

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Formação de professores dos anos  
iniciais do Ensino Fundamental:  
preparação para olimpíadas  
de Matemática**

Cristiane França Nunes Moreira



Maceió, Janeiro de 2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: preparação para Olimpíadas de Matemática**

CRISTIANE FRANÇA NUNES MOREIRA

Maceió

2019

CRISTIANE FRANÇA NUNES MOREIRA

**FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: preparação para Olimpíadas de Matemática**

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas sob coordenação nacional da Sociedade Brasileira de Matemática, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Krerley Irraciel  
Martins de Oliveira

Maceió

2019

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho

M838f Moreira, Cristiane França Nunes.  
Formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental : preparação para olimpíadas de matemática / Cristiane França Nunes Moreira. – 2019.  
151 f. : il.

Orientador: Krerley Irraciel Martins de Oliveira.  
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional)  
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2019.

Bibliografia: f. 140-141.  
Anexos: f. 142-151.

1. Formação de professores. 2. Olimpíadas de matemática. 3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Matemática (Ensino fundamental). I. Título.

CDU: 372.851

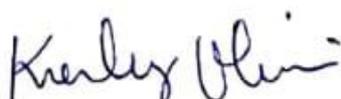
**Folha de Aprovação**

CRISTIANE FRANÇA NUNES MOREIRA

FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: Preparação para Olimpíadas de Matemática

Dissertação submetida ao corpo docente  
do Programa de Mestrado Profissional  
em Matemática em Rede Nacional  
(PROFMAT) do Instituto de Matemática  
da Universidade Federal de Alagoas e  
aprovada em 31 de janeiro de 2019.

Banca Examinadora:



---

Prof. Dr. Krerley Irraciel Martins Oliveira – UFAL (Presidente)



---

Prof. Dr. Abraão Mendes do Rego Gouveia - UFAL



---

Prof. Dr. Marlon Cesar Santos Oliveira – UEMA

Aos meus filhos e esposo.

## **ACRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço aos meus filhos pela compreensão por minha ausência nos muitos momentos em que não pude participar de suas vidas.

Ao meu esposo que teve paciência e me apoiou em todos os momentos.

À minha Tia Constância que sempre me acompanhou mesmo estando longe.

Aos professores que me ajudaram, que me apoiaram e orientaram nesta jornada sem pedir nada em troca, apenas pelo prazer de serem educadores: Krerley Irraciel, José Carlos, Isnaldo Isaac e Adina Rocha.

*“A matemática,  
vista corretamente,  
possui não apenas  
verdade, mas também  
suprema beleza - uma  
beleza fria e austera,  
como a da escultura.”*

**Bertrand Russel**

## RESUMO

As Olimpíadas de Matemática são um instrumento para a otimização do processo de ensino-aprendizagem na medida em que despertam o interesse dos alunos e os estimulam ao estudo da Matemática. A base da educação formal se concentra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e preparar os alunos destes anos iniciais para participação em Olimpíadas de Matemática permitirá um melhor aproveitamento e desempenho durante toda a sua vida estudantil. Desta forma, é proposta uma sistemática para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio de situações problemas, utilizando a metodologia de Resolução de Problemas, a fim de que os mesmos possam preparar seus alunos para participação em Olimpíadas de Matemática e assim proporcionar melhoria na aprendizagem. Foi considerada para a elaboração desta sistemática a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aprovada em dezembro de 2017 e os conteúdos programáticos da Olimpíada Canguru de Matemática Brasil.

**Palavras-chaves:** Olimpíadas de Matemática; Formação de Professores; Anos Iniciais do Ensino Fundamental

## ABSTRACT

The Mathematical Olympiads are an instrument for optimizing the teaching-learning process insofar as they arouse students' interest and stimulate them to the study of Mathematics. The foundation of formal education focuses on the early years of elementary school and preparing students from these early years to participate in Mathematics Olympics will allow better achievement and performance throughout their student life. In this way, a systematics is proposed for the training of teachers from the initial years of Elementary School, through problem situations, using the problem solving methodology, so that they can prepare their students for participation in Mathematical Olympiads and improve learning. The National Curricular Common Base (BNCC) approved in December 2017 and the programmatic contents of the Mathematical Kangaroo Olympiad Brazil were considered for the elaboration of this systematics.

**Keywords:** Mathematical Olympiads; Teacher training; Early Years of Elementary Education

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2 AS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA</b> .....	13
<b>2.1 OBMEP</b> .....	15
<b>2.2 OBM</b> .....	16
<b>2.3 Canguru de Matemática</b> .....	17
<b>3 BNCC</b> .....	21
<b>3.1 O que é?</b> .....	21
<b>3.2 Atualização de dezembro de 2017</b> .....	21
<b>3.3 A Matemática na BNCC</b> .....	23
<b>4. O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA</b> .....	25
<b>4.1 A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental</b> .....	25
<b>4.2 A formação do pedagogo em Matemática</b> .....	27
<b>5. PREPARAÇÃO PARA OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA</b> .....	29
<b>5.1 Orientações gerais</b> .....	29
<b>5.2 Resolução de problemas</b> .....	30
<b>6 FORMAÇÃO DE PROFESSORES</b> .....	33
<b>6.1 Encontro 1</b> .....	35
<b>6.3 Encontro 3</b> .....	79
<b>6.4 Encontro 4</b> .....	98
<b>6.5 Encontro 5</b> .....	119
<b>6.6 Sugestão de bibliografia</b> .....	130
<b>7 NOSSA FORMAÇÃO</b> .....	130
<b>8. CONCLUSÃO</b> .....	137
<b>8.1 Comentários finais</b> .....	137
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	138
<b>ANEXOS</b> .....	140
<b>ANEXO I – Avaliação PE Canguru de Matemática 2016</b> .....	140
<b>ANEXO II – Avaliação PE Canguru de Matemática 2018</b> .....	144

## 1 INTRODUÇÃO

A educação tem por objetivo desenvolver cidadãos críticos capazes de atuar na sociedade de forma humana e democrática exercendo seus direitos e deveres. O processo de ensino-aprendizagem da Matemática é essencial para o desenvolvimento do cidadão, já que a Matemática está presente nas mais diversas relações cotidianas do indivíduo na vida em sociedade.

No entanto, há um desinteresse pelo estudo da Matemática. Isto decorre de fatores diversos, que vão da falta de perspectiva da melhoria da qualidade de vida dos estudantes até os métodos utilizados pelos professores em sala de aula.

Diante desta situação, busca-se continuamente por melhorias nas metodologias de ensino para que estimulem e promovam o estudo da Matemática, contribuindo para a melhoria da qualidade da educação.

De acordo com Quadros et al. (1), a escola tem se revelado incapaz de manter o interesse dos estudantes e as Olimpíadas Científicas surgem como motivadoras do estudo já que os alunos demonstram interesse e motivação em participar de competições.

As Olimpíadas de Matemática vêm de encontro com esta necessidade, já que despertam o interesse dos alunos, objetivam a melhoria do ensino da Matemática e são amplamente difundidas no Brasil.

O Concurso Canguru de Matemática está presente no Brasil, e é uma espécie de competição ou jogo que envolve estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, em categorias diferentes e que visa atrair tantos estudantes quanto for possível, com a finalidade de mostrar-lhes que a Matemática pode ser interessante, útil e divertida.

A Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas Nível A (OBMEP – Nível A), foi criada em 2018, e envolve alunos dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental e tem como objetivo a melhoria da educação matemática entre outros.

Acredita-se que quanto mais cedo o estudante perceber a importância do estudo da Matemática, mais proveitoso e estimulante serão seus anos de estudos

escolares. Assim é interessante a participação dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em olimpíadas como o Concurso Canguru de Matemática e a OBMEP - Nível A.

No entanto, os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental possuem formação acadêmica em Pedagogia e tais cursos lhes apresenta a Matemática, na maioria das vezes, de maneira fragmentada e sem foco nos conhecimentos teóricos. Os professores acabam por usar técnicas memorizadas e se tornam dependentes do livro didático em suas aulas.

Diante do exposto, este trabalho busca estabelecer uma sistemática para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental por meio de situações problemas, a fim de que os mesmos possam preparar seus alunos para a participação no Concurso Canguru de Matemática e na OBMEP – Nível A, encorajando-os ao aprendizado por meio de uma interação ativa de ideias e experiências.

A estruturação deste trabalho se deu em 7 capítulos. No primeiro capítulo serão apresentadas informações sobre Olimpíadas Científicas, em especial as Olimpíadas de Matemática. No segundo capítulo aborda-se a Base Comum Curricular Nacional e seus requisitos para a disciplina Matemática. No terceiro capítulo trata-se o ensino-aprendizagem de Matemática e suas particularidades nas séries iniciais do Ensino Fundamental. O quarto capítulo refere-se à preparação para participação em Olimpíadas de Matemática. O quinto capítulo apresenta uma formação para professores de series iniciais do Ensino Fundamental para que seja possível prepararem seus alunos para participação em Olimpíadas de Matemática. O sexto capítulo descreve a formação realizada e seus resultados. No sétimo capítulo são apresentadas as considerações finais.

## 2 AS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

As Olimpíadas Científicas são competições acadêmicas que visam explorar e ampliar conhecimentos de sala de aula a alunos do Ensino Fundamental, Médio e Superior. O uso das competições entre os alunos permite que a aprendizagem ocorra num ambiente diferenciado, não só de competição, mas também de cooperação no qual os alunos são estimulados ao estudo e ao uso do raciocínio por meio da Resolução de Problemas.

De acordo com Quadros et al. (1), a escola tem se revelado incapaz de manter o interesse dos estudantes e as Olimpíadas Científicas surgem como motivadoras do estudo, já que os alunos demonstram interesse e motivação em participar de competições.

O ambiente competitivo é motivador e desafiador, desta forma, os alunos se dedicam aos estudos buscando melhores notas e o reconhecimento da turma e até da comunidade em que está inserido.

Segundo Quadros et al. (1):

As Olimpíadas Científicas também podem representar uma oportunidade de diversificar as ferramentas de ensino, de ampliar as discussões em sala de aula e de inserir novos temas nessas discussões. O ambiente olímpico é de competição, assim como são competitivas algumas etapas da vida. Como professores, temos que lidar e ensinar nossos estudantes a lidarem com eventuais deslizes nessas etapas da vida. E quando o sucesso é alcançado na sala de aula, colaborar para que outros o alcancem também é função não só do professor, mas de todos que compõem o ambiente de sala de aula. Afinal, a escola prepara cidadãos!

O Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq (2) afirma que as Olimpíadas Científicas são momentos para a divulgação científica e para a descoberta de novos talentos. Declara que a competitividade “estimula a inventividade dos alunos e professores, além de fornecer elementos fundamentais ao Ministério da Educação para avaliar os estudantes brasileiros em relação aos alunos de outros países”

Conforme Rocha et al. (3) o uso constante desse tipo de competição promoverá mudanças no modo como os estudantes tratam as variadas disciplinas, já que o

interesse em participar das Olimpíadas Científicas e querer bons resultados acarretará numa maior vontade aos estudos, impulsionando as notas escolares

As Olimpíadas de Matemática surgiram com o objetivo de selecionar os melhores alunos e colaborar para o avanço científico, entretanto, atualmente um dos principais objetivos é o de promover a melhoria da qualidade do Ensino da Matemática.

De acordo com Bagatini (4), a Olimpíada de Matemática é uma disputa de caráter intelectual entre jovens em que usa-se a inteligência, criatividade, imaginação e disciplina mental, o que segundo Andrade (5) gera um impacto positivo com a melhoria na qualidade do Ensino da Matemática, desenvolvendo espírito de trabalho em equipe, aprofundamento e disseminação de conhecimento, culminando com o desenvolvimento social.

As Olimpíadas de Matemática são um instrumento para a otimização do processo de ensino-aprendizagem, ou seja, elas estimulam os alunos a irem além do que lhes é oferecido em sala de aula e requer que os professores desenvolvam e aumentem suas competências para atenderem a esta nova “demanda” dos estudantes.

Segundo Bragança (6), “é possível com uma olimpíada despertar o interesse, a criatividade e a motivação dos alunos”, afirma ainda que as Olimpíadas Científicas podem ser um diferencial na vida escolar de um jovem e de uma criança e que pode abrir portas para o conhecimento, na medida em que para um bom desempenho é necessário que o aluno aprenda e não simplesmente decore regras e procedimentos.

Para que o aluno participe de Olimpíadas de Matemática e obtenha todos os benefícios já expostos ele deve estar devidamente preparado, ou seja, deve ser treinado para a Resolução de Problemas, ter conhecimento das regras de participação, cronogramas e estabelecer um plano de estudos.

De acordo com Santana (7) é necessária uma preparação dos alunos que inclua a Resolução de Problemas de forma ativa, onde ocorra a construção do conhecimento por parte do aluno com a orientação do professor.

O uso de problemas de Olimpíadas de Matemática no ensino é uma ferramenta que favorece a aprendizagem contextualizada, preparando o aluno para resolver problema de seu dia a dia, gerando maior interesse pelo estudo da Matemática.

As Olimpíadas de Matemática fazem parte das Olimpíadas Científicas e no Brasil as maiores competições são OBMEP e OBM.

## **2.1 OBMEP**

Conforme o site da OBMEP (8), a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTI). Foi criada em 2005 para estimular o estudo da Matemática e identificar talentos na área, a OBMEP tem como objetivos principais:

- Estimular e promover o estudo da Matemática;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

O público-alvo da OBMEP é composto por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental até o último ano do Ensino Médio, tanto de escolas públicas quanto privadas. Os alunos são distribuídos em três níveis: Nível 1 (6º e 7º anos do Ensino

Fundamental), Nível 2 (8º e 9º anos do Ensino Fundamental) e Nível 3 (alunos do ensino médio). Em 2017, mais de 18 milhões de alunos participaram desta Olimpíada.

Em 2018, a OBMEP – Nível A, foi criada e seu público alvo são alunos dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Esta Olimpíada possui os mesmos objetivos da OBMEP, mas é voltada para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

## **2.2 OBM**

De acordo com o site da OBM (9), a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) é uma competição para estudantes dos Ensinos Fundamental, Médio e Universitário das instituições públicas e privadas de todo o Brasil.

A OBM é uma realização conjunta do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Sua coordenação fica a cargo da Comissão Nacional de Olimpíadas de Matemática da SBM. É atribuição dessa comissão a preparação das provas e soluções das provas da OBM, bem como definir critérios de correção e de premiação. No Nível Universitário ela é composta de duas fases, mas conta com a inscrição individual por parte do estudante de graduação. Já nos níveis 1,2 e 3, a OBM é composta de uma única fase, realizada sempre no segundo semestre, apenas para estudantes convidados. São objetivos da OBM:

- Interferir decisivamente em prol da melhoria do ensino da Matemática no Brasil, estimulando alunos e professores a um aprimoramento maior propiciado pela participação em olimpíada;
- Descobrir jovens com talento matemático excepcional e colocá-los em contato com matemáticos profissionais e instituições de pesquisa de alto nível, propiciando condições favoráveis para a formação e o desenvolvimento de uma carreira de pesquisa.
- Selecionar os estudantes que representarão o Brasil em competições internacionais de Matemática a partir de seu desempenho na OBM, realizando o seu devido treinamento.

- Apoiar as competições regionais de Matemática em todo o Brasil.
- Organizar as diversas competições internacionais de Matemática, quando realizadas no Brasil.

A OBM está organizada em quatro níveis de acordo com a escolaridade do aluno: Nível 1 (6° e 7° anos do Ensino Fundamental), Nível 2 (8° e 9° anos do Ensino Fundamental), Nível 3 (Ensino Médio), Nível Universitário (alunos de graduação).

### **2.3 Canguru de Matemática**

Segundo o site do Concurso Canguru de Matemática Brasil (10), nos anos 90, dois professores começaram um concurso de Matemática na França, com respostas simples e atrativas que foi chamado de Canguru Matemático. Esta Olimpíada, visa atrair tantos estudantes quando for possível com a finalidade de mostrar-lhes que a Matemática pode ser interessante, útil e mesmo divertida. Segue que os principais objetivos do Concurso são: ampliar e incentivar a aquisição dos conhecimentos matemáticos, contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis, favorecer o estudo de maneira interessante e contextualizada, aproximando os alunos do universo da Matemática, estimular a capacidade dos alunos de obter prazer e satisfação intelectual na Resolução de Problemas de Matemática pura e aplicada.

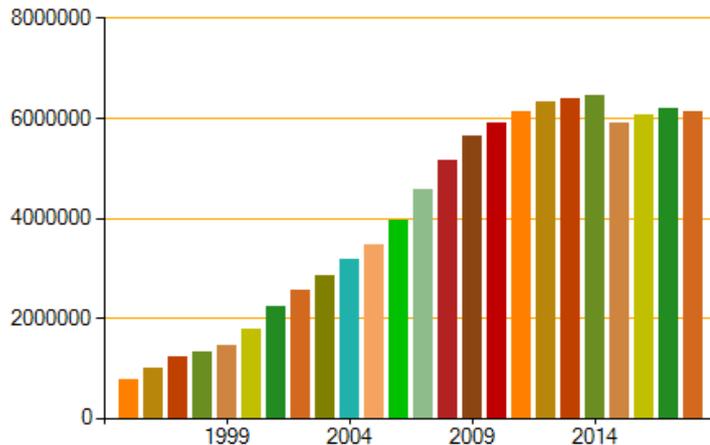
Nesta olimpíada, estudantes de escolas públicas e privadas, do 3° ano do Ensino Fundamental ao 3° ano do Ensino Médio, podem participar do evento em 6 diferentes níveis de provas resolvendo 24 a 30 testes de múltipla escolha.

Há seis níveis de provas: Nível P (alunos do 3° e 4° anos do Ensino Fundamental), Nível E (alunos do 5° e 6° anos do Ensino Fundamental) , Nível B (alunos do 7° e 8° anos do Ensino Fundamental), Nível C (alunos do 9° do Ensino Fundamental), Nível J (alunos da 1ª e 2ª séries do Ensino Médio), Nível S (alunos da 3ª série do Ensino Médio).

O Canguru vem mostrando pela grande adesão e evolução da quantidade de participantes que ajuda a diminuir o preconceito em relação a Matemática.

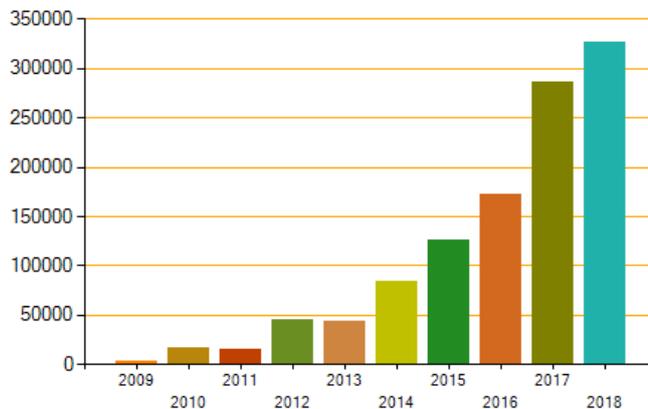
Os gráficos a seguir apresentam a evolução da quantidade de participantes no Concurso Canguru de Matemática no Mundo (gráfico1) e no Brasil (gráfico 2).

**Gráfico 1: número de participantes no Canguru de Matemática entre 1995 e 2018**



Fonte: <http://www.aksf.org/statistics.xhtml>

**Gráfico 2: número de participantes no Canguru Matemática do Brasil entre 2009 e 2018**



Fonte: <http://www.aksf.org/statistics.xhtml#BR>

Os resultados dos estudantes de diferentes países que participam da Olimpíada não são comparados, já que isto seria contrário ao espírito do Canguru, considerado como um concurso individual e não uma forma de comparação internacional. Assim, os problemas e a regras são internacionais, mas o concurso em cada país é organizado independentemente e cada país tem seus próprios vencedores

Como são muitos os países de todo o mundo que participam, e devido às variações do conteúdo curricular, há uma certa liberdade na organização do concurso.

O conteúdo programático mínimo do Canguru de Matemática Brasil é cumulativo e novos temas são acrescentados a cada nível, conforme descrito a seguir:

- **Nível P:** Números naturais: contagem, ordenação, sistema de numeração; adição e subtração de números naturais com até dois algarismos; multiplicação de números naturais com até dois algarismos no multiplicando; divisão de números naturais com resto zero e divisor de um algarismo; conceitos básicos de múltiplos e divisores: dobro, triplo, metade, um terço; ordenação de números, letras e figuras; reconhecimento de formas geométricas simples (triângulo, quadrado, retângulo); reconhecimento de padrões em figuras; reconhecimento de padrões em sequências de figuras; contagem de números e figuras; movimentos simples de figuras (translação, reflexão); relógio analógico e digital: horas e minutos, operações simples com horas; Número de dias em uma semana, número de meses em um ano; medidas lineares e de massa mais usuais (km, m, cm) e (kg, g); localização no plano e no espaço: esquerda, direita, acima, abaixo, fora, dentro, atrás, etc; pré-álgebra com valores atribuídos a figuras, geométricas ou não; contagem básica de caminhos; figuras espaciais simples: cubos, blocos retangulares, pirâmides; composições de figuras planas e espaciais a partir de figuras menores; problemas envolvendo a compreensão de textos simples; problemas envolvendo lógica e estratégia.

