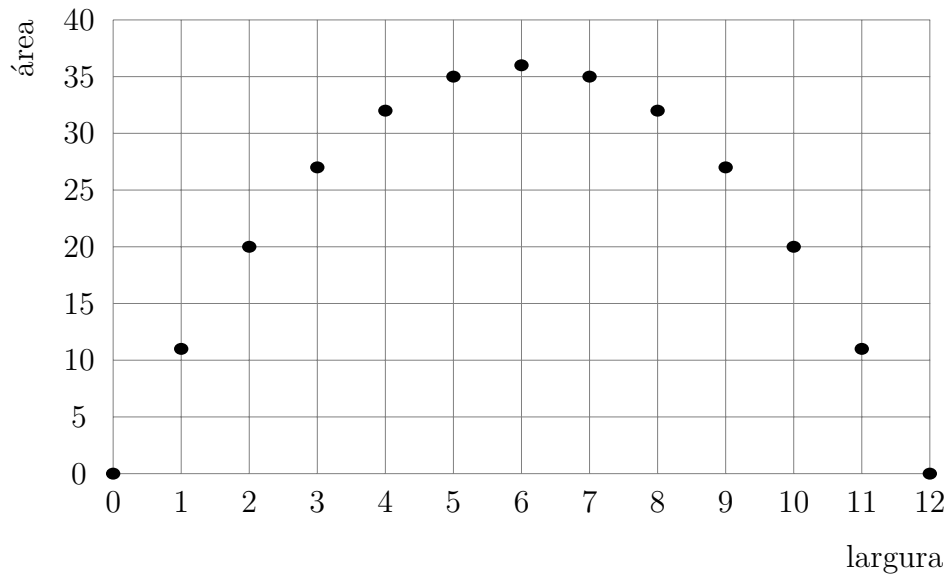


Figura 4 – Esboço da função área

do cálculo da área do retângulo). As diferenças na implementação entre os contextos α e β foram inúmeras. No contexto α , a tarefa foi apresentada após uma série de exercícios análogos, de resolução individual, dicas do professor que praticamente “davam a resposta”, modo único de resposta e encerra sem discussão do processo de resolução. Já no contexto β , a tarefa foi a primeira (e única) a ser apresentada, de resolução coletiva, as dicas não comprometiam a participação ativa dos alunos, múltiplos modos de resolução foram estimulados no processo e se encerra valorizando os processos de resolução e generalização. A ênfase não está na resposta, mas na resolução.

A tarefa *o tapete de Martha* é classificada como sendo uma tarefa de baixa demanda cognitiva pois a solução envolve um procedimento sem conexão com o conceito e a tarefa *a cerca para coelhos* como sendo uma tarefa de alta demanda cognitiva, mais especificamente como fazer matemática pois o método de solução não está claro a partir do enunciado, não há um modo único de solução e podem ser abordadas múltiplas representações da relação entre as grandezas largura, comprimento e área.

Nos estudos do Projeto Quasar era frequentemente relatado pelos professores, que durante a fase da implementação da tarefa havia uma diminuição da exigência cognitiva devido a dicas e sugestões feitas durante a execução da tarefa na aula. Os organizadores sugerem que a orientação durante a realização das atividades deve ser realizada com cautela para que não pule etapas do processo. Isso pode acontecer por variados motivos, eventualmente o professor cede à pressão da impaciência dos alunos por uma resposta, ou julga, no momento da implementação, que o nível da tarefa não está adequado a todos os estudantes. Ou seja, existe uma variedade de fatores que cooperam para a alteração de nível cognitivo da tarefa durante a implementação.

Também foi relatado que as tarefas classificadas como de baixa demanda cognitiva

eram quase sempre implementadas de forma a se preservar a demanda cognitiva baixa. Contudo dois terços das tarefas classificadas como de alta demanda cognitiva eram alteradas para baixa demanda cognitiva durante a implementação. Isto é, apenas 1/3 das atividades de alta demanda cognitiva permaneciam com esta classificação durante a implementação.

Ou seja, a escolha é importante, porém a implementação deve ter um acompanhamento cuidadoso realizada. A implementação incorreta compromete a eficácia de todo o processo.

2 Tipos de demanda cognitiva em atividades segundo Robert Nicely

Os objetivos de aprendizagem na disciplina Matemática variam de acordo com o sistema educacional e são influenciados pelas necessidades do mercado, pela cultura local, etc. Contudo, "o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de aprender figuram entre as principais competências objetivadas" ([BNCC, 2018] p. 45 e 46). Acreditamos que o desenvolvimento destas competências é estimulado por exercícios de matemática com alta demanda cognitiva¹.

Habilidades de pensamento de ordem superior incluem crítica, lógica, reflexão, cognição sobre cognição e pensamento criativo. Eles são ativados quando indivíduos encontram problemas desconhecidos, incertezas, dúvidas ou dilemas. (King, Goodson e Rohani, 2012, p.1, tradução nossa)

O livro didático tem potencial para contribuir para criar oportunidades para os estudantes aprenderem e desenvolverem estas competências ([Hadar, 2017]). Segundo Robitaille e Travers ([Robitaille, 1992]) os professores costumam ser dependentes do livro didático e esta dependência é ainda maior em matemática do que em outras disciplinas. Fan e Kaeley (ver [Fan and Kaeley, 2000]) concluíram que livros didáticos "podem afetar as estratégias de ensino pela transmissão de mensagens pedagógicas aos professores e encorajando ou desencorajando a aplicação de diferentes estratégias de ensino no ambiente curricular".

Na década de 1980, o professor Robert Francis Nicely Jr² criou de um sistema de classificação de livros didáticos com descritores específicos, em que inclui a classificação de atividades matemáticas em termos da cognição demandada do estudante. Este sistema visava transpor a subjetividade na avaliação de materiais didáticos.

¹ Habilidades cognitivas são mecanismos do cérebro que estão relacionados com processos de aprendizagem e de memorização de informações. É possível treinar o cérebro através de exercícios cognitivos, para adquirir ou melhorar habilidades cognitivas, como o processamento de novos estímulos ou dados, por exemplo. SIGNIFICADOS. Disponível em <https://www.significados.com.br/habilidade/em1/02/2017>.

² Robert Francis Nicely Jr é PhD. em Educação, foi professor Associado e atualmente professor Decano Emérito e professor Emérito Associado da faculdade de Educação da Pennsylvania State University, além disso foi editor-chefe durante 11 anos da Pennsylvania Educational Leadership e coordenador do curso de graduação e pós-graduação em Educação da mesma universidade. Foi um dos precursores nos anos 80 ao publicar uma lista ordenada de “**níveis cognitivos**” para classificação de atividades em matemática a fim de auxiliar na elaboração, análise crítica e escolha de livros didáticos conforme o objetivo de aprendizagem.

Neste capítulo são apresentados dois trabalhos de Nicely:

1. *Habilidades cognitivas de alto nível em livros de matemática* [Nicely, 1985]³
2. *Análise de materiais didáticos de matemática: conceito, procedimentos e resultados* [Nicely et al., 1984]⁴.

Na primeira seção deste capítulo, apresentamos os quatro aspectos em que os livros didáticos são analisados no programa criado por Nicely. Destaque é dado para a lista de níveis cognitivos para atividade de matemática pois este é o tema central deste trabalho.

Na segunda seção discutimos os resultados de um teste de sensibilidade da classificação em níveis cognitivos das atividades de livros didáticos do Ensino Médio dos EUA realizadas por diferentes estagiários que receberam um treinamento dado por Nicely.

Na terceira e última seção deste capítulo estão os principais resultados da distribuição de níveis cognitivos nos livros didáticos analisados por Nicely e a evolução desta distribuição ao longo do tempo.

Nicely [Nicely et al., 1984] critica a forma com que os livros didáticos são elaborados, qualifica como pobre a abordagem das habilidades cognitivas de alto nível e denuncia que os educadores necessitam utilizar outros métodos e materiais complementares para alcançar os objetivos educacionais. Objetivos que podem ser alcançados por meio de atividades que promovam o desenvolvimento destas habilidades.

Aplicações bem-sucedidas das habilidades, resultam em explicações, decisões, performances e produtos que são válidos dentro do contexto de conhecimentos e experiências disponíveis e que promovam a continuação do crescimento nestas e outras habilidades intelectuais. (King, Goodson e Rohani 2012, p.1, tradução nossa)

O programa projetado por Nicely permite analisar e classificar os materiais didáticos segundo quatro aspectos, que se propõem a auxiliar o professor na identificação das diferenças e semelhanças na abordagem de conteúdos em matemática. Os quatro aspectos que compõem a ferramenta analítica de Nicely são:

- (a) *Tipo de conteúdo.*
- (b) *Fase de domínio.*
- (c) *Modo de resposta.*
- (d) *Nível cognitivo das tarefas.*

³ Título original: Higher-order thinking skill in mathematics textbook.

⁴ Título original: The analysis of mathematics instructional materials: concepts, procedures and result.

2.1 Características analisadas em livros didáticos por Nicely

A proposta de classificações de Nicely pretende ser objetiva utilizando um sistema de classificação com dígitos e descritores específicos e realizar comparações por meio dos seguintes aspectos pré-estabelecidos.

- (a) *Tipo de conteúdo.* Nicely formulou uma lista nominal de conteúdos para o tópico “números complexos” abordados no material didático. A lista serve para fornecer uma referência a fim de comparar conteúdos em diferentes livros, capítulos, seções, etc. Foi atribuído um código com quatro dígitos para cada item, os dois primeiros itens seriam de categorias mais gerais e os dois seguintes mais específicos. No exemplo abaixo, 60 seria o conteúdo “números complexos” e 26 é relativo a “conceitos básicos”, outros algarismos podem ser adicionados, tais como letras para tratar de livros específicos etc., esse código é passível de adaptações. A tabela 5 apresenta um exemplo.

Código	Conteúdo
6025	A. Desenvolvimento histórico.
6026	B. Conceitos básicos.
6053	B1. $a + bi \in I$.
6054	B2. $(a, b) \in I$.
6055	B3. $r(\cos \theta + i \sin \theta) \in I$.

Tabela 5 – Lista parcial de códigos de tipo de conteúdo no tópico de números complexos - NICELY, 1980 - p. 223. Nota: Tradução nossa.

- (b) *Fase de domínio.* Outro componente da ferramenta de análise é a lista de fase de domínio que é composta por seis categorias (mais a opção “não aplicável”) que descrevem a fase de “progresso” ou “desenvolvimento” esperado do estudante em relação ao conteúdo do livro didático. Foi atribuído um código com um dígito para cada item como podemos observar na tabela 6. Além do código e a fase de domínio, Nicely incluiu uma descrição para cada fase.
- (c) *Modo de resposta.* Outro componente de análise é a lista “modo de resposta”. Com dez categorias e 23 verbos numa escala nominal para descrever a forma que as tarefas podem ser respondidas. O código é composto por um dígito como podemos observar na tabela 7.
- (d) *Nível cognitivo da tarefa.* Destacamos da publicação de Nicely a figura que descreve os verbos originais como podemos observar na figura 5. Neste item iremos detalhar e aprofundar com o objetivo de consolidar o viés teórico da nossa pesquisa. A lista “nível cognitivo da tarefa” contém 29 verbos em dez categorias. A cada nível foi atribuído um código de um dígito e organizado em uma escala ordinal. Nicely

Código	Fase de domínio	Descrição
0	Não aplicavel	
1	Prontidão, Rapidez	Previamente aprendido ou habilidades e / ou conceitos pré-requisito.
2	Desenvolvimento	Desenvolvimento de conceitos e / ou habilidades que estão sendo introduzidos.
3	Prática	Habilidades prévias com domínio e fluência.
4	Demonstração	Desempenho a partir do critério estabelecido (teste).
5	Superaprendizagem	Desempenho para além dos critérios estabelecidos; a manutenção de uma habilidade depois de ter sido aprendido.
6	Enriquecimento	Aprender algo a mais que não é igualmente relevante imediatamente.

Tabela 6 – Lista da fase de domínio, códigos e definições - NICELY, 1980 p. 224. Tradução nossa

Código	Modo de Resposta
0	Nenhum modo evidente de resposta.
1	Verificar, circular, sublinhar, riscar, marcar, ligar/associar (com um segmento de linha), agrupar.
2	Colocar, tomar, acrescentar, situar.
3	Desenhar, traçar, fazer um gráfico, diagramar.
4	Colorir, sombrear.
5	Redigir, descrever.
6	Apontar para a resposta esperada.
7	Dizer, afirmar, declarar.
8	Manipular, manobrar, manusear.
9	Dramatizar, simular.

Tabela 7 – Lista dos “modos de resposta” - Fonte: NICELY, 1980 - Figura 4 p. 224. Tradução nossa

considera nove categorias (Níveis de 1 a 9) com 27 verbos e uma categoria adicional (Nível 0), com 2 verbos e o “sem tarefa”. Além desses 29 verbos e o “sem tarefa”, outros 14 verbos, que aparecem entre parênteses, são sinônimos de verbos, nos quais acreditamos tenham a finalidade de descartar eventuais dúvida quanto ao significado. Os verbos em qualquer categoria estão mais próximos uns dos outros em termos de uniformidade do que são para os verbos em outras categorias. Para Nicely, os níveis (0, 1, 2, 3 e 4) são “níveis de baixa exigencia cognitiva” e os níveis (5, 6, 7, 8 e 9) são “níveis de alta exigencia cognitiva”.

Cada verbo foi especificamente definido para que a análise do material impresso possa ser feita com precisão e com base no que ele realmente queria dizer e não necessariamente o que o autor livro

Figure 1. Cognitive Verbs and Codes.

Levels and Codes	Verbs
Level 0	No Task; Observe; Read
Level 1	Recall; Recognize; Repeat; Copy (Imitate, Reproduce)
Level 2	Iterate
Level 3	Compare; Substitute
Level 4	Categorize (Classify, Group); Illustrate (Exemplify)
Level 5	Apply; Relate; Convert (Translate); Symbolize; Summarize (Abstract); Describe
Level 6	Justify (Support); Explain (Interpret); Analyze
Level 7	Hypothesize (Theorize); Synthesize (Organize, Structure); Generalize (Induce); Deduce
Level 8	Prove; Solve; Test (Experiment); Design
Level 9	Evaluate

Figura 5 – Verbos originais dos níveis cognitivos e códigos - Fonte: NICELY, 1980 - Figura 2 p. 223. Tradução nossa

disse, o autor pode usar “resolver” para descrever uma variedade de comportamentos em diferentes níveis de complexidade (NICELY, 1985, p.27, tradução nossa)

As “considerações” na tabela 8 são contribuições nossas. Foram elaboradas através de discussões e reflexões, com o objetivo de consolidar, favorecer a eficácia do treinamento dos alunos e professores que participaram da capacitação, a fim de tornar as classificações mais confiáveis em nosso teste de sensibilidade (ver capítulo 4).

Níveis	Verbos	Considerações
0	Sem tarefa; Observar; Ler.	Exercício de memória, repetir ou copiar literalmente.
1	Lembrar; Reconhecer; Repetir; Copiar.	Repetir literalmente, copiar literalmente.
2	Iterar (fazer ou dizer novamente; repetir, reiterar).	Repetir procedimento, fazer de maneira análoga, utilizar a mesma ideia em um novo caso.
3	Comparar; Substituir.	Comparar valores ou resultados. Substituição de valores, informações ou dados.
4	Categorizar (Classificar, Agrupar); Ilustrar (Exemplificar)	Classificar ou agrupar se baseando em uma característica ou definição. Exemplificar.
5	Aplicar; Relacionar; Converter (Traduzir); Simbolizar; Resumir (Abstrair); Descrever.	Quando se precisa “modelar” o problema. Escrever de forma matemática. Relacionar conceitos para converter ou resumir.
6	Justificar (Respaldar); Explicar (Interpretar); Analisar.	Uma explicação interpretativa ou justificativa para a resolução.
7	Hipótese (Teorizar); Sintetizar (Organizar, Estruturar); Generalizar (Induzir); Deduzir.	Formular hipóteses a fim de sintetizar e estruturar teorias e generalizações. Induzir ou deduzir um resultado.
8	Provar; Resolver; Testar (Experimentar); Projetar.	Fazer a prova matemática, testar e projetar resoluções.
9	Avaliar	Fazer uma crítica ou julgar. Determinar o significado. Avaliar o resultado.

