



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
MESTRADO PROFISSIONAL DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

FÁBIO HENRIQUE MARINHO CABRAL

**MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS  
APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO**

Belém-PA

2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
MESTRADO PROFISSIONAL DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

FÁBIO HENRIQUE MARINHO CABRAL

**MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS  
APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação de Mestrado, apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito básico para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Dr. Anderson David de Souza Campelo.

Belém-PA

2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

C117m Cabral, Fábio Henrique Marinho.  
Modelagem em Educação Matemática e suas Aplicações no Ensino Médio / Fábio Henrique Marinho  
Cabral, . — 2019.  
74 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Anderson David de Souza Campelo  
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Instituto de  
Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

1. Modelagem. 2. Matemática. 3. Ensino Médio. 4. Acessibilidade. 5. Meio Ambiente. I. Título.

CDD 510

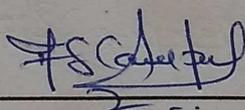
---

Fábio Henrique Marinho Cabral

Modelagem em Educação Matemática e suas  
Aplicações no Ensino Médio

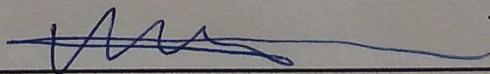
Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como pré-requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática

Trabalho aprovado. Belém-PA, 20 de Março de 2019:



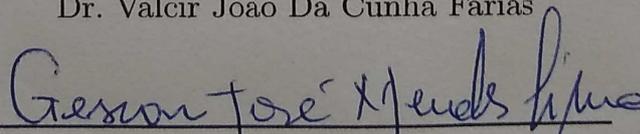
---

**Dr. Anderson David de Souza**  
Campelo  
Orientador



---

**Professor**  
Dr. Valcir João Da Cunha Farias



---

**Professor**  
Dr. Gesson José Mendes Lima

Belém-PA  
2019

*Dedico este trabalho ao meu pai e  
grande herói  
Silvio Fernando da Luz Cabral.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por mais esta conquista na minha vida.

Agradeço aos meus pais, Silvio Fernando da Luz Cabral e Maria de Nazaré Marinho Cabral por terem sempre me incentivado e ensinado a seguir o caminho da educação, do conhecimento e do amor.

Agradeço a minha esposa Josiane Moraes Marinho e a minha filha Ana Beatriz Moraes Marinho pela compreensão e amor dedicados no dia-a-dia e por me trazerem a felicidade diariamente.

Agradeço ao meu orientador e amigo professor Doutor Anderson David de Souza Campelo pela paciência e dedicação na elaboração desta dissertação.

Agradeço a Universidade Federal do Pará e ao PROFMAT/IMPA pela preciosa oportunidade de me tornar mestre.

Agradeço a todos os colegas de turma por toda a ajuda e companheirismo durante essa caminhada.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste momento.

*“Agradeço todas as dificuldades que enfrentei;  
não fosse por elas, eu não teria saído do lugar.*

*As facilidades nos impedem de caminhar.*

*Mesmo as críticas nos auxiliam muito.”*

*(Chico Xavier)*

## RESUMO

Neste trabalho, apresentamos duas propostas de atividades utilizando a modelagem em educação matemática, com o objetivo de identificar as contribuições da matemática para a formação profissional e cidadã dos estudantes. A pesquisa foi realizada com duas turmas de ensino médio técnico do IFPA na cidade de Belém. Em uma turma de segundo ano do curso de agrimensura foram desenvolvidas atividades em campo relacionadas a acessibilidade envolvendo conceitos de trigonometria, destacando a importância da inclusão social. Por outro lado, foram investigados através de um experimento, as relações da função afim presente na fatura de energia elétrica e os benefícios da utilização racional de energia para o meio ambiente junto a uma classe de terceiro ano do ensino médio de eletrotécnica conectando os temas sustentabilidade e trabalho. Os resultados foram obtidos qualitativamente e quantitativamente através de questionários e textos produzidos pelos alunos. Estes dados permitiram concluir que a matemática pode vir a ter um papel de grande dimensão na formação humana e integral do cidadão acerca de temas sociais de grande relevância para a sociedade.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática. Trigonometria. Função afim. Acessibilidade. Sustentabilidade.

## ABSTRACT

In this work, we present two proposals of activities using mathematical education modeling, with the objective of identifying the contributions of mathematics to the professional and citizen training of students. The research was carried out with two classes of secondary technical education of the IFPA in the city of Belém. In a second year class of the course of surveying were developed activities in the field related to the accessibility involving concepts of trigonometry, emphasizing the importance of social inclusion. On the other hand, it was investigated through an experiment the relations of the related function present in the electric energy bill and the benefits of the rational use of energy for the environment next to a third year high school class of electrotechnical connecting the themes sustainability and work. The results were obtained qualitatively and quantitatively through questionnaires and texts produced by the students. These data allowed us to conclude that mathematics can play a large role in the human and integral formation of the citizen about social issues of great relevance to society.

**Keywords:** Mathematical modeling. Trigonometry. Related function. Accessibility. Sustainability.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Desempenho dos Estados 3º ano Ensino Médio . . . . .	16
Figura 2 – Problemática do ângulo máximo de inclinação para uma rampa acessível	29
Figura 3 – Dimensionamento de rampas . . . . .	33
Figura 4 – Ciclo Trigonométrico . . . . .	34
Figura 5 – Tangente no ciclo trigonométrico . . . . .	35
Figura 6 – Triângulo retângulo no ciclo trigonométrico . . . . .	35
Figura 7 – Tangente de um ângulo no ciclo trigonométrico . . . . .	37
Figura 8 – Tabela Trigonométrica Incompleta . . . . .	38
Figura 9 – Rampa Restaurante . . . . .	40
Figura 10 – Rampa Casa Lotérica . . . . .	40
Figura 11 – Rampa Banco . . . . .	41
Figura 12 – Rampa Escola . . . . .	42
Figura 13 – Gráfico Acertos x Erros . . . . .	43
Figura 14 – Sugestões de uso racional de energia . . . . .	47
Figura 15 – Matriz Elétrica Brasileira em 2016 . . . . .	49
Figura 16 – Empreendimento Hidrelétricos no Estado do Pará . . . . .	50
Figura 17 – Gráfico três pontos colineares . . . . .	52
Figura 18 – Exemplo de fatura de energia elétrica . . . . .	53
Figura 19 – Gráfico da função afim de uma fatura de energia elétrica . . . . .	54
Figura 20 – Fatura de Energia Elétrica - Impostos . . . . .	55
Figura 21 – Gráfico de Respostas da Pergunta 1 . . . . .	57
Figura 22 – Gráfico de Respostas da Pergunta 4 . . . . .	61
Figura 23 – Tabela Trigonométrica . . . . .	74

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensionamento de Rampas . . . . .	32
Tabela 2 – Consumo dos Aparelhos Elétricos . . . . .	47
Tabela 3 – Questão 1 . . . . .	56
Tabela 4 – Questão 2 . . . . .	58
Tabela 5 – Questão 3 . . . . .	59
Tabela 6 – Questão 4 . . . . .	60
Tabela 7 – Questão 5 . . . . .	61
Tabela 8 – Questão 6 . . . . .	63

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
IFPA	Instituto Federal do Pará
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira aprovada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas
PAC	Programa de Aceleração do Crescimento
EPE	Empresa de Pesquisa Energética

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO . . . . .</b>	<b>20</b>
2.1	MODELAGEM MATEMÁTICA . . . . .	22
2.2	IFPA E A FORMAÇÃO PROFISSIONAL . . . . .	26
<b>3</b>	<b>TRIGONOMETRIA E A NBR 9050 . . . . .</b>	<b>28</b>
3.1	ESCOLHA DO TEMA . . . . .	28
3.2	ACESSIBILIDADE E A NBR 9050 . . . . .	29
3.3	DEMONSTRAÇÕES BÁSICAS DA TRIGONOMETRIA . . . . .	33
3.4	RESULTADOS . . . . .	39
<b>4</b>	<b>FUNÇÃO AFIM NA FATURA DE ENERGIA ELÉTRICA .</b>	<b>46</b>
4.1	ESCOLHA DO TEMA . . . . .	46
4.2	MEIO AMBIENTE E ENERGIA ELÉTRICA . . . . .	48
4.3	DEFINIÇÕES DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU . . . . .	51
4.4	RESULTADOS . . . . .	55
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .</b>	<b>65</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>67</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO . . . . .</b>	<b>70</b>
	<b>APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO . . . . .</b>	<b>71</b>
	<b>APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO . . . . .</b>	<b>72</b>

<b>ANEXOS</b>	<b>73</b>
<b>ANEXO A – TABELA TRIGONOMÉTRICA . . . . .</b>	<b>74</b>

## 1 INTRODUÇÃO

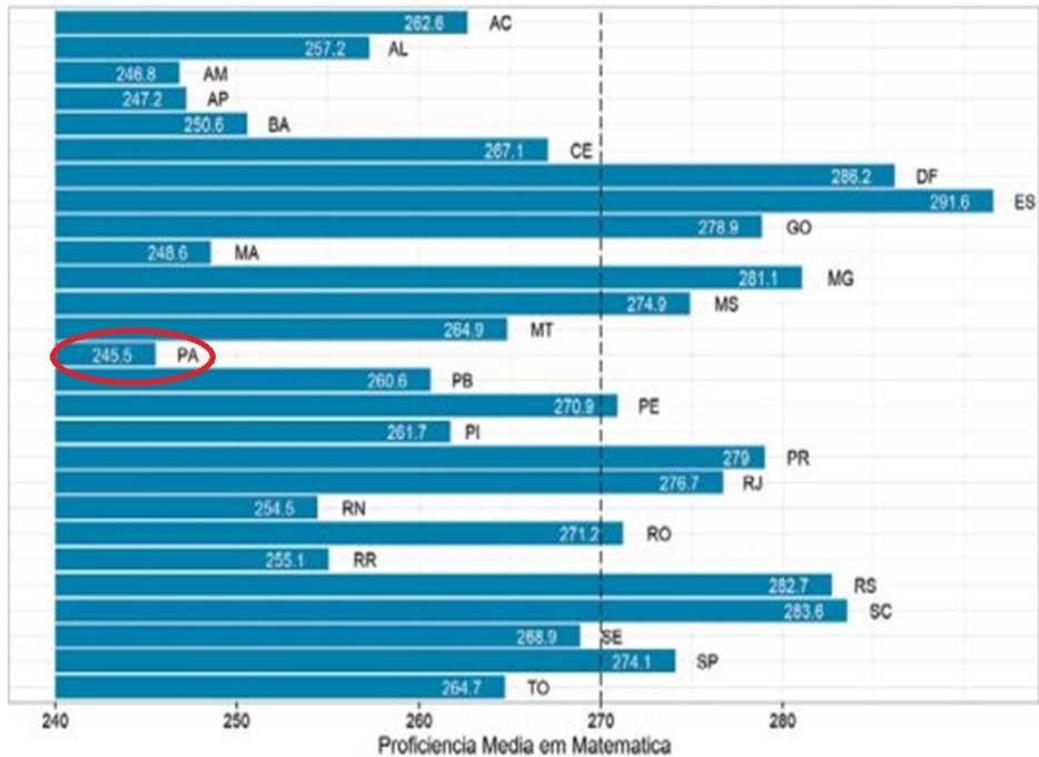
A matemática se apresenta de uma maneira geral entre as disciplinas mais desprezadas e complicadas do ensino médio. Dentre os vários motivos que levam a desmotivação do estudo desta disciplina, está o fato de frequentemente ser ministrada de forma tradicional, ou seja, sem a contextualização dos assuntos no meio social dos estudantes, e também, sem a devida conexão com outras disciplinas e ciências, a chamada interdisciplinaridade. Por este motivo, grande parte dos alunos não conseguem compreender como a matemática está presente na sociedade e tão pouco, percebem que esta serve de base para as mais variadas ciências conforme nos ensinam Brandt, Burak e Kluber (2016, p. 6),

O ensino da Matemática apoiado exclusivamente nos seus elementos de natureza lógica tem mantido historicamente os obstáculos que interferem no seu aprendizado, pois os alunos não vêem significado e nem percebem utilidade em um conhecimento com essas características. Uma forma de evitar esses obstáculos no aprendizado da matemática é inverter os procedimentos utilizados e trabalhá-los como uma maneira possível de explicar os problemas concretos enfrentados pelos sujeitos na sociedade.

Analisando este pensamento, percebemos que alcançar bons rendimentos no ensino da matemática se torna extremamente difícil, pois há pouca motivação no estudante em se dedicar a uma disciplina que a princípio não possui nenhuma utilidade segundo a sua visão. Neste cenário, poucos são os alunos que se destacam, e quando isto acontece, estes são tratados como exceção, e por muitas vezes taxados de “nerds” por outros estudantes. É claro que os professores não podem e nem devem se conformar com este tipo de situação.

Através do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP (2018), verificou-se que o ensino da matemática no 3º ano do ensino médio no estado do Pará alcançou o pior desempenho de todo o país conforme podemos observar na Figura a seguir:

Figura 1 – Desempenho dos Estados 3º ano Ensino Médio



Fonte: INEP

Estes resultados comprovam que ainda existem muitas intervenções necessárias a se fazer no ensino da matemática no estado do Pará. Neste sentido, é preciso um esforço do professor para assumir e cumprir com eficiência seu papel de educador e buscar minimizar os problemas que impedem e dificultam o entendimento acerca da matemática.

As dificuldades de aprendizagem dos alunos e a escolha adequada dos processos pedagógicos por parte do professor têm tornado o ensinar matemática, às vezes, um trabalho extenuante. Essas dificuldades somam-se às histórias de vida diferentes, sejam sociológicas, psicológicas ou culturais. Dessa forma, cabe ao professor fazer com que o ensino se torne atrativo, significativo e transformador, onde o aluno pense e crie algo por meio de descobertas de conhecimentos e não pelo acúmulo de informações (GALVÃO *et al.*, 2016, p. 2).

A estratégia de estudar as aplicações matemáticas nas ciências e no cotidiano dos estudantes não é somente fonte de pesquisa de educadores matemáticos, mas também faz parte das orientações relacionadas às habilidades e competências sacramentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, Brasil (2001) ao explicar que o ensino da matemática tem como um de seus objetivos “compreender conceitos, procedimentos e

estratégias matemáticas, e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.”

Diante desta conjuntura, destacam-se as tendências em Educação matemática, como Modelagem Matemática, Etnomatemática, Resolução de Problemas, Tecnologias de Informação e Comunicação, Jogos Matemáticos, dentre outras que podem ser utilizadas como valiosas ferramentas para diminuir estas dificuldades presentes na vida dos educadores matemáticos, pois através delas é possível mostrar ao aluno, as aplicações práticas da matemática no seu cotidiano ou em outras ciências, formular estratégias de resolução de problemas, utilizar tecnologias e jogos matemáticos tornando o ensino mais lúdico e eficiente. Ou seja, através destas práticas pedagógicas, a matemática deixa de ser algo mecânico e sem utilidade para se tornar uma atividade prazerosa e com um real significado para os estudantes.