- **Nível E:** conteúdo anterior mais: operações aritméticas básicas com números naturais de até quatro algarismos (adição e subtração); multiplicação com multiplicador de até dois algarismos; divisão euclidiana (dividendo, divisor, quociente, resto) com divisor de um algarismo; padrões em sequências de figuras, números e letras; codificação simples envolvendo letras, números e figuras; correspondência entre variáveis e figuras. uso simples das propriedades das igualdades (reflexiva, simétrica, transitiva, multiplicativa e aditiva); figuras geométricas e algumas de suas propriedades: triângulos, quadriláteros e hexágonos; transformações simples de figuras geométrica ou figuras naturais: translação, reflexão e rotação; reconhecimento da invariância de elementos em situações envolvendo transformações de figuras; união e Intersecção de conjuntos; contagem em situações envolvendo listagem organizada ou os princípios multiplicativo ou aditivo básicos; medidas lineares (perímetros) e de área: quadrados e retângulos; composição e decomposição de figuras geométricas, planas ou espaciais; raciocínio lógico simples envolvendo

implicação e negação em problemas verbais; problemas numéricos ou geométricos com quadriculados; problemas com relógios digitais e analógicos; problemas envolvendo a pré-álgebra; problemas de máximos e mínimos elementares; problemas envolvendo equilíbrio de corpos (balanças, móveis, etc.).

- **Nível B:** conteúdos anteriores mais: operações com números inteiros e os sinais; adição e subtração sem restrições; multiplicação por números de dois algarismos; divisões exatas por números de até dois algarismos; divisão euclidiana e divisibilidade, com divisores positivos; frações e correspondência com a divisão; porcentagens; sequências numéricas mais complexas (recorrência ou fórmulas); expressões aritméticas envolvendo as operações elementares e potenciação; geometria plana: ângulos em triângulos, relações entre elementos simples das figuras planas; decomposições de cubos, planificações de cubos e blocos retangulares; problemas de lógica em tabuleiro; quadrados mágicos; problemas de lógica formal ou verbal; números inteiros e racionais na reta; contagem: combinando os princípios multiplicativo e aditivo; princípio da casa dos pombos.

- **Nível C:** conteúdos anteriores mais: propriedades de números: sistema de numeração; operações com números racionais; potência de números naturais; razões, proporções; relações e medidas de ângulos em figuras geométricas planas; área de retângulos, triângulos e círculos; relações entre elementos de figuras geométricas (polígonos convexos); transformações geométricas e problemas; equações, desigualdades e sistemas de equações lineares; contagem: combinações simples. aplicações numéricas e geométricas; interpretação de dados e reconhecimento de algoritmos; pontos no plano cartesiano; equação da reta.

- **Nível J:** conteúdos anteriores mais: operações com números reais; funções: propriedades, gráficos, equações funcionais; polinômios de uma variável; sequências numéricas e fórmulas de recorrência; princípio da indução; contagem: combinações com repetições; geometria euclidiana plana geral; geometria analítica plana.

- **Nível S:** conteúdos anteriores mais: geometria euclidiana plana e espacial; geometria analítica espacial; trigonometria aplicada à geometria; combinatória geral; probabilidade; lógica matemática e problemas de lógica; equações algébricas.

### **3 BNCC**

#### **3.1 O que é?**

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (11), é um documento de caráter normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

Conforme a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (12), a Base deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil.

A Base estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. Orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, a Base soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

#### **3.2 Atualização de dezembro de 2017**

No dia 22 de dezembro de 2017 foi publicada a Resolução CNE/CP nº 2, que institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular, referente à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental, a ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica.

As aprendizagens definidas na BNCC devem assegurar o desenvolvimento de dez competências gerais:

Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e

criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, Matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

A BNCC possui com fundamentos pedagógicos o desenvolvimento de competências e o compromisso com a educação integral, reconhecendo que a educação básica visa à formação e o desenvolvimento humano global.

A BNCC para o Ensino Fundamental se divide em áreas de conhecimento que possui seus componentes curriculares. Cada área de conhecimento estabelece competências específicas de área, cujo desenvolvimento deve ser promovido ao longo dos nove anos. Essas competências explicitam como as dez competências gerais se expressam nessas áreas.

Para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento, que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas.

### **3.3 A Matemática na BNCC**

A BNCC (13) define que o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, por sua grande aplicação na sociedade contemporânea e pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.

No Ensino Fundamental, deve ocorrer a articulação de seus diversos campos da Matemática: Aritmética, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade com o objetivo de garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações e associando-as a uma atividade Matemática, fazendo induções e conjecturas.

A área de Matemática e, por consequência, o componente curricular de Matemática devem garantir aos alunos o desenvolvimento de competências específicas:

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma

ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

## **4. O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**

O estudo da Matemática é de extrema importância, pois é uma ferramenta utilizada pela sociedade, no exercício da cidadania, em todas as profissões e todas as áreas da educação, desenvolvendo o raciocínio lógico e proporcionando conclusões a problemas. Ela enriquece a formação intelectual do aluno pela exatidão do pensamento e pelo exercício da criatividade, da imaginação e dos raciocínios indutivos/ dedutivos. Segundo Ceron (14), “o domínio de conceitos básicos da Matemática é necessidade intrínseca na atual sociedade, pois deve garantir a vida social e a cidadania, na medida em que serve de instrumento na busca incessante de aprimoramento e conhecimento”.

O trabalho com a Matemática deve proporcionar ao aluno autonomia, pensamento reflexivo, crítico, argumentativo e instrumentalizar o educando na Resolução de Problemas. Os problemas cotidianos que envolvem a Matemática exigem muito mais habilidades do que fazer cálculos e a própria ciência não se resume somente a essa habilidade. Identificar variáveis de vida, estabelecer critérios e metas, articular informações, desenvolver processos de pensamento, ou seja, é muito mais “do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos”. (15)

Muitos alunos acreditam que a Matemática é formada por fórmulas e algoritmos, que basta aplicar regras transmitidas pelo professor e que a Matemática é estática, está definida e acabada, que foi criada e definida por gênios inquestionáveis e desta forma não há necessidade de estudar, compreender, apenas aplicar fórmulas sem compreender o sentido e a ideia contextual das questões.

Numa aula típica o professor transmite conhecimentos: copia no quadro o que julga importante, os alunos copiam em seus cadernos e tentam seguir os modelos e regras fornecidos pelos professores, na resolução dos problemas. O aluno acaba não vinculando o problema com uma situação real, sempre questionando onde irá usar tal conteúdo em sua vida.

### **4.1 A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**

A aprendizagem da Matemática tem início nas séries iniciais do Ensino Fundamental, que é a base de todo o sistema educacional. A Matemática está

intimamente ligada ao desenvolvimento da capacidade intelectual. O aluno precisa ser envolvido em atividades de proporcionem a construção da aprendizagem de forma significativa, sendo ele o centro do processo educativo, atuando de forma ativa, participando com sua opinião, propondo novos caminhos e soluções para o que lhe é proposto.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (16) o objetivo do processo de ensino da Matemática para o Ensino Fundamental centra-se em fazer com que o educando estabeleça uma relação comunicativa com a Matemática, compreendendo e transformando o mundo a sua volta. Desta forma a Matemática deve contribuir com o desenvolvimento cognitivo e linguístico na formação global cidadã. Para tanto, é necessário que o ensino da Matemática explore a criação, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, favorecendo a criatividade.

Santaló citado por Ferreira e Cunha (17) afirma que a Matemática deve ser apresentada de forma criativa, concreta, significativa e inacabada propiciando aos alunos o anseio por novos conhecimentos matemáticos. De acordo com Cunha (18), “a Matemática é aplicada de forma descontextualizada, distante da realidade vivenciada pelo aluno na sala de aula, comprometendo o processo de ensino aprendizagem”.

O papel do professor é de observar e analisar as soluções que os alunos utilizam, levando em conta o saber prévio, as interações e os diálogos entre pares. Para isso é necessário planejar situações didáticas ricas e variadas, selecionando atividades, materiais e experiências que sejam significativas, auxiliando os alunos quanto aos aspectos fundamentais da situação, a fim de que eles organizem seus saberes em prol da execução da tarefa. Criar oportunidades de resgate de conhecimentos já sedimentados, ressaltar o que os alunos já sabem, nomeando os conteúdos e ajudando para que sejam identificados fortalece a construção de conhecimento e autoconfiança necessária para o enfrentamento de desafios. (19)

A escola deve cumprir seu papel: oferecer atividades para que se exercitem essas ações, acreditando nas potencialidades de cada aluno, valorizando seus saberes, proporcionando a construção de conceitos matemáticos que instrumentalizem os alunos para o encontro de soluções para problemas.

## 4.2 A formação do pedagogo em Matemática

A sala de aula deve ser um espaço de trocas de conhecimentos, sendo o professor o orientador do processo ensino aprendizagem, com oportunidades diversas de desafiar os alunos a buscarem soluções para problemas cotidianos

Os desafios enfrentados para ensinar Matemática nos primeiros anos de escolarização se inserem em questões centradas, na formação do professor e na organização da escola, e têm, primordialmente, natureza pedagógica. O papel do docente é fundamental neste processo, o que ressalta a importância da formação adequada, já que se a atuação do professor na escolarização inicial do indivíduo for falha, poderá interferir de forma negativa na continuidade do processo educativo.

Para Cunha (18) “o professor é a peça fundamental na aprendizagem Matemática, pois ele é responsável por adotar em suas aulas as inovações contextualizadas que a matéria apresenta nos dias atuais, buscando do aluno a participação ativa.

Para cumprir o objetivo da formação é necessário que além de conhecer os conteúdos da Matemática, o professor tenha também conhecimento de como construir situações e atividades envolventes e desafiadoras, para que a aprendizagem se efetive.

As orientações para a composição e estruturação do currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental precisam ser contempladas durante a formação do pedagogo, considerando desde os conteúdos que precisarão ser ensinados até as práticas de ensino desenvolvidas em sala de aula, de forma a promover a efetivação do que propõem os PCN.

De acordo com Costa, Pinheiro e Costa (20), a falta de preparo do professor pode levar a precariedade da formação básica dos alunos, o que acarretará numa fragilidade maior futuramente. É importante que se considere que a frágil formação em Matemática interfere diretamente nas relações do estudante com o meio.

Bulos e Jesus citados por Cunha e Costa (21), reafirmam que os problemas identificados na formação dos docentes acabam influenciando negativamente na formação das crianças.

De acordo com Ferreira e Cunha (17), as Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de pedagogia, estabelecidas pelo Conselho Nacional de Educação/CP N° 5/2005, determinam uma formação, para o pedagogo, de modo que o capacite a trabalhar as mais diversas linguagens.

De acordo com Cunha e Costa (21), “apesar de a Matemática se fazer presente e necessária na formação do professor das séries iniciais, ela se apresenta de forma justaposta e desarticulada na proposta de formação do curso de Pedagogia “.

Os estudantes de pedagogia, muitas vezes concluem os cursos sem conhecimentos de conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar, tanto no que concerne a conceitos quanto aos procedimentos e a própria linguagem Matemática que utilizarão na prática docente, já que em seus cursos os conteúdos são tratados de forma superficial e desarticulada.

De acordo com Lima e Carvalho (22), a condição primeira para o exercício da docência implica em uma formação sólida teórico-metodológica sobre a Matemática e os fundamentos pedagógicos, que possibilite o enfrentamento dos problemas e desafios que se apresentam no cotidiano escolar, mas verificaram em sua pesquisa que há pequena carga horária, cerca de 4,5% da totalidade, destinada à formação Matemática nos cursos de pedagogia.

Desde a década de 1980, as propostas curriculares e as avaliações nacionais como por exemplo, a Prova Brasil, têm exigido que o conhecimento matemático se dê na perspectiva da Resolução de Problemas. Esta opção metodológica traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos se defrontam com situações desafiadoras para resolver e trabalham no desenvolvimento de estratégias de resolução.

Segundo Ferreira e Cunha (17) a formação do pedagogo com relação a Matemática ocorre de forma descontínua, e a ausência de linguagem e conceitos matemáticos impossibilitam maiores alternativas de ensino: a prática da sala de aula é quem forma o professor já que a formação Matemática nos cursos de pedagogia é falha.

## **5. PREPARAÇÃO PARA OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA**

Para que os objetivos das Olimpíadas de Matemática sejam plenamente atingidos é necessário que seja feita uma preparação, onde os alunos sejam devidamente informados, orientados e treinados. Quando esta preparação é insuficiente ou ausente os alunos podem se sentir desmotivados e agir de forma contrária ao esperado.

Na preparação para Olimpíadas, os alunos terão contato com a Matemática de uma maneira diferente, que estimula o raciocínio e a criatividade. Carneiro (23) afirma que este contato com novas ideias da Matemática proporcionará uma melhoria no desempenho dos alunos em todas as disciplinas.

Segundo Carneiro (23), O ensino de Matemática em sala de aula, e nas aulas preparatórias para olimpíada, deve funcionar de maneira harmoniosa, um complementando o outro, de preferência até ministrado pelos mesmos professores.

As orientações são úteis para realizar a preparação para Olimpíadas de Matemática, seja por um treinamento específico para tal, seja para um professor inserir aulas preparatórias em seu plano de aulas de ensino de Matemática em sala de aula.

### **5.1 Orientações gerais**

De acordo com Badaró (24) o professor interessado em promover a preparação para Olimpíadas deve ter empatia com os alunos, conhecimento dos conteúdos de Olimpíadas e disposição a se dedicar estudando e resolvendo problemas.

Cada ação do professor deve ser pensada e formatada para estimular continuamente os alunos ao estudo da Matemática. As aulas devem ser previamente planejadas. O professor deve estudar os conteúdos envolvidos, resolver os problemas propostos, buscar soluções alternativas e ainda pensar nas diferentes formas de encaminhar/direcionar os alunos às soluções.

Segue que outra ação necessária e fundamental para que o processo se efetive é a comunicação: comunicar o que são as Olimpíadas, quais são suas regras e seus objetivos e como serão realizadas as intervenções preparatórias. De acordo com

Badaró (2015) vale a pena fazer comunicados referentes a realização das provas, notas de corte e dos resultados.

O material a ser utilizado nas intervenções de preparação é essencial e deve ser selecionado de acordo com a olimpíada a que se objetiva participar. Nos sites das Olimpíadas, geralmente, há o conteúdo abordado para cada nível, como é o caso do Concurso Canguru de Matemática da Brasil, e alguns sites disponibilizam material de estudo e provas anteriores, como é o caso da OBMEP e OBM. De acordo com Carneiro (23), *“A maior fonte de material e sabedoria dos tempos modernos chama-se Internet. Há diversos sites que disponibilizam muito material para o treinamento olímpico. E o mais importante: de graça”*.

É interessante montar uma biblioteca adequada onde os alunos possam ter acesso a livros, revistas, material utilizado em aulas e se possível com acesso à internet.

No trabalho escrito por Carneiro (23) há a descrição de orientações detalhadas para Olimpíadas de Matemática. Indica-se conhecer este texto quando há interesse em organizar um treinamento específico.

Como já falamos neste texto, a metodologia a ser utilizada nas intervenções de preparação para Olimpíadas de Matemática é diferenciada e baseada na metodologia de Resolução de Problemas.

## **5.2 Resolução de problemas**

A metodologia de Resolução de Problemas, de acordo com Silva (25), é uma das mais importantes estratégias que o processo de ensino-aprendizagem de Matemática seja efetivo.

A Resolução de Problemas não se trata da simples fixação de algoritmos, é muito mais que isso, portanto se faz necessário compreender a diferença entre problema e exercício para o uso da metodologia.

Problema é uma situação nova, de caminho desconhecido onde é necessário no processo resolutivo o uso de estratégia, com várias etapas, e validação. Exercício trata da aplicação de uma técnica ou estratégia já conhecida e validada para a resolução.

O problema que espera-se para utilização na metodologia de Resolução de Problemas, além de ser algo novo, inusitado, deve despertar o interesse do aluno, deve ser desafiador e estar relacionado com o cotidiano.

George Polya, grande matemático nascido em 1887 em Budapeste, desenvolveu o uma metodologia para a resolução de um problema que é dividida em quatro fases.

Na primeira fase é realizada a compreensão do problema, na qual deve-se definir qual é o objetivo do problema, qual é a incógnita do mesmo. Para tanto são necessários vários questionamentos que promovam a compreensão do problema como um todo, explicitando dados fornecidos, a maneira como se relacionam e determinando qual é a condicionante. Deve ficar claro para o aluno a pergunta para a qual se deve buscar uma solução.

O professor não deve explicar o enunciado do problema. Deve fazer perguntas que orientem o aluno até a compreensão. De acordo com Bagatini (4): *“após o enunciado estar claro, o professor questiona o aluno: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?”*

A ideia é que para cada problema a ser tratado com os alunos, o professor previamente o estude formulando perguntas que colaborem e direcionem o aluno à compreensão do problema.

A segunda fase consiste da elaboração de um plano de ação que promova a solução do problema. Nesta fase, o professor pode, através de perguntas fazer com que o aluno tenha uma ideia para a resolução do problema. Segundo Polya (26), o melhor a ser feito pelo professor ao aluno é propiciar-lhe discretamente uma proposta.

De acordo com Alarcon (27), o professor deve fazer os alunos refletirem sobre quais são os meios para encontrar a incógnita, como pode-se chegar a ela, como pode-se obter um resultado parecido e o que geralmente se faz para obter resultados parecidos.

Nesta fase há a transformação há a transformação da linguagem corrente na linguagem formal Matemática e é primordial que se busque analogias com problemas já solucionados mais simples e semelhantes.

A terceira fase consiste na execução do plano elaborado na fase anterior, efetuando cálculos, analisando procedimentos adotados, complementando esquemas

e entrevendo alternativas de resolução para o mesmo problema. Segundo Polya (26), “Na execução do plano o defeito mais frequente é o desleixo, a falta de paciência para verificar cada passo”. Alarcon (27) afirma que se o aluno construiu o plano de forma independente o executará facilmente proporcionando tranquilidade ao professor.

A quarta fase trata da verificação do resultado obtido que visa detectar ou corrigir possíveis erros e examinar se o procedimento utilizado pode ser empregado em problemas análogos, consolidando assim os conhecimentos obtidos. É interessante, nesta fase, a socialização das resoluções dos alunos, o que permite o entendimento de que podem existir várias resoluções a um mesmo problema.

## 6 FORMAÇÃO DE PROFESSORES

A formação proposta neste trabalho, deve ocorrer em 5 encontros de 8 horas, com professores das séries iniciais do Ensino Fundamental. Os objetos de conhecimento de cada encontro contemplam o conteúdo programático do Concurso Canguru de Matemática (de 2018), e a BNCC (de dezembro de 2017) para os anos iniciais do Ensino Fundamental, ou seja, do 1° ao 5° ano.

Em cada encontro deve ser feita a leitura, análise e discussão das habilidades dos objetos de conhecimento para o tema do encontro. Deve ser feita a revisão teórica dos objetos de conhecimento por parte do formador, estimulando o uso de Resolução de Problemas e o uso de metodologias de ensino dinâmicas onde o aluno construa o conhecimento de forma ativa.

Os encontros devem conter a resolução das listas de problemas propostos pelos professores utilizando a metodologia de Resolução de Problemas discutindo e relacionado os problemas com os conteúdos abordados. Estas listas de problemas poderão ser utilizadas com os alunos quando da preparação para Olimpíadas de Matemática, pois apresentam problemas relacionados a objetos de conhecimentos variados, e de níveis de dificuldades variados como ocorrem em Olimpíadas.

Os encontros devem ser organizados da seguinte maneira:

Encontro	Unidade Temática	Objetos de conhecimento
01	Números I	Metodologia de Resolução de Problemas; Olimpíadas de Matemática; BNCC; Sistema de numeração decimal (leitura, escrita, comparação, ordenação, composição e decomposição); Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica; Representação fracionária dos números racionais;

		Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária
02	Números II	Problemas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Problemas de contagem;
03	Álgebra	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas; Propriedades da igualdade e noção de equivalência; Grandezas diretamente proporcionais; Problemas envolvendo partição de um todo em duas partes proporcionais
04	Geometria	Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência; Paralelismo e perpendicularismo; Ângulos retos e não retos; Plano cartesiano; Figuras geométricas planas; Áreas e perímetro de figuras poligonais; Simetria de reflexão; Figuras geométricas espaciais; Volume Congruências de figuras geométricas; Problemas com quadriculados;
05	Grandezas e Medidas	Significado de medida e unidade de medida; Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade. Sistema monetário brasileiro;

## **6.1 Encontro 1**

**Tema:** Números

**Duração:** 8 horas

### **Objetos de conhecimento:**

- Olimpíadas de Matemática;
- Resolução de Problemas;
- BNCC (Tema: Números I do 1º ao 5º ano) versão dez 2018;
- Listas de problemas de Olimpíadas de Matemática

### **Objetivos do encontro:**

Ao final do encontro o aluno deverá:

- Entender a importância das Olimpíadas de Matemática para a educação e o funcionamento do Concurso Canguru de Matemática e da Olimpíada OBMEP – nível A;
- Conhecer a metodologia de Resolução de Problemas e a forma de atuação dos professores;
- Compreender as exigências da BNCC, de dezembro de 2017, com relação ao objeto de conhecimento Números para 1º ao 5º anos Ensino Fundamental;
- Ampliar conhecimentos com relação aos objetos de conhecimento e com relação a formas dinâmicas de desenvolver o processo de ensino aprendizagem;
- Desenvolver caminhos para resolver problemas de olimpíadas.

### **Síntese dos Assuntos:**

#### **Olimpíadas de Matemática:**

As Olimpíadas Científicas estão amplamente difundidas no Brasil e despertam o interesse dos alunos por se tratar de competições, onde desenvolvem o trabalho em equipe, conseguem prestígio da comunidade escolar e ganham destaque acadêmico.