Tabela 8 – Lista de verbos dos “níveis cognitivos” das tarefas. - Fonte: NICELY, 1980 Figura 2 p. 223. Tradução nossa

2.2 Teste de sensibilidade da classificação em níveis cognitivos

Após estabelecer sua lista de verbos para a classificação de atividades em níveis cognitivos, Nicely [Nicely, 1985] precisava garantir que dois avaliadores treinados encontrariam predominantemente a mesma classificação para as mesmas atividades. O treinamento tem como objetivo verificar a confiabilidade das ferramentas analíticas. A metodologia utilizada por Nicely contou com o treinamento de 21 estagiários, esses estagiários realizaram a classificação de algumas tarefas. Em Nicely ([Nicely, 1985]), não fica claro quais e nem quantas atividades foram classificadas. As classificações de cada estagiário foram comparadas com todos os outros estagiários e com as classificações do próprio Nicely. A concordância (6) é a porcentagem das respostas coincidentes das tarefas descritas por Nicely. Posteriormente, essas respostas foram agrupadas da seguinte forma:

1. Concordância entre estagiário-estagiário e
2. Concordância entre estagiário-pesquisador (Nicely).

Nicely selecionou alguns participantes e fez uma análise de concordância das respostas em relação à lista “nível cognitivo das tarefas”. Não fica claro qual foi o critério de escolha desses participantes em suas publicações. Os participantes estão identificados por números, por exemplo estagiário 08 ou estagiário 02.

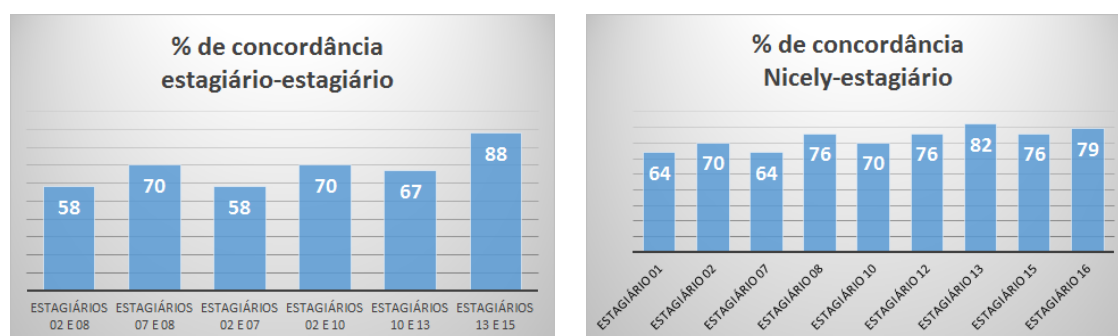


Figura 6 – Concordância entre estagiário-estagiário e entre estagiário e pesquisador

Sendo assim, o teste de sensibilidade traz, na opinião de Nicely, uma forma positiva e satisfatória de treinamento para classificação de tarefas e esse treinamento pode ser adaptado conforme as necessidades (número de pessoas a serem treinadas, quantidade de material a ser classificado, números de horas de instrução etc).

2.3 Análises de livros didáticos em termos de níveis cognitivos

Nicely [Nicely, 1985] e sua equipe classificaram as atividades que abrangiam os conteúdos de “números decimais” nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de livros impressos em meados de 1980, de “números complexos” nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, de livros impressos entre 1961 e 1984.

Na primeira análise, Nicely e sua equipe analisaram livros amplamente difundidos nos Estados Unidos, representando os livros populares da época, mas não deixa claro em termos numéricos quanto expressiva era esta utilização no país nem informa quais livros foram utilizados.

Como a intenção dos pesquisadores, no artigo era enfatizar o processo de classificação e não os livros em si pois o objetivo era aprimorar as classificações então foram selecionados 7 livros a serem analisados, a identificação foi feita pelos códigos A, B, C, D, E, F e G, mostradas na tabela 9 que destaca somente a lista “nível cognitivo da atividade.” Também observamos os mesmos dados na figura 7 dando uma visão mais qualitativa.

Como podemos observar, a ênfase de cada nível cognitivo varia de material para material. Além disso, todos os materiais possuem exercícios de nível 2 e nenhum deles possui o nível 9. Três dos sete materiais não têm atividades no nível 3.

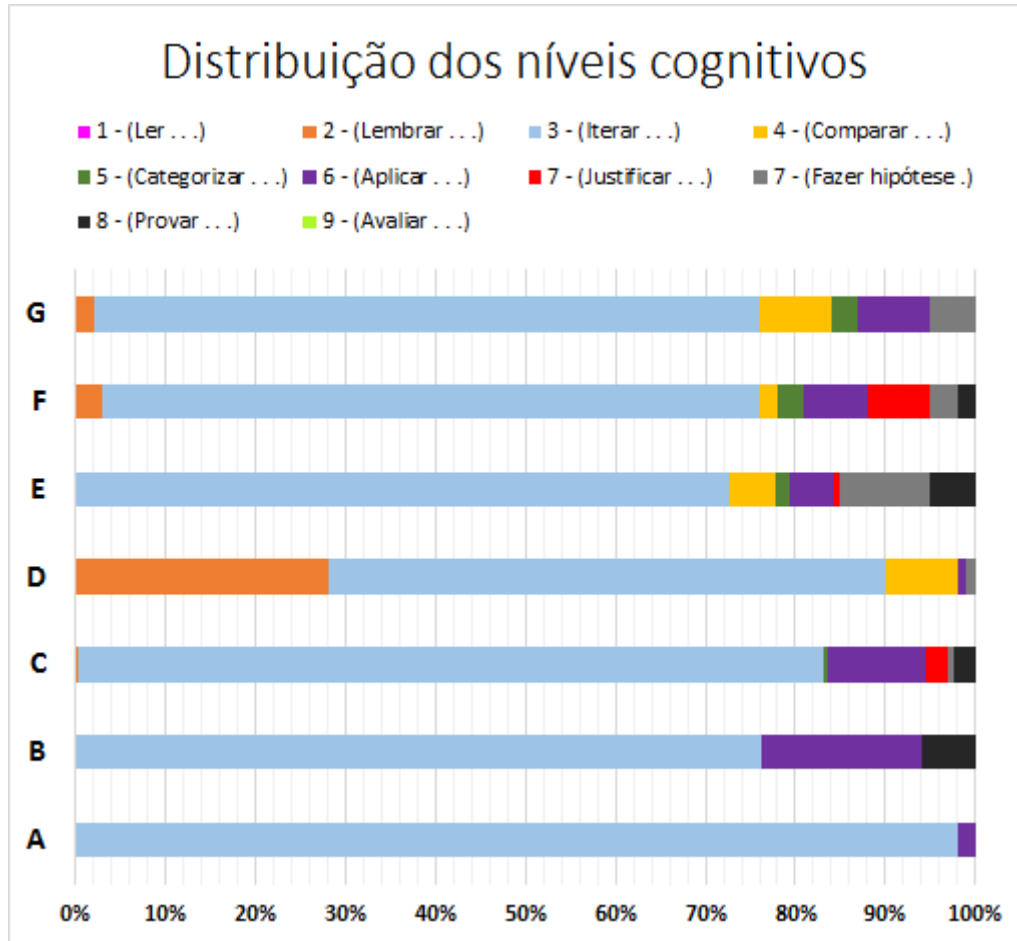


Figura 7 – Distribuição dos níveis cognitivos nos livros A, B, C, D, E, F e G.

No mesmo estudo, em uma segunda análise, Nicely selecionou 3 livros e descreveu os critérios da escolha:

Para um estudo em um período de tempo numa sequência de publicações, os parâmetros utilizados para escolha dos livros a serem investigados foram:

- i. que ao menos um dos autores estaria em todas as edições de todos os livros lançados naquela sequência histórica.
- ii. ser publicado em três décadas pela mesma editora.

A inferência dessa análise temporal, segundo os critérios (i) e (ii), foram nos livros continham o padrão de percentual de exercícios (baixo e alto níveis cognitivos). Houve semelhança na descrição do gráfico 10, e parece com o total dos livros investigados. Os livros que Nicely ([Nicely, 1985]) pesquisou tendem a enfatizar os mais baixos níveis cognitivos

em exercícios. Os resultados sugerem que para o Ensino Fundamental o conteúdo de números decimais também segue a mesma premissa.

A inferência dessa análise temporal, segundo os critérios (i) e (ii), foi que os livros continham o padrão de percentual de exercícios de baixo nível e alto nível cognitivos mantidos e semelhante a descrição do gráfico 10, se parecendo com o total dos livros investigados, ou seja, os livros que Nicely pesquisou tendem a enfatizar os níveis mais baixos e outras pesquisas como (c.f. [Nicely et al., 1984]) indicam que para o Ensino Fundamental o conteúdo de números decimais também segue a mesma premissa.

Quantitativo e percentual de níveis nas tarefas																	
Nível Cognitivo		Códigos de letras do material didático															
		A	A%	B	B%	C	C%	D	D%	E	E%	F	F%	G	G%	Total	Total %
0	Ler ...	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	- 0	0%
1	Lembrar ...	-	-	-	-	1	0,2	83	28	-	-	26	3	3	2	113	4%
2	Iterar ...	271	98	161	77	322	83	182	62	470	72	703	73	88	74	2197	76%
3	Comparar ...	-	-	-	-	-	-	25	8	35	5	20	2	9	8	89	3%
4	Categorizar ...	-	-	-	-	2	0,3	-	-	10	1,5	33	3	4	3	49	2%
5	Aplicar ...	6	2	38	18	42	11	2	1	36	5	63	7	9	8	196	7%
6	Justificar ...	-	-	-	-	10	2,5	-	-	2	0,5	62	7	-	-	74	3%
7	Fazer hipótese ...	-	-	-	-	3	0,5	2	1	68	10	31	3	6	5	100	4%
8	Provar ...	-	-	11	6	10	2,5	-	-	34	5	23	2	-	-	78	3%
9	Avaliar ...	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Total por material	277	100%	210	100%	390	100%	294	100%	655	100%	961	100%	119	100%	2906	100%

Tabela 9 – Quantitativo e percentual de níveis cognitivos nos livros A, B, C, D, E F, e G.

A maior parte do conjunto dos livros didáticos para os níveis de ensino analisados estavam no nível “iteração”. Todas atividades de “enriquecimento” oferecidas exigiriam apenas um comportamento repetitivo por parte dos alunos (NICELY, 1985, p.29, tradução nossa)

Após esta aplicação da ferramenta nos livros separados por década de publicação, se obteve como produto a análise que está descrita nas três observações a seguir:

(i) Nos livros da década 1960, havia no mínimo 201 e no máximo 961 exercícios de números complexos (média 458). A média de exercícios de nível 2 (Iterar-fazer ou dizer novamente; repetir, reiterar) foi de 75% (ao menos 62% por livro). Apenas um livro teve 3% de exercícios de nível 7 (Hipótese -Teorizar; Sintetizar - Organizar, Estruturar; Generalizar - Induzir; Deduzir) e vários livros não possuíam esse nível. Apenas dois livros tiveram, respectivamente, 12% e 15% de nível 6 (Justificar-Respaldar; Explicar-Interpretar; Analisar) e nível 8 (Provar; Resolver; Teste-Experimentar; Projetar). Nenhum livro apresentou o nível 9 (Avaliar).

(ii) Nos livros da década 1970, havia no mínimo 112 e no máximo 444 exercícios de números complexos que requeriam algum tipo de processo cognitivo (média 263). A média de exercícios de nível 2 (Iterar-fazer ou dizer novamente; repetir, reiterar), foi de 81% (ao menos 66% por livro). Um livro tinha 100% de nível 2. Apenas dois livros tiveram 15% e 17% de nível 6 (Justificar-Respaldar; Explicar-Interpretar; Analisar) e nível 8 (Provar; Resolver; Teste-Experimental; Projetar). Nenhum livro apresentou o nível 9 (Avaliar).

(iii) Nos livros da década 1980, havia no mínimo 216 e no máximo 474 exercícios de números complexos que requeriam algum⁵ tipo de processo cognitivo (média 325). A média de exercícios de nível 2 (Iterar-fazer ou dizer novamente; repetir, reiterar), foi de 86% (ao menos 77% por livro). Apenas dois livros tiveram 10% e 12% de nível 8 (Provar; Resolver; Teste-Experimentar; Projetar). Nenhum livro apresentou o nível 9 (Avaliar).

Podemos observar nas análises (i), (ii) e (iii) a variação das quantidades máximas, médias e mínimas das atividades nos livros no decorrer das décadas na figura 8. Podemos observar também nas análises (i), (ii) e (iii) anteriores que o *nível 2 - Iterar* é o nível predominante das atividades nos livros publicados nas três décadas averiguadas na figura 9. E ainda observamos a evolução do percentual de tarefas de nível superior e inferior na figura 10.

Baseado nos dados que suas pesquisas forneceram, Nicely propõe que os professores, comitês que discutem o currículo e a sociedade educacional de forma geral, se articulem de forma a incentivar a elaboração de melhores livros didáticos tendo em vista o objetivo de desenvolver as cognições de níveis mais altas nos estudantes. Nos anos 80 havia um temor da inclusão de autores técnicos renomados que exigissem colocar resoluções de problemas,

⁵ "Algum nível" porque na classificação do Nicely há o nível 0, portando "algum nível" significa a partir do nível 1.

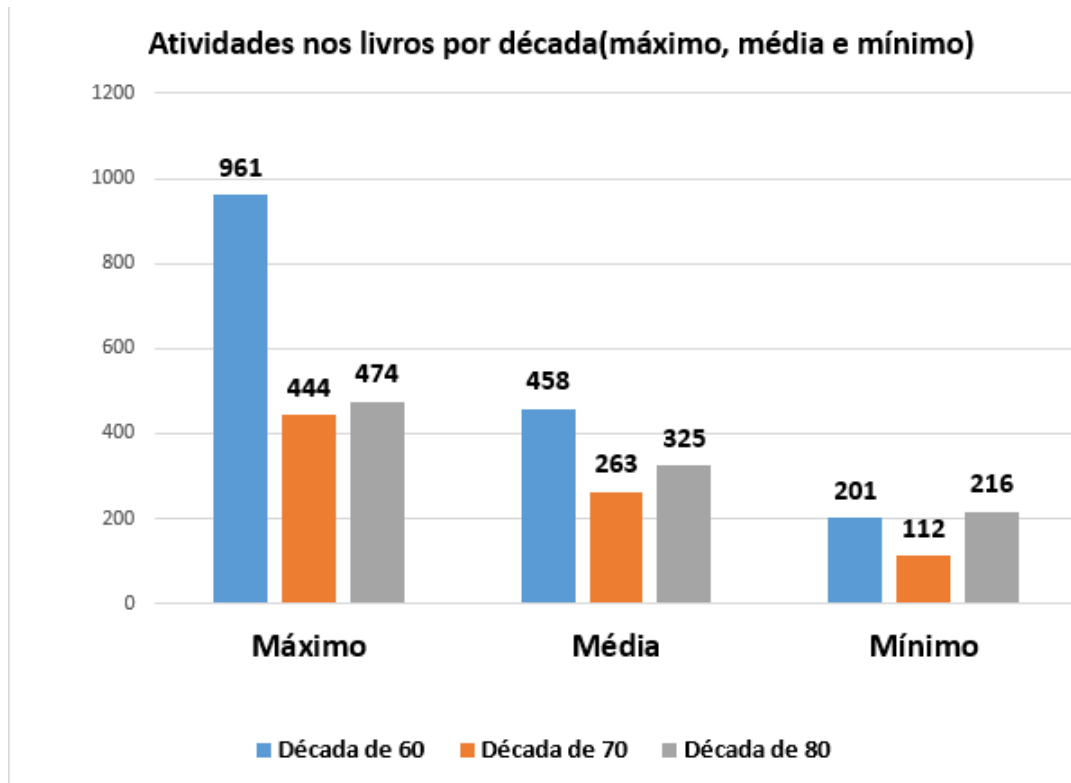


Figura 8 – Quantidade de atividades nos livros por década (máximo, média e mínimo)

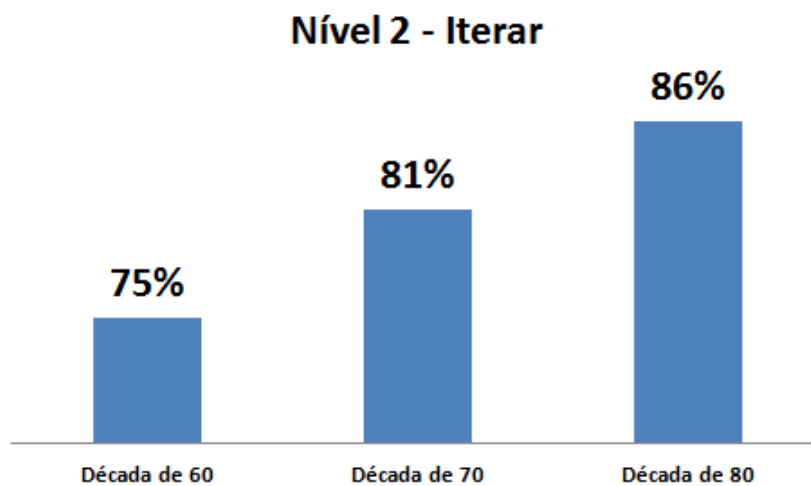


Figura 9 – Percentual de atividades nos livros por década de Nível 2 - Iterar

temor de que a "qualidade" do material cairia devido ao conservadorismo. Havia também uma preocupação como o mercado editorial se comportaria diante da demanda da época por conta desta "inovação" de abordagem.