Dentre as tendências citadas anteriormente, destacaremos a modelagem matemática, que possui como um de seus objetivos a associação de um modelo matemático a uma situação problema real. Segundo Brandt e Moretti (2016, p. 164), “A Modelagem Matemática é uma das tendências da educação matemática, cuja principal característica é a de aproximar os conceitos matemáticos de situações reais, a fim de promover a formação profissional e cidadã dos estudantes”, e nesse sentido se mostra relevante, pois neste estudo buscamos justamente explorar conteúdos que fazem parte do currículo profissional de cursos de nível médio técnico e que também estão conectados a temas sociais promovendo os ideais de respeito e cidadania. Esta pesquisa tem como objetivos:

#### 1. Objetivo Geral

- Identificar algumas contribuições da matemática para a formação profissional e cidadã dos estudantes por intermédio da modelagem matemática.

#### 2. Objetivos Específicos

- Apresentar aos estudantes aplicações práticas da matemática na sua realidade;
- Identificar as relações da matemática em temas relacionados a acessibilidade e meio ambiente;
- Despertar o interesse pela matemática através da participação ativa na resolução de problemas envolvendo a realidade do estudante.

No presente estudo, serão aplicadas atividades práticas de Modelagem Matemática em turmas de ensino médio técnico integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA), e pretende-se responder ao seguinte questionamento: Como

o ensino da matemática por meio da Modelagem poderia colaborar para a formação de cidadãos críticos e responsáveis?

No segundo capítulo serão apresentados alguns conceitos sobre modelagem em educação matemática e suas etapas segundo a ótica de alguns autores. Destaca-se também, a importância da contextualização das atividades envolvendo os conteúdos matemáticos de acordo com a nova BNCC e os PCN do ensino médio.

Nesta pesquisa foram executadas duas aplicações em sala de aula com atividades em campo. No capítulo três, os alunos tiveram a oportunidade de relacionar a trigonometria no triângulo retângulo com a lei de acessibilidade através da investigação de rampas acessíveis parametrizadas pela norma NBR 9050. Eles necessitaram fazer algumas medições por amostragem com o propósito de verificar se as rampas de algumas edificações da cidade de Belém-PA atendiam a referida norma. O capítulo quatro, diz respeito ao estudo da função afim presente nas faturas de energia elétrica. Os estudantes identificaram a lei da função concernente a fatura de sua residência de forma individual. Realizaram também, um experimento de um mês em suas casas com a intenção de economizar energia através do uso eficiente/racional da eletricidade. Os resultados foram explanados ao final dos capítulos três e quatro.

Quanto à natureza, esta pesquisa será aplicada, pois buscamos encontrar soluções para melhorias no ensino da matemática através de aplicações práticas em sala de aula. Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 35), a pesquisa aplicada “objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais”.

Em relação à abordagem será quali-quantitativa, uma vez que parte dos resultados será analisada de forma numérica, assim sendo pretendemos verificar a quantidade de alunos que atingiram o objetivo proposto no trabalho referente à fatura de energia elétrica através de um questionário aberto com seis perguntas. Sobre isso, Gerhardt e Silveira (2009, p. 33) nos informam que “Diferentemente da pesquisa qualitativa, os resultados da pesquisa quantitativa podem ser quantificados”. Entretanto, este estudo também terá um foco qualitativo, considerando-se que para descrever os resultados da atividade relativa à construção de rampas de acessibilidade utilizarei minhas impressões baseadas nos trabalhos entregues pelos alunos e também nas reflexões mencionadas pelos autores no referencial teórico conforme Gerhardt e Silveira (2009, p. 31) nos ensinam, “A pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da

compreensão de um grupo social, de uma organização, etc”

A pesquisa tem caráter explicativo, haja vista nosso interesse de explicar as contribuições da modelagem matemática na formação dos cidadãos de acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p. 35), “[...] Ou seja, este tipo de pesquisa explica o porquê das coisas através dos resultados oferecidos”.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A sociedade ao longo do tempo evoluiu e passou por uma série de transformações, sobretudo quando nos referimos ao avanço de tecnologias. É evidente que a matemática também deve acompanhar essa evolução, por este motivo é fundamental investir e pesquisar novas formas de ensinar matemática. É necessário formar cidadãos críticos e reflexivos de tal forma que estes possam acompanhar o desenvolvimento desta nova realidade. Não há mais espaço para o pensamento no qual a educação deve formar profissionais somente para o mercado de trabalho, conforme nos mostra os PCN do Ensino Médio,

A centralidade do conhecimento nos processos de produção e organização da vida social rompe com o paradigma segundo o qual a educação seria um instrumento de “conformação” do futuro profissional ao mundo do trabalho. Disciplina, obediência, respeito restrito às regras estabelecidas, condições até então necessárias para a inclusão social, via profissionalização, perdem a relevância, face às novas exigências colocadas pelo desenvolvimento tecnológico e social (BRASIL, 2001, p. 11).

Os alunos precisam participar de forma mais ativa na construção do conhecimento matemático. O “aprender” é facilitado quando o estudante propõe idéias ou problemas, levanta dados, discute soluções, altera dados iniciais dos problemas a fim de verificar seus impactos na solução, ou seja, entende que ele é o principal agente deste processo. Para reforçar esta idéia, Boeri e Vione (2009, p. 9-10) nos informam que,

Quando se discute o papel da matemática no processo de ensino-aprendizagem, é pertinente analisar a forma como ele se apresenta em nossas escolas. É fundamental ter sempre presente que o aluno aprende mais quando lhe é permitido fazer relações, experiências e ter contato com material concreto. Porém, infelizmente, muitas vezes a escola bloqueia ou dificulta o processo de aprendizagem justamente por impor a transmissão de conhecimentos em matemática de forma estanque, isolada, repetitiva e sem aplicações, não permitindo uma construção e desenvolvimento lógico no educando.

Após a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio em Dezembro de 2018, é provável que os professores que seguem a linha de transmissão de conhecimento da matemática de maneira repetitiva e mecânica sem nenhum tipo de contextualização ou relação com o mundo, não consigam cumprir a base. E esta afirmação pode ser constatada ao analisarmos o item 2 das competências específicas de matemática e suas tecnologias para o ensino médio,

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com

base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BRASIL, 2018, p. 531).

A BNCC mostra uma preocupação em discutir as questões sociais pautadas em sustentabilidade e solidariedade através da matemática de modo a conectar a disciplina com o mundo ao redor do estudante.

O desenvolvimento dessa competência específica prevê ainda que os estudantes possam identificar aspectos consensuais ou não na discussão tanto dos problemas investigados como das intervenções propostas, com base em princípios solidários, éticos e sustentáveis, valorizando a diversidade de opiniões de grupos sociais e de indivíduos e sem quaisquer preconceitos. Nesse sentido, favorece a interação entre estudantes, de forma cooperativa, para aprender e ensinar Matemática de forma significativa (BRASIL, 2018, p. 534).

Para que o aluno possa efetivamente interpretar criticamente as soluções de determinados problemas favorecendo a aprendizagem significativa, é fundamental e muito conveniente explorar a contextualização das questões relativas a matemática, pois ainda de acordo com os PCN do Ensino Médio,

O tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleçam entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade. A contextualização evoca por isso áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, e mobiliza competências cognitivas já adquiridas (BRASIL, 2001, p. 78).

Nesta linha de pensamento, o professor tem papel de grande importância, pois é dele a responsabilidade de pesquisar e trabalhar novas metodologias de ensino que envolvam o estudante a interpretar os problemas matemáticos, formular estratégias, utilizar novas tecnologias e compreender que vários modelos matemáticos estão presentes no seu cotidiano. Sobre isso Forner (2005, p. 54) diz que, “O professor e/ou a professora que adota uma postura reflexiva sobre a sua própria prática é capaz de estabelecer uma relação horizontal, num diálogo de iguais, garantindo seu desenvolvimento profissional”. Dentre estas metodologias, surgem as tendências em educação matemática.

[...] Sendo assim, serão apresentadas alternativas metodológicas, chamadas de novas tendências em educação matemática, que são: História da Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática, Jogos, Modelagem Matemática e Mídias Tecnológicas, que podem ser inseridas

gradativamente nas aulas com o intuito de aprimorar o ensino e a aprendizagem da matemática (GALVÃO *et al.*, 2016, p. 2)

Uma das grandes vantagens na utilização das tendências em educação matemática é permitir relacionar e conectar a matemática com os mais diversos temas dentro da sociedade moderna como preservação do meio ambiente, saúde, inclusão social, ética, respeito a diversidade, religião e desenvolvimento profissional e tecnológico. Ou seja, é possível ir muito além da matemática, formando cidadãos conscientes sobre os mais diversos assuntos que envolvem o mundo atual.

Destacaremos a Modelagem Matemática nesta pesquisa dentre as tendências citadas anteriormente, pois esta consiste na investigação, formulação de hipóteses, desenvolvimento de um conteúdo matemático e análise da solução de um determinado problema envolvendo um fenômeno da realidade do estudante ou de outras ciências, ou seja, ressaltando a importância da contextualização da disciplina no ambiente escolar.

No dia-a-dia, em muitas atividades é “evocado” o processo de modelagem. Basta para isso ter um problema que exija criatividade, intuição e instrumental matemático. Nesse sentido, a modelagem matemática não pode deixar de ser considerada no contexto escolar (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p.17).

## 2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) nos explicam como surgiu a Modelagem Matemática no Brasil,

A história da Modelagem Matemática na Educação Matemática, no Brasil, remete ao final da década de 1970. Ainda que profissionais, por vezes agregados em torno de temáticas associadas ao que se convencionou chamar de “Matemática Aplicada”, já estivessem familiarizados com esta perspectiva de “fazer matemática”, foi a partir dessa época que professores, e porque não dizer alunos, de diferentes níveis de escolaridade passaram a ser os personagens principais desta história.

A modelagem, enquanto metodologia que envolve o estudo da matemática através de temas reais aborda uma variedade enorme de temáticas possíveis para se trabalhar em sala de aula ou até mesmo fora dela. Contudo, é preciso avaliar se o tema a ser estudado poderá vir a ser desenvolvido de forma eficiente. Para que isto ocorra, o professor deverá levar em consideração alguns fatores como determinar um tema que realmente seja de interesse da turma ou planejar alguns temas e permitir que a própria classe escolha o que deseja estudar. Deverá também verificar se o conteúdo matemático vai estar adequado ao

nível intelectual da turma, e também se vai dispor de todos os recursos e tempo necessários para o desenvolvimento da atividade.

Desse modo, fica evidente que o planejamento para executar uma atividade de modelagem em educação matemática deve ser muito bem elaborado para que não ocorra falhas cruciais durante a sua execução. Todavia, mesmo que haja uma boa preparação, é muito comum ocorrer contratempos durante uma tarefa de modelagem. É imprescindível que nestes momentos, o docente não desanime e corrija essas eventuais situações que não aconteceram conforme os planos iniciais a fim de se aprimorar cada vez mais no emprego desta metodologia.

Em vista da complexidade e de inúmeros temas que podem ser utilizados, convém destacarmos que não existe um período de tempo exato ou aproximado durante a aplicação de uma atividade de modelagem, conforme nos explica Almeida, Araujo e Bisognin (2011, p. 241),

[...] não há uma definição, *a priori*, sobre a duração de uma atividade de modelagem. Neste sentido, projetos prolongados que podem se estender por semanas, situações que podem ser investigadas em algumas aulas, ou mesmo situações-problema cuja solução é encontrada em uma única aula podem se constituir como atividades de Modelagem Matemática.

O estudo da matemática por intermédio da modelagem perfaz algumas etapas. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) classificam esses momentos: determinar a situação, simplificar as hipóteses dessa situação, resolver os problemas matemáticos decorrentes, validar as soluções matemáticas e definir a tomada de decisão com base nos resultados.

Por outro lado, Burak (2011) sugere que estas etapas devem ser: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema e por fim a análise crítica da(s) solução(es).

Observamos assim que existem pequenas diferenças nas etapas de modelagem matemática segundo a ótica de cada autor. Nesta pesquisa seguiremos a proposta sugerida por Dionísio Burak.

A primeira etapa da modelagem diz respeito a delimitação do problema real. Pode ser adotado de forma unilateral pelo professor ou eleito pelos próprios estudantes. A segunda opção é a mais complexa, pois vai exigir uma experiência maior do docente, visto que ele só poderá desenvolver o planejamento da atividade após a escolha dos alunos, e dependendo do problema escolhido pelos discentes é possível que não exista um modelo

relacionado ao conteúdo matemático estudado em sala naquele momento. Sobre isso, Burak (2011, p.4) explica que,

“Entretanto, essa forma diferenciada de trabalho pode se constituir em motivo de preocupação entre os professores, já que muitas vezes é necessário compatibilizar o conteúdo estabelecido para determinada série, que se apresenta logicamente ordenado, com o proposta da Modelagem que preconiza o problema como determinante do conteúdo”.

A pesquisa exploratória é a fase onde os estudantes irão investigar e se inteirar sobre o assunto referente a problemática em questão. Pode acontecer através de pesquisas na internet, leitura de artigos, revistas ou até mesmo por intermédio de uma pesquisa de campo. Se a atividade estiver relacionada a um tema de outra área ou ciência, será necessário que o docente consulte livros específicos, leis, ou até mesmo seja auxiliado por outros profissionais para que não haja erros ao fim da tarefa, já que o professor de matemática possivelmente poderá não deter os conhecimentos específicos de outras áreas.

Em seguida, os alunos devem executar o levantamento dos problemas através da formulação de hipóteses que servirão de base para responder a problemática proposta. Eles devem se perguntar quais dados serão necessários para solucionar o problema, precisarão considerar todas as variáveis envolvidas e também tentar descrever os resultados esperados.

A quarta fase da modelagem diz respeito ao desenvolvimento do conteúdo matemático propriamente dito. É a etapa onde o aluno poderá construir a solução utilizando os conhecimentos matemáticos estudados em sala de aula. Frisa-se que vários conteúdos matemáticos poderão ser trabalhados em único tema explorado. Aqui o estudante poderá encontrar um modelo matemático que solucione o problema. Mesmo que em determinadas atividades este modelo seja simples, é onde a disciplina ganha um significado especial.

Segundo Burak (1992), o ponto principal é explicar matematicamente situações do cotidiano das pessoas, sem necessariamente a construção do modelo matemático. Nesta etapa o estudante deve compreender que poderá aplicar os conteúdos matemáticos em outras questões pertinentes a sua realidade.

Os problemas elaborados, com base nos dados coletados, determinarão os conteúdos a serem trabalhados. Dessa forma, ganha sentido e significado cada conteúdo matemático usado na busca da solução do problema ou dos problemas. Ainda, no contexto do tema escolhido, podem ser desenvolvidos vários conteúdos matemáticos provenientes dos dados coletados e a partir das hipóteses levantadas pelo professor ou pelos grupos (BURAK, 2011, p.6).