As Olimpíadas de Matemática são uma metodologia de ensino alternativa interessante, na medida em que ajuda a desmistificar o ensino da Matemática,

fazendo com que os alunos “percam” o medo da Matemática e se interessem pelo estudo da mesma.

A participação em Olimpíadas de Matemática pelos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental é importante, já que é nesta etapa da educação em que as bases Matemáticas são construídas e portanto, quanto mais cedo os alunos se interessarem pelo estudo da Matemática melhor desempenho acadêmico será obtido.

No Brasil, temos várias Olimpíadas de Matemática com grande adesão e crescente número de participantes, como por exemplo, a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), a OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática) e o Canguru de Matemática

A OBMEP é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC. A OBMEP é dirigida aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio, de Escolas Públicas municipais, estaduais e federais, e Escolas Privadas, bem como aos respectivos professores, escolas e secretarias de educação. Seus objetivos permeiam a melhoria da educação Matemática no País.

Em 2018, a OBMEP – Nível A, foi criada e seu público alvo são alunos dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Esta Olimpíada possui os mesmos objetivos da OBMEP, mas é voltada para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A OBM é uma competição para estudantes dos Ensino Fundamental (a partir do 6º ano), médio e universitário das instituições públicas e privadas do Brasil. A OBM é uma realização conjunta do IMPA e da SBM. Além dos objetivos relacionados a melhoria da educação Matemática consta o de selecionar estudantes para representarem o Brasil em Olimpíadas Internacionais. Em

O Canguru de Matemática é uma olimpíada, que ocorre anualmente, no mês de março. É uma espécie de jogo onde estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio podem participar em seis categorias etárias. O concurso visa

atrair a maior quantidade de alunos quanto for possível e mostrar-lhes que a Matemática pode ser divertida, útil e interessante. Esta olimpíada aceita a participação dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, portanto a utilizaremos como base para nossa formação, juntamente com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) de dezembro de 2017.

### **Resolução de Problemas**

A Resolução de Problemas é uma das principais atividades da Matemática e ela permite a construção de aprendizagens significativas. Na Resolução de Problemas, o aluno se utiliza de conceitos matemáticos, raciocina, generaliza e busca soluções e alternativas num contexto significativo, desenvolvendo assim a capacidade de raciocínio e o pensamento crítico.

Quando falamos de Resolução de Problemas o primeiro passo é entender o que é um problema e o que é um exercício. O problema é uma situação na qual não há solução pronta, é necessário raciocinar e usar conceitos já aprendidos. Um exercício é uma situação em que se treina o aprendizado, já que trata de uma situação já estudada.

Vamos apontar a utilização de um método de Resolução de Problemas proposto por Polya, que é composto por quatro etapas: compreensão do problema; elaboração de plano de solução; execução de plano de solução e verificação dos resultados.

Aplicando as quatro etapas é possível de forma simples e objetiva chegar à solução de problemas.

Neste processo de solução de problemas o professor deve atuar como um orientador, dando dicas e sinalizações sobre os diversos caminhos para a resolução. O aluno deve buscar seu melhor caminho. É fundamental que as diferentes maneiras de resolver o problema proposto sejam socializadas pelos próprios alunos, assim podem verificar que há diversos caminhos para a Matemática e com isso aumentar sua confiança em estratégias inovadoras.

## **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE).

A Base, homologada em dezembro de 2017, estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. Orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, a Base soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

A BNCC define as seguintes competências específicas da área de Matemática:

- Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho;
- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo;
- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes;

- Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados;
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados);
- Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza;
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Cada habilidade é identificada por um código alfanumérico cuja composição é a seguinte:



De acordo com a BNCC para o tema números temos:

Objetos de conhecimento	Habilidades
Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração	<p>(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.</p> <p>(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.</p> <p>(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.</p> <p>(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.</p> <p>(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.</p>
Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)	<p>(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.</p> <p>(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.</p> <p>(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>

<p>Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação)</p>	<p>(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.</p> <p>(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.</p>
<p>Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida</p>	<p>(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.</p> <p>(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>

Contagem	<p>(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.</p> <p>(EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.</p> <p>(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.</p>
----------	--

### Problemas - Lista 01

- As placas de automóveis são formadas por quatro algarismos. Considere os algarismos 7,8,1 e 4. Qual é o maior número que se pode escrever usando esses algarismos sem repeti-los?
  - 8147
  - 7841
  - 4871
  - 8741
  - 8887
- A professora pediu a três alunos que interpretassem o número 249. Eles disseram:
 

Paulo: - “Duas centenas e quarenta e nove unidades”;

João: - “Duas centenas e nove unidades”;

Carla: - “Vinte e quatro dezenas e nove unidades”.

Quem acertou?

  - Paulo e João
  - Paulo
  - João e Carla
  - Paulo e Carla
  - Nenhum dos três
- A população de Maceió, no censo de 2010, era de 932.748 pessoas. Este número escrito por extenso é:
  - Novecentos e trinta e dois, setecentos e quarenta e oito
  - Nove milhões, trinta e dois mil, setecentos e quarenta e oito
  - Novecentos e trinta e dois mil, setecentos e quarenta e oito
  - Noventa e três mil, dois mil setecentos e quarenta e oito
  - Nove mil, trinta e dois mil e setenta e quatro
- Camila escreveu todos os inteiros positivos de 1 a 100., em sequência, numa tabela de 5 colunas conforme indicado na figura. Seu irmão cortou um pedaço da tabela e, além disso, apagou alguns números desse pedaço. Qual dos desenhos a seguir representa esse pedaço da tabela?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

	43			
		48		

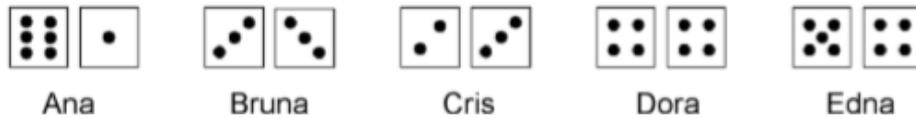
		58		
	52			

			69	
		72		

	81			
	86			

	90			
			94	

5. Ana, Bruna, Cris, Dora e Edna jogaram dois dados cada uma. Qual das meninas obteve a maior soma do número de pontos?



- (a) Ana      (b) Bruna      (c) Cris      (d) Dora      (e) Edna

6. George foi ao teatro com seu pai. Os números de seus assentos são 71 e 72. Para encontrar seus lugares, devem seguir as indicações da placa ao lado. Qual é o caminho que devem seguir?

- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)



### Resolução da lista 01:

#### Questão 1

Solução: Alternativa D

Deve-se colocar os algarismos em ordem decrescente, considerando o maior para a casa da unidade de milhar, da centena, dezena e unidade respectivamente, ou seja: 8741.

Metodologia de Resolução:

A resolução deve ser conduzida pelo professor de acordo com as necessidades de sua turma. Segue uma sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor apresenta o problema aos alunos, solicita a leitura e vai fazendo perguntas que estimulem a compreensão do problema, por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um algarismo? Como é um número formado por 2, 3 e 4 algarismos? O que o problema pede? etc

Espera-se aqui que os alunos respondam as perguntas e que haja um consenso sobre quais são dos dados do problema e o que é pedido, ou seja, qual é a incógnita

Fase2: O professor solicita aos alunos que elaborem um plano para a resolução do problema. Permite que reflitam e de acordo com a necessidade da turma faz perguntas

que os conduza às ideias para a resolução, como por exemplo: Como sabemos que um número é menor ou maior que outro? Quais maneiras podemos escrever um número formado de quatro algarismos? E com os algarismos 7, 8, 1 e 4? Como é a composição de um número de 4 algarismos, em ordens e classes? etc

Espera-se que o aluno estabeleça um plano de resolução para o problema. É importante que o professor atue junto a cada aluno, ouvindo e sempre encorajando as ideias e quando perceber que o aluno não está num caminho que leve a solução que não fale diretamente que ele está errado, mas que faça questionamentos que o levem a encontrar um plano de resolução, sem que o alunos perceba que o professor o orientou, mas que ele se sinta feliz e interessado por ter encontrado um plano.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que alguns alunos compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades.

Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados às habilidades EF03MA01 e EF03MA02 da BNCC.

### Questão 2

Solução: Alternativa D

Duas centenas e quarenta e nove unidades =  $200 + 49 = 249$

Duas centenas e nove unidades =  $200 + 9 = 209$

Vinte e quatro dezenas e nove unidades =  $(24 \times 10) + 9 = 240 + 9 = 249$

Resolução:

A resolução deve ser conduzida pelo professor de acordo com as necessidades de sua turma. Segue uma sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que Paulo, João e Carla disseram? O que significa interpretar um número? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: O que representa o número 2? O que representa o número 10? O que representa o número 200? E o que representa o número 212? O que é unidade, dezena e centena? Etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como decompor o número, escrever de várias formas o número etc. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados às habilidades EF02MA01 e EF02MA04 da BNCC.

### Questão 3

Solução: Alternativa C

Novecentos e trinta e dois, setecentos e quarenta e oito = 938; 742

Nove milhões, trinta e dois mil, setecentos e quarenta e oito = 9.032.748

Novecentos e trinta e dois mil, setecentos e quarenta e oito = 932.742

Noventa e três mil, dois mil setecentos e quarenta e oito = 93.000 ; 2742

Nove mil, trinta e dois mil e setenta e quatro = 90.000 ; 32.074

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é população? O que é censo? O que é um número escrito por extenso? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? O que são classes e ordens numéricas? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como montar uma tabela de ordens e classes numéricas etc. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados às habilidades EF04MA02 e EF05MA01 da BNCC.

#### Questão 4

Solução – Alternativa C

Completando a alternativa C, temos:

66	67	68	69	70
71	72	73	74	75

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que são números inteiros? O que são números positivos? O que é escrever números em sequência? O que é uma tabela? O que são linhas e colunas de uma tabela? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Há algum padrão que pode ser percebido nas linhas e colunas? Como continuar a completar a tabela? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como continuar preenchendo a tabela, analisar cada coluna verificando padrões por exemplo que na última coluna há múltiplos de 5. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números e álgebra, relacionados à habilidade EF02MA01 e EF02MA11 da BNCC, respectivamente.

### Questão 5 – Alternativa E

Ana obteve  $6+1 = 7$  pontos, Bruna obteve  $3+3 = 6$  pontos, Cris obteve  $2+3 = 5$  pontos, Dora,  $4+4 = 8$  pontos e Edna,  $5+4=9$  pontos. Edna foi quem obteve mais pontos nesta jogada.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um dado? Quais números são representados nas faces dos dados? Quais números podem ser obtidos aos jogas 1 dado? E jogando 2 dados? Teremos números iguais ou diferentes nos dois dados? O que significa a palavra soma? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Qual é a combinação de números que cada menina obteve? Como podemos saber qual número é maior? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como somar os números obtidos por cada menina e depois colocar em ordem crescente. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados às habilidades EF02MA01, EF02MA05 e EF02MA06 da BNCC.

### Questão 6 – Alternativa D

Os números 71 e 72 pertencem ao intervalo 61 a 80, portanto deve seguir o caminho indicado na alternativa D

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um assento? O que são indicações em uma placa? Quais são as indicações da placa? O que significa assentos 1 a 20? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Quais são os intervalos de números que constam na placa? Qual número dos assentos de George e seu pai? Como saber em qual intervalo estão estes números? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como listar os números contidos em cada intervalo, ou analisar cada intervalo verificando se 71 e 72 estão contidos no intervalo observando os extremos do intervalo. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados à habilidade EF01MA01 da BNCC.

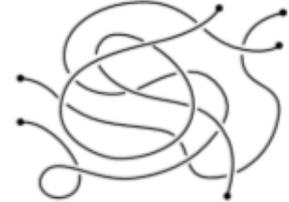
### Problemas - Lista 02

1. A soma dos algarismos do número 2016 é igual a 9. Qual é o próximo ano, depois de 2016, cujo número terá também soma 9 para seus algarismos?

(a) 2007      (b) 2018      (c) 2015      (d) 2034      (e) 2106

2. Quantos pedaços de barbante existem no desenho ao lado?

(a) 2      (b) 3      (c) 4      (d) 5      (6)

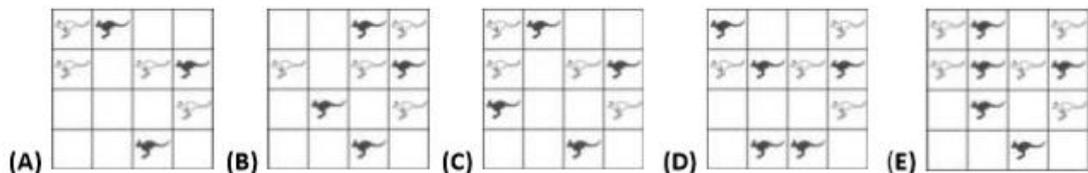


3. Pedro desenhou uma casa com palitos de fósforo, como na figura abaixo. Quantos palitos ele usou?



(A) 13      (B) 15      (C) 17      (D) 18      (E) 19

4. Existem cangurus brancos e pretos. Em qual das figuras há mais cangurus pretos do que cangurus brancos?

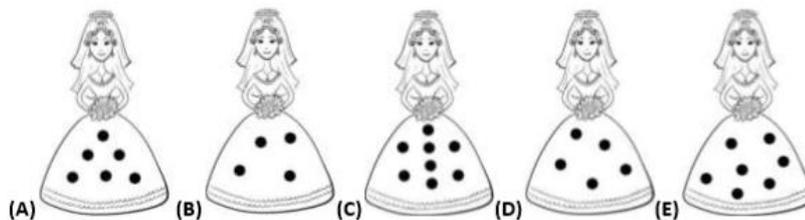


5. Na figura ao lado, alguns algarismos estão repetidos e alguns aparecem somente uma vez. Estão faltando dois algarismos. Quais?

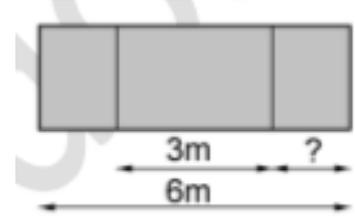


(a) 3 e 5      (b) 4 e 8      (c) 2 e 0      (d) 6 e 9      (e)  
7 e 1

6. Qual dos vestidos tem menos de 7 bolinhas e, ao mesmo tempo, mais de 5 bolinhas?



7. Um quadro negro tem 6 m de comprimento. O comprimento da parte do meio é 3 m. As outras duas partes têm o mesmo tamanho. Qual é o comprimento da parte da direita?



- (a) 1 m    (b) 1,25 m    (c) 1,5 m    (d) 1,75 m    (e) 2 m

### Resolução da lista 02:

#### Questão 1 – Alternativa D

Como se trata do próximo ano depois de 2009, devemos somar os algarismos apenas dos anos seguintes a 2009 para verificar: 2018  $\rightarrow 2 + 0 + 1 + 8 = 11$  , 2015  $\rightarrow 2 + 0 + 1 + 5 = 8$  , 2034  $\rightarrow 2 + 0 + 3 + 4 = 9$  , 2106  $\rightarrow 2 + 1 + 0 + 6 = 9$ . Obtivemos dois números cuja soma dos algarismos é 9: 2034 e 2106, mas o enunciado pede o próximo ano depois de 2009, e colocando os números em ordem crescente, temos 2009, 2034, 2106. Portanto o número que atende ao enunciado é 2034.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um algarismo? O que significa a palavra soma? O que é soma de algarismos? Quais são os próximos anos depois de 2016? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como somar os algarismos de 2016? Quais anos tem a soma 9? E anos depois de 2016? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como somar os algarismos das alternativas do problema e depois verificar qual atende ao que é pedido no problema, ou o aluno pode listar anos depois de 2016 e buscar os que seus

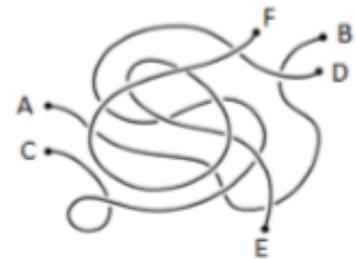
algarismos somem 9. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números e álgebra, relacionados à habilidade EF01MA06, EF01MA08 e EF02MA09, EF02MA10, EF03MA10 da BNCC, respectivamente.

#### Questão 2 – Alternativa B

Há 3 pedaços de barbante. Um começa em A e termina em B. O outro começa em C e termina em D. E por último, o que começa em E e termina em F.



Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um barbante? O que é um pedaço de barbante? Como sei, neste desenho, quando há um pedaço de barbante? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como identificar os pedaços de barbante? Como contar esses pedaços? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como por exemplo identificar por letras cada ponta do barbante, identificar cada pedaço com um tracinho

e depois contar. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados à habilidade EF01MA01 e EF01MA02 da BNCC.

### Questão 3 – Alternativa B

Ao contar, verifica-se que Pedro usou 15 palitos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um palito de fósforo? É possível desenhar com palitos de fósforos? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como podemos contar a quantidade de palitos de fósforos utilizados em um desenho? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, contar cada palito identificando-o para não recontar. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados à habilidade EF01MA01 e EF01MA02 da BNCC.

Questão 4 – Alternativa D

Ao contar a quantidade de cangurus brancos e pretos em cada alternativa obtêm-se:

Alternativa A – cangurus brancos: 4; cangurus pretos:3

Alternativa B – cangurus brancos: 4; cangurus pretos:4

Alternativa C – cangurus brancos: 4; cangurus pretos:4

Alternativa D – cangurus brancos: 4; cangurus pretos:5 e 5 é maior que 4.

Alternativa E – cangurus brancos: 5; cangurus pretos:5

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você sabe o que é um canguru? O que significa dizer canguru branco? E canguru preto? É possível identificar em cada figura os cangurus brancos e os pretos? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como posso saber quantos cangurus há em cada figura? Como posso saber quantos são brancos e quantos são pretos? Como verificar se há mais cangurus de determinada cor? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar as quantidades de cangurus brancos e pretos de cada figura e depois verificar qual deles

apresenta a quantidade de cangurus pretos maior que a quantidade de cangurus brancos. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados à habilidade EF01MA01, EF01MA02, EF01MA03, EF01MA04 e EF01MA04 da BNCC.

#### Questão 5 – Alternativa D

Conta-se os algarismos e verifica-se que aparecem na figura: 3 algarismos 0, 1 algarismo 1, 1 algarismo 2, 1 algarismo 3, 1 algarismo 4, 2 algarismos 5, 0 algarismo 6, 2 algarismos 7, 3 algarismos 8 e 0 algarismo 9.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um algarismo? Quais são os algarismos existentes? O que é um algarismo repetido? O que significa faltar um algarismo? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Quais algarismos há no desenho? Como saber qual não está no desenho? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como listar os algarismos de 0 a 9, depois identificar no desenho cada algarismo fazendo uma marca

para diferenciar do que não foi registrado, depois conferir na lista os que faltam. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números e álgebra, relacionados às habilidades EF01MA01, EF01MA02 e EF01MA09, EF01MA10, respectivamente da BNCC.

#### Questão 6 – Alternativa A

Para que tenha menos que 7 bolinhas, pode ter 6,5,4,3,2 ou 1 bolinha. Para que tenha mais que cinco bolinhas deve ter 6,7,8 ou mais bolinhas. Como deve ter menos que 7 bolinhas e mais que 5 bolinhas ao mesmo tempo, o único algarismo que está nos dois critérios é o 6.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que significa ter 7 bolinhas? O que significa ter mais que sete bolinhas? O que significa ter menos que 7 bolinhas? O que significa ter 5 bolinhas? O que significa ter mais que cinco bolinhas? O que significa ter menos que 5 bolinhas? O que significa ao mesmo tempo? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como saber os que tem menos de 7

bolinhas e os que tem mais que 5 bolinhas? E os que tem menos que 7 e mais que 5 ao mesmo tempo? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar as quantidades de bolinhas de cada vestido, identificando os que tem menos que sete bolinhas, identificando os que tem mais que 5 bolinhas e depois identificando o que atende as duas especificações. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números, relacionados às habilidades EF01MA01, EF01MA02, EF01MA03 e EF02MA03 da BNCC.

#### Questão 7 – Alternativa C

Como o quadro tem 6 m, e a parte do meio tem 3m. Faço  $6-3=3\text{m}$  que é o espaço restante do quadro. Como o restante está dividido em duas partes iguais, devo dividir a parte restante por 2, assim  $3:2 = 1,5\text{m}$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um quadro negro? O que é 1 m? O que é comprimento? Como é um quadro dividido em 3 partes? Qual é a parte da direita? O que significa dizer que duas partes tem o mesmo tamanho? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como

por exemplo: Como resolver este problema? Se o comprimento do quadro é 6 metros, como sei quantos metros sobram se a parte do meio tem 3 metros? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como subtrair a parte do meio do todo e depois dividir em duas partes iguais. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números, álgebra, grandezas e medidas relacionados às habilidades EF02MA05, EF02MA06, EF03MA06; EF04MA15; EF01MA15, EF02MA16, EF03MA19, EF05MA19 da BNCC, respectivamente.

## 6.2 Encontro 2

**Tema:** Números II

**Duração:** 8 horas

### Objetos de conhecimento:

- BNCC (Tema: Números II do 1° ao 5° ano) versão dez 2018;
- Listas de problemas de Olimpíadas de Matemática

### Objetivos do encontro:

Ao final do encontro o aluno deverá:

- Compreender as exigências da BNCC, de dezembro de 2017, com relação ao objeto de conhecimento Números, Grandezas e Medidas para 1° ao 5° anos do Ensino Fundamental;
- Ampliar conhecimentos com relação aos objetos de conhecimento e com relação a formas dinâmicas de desenvolver o processo de ensino aprendizagem;
- Desenvolver caminhos para resolver problemas de Olimpíadas.