Porém a necessidade de se reformular os livros e pensar num currículo apropriado fez com que Nicely, bem como outros autores, produzissem pesquisas sobre o assunto e disseminassem essas ideias (e.g. [Lewis and Smith, 1993], [Cotton, 1997], [Bloom, 1956] e [Carnine, 1993]). E ainda atualmente essa necessidade se faz latente.

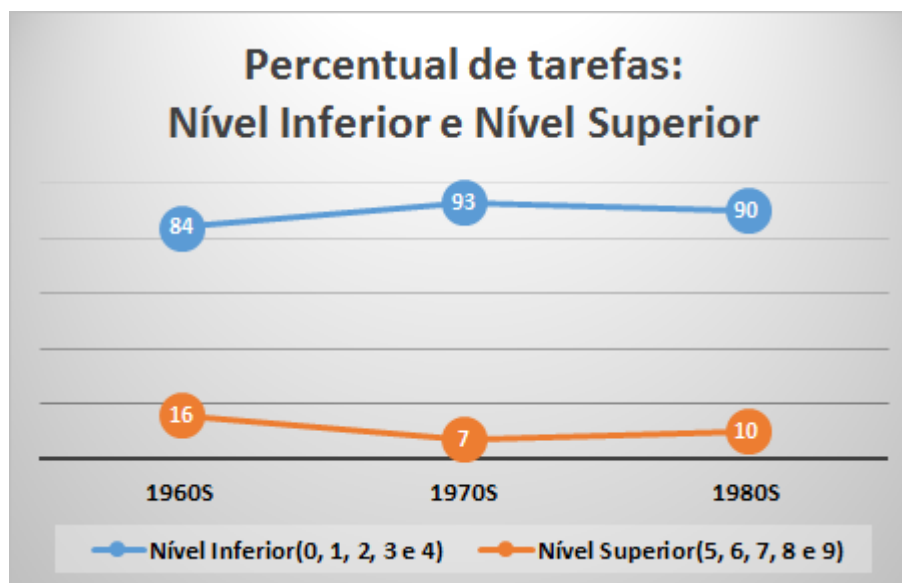


Figura 10 – Percentual de tarefas em livros didáticos por nível de exigência cognitiva segundo Nicely

Não foram apresentados exemplos de atividades que ilustrassem essa perspectiva nos artigos de Nicely ([Nicely, 1985]) e [Nicely et al., 1984], entretanto, a produção teórica é consirada uma das pioneiras na área, e neste sentido traz visibilidade e embasamento teórico relevante sobre o tema.

3 Uma breve análise das atividades de um material didático

Relatamos neste capítulo as dificuldades e nuances observados em nossa experiência no processo de classificação de atividades em níveis de demanda cognitiva para cada um dos métodos de classificação trabalhados nos capítulos 1 e 2, além de sentir na pele a experiência de classificar as atividades, buscamos entender se dois classificadores particulares (a autora e seu orientador) trabalhando em separado e depois passando por um processo de negociação, concordariam com o nível de cada atividade.

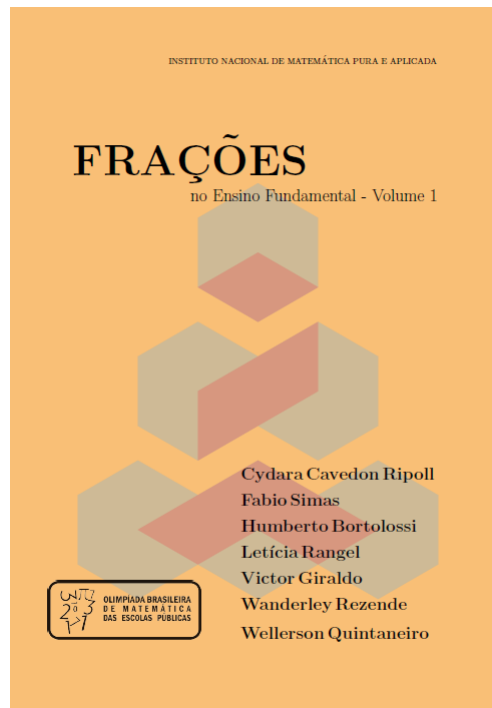


Figura 11 – Capa do livro selecionado para análise neste capítulo - Frações no Ensino Fundamental - Volume 1 (Bortolossi et al, 2016).

O livro utilizado foi *Frações no Ensino Fundamental* (volume 1) [Bortolossi et al., 2016]. Ele foi escolhido por ser um livro que se propõe a construir os objetos de conhecimento por meio de atividades em sala de aula, almeja uma gradação nas demandas cognitivas e tenta priorizar atividades de alto nível cognitivo. Este livro é indicado para uso com crianças do 3º ao 6º no do Ensino Fundamental brasileiro. Classificações as atividades das lições 1 e 3. O objetivo é experimentar as dificuldades e dúvidas provenientes do processo de classificação segundo as duas referências principais desta dissertação.

Lição 1 - Introduz conceitos elementares e a linguagem de frações a partir de situações concretas e de modelos contínuos (...) amparadas pela linguagem verbal (...) e está fortemente vinculada a um objeto concreto.

Lição 3 - É exigida maior abstração dos alunos (...) modelos visuais contínuos e a justaposição.

3.1 Distribuição das classificações nas lições 1 e 3

1. Níveis cognitivos segundo Nicely

a) Lição 1

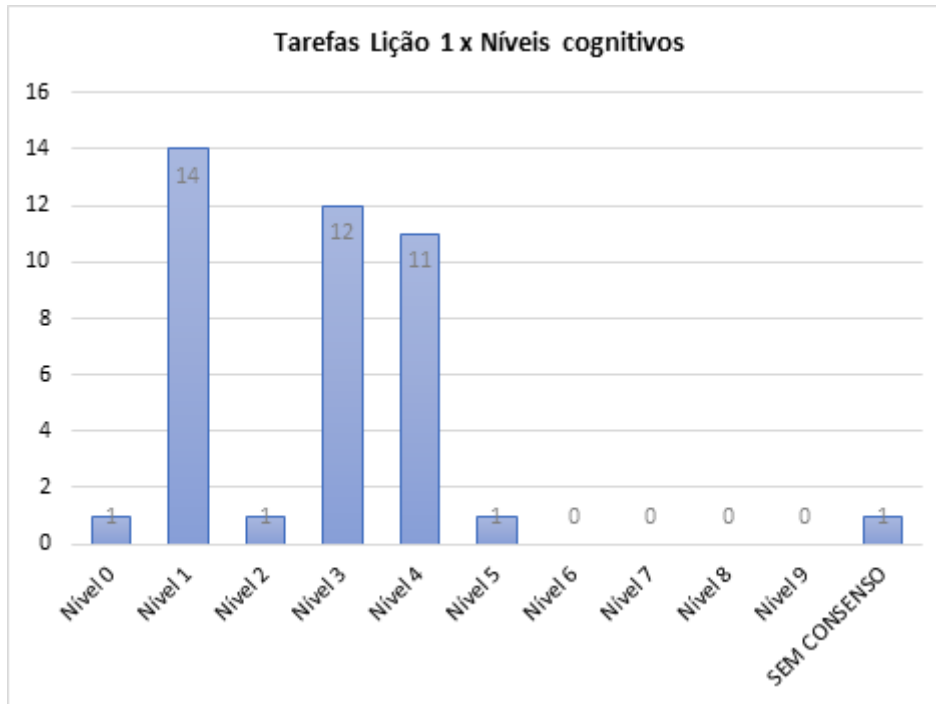


Figura 12 – Níveis cognitivos segundo Nicely - Lição 1

b) Lição 3

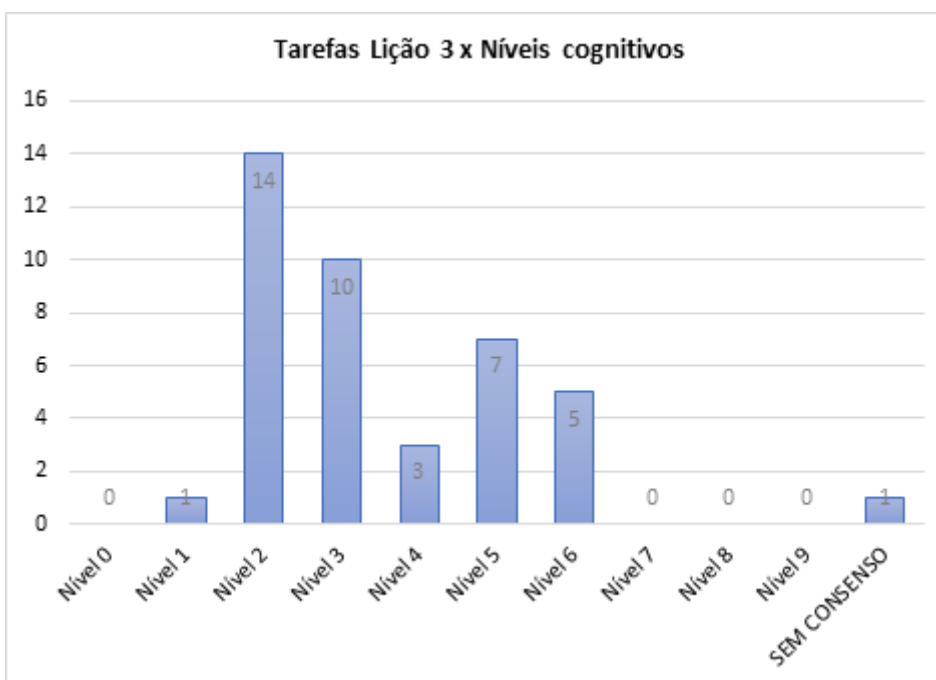


Figura 13 – Níveis cognitivos segundo Nicely - Lição 3

2. Demandas cognitivas segundo Stein

a) Lição 1

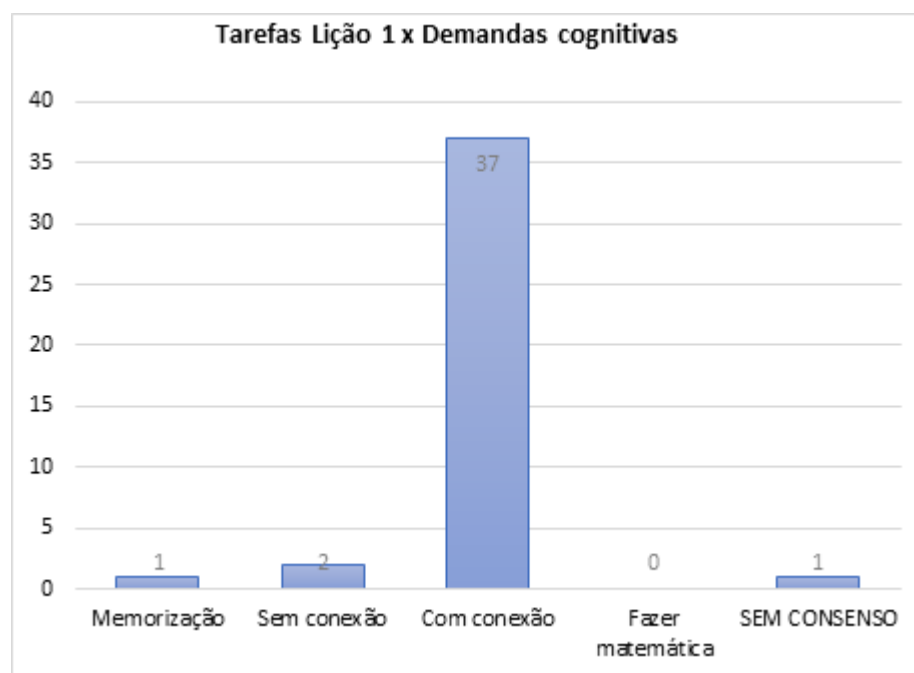


Figura 14 – Demandas cognitivas segundo Stein - Lição 1

b) Lição 3

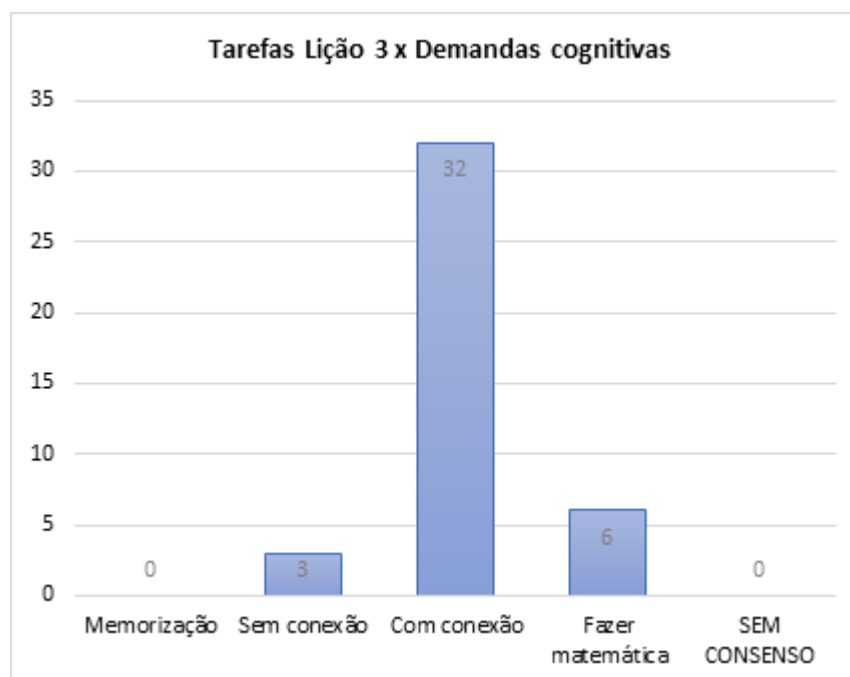


Figura 15 – Demandas cognitivas segundo Stein - Lição 3

Podemos observar nos gráficos, que nas Lições 1 e 3 tem predominância nos níveis cognitivos mais baixos, porém com algumas tarefas também nos níveis mais altos. E em

relação as demandas predominantemente nos níveis mais altos, até apareceram diversas questões de “fazer matemática” situação que é bem difícil na maioria dos livros didáticos da atualidade.

Nos casos destacados, havendo ou não concordância, o processo de análise impulsiona algumas perspectivas variadas, que sem uma avaliação e reavaliação não seria possível. Acreditamos que proporciona também uma visão global do material didático e talvez um diagnóstico que expõe a necessidade ou não de alterar, incluir ou retirar tarefas do livro texto. Acreditamos que o livro analisado esta em um patamar que o BNCC [BNCC, 2018] idealiza no que diz respeito ao alcate algumas habilidades matemáticas.

3.2 Análise das tarefas

A análise das tarefas foi realizada em três etapas:













- (i) De modo individual a autora e seu orientador realizaram as classificações de acordo com os critérios de Nicely e Stein.
- (ii) Compararam os resultados das classificações e, quando havia discordância, estabeleceram um debate, retornando às definições dos referenciais teóricos buscando consenso. Algumas vezes o consenso aconteceu e outras não.
- (iii) Os resultados das classificações foi analisado e resumido dos pontos de vistas qualitativo e quantitativo.

Foram classificadas 71 itens das atividades. Destacaremos algumas aqui para explorar situações de forma a representar alguns contextos.