A última fase corresponde a análise crítica do resultado. Pode levar a uma profunda reflexão sobre o tema abordado podendo ir muito além da matemática através da análise de perspectivas sociais contribuindo para a formação cidadã e profissional dos alunos.

É uma etapa que favorece a reflexão acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações. Contribui para a formação de cidadãos participativos, mais autônomos e que auxiliam na transformação da comunidade em que participam, pois terão a matemática como mais uma “aliada” no processo de avaliação das condições sociais, econômicas, políticas e outras (BRANDT; BURAK; KLUBER, 2016, p.44).

A Modelagem é um instrumento pedagógico primordial para discutirmos a matemática dentro dos diversos contextos sociais. Problemas envolvendo questões ambientais, de inclusão social, educação profissional, dentre vários outros são de extrema importância na formação humana dos futuros cidadãos.

[...] Entretanto, nessa postura por nós defendida, a Modelagem e a Matemática se posicionam no mesmo patamar das preocupações sociais. Evidentemente, há uma preocupação muito forte se os alunos aprendem Matemática e, mais do que isso, de que os alunos necessitam aprender um instrumental matemático relevante, mas entendemos que essa aprendizagem vai se dar melhor, e isso é apenas uma suposição, se os alunos encontrarem um significado para aquilo que eles estão aprendendo [...] (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 51).

E essa é justamente a perspectiva da modelagem segundo a Educação Matemática Crítica (EMC), onde a matemática está atrelada as questões sociais valorizando a participação dos alunos e professores.

Ainda, quando se trabalha com a Modelagem na perspectiva da EMC, professores e alunos são participantes do processo de aprendizagem, não apenas da matemática, mas também de questões relacionadas ao cotidiano e de relevância social, à cidadania e ao seu exercício consciente, além de aspectos relacionados aos interesses dos estudantes (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 110).

Em vista disso é pertinente citarmos o conceito de matemacia, o qual pretende ressaltar a discussão e investigação dos mais variados temas inseridos na sociedade por intermédio da matemática, permitindo ao indivíduo entender como a disciplina está presente na sua realidade.

Matemacia pode ser interpretada de maneiras diferentes, e eu pessoalmente gosto de enfatizar a interpretação que destaca o aspecto da responsabilidade social. Isso possibilita formular algumas das aspirações da educação matemática crítica, inclusive uma possível concepção de educação matemática para a cidadania. (SKOVSMOSE, 2014, p. 107)

Desta forma, acreditamos que mesmo que um determinado conteúdo matemático não seja aprofundado ao ser trabalhado dentro de uma tarefa de modelagem matemática, ainda sim, esta atividade pode vir a se tornar de extrema relevância para a formação de um cidadão crítico dependendo do tema abordado. E mais, o fato de haver a participação de maneira ativa na construção de conhecimentos matemáticos envolvendo problema reais, pode vir a ser, o fator desencadeador para que o estudante tenha a motivação necessária para estudar uma matemática mais complexa. Por conseguinte, esclarecemos que o foco principal deste estudo é discutir temas de grande relevância social através da modelagem matemática, e não debater os conteúdos matemáticos em si.

## 2.2 IFPA E A FORMAÇÃO PROFISSIONAL

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) é uma instituição de educação superior, básica e profissional, com oferta na educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos e as suas práticas pedagógicas.

O IFPA oferece os níveis de educação básica em nível médio, graduação, cursos técnicos subsequentes (cursos exclusivos para alunos que já concluíram o médio) e pós graduação (especialização e mestrado) além de atividades de ensino, pesquisa e extensão.

O Ensino Médio Técnico Integrado proposto pelo Instituto almeja interconectar os temas relacionados a trabalho, ciência, tecnologia, cidadania e cultura promovendo a formação humana e integral do indivíduo.

O IFPA campus Belém possui atualmente dezenove cursos técnicos, sete licenciaturas, seis cursos de tecnólogo, dois de engenharia, quatro especializações e dois mestrados. Destacamos como sendo de fundamental relevância o art 5º, inciso I do seu estatuto que determina as finalidades e características do IFPA (2016),

I - ofertar educação profissional e tecnológica, em todos os seus níveis e modalidades, formando e qualificando cidadãos com vistas na atuação profissional nos diversos setores da economia, com ênfase no desenvolvimento socioeconômico local, regional e nacional, contribuindo para o pleno exercício da cidadania, para a promoção do bem público e para a melhoria da qualidade de vida, particularmente do povo amazônida;

Dentro do mesmo estatuto e ainda no mesmo artigo, também merece atenção especial o inciso V do IFPA (2016) que nos diz que uma de suas finalidades é “Constituir-se em centro de excelência na oferta do ensino crítico e ontocriativo das ciências, em geral, e

de ciências aplicadas, em particular, estimulando o desenvolvimento de espírito crítico, voltado à investigação empírica e aplicada;”.

Desta maneira são de extrema importância as atividades de modelagem matemática para o alcance dos objetivos previstos no estatuto da instituição, haja vista que há a necessidade de desenvolvimento da postura crítica e investigativa dos estudantes que é um dos pilares desta tendência em educação.

No setor educacional, a aprendizagem relacionada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica (BASSANEZI, 2006, p. 16).

Percebemos assim mais uma vantagem na utilização da Modelagem Matemática no IFPA, tendo em vista sua possível aplicação do conteúdo matemático agregado a um determinado curso técnico, isto é, voltado para uma formação acadêmica. Como exemplo, nesta pesquisa trabalhamos atividades relacionadas ao tema energia elétrica em uma turma de ensino médio no curso de eletrotécnica integrado, cujo assunto está diretamente relacionado a formação profissional dos estudantes.

### 3 TRIGONOMETRIA E A NBR 9050

A atividade foi realizada no IFPA, campus Belém com uma turma de ensino médio integrado do curso de técnico em Agrimensura. A participação contou com dezesseis estudantes na faixa etária entre 16 e 18 anos, sendo nove mulheres e sete homens. A seguir, detalharemos as etapas da modelagem matemática no desenvolvimento desta tarefa que durou seis aulas de cinquenta minutos cada e mais algumas horas com atividades em campo.

#### 3.1 ESCOLHA DO TEMA

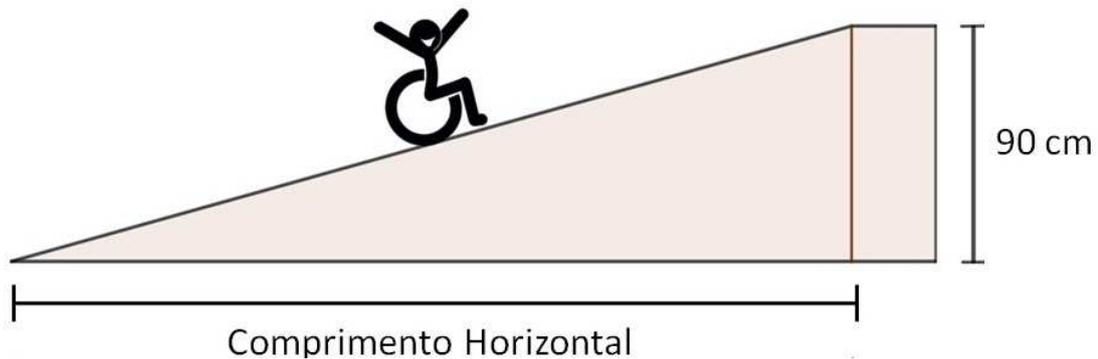
O tema de modelagem matemática aplicada a trigonometria foi realizado com os alunos do curso técnico de agrimensura devido a tarefa envolver medições de comprimentos horizontais e alturas de rampas acessíveis destinadas a pessoas com mobilidade reduzida ou deficiência. Percebeu-se com essa escolha, uma excelente oportunidade para abordar a questão da acessibilidade valorizando os preceitos de ética e cidadania dos alunos, e isso aliado ao conteúdo matemático do curso. Também foi levado em consideração que estes estudantes já estavam familiarizados com estas atividades práticas, pois são rotineiras em suas disciplinas técnicas e estão presentes no perfil profissional do técnico em Agrimensura segundo a definição do IFPA (2006),

O técnico de agrimensura deverá estar apto para realizar levantamentos e implantações topográficas e geodésicas. Executar, por meio de técnicas de mensuração e automatização, a coleta de dados para o georreferenciamento de imóveis. Elaborar plantas, cartas e mapas georreferenciados. Participar do planejamento de loteamentos, desmembramentos e obras de engenharia e locação.

Antes de iniciar as explicações sobre o conteúdo relativo a trigonometria e acessibilidade, foi proposto logo no começo da aula a seguinte problemática:

*Supondo que a figura seguinte seja um triângulo retângulo, determine o ângulo de inclinação máxima de uma rampa para que esta seja construída segundo as normas da lei brasileira de acessibilidade.*

Figura 2 – Problemática do ângulo máximo de inclinação para uma rampa acessível



Fonte: Elaborada pelo autor

Neste momento, a questão proposta serviu apenas para instigar a curiosidade dos alunos, pois o conteúdo matemático relativo a trigonometria ainda não havia sido ministrado, bem como nada havia sido discutido sobre acessibilidade.

Em seguida, o professor perguntou à turma se alguém conhecia ou sabia da existência de alguma lei ou norma responsável pela regulamentação de parâmetros para a construção de edificações que atendam as especificidades das pessoas cadeirantes ou com mobilidade reduzida. A resposta de todos foi negativa. A partir daí, o docente introduziu várias discussões sobre acessibilidade e a norma NBR 9050 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Esses comentários e esclarecimentos tiveram a duração de duas aulas.

### 3.2 ACESSIBILIDADE E A NBR 9050

A acessibilidade é um tema de fundamental importância na sociedade, pois pretende garantir a todos os mesmos direitos e conscientizar as gerações futuras sobre essa obrigação não é uma tarefa simples. A explicação para tal afirmação pode ser vista nas ruas quando percebemos a falta de rampas acessíveis em prédios particulares ou públicos, calçadas com obstáculos intransponíveis para pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida, desrespeito em estacionamentos privativos para deficientes, dentre outros inúmeros exemplos. Neste sentido a escola deve contribuir na formação dos cidadãos a fim de promover os ideais de respeito perseguindo sempre a igualdade dentro da comunidade em geral. Deve-se então valorizar cada vez mais as atividades escolares que envolvam o tema da acessibilidade, bem como outros relativos a inclusão social.

A acessibilidade segundo a lei nº 10.098 de 19 de Dezembro de 2000 em seu artigo

2º, inciso I é definida como,

I - acessibilidade: possibilidade e condição de alcance para utilização, com segurança e autonomia, de espaços, mobiliários, equipamentos urbanos, edificações, transportes, informação e comunicação, inclusive seus sistemas e tecnologias, bem como de outros serviços e instalações abertos ao público, de uso público ou privados de uso coletivo, tanto na zona urbana como na rural, por pessoa com deficiência ou com mobilidade reduzida;

A lei 10.098 não regulamenta os parâmetros necessários a construção de rampas de acessibilidade, porém informa que é obrigatório o cumprimento das normas da ABNT.

Art. 5º O projeto e o traçado dos elementos de urbanização públicos e privados de uso comunitário, nestes compreendidos os itinerários e as passagens de pedestres, os percursos de entrada e de saída de veículos, as escadas e rampas, deverão observar os parâmetros estabelecidos pelas normas técnicas de acessibilidade da Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT.

Art. 12º Os locais de espetáculos, conferências, aulas e outros de natureza similar deverão dispor de espaços reservados para pessoas que utilizam cadeira de rodas, e de lugares específicos para pessoas com deficiência auditiva e visual, inclusive acompanhante, de acordo com a ABNT, de modo a facilitar-lhes as condições de acesso, circulação e comunicação (BRASIL, 2000).

A Associação Brasileira de Normas Técnicas é uma entidade brasileira sem fins lucrativos.

A ABNT é responsável pela elaboração das Normas Brasileiras (ABNT NBR), elaboradas por seus Comitês Brasileiros (ABNT/CB), Organismos de Normalização Setorial (ABNT/ONS) e Comissões de Estudo Especiais (ABNT/CEE).

Trabalhando em sintonia com governos e com a sociedade, a ABNT contribui para a implementação de políticas públicas, promove o desenvolvimento de mercados, a defesa dos consumidores e a segurança de todos os cidadãos (ABNT, 2018).

É muito importante ressaltar que nem todas as normas da ABNT são de uso obrigatório por lei, entretanto no Brasil, a lei nº 10.098 de 19 de Dezembro de 2000, que estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida exige o cumprimento desta norma conforme mencionado anteriormente.

A Norma Brasileira 9050 (NBR 9050) foi criada de forma a construir uma sociedade mais justa e igualitária a fim de atender as pessoas com mobilidade reduzida, deficiência visual, idosos e gestantes em relação ao acesso em edificações urbanas.

Esta Norma estabelece critérios e parâmetros técnicos a serem observados quanto ao projeto, construção, instalação e adaptação do meio urbano e rural, e de edificações às condições de acessibilidade.

Esta Norma visa proporcionar a utilização de maneira autônoma, independente e segura do ambiente, edificações, mobiliário, equipamentos urbanos e elementos à maior quantidade possível de pessoas independentemente de idade, estatura ou limitação de mobilidade ou percepção.

NOTA Para serem considerados acessíveis, todos os espaços, edificações, mobiliários e equipamentos urbanos que vierem a ser projetados, construídos, montados ou implantados, bem como as reformas e ampliações de edificações e equipamentos urbanos, atendem ao disposto nesta Norma (NBR 9050, 2015, p. 1).

Este trabalho foi concentrado especificamente no estudo de rampas com a finalidade de prover a acessibilidade de pessoas com mobilidade reduzida ou deficiência, apesar da referida norma abranger inúmeras situações. Para tanto, é necessário inicialmente definir local acessível segundo a NBR 9050.

### 3.1 Termos e definições

#### 3.1.2

##### acessível

espaços, mobiliários, equipamentos urbanos, edificações, transportes, informação e comunicação, inclusive seus sistemas e tecnologias ou elemento que possa ser alcançado, acionado, utilizado e vivenciado por qualquer pessoa (NBR 9050, 2015, p. 2).

Portanto, observa-se que o fato de uma edificação possuir uma rampa de acesso a cadeirantes e/ou outras pessoas com mobilidade reduzida não a torna necessariamente um local acessível segundo a definição da norma NBR 9050. É óbvio que se as medidas da rampa estiverem fora dos parâmetros determinados, o indivíduo com mobilidade reduzida poderá não conseguir adentrar ao estabelecimento sem a ajuda de outras pessoas.

Esta norma compreende vários parâmetros para a construção de rampas acessíveis. Nesta pesquisa não se pretende explorá-la por completo, pois esta é muito extensa e possui uma riqueza de detalhes enorme. Destarte, destacamos a Tabela 1 da referida norma que apresenta o dimensionamento de rampas.