### Síntese dos Assuntos:

De acordo com a BNCC para o tema Números II, temos:

<p>Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração</p>	<p>(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.</p> <p>EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.</p> <p>(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.</p> <p>(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.</p> <p>(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.</p>
--	--

<p>Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)</p>	<p>(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.</p> <p>(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.</p> <p>(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>
<p>Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação)</p>	<p>(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.</p> <p>(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.</p>
<p>Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular,</p>	<p>(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.</p> <p>(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e</p>

repartição em partes iguais e medida	<p>proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>
--------------------------------------	--

### Problemas- Lista 03

- Para abrir o cofre de sua casa, Glória precisa usar uma senha, que é um número de quatro algarismos diferentes de zero. Ela sabe que:
  - O algarismo da unidade é o dobro do algarismo da unidade de milhar;
  - O algarismo da centena é o triplo do algarismo da unidade de milhar;
  - O algarismo da centena é o dobro do algarismo da dezena.
 Qual é a senha do cofre de glória?  
 (a) 2634    (b) 2345    (c) 2463    (d) 2438    (e) 4323
- Quatro amigos anotaram num quadro os pontos ganhos num jogo: André - 2.760; Bento - 2.587; Carlos - 2.699; Dario - 2.801. Qual menino fez mais pontos?  
 a) André                      b) Bento                      c) Carlos                      d) Dario
- Cinco esquilos A, B, C, D e E estão parados em uma linha reta, na qual estão caídas seis nozes, identificadas pelos asteriscos na figura. Num certo momento, todos os esquilos saem correndo com a mesma velocidade em direção à noz mais próxima e continuam a corrida até não sobraem nozes. Qual dos esquilos conseguirá pegar duas nozes?

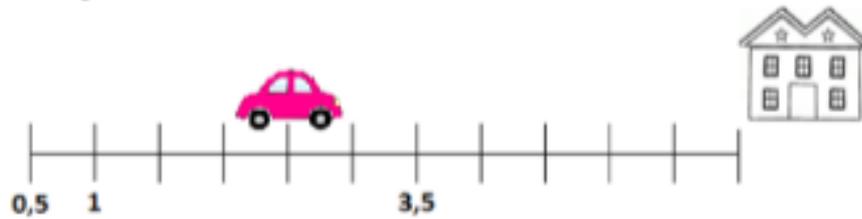


- (a) C    (b) A    (c) E    (d) D    (e) B
- Berenice espera por Mara, que está a uma certa distância dela, conforme ilustrado no desenho. Mara deverá caminhar quantos metros até chegar onde está Berenice?



- (a)300    (b)400    (c)700    (d)800    (e)1000

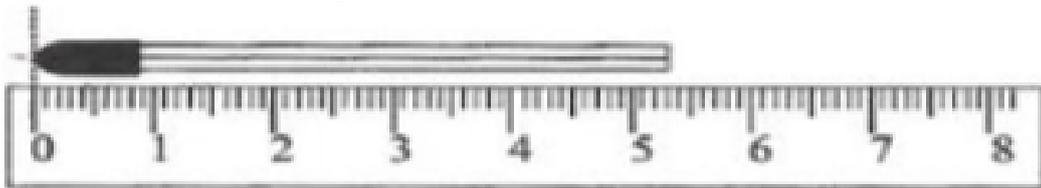
5. Marcos está voltando de seu trabalho para casa, conforme mostra a figura a seguir:



Assinale a alternativa que corresponde ao ponto em que Marcos está localizado na reta numérica:

- (a) 2,5      (b) 3,0      (c) 3,5      (d) 4,0      (e) 4,5

6. Pedro mediu um palito de fósforo com a régua:



A medida deste palito é:

- (a) 4,0 cm      (b) 5,0 cm      (c) 5,3 cm      (d) 5,5 cm      (e) 6,1 cm

### Resolução da lista 03

Questão 1 – Alternativa A

Considerando o número composto por quatro algarismos MCDU, onde M é o algarismo das unidades de milhar, C é o algarismo das centenas, D é o algarismo das dezenas e U é o algarismo das unidades. Pelo enunciado do problema temos que todos os algarismos são diferentes de zero, e que  $U=2 \times M$ ,  $C = 3 \times M$ ,  $D = \frac{C}{2}$ . Para  $M=2$ , teremos  $U= 4$ ,  $C = 6$  e  $D = 3$ , portanto 2634.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um cofre? O que é uma senha? O que é um algarismo? Como é um número formado por quatro algarismos? O que é unidade, dezena, centena e unidade de milhar? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? O que significa dizer que o algarismo da unidade é o dobro do algarismo da unidade de milhar? cite um exemplo! etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como representar cada algarismo por uma letra e fazer as considerações conforme feito na resolução. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números e álgebra relacionados às habilidades EF02MA02 e EF04MA15 da BNCC, respectivamente.

Questão 2 – Alternativa D

Colocando os pontos de cada amigo em ordem crescente temos: 2.587, 2.699, 2.760 e 2.801, respectivamente, Bento, Carlos, André e Dario. Portanto, Dario fez mais pontos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Quais pontos ganhos por cada amigo? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os

alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como saber qual amigo fez mais pontos? Como podemos comparar dois números? E comparar números formados por 3 algarismos? Como fazer isso considerando a decomposição dos números? Qual número é maior? 321 ou 331, 321 ou 322, 321 e 421? etc

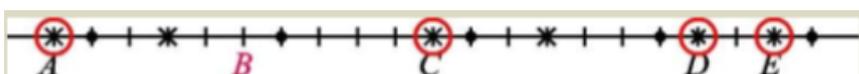
Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como decompor os números que representam as pontuações de cada menino em unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar e depois comparar os números identificando o maior. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados às habilidades EF03MA01 e EF02MA02 da BNCC, respectivamente.

### Questão 3 – Alternativa A

Os esquilos A, C, D e E têm uma noz a uma distância unitária. Logo, eles pegam uma noz cada um no primeiro momento (indicadas com um círculo vermelho na figura). Sobram então as duas nozes não assinaladas. B está mais próximo da noz à esquerda e C está mais próximo à noz à direita. Logo, C apanha duas nozes.



Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que representa cada

tracinho na figura? E o asterisco? E as letras? Qual é a noz mais próxima de cada esquilo? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Se dois esquilos percorrerem a mesma distância com a mesma velocidade chegarão juntos? Quem pegará mais nozes se eles estiverem com a mesma velocidade? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como considerar a distância entre dois tracinhos consecutivos como 1 unidade, contar quantas unidades percorrerá cada esquilo para pegar duas nozes. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas álgebra, grandezas e medidas e geometria relacionados às habilidades EF04MA15, EF05MA19 e EF02MA12 da BNCC, respectivamente.

#### Questão 4 – Alternativa D

Se 100 metros correspondem a  $\frac{1}{8}$  da distância entre Mara e Berenice, então toda a distância corresponde a 800 metros.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que significa 100m? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? O que é uma fração? Como represento a metade de um número? Quanto é a metade de 300m? etc...

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como considerar que um oitavo é uma parte de oito, portanto se 1 parte é 100m, todas as oito partes juntas correspondem a 800m. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números; grandezas e medidas relacionados às habilidades EF04MA09, EF05MA03, EF05MA07 e EF05MA19 da BNCC, respectivamente.

Questão 5 – Alternativa A

Cada tracinho da escala equivale a 0,5. Basta contar, somando 0,5: 0,5 ; 1; 1,5; 2; 2,5.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você compreendeu a figura? Aonde está o carro? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Quantos tracinhos há na reta da figura? Quanto representa a distância entre dois tracinhos consecutivos? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como verificar que a distância entre dois tracinhos consecutivos é 0,5 cm, completar as unidades de cada tracinho até chegar no carro. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados à habilidade EF05MA02 da BNCC.

#### Questão 6 – Alternativa C

Ao analisar tem-se que o palito vai além da medida 5 cm, como entre 5 e 6 há 10 divisões, obtemos que a distância entre cada tracinho corresponde a 0,1cm. Assim o palito possui 5,3cm.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é uma régua? O que é possível medir com uma régua? O que é unidade de medida? Quanto é 1 metro? Quanto é 1 centímetro? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? O que é um número decimal? É possível verificar o início e o fim do palito? Quantos tracinhos há entre dois números consecutivos? Quanto vale a distância entre dois tracinhos menores? etc

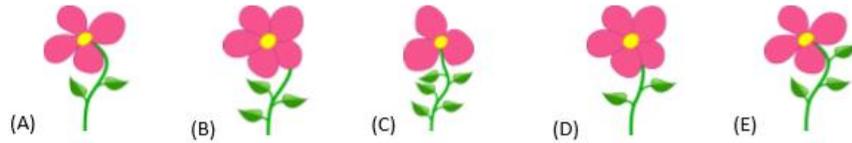
Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como verificar que o palito tem mais que cinco centímetros e contar os palitos pequenos que equivalem a 0,1 cm. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas grandezas e medidas, números relacionados às habilidades EF04MA20 e EF05MA02 da BNCC, respectivamente.

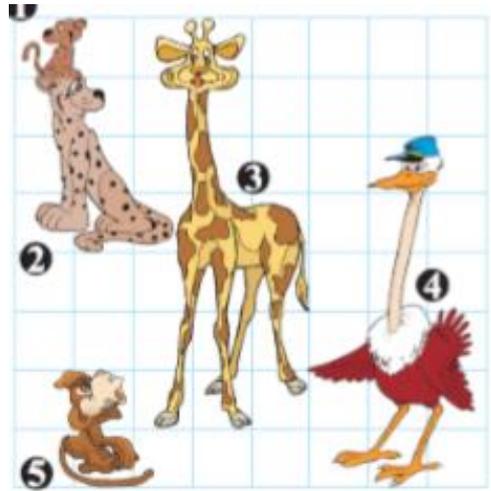
### Problemas - Lista 04

1. Uma joaninha irá assentar na flor que tiver cinco pétalas e três folhas. Qual das flores a seguir será escolhida pela joaninha?

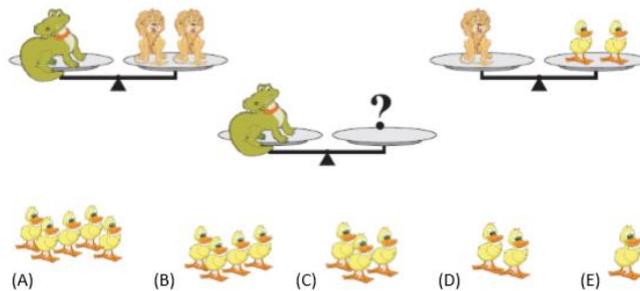


2. Se você colocar em fila os cinco animais, do menor para o maior, qual animal ficará no meio?

- (a) 1  
(b) 2  
(c) 3  
(d) 4  
(e) 5

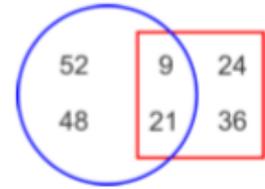


3. Quantos patinhos são necessários para equilibrar a balança com o crocodilo bebê?



4. Júlia leva meia hora para andar metade do caminho de sua casa até a escola. Quanto tempo Júlia leva para voltar da escola para casa pelo mesmo caminho?  
(A) 15 minutos (B) 40 minutos (C) meia hora (D) uma hora (E) duas horas

5. Qual é a soma de todos os números que estão fora do quadrado?



(A) 30 (B) 45 (C) 60 (D) 90 (E) 100

6. Escolha quatro entre os números 1, 3, 4, 5 e 7 e escreva cada um deles nos quadradinhos da figura abaixo, de forma que a igualdade das somas seja verdadeira. Qual dos números a seguir não será usado?

$$\square + \square = \square + \square$$

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

7. Vemos na figura estrelas de cinco pontas, estrelas de seis pontas e estrelas de sete pontas. Quantas estrelas de cinco pontas há nessa figura?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 9

### Resolução da lista 04

Questão 1 – Alternativa B

Ao contar o número de pétalas e de folhas de cada flor temos, respectivamente: alternativa A, 4 e 2; alternativa B, 5 e 3; alternativa C, 3 e 5; alternativa D, 5 e 2; alternativa E, 4 e 3.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que significa dizer que uma joaninha vai assentar na flor? Você entendeu as figuras que são apresentadas? O que é uma pétala? O que é uma folha? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como saber quantas pétalas há em uma flor? Como saber quantas folhas há numa flor? Como saber se uma flor atende a dois requisitos ao mesmo tempo? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar as quantidades de pétalas e folhas de cada flor, registrando ao seu lado e depois verificar qual atende ao que é solicitado no problema. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados às habilidades EF01MA01, EF01MA02, EF01MA03 e EF01MA05 da BNCC.

#### Questão 2 – Alternativa B

Usando a malha quadriculada para verificar as dimensões dos animais verificamos que em ordem crescente temos: 1, 5,2,4 e 3.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é uma fila? O que significa colocar os animais em fila do menor para o maior? Você entendeu a figura? O que é este quadriculado atrás dos animais? Cada quadradinho tem as mesmas dimensões? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como posso saber se um animal é maior que outro? E se os animais estiverem em uma malha quadriculada? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar quantos quadradinhos são necessários para cada figura e depois colocar os números em ordem crescente. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números, geometria, grandezas e medidas relacionados às habilidades EF01MA01, EF01MA02, EF01MA03; EF03MA16; EF04MA20, EF04MA21 da BNCC, respectivamente.

### Questão 3 – Alternativa B

Um crocodilo pesa tanto quanto dois leões. Um leão pesa tanto quanto dois patos. Então o crocodilo pesa tanto quanto  $2 \times 2 = 4$  patos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que significa equilibrar uma balança? O que temos em cada balança? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como

por exemplo: Como resolver este problema? Há equivalências entre os pesos dos animais? Um crocodilo pesa o mesmo que quantos leões? Um leão pesa o mesmo que quantos patos? Como posso relacionar estas informações?

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como listar que um crocodilo é igual a 2 leões e se 1 leão equivale a dois patos, então concluir que 2 leões equivalem a 4 patos e portanto um crocodilo equivale a 4 patos. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados às habilidades EF04MA03, EF04MA04, EF04MA05, EF04MA15, EF05MA10 e EF05MA11 da BNCC.

#### Questão 4 – Alternativa D

Se Júlia leva meia hora para metade do caminho ele deve levar 1 hora para o caminho todo. Como o caminho para ir da casa para a escola é o mesmo para ir da escola para a casa, então ela deve levar 1 hora para ir da escola para casa.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Quanto tempo Júlia leva para andar metade do caminho? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como

por exemplo: Como resolver este problema? Quantos minutos há em uma hora? Quantos minutos há em meia hora? Os caminhos são os mesmos? Os caminhos possuem tamanhos iguais? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como perceber que o caminhos entre a casa e a escola e entre a escola e a casa é o mesmo, daí se ela percorreu meio caminho em meia hora há uma relação direta entre o tempo e o tamanho do caminho. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números, geometria, grandezas e medidas, álgebra relacionados às habilidades EF02MA08, EF03MA08 e EF03MA09; EF04MA22 e EF05MA19; EF03MA11 e EF04MA15 da BNCC, respectivamente.

Questão 5 – Alternativa E

Estão fora do quadrado os números 48 e 52. A soma destes é:  $48+52 = 100$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é soma de números? Qual é o quadrado? Qual é o círculo? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Como identifico os números que estão

dentro ou fora de uma figura? Quais números estão dentro do círculo? Quais números estão fora do círculo? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar o quadrado, depois separar os números que estão fora do quadrado e efetuar a operação de adição. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números e geometria relacionados às habilidades EF05MA07; EF01MA12, EF01MA14 e EF02MA12 da BNCC, respectivamente.

#### Questão 6 – Alternativa C

Escolhendo 1 e 7 para um lado e escolhendo 3 e 5 para o outro, temos a única igualdade verdadeira, deixando assim de usar o 4. Isto ocorre porque  $1 + 3 = 4$ ,  $1 + 4 = 5$  e  $1 + 5 = 6$  e nesses casos não haveria como obter as somas 4, 5 e 6 com os outros números. Logo, 1 só pode ser somado com 7.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é soma? O que é igualdade? O que significa igualdade das somas?

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Como resolver este problema? Qual estratégia para resolução? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como substituir valores e conferir a soma, registrando cada operação para eliminar possibilidades. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números e álgebra relacionados às habilidades EF05MA07 e EF04MA15 da BNCC, respectivamente.

#### Questão 7 – Alternativa C

Contando, na figura há 4 estrelas de cinco pontas.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Quantas pontas pode ter uma estrela? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Quantas estrelas há na figura? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar a quantidade de pontas de cada estrela, registrar e fazer uma marca na estrela que já analisou para não recontar. Trata-se de um problema simples, mas é interessante estabelecer um método organizado, já que a contagem desorganizada pode levar a erros. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados às habilidades EF01MA01, EF01MA02, EF01MA03 e EF01MA05 da BNCC.

### **6.3 Encontro 3**

**Tema:** Álgebra

**Duração:** 8 horas

**Objetos de conhecimento:**

- BNCC (Tema: Álgebra do 1° ao 5° ano) versão dez 2018;
- Listas de problemas de Olimpíadas de Matemática

**Objetivos do encontro:**

Ao final do encontro o aluno deverá:

- Compreender as exigências da BNCC, de dezembro de 2017, com relação ao objeto de conhecimento Álgebra para 1° ao 5° anos do Ensino Fundamental;
- Ampliar conhecimentos com relação aos objetos de conhecimento e com relação a formas dinâmicas de desenvolver o processo de ensino aprendizagem;
- Desenvolver caminhos para resolver problemas de Olimpíadas.

**Síntese dos Assuntos:**

De acordo com a BNCC para o tema Álgebra, temos:

Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas	<p>(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.</p> <p>(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.</p> <p>(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.</p> <p>(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.</p> <p>(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.</p>
--	--

	<p>(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.</p> <p>(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.</p> <p>(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.</p>
<p>Propriedades da igualdade e noção de equivalência</p>	<p>(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.</p> <p>(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.</p> <p>(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.</p> <p>(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.</p> <p>(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença Matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.</p>

<p>Grandezas diretamente proporcionais e problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais</p>	<p>(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.</p> <p>(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.</p>
--	--

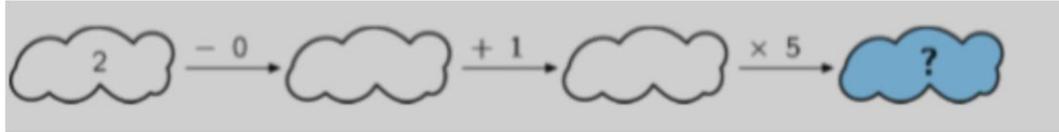
### Problemas - Lista 05

1. Bruno vai escrever a palavra CANGURUS numa folha de papel. Ele irá usar cores diferentes para letras diferentes e a mesma cor para a mesma letra. Quantas cores diferentes ele vai usar?  
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 13
2. A sequência de círculos ao lado obedece a uma regra.  ? ? ? ?

Qual bloco de círculos deve continuar a sequência?

(A) ○●●● (B) ○●○● (C) ○○●● (D) ●○○● (E) ○○○○

3. Qual número deve aparecer no lugar do sinal de interrogação?

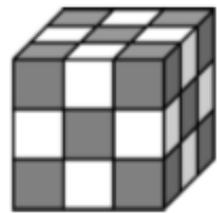


(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 15

4. Um número tem dois algarismos. O produto dos algarismos desse número é 15. Qual é a soma dos algarismos desse número?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

5. Isabela montou um cubo colando 27 cubinhos, alguns brancos e outros cinzentos. Se ela evitou colar dois cubinhos de mesma cor, quantos cubinhos brancos ela usou?



(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

6. Qual das sentenças abaixo diz a verdade sobre a figura ao lado?



(A) O número de círculos é igual ao número de quadrados.

(B) Há menos círculos do que triângulos.

(C) O número de círculos é o dobro do número de triângulos.

(D) Há mais quadrados que triângulos.

(E) Há dois triângulos a mais que círculos.

### Resolução da lista 05

Questão 1 – Alternativa A

A palavra possui 7 letras diferentes, portanto vai usar 7 cores diferentes. A única letra que repete é a U.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é letra e palavra? Quantas letras há na palavra SAPO? Essas letras são iguais ou diferentes? Como podemos usar como diferentes para letras diferentes da palavra sapo? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como identificar as letras? Quais são as letras? Há letras iguais? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como listar letras, identificar as repetidas e contar quantas diferentes, podendo assim associar a cores diferentes. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados à habilidade EF01MA01 da BNCC.

#### Questão 2 – Alternativa E

Necessário identificar o padrão de círculos brancos (B) e pintados (P) na sequência apresentada. 1 P e 1 B, 3 P e 3 B, 4 P e 4 B. Verificando cada alternativa, identificamos a alternativa E com 4 círculos brancos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um círculo? O que é uma regra? Cite um exemplo de regra? O que entende por sequência de círculos? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como identificar a regra ou padrão que a sequência obedece? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como listar letras, identificar as repetidas e contar quantas diferentes, podendo assim associar a cores diferentes. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática álgebra relacionados às habilidades EF01MA10, EF02MA10 e EF02MA11 da BNCC.

Questão 3 – Alternativa E

Basta identificar as operações e efetuar as mesmas sequencialmente:

$2-0=2$ , assim  $2+1=3 \rightarrow 3 \times 5=15$ , portanto alternativa E.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Qual é o sinal de interrogação? O que a figura está representando? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? O que está sendo representado em cada “nuvem”? É possível efetuar essas operações? Como? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar cada operação descrita na figura, depois efetuar cada operação. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática álgebra relacionados às habilidades EF05MA11 e EF04MA15 da BNCC.