Selecionamos as atividades 6 e 8 da Lição 1 e a atividade 10 da Lição 3 para compor o este capítulo por perceber que essas questões são emblemáticas e irão enriquecer a análise. Após a classificação individual, partimos para revisão uma a uma. Vamos observar as argumentações que levaram à concordância (ou não) e as possíveis fragilidades e pontos fortes dos métodos de classificação.

3.2.1 Atividade 6 - Lição 1 : uma exceção importante

Observe a tabela a seguir. Em cada linha, a primeira coluna, mais à esquerda, exibe figuras que são frações de uma unidade. A coluna do meio indica essas frações. Complete a tabela, fazendo na terceira coluna de cada linha um desenho da unidade correspondente.

Parte da unidade	Fração da unidade	Unidade
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	

Destacamos a atividade 6 da Lição 1 porque foi uma (no total de duas) em que não houve consenso no final do processo de negociação.

[**SEGUNDO A CATEGORIZAÇÃO DE NICELY**]. Um classificador optou pelo **Nível 4** de Nicely - (categorizar, classificar, agrupar, ilustrar e exemplificar). Julgou assim destacando o fragmento: “Complete a tabela, fazendo na terceira coluna de cada linha, um desenho da unidade correspondente”, a resolução de completar a tabela poderia ser uma forma de ilustrar e exemplificar já que havia mais de uma posição para desenhar a “metade”.

O outro elegeu o **Nível 5** de Nicely (aplicar, relacionar, converter, traduzir, simbolizar, resumir, abstrair e descrever). Sua justificativa foi baseada no seguinte fragmento retirado do enunciado: “um desenho da unidade correspondente”, ou seja, estaria orien-

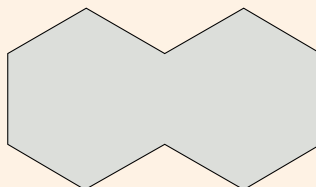
tando para fazer a conversão da nomenclatura “metade” para a representação “geométrica” a partir da unidade correspondente, além de também simbolizar.

Após debatermos e reavaliarmos, a divergência permaneceu. Nicely ao criar as classificações, acomodou verbos que mais se aproximassem do significado que ele almejava dar a cada nível. Uma fragilidade a ser apontada seria ausência de algum verbo (limitação da língua ou tradução) ou até mesmo a possibilidade, de uma mesma atividade ter as características complementares dos níveis 4 e 5. Porém um ponto forte que a discordância foi em níveis “vizinhos”, entendemos que essa classificação se apresenta consistente pois mesmo discordando não há uma grande amplitude de diferença.

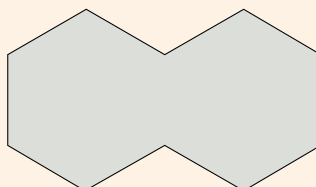
[SEGUNDO A CATEGORIZAÇÃO DE STEIN] Houve consenso. O **Procedimento COM conexão** foi a escolha. A justificativa mais marcante foi a de que a atividade utilizou o conhecimento anterior sobre frações e realizou procedimentos, conectando o conceito de unidade, fração e área do desenho. Ou seja, reprodução que envolvem conceito e ideias, relacionando de forma “não-óbvia”, diversas possibilidades de respostas e representação pouco usual para o estudante.

3.2.2 Atividade 8 - Lição 1: diversidade em um exemplo

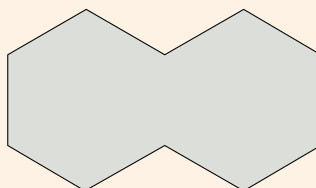
a) Pinte metade da figura.



b) Pinte metade da figura de forma diferente da do item anterior.



c) Pinte a metade da figura de forma diferente das dos dois itens anteriores.



Nesta atividade 8, assim como na grande maioria, houve consenso na primeira análise, então ela foi escolhida justamente por representar estes inúmeros casos de concordância.

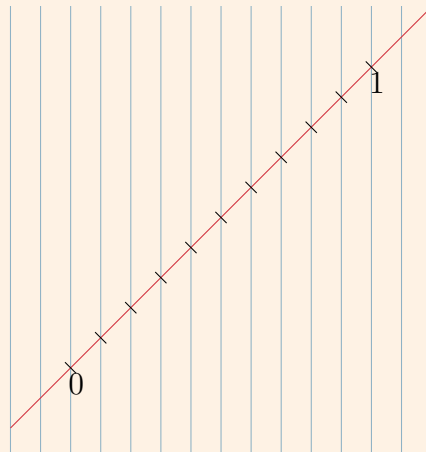
[**SEGUNDO A CATEGORIZAÇÃO DE NICELY**] A classificação foi o **Nível 4** (Nicely - Categorizar, classificar, agrupar, ilustrar e exemplificar) pelo fato de que ilustrar a resolução e exemplificar com as soluções qual metade e como a metade seria “pintada”, a ilustração e exemplificação são realizadas nos três itens (a, b e c).

[**SEGUNDO A CATEGORIZAÇÃO DE STEIN**] Ambos classificadores concordaram que se trata de um **Procedimento COM conexão** para os 3 itens (a, b e c) pois relaciona o conceito de “metade” com o fracionamento de área de variadas formas utilizando mais de uma forma através do procedimento de fracionar a área das figuras.

3.2.3 Atividade 10 - Lição 3: pluralidade em um só exemplo

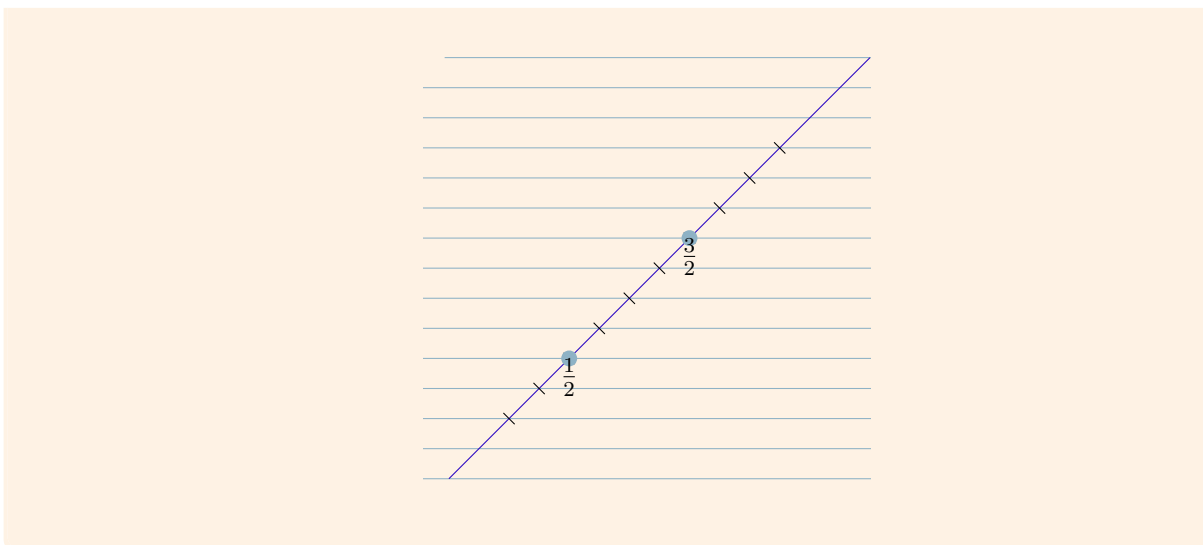
Na figura, há várias retas paralelas igualmente espaçadas e outra reta, destacada em vermelho, não paralela às anteriores. Observe que as retas paralelas marcam na reta destacada em vermelho pontos também igualmente espaçados. Dois desses pontos correspondem ao 0 e ao 1. A reta vermelha torna-se uma reta numérica, como ilustra a figura.

- Marque, usando os pontos destacados na reta numérica, a fração $\frac{1}{2}$.
- Associe frações a cada um dos pontos destacados na reta numérica. Explique a sua resposta.



Como na figura anterior, há várias retas paralelas igualmente espaçadas e outra reta, destacada em azul, não paralela às anteriores. Observe que as retas paralelas marcam na reta destacada em azul pontos também igualmente espaçados. Dois desses pontos correspondem às frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, como ilustra a figura.

- Marque, usando os pontos destacados na reta numérica, os pontos correspondentes ao 0 e ao 1
- Marque, nesta mesma reta numérica, as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$.



Destacamos a atividade 10 da Lição 3 por se tratar de uma tarefa de vários itens com níveis diferentes, classificações diferentes que a torna mais complexa e traz uma rica reflexão. No processo completo houve discordância, concordância e também não houve consenso. Vejamos a classificação **inicial e individual**, antes do debate.

item	Nicely	Stein
a)	Nível 5	Fazer matemática
b)	Nível 6	Fazer matemática
c)	Nível 5	Fazer matemática
d)	Nível 2	Fazer matemática

Tabela 10 – Resultados do classificador 1 - Atividade 10, Lição 3

item	Nicely	Stein
a)	Nível 2	Procedimento COM conexão
b)	Nível 2	Procedimento COM conexão
c)	Nível 5	Fazer matemática
d)	Nível 2	Fazer matemática

Tabela 11 – Resultados do classificador 2 - Atividade 10, Lição 3

Observe as tabelas com as escolhas iniciais e individuais de cada um dos “classificadores”:

1. Analisando item segundo a categorização de Nicely:

- a) No item (a) não houve consenso após o debate. O item consiste em marcar $\frac{1}{2}$ na reta da figura deste item da Atividade 10 Lição 3. Um classificou com o **Nível 5** de Nicely - (aplicar, relacionar, converter, traduzir, simbolizar, resumir, abstrair e descrever) porque de 0 até 1 há 10 marcações relacionando o fato das divisões da reta (o todo) com a fração $\frac{1}{2}$ com as noções espacial e metade. Já o outro escolheu **Nível 2** (iterar, fazer novamente ou repetir) argumentou que bastava observar os exercícios anteriores que facilmente poderia fazer a iteração (repetição em outro caso). Não houve consenso neste item.
- b) No item (b) houve consenso posterior ao debate. Inicialmente a classificação era **Nível 6** para um classificador pois esse argumentou que havia a necessidade de uma justificativa explicando a resolução. Já o outro classificador frisou que o *modus operandi* era bem parecido com o item (a) e por isso indicou o **Nível 2** (Iterar, fazer novamente ou repetir). Após o debate e reavaliação de fato ficou claro para ambos que o **Nível 2** devido a natureza da questão, mesmo indagando a explicação, não alterava seu nível.
- c) No item (c), ambos definiram inicialmente como **Nível 5** (aplicar, relacionar, converter, traduzir, simbolizar, resumir, abstrair e descrever), de fato relacionam as frações (partes) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ para localizar 0 e 1 (todo) no contexto da reta numérica a partir das informações que também podem ser obtidas dos itens anteriores. E para resolver no contexto da reta requer um “pouquinho” de abstração, algo incomum neste anos de escolaridade.

- d) No item (d), ambos definiram inicialmente como **Nível 2** (iterar – Fazer novamente ou repetir) pois basta repetir o procedimento realizado do item (b) e (c) relativo à figura deste item.

2. Analisando item segundo a categorização de Stein:

Inicialmente houve concordância e discordância, porém, após debate e reavaliação foi possível chegar ao consenso.

- a) No item (a) inicialmente houve uma divergência na classificação apesar de concordarem que é um item de alta demanda cognitiva. Após reavaliação se concordou existe pensamento algorítmico mesmo que não óbvio no momento que se tem os pontos 0 e 1 e se necessita localizar $\frac{1}{2}$, ou seja, a metade. E portanto, não se encaixa em “Fazer matemática” e além disso, busca conceito e ideias. E por isso, o consenso foi para **Procedimento COM conexão**.
- b) No item (b) a discussão e a conclusão foram similares ao o item (a), com a diferença de que ao se associar os valores às marcações, não há opções dadas para “encaixar” pois a questão não fornece sugestões de quais frações deverão aparecer ($\frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{5}$ por exemplo). E, portanto, é um **Procedimento COM conexão**.
- c) No item (c) ambos concordaram que se trata de **Fazer Matemática** pois, além de não requerir um pensamento não-algorítmico para localizar o 0 e 1 a partir das frações, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ na reta numérica, e além disso exploram-se conceitos não explícitos nos itens anteriores.
- d) No item (d) a discussão e a conclusão foram similares ao o item (c), e inesperadamente ambos que inicialmente concordavam que se tratavam de **Fazer Matemática** chegaram a conclusão que se tratava de **Procedimento COM conexão** pois uma vez já resolvido o item (b), bastava refazer o procedimento pois a diferença era uma marcação na reta diferente e ainda sim explorava alguns conceitos com conexões.

Como vimos nessas análises que destacamos, o processo por si não só enriquece a discussão, mas também fomenta uma série de outras reflexões, tais como se ouvessem terceiro "classificação", quão variações teríamos, ou ainda se prolongássemos as discussões, se os resultados permaneceriam etc. Agora podemos observar a classificação da questão 10 - lição 3, pós reavaliação na tabela 12.

Diversas outras situações a cerca deste processo de classificação e discussão sobre é enriquecedor e aprimora o objetivo, seja avaliar, escolher ou produzir algum material didático.

item	Nicely	Stein
a)	Sem consenso	Procedimento COM conexão
b)	Nível 2	Procedimento COM conexão
c)	Nível 5	Fazer matemática
d)	Nível 2	Procedimento COM conexão

Tabela 12 – Classificação após discussão entre os classificadores - Atividade 10, Lição 3

As discussões acerca dos níveis de demanda cognitiva neste processo de negociação aumentaram o entendimento dos classificadores sobre a diferença entre os níveis e sobre o esforço que o estudante deve dispender para realizar a tarefa. Acreditamos que este tipo de atividade pode ser bastante enriquecedora em cursos de formação de professores.

4 Treinamento, prática e análise de dados

Neste capítulo buscamos uma maneira de entender em que medida as classificações de Nicely ([Nicely, 1985] e [Nicely et al., 1984]) e ([Stein et al., 1996] e [Stein, 2000]) classificações de atividades em níveis de demanda cognitiva dependem do ponto de vista do avaliador. Aqui utilizamos uma abordagem diferente. realizamos um treinamento: solicitamos aos participantes que classifiquem atividades e analisamos os resultados.

O seminário foi apresentado em agosto de 2016 para 36 participantes, com alunos da graduação em Matemática, alunos do PROFMAT, professores da Educação Básica e alunos de outros cursos da UNIRIO, no Centro de Ciências Exatas e Tecnologia (CCET) da mesma Universidade. O seminário com o título *Classificação de exercícios em Matemática*, teve como objetivo divulgar o tema entre os colegas professores e treiná-los para um pequeno teste de sensibilidade. Este teste pretendia verificar se diferentes avaliadores, após um breve treinamento, apresentam as mesmas classificações para uma mesma atividade.



Figura 16 – Apresentação no seminário

As três etapas do seminário, treinamento e avaliação foram:

1. Exposição. Foi feito um resumo das teorias das classificações estudadas (Nicely e Stein), foram apresentados exemplos de atividades classificadas. Essa etapa durou cerca de 1h.

2. Breve momento para observações e esclarecimento de dúvidas, além das opiniões e sugestões. Aproximadamente 20 min.
3. Orientações a cerca do preenchimento da *ficha de exercícios para classificação* (ver apêndice C) que continha informações e questões a serem classificadas, não houve interferência da aplicadora e os participantes realizaram de forma individual. Essa etapa durou cerca de 40 min.

Os participantes também tiveram acesso às *características de atividades em cada nível de exigência cognitiva segundo NICELY* (ver apêndice A), ao guia de análise de tarefas (ver anexo A) e também a uma lista de características e exemplos em *características de atividade em cada nível de exigência cognitiva segundo STEIN* (ver apêndice B).

4.1 Algumas análises de resultados.

Com os dados obtidos, traçamos um perfil para conhecer os participantes da atividade investigativa. Esses resultados geraram algumas análises que veremos neste capítulo.

4.1.1 Perfil do Participante

Tendo em vista os dados fornecidos pelos participantes no questionário, podemos descrever o perfil da seguinte forma: São jovens entre 19 e 32 anos da área de Matemática que atuam na rede pública há menos de 5 anos, que utilizam o livro didático apesar de não ter autonomia de escolha do mesmo, e que nunca ouviram falar ou tiveram conhecimento do assunto de classificações de exercícios sob olhar cognitivo e seus desdobramentos. Para dados mais detalhados, consultar o apêndice D *dados sobre o perfil do participante*.