Tabela 1 – Dimensionamento de Rampas

Desníveis máximos de cada segmento de rampa $h$	Inclinação admissível em cada segmento de rampa $i$ %	Número máximo de segmentos de rampa
1,50	5,00 (1:20)	Sem Limite
1,00	$5,00 (1:20) < i \leq 6,25 (1:16)$	Sem limite
0,80	$6,25 (1:16) < i \leq 8,33 (1:12)$	15

Fonte: (NBR 9050, 2015)

A variável  $i$  é definida como a inclinação da rampa, e deve ser calculada através da seguinte equação:

$$i = \frac{h * 100}{c}. \quad (1)$$

Onde,

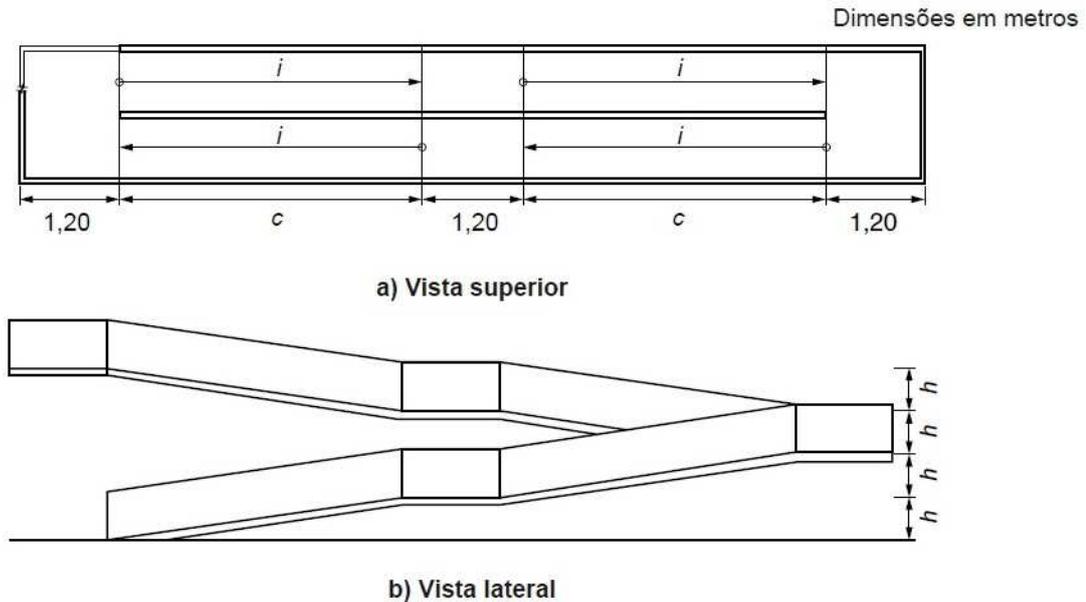
$i$  é a inclinação, expressa em porcentagem (%);

$h$  é a altura do desnível;

$c$  é o comprimento da projeção horizontal.

A Figura 3 nos mostra outro parâmetro essencial da norma, isto é, a largura mínima da rampa que deve ser de no mínimo 1,20 m.

Figura 3 – Dimensionamento de rampas



Fonte: ABNT NBR 9050

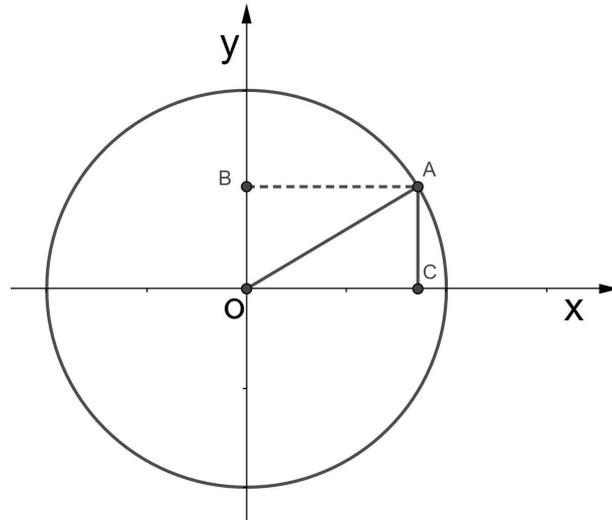
Finalizou-se a aula através da explicação da equação para o cálculo da inclinação da rampa. Entretanto, somente estes conhecimentos ainda não eram suficientes para a resolução da questão apresentada no princípio da aula. Por isso, foram convenientes mais duas aulas para expor o referido conteúdo matemático apresentado a seguir.

### 3.3 DEMONSTRAÇÕES BÁSICAS DA TRIGONOMETRIA

Vamos definir seno, cosseno e tangente dentro do ciclo trigonométrico. Este por definição corresponde a uma circunferência de raio um.

Dado um número real  $x$ , seja A a sua imagem no ciclo, definimos como  $\sin x$  (seno de  $x$ ) a ordenada OB e  $\cos x$  (cosseno de  $x$ ) a abscissa OC conforme a Figura 4.

Figura 4 – Ciclo Trigonométrico



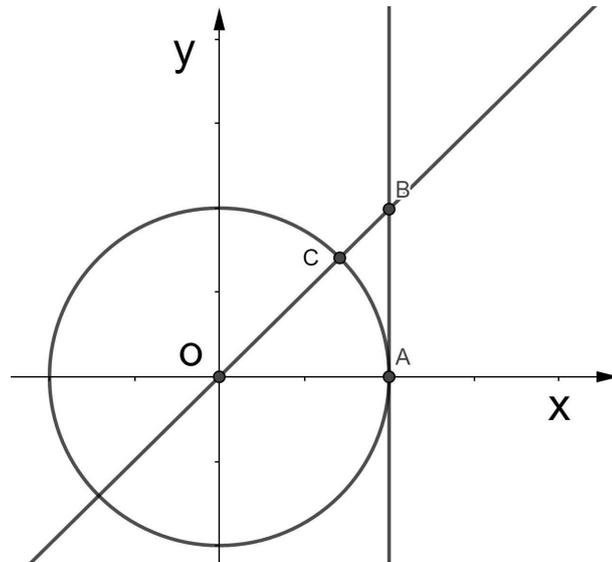
Fonte: Elaborada pelo autor

Dado um número real  $x$ , com

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi. \quad (2)$$

Na Figura 5, considere o ponto C sua imagem no ciclo e o ponto B a interseção da reta que passa por OC com a reta tangente a circunferência que passa pelo ponto A. Definimos como  $\operatorname{tg}x$  (tangente de  $x$ ) a medida de AB.

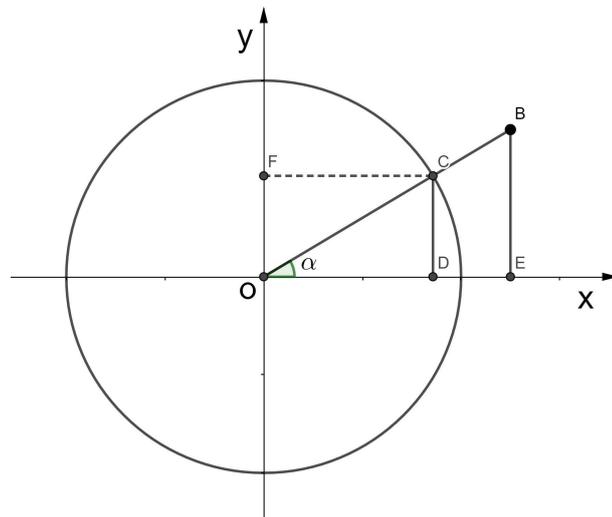
Figura 5 – Tangente no ciclo trigonométrico



Fonte: Elaborada pelo autor

Vamos considerar o ciclo trigonométrico abaixo, com  $OF \parallel CD \parallel BE$  e os triângulos  $ODC$  e  $OEB$  retângulos em  $D$  e  $E$  respectivamente.

Figura 6 – Triângulo retângulo no ciclo trigonométrico



Fonte: Elaborada pelo autor

Por definição, sabemos que  $OF = \sin \alpha$  e  $OD = \cos \alpha$  e que  $OC = 1$ . Como o quadrilátero  $OFCD$  é retângulo por construção, temos que  $CD = OF$ . Pelo caso AA (ângulo ângulo)

verificamos que  $\triangle ODC \sim \triangle OEB$ . Da relação de semelhança, obtemos:

$$\frac{BE}{CD} = \frac{OB}{OC}. \quad (3)$$

$$\frac{BE}{\sin \alpha} = \frac{OB}{1}. \quad (4)$$

$$\sin \alpha = \frac{BE}{OB}. \quad (5)$$

Assim, temos que em qualquer triângulo retângulo,

$$\sin \alpha = \frac{\textit{Cateto Oposto}}{\textit{Hipotenusa}}. \quad (6)$$

Analogamente, por semelhança, encontramos a relação:

$$\frac{OE}{OD} = \frac{OB}{OC}. \quad (7)$$

$$\frac{OE}{\cos \alpha} = \frac{OB}{1}. \quad (8)$$

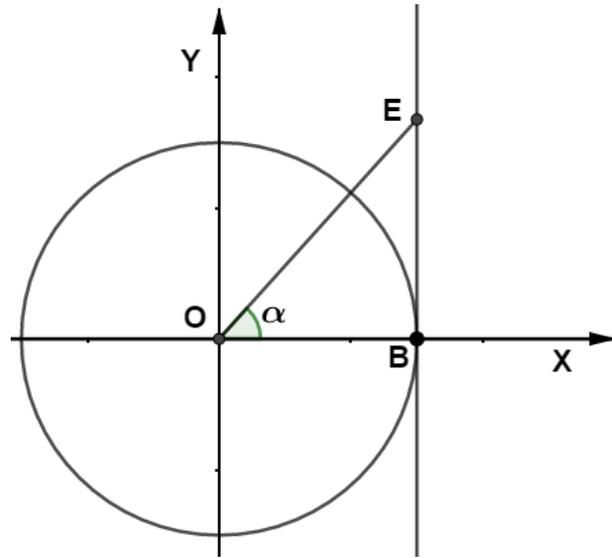
$$\cos \alpha = \frac{OE}{OB}. \quad (9)$$

Portanto,

$$\cos \alpha = \frac{\textit{Cateto Adjacente}}{\textit{Hipotenusa}}. \quad (10)$$

Suponha a Figura 7, um ciclo trigonométrico com o triângulo OBE retângulo em B por construção.

Figura 7 – Tangente de um ângulo no ciclo trigonométrico



Fonte: Elaborada pelo autor

Já mostramos que

$$\sin \alpha = \frac{BE}{OE}, \quad \cos \alpha = \frac{OB}{OE}. \quad (11)$$

Fazendo a divisão de  $\sin \alpha$  pelo  $\cos \alpha$  obtemos:

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{BE}{OB} = \frac{BE}{1} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (12)$$

Com isso,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}. \quad (13)$$

ou,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\textit{Cateto Oposto}}{\textit{Cateto Adjacente}}. \quad (14)$$

Após o fim da quarta aula, os estudantes já possuíam as “ferramentas” para resolver o exercício inicial. Na quinta e sexta aulas retornou-se então ao problema, logo os alunos verificaram que era necessário consultar a Tabela da NBR que estabelecia a inclinação da rampa de acordo com o desnível máximo. Após investigarem a norma, entenderam que a inclinação máxima era de 6,25. Porém, a partir deste momento a turma não conseguiu avançar na solução. Com a ajuda do professor como mediador, foi compreendido que era necessário aplicar a fórmula da inclinação  $i$ .

$$i = \frac{h * 100}{c} \leq 6,25. \quad (15)$$

Temos então que:

$$i = \frac{h}{c} \leq \frac{6,25}{100}. \quad (16)$$

Logo:

$$i = \frac{h}{c} \leq 0,0625. \quad (17)$$

Usando o conhecimento sobre trigonometria estudado na aula anterior, os alunos perceberam que a inclinação é a tangente do ângulo que a rampa forma com a sua projeção horizontal. Contudo, ainda foi necessário usar a Tabela trigonométrica do livro didático da turma como último recurso para resolver a questão.

Figura 8 – Tabela Trigonométrica Incompleta

TABELA TRIGONOMÉTRICA					
Ângulo (graus)	Seno	Cosseno	Tangente	Ângulo (graus)	Seno
1	0,01745	0,99985	0,01746	46	0,71934
2	0,03490	0,99939	0,03492	47	0,73135
3	0,05234	0,99863	0,05241	48	0,74314
4	0,06976	0,99756	0,06993	49	0,75471
5	0,08716	0,99619	0,08749	50	0,76604
6	0,10453	0,99452	0,10510		
7	0,12187	0,99255	0,12278	51	0,77715
8	0,13917	0,99027	0,14054	52	0,78801

Fonte: (IEZZI *et al.*, 2016, p. 276)

Após examinarem a Tabela trigonométrica, os alunos identificaram que a medida que os ângulos aumentam, sua respectiva tangente também aumenta. Portanto, o ângulo máximo de  $3^\circ$  satisfaz a condição da inclinação  $i \leq 0,0625$  solucionando o problema, pois  $\text{tg}3^\circ = 0,05241$  é o valor imediatamente inferior a  $0,0625$ .

A próxima atividade foi extraclasse e teve o propósito de aprofundar o debate sobre acessibilidade. Os alunos precisaram fazer uma pesquisa em campo de maneira que cada um identificasse no mínimo três locais com rampas simples (altura de no máximo 1,5m) a fim de verificar se estas atendiam a NBR 9050 já estudada em sala de aula. Foi necessário fazer a medição da altura e do comprimento horizontal das rampas com trena. O docente responsável sugeriu diversificar os lugares, tais como hospitais, escolas, prédios públicos, igrejas, dentre outros. Além disso, solicitou que fosse calculado a inclinação utilizando a Tabela trigonométrica e que os discentes discorressem um texto sobre a importância da acessibilidade emitindo suas opiniões pessoais, e se de fato a maior parte das edificações brasileiras atendiam a norma na opinião dos discentes. Todos precisaram documentar todo o trabalho através de fotos.

### 3.4 RESULTADOS

A análise dos resultados das atividades em campo foi executada de forma quantitativa e qualitativa. Os dezesseis alunos foram nomeados como A1, A2 e assim sucessivamente de forma a preservar a identidade dos mesmos. Seguem alguns exemplos de rampas fotografadas pelos alunos que não atendiam a norma NBR 9050. Todas as imagens são de locais dentro da cidade de Belém-PA.

A rampa da Figura 9, refere-se a entrada de um restaurante. O aluno(a) A1 verificou que as dimensões da altura e comprimento horizontal foram respectivamente de 12cm e de 92cm. O(a) estudante então, calculou a inclinação através da tangente que a rampa forma com o solo, obtendo o valor percentual de 13% e um ângulo aproximado de  $7^\circ$  conforme a seguinte equação:

$$i = \text{tg}\alpha = \frac{12}{92} = 0,13. \quad (18)$$

Observando a Tabela 1 desta pesquisa referente a norma NBR 9050 observou-se que a inclinação máxima para esta altura deveria ser de 8,33%, logo concluiu-se que esta

Figura 9 – Rampa Restaurante



Fonte: Dados da Pesquisa

rampa não é acessível segundo a NBR.

O próximo exemplo foi investigado pelo aluno(a) A7 e refere-se a entrada de uma casa lotérica.