#### Questão 4 – Alternativa E

Considerando os dois algarismos A e B, temos  $A \times B = 15$ . Identificamos que  $15 = 15 \times 1 = 1 \times 15 = 3 \times 5 = 5 \times 3$ , como o número apresenta dois algarismos temos que o número é 35 ou 53 e a soma dos seus algarismos é  $3 + 5 = 5 + 3 = 8$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é algarismo? Quais

são os Algarismos no nosso sistema de numeração? Qual é a diferença entre número e algarismo? O que significa produto? O que significa soma? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como identificar quais algarismos apresentam produto é 15? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como encontrar todas as possibilidades de produto entre dois números que resultem em 15 e depois verificar se atendem as exigências do problema e daí somar. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas álgebra e números relacionado às habilidades EF04MA15 e EF03MA07, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 5 – Alternativa C

Na camada de cima, há 4 cubinhos brancos e 5 cubinhos cinza. Na camada do meio, as cores devem trocar: 4 cubinhos cinza e 5 cubinhos brancos. Na camada de baixo, nova troca: 4 cubinhos brancos e 5 cubinhos cinza. Portanto, Isabela usou  $4 + 5 + 4 = 13$  cubinhos brancos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um cubo? O que significa dizer que evitou colar cubinhos de mesma cor? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como identificar os cubinhos brancos? Verifique a face superior e a inferior, há algo em comum?

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como separar o cubo maior em peças menores para melhor identificar cada cubinho branco e depois contá-los. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas álgebra e geometria relacionado às habilidades EF02MA11 e EF03MA13, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 6 – Alternativa C

Verifica-se que há 4 círculos, 2 triângulos e 2 quadrados. Analisando cada alternativa temos:

- (A) Errada: O número de círculos é maior do que o número de quadrados.
- (B) Errada: Há mais círculos do que triângulos.
- (C) Correta: O número de círculos é o dobro do número de triângulos, pois  $2 \times 2 = 4$ .
- (D) Errada: A quantidade de quadrados e triângulos é a mesma.
- (E) Errada: Não há dois triângulos a mais que círculos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Quais figuras geométricas há nesta figura? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? As sentenças estão comparando o quê? Como as sentenças estabelecem as comparações, por cor, por tamanho, por quantidade? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como listas as figuras e identificar a quantidade de cada uma, depois analisar cada uma das alternativas. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

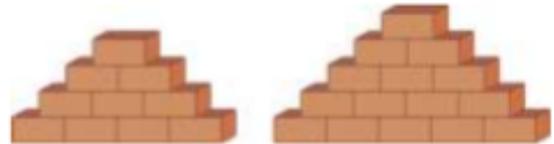
Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas álgebra, geometria e números relacionado às habilidades EF01MA09; EF01MA14; EF01MA01 e EF02MA03 respectivamente, da BNCC.

1. Numa sala há 4 crianças e 12 livros numa estante.  
Quantos livros sobrarão na estante se cada criança  
pegar um livro da estante?



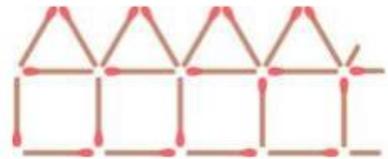
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 12

2. A pilha maior tem alguns tijolos a  
mais que a pilha menor. Quantos?



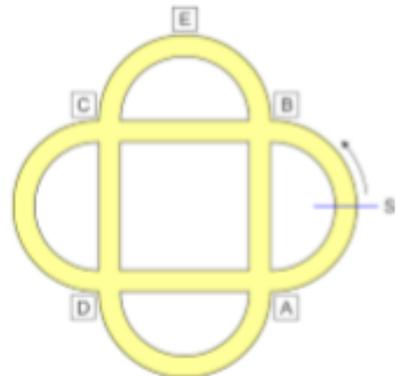
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 10

3. Sofia fez uma fileira de 10 casas com palitos  
de fósforo. No desenho, você consegue ver o  
começo da fileira. Quantos palitos de fósforo  
foram necessários para fazer toda a fileira?



(A) 50 (B) 51 (C) 55 (D) 60 (E) 62

4. Pedro anda no parque com sua bicicleta,  
conforme indicado na figura. Ele começa do  
ponto S e anda na direção indicada pela  
flecha. No primeiro cruzamento ele vira à  
direita, no segundo ele vira à esquerda, no  
terceiro à direita, no quarto à esquerda, e  
assim por diante. Por mais que ele ande, ele  
nunca irá passar por um dos pontos  
assinalados com uma letra. Que ponto é esse?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

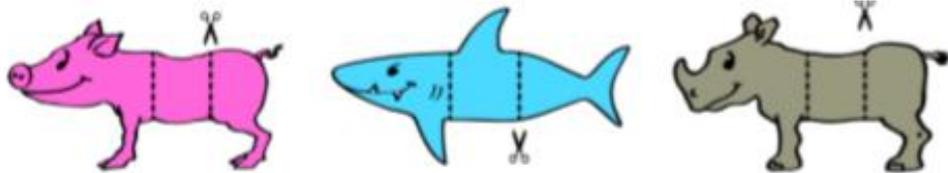
5. Entre as cinco joaninhas da figura, duas delas são  
amigas somente quando uma delas tem exatamente  
uma pinta a menos do que a outra. No dia do  
Canguru, antes da prova, cada joaninha mandou uma



mensagem desejando sucesso para sua amiga. Quantas dessas mensagens foram enviadas?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

6. Antônio desenhou um porco, um tubarão e um rinoceronte e cortou cada uma dessas figuras em três partes, conforme ilustração abaixo.



Desta forma Antônio consegue obter diferentes animais juntando uma cabeça, uma parte central e uma parte traseira. Quantos animais diferentes, reais ou inventados, Antônio consegue criar?

(A) 3 (B) 9 (C) 15 (D) 27 (E) 30

7. Qual é o número escondido atrás do quadrado?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

$$\begin{array}{l} \color{red}{\triangle} + 4 = 7 \\ \color{blue}{\square} + \color{red}{\triangle} = 9 \end{array}$$

### Resolução da lista 05

Questão 1 – Alternativa D

Se cada criança pegou um livro, então serão retirados 4 livros.  $12-4=8$

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é uma estante? Quantos livros há na estante? Quantas crianças? Cada criança pegará quantos livros? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como registrar a quantidade de livros, identificar os que foram retirados, e depois subtrair. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionado à habilidade EF01MA08 da BNCC.

#### Questão 2 – Alternativa B

Verificando que a pilha maior é composta pela pilha menor mais uma linha de tijolos. Conta-se a quantidade de tijolos na linha inferior: 5

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é um tijolo? O que é uma pilha? Você compreendeu a figura? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Qual é a diferença entre as duas pilhas? Qual pilha tem mais tijolos? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar os tijolos das duas pilhas e fazer a subtração, ou ainda perceber que a pilha maior tem uma linha a mais, percebendo assim o padrão de crescimento. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números e álgebra relacionados às habilidades EF01MA02 e EF01MA08; EF03MA10, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 3 – Alternativa B

A primeira casa é composta por 6 palitos, daí para a frente basta acrescentar 5 palitos. Então podemos fazer  $6 + (5 \times 9) = 6 + 45 = 51$  palitos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Como é fazer uma casa com palitos? O que é uma fileira? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Quantos palitos há em cada casa? Quantas casas devem ter na fileira? Há palitos que pertencem à duas casas ao mesmo tempo? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como listar letras, identificar as repetidas e contar quantas diferentes, podendo assim associar a cores diferentes. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática número relacionados às habilidades EF01MA08 e EF03MA10 da BNCC.

#### Questão 4 – Alternativa D

Seguindo o caminho proposto pelo enunciado temos, saindo de S passará por E, depois por C, depois em B, irá sentido A, depois para S e segue assim. O único ponto que não está no caminho é D.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você compreendeu a figura? O que significa virar à direita? O que é um cruzamento? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Qual primeira etapa do caminho? Como ele se comporta nos cruzamentos? É possível identificar os cruzamentos na figura? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, percorre o caminho conforme a descrição do enunciado e verificar os pontos pelos quais passará. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas geometria relacionados às habilidades EF14MA12 e EF02MA10 da BNCC.

#### Questão 5 – Alternativa C

Cada joaninha que encontra a amiga envia uma mensagem e recebe outra. Assim para cada dupla de amigas teremos duas mensagens. Ao contar as pintas das joaninhas encontramos 1 joaninha com 2 pintas, 2 joaninhas com 3 pintas, 1 joaninha com 5 pintas e outra com 6 pintas assim, teremos 3 pares de amigas e, portanto, 6 mensagens enviadas.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é uma joaninha? O que significa ter pinta? O que significa uma mensagem de sucesso? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Uma joaninha envia uma mensagem para sua amiga, mas recebe uma também? Qual critério para serem amigas? Como identificar quais são amigas? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, identificar cada joaninha, contar suas pintas e registrar, depois identificar os pares de amigas. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados às habilidades EF01MA03 e EF04MA08 da BNCC.

#### Questão 6 – Alternativa D

Trata-se de um problema de contagem. Devemos usar o princípio multiplicativo. Temos 3 opções de cabeça, 3 opções de parte central e 3 opções de parte traseira, portanto, basta efetuar a operação:  $3 \times 3 \times 3 = 27$

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você compreendeu a figura? Qual é a parte da cabeça? Qual é a parte central? Qual é a parte traseira do cada animal? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como identificar os animais que podem ser criados? Quantas opções de cabeça, parte central e traseira temos? Um animal será composto por quais partes? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, identificar que se trata do uso do princípio multiplicativo, batam identificar as partes que formam um animal, a quantidade de opções para cada parte e depois usar o princípio. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados à habilidade EF04MA08 da BNCC.

#### Questão 7 – Alternativa E

O triângulo vale 3, já que  $3+4=7$ . Assim o quadrado vale 6, já que  $6+3=9$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? O quadrado e o triângulo representam números? Como é possível saber qual número está representando? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como compreender cada igualdade. Na primeira igualdade o triângulo deve representar um número que

somado à quatro resulte em sete. Na segunda igualdade deverá considerar o número representado pelo triângulo e descobrir o número representado pelo quadrado. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas geometria e álgebra relacionados às habilidades EF01MA14 e EF04MA15, respectivamente, da BNCC.

#### **6.4 Encontro 4**

**Tema:** Geometria

**Duração:** 8 horas

**Objetos de conhecimento:**

- BNCC (Tema: Geometria, do 1° ao 5° ano) versão dez 2018;
- Listas de problemas de Olimpíadas de Matemática

### Objetivos do encontro:

Ao final do encontro o aluno deverá:

- Compreender as exigências da BNCC, de dezembro de 2017, com relação ao objeto de conhecimento Geometria para 1° ao 5° anos do Ensino Fundamental;
- Ampliar conhecimentos com relação aos objetos de conhecimento e com relação a formas dinâmicas de desenvolver o processo de ensino aprendizagem;
- Desenvolver caminhos para resolver problemas de Olimpíadas.

### Síntese dos Assuntos:

De acordo com a BNCC para o tema Geometria, temos:

Localização de pessoas e objetos no espaço	(EF01MA11) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás.
Plano cartesiano	(EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.

Localização de pessoas e objetos no espaço	(EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e
Plano cartesiano	

	<p>sentido, com base em diferentes pontos de referência.</p> <p>(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.</p> <p>(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.</p>
<p>Figuras geométricas espaciais</p>	<p>(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.</p> <p>(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.</p> <p>(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras.</p>

Figuras geométricas  
planas

(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.

(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.

(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.

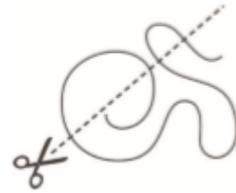
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

<p>Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas:</p>	<p>(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.</p>
<p>Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas</p>	<p>(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.</p>

**Listas de Problemas**

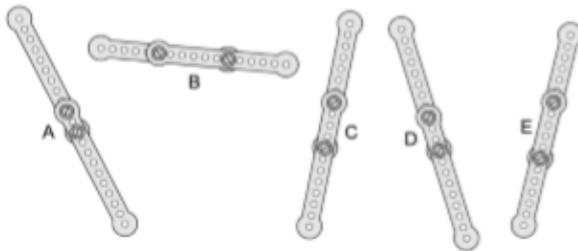
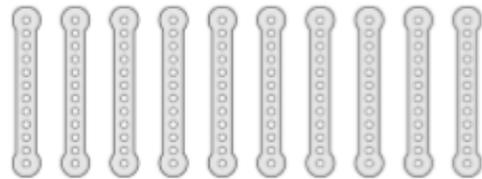
**Lista 07**

1. Em quantas partes foi cortado o barbante na figura?  
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9



2. Assinale a opção correta:  $400 \times 9 + 500 + 2 \times 10 + 3 =$   
 (A) 4123 (B) 4323 (C) 3653 (D) 4523 (E) 5423

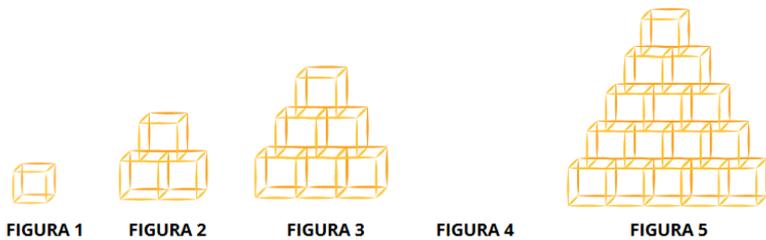
3. Henrique tem dez peças de metal, mostradas ao lado. Juntando duas peças de cada vez, usando parafusos, ele montou as cinco peças maiores mostradas abaixo. Qual destas cinco peças que foram montadas por Henrique é a mais comprida?



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

4. Quantos blocos terá a FIGURA 4?

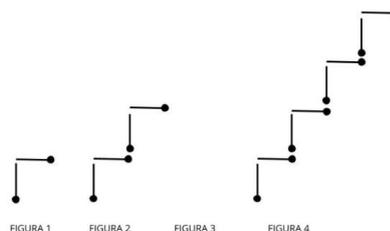
- (A) 9  
 (B) 10  
 (C) 11  
 (D) 12  
 (E) 8



5. A mãe de Vitória fez um bolo e dividiu 27 pedaços. Reservou uma quantidade de pedaços para a família e o dobro dessa quantidade Vitória levou para uma festa na escola. Quantos pedaços Sophia levou para a escola?  
 (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

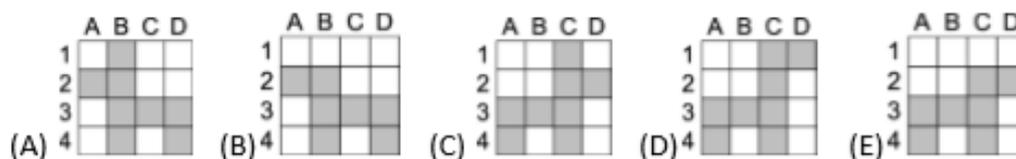
6. Observe o padrão da figura e informe quantos palitos a figura 3 deve ter:

(A)5 (B)6 (C)7 (D)9 (E)10



7. Elias quer pintar de cinza os quadrados A2, B1, B2, B3, B4, C3, D3 e D4 da tabela ao lado. Como ficará a tabela depois de pintada?

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				



### Resolução da Lista 07

#### Questão 1 – Alternativa A

Seguindo pela linha tracejada, vemos dois pedaços à esquerda e três pedaços à direita. O barbante foi cortado em cinco partes.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que é um barbante? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como identificamos cada parte do barbante? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar o início e fim de cada barbante, contando o número de partes. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática número relacionados à habilidade EF01MA02 da BNCC.

#### Questão 2 – Alternativa A

$$400 \times 9 + 500 + 2 \times 10 + 3 = 3600 + 500 + 20 + 3 = 4123$$

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu quais operações estão descritas? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Há alguma ordem que deve ser seguida para a resolução das operações? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar a sequência para resolução, multiplicação e depois a adição. Efetuar as multiplicações separadamente e depois as adições. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados às habilidades EF03MA03, EF04MA02, EF02MA06 e EF02MA07 da BNCC.

### Questão 3 – Alternativa A

As peças ficam mais compridas à medida que o número de furos entre os dois parafusos diminui. A peça com menor número de buracos entre os dois parafusos, sendo, portanto, a mais comprida, é a peça A.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? O que acontece quando temos 2 furos entre os parafusos? E quando temos 3 furos entre os parafusos? Conforme aumenta a quantidade de furos entre os parafusos o que acontece com o tamanho de cada peça? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar a quantidade de furos entre os parafusos de cada peça montada e perceber que a que tiver menos furos será a maior peça. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas geometria, números e grandezas e medidas relacionados às habilidades EF02MA15; EF01MA02 e EF01MA03; EF01MA15 e EF03MA21, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 4 – Alternativa B

Os blocos seguem a regularidade da base, onde ela aumenta a cada nova figura, seguindo o número anterior de blocos +1.

Figura 1: 1 bloco de base, Figura 2: 2 blocos de base, Figura 3: 3 blocos de base, Figura 4: 4 blocos de base, Figura 5: 5 blocos de base

Portanto, 4 blocos na base + blocos da figura 3 =  $4+6=10$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Há uma regra ou padrão entre as figuras? Quantos blocos há em cada figura? Quantos blocos há na base de cada figura? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como perceber que a base da figura sempre aumenta em uma unidade e o total de blocos de cada figura é a soma da base mais a quantidade de blocos da figura anterior. O professor

acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática álgebra relacionados às habilidades EF01MA10 e EF02MA10 da BNCC.

#### Questão 5 – Alternativa E

Total do bolo = 27 pedaços, Parte da escola = 2 partes da família

Parte da família + Parte da escola = Total do bolo

Parte da família + 2 partes da família = Total do bolo

3 partes da família = 27 → Uma parte da família =  $27 : 3 = 9$

Então, parte da família = 9 pedaços e a parte da escola =  $2 \times (\text{parte da família}) = 2 \times 9 = 18$  pedaços.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que significa o dobro? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como podemos considerar a quantidade da família? E a quantidade da festa? E o total? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como compreender cada igualdade. Na primeira igualdade o triângulo deve representar um número que somado à quatro resulte em sete. Na segunda igualdade deverá considerar o número

representado pelo triângulo e descobrir o número representado pelo quadrado. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas álgebra e números relacionados às habilidades EF05MA13 e EF05MA03, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 6 – Alternativa B

Cada figura é composta pela figura anterior + 2 palitos. A primeira figura possui 2, a segunda 4, a terceira 6 e a quarta 8.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que se pede? O que é um padrão? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Qual padrão pode ser verificado? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como entender o padrão e identificar a quantidade de palitos há na figura 3. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números e álgebra relacionados às habilidades EF01MA02; EF01MA10 e EF02MA10 respectivamente, da BNCC.

#### Questão 7 – Alternativa A

As únicas tabelas em que a coluna A e a linha 2 está pintada são as das alternativas (A) e (B). Como foram pintadas 8 casas e a tabela (B) só tem 7 casas pintadas, resta apenas a tabela da alternativa (A), que é a tabela que foi pintada.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como identificar cada quadrado? O que representa a letra? O que representa o número? etc

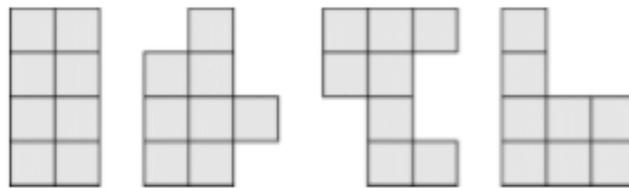
Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar cada quadrado pelo número da coluna (A,B,C,D) e pelo número de cada linha (1,2,3,4). Depois pintar os quadrados listados no enunciado e comparar com as alternativas. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática geometria relacionados à habilidade EF05MA14 da BNCC.

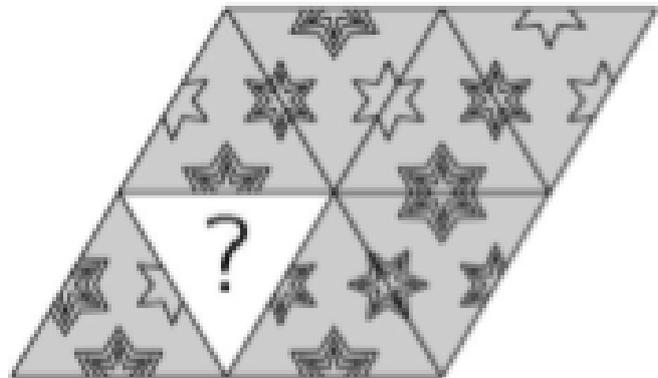
**Lista 08**

1. Ana tem peças em forma de L, compostas de 4 quadrados, conforme desenho à direita. Quantas das figuras abaixo Ana pode obter juntando duas dessas peças de cada vez?



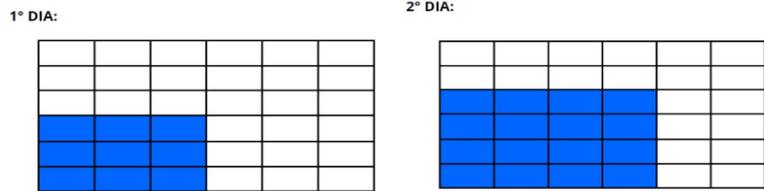
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

2. Na figura ao lado está faltando um pedaço. Uma das peças a seguir é o pedaço que está faltando. Qual é a peça?



3. Seu

João pinta muros feitos com blocos de cimento. No dois primeiros dias ele pintou os seguintes blocos de uma parede. Quantos blocos seu João terá pintado ao final do 3º dia, se continuar seguindo este padrão?

