

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

LUCAS DE AGOSTINI ZAGO

**MODELAGEM MATEMÁTICA POR MEIO DE SISTEMAS FUZZY: UM
INSTRUMENTO PARA AVALIAÇÃO DE AUTISMO**

SOROCABA

2019

LUCAS DE AGOSTINI ZAGO

**MODELAGEM MATEMÁTICA POR MEIO DE SISTEMAS FUZZY: UM
INSTRUMENTO PARA AVALIAÇÃO DE AUTISMO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para obtenção do título de mestre.

Área de concentração: Matemática e Modelagem Matemática

Orientador: Prof^a. Dr^a. MAGDA DA SILVA PEIXOTO

SOROCABA

2019

Zago, Lucas de Agostini

Modelagem Matemática por meio de Sistemas Fuzzy: Um instrumento para avaliação de Autismo. / Lucas de Agostini Zago. -- 2019.
94 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba

Orientador: Magda da Silva Peixoto

Banca examinadora: Érica Regina Filletti Nascimento, Paulo Cesar Oliveira

Bibliografia

1. Sistemas Fuzzy. 2. Autismo. 3. Modelagem Matemática . I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).

DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Bibliotecário(a) Responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano – CRB/8 6979



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Lucas de Agostini Zago, realizada em 21/02/2019:

Magda Peixoto

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto
UFSCar

Érica Filletti

Prof. Dr. Érica Regina Filletti Nascimento
UNESP

Paulo Cesar Oliveira

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira
UFSCar

À minha família que sempre me apoiou e esteve ao meu lado.

Agradecimentos

À Deus que sempre me iluminou e me guiou pelos melhores caminhos.

Aos meus pais, André e Giovana, por todo amor, carinho e confiança por toda a minha caminhada em minha vida acadêmica.

À minha noiva, Bruna, pela paciência, carinho e auxílio.

Aos meus irmãos, Gabriel e Maria Aline, pela parceria e força.

À todos os amigos e família, por estarem comigo em todos os momentos.

À minha orientadora, Magda, pela paciência, aprendizado e dedicação.

À todos os meus professores, que ao longo de toda minha vida contribuíram para minha formação pessoal e profissional.

À Universidade Federal de São Carlos, por estar presente na minha vida pela terceira vez, graduação, pós-graduação e agora pelo mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pela concessão da bolsa de estudo.

Ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROF-MAT), pelo excelente programa de mestrado.

Aos meus colegas do mestrado, que sempre dividiram seus conhecimentos e facilitaram essa caminhada.

Ao Centro Paula Souza e aos colegas de trabalho, por valorizar minha profissão e minha dedicação.

“Aprender é, de longe, a maior recompensa.”

(William Hazlitt)

Resumo

Neste trabalho de pesquisa foram apresentados conceitos, definições e teoremas sobre Lógica Fuzzy e Sistemas Baseados em Regras Fuzzy. Utilizamos esses sistemas para desenvolver um modelo matemático de diagnóstico de autismo baseado na escala CARS-BR: sem autismo, autismo leve/moderado e autismo grave. A escolha se deve a grande subjetividade envolvida no processo de diagnóstico médico de síndromes comportamentais.

Palavras-chaves: Conjuntos Fuzzy, Sistema Fuzzy; Autismo; Modelagem Matemática.

Abstract

In this work, concepts, definitions and theorems about Fuzzy Logic and Systems Based on Fuzzy Rules were presented. We used these systems to develop a mathematical model for diagnosing autism based on the CARS-BR scale: without autism, mild / moderate autism, and severe autism. The choice is due to the great subjectivity involved in the medical diagnosis process of behavioral syndromes.

Keywords: Fuzzy sets, Fuzzy system; Autism; Mathematical Modeling.

Lista de figuras

Figura 1 – Gráfico de Pertinência do Conjunto Pessoas Altas	17
Figura 2 – Funções de pertinência do Exemplo 2	18
Figura 3 – Funções de pertinência do Exemplo 3	19
Figura 4 – Funções de pertinência do Exemplo 4	20
Figura 5 – Conjunto A	21
Figura 6 – Conjunto B	21
Figura 7 – Conjunto $A \cup B$	21
Figura 8 – Conjunto $A \cap B$	21
Figura 9 – Conjunto A'	22
Figura 10 – Conjunto A - suporte, α -nível, altura e core	30
Figura 11 – Arquitetura do SBRF.	32
Figura 12 – Funções de Pertinência dos Clientes	43
Figura 13 – Funções de Pertinência da Velocidade	43
Figura 14 – Funções de Pertinência do Tempo	44
Figura 15 – Aplicação do Exemplo - $C = 4$, $V = 70$	47
Figura 16 – Aplicação do Exemplo - $C = 7$, $V = 30$	48
Figura 17 – Aplicação do Exemplo - $C = 7$, $V = 80$	48
Figura 18 – Entrada - $C = 4$, $V = 70$ - Saída $T = 14,7$	49
Figura 19 – Entrada - $C = 7$, $V = 30$ - Saída $T = 71,8$	49
Figura 20 – Entrada - $C = 7$, $V = 80$ - Saída $T = 26,4$	50
Figura 21 – Função de Pertinência da VRA	57
Figura 22 – Função de Pertinência da VRG	58
Figura 23 – Função de Pertinência da Variável DAU	58
Figura 24 – Resumo do modelo CARS.BR.FUZZY	60