Figura 10 – Rampa Casa Lotérica



Fonte: Dados da Pesquisa

A altura teve medida de 36cm e o seu comprimento horizontal foi de 115cm. Calculando a inclinação, o resultado foi de 31%:

$$i = \operatorname{tg}\alpha = \frac{36}{115} = 0,31. \quad (19)$$

Analisando novamente a Tabela 1, o aluno(a) A7 percebeu que a rampa em questão deveria ter a inclinação de 8,33%, logo esta também não era acessível. O ângulo de inclinação foi de aproximadamente 17°, ou seja, uma declividade bem elevada.

Entretanto, o mesmo aluno(a) A7 executou as medições da rampa de um banco e concluiu que para este local, a norma foi corretamente aplicada de acordo com a Figura 11.

Figura 11 – Rampa Banco



Fonte: Dados da Pesquisa

Para esta rampa, tivemos uma altura de 7,5cm e de um comprimento horizontal de 220cm. Calculando a inclinação:

$$i = \operatorname{tg}\alpha = \frac{7,5}{220} = 0,03. \quad (20)$$

Portanto a inclinação da rampa foi de 3% respeitando o limite máximo de 8,33% da norma. O(a) discente ainda mencionou que o ângulo formado com o solo foi de 2°.

O aluno(a) A12 examinou a rampa dentro de uma escola (Figura 12) e também chegou a conclusão que esta atendia a norma.

Figura 12 – Rampa Escola



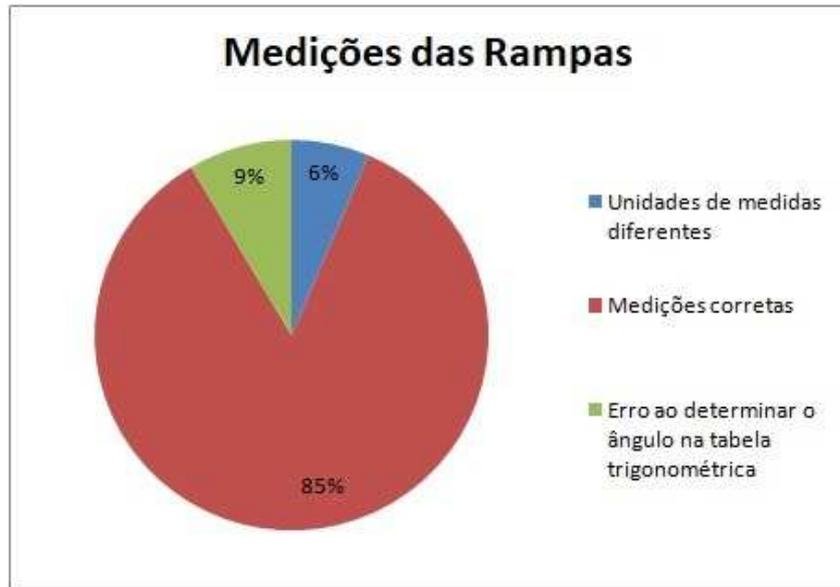
Fonte: Dados da Pesquisa

As medidas encontradas foram de 25 cm para a altura e de 416cm de comprimento horizontal com inclinação de 6% que é inferior ao limite máximo de 8,33% da NBR.

$$i = \operatorname{tg}\alpha = \frac{25}{416} = 0,06. \quad (21)$$

Estes foram apenas alguns exemplos de rampas fotografadas e medidas pelos alunos. De um total de dezesseis estudantes participantes da pesquisa, cada um examinou três locais totalizando quarenta e oito rampas investigadas. Importante notar que nem todos os discentes conseguiram fazer as medições e os cálculos de forma correta conforme pode-se notar pelo gráfico apresentado na Figura 13:

Figura 13 – Gráfico Acertos x Erros



Fonte: Dados da Pesquisa

Através destes resultados, concluímos que 6% das rampas tiveram seus parâmetros calculados de forma equivocada, pois alguns confundiram as medidas calculando a razão da altura em centímetros pelo comprimento horizontal em metros. Em 9%, a tangente do ângulo que a rampa forma com o solo foi encontrada de forma correta, porém houve equívocos ao consultar a Tabela trigonométrica para achar este ângulo. E finalmente 85% foram medidas de forma totalmente correta.

Das 48 rampas examinadas, 30 não atenderam a norma, ou seja, 62,5%. Esse resultado nos mostra porque é necessário conscientizar a sociedade sobre importância deste tema, haja vista que direitos garantidos pela constituição são desrespeitados constantemente, muitas vezes, por puro desconhecimento. Em função disso, como já mencionamos anteriormente, a escola desempenha um papel tão importante. E a matemática pode e deve caminhar também neste sentido utilizando-se da modelagem como uma dentre tantas outras ferramentas. Sobre isso, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 51) nos explicam que, como já afirmamos, anteriormente, em nossa concepção de Modelagem, não estamos preocupados com a Matemática em si mesma, e sim em discutir problemas da realidade e fazer uso da matemática para compreendê-la.

Em relação aos textos sobre a acessibilidade destacamos o texto produzido pelo aluno(a) A6: *Através desta pesquisa podemos concluir que, muitas empresas particulares*

*não se preocupam com o bem estar de pessoas deficientes, e as vezes nem sabem a norma que rege para poderem construir uma rampa adequada. Com o decorrer da pesquisa, eu pude perceber que havia rampas em calçadas que eram impossíveis de um deficiente transitar sobre a mesma, e em outras situações rampas quem estavam na norma porém no final dela havia bueiros, valas, até degraus de escadas que não tem possibilidade de um deficiente andar (sem lógica), então com o resultado da pesquisa chegamos a conclusão que não só lugares grandes precisam seguir essa norma mas deveria existir rampas em todos os lugares, pois essas pessoas dependem delas e elas são pessoas quem tem seus direitos.*

Nota-se através do texto do(a) estudante que já existe uma preocupação em preservar os direitos das pessoas com deficiência. Cita inclusive, a existência da norma e que esta não é de conhecimento da maioria das pessoas. Esperamos assim que no futuro, este discente já possua a capacidade de cumprir ou alertar outras pessoas sobre a necessidade de obedecer a NBR 9050 de formar a garantir os direitos dos cidadãos que possuem algum tipo de limitação em sua mobilidade.

O Aluno(a) A8 descreveu da seguinte forma: *A acessibilidade é de extrema importância para nossa sociedade, pois garante que pessoas com deficiência física possam ter a devida inclusão e livre acesso a lugares públicos e privados, tais como escolas, hospitais, supermercados, etc. Entretanto de acordo com a pesquisa ficou explicitado que a maioria dos estabelecimentos não se preocupam em proporcionar tal acessibilidade, muito menos respeitar as normas. As rampas em sua grande maioria eram estreitas ou muito pequenas, tornando o acesso de cadeirantes inviável (eles se tornam dependentes de ajuda para a locomoção, causando até constrangimento aos mesmos). Por mais que em alguns locais houve notável preocupação em seguir as normas, uma outra grande parcela ainda se fazem indiferentes nesse quesito. Infelizmente são poucos os que verdadeiramente se preocupam com o próximo.*

O(a) estudante A8 constatou que a grande maioria das rampas medidas na pesquisa não atendiam a norma, ressaltando a questão da preocupação com outras pessoas através da solidariedade.

E como último exemplo transcrevemos as palavras do Aluno(a) A7: *A acessibilidade na sociedade é importante pois existem pessoas com diversas dificuldades para se locomover, estando em cadeiras de rodas na maioria das vezes, sendo assim, com o uso de rampas facilitaria a entrada e saída dessas pessoas de locais que frequentamos diariamente como prédios, supermercados e bancos. Sem a acessibilidade dificultaria a vida dessas pessoas e*

*as excluiriam de poder fazer tarefas por si só, tornando-as dependentes de outras pessoas.*

Este discente expõe a importância da acessibilidade, com o interesse de manifestar a ideia de que pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida frequentemente necessitam da ajuda de outras pessoas, devido a descumprimento da lei. De forma que estas, poderiam realizar muitas atividades rotineiras sem ajuda de terceiros, caso as normas fossem cumpridas de forma mais efetiva.

## 4 FUNÇÃO AFIM NA FATURA DE ENERGIA ELÉTRICA

Esta atividade também foi realizada no IFPA, campus Belém com uma turma de terceiro ano do ensino médio integrado do curso de técnico em Eletrotécnica. Participaram dezenove estudantes na faixa etária entre 17 e 20 anos, sendo cinco mulheres e quatorze homens. Seguem os detalhes das etapas da modelagem matemática no desenvolvimento desta tarefa que também durou seis aulas de cinquenta minutos cada e mais algumas horas com atividades em campo.

### 4.1 ESCOLHA DO TEMA

O tema de modelagem matemática aplicada à conta de energia elétrica foi realizado com os alunos do curso técnico de eletrotécnica em virtude de possibilitar a prática de um conteúdo matemático atrelado a formação profissional dos estudantes. Envolveu cálculos de potência e consumos de equipamentos elétricos com a finalidade de utilizar a energia elétrica de forma eficiente, ou seja, assuntos que estão relacionados ao referido curso segundo seus objetivos,

Instala, opera e mantém elementos de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Participa na elaboração e no desenvolvimento de projetos de instalações elétricas e de infraestrutura para sistemas de telecomunicações em edificações. Aplica medidas para o uso eficiente de energia elétrica e de fontes energéticas alternativas. Participa no projeto e instala sistemas de acionamentos elétricos. Executa a instalação e manutenção de iluminação e sinalização de segurança (IFPA, 2008).

Um dos objetivos da escolha do tema foi o de promover um conhecimento que pode ser utilizado no mercado profissional dos estudantes. Outro motivo, e não menos importante, é a abordagem da questão ambiental de forma a promover a mudança de cultura nas futuras gerações contribuindo na melhoria da qualidade de vida sociedade e do planeta como um todo.

A Educação Ambiental se inicia com o reconhecimento de que o cotidiano e as relações com o meio estão sempre presentes na sala de aula e na escola. Não só, evidentemente, mas também. Nem o professor nem o aluno deixam de lado seu dia a dia, seus problemas, seus saberes, suas preocupações e medos ao entrar na aula de matemática. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 94)

As duas primeiras aulas foram inteiramente dedicadas a explicação da atividade. Esta tarefa necessitou de vários dias para ser desenvolvida e finalizada, pois consistiu

na adoção de medidas de uso eficiente de energia elétrica dentro da residência de cada estudante. Os alunos precisaram comparar os valores da fatura de energia antes e após a implantação das medidas. O trabalho teve uma introdução, um desenvolvimento e a conclusão. Desta forma, desenvolveu-se o seguinte roteiro:

Na introdução, os alunos descreveram os objetivos do trabalho e justificaram a importância do uso eficiente de energia elétrica em áreas residenciais ou industriais.

No desenvolvimento, pesquisaram e descreveram as principais formas de economizar energia. Neste caso, sugerimos que a pesquisa fosse realizada no site da companhia elétrica local: <http://www.celpea.com.br/residencial/informacoes/dicas-de-economia>. Todavia, também foi permitido que os alunos ficassem a vontade para buscar outras fontes confiáveis.

Figura 14 – Sugestões de uso racional de energia



Fonte: <http://www.celpea.com.br/conheca-a-celpea/informacoes/dicas-de-economia>

Em seguida, montaram uma tabela com o consumo dos equipamentos elétricos de sua residência. Exemplo:

Tabela 2 – Consumo dos Aparelhos Elétricos

Aparelho elétrico	Potência (w)	Horas/dia	Nº de dias	Consumo (Kwh)
1 Ar condicionado	900	8	30	216
9 Lâmpadas	9x10=90	12	30	32,4
1 Geladeira	-	-	30	38
Total	-	-	-	286,4

Fonte: Elaborado pelo autor

No próximo passo, cada estudante discriminou a função afim relativa à conta de energia em sua residência em um determinado mês, descrevendo todas as variáveis que compõem esta função. Exemplo:

Tipo de Tarifa: Convencional Monomia

Classificação: Residencial Pleno – Trifásico

Função:  $v(c): 0,843790*c + b + i + j$

Onde,

$v(c)$ : Preço em reais relativos à conta de energia.

$c$ : Consumo em Kwh.

$b$ : Adicional de bandeira (verde, amarela ou vermelha).

$i$ : Contribuição de iluminação pública.

$j$ : Juros relativos a atrasos de contas anteriores.

Posteriormente, cada discente precisou traçar um plano com estratégias para o uso racional da energia em sua residência. Nesta fase, o aluno necessitou conversar com seus pais ou responsáveis e demais membros da família de forma a solicitar a colaboração de todos para conseguir reduzir o consumo de energia. Esta etapa durou pelo menos mínimo trinta dias.

Na conclusão, foi solicitado a comparação em termos percentuais dos consumos e valores em reais antes e após a medidas adotadas durante os trinta dias, justificando quais ações levaram a economia (ou não) de energia, além de definir em termos percentuais o total de impostos pagos na fatura de energia.

Na terceira e quarta aulas iniciou-se as discussões sobre a importância do uso racional de energia elétrica, bem como sua relação com o meio ambiente através da geração de energia elétrica, cuja principal fonte no Brasil é por intermédio de usinas hidroelétricas.

## 4.2 MEIO AMBIENTE E ENERGIA ELÉTRICA

Segundo Reis, Fadigas e Carvalho (2011), a energia elétrica é o insumo mais importante de todos os segmentos da sociedade moderna, pois atende tanto as empresas de grande porte como as pequenas residências. Diante disso, pode-se dizer que atualmente, a energia elétrica é de vital importância para o progresso e bem estar da sociedade. Para Romero e Reis (2012, p. 72),

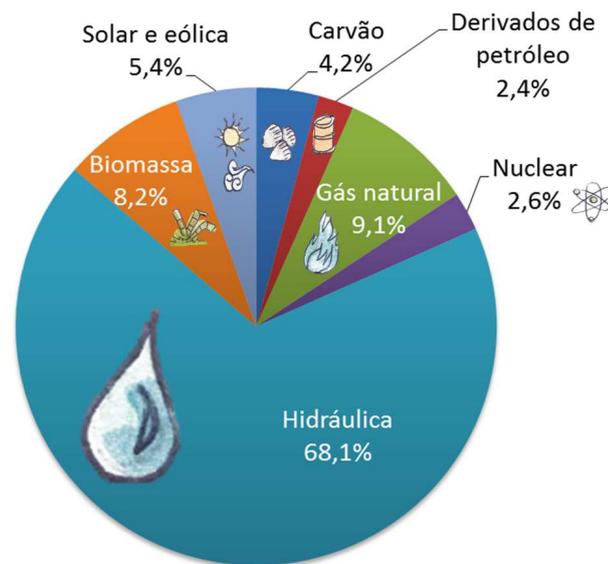
O suprimento de energia, em suas diversas formas, com custo aceitável e confiabilidade garantida, é requisito fundamental para que a economia de

uma região possa desenvolver-se plenamente, e para que cada indivíduo e a comunidade possam ter acesso adequado aos diversos serviços essenciais para o aumento da qualidade de vida, tais como educação, saneamento e saúde. Assim, torna-se também condição básica de cidadania.