4.1.2 Análise das classificações realizadas pelos participantes

As questões 1, 2, 3 e 4 compõem a ficha para classificação no Anexo C em relação às classificações segundo *Nicely e Stein*¹. Estas foram retiradas do texto [Stein, 2000].

Questão 1

Para a lição de casa a professora de Mark pediu para olhar o padrão abaixo e desenhar a figura que deve vir em seguida. Mark não sabe como encontrar a próxima figura.

- i. Desenhe a próxima figura para Mark.

¹ A autora deste TCC utilizou os critérios de Nicely e Stein para estabelecer um "gabarito" e padronizar a análise desta atividade no qual os participantes também classificaram



Figura 17 – Padrão da Questão 1

- ii. Descreva como você sabe qual figura vem a seguir de forma que Mark pudesse entender.
- *Classificação segundo os critérios de Nicely:* A classificação da atividade é nível 6 (justificar, explicar). Contudo, o nível 2 (iterar, repetir) foi o mais escolhido pelos participantes (30,6%), seguido pelo nível 6 (justificar, explicar) escolhido por 22,2%. Ninguém classificou a questão em níveis 1, 7, 8 ou 9.

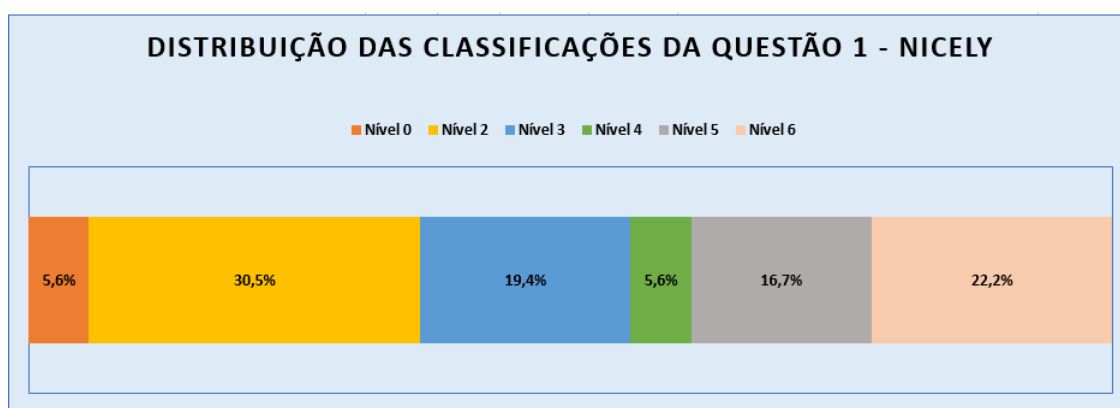


Figura 18 – Classificação da Questão 1 - Nicely.

- *Classificação segundo os critérios de Stein:* A classificação da atividade é “fazer matemática”. Mais da metade dos participantes acertaram que o nível de demanda cognitiva é alto 66,7%, mas apenas 11,1% a classificaram corretamente. Esta classificação pode ter acontecido pelo fato de ter dois itens i. e ii., a orientação no treinamento foi feita para que em casos assim, prevalecesse o nível mais “alto”. Como o item i. é do nível “procedimento COM conexão” e o item ii. é do nível “fazer matemática”, a classificação pelo critério estabelecido seria “fazer matemática”. Isso pode ter causado imprecisão na classificação, porém $\frac{2}{3}$ concordou ser de “nível alto de demanda cognitiva” e esse acerto superou as expectativas.

Questão 2

Usando o lado do quadrado como medida, encontrar o perímetro de cada trem na figura.

- *Classificação segundo os critérios de Nicely:* A classificação é nível 3 (comparar, substituir). Acertaram 27,8% dos participantes, a maioria classificou como nível 5 (aplicar, relacionar, relacionar).

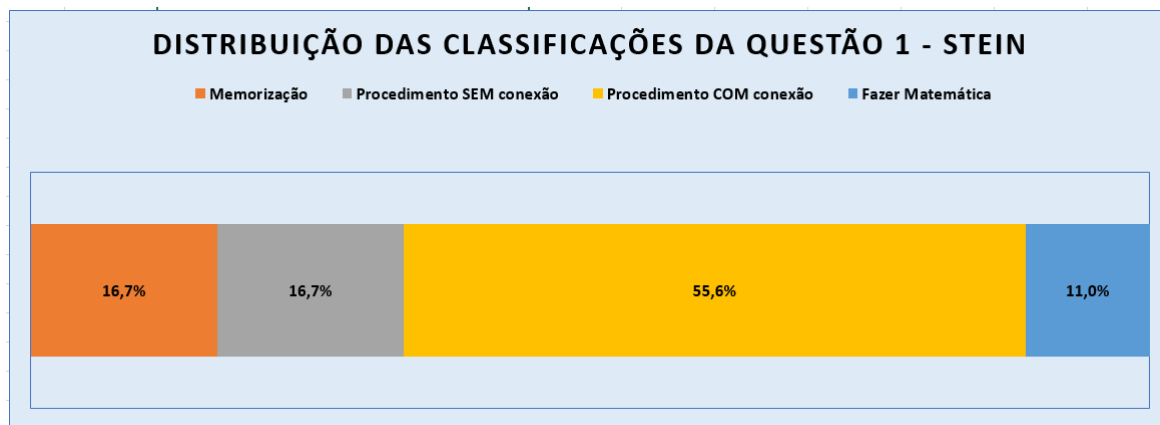


Figura 19 – Classificação da questão 1 - Stein.

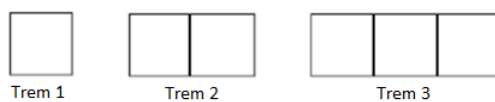


Figura 20 – Padrão da questão 2

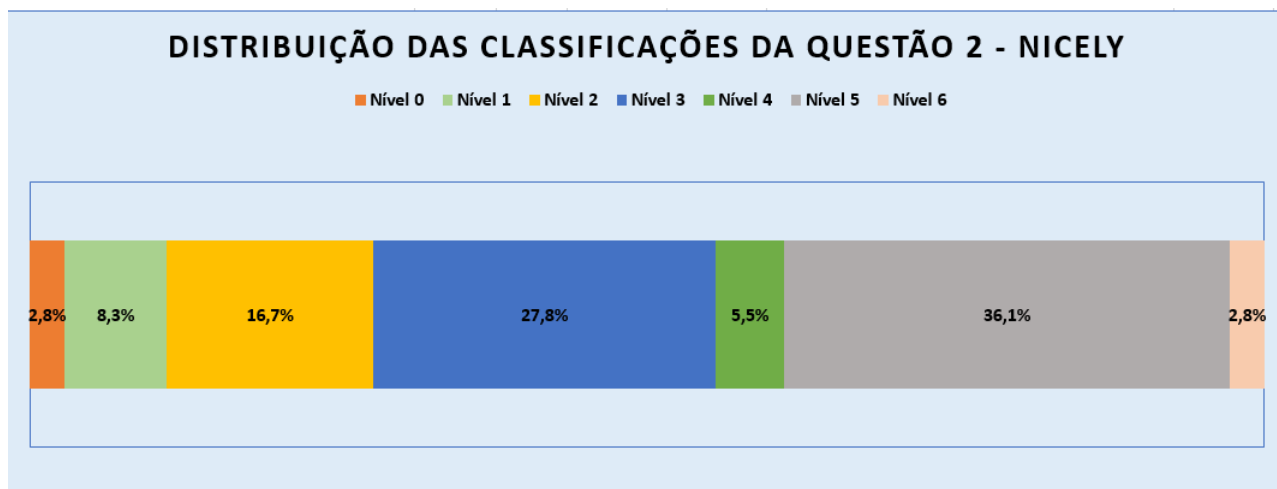


Figura 21 – Classificação da questão 2 - Nicely.

- *Classificação segundo os critérios de Stein:* A classificação é procedimento SEM conexão, portanto, de baixa demanda cognitiva. Contudo, 52,8% optaram por procedimento COM conexão, acertaram que existem procedimentos mas erraram a demanda, ao invés de alta, é baixa.

Questão 3

$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ significa uma de duas partes iguais de um terço.

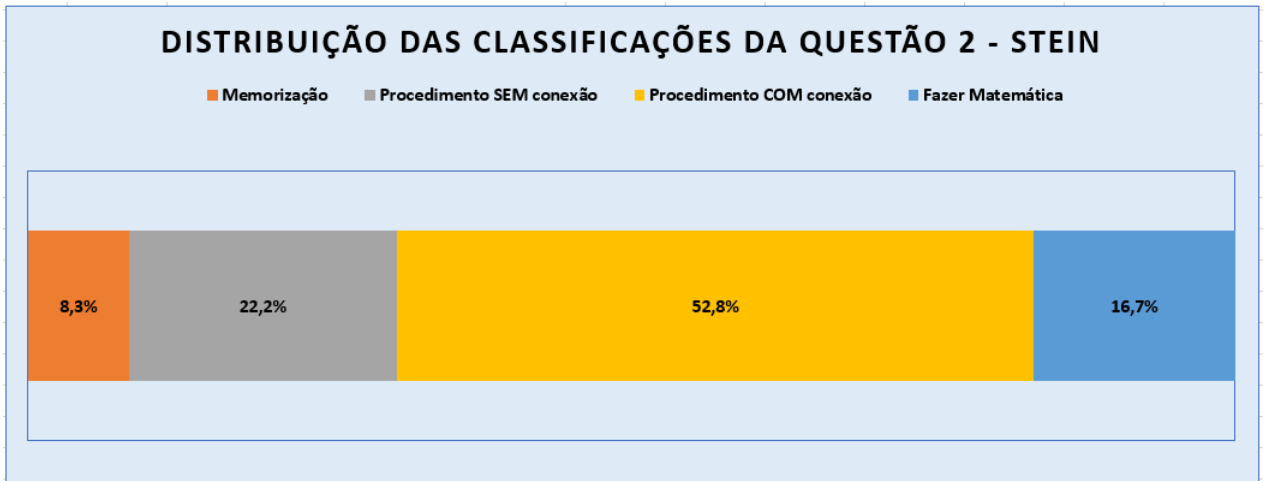
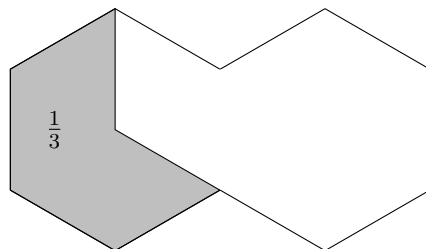
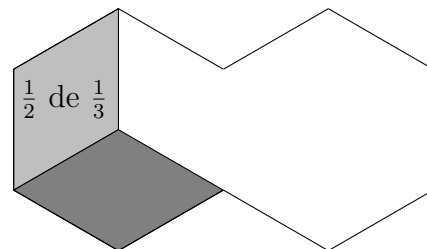


Figura 22 – Classificação da questão 2 - Stein.

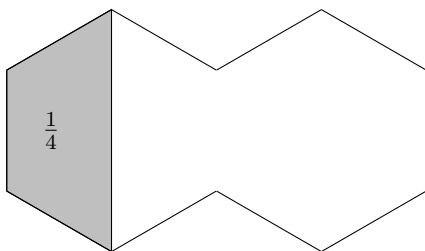


Um terço

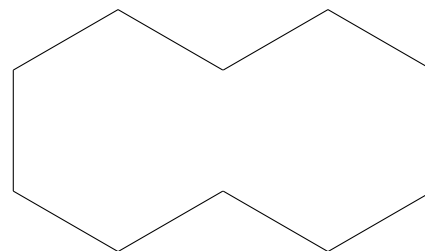


$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Encontrar $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$. Use blocos padrão. Desenhe a sua resposta.

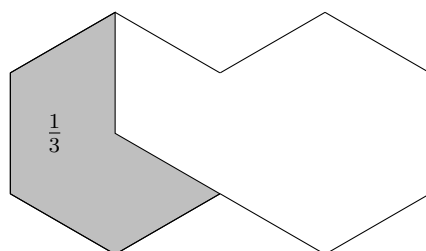


Um quarto

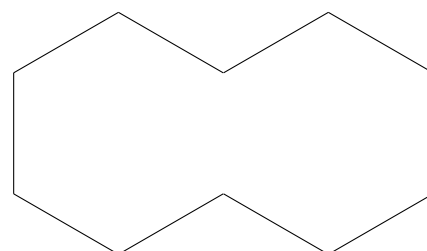


$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \text{—}$.

Encontrar $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$. Use blocos padrão. Desenhe a sua resposta.



Um terço



$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \text{—}$.

- *Classificação segundo os critérios de Nicely:* O maior percentual de escolha foi a resposta certa, o nível 5 (aplicar, relacionar, converter, simbolizar, resumir e descrever) com 36,1% de escolha pelos participantes. Mas um grande número de participantes ainda marcou o nível 2 (iterar, repetir), provavelmente por não ter compreendido bem que deveriam considerar o nível mais alto quando ele também é atingido.

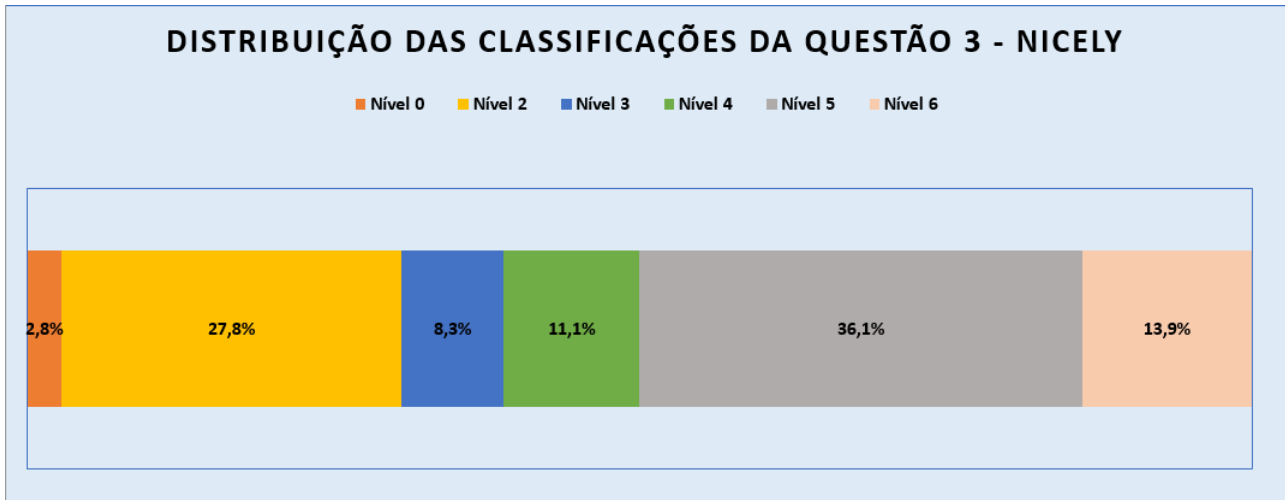


Figura 23 – Classificação da questão 3 - Nicely.

- *Classificação segundo os critérios de Stein:* A maioria dos participantes, precisamente 61,1%, classificou de forma correta, como procedimento COM conexão. Não houve classificação para procedimento SEM conexão.

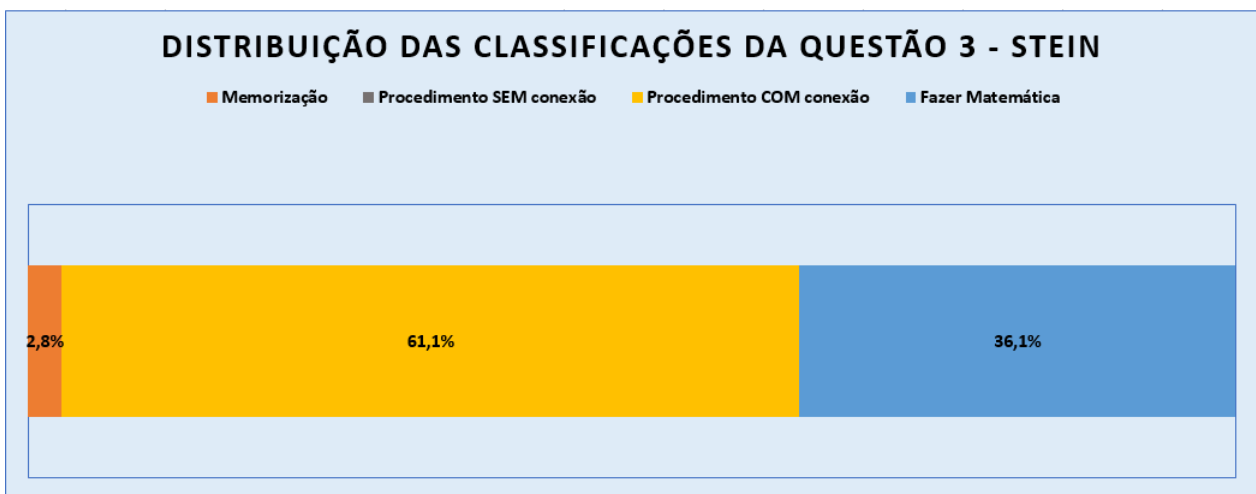


Figura 24 – Classificação da questão 3 - Stein.