Lista de tabelas

Tabela 1 – Funções de Pertinência Idade	15
Tabela 2 – Aplicações das Funções de Pertinência Idade	16
Tabela 3 – Funções de Pertinência Números Próximos de 7	17
Tabela 4 – Tabela Verdade E	33
Tabela 5 – Tabela Verdade OU	36
Tabela 6 – Tabela Verdade NÃO	39
Tabela 7 – Principais Instrumentos de Diagnóstico do Autismo - Adaptado de Sato (2008).	54
Tabela 8 – Itens da CARS-BR	55
Tabela 9 – Agrupamento das Variáveis	57
Tabela 10 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - A	61
Tabela 11 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - B	62
Tabela 12 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - C	63
Tabela 13 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - D	87
Tabela 14 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - E	88
Tabela 15 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - F	89
Tabela 16 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - G	90
Tabela 17 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - H	91
Tabela 18 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - I	92

Sumário

1	ALGUNS TÓPICOS DA TEORIA DOS CONJUN-	
	TOS FUZZY	14
1.1	<i>Subconjuntos Fuzzy</i>	14
1.1.1	Representação por Gráficos	16
1.1.2	Representação por Lista ou Tabelas	16
1.1.3	Representação por Funções	17
1.1.4	Funções de pertinência do tipo Triangulares	18
1.1.5	Funções de pertinência do tipo Trapezoidal	18
1.1.6	Funções de pertinência do tipo Sino	19
1.2	<i>Operações e Propriedades dos Conjuntos Fuzzy</i>	20
1.3	<i>Conjuntos α - nível</i>	28
2	SISTEMAS FUZZY	32
2.1	<i>Conectivos da Lógica Fuzzy</i>	32
2.1.1	t-norma Δ	32
2.1.2	t-conorma ∇	36
2.1.3	Negação (η)	39
2.1.4	Implicação Fuzzy (\longrightarrow)	40
2.2	<i>Base de Regras e Fuzzificação</i>	41
2.3	<i>Inferência Fuzzy</i>	45
2.4	<i>Defuzzificação</i>	49
3	UM MODELO FUZZY DO DIAGNÓSTICO DE AU-	
	TISMO	51
3.1	<i>Autismo</i>	51
3.2	<i>Diagnóstico Autismo</i>	52
3.3	<i>Modelo Matemático</i>	54
3.4	<i>Alguns Resultados</i>	60
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	64

Referências ¹	66
Anexo A – ESCALA CARS-BR	68
Anexo B – BASE DE REGRAS CARS-BR-FUZZY .	76
Anexo C – ALGORITMO DO PROGRAMA	84
Anexo D – QUADROS COMPARATIVOS PACIEN- TES FICTÍCIOS	87

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

INTRODUÇÃO

A Lógica Fuzzy, introduzida por Zadeh (1965), apresenta uma vasta vantagem em lidar com problemas e situações das Biociências, destacando-se em situações onde as incertezas, ou a falta de precisão, fazem parte do processo. A verdade parcial surge dentro desta lógica como uma alternativa em relação a Lógica Booleana (tradicional), que trabalha com a dicotomia verdadeiro ou falso.

A imprecisão faz muito mais parte de nossas vidas que a precisão, na verdade passamos praticamente o tempo todo com incertezas ou com aproximações. Ao sair de casa, não temos certeza de quanto tempo levaremos até o trabalho, se nosso carro vai quebrar no caminho ou se vamos encarar um trânsito logo a frente. Na verdade, o que fazemos muitas vezes é criar expectativas, tentamos prever fatores que já aconteceram ou que acontecem com mais frequência, consideramos imprevistos sem ter a certeza se realmente eles estarão em nossos caminhos. A Lógica Fuzzy tem sido desenvolvida para trabalhar com problemas de imprecisão e verdade parcial. (ORTEGA, 2001)

Dentro deste universo de incertezas, temos os diagnósticos comportamentais, que principalmente em crianças, não são nem de longe determinísticos, usar a palavra “Sim” ou “Não” passa a ser uma tarefa difícil e muitas vezes dolorosa. O desenvolvimento quase nunca é constante e padronizado, variando de uma criança para outra, assim utilizamos intervalos abertos, critérios conceituais e interpretação que varia de acordo com a formação, pensamento e visão do profissional que está aplicando tal diagnóstico. (RAPIN; GOLDMAN, 2008)

Os diagnósticos de Autismo são sempre feitos através da análise comportamental, sendo por entrevista aos pais e cuidadores, analisando as crianças ou as submetendo a uma série de atividades, podendo variar a idade de aplicação do teste ou destacar outras síndromes parecidas. De toda forma, o diagnóstico vai depender da interpretação de um profissional especialista ao verificar o comportamento da criança dentro dos parâmetros escolhidos. Utilizar Sistemas Baseados em Regras Fuzzy em problemas de falta de precisão e incertezas é uma alternativa para diminuir essa imprecisão. Dentro da minha experiência

como gestor escolar, vivenciei a grande dificuldade de diagnóstico e laudo médico, principalmente por falta de informações dos familiares.