Todavia é preciso uma gestão eficiente do governo brasileiro para evitar desperdícios deste recurso, pois a falta de energia em quantidade suficiente para atender a sociedade, poderá resultar em graves problemas que impactará em todos os setores do país.

Uma das principais consequências do desperdício do consumo de energia está diretamente ligada com o aumento da demanda deste recurso. No Brasil, a geração de energia é provida em sua grande maioria por intermédio de usinas hidroelétricas. A Figura 15 representa a matriz elétrica brasileira no ano de 2016:

Figura 15 – Matriz Elétrica Brasileira em 2016



Fonte: Empresa de Pesquisa Energética - EPE

Desta forma, aumentos consideráveis de demanda de energia elétrica implicam em novos empreendimentos de geração elétrica, sobretudo relacionados a construções de novas usinas hidroelétricas. Entretanto, essas novas obras causam o alagamento de grandes áreas de fauna e flora provocando danos ambientais irreversíveis.

“[...] os casos mais emblemáticos são identificados na construção de grandes usinas hidrelétricas, que ocasionam o aumento de áreas desmatadas, a degradação ambiental nas áreas em torno dos lagos das barragens, o aumento do contingente populacional, além da emissão de gases que contribuem para o aquecimento global” (SILVEIRA, 2016, p. 75)

Através do sítio do Programa de Aceleração do Crescimento - PAC do governo brasileiro podemos constatar que o país possui diversos projetos em fase de planejamento ou execução relacionados a usinas hidroelétricas. Só no estado do Pará, existem sete empreendimentos no ano de 2018 conforme nos mostra a Figura 16:

Figura 16 – Empreendimento Hidrelétricos no Estado do Pará

- ▶ Aproveitamentos Hidrelétricos - Jatobá - PA
- ▶ Aproveitamentos Hidrelétricos - São Luiz do Tapajós - PA
- ▶ Usina Hidrelétrica - Belo Monte - PA
- ▶ Usina Hidrelétrica - São Manoel - MT PA
- ▶ Usina Hidrelétrica - Teles Pires - MT PA
- ▶ Aproveitamentos Hidrelétricos - Marabá - MA PA TO
- ▶ Inventário - Bacia do Rio Trombetas - AM PA RR

Fonte: PAC

Conseqüentemente a sociedade brasileira como um todo necessita fazer um esforço em conjunto a fim de diminuir o aumento da demanda de energia de modo a minimizar a execução de novas obras e assim contribuir na preservação do meio ambiente. Acreditamos que os brasileiros são perfeitamente capazes de combater o desperdício de energia, pois durante a crise energética que atingiu o país em 2001 com o racionamento, a população mudou seus hábitos de consumo através da adoção de práticas do uso racional de energia (ROMERO; REIS, 2012). Provavelmente, isso só ocorreu através da ameaça de cortes do fornecimento de energia, entretanto, os cidadãos mostraram que é possível reduzir consideravelmente a demanda de energia quando necessário, mesmo que ocasionado por uma urgência. Contudo, nos dias atuais, esses bons hábitos foram esquecidos e o Brasil praticamente retornou as condições que levaram ao racionamento (ROMERO; REIS, 2012).

Em vista disso, é necessário reeducar a população para que a demanda de energia elétrica não aumente consideravelmente. Uma tentativa para solucionar este problema é investir na educação das crianças e jovens, em outras palavras, provocar uma mudança de cultura nas novas gerações mostrando aos estudantes quais são os diversos impactos

negativos do mau uso da energia elétrica, bem como os benefícios do seu uso eficiente. Neste sentido, a escola pode contribuir de maneira significativa através de atividades que levem a um correto entendimento e reflexão acerca deste tema.

Na quinta e sexta aulas foram apresentados os conceitos básicos e a demonstração do gráfico de uma função polinomial do 1º grau ou função afim.

#### 4.3 DEFINIÇÕES DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Chama-se função polinomial do 1ª grau ou função afim, qualquer função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por uma lei da forma  $f(x) = ax + b$  com  $a, b \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ .

Na lei  $f(x) = ax + b$ , o número  $a$  é chamado de coeficiente angular e o  $b$  de coeficiente linear.

Definimos a função linear como um caso particular de função afim. Ocorre quando  $b = 0$  e  $a \neq 0$ . Neste caso, temos  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada pela lei  $f(x) = ax$ .

Quando  $a = 1$  e  $b = 0$ , temos a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  determinada pela lei  $f(x) = x$ , neste caso denominamos como função identidade.

O gráfico de uma função afim  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $y = ax + b$  é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy.

Segue a demonstração segundo Iezzi *et al.* (2016):

Sejam três pontos distintos  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x_3, y_3)$  pertencentes ao gráfico dessa função. Vamos mostrar que A, B e C estão alinhados, ou seja, pertencem a uma mesma reta.

Como  $A, B$  e  $C$  são pontos do gráfico da função, suas coordenadas satisfazem a lei  $y = ax + b$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ . temos:

$$y_1 = ax_1 + b. \quad (22)$$

$$y_2 = ax_2 + b. \quad (23)$$

$$y_3 = ax_3 + b. \quad (24)$$

Subtraindo (24) de (23), temos:

$$y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2). \quad (25)$$

Subtraindo (23) de (22), temos:

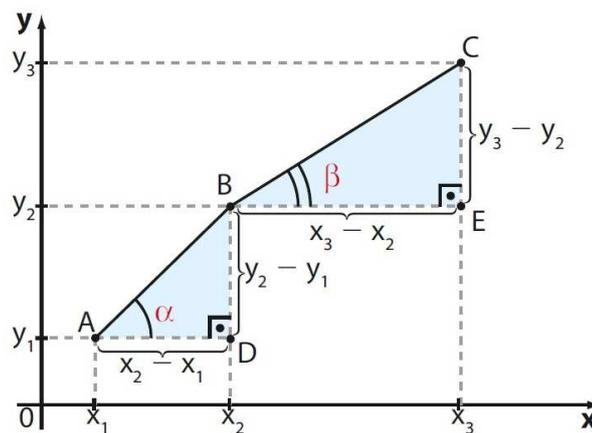
$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1). \quad (26)$$

Daí, obtemos:

$$\frac{y_3 - y_2}{y_2 - y_1} = \frac{x_3 - x_2}{x_2 - x_1}. \quad (27)$$

Vamos supor, por absurdo, que  $A, B$  e  $C$  não pertencessem a uma mesma reta, como mostra a Figura 17:

Figura 17 – Gráfico três pontos colineares



Fonte: (IEZZI *et al.*, 2016, p. 72)

Observemos os triângulos  $ABD$  e  $BCE$ , que são retângulos ( $\hat{D}=\hat{E}=90^\circ$ ) e têm lados proporcionais, pois, de acordo com equação (27), temos:

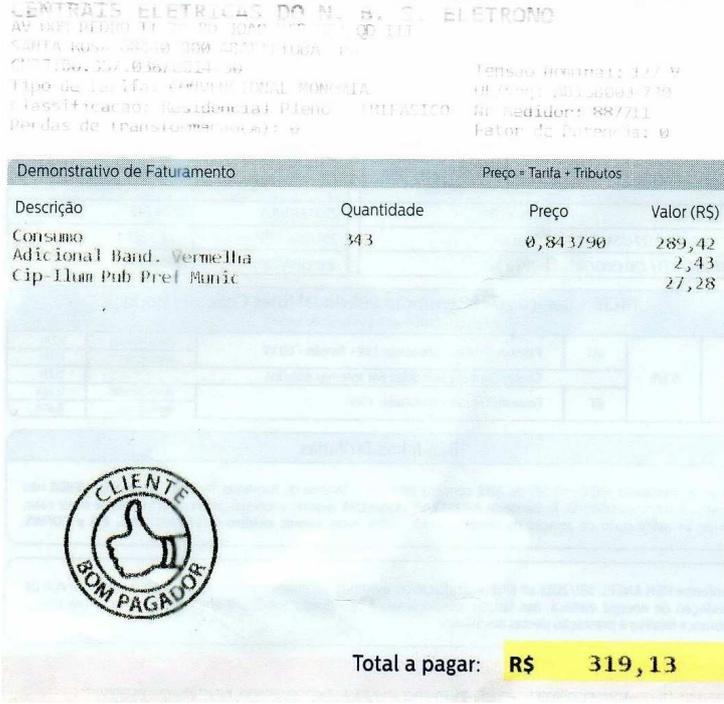
$$\frac{CE}{BD} = \frac{BE}{AD}. \quad (28)$$

Nesse caso, os triângulos  $ABD$  e  $BCE$  seriam semelhantes e, portanto, seus ângulos correspondentes seriam congruentes, de onde se concluiria que  $\alpha = \beta$ , o que não poderia ocorrer. A contradição vem do fato de supormos que  $A, B$  e  $C$  não pertencem a uma mesma reta.

Assim,  $A$ ,  $B$  e  $C$  estão alinhados, isto é, pertencem a uma mesma reta. Desse modo, está provado que o gráfico de uma função polinomial do 1º grau é uma reta.

Após estas definições, os alunos investigaram o exemplo de fatura de energia elétrica da Figura 18 e junto ao professor verificaram a lei da a função afim obtida nesta conta.

Figura 18 – Exemplo de fatura de energia elétrica



CENTRAIS ELÉTRICAS DO N. S. S. ELETRONÔ  
 AV. DOUTOR PEDRO DE ALMEIDA, 1000 - JARDIM SÃO CARLOS - SÃO PAULO - SP - 05411-000  
 CNPJ: 06.937.936/0001-36  
 Tipo de Tarifa: COMUM RESIDENCIAL MONOFASICA  
 Classificação: Residencial Pleno - TRIFÁSICO  
 Perdas de Transformação: 0

Tensão Nominal: 127 V  
 Nº de Med: 28128084-730  
 Nº Medidor: 887711  
 Fator de Potência: 0

Demonstrativo de Faturamento		Preço = Tarifa + Tributos	
Descrição	Quantidade	Preço	Valor (R\$)
Consumo	343	0,843790	289,42
Adicional Band. Vermelha			2,43
Cip-Elum Pub Pref Munic			27,28
<b>Total a pagar:</b>		<b>R\$</b>	<b>319,13</b>

Stamp: CLIENTE BOM PAGADOR

Fonte: Fatura de energia elétrica residencial

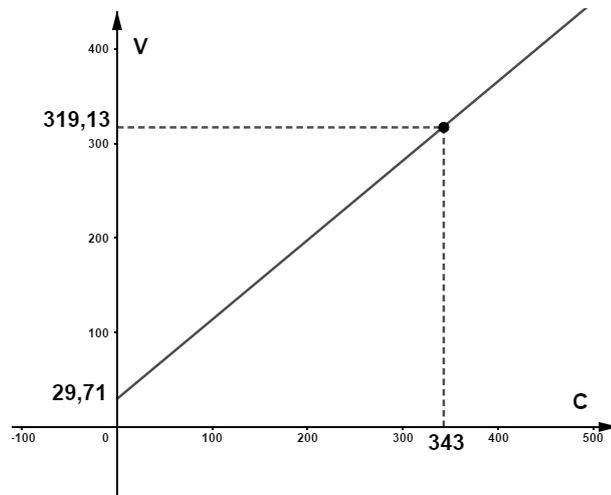
Observando os dados da fatura, chegaram a conclusão que a função afim  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+^*$  daquele mês poderia ser encontrada pela seguinte lei:

$$v(c) = 0,84379 \cdot c + 2,43 + 27,28$$

Onde  $c$  é consumo mensal em Kwh e  $v$  é o valor em reais a pagar.

Fazendo uma analogia com a teoria estudada em sala de aula, nota-se que nesta lei o coeficiente angular é dado pelo valor 0,84379 e o linear por 29,71. Com isso, construiu-se o gráfico desta função da seguinte forma:

Figura 19 – Gráfico da função afim de uma fatura de energia elétrica

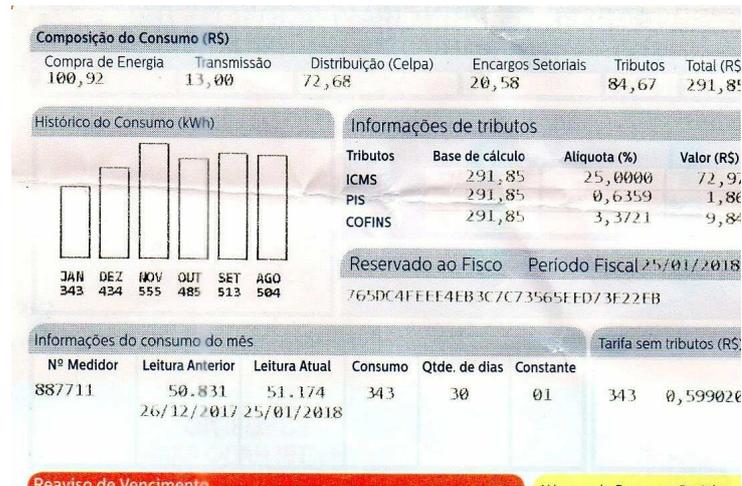


Fonte: Elaborado pelo autor

Lembrando que esse gráfico aplica-se somente a este mês, pois tanto o adicional de bandeira, juros por atraso no pagamento ou a contribuição de iluminação podem variar de um mês para o outro.

Analisou-se também o percentual de tributos contidos nesta conta observando a Figura 20. Neste caso, este valor foi de R\$ 84,67 correspondendo a aproximadamente 26,53% do valor total da fatura. Logo, a concessionária local recebeu apenas R\$ 72,68, ou seja, somente 22,77% do total, pois ainda existem outros encargos embutidos na conta (compra de energia, transmissão e encargos setoriais). Neste momento, os alunos concluíram que a porcentagem de impostos e encargos é extremamente alta no setor de distribuição de energia elétrica.

Figura 20 – Fatura de Energia Elétrica - Impostos



Fonte: Fatura de energia elétrica da Celpa

Ao fim da sexta aula, foi dado um prazo de dois meses para a execução total de todo o trabalho e após a entrega, os alunos responderam a um questionário aberto contendo seis questões, a fim de avaliar se os objetivos haviam sido alcançados pelo professor.

O questionário pode ser definido como uma técnica para a obtenção de informações sobre sentimentos, crenças, expectativas, situações vivenciadas e sobre todos e qualquer dados que o pesquisador (a) deseja registrar para atender aos objetivos de seu estudo. (OLIVEIRA, 1996, p. 83)

#### 4.4 RESULTADOS

Com o intuito de estratificar melhor os resultados desta atividade, as seis perguntas aplicadas ao final da tarefa foram analisadas através de tabelas. Para preservar a identidade dos estudantes, convencionamos nomeá-los por A1, A2 e assim sucessivamente. Não se pode deixar de mencionar que a nova BNCC traz uma relação de proximidade muito grande com os conceitos de modelagem matemática, e através deste questionário buscamos também fazer o estudante refletir sobre o desenvolvimento e as conclusões do seu respectivo trabalho.

Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática (BRASIL, 2018, p. 529).

O propósito da pergunta da Tabela 3 foi verificar quais foram as vantagens do trabalho na percepção dos estudantes.

Tabela 3 – Questão 1

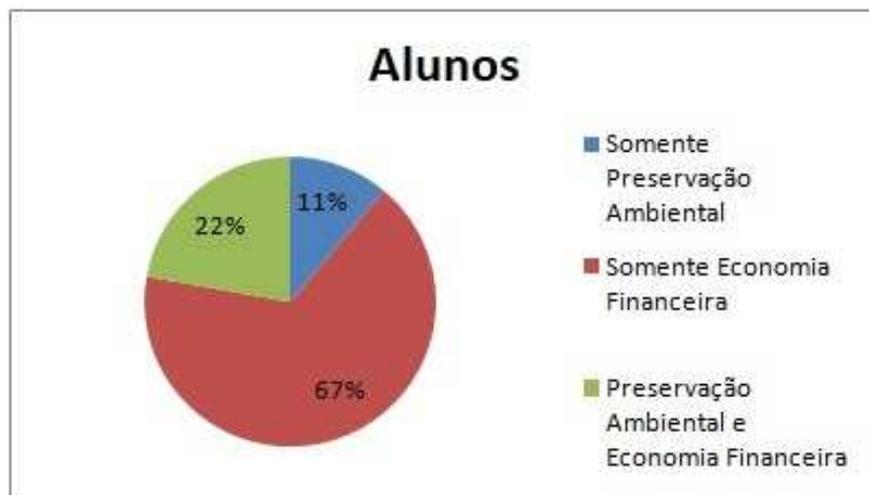
Pergunta 1: Existem vantagens em se utilizar a energia elétrica de forma racional? Se a resposta for sim, quais são essas vantagens? Justifique se a resposta for não.	
Alunos	Respostas
A1	Sim, pois assim podemos economizar energia elétrica e assim tentar deixar a bandeira sempre verde.
A2	Sim, pois o uso consciente traz vantagens, tanto econômica e para a natureza.
A3	Sim. Custo menor.
A4	Sim, pois o uso racional de energia é proporcional ao consumo e taxas e impostos.
A5	Sim. Economia e melhores condições de meio ambiente.
A6	Sim, as vantagens são baixar a conta de energia e o desperdício e muitas outras vantagens.
A7	Sim. Uma das vantagens é que não haverá mais necessidade de fazer alagamentos de várias áreas para construção de usinas hidrelétricas.
A8	Sim, pois assim diminuirá o consumo e conseqüentemente o valor da sua conta de energia.
A9	Sim, ajudou no orçamento da família, economizando-se luz, pode-se gastar em outras coisas.
A10	Sim, além de estabelecer uma relação ecológica com o meio, podemos economizar financeiramente falando.
A11	Sim. Economia e vantagens de sustentabilidade energética.
A12	Sim! Pois diminui a quantia a ser paga para a concessionária que realiza os trabalhos no local.
A13	Sim, menor custo na conta de luz devido ao aumento constante nessa tarifa.
A14	Sim, ao utilizar a energia elétrica de forma racional, diminuimos nossa conta de energia.

A15	Sim. Principalmente para quem possui alto consumo, tais iniciativas diminuem muito o valor final mensal da conta. Em longo período é gratificante.
A16	Sim, as vantagens são tanto para a economia financeira familiar, pois diminuirá os gastos e sobrará renda, quanto para o meio ambiente, pois evita a necessidade de se utilizar outras fontes de energia, como nuclear que afeta de forma negativa o meio ambiente.
A17	Sim. Um melhor consumo de energia advindo de economia energética.
A18	Sim. O custo diminui.
A19	Sim. Economia financeira e ambiental.

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com as respostas constatamos que todos concordaram que existem pontos positivos na adoção de medidas racionais no consumo de energia. A maioria apontou a economia financeira como sendo a principal vantagem, contudo alguns alunos também lembraram da importância ambiental. Isso acontece, talvez, por uma questão cultural do nosso país, pois em geral as finanças prevalecem sobre o meio ambiente. Neste caso, não há nenhum problema, pois a economia no orçamento familiar, mencionado pelos alunos A9 e A16, também é um tema de grande relevância para a sociedade. Podemos visualizar com mais clareza as repostas através da Figura 21.

Figura 21 – Gráfico de Respostas da Pergunta 1



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 4 – Questão 2

Pergunta 2: Houve a colaboração de sua família durante a experiência de um mês para a economia de energia? Se a resposta for não, descreva o motivo.	
Alunos	Respostas
A1	Sim.
A2	Sim, na verdade sempre fazemos o uso consciente por uma questão econômica.
A3	Sim.
A4	Não. Pois houve a introdução de mais uma pessoa na cada fazendo a conta aumentar.
A5	Sim.
A6	Não. Eles não se importaram porque a conta é baixa.
A7	Houve sim.
A8	Não, pois foi uma experiência nova e além disso, foi acrescentado um aparelho a mais.
A9	Não, pois todos trabalham ou estudam o dia todo, então não quiseram me ouvir.
A10	Sim, todos ajudaram.
A11	Sim. Entramos em acordo sobre a questão de adotarmos medidas de racionalização no consumo.
A12	Não. Pois eles não levam a sério o que eu digo.
A13	Não. Não se importaram muito com o projeto.
A14	Sim.
A15	Não. Moro sozinho
A16	Houve, mas sempre ocorreram deslizes.
A17	Sim.
A18	Não, meu pai não quis largar a tv.
A19	Sim. Porém foi bem difícil registrar o uso de lâmpadas.

Fonte: Dados da pesquisa

A resposta positiva para a segunda pergunta na Tabela 4 era de caráter fundamental para que o projeto de economia realmente tivesse um efeito substancial, tendo em vista, que é praticamente impossível conseguir um uso eficiente da energia sem a participação da família. Observamos que tivemos onze respostas afirmativas e oito negativas. Concluimos

assim que o trabalho de convencimento dos responsáveis na compreensão e ajuda durante o período de um mês do projeto foi extremamente complicado, inclusive houve queixas de alunos no que concerne ao relacionamento com os pais conforme indicou A12. Os resultados em termos percentuais indicaram que 58% afirmaram que houve colaboração da família e 42% disseram que não.

Tabela 5 – Questão 3

Pergunta 3: Após esta atividade, você e sua família continuarão a utilizar a energia elétrica de forma racional? Por quê?	
Alunos	Respostas
A1	Sim. Porque a energia estava vindo muito cara em nossa residência.
A2	Como eu havia falado, sempre fazemos o uso consciente.
A3	Sim. Por causa do custo menor
A4	Sim, pois alivia o custo mensal da família.
A5	Sim. A conta de energia baixou.
A6	Eu vou. Porque quanto menor for o desperdício, melhor.
A7	Sim, pois é uma forma de utilizar racionalmente a energia elétrica e diminuir os gastos.
A8	Sim, pois percebemos que é eficiente.
A9	Não, pois isso requer esforço e prefere-se pagar mais do que mudar alguns hábitos.
A10	Sim, pois nos traz vários benefícios.
A11	Sim. Os resultados foram agradáveis, até porque o dinheiro economizado com a conta foi destinado para outros setores.
A12	Sim, porque houve uma diminuição no valor a ser pago e todos gostaram da ideia de reduzir custos.
A13	Em parte nós já fazemos racionamento de energia, mas tem alguns vícios que não superamos.
A14	Sim, para economizar gastos na hora de pagar a conta de energia.
A15	Sim, já não possuo muitos gastos, isso não mudará tão cedo.
A16	Sim, pois houve uma economia de capital.
A17	Sim, por uma considerável melhora na conta de luz.
A18	Não, minha família não tem tanta consciência de economia elétrica.

A19	Sim, nós já fazemos uso racional há bastante tempo.
-----	---

Fonte: Dados da pesquisa

Através da pergunta 3 localizada na Tabela 5, pretendemos investigar se os alunos ou familiares tentariam seguir as sugestões de uso racional de energia no futuro. As respostas mostraram que a grande maioria informou que sim, principalmente apoiado na justificativa da economia financeira. Sendo assim, 84% afirmaram que sim, 11% disseram não e 5% responderam talvez. Portanto, entendemos que os discentes realmente abraçaram a ideia de continuar a adotar o uso inteligente de energia, seja por motivos ambientais, seja por motivos financeiros. Isso nos mostra um alinhamento com a competência 2 da BNCC,

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BRASIL, 2018, p. 534).

Tabela 6 – Questão 4

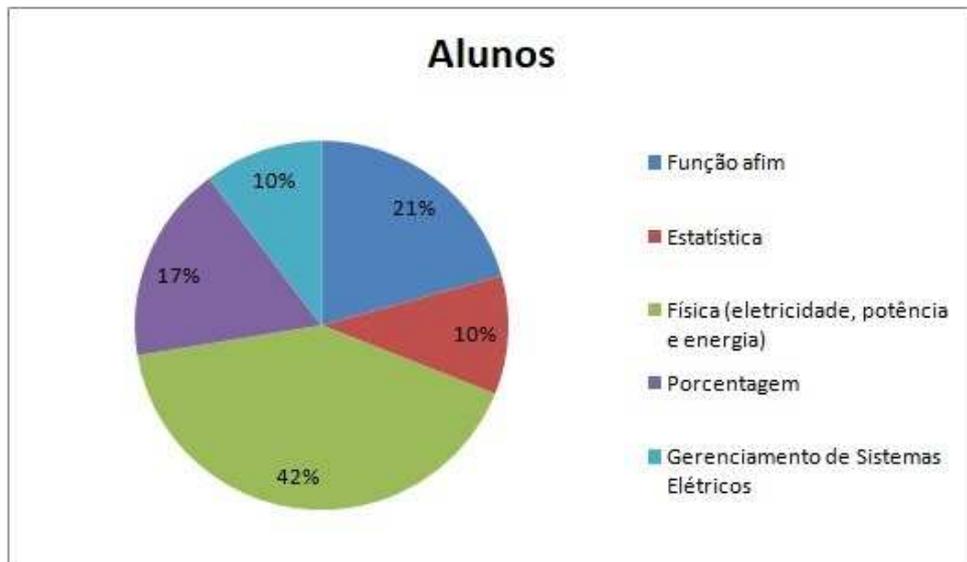
Pergunta 4: Quais conteúdos da disciplina de matemática e/ou física foram possíveis observar nesta atividade?	
Alunos	Respostas
A1	Estatística.
A2	O cálculo da potência por horas e função do primeiro grau.
A3	Porcentagem, estudo elétrico.
A4	Eletricidade básica e sistema e gerenciamento.
A5	Estatística, gerenciamento de sistemas elétricos e eletrodinâmica.
A6	Os conteúdos de gerenciamento (matéria do curso técnico)
A7	Cálculo da energia elétrica através da função do 1º grau.
A8	Física elétrica, funções, estatística.
A9	Na matemática: juros e multiplicação. Na física: potência.
A10	Da física, a parte que interage com eletricidade, a eletrodinâmica para a compreensão dos valores de cada aparelho e da matemática pela parte de função.
A11	Matemática = função e física= fontes energética e potências.
A12	Matemática analítica, pois tivemos que analisar nossas contas.
A13	Estatística, eletricidade.

A14	Cálculo da energia através da potência e tempo, estatística e porcentagem.
A15	Cálculos, transformação de energia, etc..
A16	Porcentagem, multiplicação, subtração e divisão.
A17	Estatística, função do 1º grau, etc.
A18	Fração, percentual e cálculo de potência.
A19	Porcentagem, cálculos básicos, transformação das unidades de medidas, potência e energia e suas relações com o valor monetário.

Fonte: Dados da pesquisa

O objetivo da questão referente a Tabela 6 foi observar quais conteúdos da matemática ou física foram percebidos pelos alunos no desenvolvimento da atividade, considerando que o estudo de outras áreas do conhecimento também é um dos pilares da modelagem matemática. Obtivemos então, o seguinte gráfico:

Figura 22 – Gráfico de Respostas da Pergunta 4



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 7 – Questão 5

Pergunta 5: Antes desta atividade, você tinha a percepção dos percentual de impostos pagos sobre a conta de energia elétrica? E após?	
Alunos	Respostas

A1	Não tinha. Agora sim.
A2	Não tinha essa percepção na conta, mas tinha algum conhecimento sobre.
A3	Não tinha. Sim, agora tenho.
A4	Não, mas logo após pude perceber.
A5	Sim.
A6	Não, agora sei que são absurdos.
A7	Sim.
A8	Não, agora tenho.
A9	Não, descobri que mais de 30% da conta é só imposto.
A10	Sim, tinha.
A11	Sim. Por cursar eletrotécnica é de total base o conhecimento por inteiro de uma conta contrato (fatura de energia).
A12	Não. Agora sei o que pago e o tanto que eles cobram por watt.
A13	Sim, após a atividade aprendi mais sobre como é cobrado.
A14	Sim.
A15	Na verdade sim. No meu caso, há mais imposto do que consumo.
A16	sim.
A17	Sim, por causa do curso de eletrotécnica.
A18	Não, mas descobri que pago mais do que deveria.
A19	Não, a pesquisa me mostrou que é importante analisar os impostos.

Fonte: Dados da pesquisa

A pergunta da Tabela 7 nos revela o conhecimento prévio dos alunos sobre o percentual de impostos na conta de energia elétrica. A fim de formar cidadão críticos, precisamos que o estudante possua o correto entendimento sobre este assunto que é frequentemente discutido dentro da sociedade brasileira. Diante desta concepção, a BNCC nos diz que:

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos (BRASIL, 2018, p. 269).

Tabela 8 – Questão 6

Pergunta 6: Você acha relevante aplicar as técnicas do uso inteligente de energia elétrica em sua vida profissional? Por quê?	
Alunos	Respostas
A1	Sim. Porque assim posso passar meus conhecimentos para os demais amigos profissionais.
A2	Acho importante, pois com essas medidas otimizamos alguns afazeres.
A3	Sim, minha área é relacionada a energia elétrica.
A4	Sim, pois nos dá liberdade de atuar como consultor.
A5	Sim, para trazer benefícios a todos.
A6	Sim, porque nunca é bom desperdiçar nada, e isso até dá um diferencial de uma pessoa com consciência.
A7	Sim, é uma forma de não impactar o meio ambiente e economizar.
A8	Sim, porque estarei compartilhando conhecimento.
A9	Sim, porque como profissional de uma empresa, eu devo ser exemplo.
A10	Sim, pelos fatos citados nas perguntas anteriores.
A11	Sim, porque me torna uma verdadeira profissional, além de me diferenciar no mercado.
A12	Sim, pois quando estiver trabalhando na empresa, saberei o quanto a empresa está gastando, e as formas de economizar serão postas em prática.
A13	Sim, porque assim futuramente terá maior economia.
A14	Sim, para diminuir os custos da empresa em que trabalho e aumentar os lucros.
A15	Reduzir gastos, creio que seja a maior intenção de todo brasileiro hoje.
A16	Sim, porque fomentará na minha economia de dinheiro.
A17	Sim, não só aplicar, mais também diminuir a ideia.
A18	Sim, pois com economia, o custo é menor.
A19	Sim, pois minha área é de eletrotécnica.