Questão 4

Dê a fração e porcentagem para cada decimal.

0,20 0,25 0,33 0,50 0,66 0,75

- *Classificação segundo os critérios de Nicely*: A maioria dos participantes classificou corretamente a questão como nível 2 (iterar, fazer novamente, repetir, reinterar).

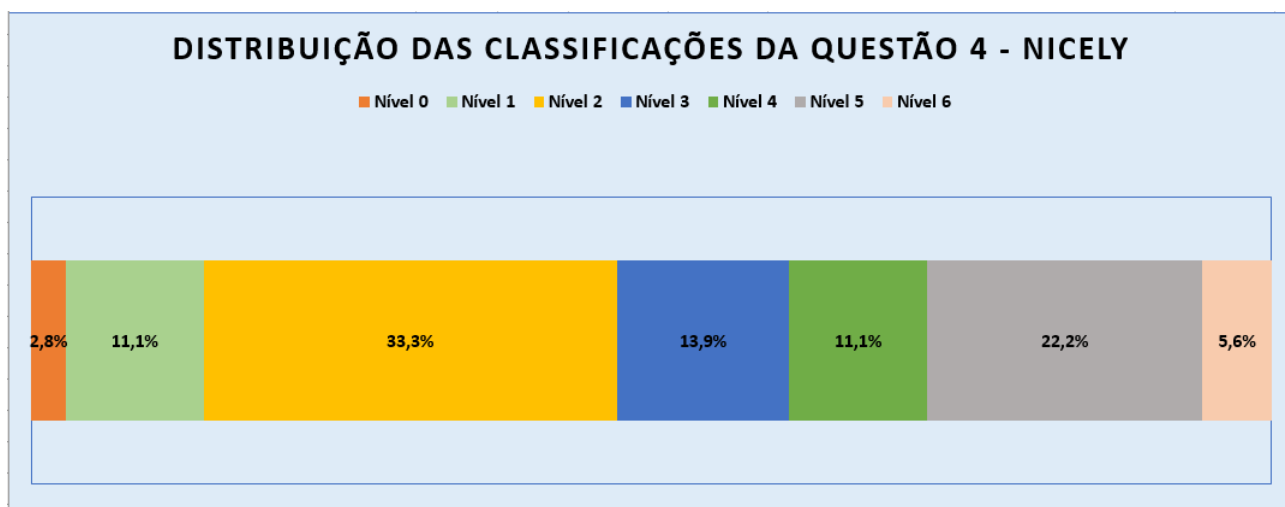


Figura 25 – Classificação da questão 4 - Nicely.

- *Classificação segundo os critérios de Stein*: Metade dos participantes, classificaram de forma correta como procedimento SEM conexão.

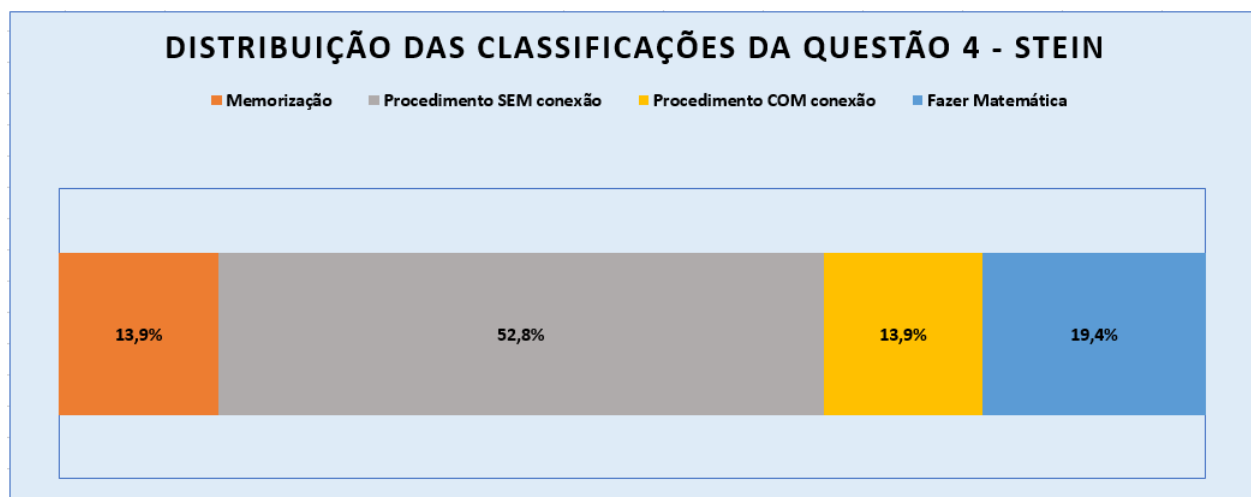


Figura 26 – Classificação da questão 4 - Stein.

ANÁLISE: Os participantes parecem ter ficado com dúvidas entre duas opções na classificação segundo NICELY, observe que nas duas primeiras a classificação de acordo com a autora foi a segunda mais escolhida e na duas últimas a resposta correta foi a mais escolhida. Alguns participantes parecem ter classificado questões como fazer matemática pelo simples fato de terem cálculos na resolução. O teste de sensibilidade é inconclusivo, entretanto os critérios de Stein, ao nosso entendimento parece ser como mais

confiável por coincidir mais com o "gabarito"² da classificação. Provavelmente por haver menos classificações possíveis. Os classificadores conseguiram, em sua maioria, identificar corretamente as questões que envolviam procedimentos. Também foram propensos a identificar questões com altas demandas cognitivas como tais. Isso é uma constatação, no mínimo interessante, mesmo em um curto período de treinamento, já é possível perceber que o capacitação, traz resultados viáveis para debater ações de escolha e criação de materiais.

Alguns aperfeiçoamentos que acreditamos serem benéficos em um teste como este são: permitir que os participantes façam uma escolha ordenada de até dois ou três níveis para classificação, discutir mais exemplos de atividades a serem classificadas junto com os participantes e suas nuances, especialmente enfatizando as diferenças entre os níveis e que os níveis mais altos devem ser os considerados, caso sejam atingidos e incluir uma discussão com os participantes sobre o contexto dos estudantes a que as atividades se destinam, isto não estava claro para a autora quando o treinamento foi realizado.

² Análogo a nota de roda pé anterior

5 Considerações finais

A inspiração para esse trabalho surgiu durante estudos no curso do Programa de Mestrado, a partir das aulas ministradas e indicações de material para leitura vinda dos professores. A ideia de que é possível utilizar de uma ferramenta analítica para auxiliar na escolha do livro didático ou na elaboração de uma atividade ou exercício em Matemática (ou em qualquer outra disciplina) nos impeliu a buscar mais fontes sobre esse assunto.

Após iniciar pesquisas em busca de um referencial teórico, percebemos uma imensa dificuldade de encontrar textos sobre o tema em Português. Essa dificuldade despertou esse aspecto. Portanto desejamos contribuir com essa produção textual, promover uma discussão com material bibliográfico na 5ª língua mais “falada” do mundo, o Português. Outro objetivo foi trazer, não só um estudo teórico dos textos escolhidos, mas também disseminar o interesse através de um breve treinamento e, para além disso, analisar as interações sobre o tema através de métodos como por exemplo: capacitação, questionários aplicados, tabulação dos resultados das classificações realizadas, perfil do participante entre outros. E ainda, fomentar a discussão a cerca do tema e divulgar o assunto de forma geral.

Após uma revisão teórica realizada no capítulo 2 - *Níveis cognitivos das atividades segundo Nicely: Demandas de níveis inferior e superior* e no capítulo 1 - *Níveis de demanda cognitiva segundo Stein: Seleção e criação de atividades do Projeto QUASAR*, através de uma pesquisa bibliográfica que consistiu em uma análise e exposição de teorias, conceitos e definições, e ainda o capítulo 3 - *Uma breve análise das atividades de um material didático* que trouxe um, pouco da experiência de classificação em si. E ainda o capítulo 4 - *Treinamento, prática e análise de dados* a oportunidade de aplicar e semear esta ideia.

Este trabalho aponta que este a classificação de tarefas por demanda ou exigência cognitiva além de relevante, necessita de mais pesquisas e produção bibliográfica. Entendemos que a partir deste texto juntamente com outros referenciais é possível contribuir para a melhoria do processo de aprendizagem a partir da escolha e elaboração de materiais didáticos. Como sugestão para pesquisas futuras, temos a implementação das tarefas e as possíveis mudanças de demandas ou exigência cognitiva.

APÊNDICE A – Características dos níveis de exigência cognitiva segundo NICELY

Características de tarefas em cada nível de exigência cognitiva segundo NICELY (Material do Público-alvo)

Exemplos retirados de: Matemática – teoria e conceito – 6º ano – Ed. Saraiva, exceto exemplos para os níveis 7, 8 e 9 que foram elaborados pela a autora.




<p>Nível 0 -No task; Observe; Read / Sem tarefa; Observar; Ler Alguns exemplos ou resolução para leitura.</p>	<p>Exemplo:</p> <p>Quando dividimos uma figura em duas partes iguais, cada parte é um meio ou a metade da figura. Com símbolos matemáticos, escrevemos que cada uma de duas partes é $\frac{1}{2}$ da figura.</p>  <p>Assinalamos $\frac{1}{2}$ do retângulo.</p> <p>Quando a divisão é feita em três partes iguais, cada parte é um terço ou a terça parte da figura. Cada uma das três partes é $\frac{1}{3}$ da figura.</p>  <p>Assinalamos $\frac{1}{3}$ do retângulo.</p>  <p>Assinalamos $\frac{2}{3}$ do retângulo.</p>										
<p>Nível 1 - Recall; Recognize; Repeat; Copy (Imitate, Reproduce) / Lembrar; Reconhecer; Repetir; Copiar Repetir literalmente, copiar literalmente.</p>	<table border="1" data-bbox="979 421 1145 1456"> <thead> <tr> <th colspan="2">Leitura de frações</th> </tr> <tr> <th>Denominador</th> <th>Nome de cada parte</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>Meio</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Terço</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Quarto</td> </tr> </tbody> </table> <p>Qual o nome de cada parte para que o denominador seja 2?</p>	Leitura de frações		Denominador	Nome de cada parte	2	Meio	3	Terço	4	Quarto
Leitura de frações											
Denominador	Nome de cada parte										
2	Meio										
3	Terço										
4	Quarto										

Figura 27 – Material impresso com características nível 0 e nível 1


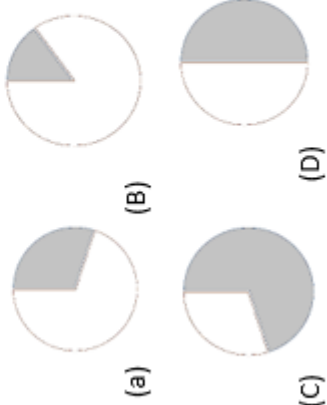
<p>Nível 2 - Iterate/ Iterar (fazer ou dizer novamente; repetir, reiterar) Repetir procedimento Fazer de forma análoga, utilizar a mesma ideia em um novo caso.</p>	<p>Para se ter $\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$, que número deve ser colocado no lugar de ☺ ?</p> <p>Resposta:</p> <p>Verifique por qual número o 3 foi multiplicado. O mesmo deve acontecer com o denominador.</p>  <p>No lugar do ☺, que número deve entrar?</p>
<p>Nível 3 - Compare; Substitute / Comparar; Substituir. Comparar valores ou resultados. Substituição de valores, informações ou dados.</p>	<p>Dados da Associação Brasileira dos Exportadores de Cítricos mostram que 70% do suco de laranja exportador pelo Brasil são comprados pela União Europeia. Num dos gráficos abaixo, a parte cinza indica o percentual referente às compras da União Europeia. Esse gráfico é:</p> 

Figura 28 – Material impresso com características nível 2 e nível 3

<p>Nível 4 - Categorize (Classify, Group); Ilustre (Exemplify) / Categorizar (Classificar, Agrupar); Ilustrar (Exemplificar).</p> <p>Classificar ou agrupar segundo uma característica ou definição. Ilustrar exemplos.</p>	<p>Considere as frações:</p> $\frac{6}{10}, \frac{11}{33}, \frac{12}{25}, \frac{15}{21}, \frac{16}{35}$ <p>Quais delas são irredutíveis?</p>
<p>Nível 5 - Apply; Relate; Convert (Translate); Symbolize; Summarize(Abtract); Describe / Aplicar; Relacionar; Converter (Traduzir); Simbolizar; Resumir (Abstract); Descrever.</p> <p>Quando se precisa "modelar" o problema. Escrever de forma matemática. Relacionar conceitos para converter ou resumir.</p>	<p>O despertador tocou e eu nem me mexi. Meu avô gritou:</p> <p>- Levante, Marcelo! Falta um quarto de hora para as seis horas. Então eram 5 horas e quantos minutos?</p>
<p>Nível 6 - Justify (Support); Explain (Interpret); Analyze / Justificar (Respaldar); Explicar (Interpretar); Analisar.</p> <p>Uma explicação interpretativa ou justificativa para a resolução.</p>	<p>Uma horta comunitária será criada em uma área de 5100 m². Para cultivo de hortaliças, serão destinados $\frac{2}{3}$ dessa área. O cultivo das hortaliças vai ocupar mais da metade ou menos da metade da área total? Por quê?</p>
<p>Nível 7 - Hypothesize(Theorize); Synthesize (Organize, Structure); Generalize (induce); Deduce /Hipótese (Teorizar); Sintetizar (Organizar, Estruturar); Generalizar (Induzir); Deduzir.</p> <p>Formular hipóteses a fim de sintetizar e estruturar teorias e generalizações. Induzir ou deduzir um resultado.</p>	<p>Convencionou-se dizer que:</p> $\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2} \quad \left(-\frac{4}{5}\right)^1 = -\frac{4}{5}$ <p>Podemos deduzir que todo número real não nulo, seja ele fracionário ou não, elevado a 1 é igual a ele próprio?</p>
<p>Nível 8 - Prove; Solve; Test (Experiment); Desing / Provar; Resolver; Teste (Experimental); Projetar.</p> <p>Fazer a prova matemática, testar e projetar provas.</p>	<p>$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$ $\left(-\frac{4}{5}\right)^0 = 1$</p> <p>Prove que todo número fracionário é elevado a zero é igual a 1.</p>
<p>Nível 9 - Evaluate / Avaliar</p> <p>Fazer uma crítica, julgar. Determinar o significado. Avaliar o resultado.</p>	<p>Refleta:</p> <p>(I) Todo número real não nulo, seja ele fracionário ou não, elevado a 1 é igual a ele próprio?</p> <p>(II) Todo número fracionário é elevado a zero é igual a 1.</p>

Figura 29 – Material impresso com características nível 4, nível 5, nível 6, nível 7, nível 8 e nível 9

APÊNDICE B – Características das demandas cognitivas segundo STEIN

Características de tarefas em cada nível de exigência cognitiva segundo STEIN (Material do Público-alvo)