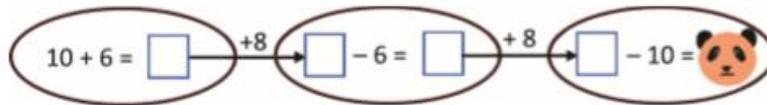


- (A) 23      (B) 25      (C) 36      (D) 20      (E) 30

4. Ontem nossa família saiu de viagem para a praia às 4h 32min da tarde. Chegamos lá às 6h 11min da manhã de hoje. Quanto tempo durou nossa viagem?

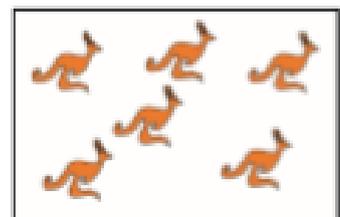
- (A) 13 horas e 39 minutos      (B) 14 horas e 39 minutos      (C) 14 horas e 21 minutos  
 (D) 13 horas e 21 minutos      (E) 2 horas e 21 minutos

5. Qual número está escondido pela figura do urso panda?



- (A) 16      (B) 18      (C) 20      (D) 24      (E) 28

6. Carlinhos olha pela janela e vê metade dos cangurus do parque, como mostra o quadro ao lado. Quantos cangurus há no parque?

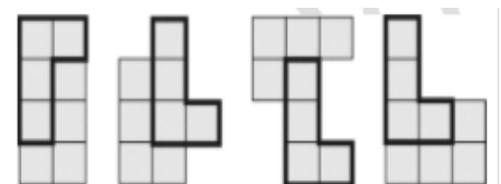


- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

**Resolução da lista 08**

Questão 1 – Alternativa E

Todas as quatro figuras apresentadas podem obtidas com duas peças.



Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu as figuras? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Identificar qual figura pode ser formada com as peças em L? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, contar os quadrados de cada figura e identificar posições para encaixar figuras em L. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática geometria relacionados às habilidades EF01MA14 e EF03MA16 da BNCC.

#### Questão 2 – Alternativa A

As metades de estrelas na peça que falta, tem uma, duas e três linhas, conforme a figura ao lado. Girando a figura para deixar a estrela de 1 linha na base, obtemos a figura da alternativa A.



Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os

alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Quantas linhas há em cada estrela? Há algum padrão? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como contar as quantidades de linhas que compõem as estrelas da figura grande e buscar entre as alternativas a peça que possui a mesma quantidade de linhas, girando a figura buscando o encaixe adequado. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas geometria e álgebra relacionados às habilidades EF03MA16 e EF01MA10, respectivamente, da BNCC.

### Questão 3 – Alternativa B

Basta identificar o padrão da sequência: no primeiro dia  $3^2=9$ , no segundo dia  $4^2=16$ , no terceiro dia  $5^2=25$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu as figuras? Como estão representados os blocos nas figuras? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Há algum padrão que possa ser percebido sobre os blocos pintados no primeiro dia e no segundo dia? Quantos blocos foram pintados no primeiro dia? E no segundo dia? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como perceber que a figura formada pelos blocos pintados no primeiro dia possui nos lados 3 blocos, e no segundo dia 4 blocos em cada lado e assim por diante, definindo depois a incógnita. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas geometria e álgebra relacionados às habilidades EF01MA14 e EF03MA15; EF03MA10 e EF04MA11, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 4 – Alternativa A

Das 4 horas e 32 minutos da tarde até as 4 horas e 32 minutos da manhã são 12 horas.

Das 4 horas e 32 minutos da manhã até às 5 horas e 32 minutos da manhã temos mais uma hora e de 5 horas e 32 minutos da manhã até 6 horas e 11 minutos da manhã temos  $60 - 32 = 28$  minutos mais 11 minutos, ou seja, 39 minutos. Portanto, a viagem durou 13 horas e 39 minutos.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que significa h? O que significa min? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os

alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Que horas se iniciou a viagem? Que horas a viagem teve fim? Como calcular a duração de uma viagem? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como subtrair do horário final e o horário inicial. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática grandezas e medidas relacionados às habilidades EF04MA22 e EF05MA19 da BNCC.

#### Questão 5 – Alternativa A

Fazendo as operações indicadas da esquerda para a direita, temos:  $10 + 6 = 16 \rightarrow 16 + 8 = 24 \rightarrow 24 - 6 = 18 \rightarrow 18 + 8 = 26 \rightarrow 26 - 10 = 16$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como

por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como resolver cada igualdade? Vamos cuidar, inicialmente dos dados na primeira elipse etc.

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como perceber que se deve resolver cada igualdade iniciando pela esquerda até chegar no urso. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática álgebra relacionados às habilidades EF04MA15 e EF05MA11 da BNCC.

#### Questão 6 – Alternativa A

Podemos contar 6 cangurus na figura. Se 6 cangurus é a metade, então o número de cangurus do parque é  $6 + 6 = 12$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que significa metade? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como calcular a metade de um número? Se eu tenho a metade de um número, como posso calcular o número? O que são operações inversas? etc.

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como perceber que divisão e multiplicação são operações inversas e que se sei a metade de um número, basta multiplicar esta metade por dois que terei o número. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática números relacionados à habilidade EF02MA08 da BNCC.

## 6.5 Encontro 5

**Tema:** Grandezas e Medidas

**Duração:** 8 horas

**Objetos de conhecimento:**

- BNCC (Tema: Grandezas e Medidas, do 1° ao 5° ano) versão dez 2018;
- Listas de problemas de Olimpíadas de Matemática

**Objetivos do encontro:**

Ao final do encontro o aluno deverá:

- Compreender as exigências da BNCC, de dezembro de 2017, com relação ao objeto de conhecimento Grandezas e Medidas para 1° ao 5° anos Ensino Fundamental;
- Ampliar conhecimentos com relação aos objetos de conhecimento e com relação a formas dinâmicas de desenvolver o processo de ensino aprendizagem;
- Desenvolver caminhos para resolver problemas de Olimpíadas.

**Síntese dos Assuntos:** De acordo com a BNCC para o tema Grandezas e Medidas:

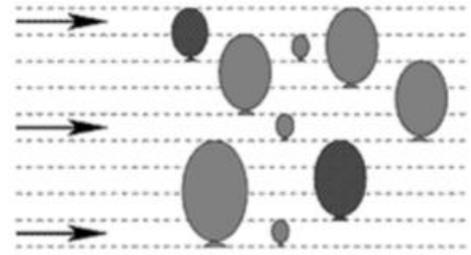
Medidas de tempo	<p>(EF01MA16) Relatar em linguagem verbal ou não verbal sequência de acontecimentos relativos a um dia, utilizando, quando possível, os horários dos eventos.</p> <p>(EF01MA17) Reconhecer e relacionar períodos do dia, dias da semana e meses do ano, utilizando calendário, quando necessário.</p> <p>(EF01MA18) Produzir a escrita de uma data, apresentando o dia, o mês e o ano, e indicar o dia da semana de uma data, consult</p> <p>(EF02MA18) Indicar a duração de intervalos de tempo entre duas datas, como dias da semana e meses do ano, utilizando calendário, para planejamentos e organização de agenda.</p> <p>(EF02MA19) Medir a duração de um intervalo de tempo por meio de relógio digital e registrar o horário do início e do fim do intervalo.</p>
------------------	---

Medidas de tempo	<p>(EF03MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo, utilizando relógios (analógico e digital) para informar os horários de início e término de realização de uma atividade e sua duração.</p> <p>(EF03MA23) Ler horas em relógios digitais e em relógios analógicos e reconhecer a relação entre hora e minutos e entre minuto e segundos.</p> <p>(EF04MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo em horas, minutos e segundos em situações relacionadas ao seu cotidiano, como informar os horários de início e término de realização de uma tarefa e sua duração.</p>
Sistema monetário brasileiro	<p>(EF01MA19) Reconhecer e relacionar valores de moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações simples do cotidiano do estudante.</p> <p>(EF02MA20) Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.</p> <p>(EF03MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.</p> <p>(EF04MA25) Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.</p>
Medidas de temperatura em grau Celsius:	<p>(EF04MA23) Reconhecer temperatura como grandeza e o grau Celsius como unidade de medida a ela associada e utilizá-lo em comparações de temperaturas em diferentes regiões do Brasil ou no exterior ou, ainda, em discussões que envolvam problemas relacionados ao aquecimento global.</p>

### Listas de problemas

### Lista 09

1. A figura mostra três flechas voadoras e nove balões parados. Quando uma flecha atinge um balão, ele estoura e a flecha continua voando do mesmo jeito. Quantos balões serão estourados?



(A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)6

2. Onde está a carinha sorridente?

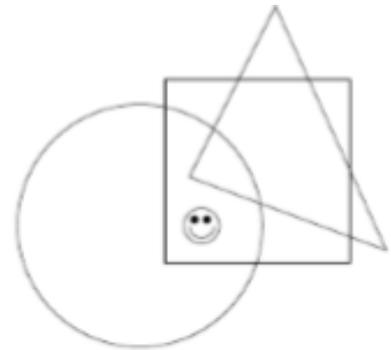
(A) Dentro do círculo e do triângulo, mas fora do quadrado.

(B) Dentro do círculo e do quadrado, mas fora do triângulo.

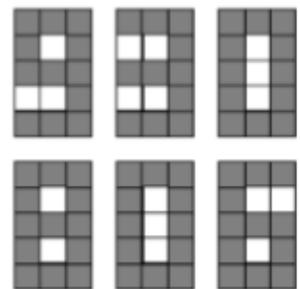
(C) Dentro do triângulo e do quadrado, mas fora do círculo.

(D) Dentro do círculo, mas fora do quadrado e fora do triângulo.

(E) Dentro do quadrado, mas fora do círculo e fora do triângulo.

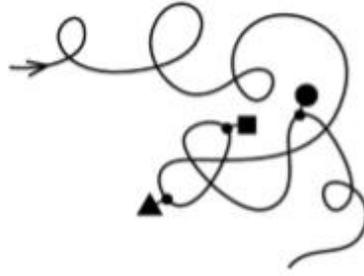


3. Num painel luminoso formado por pequenas lâmpadas quadradas está escrito o número 930 (veja a figura). Quantas lâmpadas devem acender-se ou apagar-se para que o painel mostre o número 806?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

4. Uma formiguinha anda ao longo do fio na direção indicada pela seta. Em que ordem ela encontra os três objetos pretos?

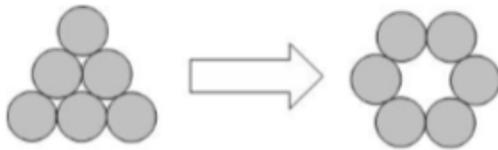


- (A) ▲, ■, ●      (B) ▲, ●, ■      (C) ●, ▲, ■      (D) ■, ▲, ●      (E) ■, ●, ▲

5. Uma aula com duração de 40 minutos começou às 11h 50min. Exatamente no meio da aula, um passarinho entrou pela janela. A que horas isso aconteceu?

- (A) 11h 30min (B) 12 h (C) 12h 10min (D) 12h 20min (E) 12h 30min

6. Seis moedas formam um triângulo. Pode-se mover algumas moedas, de modo que formem uma circunferência, conforme indicado na figura. Qual é o menor número de moedas que devem ser movidas para que isso aconteça?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
7. A centopeia Eva tem 100 pés. Ontem ela comprou 16 pares de sapatos e os colocou nos pés que estavam descalços. Ainda assim, há 14 pés descalços. Quantos pés estavam calçados antes da compra?
- (A) 27 (B) 40 (C) 54 (D) 70 (E) 77

### Resolução da lista 09

Questão 1 – Alternativa E

Seguindo o caminho de cada seta entre as linhas tracejadas, teremos que cada seta atingirá dois balões, portanto atingirá 6 balões no total.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? O que significam as linhas tracejadas? etc.

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar o percurso que cada flecha seguirá e registrar os balões que serão atingidos, contando-os. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientando o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas números, geometria, grandezas e medidas relacionados às habilidades EF01MA02; EF03MA12 e EF03MA12, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 2 – Alternativa B

O desenho da carinha está no interior do quadrado e no interior do círculo, mas está fora do triângulo.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você entendeu a figura? O que é um quadrado? O que é um círculo? O que é um triângulo? O que se pede? etc.

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Os objetos estão sobrepostos? Analise cada dupla de figuras. A carinha está dentro do quadrado? A carinha está dentro do triângulo? A carinha está dentro do círculo? etc.

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como analisar a posição da carinha dentro das figuras e depois analisar cada alternativa. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática geometria relacionados às habilidades EF02MA15, EF01MA12 e EF01MA14 da BNCC.

#### Questão 3 – Alternativa B

Para passar de 9 para 8 deve-se acender 1 lâmpada; para passar de 3 para 0 deve-se acender 2 lâmpadas e apagar 1; para passar de 0 a 6, deve-se acender 1 lâmpada e apagar 1; portanto, o número total de lâmpadas que devem mudar de estado é  $1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 6$ .

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você compreendeu a figura? É possível mudar os números acendendo ou apagando lâmpadas? O que se pede? etc.

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Como transformar um número em outro? Como descobrir quais lâmpadas devem ser acesas? Como descobrir quantas lâmpadas devem ser acesas? etc.

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, analisar quais lâmpadas devem ser acesas em cada caso e depois contar o total. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática geometria relacionados às habilidades EF02MA15 e EF05MA17 da BNCC.

#### Questão 4 – Alternativa A

Vinda da esquerda, a formiguinha encontra primeiramente o triângulo, depois o quadrado e a bolinha.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você compreendeu a figura? O que se pede? etc.

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Qual ponto de saída da formiguinha? Qual é o ponto final? etc.

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar o ponto de saída da formiguinha e seguir pelo fio identificando os objetos pelas quais ela vai passando. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos das unidades temáticas álgebra e geometria relacionados às habilidades EF01MA10; EF02MA12 e EF01MA14, respectivamente, da BNCC.

#### Questão 5– Alternativa C

A metade de 40 é 20. Portanto, o passarinho apareceu exatamente 20 minutos após o início da aula, ou seja, ele apareceu às  $11\text{h } 50\text{min} + 20\text{min} = 11\text{h} + 50\text{min} + 20\text{min} = 11\text{h} + 70\text{min} = 11\text{h} + 60\text{min} + 10\text{min} = 11\text{h} + 1\text{h} + 10\text{min} = 12\text{h } 10\text{min}$

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que significa h? O que significa min? O que quer dizer meio da aula? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Qual a duração de metade da aula? Se o início foi as 11h50 min, como posso calcular um horário depois disso? etc.

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como dividir a duração da aula ao meio, depois somar ao tempo inicial. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

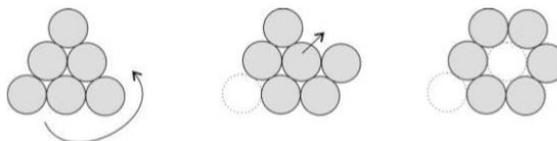
Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática grandezas e medidas relacionados às habilidades EF04MA22 e EF05MA19 da BNCC.

#### Questão 6 – Alternativa B

Não basta mover uma moeda (seja ela do vértice ou do meio do triângulo).

Entretanto, depois de mover a primeira moeda, basta mover a mover a segunda, para se formar o círculo. Portanto, é suficiente mover 2 moedas, conforme ilustrado abaixo:



Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? Você compreendeu a figura? O que é uma circunferência? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Movimentar as moedas pode formar um círculo? Há uma única maneira de fazer isto? Como descobrir a que envolve um menor número de moedas movidas?

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como analisar as figuras e fazer movimentações com as moedas, registrando para que não volte ao mesmo movimento nas tentativas. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de conhecimentos da unidade temática geometria relacionados às habilidades EF01MA14 e EF02MA12 da BNCC.

### Questão 7 – Alternativa C

Com 16 pares de sapatos, Eva calça  $16 \times 2 = 32$  pés. Como ainda sobram 14 pés descalços, concluímos que antes da compra, Eva tinha  $32 + 14 = 46$  pés descalços. Mas ela tem 100 pés, logo estavam calçados  $100 - 46 = 54$  pés.

Sugestão de resolução segundo a metodologia de Resolução de Problemas:

Fase1: O professor deve fazer perguntas que auxiliem a compreensão do problema, como por exemplo: O que o enunciado do problema diz? O que é uma centopeia? Por que ela tem esse nome? O que é um par de sapato? Há pés calçados e descalços neste enunciado? O que se pede? etc

Espera-se que os alunos compreendam o enunciado após as respostas às questões. Caso não compreendam o professor deve continuar a fazer perguntas que levem os alunos à compreensão. É importante que seja sociabilizada a compreensão sobre quais são os dados do problema e o que é pedido no mesmo.

Fase 2: O professor deve pedir aos alunos que façam um plano de ação para a resolução do problema e fazer perguntas que os encaminhe a uma proposta, como por exemplo: Qual estratégia para resolução deste problema? Se ela comprou 16 pares de sapatos, quantos pés vai calçar? Se ela ainda terá 14 pés descalços, quantos calçados ela terá? etc

Espera-se que os alunos estabeleçam um plano de resolução, como identificar que o número de pés calçados é a diferença entre o total de pés e o número de pés descalços, depois dentre o número de pés calçados deve subtrair a quantidade de pés que calçou ontem, obtendo assim o número de pés que estavam calçados antes da compra. O professor acompanha as ideias buscando direcionar os alunos por meio de perguntas adequadas as necessidades dos mesmos.

Fase 3: O professor solicita que os alunos executem seus planos, colaborando com a execução quando solicitado, orientado o aluno a encontrar a solução.

Fase 4: O professor pede que os alunos verifiquem cada etapa da execução de seus planos, e que compartilhem soluções diferenciadas com a turma, inclusive erros, sugestões e aplicabilidades. Feito isto o professor pode revisar conteúdos utilizados pelos alunos nas soluções dos problemas. Recomendação: revisar os objetos de

conhecimentos da unidade temática álgebra relacionados às habilidades EF03MA11 e EF05MA11 da BNCC.

## **6.6 Sugestão de bibliografia**

Todas as questões da Canguru de Matemática colocadas aqui e as respectivas soluções estão disponíveis no site da competição.

Não encontramos bibliografia específica para treinamento de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

## **7 NOSSA FORMAÇÃO**

Realizamos a formação no município de Coruripe, com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

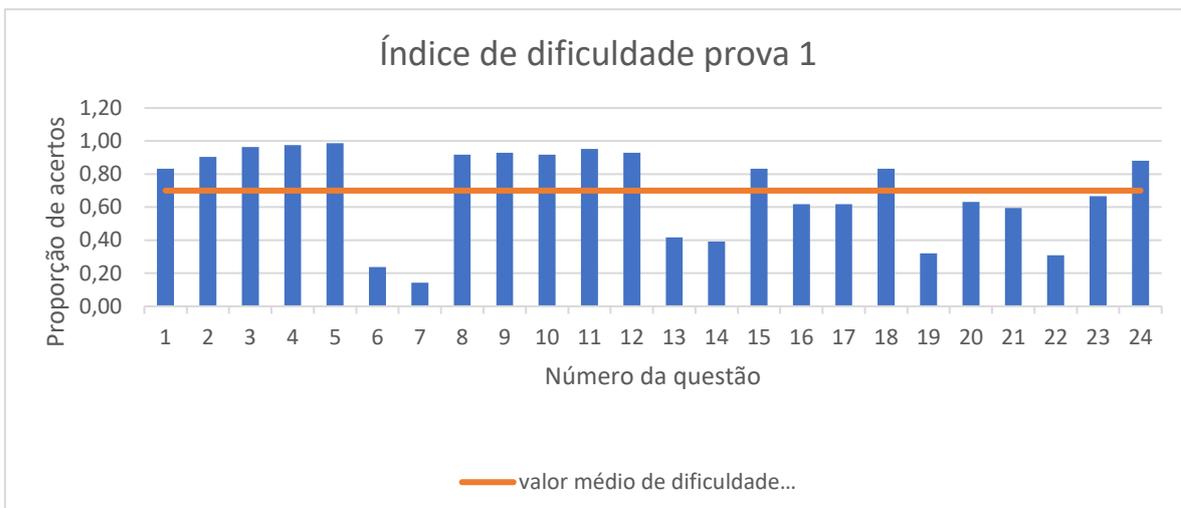
A formação, conforme descrita no capítulo 6, foi realizada nos dias 13/03/2018, 20/03/2018, 27/03/2018, 03/04/2018 e 10/04/2018, com a participação média de 80 professores por encontro.

No primeiro encontro realizamos uma avaliação com os 84 professores presentes por meio da prova Nível PE da Canguru de Matemática de 2016, anexo I, que contém 24 problemas.

Encontramos nesta avaliação, média de acertos de 16,8 e pontuação média total 66,1 considerando os pesos das questões definidos na avaliação.

O índice de dificuldade é a proporção de respondentes que acertaram o item com relação ao total de respondentes. O índice varia entre 0 e 1, quanto mais próximo de 1, mais fácil é o item.

O índice de dificuldade médio encontrado nesta avaliação foi 0,7 como pode ser verificado no gráfico 3.