Fonte: Dados da pesquisa

Por intermédio da pergunta na Tabela 8 pretendemos verificar se os alunos compreenderam que o uso eficiente de energia elétrica pode ser um diferencial na vida profissional, pois é certo que além dos benefícios ambientais, a sua utilização também promove diminuição de custos, que é um dos objetivos principais de qualquer empresa particular

ou mesmo de um órgão público. Mesmo assim, esclarecemos que não existe uma única resposta correta, dado que na modelagem necessitamos valorizar as diversas interpretações e pensamentos dos alunos.

Analisando as respectivas respostas, concluímos que todos os estudantes afirmaram que o uso inteligente de energia é de extrema relevância na vida profissional, destacamos assim a resposta do aluno(a) A11: “*Sim, porque me torna uma verdadeira profissional, além de me diferenciar no mercado.*”

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos perceber que atualmente se faz necessário que temas do cotidiano e metodologias inovadoras se façam presentes nas aulas como forma de contribuir para o ensino e aprendizagem de forma satisfatória.

Tratar de integrar conhecimentos, contextualizá-los e permitir que o aluno vivencie esses conhecimentos na prática, principalmente no ensino médio está longe de ser uma tarefa fácil, no entanto é desafiadora e transformadora, em se tratando da matemática pelo viés histórico que carrega, inovadora.

A lógica do modelo de ensino onde conteúdos e disciplinas são vistos de forma isolada ainda é muito presente, já não basta mais apenas abrir os livros ou realizar inúmeros exercícios. É necessário ousar e implantar novas metodologias.

A escola deve possibilitar aos educandos que os mesmos possam se apropriar de conhecimentos sejam eles técnicos ou da base comum, que estruturam sua inserção no mercado de trabalho de forma digna e consciente através de temas e contextualizações relevantes para a vida como um todo.

Após o desenvolvimento destas duas atividades de modelagem, concluímos que existem diversas vantagens no uso desta metodologia, pois através delas os alunos compreenderam que a matemática pode realmente ser aplicada em assuntos relacionados ao cotidiano ou mesmo no meio profissional.

Especificamente nestas tarefas, os estudantes tiveram a oportunidade de utilizar os conteúdos da disciplina para investigar questões de grande interesse para a sociedade como o meio ambiente e a inclusão social por intermédio da acessibilidade. Nas duas situações, vislumbramos um aprendizado que foi muito além da matemática. No primeiro caso, além do estudo de função afim, potência e energia, os discentes também aprenderam as relações do meio ambiente com a matriz elétrica brasileira. No segundo caso, foi possível adquirir um breve conhecimento sobre a lei 10.098 que dispõe as normas gerais sobre acessibilidade, além de um sucinto entendimento sobre a norma NBR 9050 da Associação Brasileira de Normas técnicas - ABNT.

O estudo também proporcionou reflexões sobre as dificuldades que pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida enfrentam diariamente na cidade de Belém-PA provocando assim, uma visão mais humanizada para as necessidades desta parcela da população brasileira.

Uma parte dos alunos assimilou que as técnicas de uso racional de energia elétrica podem ser uma ferramenta a ser empregada também no mercado de trabalho com o intuito de diminuição de custos. E em suas residências, destacaram a economia financeira, além da melhora do meio ambiente.

Não se pode deixar de mencionar também as desvantagens e dificuldades ao se trabalhar com a modelagem, pois esta necessitou de muito tempo de planejamento e também de execução. Por este motivo, não temos a pretensão de apontar esta metodologia com uma solução única para sanar todos os obstáculos ao aprendizado da disciplina. Entendemos sim, que esta deve ser trabalhada em conjunto com outras tendências em educação matemática.

Por tudo isso, entendemos que a modelagem é uma ótima ferramenta na busca pela formação humana e integral, ou seja, valoriza os diversos aspectos sociais conectando-os a formação acadêmica preparando não somente profissionais para o trabalho, mas também para a vida.

## REFERÊNCIAS

- ABNT. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*. 2018. Disponível em: <<http://www.abnt.org.br/abnt/conheca-a-abnt>>. Acesso em: 03 nov. 2018.
- ALMEIDA, L. M. W. de; ARAUJO, J. de L.; BISOGNIN, E. *Práticas de modelagem matemática na educação matemática*. Edição do kindle. Londrina: EDUEL, 2011.
- BASSANEZI, R. C. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007.
- BOERI, C. N.; VIONE, M. T. *Abordagens em educação matemática*. 2009. Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/ea000661.pdf>>. Acesso em: 03 nov. 2018.
- BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLUBER, T. E. *Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações*. 2. ed. Ponta Grossa: UEPG, 2016.
- BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. *Ensinar e aprender Matemática: possibilidades para a prática educativa*. Ponta Grossa: UEPG, 2016.
- BRASIL. Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000. estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 8 dez. 2000. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/LEIS/L10098.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L10098.htm)>. Acesso em: 03 nov. 2018.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: Ministério da Educação, 2001.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018.
- BURAK, D. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
- BURAK, D. *Modelagem Matemática em Sala de Aula*. 2011. Disponível em: <<http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/regina/materiais/modelagem.pdf>>. Acesso em: 15 dez. 2018.
- FORNER, R. *Paulo Freire e Educação Matemática: Reflexos Sobre a Formação do Professor*. 194 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Pontifícia Universidade Católica - PUC, Campinas, 2005.
- GALVÃO, D. L. et al. *Uma análise das concepções e experiências dos professores*. V *Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia*. Ponta Grossa: UTFPR, 2016.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. *Métodos de Pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

IEZZI, G. *et al. Matemática ciência e aplicações*. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 1.

IFPA. *Curso Técnico em Agrimensura*. 2006. Disponível em: <<http://belem.ifpa.edu.br/cursos/136-tecnico-em-agrimensura>>. Acesso em: 21 out. 2018.

IFPA. *Curso Técnico em Eletrotécnica*. 2008. Disponível em: <<http://belem.ifpa.edu.br/cursos/132-tecnico-em-eletrrotecnica>>. Acesso em: 21 out. 2018.

IFPA. *Estatuto do IFPA*. 2016. Disponível em: <<https://prodin.ifpa.edu.br/gestao/estatuto-ifpa>>. Acesso em: 21 out. 2018.

INEP. *Sistema de Avaliação da Educação Básica*. 2018. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/saeb/2018/documentos/presskit\\_saeb2017.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2018/documentos/presskit_saeb2017.pdf)>. Acesso em: 15 out. 2018.

MEYER, J. F. da Costa de A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

NBR 9050. *Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos*. 2015.

OLIVEIRA, M. M. de. *Como fazer pesquisa qualitativa*. 7. ed. São Paulo: Vozes, 1996.

REIS, L. B. dos; FADIGAS, E. A.; CARVALHO, C. E. *Energia, recursos naturais e a prática do desenvolvimento sustentável*. Barueri: Manole, 2011.

ROMERO, M. de A.; REIS, L. B. dos. *Eficiência energética em edifícios*. Barueri: Manole, 2012.

SILVEIRA, M. *A Implantação de Hidrelétricas na Amazônia Brasileira, Impactos SócioAmbientais e à Saúde com as Transformações no Território: O Caso da UHE de Belo Monte*. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

SKOVSMOSE, O. *Um convite à educação matemática crítica*. Edição do kindle. Londrina: Papyrus, 2014.

## Apêndices

**APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E  
ESCLARECIDO**

**Dados de identificação**

Título do Projeto: Aplicações de Modelagem Matemática no Ensino Médio

Pesquisador Responsável: Fábio Henrique Marinho Cabral

Nome do participante: \_\_\_\_\_

Data de nascimento: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Responsável legal (se menor de 18 anos): \_\_\_\_\_

Você está sendo convidado (a) para participar, como voluntário, do projeto de pesquisa Aplicações de Modelagem Matemática no Ensino Médio, de responsabilidade do pesquisador Prof. Fábio Henrique Marinho Cabral.

**Declaro ter sido esclarecido sobre os seguintes pontos:**

1. O trabalho tem por finalidade pesquisar as contribuições da modelagem no ensino da matemática através do uso racional de energia elétrica;
2. A minha participação nesta pesquisa consistirá em fornecer dados sobre a experiência de utilizar racionalmente a energia elétrica em minha residência durante o período de um mês, bem como permitir a divulgação de dados relativos as respostas de um questionário sobre esta atividade.
3. Meu nome será mantido em sigilo, assegurando assim a minha privacidade, e se eu desejar terei livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação.
4. Fui informado que os dados coletados serão utilizados, única e exclusivamente, para fins desta pesquisa, e que os resultados poderão ser publicados.

Eu, \_\_\_\_\_, declaro ter sido informado e concordo em participar, como voluntário, do projeto de pesquisa acima descrito.

Belém-PA, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2018.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Participante

\_\_\_\_\_  
Nome e assinatura do responsável (se menor de 18 anos)

**APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E  
ESCLARECIDO**

**Dados de identificação**

Título do Projeto: Aplicações de Modelagem Matemática no Ensino Médio

Pesquisador Responsável: Fábio Henrique Marinho Cabral

Nome do participante: \_\_\_\_\_

Data de nascimento: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Responsável legal (se menor de 18 anos): \_\_\_\_\_

Você está sendo convidado (a) para participar, como voluntário, do projeto de pesquisa Aplicações de Modelagem Matemática no Ensino Médio, de responsabilidade do pesquisador Prof. Fábio Henrique Marinho Cabral.

**Declaro ter sido esclarecido sobre os seguintes pontos:**

1. O trabalho tem por finalidade pesquisar as contribuições da modelagem no ensino da matemática através da utilização da trigonometria na investigação de rampas com acessibilidade segundo a norma NBR 9050;
2. A minha participação nesta pesquisa consistirá em fornecer dados sobre a minha experiência ao verificar em campo se as rampas de edificações urbanas atendem a norma NBR 9050.
3. Meu nome será mantido em sigilo, assegurando assim a minha privacidade, e se eu desejar terei livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação.
4. Fui informado que os dados coletados serão utilizados, única e exclusivamente, para fins desta pesquisa, e que os resultados poderão ser publicados.

Eu, \_\_\_\_\_, declaro ter sido informado e concordo em participar, como voluntário, do projeto de pesquisa acima descrito.

Belém-PA, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2018.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Participante

\_\_\_\_\_  
Nome e assinatura do responsável (se menor de 18 anos)

**APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E  
ESCLARECIDO**

Eu, Reginaldo da Silva na qualidade de responsável pela coordenação de matemática do Instituto Federal do Pará, Campus Belém, autorizo a realização da pesquisa intitulada “MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO” a ser conduzida sob a responsabilidade do pesquisador Fábio Henrique Marinho Cabral; e declaro que esta instituição apresenta infraestrutura necessária à realização da referida pesquisa.

Belém-PA, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

---

Reginaldo da Silva

## **Anexos**

## ANEXO A – TABELA TRIGONÔMETRICA

Figura 23 – Tabela Trigonométrica

TABELA TRIGONÔMETRICA							
Ângulo (graus)	Seno	Cosseno	Tangente	Ângulo (graus)	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,01745	0,99985	0,01746	46	0,71934	0,69466	1,03553
2	0,03490	0,99939	0,03492	47	0,73135	0,68200	1,07237
3	0,05234	0,99863	0,05241	48	0,74314	0,66913	1,11061
4	0,06976	0,99756	0,06993	49	0,75471	0,65606	1,15037
5	0,08716	0,99619	0,08749	50	0,76604	0,64279	1,19175
6	0,10453	0,99452	0,10510				
7	0,12187	0,99255	0,12278	51	0,77715	0,62932	1,23499
8	0,13917	0,99027	0,14054	52	0,78801	0,61566	1,27994
9	0,15643	0,98769	0,15838	53	0,79864	0,60182	1,32704
10	0,17365	0,98481	0,17633	54	0,80903	0,58779	1,37638
				55	0,81915	0,57358	1,42815
11	0,19087	0,98163	0,19438	56	0,82904	0,55919	1,48256
12	0,20791	0,97815	0,21256	57	0,83867	0,54464	1,53986
13	0,22495	0,97437	0,23087	58	0,84805	0,52992	1,60033
14	0,24192	0,97030	0,24933	59	0,85717	0,51504	1,66428
15	0,25882	0,96593	0,26795	60	0,86603	0,50000	1,73205
16	0,27564	0,96126	0,28675				
17	0,29237	0,95630	0,30573	61	0,87462	0,48481	1,80405
18	0,30902	0,95106	0,32492	62	0,88295	0,46947	1,88073
19	0,32557	0,94552	0,34433	63	0,89101	0,45399	1,96261
20	0,34202	0,93969	0,36397	64	0,89879	0,43837	2,05030
				65	0,90631	0,42262	2,14451
21	0,35837	0,93358	0,38386	66	0,91355	0,40674	2,24604
22	0,37461	0,92718	0,40403	67	0,92050	0,39073	2,35585
23	0,39073	0,92050	0,42447	68	0,92718	0,37461	2,47509
24	0,40674	0,91355	0,44523	69	0,93358	0,35837	2,60509
25	0,42262	0,90631	0,46631	70	0,93969	0,34202	2,74748
26	0,43837	0,89879	0,48773				
27	0,45399	0,89101	0,50953	71	0,94552	0,32557	2,90421
28	0,46947	0,88295	0,53171	72	0,95106	0,30902	3,07768
29	0,48481	0,87462	0,55431	73	0,95630	0,29237	3,27085
30	0,50000	0,86603	0,57735	74	0,96126	0,27564	3,48741
				75	0,96593	0,25882	3,73205
31	0,51504	0,85717	0,60086	76	0,97030	0,24192	4,01078
32	0,52992	0,84805	0,62487	77	0,97437	0,22495	4,33148
33	0,54464	0,83867	0,64941	78	0,97815	0,20791	4,70463
34	0,55919	0,82904	0,67451	79	0,98163	0,19087	5,14455
35	0,57358	0,81915	0,70021	80	0,98481	0,17365	5,67128
36	0,58779	0,80903	0,72654				
37	0,60182	0,79864	0,75355	81	0,98769	0,15643	6,31375
38	0,61566	0,78801	0,78129	82	0,99027	0,13917	7,11537
39	0,62932	0,77715	0,80978	83	0,99255	0,12187	8,14435
40	0,64279	0,76604	0,83910	84	0,99452	0,10453	9,51436
				85	0,99619	0,08716	11,43010
41	0,65606	0,75471	0,86929	86	0,99756	0,06976	14,30070
42	0,66913	0,74314	0,90040	87	0,99863	0,05234	19,08110
43	0,68200	0,73135	0,93252	88	0,99939	0,03490	28,63630
44	0,69466	0,71934	0,96569	89	0,99985	0,01745	57,29000
45	0,70711	0,70711	1,00000				

Esta tabela contém valores aproximados. Os arredondamentos utilizados são de cinco casas decimais.

Fonte: (IEZZI *et al.*, 2016, p. 276)