Exemplos retirados de artigos publicados da Stein

<p>(I) Memorização</p> <ul style="list-style-type: none"> • Que envolva qualquer reprodução de fatos anteriormente aprendidos, regras, fórmulas ou definições. • Não pode ser resolvido através de procedimentos porque o procedimento não existe ou porque o período de tempo em que a tarefa será concluída é muito curto para usar um procedimento. • Não são ambíguos. Essas tarefas envolvem a reprodução exata do material previamente visto, e que está sendo aprendido ou reproduzido. • Não há conexão com os conceitos ou significado que fundamentam os fatos, regras, fórmulas ou definições sendo aprendido ou reproduzido. 	<p>Exemplo:</p> <p>Qual é a regra para multiplicar frações? Resposta esperada do aluno:</p> <p>Multiplica-se o numerador com numerador e o denominador com denominador ou multiplica-se os dois números superiores e, em seguida, os dois números inferiores.</p>
<p>(II) Procedimentos sem conexões com conceito ou significado</p> <p>Utilização de procedimentos quaisquer, pedidos específicos ou evidentes a partir de instrução prévia, experiência, ou a colocação pela tarefa.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exige demanda cognitiva limitada para uma conclusão bem-sucedida. Existe pouca ambiguidade sobre o que precisa ser feito e como fazê-lo. • Não há conexão com conceito ou significado que fundamenta o procedimento a ser utilizado. • Está focada na produção de respostas corretas em vez de no desenvolvimento de compreensão matemática. • Não necessitam de explicações ou esclarecimentos e concentram exclusivamente em descrever o procedimento que foi usado. 	<p>Exemplo:</p> $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}$ $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$ <p>Resposta esperada do aluno:</p> $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$ $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48}$ $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45}$

Figura 30 – Material impresso com características memorização e procedimento sem conexão


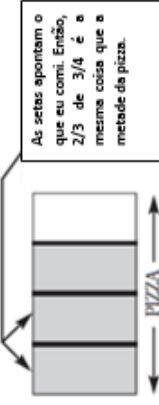
<p>(III) Procedimentos com conexões com conceito ou significado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Atenção dos estudantes concentra-se na utilização de procedimentos com a finalidade de desenvolver níveis mais profundos de compreensão, conceitos matemáticos e ideias. • Sugerir explícita ou implicitamente vias a seguir que são procedimentos gerais amplos, que têm estreitas ligações com ideias conceituais subjacentes em oposição a limitar algoritmos não-óbvios, com respeito aos conceitos subjacentes. • Geralmente são representados de várias maneiras, tais como diagramas visuais, manipuláveis (concretos), símbolos e situações-problema. Fazendo conexões entre várias representações que ajudam a desenvolver significado. • Exige algum grau de esforço cognitivo. Embora os procedimentos gerais possam ser seguidos, não pode ser seguido sem pensar. Os alunos precisam se envolver com ideias conceituais que fundamentam os procedimentos para completar a tarefa com sucesso e que possam desenvolver o entendimento. 	<p>Exemplo:</p> <p>Encontrar $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{2}$. Use blocos padrão. Desenhe a sua resposta e explique a sua solução.</p> <p>Resposta esperada do aluno:</p>  <p>Primeiro você tomar a metade de todo, essa metade seria um hexágono. Divide o hexágono em seis pedaços, que seriam seis triângulos. Então você pinta um sexto, que é um triângulo. Dividindo também o outro hexágono, temos a visão total. Portanto $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{2}$ é $\frac{1}{12}$.</p>
<p>(IV) "Fazer matemática"</p> <ul style="list-style-type: none"> • Requer pensamento complexo e não-algorítmico de abordagem previsível, ensaiado ou o caminho não é explicitamente sugerido pela tarefa. • Exige que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, processos ou relações. • Demanda automonitorização ou autorregulação dos próprios processos cognitivos. • Exigem que os alunos acessem o conhecimento e experiências relevantes para fazer o uso adequado de trabalhar as tarefas. • Exigem que os alunos analisem a tarefa e examinem ativamente restrições que podem limitar as possíveis estratégias e soluções. • Requer considerável esforço cognitivo e pode envolver algum nível de ansiedade para o aluno, devido à natureza imprevisível do processo de solução necessária. 	<p>Exemplo:</p> <p>Resolver o problema sem usar a regra, e explicar a sua solução. Para o almoço minha mãe me deu três quartos de uma pizza. Eu só poderia terminar dois terços do que ela me deu. Quanto de toda a pizza eu comi?</p> <p>Uma possível resposta do aluno:</p> <p>Eu desenhei um retângulo para toda a pizza. Então eu cortei em quatro e sombrei três deles para mostrar a parte minha mãe me deu. Eu só comi dois terços do que ela me deu, isso seria apenas duas das seções sombreadas.</p>  <p>Minha mãe me deu a parte está sombreada.</p>

Figura 31 – Material impresso com características procedimento com conexão e fazer matemática

APÊNDICE C – Ficha de Exercícios para Classificação (Material do Público Alvo)

Ficha de Exercícios para Classificação

1) Nome: _____ 2) Idade: _____

3) Professor de Matemática? () SIM () NÃO

4) Nível de Formação: () Estudante de Matemática () Licenciado em Matemática () Outra graduação

5) Tempo de magistério no ensino fundamental: _____ 6) Tempo de magistério no ensino médio: _____

7) Professor da rede pública? () SIM () NÃO 8) Você utiliza o livro didático nas suas aulas () SIM () NÃO

9) Você escolhe o livro didático que será utilizado () SIM () NÃO

10) Já ouviu falar sobre classificação de exercícios segundo a demanda cognitiva alguma vez antes da apresentação de hoje? () SIM () NÃO

Figura 32 – Perguntas para traçar o perfil do participante.

CONTEXTO ACADÊMICO

Supomos que o aluno já tenha alcançado esses objetivos aos realizar as questões da tabela.

Base Nacional Comum de Matemática (Eixo: Números e Operações)

MTMT5FOA015: *Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando a sua representação simbólica às idéias de parte de um todo e de divisão, e reconhecer frações equivalentes.*

MTMT5FO016: *Comparar e ordenar números racionais positivos (representação fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.*

MTMT5FO017: *Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente a décima parte, quara parte, metade, três quartos e inteiro.*

Figura 33 – Contexto acadêmico onde se encontrariam os alunos submetidos, hipoteticamente, às questões do questionário



Questões	Classificação	(Em caso de indecisão)	Classificação	(Em caso de indecisão)
<p>(1) Para a lição de casa a professora de Mark pediu para olhar o padrão abaixo e desenhar a figura que deve vir em seguida.</p>  <p>Mark não sabe como encontrar a próxima figura.</p> <p>A. Desenhe a próxima figura para Mark.</p> <p>B. Escreva uma descrição para Mark dizendo-lhe como você sabe qual figura vem a seguir.</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>
<p>(2) Usando o lado do quadrado como medida, encontrar o perímetro de cada trem na figura.</p>  <p>Trem 1</p> <p>Trem 2</p> <p>Trem 3</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>

Figura 34 – Questões 1 e 2 do questionário

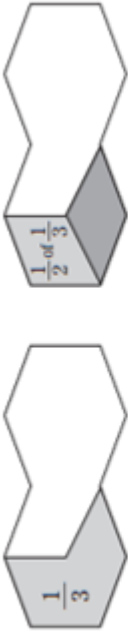


<p>(3) $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ significa uma de duas partes iguais de um terço.</p>  <p>Um terço</p> <p>$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$</p> <p>Encontrar $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$. Use blocos padrão. Desenhe a sua resposta.</p>  <p>Um quarto</p> <p>$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$</p> <p>Encontrar $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$. Use blocos padrão. Desenhe a sua resposta.</p>  <p>Um terço</p> <p>$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>
<p>(4) Represente a fração e porcentagem para cada decimal.</p> <p>0,20 = _____ = _____</p> <p>0,33 = _____ = _____</p> <p>0,66 = _____ = _____</p> <p>0,25 = _____ = _____</p> <p>0,50 = _____ = _____</p> <p>0,75 = _____ = _____</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() I () II () III () IV</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>	<p>() N0 () N1 () N2 () N3 () N4 () N5 () N6</p>

Figura 35 – Questões 3 e 4 do questionário

APÊNDICE D – Dados sobre o perfil do participante

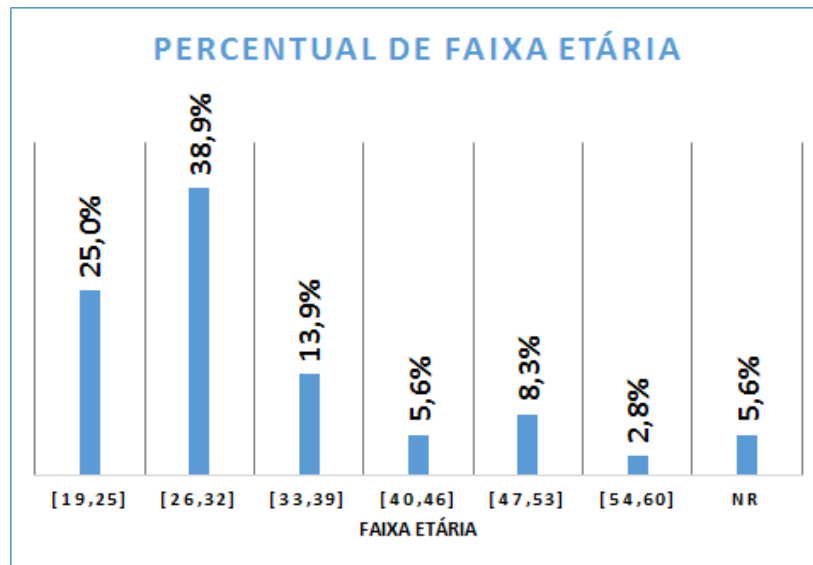


Figura 36 – Faixa etária dos participantes.

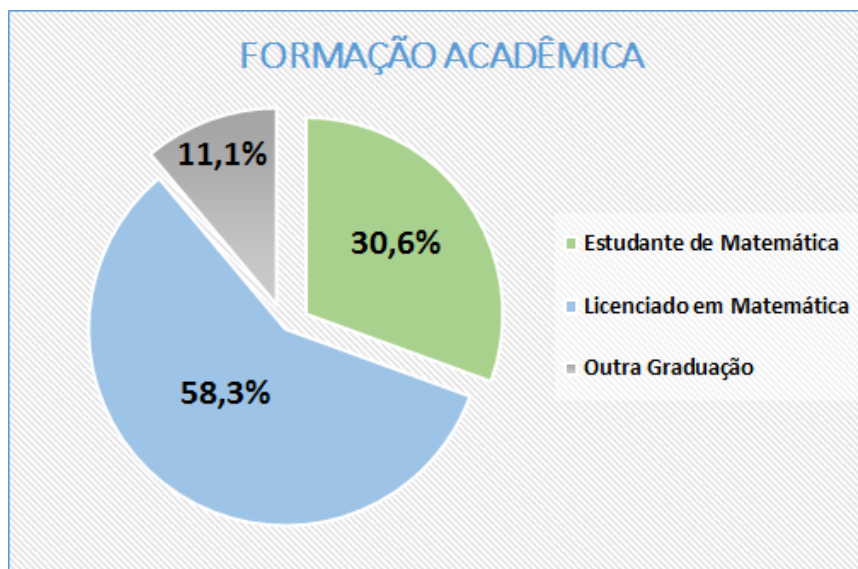


Figura 37 – Formação acadêmica dos participantes.

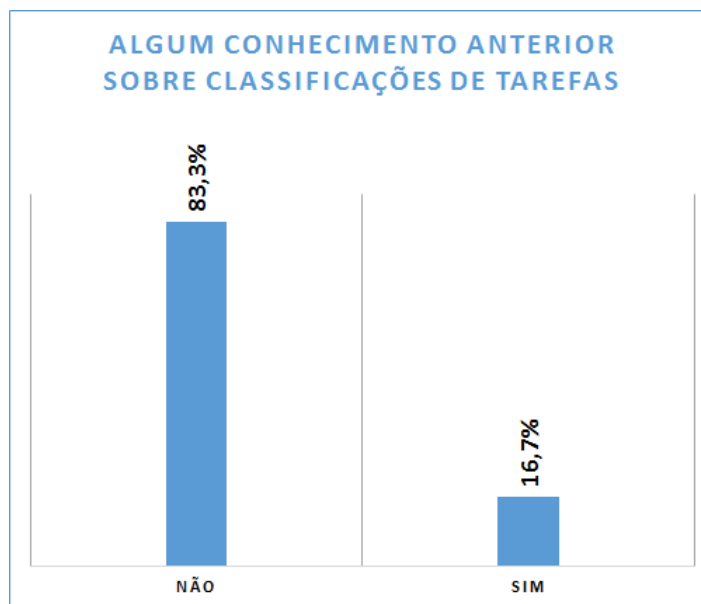


Figura 38 – Conhecimento prévio sobre o tema.

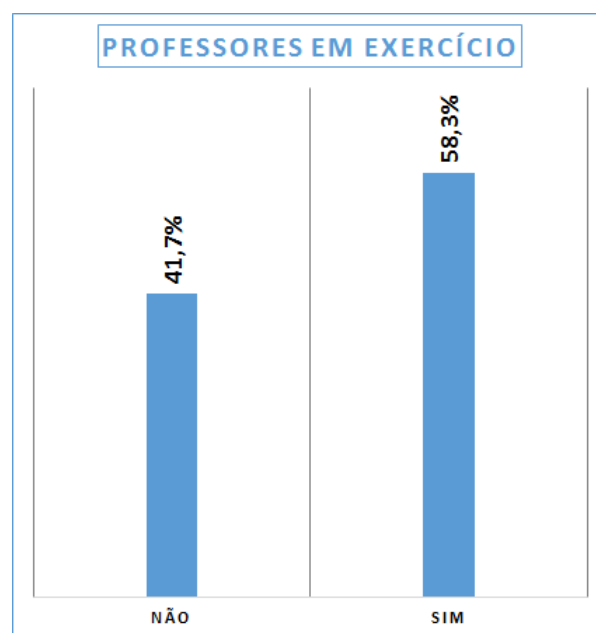


Figura 39 – Professores em exercício.

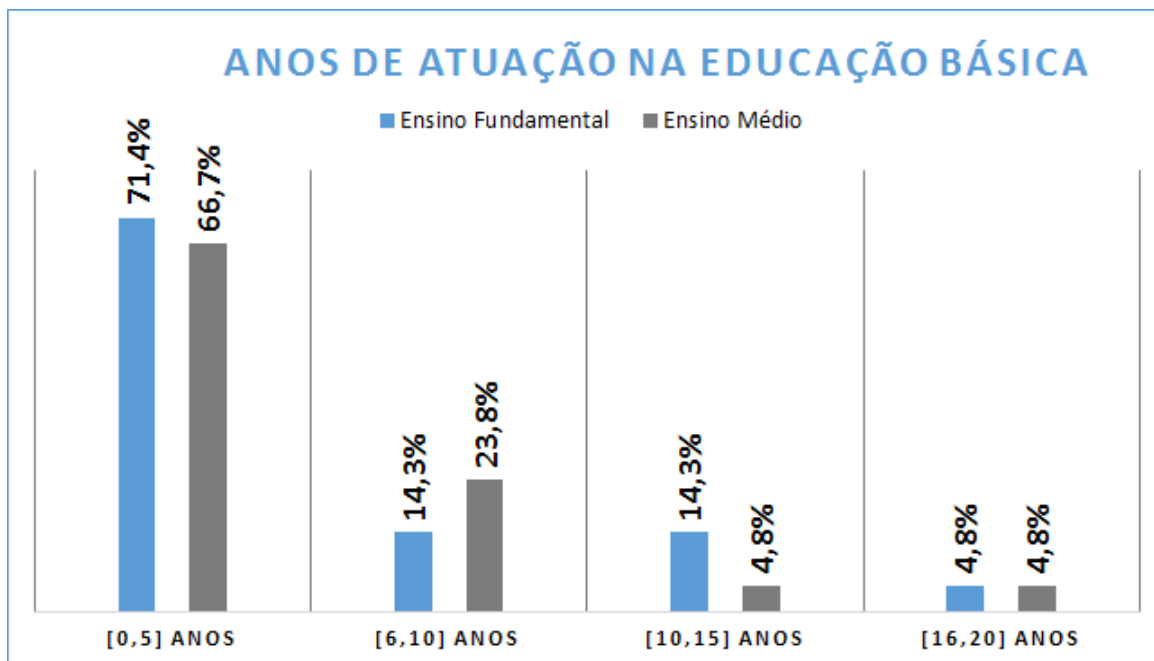


Figura 40 – Anos de atuação na Educação Básica.