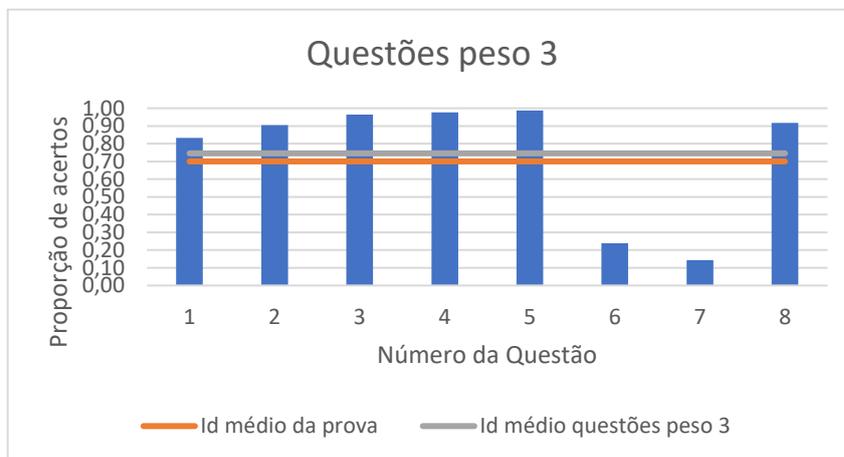
**Gráfico 3: índice de dificuldade (prova 1)**

**Fonte: da autora**

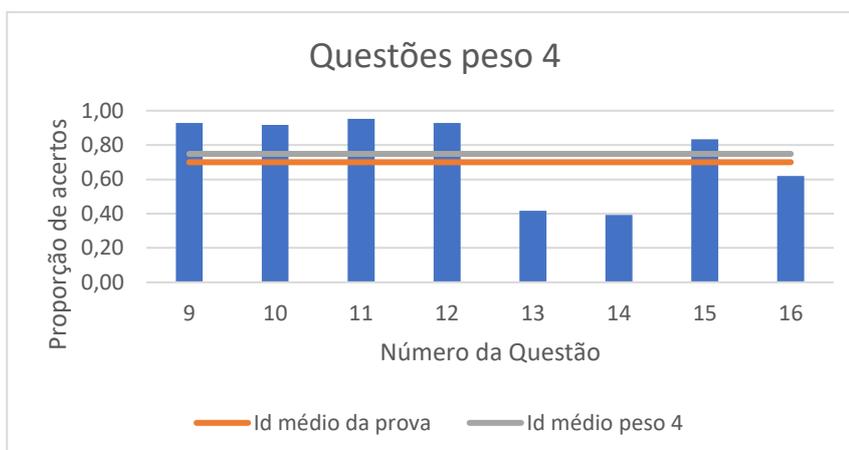
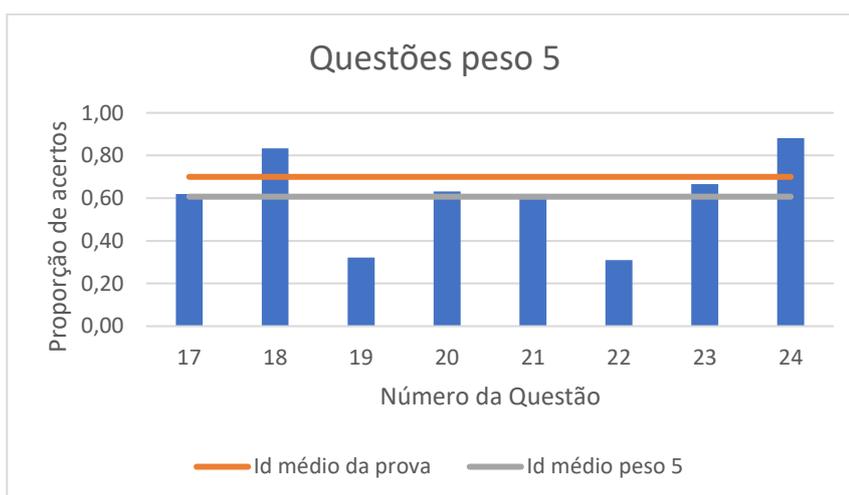
As provas da Canguru de Matemática são organizadas em grau de dificuldade crescente, e a pontuação das questões segue a seguinte regra: as questões de 1 a 8 valem peso 3, as questões de 9 a 16 valem peso 4 e as questões de 17 a 24 valem peso 5, totalizando 96 pontos.

Assim verificamos que 25%, ou seja, 2 questões que valem 3 pontos obtiveram grau de dificuldade abaixo da média; 37,5%, ou seja, 3 questões que valem 4 pontos obtiveram grau de dificuldade abaixo da média e que 75%, ou seja, 6 questões que valem 5 pontos obtiveram grau de dificuldade abaixo da média.

Ao avaliar o índice de dificuldade das questões de acordo com seu peso, obtemos os seguintes gráficos:

**Gráfico 4: Índice de dificuldade questões de peso 3 (prova 1)**

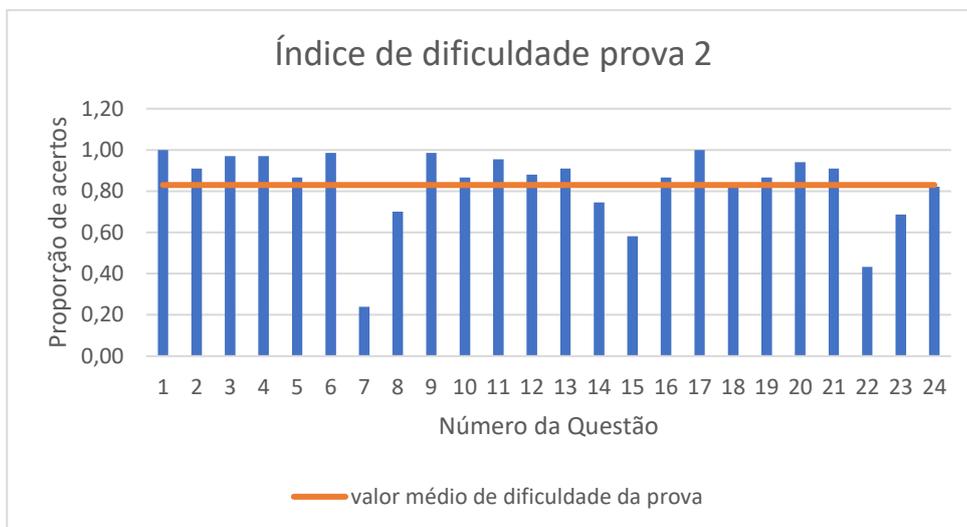
**Fonte: da autora**

**Gráfico 5: Índice de dificuldade questões peso 4 (prova encontro1)****Fonte: da autora****Gráfico 6: Índice de dificuldade questões peso 5 (prova encontro1)****Fonte: da autora**

Foi possível identificar nesta análise que o índice de dificuldade para as questões peso 3 e 4 estava acima do índice de dificuldade médio da prova, no entanto o índice de dificuldade para as questões peso 5 estava abaixo do índice de dificuldade médio da prova.

No último encontro realizamos uma avaliação com 67 professores por meio da prova Nível PE da Canguru de Matemática de 2018, anexo II, que contém 24 problemas.

O índice de dificuldade médio encontrado nesta avaliação foi 0,83 como pode ser verificado no gráfico a seguir:

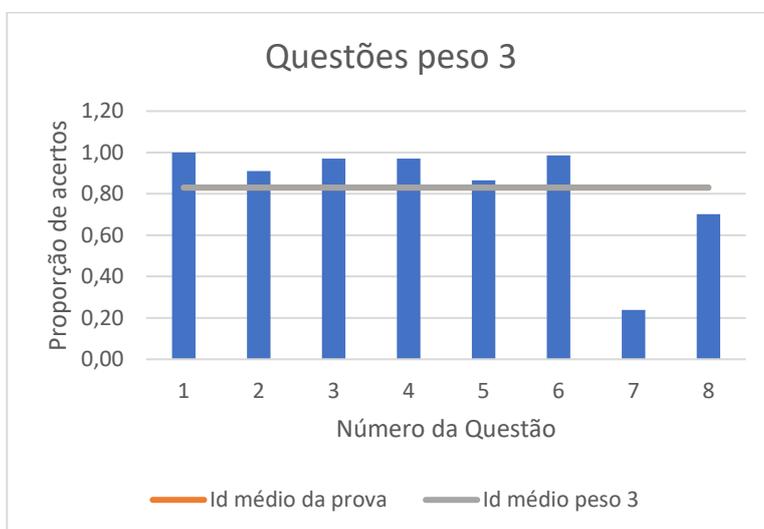
**Gráfico 7: Índice de dificuldade (prova 2)**

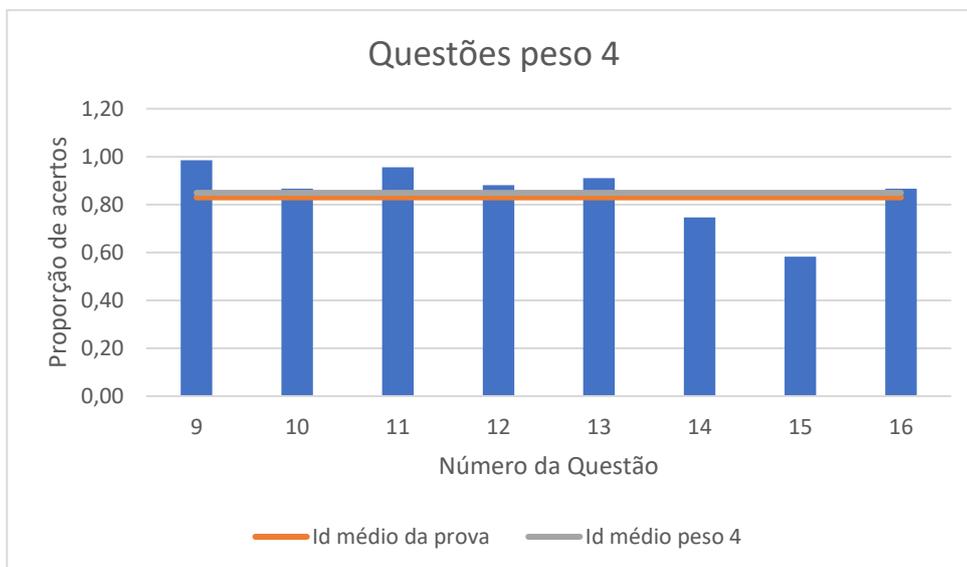
**Fonte: da autora**

Assim verificamos que 25%, ou seja, 2 questões que valem 3 pontos obtiveram grau de dificuldade abaixo da média; 25%, ou seja, 3 questões que valem 4 pontos obtiveram grau de dificuldade abaixo da média e que 25%, ou seja, 6 questões que valem 5 pontos obtiveram grau de dificuldade abaixo da média.

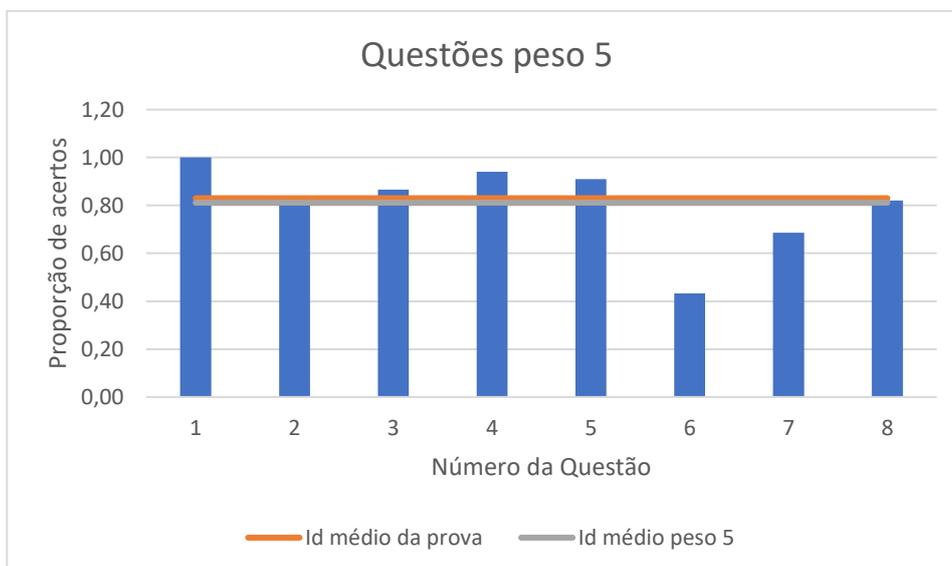
Encontramos nesta avaliação, média de acertos de 19,9 e pontuação média total 79,6 considerando os pesos das questões definidos na avaliação.

Ao avaliar o índice de dificuldade das questões de acordo com seu peso, obtemos os seguintes gráficos:

**Gráfico 8: Índice de dificuldade questões peso 3 (prova 2)**

**Gráfico 9: Índice de dificuldade questões peso 4 (prova 2)**

Fonte: da autora

**Gráfico 10: Índice de dificuldade questões peso 5 (prova 2)**

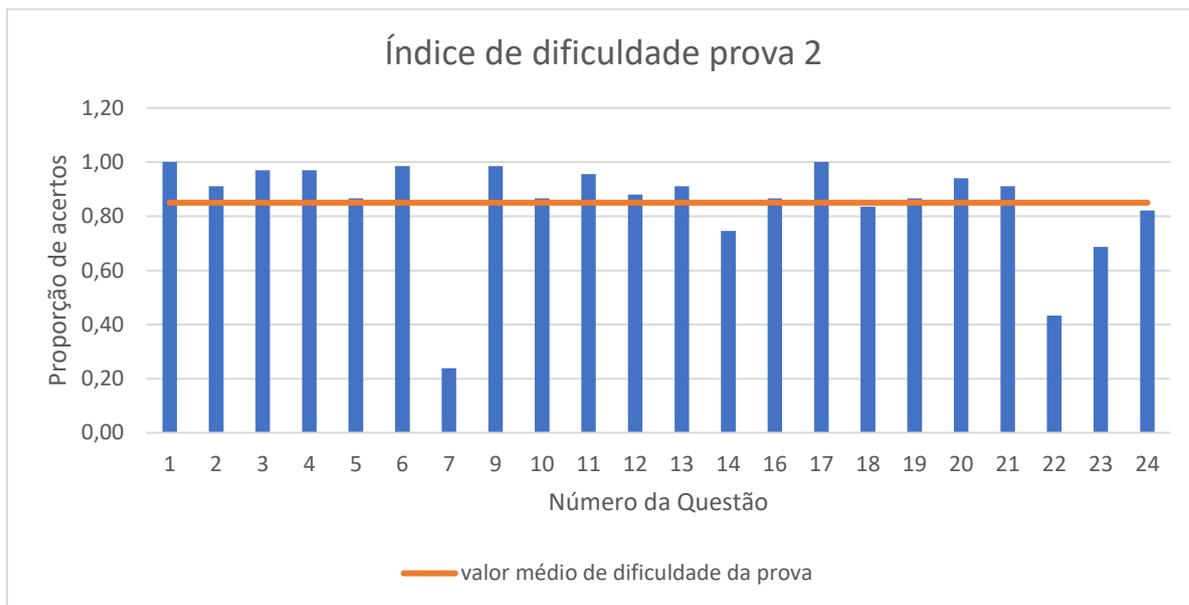
Fonte: da autora

**Quadro 1 – Quadro de Comparativo entre provas**

	Prova1	Prova2	Diferença
Média acertos	16,8	19,9	3,1
Pontuação média	66,1	79,6	13,5
Índice de dificuldade médio (Id médio)	0,7	0,83	0,13
Número de questões com $Id < Id$ médio	11	6	- 5 (-45%)
Índice de dificuldade questões peso 3 (Id 3)	0,75	0,83	0,08 → 10,6%
Índice de dificuldade questões peso 4 (Id 4)	0,75	0,85	0,1 → 13,3%
Índice de dificuldade questões peso 5 (Id 5)	0,61	0,81	0,2 → 32,7%

Ao analisar quadro 1, identificamos que as questões da prova 2 que apresentaram índice de dificuldade abaixo da média da prova são 7, 8, 14, 15, 22 e 23. A análise de cada uma das questões identificou que as questões 8 e 15 referem-se a conteúdos que não foram contemplados em nosso treinamento, ao excluí-las da análise de dados obtemos um índice de dificuldade médio de 0,85, como apresentado no gráfico abaixo.

**Gráfico 11: Índice de dificuldade (prova 2, excluindo questões 8 e 15).**



Verificamos ainda que as justificativas apresentadas pelos professores para o índice de dificuldade das questões 7, 14, 22 e 23 estarem abaixo da média se referem a interpretação dos problemas com relação às figuras e aos textos apresentados.

## **8. CONCLUSÃO**

A formação realizada apresentou um resultado positivo e representativo com relação à construção do conhecimento por parte dos professores. Os professores foram capazes de ampliar seus conhecimentos sobre as habilidades e competências descritas na BNCC de dezembro de 2017, compreenderam e aplicaram a metodologia de Resolução de Problemas durante os encontros e se mostraram motivados a aplicar tal metodologia em suas turmas. Foi notado em todos os encontros que os professores não possuem pleno domínio das habilidades e competências de Matemática descritas na BNCC para os anos iniciais do Ensino Fundamental e que apresentam dificuldade na interpretação e entendimento de problemas matemáticos que envolvam textos e figuras, cuja solução necessite necessariamente da compreensão de ambos.

### **8.1 Comentários finais**

A formação Matemática do pedagogo precisa ser revista para um maior domínio da Matemática e portanto proporcionar uma melhoria no processo ensino-aprendizagem dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e anos posteriores, na medida em que o “alicerce” do ensino da Matemática será reforçado.

A formação continuada dos pedagogos em Matemática deve ser realmente continuada e efetiva, contemplando técnicas e metodologias de ensino que motivem os alunos ao estudo e aprimoramento matemático.

As Olimpíadas de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental despertam o interesse dos professores, mas os mesmos possuem pouco ou nenhum conhecimento sobre as mesmas e não encontramos material didático apropriado que apoie as aulas e treinamentos preparatórios para participação dos alunos deste nível.

Esta formação que propomos apresentou um resultado positivo, não só pelo resultado das provas, mas efetiva participação e interesse demonstrados pelos professores.

## REFERÊNCIAS

- (1) QUADROS, A.L.; FÁTIMA, A.; MARTINS, D.C.S.; SILVA, F.C.; FREITAS-SILVA, G.; ALEME, H.G; OLIVEIRA, S.R.; ANDRADE, F.P; TRISTÃO, J.C.; SANTOS, L.J. Ambientes colaborativos e competitivos: o caso das olimpíadas científicas. **Revista Educação Pública**, v.22, n°. 48, p. 149-163, jan./abr. 2013.
- (2) CNPq. **Olimpíadas científicas**. Disponível em: <<http://memoria.cnpq.br/olimpiadas-cientificas>>. Acesso em: 5 fev. 2018.
- (3) ROCHA, T.O. et al. In> CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 3., 2016, NATAL. **Anais do III Congresso Nacional de Educação**. Campina Grande: Realize Eventos e Editora, 2016.
- (4) BAGATINI, A. **Olimpíadas de Matemática, Altas Habilidades e Resolução de Problemas**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- (5) ANDRADE, F.P. **As Olimpíadas de Matemática ampliando e fortalecendo o processo de ensino-aprendizagem**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2015.
- (6) BRAGANÇA, B. **Olimpíada de Matemática para a Matemática avançar**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Viçosa. Minas Gerais, 2013.
- (7) SANTANA, A.B. **A adoção de uma disciplina EAD com intuito de preparar os alunos para as olimpíadas de Matemática**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2018.
- (8) OBMEP. **Apresentação**. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>>. Acesso em: 10 mar 2018.
- (9) OBM. **A OBM**. Disponível em: <<https://www.obm.org.br/quem-somos/pagina-exemplo/>>. Acesso em 11 mar 2018.
- (10) CANGURU DE MATEMÁTICA. **História**. Disponível em: <<https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/index.php/historia>>. Acesso em: 10 mar 2018.
- (11) BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 5 abr 2018.
- (12) BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.
- (13) BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- (14) CERON, J.C.M. **Educação Matemática: Desafios para o cotidiano de professoras alfabetizadoras das séries iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. Faculdades Integradas Católicas de Palmas. Paraná, 2004.

- (15) DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 1989.
- (16) BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998. 148p.
- (17) FERREIRA, D.A.; CUNHA, M.M. A formação do pedagogo e a Matemática na prática docente. **Revista Eventos Pedagógicos**. v. 3, n.2, p.73 – 82, Maio – Jul. 2012.
- (18) CUNHA, C.P. **A importância da Matemática no Cotidiano**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Edição 04. Ano 02, Vol.01, p. 641-650, julho de 2017.
- (19) DUHALDE, M.E.; CUBERES, M.T.G. **Encontros iniciais com a Matemática: contribuições à educação infantil**. Tradução Maria Cristina Fontana. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- (20) COSTA, J.M.; PINHEIRO, N.A.M.; COSTA, E.A. A formação para Matemática do professor dos anos iniciais. **Ciênc. Educ.**, Bauru, v.22, n.2, p. 505-522, 2016.
- (21) CUNHA, D.R.; COSTA, S.C.C. **A Matemática na Formação de Professores das Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Relações entre a Formação Inicial e a Prática Pedagógica**. In: II Mostra de Pesquisa da Pós-Graduação da PUCRS, 2008.
- (22) LIMA, S.M.; CARVALHO, A.L. Um estudo sobre a formação do pedagogo e o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Série – Estudos**. n. 37, p. 201-214, jan./jun.2014.
- (23) CARNEIRO, E. **Olimpíadas de Matemática – Uma porta para o futuro: Dicas para montar um projeto e 50 problemas de treinamento para iniciantes**. II Bienal da SBM. Salvador, Bahia, 2004.
- (24) BADARÓ, R.L. **Do Zero às Medalhas: orientações aos professores de cursos preparatórios para olimpíadas de Matemática**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Bahia. Bahia, 2015.
- (25) SILVA, M.J.C. As relações entre a aprendizagem da Matemática e a Resolução de Problemas. **Anuário da Produção Acadêmica Docente**, v. II, n.º.3, p. 223-232, 2008.
- (26) POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas: um novo método matemático**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1977.
- (27) ALARCON, D. **Desenvolvimento do raciocínio lógico: uma abordagem pelo estudo de Grupos e pela Resolução de Problemas de olimpíadas de Matemática**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 2018.

## ANEXOS

## ANEXO I – Avaliação PE Canguru de Matemática 2016

## Canguru de Matemática Brasil – 2016 – Nível PE

## Problemas de 3 pontos

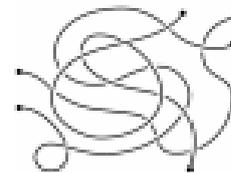
1. Qual letra do quadro ao lado não está na palavra LAGOA?

- (A) B      (B) L      (C) G      (D) N      (E) O

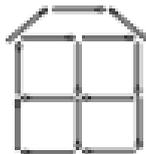


2. Quantos pedaços de barbante existem no desenho ao lado?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6



3. Miguel desenhou uma casa com palitos de fósforo, como na figura. Quantos palitos ele usou?

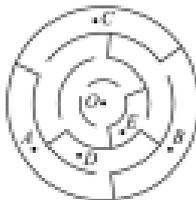


- (A) 13      (B) 15      (C) 17      (D) 18      (E) 19

4. Numa caverna havia dois cavalos marinhos, uma estrela do mar e três tartarugas. Depois, chegaram mais cinco cavalos marinhos, três estrelas do mar e quatro tartarugas. Quantos animais marinhos estão agora na caverna?

- (A) 6      (B) 9      (C) 12      (D) 15      (E) 18

5. A qual ponto do labirinto poderemos chegar se começarmos a andar a partir do ponto O?



- (A) A      (B) B      (C) C      (D) D      (E) E

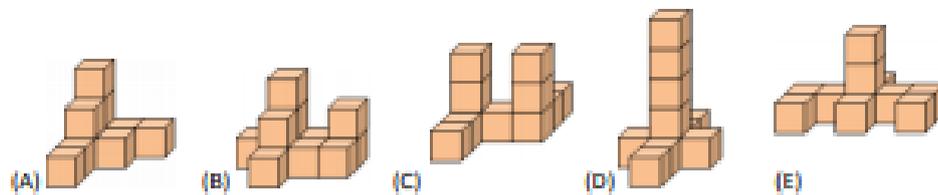
6. Vieram dez amigos para a festa de Joaquim, dos quais seis eram meninas. Quantos meninos havia na festa?

- (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) 8

7. Numa rua, as casas recebem os números 1, 2, 3, 4 e assim por diante. Mateus entregou folhetos sobre reciclagem de lixo a todas as casas numeradas de 25 a 57. Quantas casas receberam o folheto?

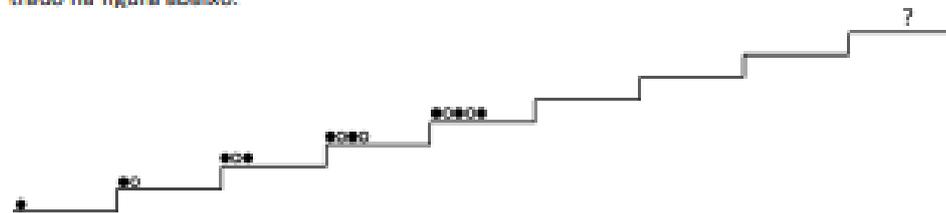
- (A) 31      (B) 32      (C) 33      (D) 34      (E) 35

8. Qual dos blocos a seguir foi montado com 10 cubos?



Problemas de 4 pontos

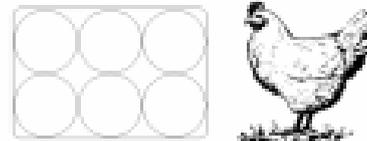
9. Sofia coloca bolas brancas e pretas nos degraus de uma escada conforme o padrão mostrado na figura abaixo:



Como ficarão as bolas colocadas no degrau que tem o ponto de interrogação?

- (A) ●○●○●○●○●○ (B) ○●○●○●○●○●○ (C) ●○●○●○●○●○●○ (D) ●○●○●○●○●○●○  
 (E) ●○●○●○●○●○●○

10. As galinhas de Elisa botam ovos brancos ou marrons. Elisa pega seis desses ovos para colocar na caixa abaixo, evitando que dois ovos marrons se toquem. No máximo, quantos ovos marrons ela pode colocar na caixa?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

11. Um ano tem doze meses. Carina tem hoje um ano e três meses. Quantos meses faltam para Carina ter dois anos?

- (A) três (B) cinco (C) sete (D) oito (E) nove

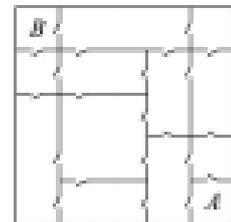
12. Vovó foi ao quintal e chamou todas as suas galinhas e o seu gato. Um total de 20 pernas correu em sua direção. Quantas galinhas tem vovó?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 11

13. Num edifício há 12 salas e cada sala tem duas janelas e uma luz no teto. Ontem à noite Júlia contou 18 janelas iluminadas. Em quantas salas a luz estava apagada?

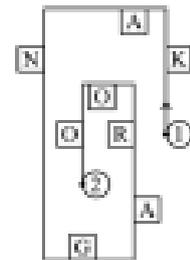
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

14. Na casa de Juquinha todos os cômodos vizinhos se comunicam por uma porta, conforme a figura. Se Juquinha quiser andar do ponto A até o ponto B da casa, pelo menos por quantas portas ele deverá passar?



- (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

15. Maria está caminhando por uma estrada e lê as placas com letras que estão à sua direita. Entre os pontos 1 e 2 dessa estrada, as letras que ela vai encontrando nas placas formam uma palavra. Qual é essa palavra?



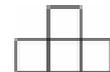
- (A) KNAO      (B) KNGO      (C) KNR      (D) AGRO      (E) KAO

16. A soma das idades de Carlos e Simone é igual a 12. Qual será a soma de suas idades daqui a quatro anos?

- (A) 16      (B) 17      (C) 18      (D) 19      (E) 20

**Problemas de 5 pontos**

17. Qual das formas a seguir não pode ser montada com peças como esta?



- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)      (E)

18. A figura ao lado está sem a sua parte central. Qual das figuras abaixo é a parte que está faltando?



- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

19. Ana usou seis quadradinhos iguais para construir esta figura: Qual é a menor quantidade de quadradinhos iguais a esses que ela deve juntar a essa figura para obter um quadrado?

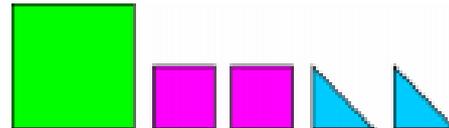
- (A) 6      (B) 8      (C) 9      (D) 10      (E) 12

20. Cinco pardais estão pousados num fio conforme mostrado na figura. Alguns olham para a esquerda, outros olham para a direita. Cada um deles deu um pio para cada amigo que conseguia ver. Por exemplo, o terceiro pardal piou duas vezes. No total quantos piados foram dados?



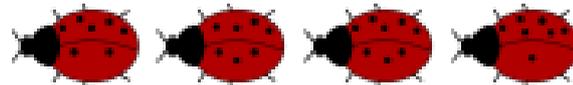
- (A) 6                      (B) 8                      (C) 9                      (D) 10                      (E) 12

21. Usando os cinco cartões ao lado, qual das figuras abaixo pode ser obtida?



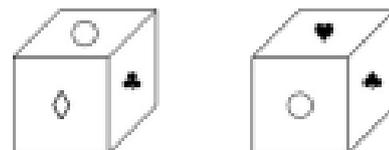
- (A) (B) (C) (D) (E)

22. Na figura ao lado há quatro joaninhas. Cada uma delas pousa numa flor. A flor em que assenta uma joaninha tem tantas pétalas quantas são as bolinhas nas duas asas e tem tantas folhas no caule quantas bolinhas uma das asas tem a mais do que a outra. Qual das flores a seguir não tem uma joaninha pousada nela?



- (A) (B) (C) (D) (E)

23. Nas seis faces de um do cubo há um dos seis símbolos: ♣, ◊, ♥, ▲, ■ e ○. Cada símbolo aparece exatamente uma vez. Na figura ao lado esse cubo está representado em duas posições diferentes. Qual é o símbolo que aparece na face oposta à face que contém o símbolo ■?



- (A) ○                      (B) ◊                      (C) ♥                      (D) ▲                      (E) ♣

24. Os números 1, 5, 8, 9, 10, 12 e 15 foram distribuídos em grupos com um ou mais números. A soma dos números de cada um desses grupos é sempre a mesma. Qual é a maior quantidade de grupos que podem ser assim obtidos?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

## ANEXO II – Avaliação PE Canguru de Matemática 2018



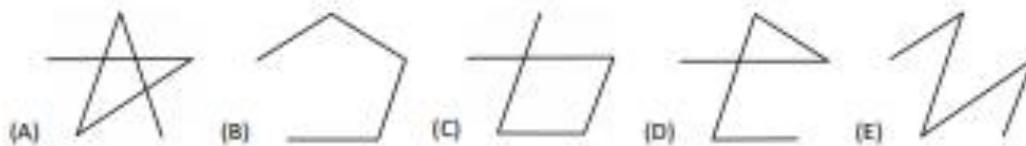
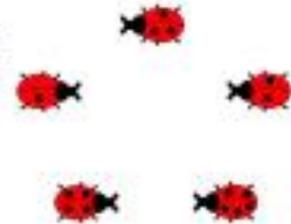
## CANGURU DE MATEMÁTICA BRASIL – NÍVEL PE - 2018

Problemas de 3 pontos

1. Olhe esta figura:  
Como fica a figura se você inverter as cores?



2. Alice liga todas as joaninhas ao lado com linhas retas. Ela começa da joaninha com uma pinta só e cada reta que desenha vai sempre de uma joaninha para outra que tem um número maior de pintas. Que figura ela irá traçar?



3. Maria colou várias estrelas de papel iguais a esta para montar a peça ao lado. Pelo menos quantas estrelas ela usou?

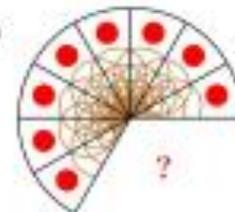


para montar a peça



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

4. A pizza ao lado foi dividida em pedaços iguais. Quantos pedaços já foram tirados?

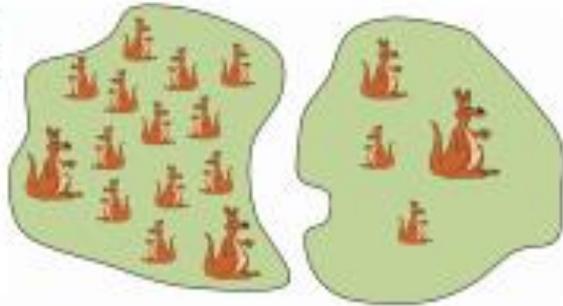


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

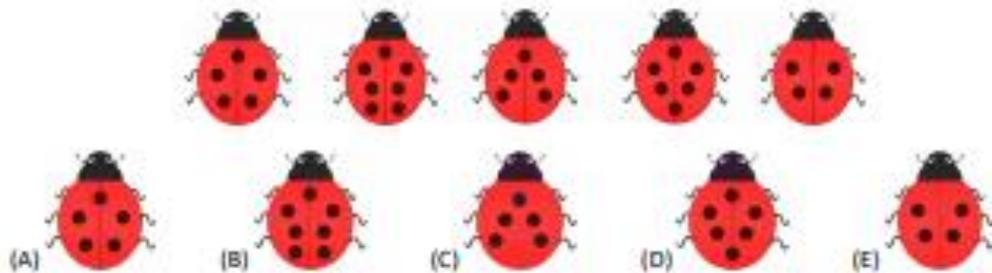


5. Pelo menos quantos cangurus devem ir de um parque a outro de modo que os dois parques fiquem com o mesmo número de cangurus?

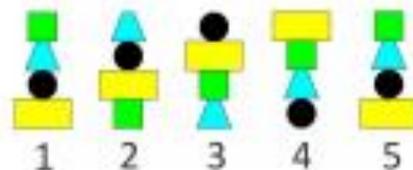
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9



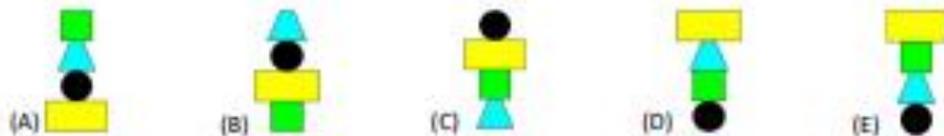
6. Qual das joaninhas deve sair para que as joaninhas que restarem tenham juntas um total de 20 pintas?



7. Emília está montando uma sequência de torres de acordo com o padrão abaixo:

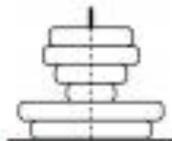


Qual deverá ser a torre de número 16?



8. Teobaldo montou a pilha de discos como na figura ao lado. Se ele olhar a pilha de cima, quantos discos irá enxergar?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5





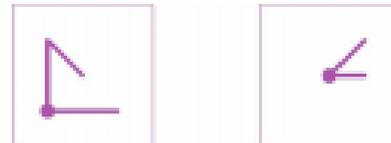
**Problemas de 4 pontos**

9. A bruxinha Joana tem cinco vassouras amontoadas em sua garagem. Então, ela pega uma vassoura de cada vez, sem mover as outras. Qual vassoura ela irá pegar por último?



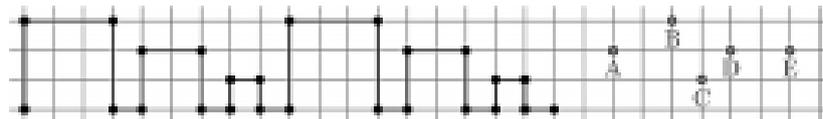
- (A) A      (B) B      (C) C      (D) D      (E) E

10. As duas placas de vidro ao lado são quadradas de mesmo tamanho, com desenhos diferentes. Se uma placa for colocada sobre a outra, qual dos desenhos abaixo poderá ser visto?



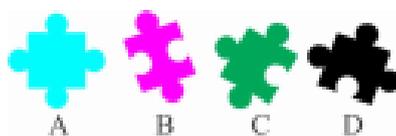
- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

11. Pedro fez duas vezes o mesmo desenho, conforme figura abaixo. Se ele fizer mais uma vez o mesmo desenho, este irá passar por apenas um dos pontos indicados pelas letras. Qual letra?



- (A) A      (B) B      (C) C      (D) D      (E) E

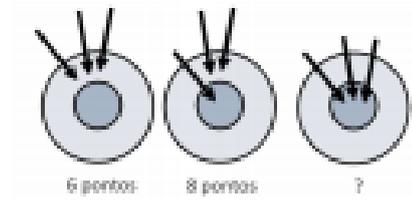
12. Lisa tem quatro peças, mas ela precisa apenas de três para encaixar na moldura ao lado. Qual das peças abaixo ela não irá usar?



- (A) A      (B) B      (C) C      (D) D      (E) C ou D

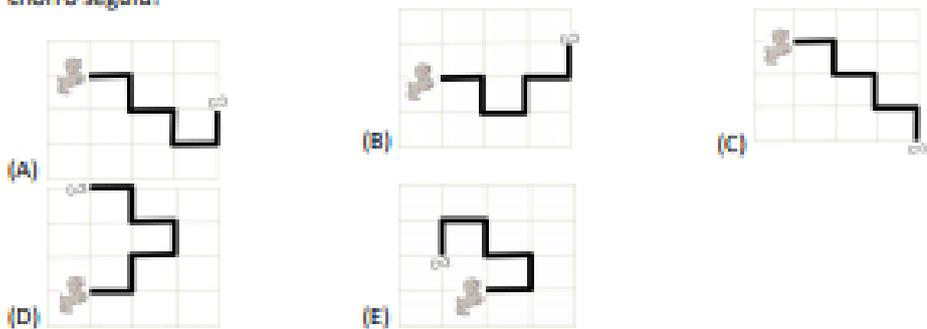


13. Diana atirou três flechas em um alvo e conseguiu fazer seis pontos. Na segunda vez, atirou três flechas e conseguiu fazer oito pontos. Quantos pontos ela conseguiu fazer na terceira vez?

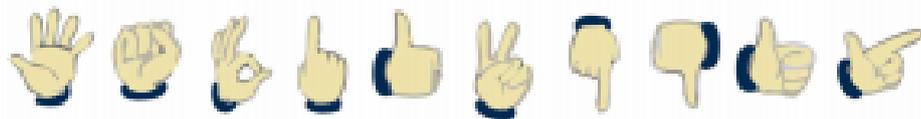


- (A) 8                      (B) 10                      (C) 12                      (D) 14                      (E) 16

14. O cachorro chegou até seu osso seguindo um dos caminhos mostrados abaixo. No total, ele teve que virar três vezes para a direita e duas vezes para a esquerda. Qual foi o caminho que o cachorro seguiu?

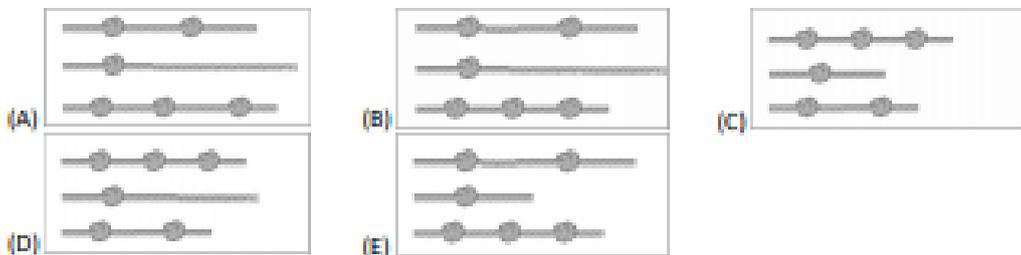


15. Quantas vezes a sua mão direita aparece na figura abaixo?



- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

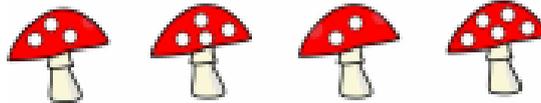
16. Carlos cortou uma corda em três pedaços iguais. Em seguida, fez alguns nós iguais nesses pedaços de corda. Qual das figuras mostra corretamente os três pedaços de cordas com os nós?





### Problemas de 5 pontos

17. O número de duendes que conseguem se abrigar debaixo de um cogumelo é igual ao número de pintas do cogumelo. A figura mostra quatro desses cogumelos vistos de frente. O número de pintas atrás de cada um deles é igual ao número de pintas na frente. Se 30 duendes procurarem abrigo nesses cogumelos, quantos deles não conseguirão?



- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

18. Numa doceria, um pirulito custa um real. Numa promoção da doceria, você pode comprar seis pirulitos por cinco reais. No máximo, quantos pirulitos você poderá comprar com 36 reais?



- (A) 30                      (B) 36                      (C) 42                      (D) 43                      (E) 45

19. Júlia quer escrever todos os números de dois algarismos diferentes usando apenas os algarismos 2, 0, 1 ou 8. Quantos números maiores do que 10 e menores do que 25 ela poderá escrever?

- (A) 4                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 8

20. Um pirata tem dois cofres. Há 10 moedas no cofre da esquerda e nenhuma no cofre da direita. Começando amanhã, a cada dia o pirata irá colocar uma moeda no cofre da esquerda e duas moedas no cofre da direita. Em quantos dias os dois cofres terão a mesma quantidade de moedas?



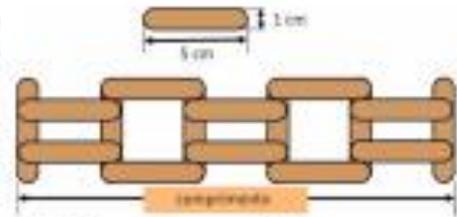
- (A) 5                      (B) 8                      (C) 10                      (D) 12                      (E) nunca

21. Alice tem três folhas brancas de papel, duas folhas pretas e duas folhas cinzentas. Ela corta pela metade todas as folhas que não são pretas. Em seguida ela corta pela metade todas as folhas, grandes ou menores, que não são brancas. Quantas folhas de papel ela terá depois disso?

- (A) 14                      (B) 16                      (C) 17                      (D) 18                      (E) 20

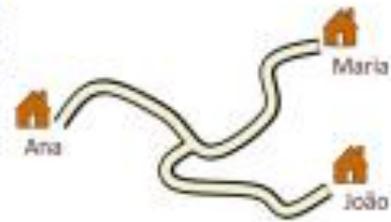


22. Mário tem alguns palitos de comprimento 5 cm e largura 1 cm e com eles construiu a peça ao lado. Qual é o comprimento da peça?



- (A) 20 cm      (B) 21 cm      (C) 22 cm      (D) 23 cm      (E) 25 cm

23. A estrada que vai da casa de Ana para a casa de Maria tem 16 km de comprimento. A estrada que vai da casa de Maria para a casa de João tem 20 km e a estrada que vai do cruzamento das estradas até a casa de Maria tem 9 km. Quantos quilômetros tem a estrada que vai da casa de Ana até a casa de João?



- (A) 7 km      (B) 9 km      (C) 11 km      (D) 16 km      (E) 18 km

24. Lena comprou quatro brinquedos numa loja. Os preços dos brinquedos estão representados pelos desenhos dos brinquedos nas igualdades abaixo:



Qual é o par que representa o brinquedo mais barato e o brinquedo mais caro?