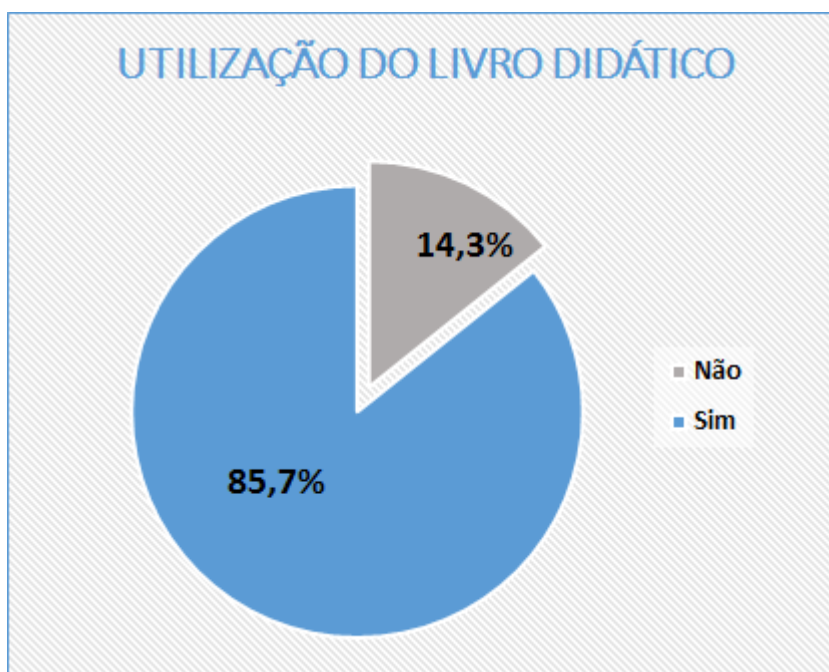


Figura 41 – Utilização do livro didático.

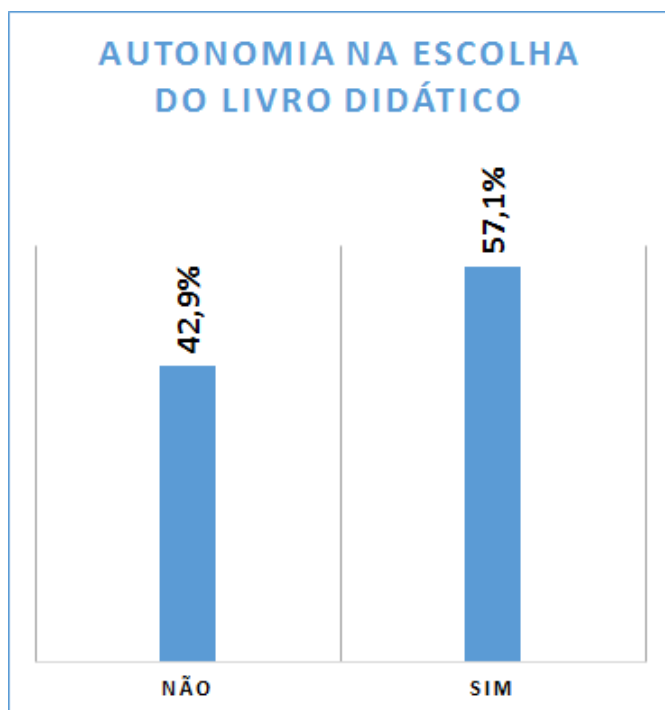


Figura 42 – Autonomia na escolha do livro didático.

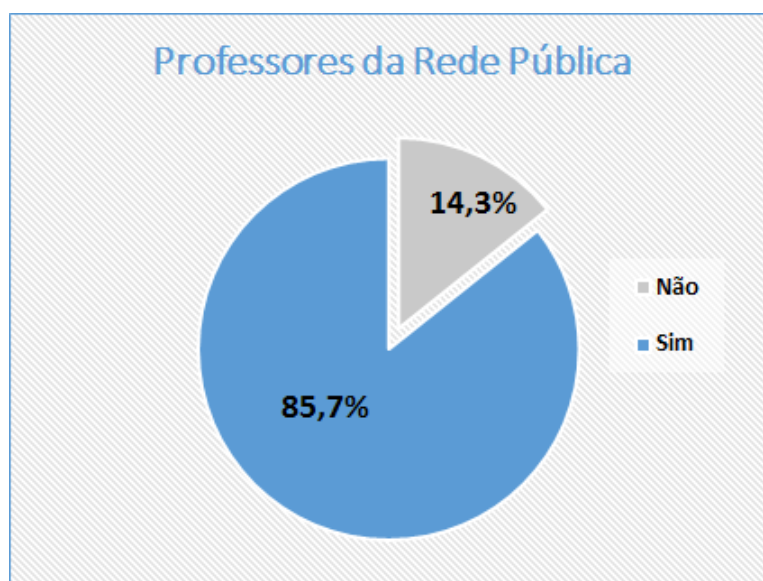


Figura 43 – Professores de escola pública.

ANEXO A – Guia de Análise de Tarefas

Guia de Análise de Tarefas

Memorização

- Que envolva qualquer reprodução de fatos anteriormente aprendidos, regras, fórmulas ou definições.
- Não pode ser resolvido através de procedimentos, porque um procedimento não existe ou porque o período de tempo em que a tarefa será concluída é muito curto para usar um procedimento.
- Não são ambíguos. Essas tarefas envolvem a reprodução exata do material previamente visto, e que está sendo aprendido ou reproduzido.
- Não há conexão com os conceitos ou significado que fundamentam os fatos, regras, fórmulas ou definições sendo aprendido ou reproduzido.

Procedimento sem conexão

- São algorítmicas. Utilização de procedimentos quaisquer, pedidos específicos ou evidentes a partir de instrução prévia, experiência, ou a colocação pela tarefa.
- Exige demanda cognitiva limitada para uma conclusão bem-sucedida. Existe pouca ambigüidade sobre o que precisa ser feito e como fazê-lo.
- Não há conexão com conceito ou significado que fundamenta o procedimento a ser utilizado.
- Está focada na produção de respostas corretas em vez de no desenvolvimento de compreensão matemática.
- Não necessita de explicações ou esclarecimentos e concentram exclusivamente em descrever o procedimento que foi usado.

Procedimento com conexão

- Atenção dos estudantes concentrar-se na utilização de procedimentos com a finalidade de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos matemáticos e ideias.
- Sugerir explícita ou implicitamente vias a seguir que são procedimentos gerais amplas que têm estreitas ligações com ideias conceituais subjacentes em oposição a limitar algoritmos que são não óbvios, com respeito aos conceitos subjacentes.
- Geralmente são representados de várias maneiras, tais como diagramas visuais, manipuláveis (concretos), símbolos e situações-problema. Fazendo conexões entre várias representações que ajudam a desenvolver significado.
- Exigir algum grau de esforço cognitivo. Embora os procedimentos gerais possam ser seguidos, não pode ser seguido sem pensar. Os alunos precisam se envolver com ideias conceituais que fundamentam os procedimentos para completar a tarefa com sucesso e que se desenvolvem entendimento.

Fazer Matemática

- Requer complexa e não-pensamento algorítmico de abordagem previsível, ensaiada ou o caminho não é explicitamente sugerido pela tarefa.
- Exige que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, processos ou relações.
- Demanda automonitorização ou autorregulação dos próprios processos cognitivos.
- Exigem que os alunos o acessem o conhecimento e experiências relevantes para fazer o uso adequado dos mesmos em trabalhar através da tarefa.
- Exigem que os alunos analisem a tarefa e examinem ativamente restrições das tarefas que podem limitar as possíveis estratégias e soluções de solução.
- Requer considerável esforço cognitivo e pode envolver algum nível de ansiedade para o aluno, devido à natureza imprevisível do processo de solução necessária.

Lista de tabelas

Tabela 1 – Níveis Cognitivos e Códigos - Nicely, [Nicely, 1985].	19
Tabela 2 – Níveis de demanda cognitiva segundo Stein, [Stein et al., 1996]	19
Tabela 3 – Definindo Níveis Cognitivos por Stein	24
Tabela 4 – Alguns possíveis valores de lados	28
Tabela 5 – Lista parcial de códigos de tipo de conteúdo no tópico de números complexos - NICELY, 1980 - p. 223. Nota: Tradução nossa.	33
Tabela 6 – Lista da fase de domínio, códigos e definições - NICELY, 1980 p. 224. Tradução nossa	34
Tabela 7 – Lista dos “modos de resposta” - Fonte: NICELY, 1980 - Figura 4 p. 224. Tradução nossa	34
Tabela 8 – Lista de verbos dos “níveis cognitivos” das tarefas. - Fonte: NICELY, 1980 Figura 2 p. 223. Tradução nossa	36
Tabela 9 – Quantitativo e percentual de níveis cognitivos nos livros A, B, C, D, E, F, e G.	40
Tabela 10 – Resultados do classificador 1 - Atividade 10, Lição 3	54
Tabela 11 – Resultados do classificador 2 - Atividade 10, Lição 3	54
Tabela 12 – Classificação após discussão entre os classificadores - Atividade 10, Lição 3	56
Tabela 13 – Guia de Análises de Tarefas	85

Lista de ilustrações

Figura 1 – Quadro de tarefas	22
Figura 2 – O carpete de Martha	27
Figura 3 – Alguns possíveis diagramas	28
Figura 4 – Esboço da função área	29
Figura 5 – Verbos originais dos níveis cognitivos e códigos - Fonte: NICELY, 1980 - Figura 2 p. 223. Tradução nossa	35
Figura 6 – Concordância entre estagiário-estagiário e entre estagiário e pesquisador	37
Figura 7 – Distribuição dos níveis cognitivos nos livros A, B, C, D, E, F e G.	38
Figura 8 – Quantidade de atividades nos livros por década (máximo, média e mínimo)	42
Figura 9 – Percentual de atividades nos livros por década de Nível 2 - Iterar	42
Figura 10 – Percentual de tarefas em livros didáticos por nível de exigência cognitiva segundo Nicely	43

Figura 11 – Capa do livro selecionado para análise neste capítulo - Frações no Ensino Fundamental - Volume 1 (Bortolossi et al, 2016).	45
Figura 12 – Níveis cognitivos segundo Nicely - Lição 1	46
Figura 13 – Níveis cognitivos segundo Nicely - Lição 3	46
Figura 14 – Demandas cognitivas segundo Stein - Lição 1	47
Figura 15 – Demandas cognitivas segundo Stein - Lição 3	47
Figura 16 – Apresentação no seminário	57
Figura 17 – Padrão da Questão 1	59
Figura 18 – Classificação da Questão 1 - Nicely.	59
Figura 19 – Classificação da questão 1 - Stein.	60
Figura 20 – Padrão da questão 2	60
Figura 21 – Classificação da questão 2 - Nicely.	60
Figura 22 – Classificação da questão 2 - Stein.	61
Figura 23 – Classificação da questão 3 - Nicely.	62
Figura 24 – Classificação da questão 3 - Stein.	62
Figura 25 – Classificação da questão 4 - Nicely.	63
Figura 26 – Classificação da questão 4 - Stein.	63
Figura 27 – Material impresso com características <i>nível 0 e nível 1</i>	68
Figura 28 – Material impresso com características <i>nível 2 e nível 3</i>	69
Figura 29 – Material impresso com características <i>nível 4, nível 5, nível 6, nível 7, nível 8 e nível 9</i>	70
Figura 30 – Material impresso com características <i>memorização e procedimento sem conexão</i>	72
Figura 31 – Material impresso com características <i>procedimento com conexão e fazer matemática</i>	73
Figura 32 – Perguntas para traçar o perfil do participante.	76
Figura 33 – Contexto acadêmico onde se encontrariam os alunos submetidos, hipoteticamente, às questões do questionário	77
Figura 34 – Questões 1 e 2 do questionário	78
Figura 35 – Questões 3 e 4 do questionário	79
Figura 36 – Faixa etária dos participantes.	81
Figura 37 – Formação acadêmica dos participantes.	81
Figura 38 – Conhecimento prévio sobre o tema.	82
Figura 39 – Professores em exercício.	82
Figura 40 – Anos de atuação na Educação Básica.	83
Figura 41 – Utilização do livro didático.	83
Figura 42 – Autonomia na escolha do livro didático.	84
Figura 43 – Professores de escola pública.	84

Referências

- [Barcelos Amaral, 2017] Barcelos Amaral, Rúbia e Hollebrands, K. (2017). An analysis of context-based similarity tasks in textbooks from brazil and the united states. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, pages 1–19. Citado na página 18.
- [Bloom, 1956] Bloom, B. S. (1956). Taxonomy of educational objectives. handbook i: Cognitive domain. *McKay*. Citado na página 42.
- [Bloom Benjamin and Krathwohl, 1956] Bloom Benjamin, S. and Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. handbook i: Cognitive domain. *New York: David McKay*. Citado na página 18.
- [BNCC, 2018] BNCC (2018). *Base Nacional Comum Curricular - EDUCAÇÃO É A BASE*. MEC Ministério da Educação. Citado 4 vezes nas páginas 17, 23, 31 e 48.
- [Bortolossi et al., 2016] Bortolossi, H., Ripoll, C., Simas, F., Rangel, L., Giraldo, V., Rezende, W., and Quintaneiro, W. (2016). *Frações no Ensino Fundamental*, volume 1. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada IMPA, Rio de Janeiro, RJ. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 45.
- [Carnine, 1993] Carnine, D. W. (1993). Effective teaching for higher cognitive functioning. *Educational Technology*, pages 29—33. Citado na página 42.
- [Cassab and Martins, 2003] Cassab, M. and Martins, I. (2003). A escolha do livro didático em questão. *Atas do IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*, pages 25–29. Citado na página 17.
- [Cotton, 1997] Cotton, K. (1997). Teaching thinking skills. *School Improvement Research Series [On-line]*. Citado na página 42.
- [Doyle, 1988] Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 2(23):167–180. Citado na página 18.
- [Doyle and Carter, 1984] Doyle, W. and Carter, K. (1984). academic task in classrooms. *Curriculum Inquiry*, 14:129–149. Citado na página 18.
- [Engelder, 1991] Engelder, J. (1991). A comparison of thinking skills elicited in textbooks used in computer-intensive algebra and traditional algebra. *The Pennsylvania State University*. Citado na página 18.

- [Fan and Kaeley, 2000] Fan, L. and Kaeley, G. S. (2000). The influence of textbooks on teaching strategies-an empirical study. *Mid-Western*, 13(4):2–9. Citado na página 31.
- [Ferraz and Belhot, 2010] Ferraz, A. P. d. C. M. and Belhot, R. V. (2010). Taxonomia de bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. *G & P - Gestão e Produção - São Carlos*, 17(2):421–431. Citado na página 22.
- [Friedman, 1976] Friedman, M. (1976). Cognitive emphasis of geometry teachers questions. *Journal for Research in Mathematics Education*, pages 259–263. Citado na página 18.
- [Hadar, 2017] Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55:153–166. Citado na página 31.
- [Lewis and Smith, 1993] Lewis, A. and Smith, D. (1993). Defining higher order thinking. *Theory into Practice*, pages 131–137. Citado na página 42.
- [Nicely, 1985] Nicely, R. F. (1985). Higher-order thinking skills in mathematics textbooks. *Educational Leadership*, 42(7):26–30. Citado 9 vezes nas páginas 18, 19, 32, 36, 37, 38, 43, 57 e 86.
- [Nicely et al., 1984] Nicely, R. F., Bobango, J., and Fiber, H. (1984). A data-based method for analyzing and selecting secondary mathematics text-books. *University Park*. Citado 5 vezes nas páginas 18, 32, 39, 43 e 57.
- [Robitaille, 1992] Robitaille, David F e Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. *Macmillan Publishing Co, Inc*. Citado na página 31.
- [Stein, 2000] Stein, M. K. (2000). *Implementing Standards-based Mathematics Instruction : A Casebook for Professional Development Ways of Knowing in Science Series*. Teachers College Press - Columbia University, New York, NY. Citado 6 vezes nas páginas 18, 19, 21, 22, 57 e 58.
- [Stein et al., 1996] Stein, M. K., Grover, B. W., and Henningsen, M. A. (1996). *Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms*. American Educational Research Journal. Citado 4 vezes nas páginas 18, 19, 57 e 86.
- [Stein, 1998] Stein, Mary Kay e Smith, M. S. (1998). Selecting and creating mathematical task: From reasearch to practice. *NCTM-Nacional Council of Teachers of Mathematics*, 5(3):344–350. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 21.

[Valverde et al., 2002] Valverde, G. A., Bianchi, L. J., and Wolfe, R. G. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Springer Science & Business Media. Citado na página 19.