Para esse trabalho escolhemos trabalhar com a escala CARS-BR traduzida por Pereira (2007), da escala original CARS (Childhood Autism Rating Scale), desenvolvida por Shopler, Reichler e Renner (1988). A proposta desenvolvida foi elaborar uma sistema baseado em regras fuzzy para o diagnóstico do Transtorno do Espectro Autista. Assim nosso resultado final foi um modelo matemático que chamamos de CARS-BR-Fuzzy, contendo as mesmas questões da escala original e obtendo os mesmos possíveis diagnósticos: sem autismo, autismo leve/moderado, autismo grave. (ZAGO; PEIXOTO, 2018b)

O trabalho se divide em três capítulos, sendo o primeiro sobre alguns tópicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy, apresentando definições, teoremas e demonstrações básicas. O segundo é voltado para as definições, propriedades e exemplos dos Sistemas Baseados em Regras Fuzzy. O terceiro capítulo é direcionado ao modelo matemático proposto de Diagnóstico Fuzzy do Autismo, o CARS-BR-Fuzzy.

1 **ALGUNS TÓPICOS DA TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY**

Neste capítulo vamos dar uma breve introdução e apresentar algumas definições e teoremas sobre a Teoria dos Conjuntos Fuzzy. Utilizamos os trabalhos de Marins (2016), Barros e Bassanezi (2015) e Nicoletti e Camargo (2004) como referências.

1.1 *Subconjuntos Fuzzy*

Dentro da Matemática clássica temos uma relação de elemento e conjunto primitiva que tem como relação entre as partes duas possibilidades, pertencer ou não pertencer, não havendo nenhuma flexibilidade ou relaxamento para problemas que não podem ou devem ser tão fechados.

Dentro desta realidade surgiu a necessidade de começar a pensar e criar mecanismos que pudessem se adaptar e modelar problemas onde a Matemática não conseguia satisfazer, surgindo assim a Teoria dos Conjuntos Fuzzy, criada por Zadeh (1965).

Assim surge a ideia dos conjuntos fuzzy, definida por Zadeh com um subconjunto do conjunto clássico, que continua possibilitando os dois extremos, pertencer ou não pertencer, mas agora permite um grau de pertinência mais flexível, podendo o elemento pertencer parcialmente ao conjunto.

Definição 1. (Conjunto Clássico) Seja U um conjunto universo e A um subconjunto de U . A função característica de A é dada por:

$$\chi_C(x) : \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases}$$

Definição 2. (Conjunto Fuzzy) Seja U um conjunto universo e A um subconjunto de U . A função de pertinência fuzzy de A é dada por:

$$\varphi_F : U \longrightarrow [0, 1]$$

Vale a pena observar que a imagem da função χ_C pode ser apenas dois valores 0 e 1 enquanto a imagem de φ_F pertence ao intervalo $[0,1]$, em ambas quando a função de

pertinência assume valor 0 temos que o elemento não pertence ao conjunto, enquanto quando assume o valor 1 o elemento pertence totalmente ao conjunto. Já na φ_F temos a possibilidade do valor variar dentro do intervalo $[0,1]$, tendo uma pertinência maior quando assume valores mais próximos de 1 e uma pertinência menor quando os valores são mais próximos de 0.

Exemplo 1. Para ilustrar melhor a diferença podemos criar um exemplo. Suponha-se que queremos classificar as pessoas conforme as idades, na primeira situação queremos classificar as pessoas conforme a Constituição Federal, BRASIL (1988), e o Estatuto do Idoso, BRASIL (2003), e na segunda situação a classificação vai considerar o amadurecimento, responsabilidades e comportamento das pessoas, com intervalos desenvolvidos pelo autor sem critérios científicos. Ambos os casos vamos utilizar três conjuntos, conjunto C = Criança, A = Adulto e I = Idoso. Na tabela abaixo criamos funções de pertinência das duas situações para os três conjuntos:

Tabela 1 – Funções de Pertinência Idade

	Conjuntos Crisp	Conjuntos Fuzzy
Criança	$\varphi_{C_C}(i) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq i < 18 \\ 0 & \text{se caso contrário} \end{cases}$	$\varphi_{F_C}(i) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq i < 13 \\ \frac{25-i}{12} & \text{se } 13 \leq i < 25 \\ 0 & \text{se } i \geq 25 \end{cases}$
Adulto	$\varphi_{C_A}(i) = \begin{cases} 1 & \text{se } 18 \leq i < 60 \\ 0 & \text{se caso contrário} \end{cases}$	$\varphi_{F_A}(i) = \begin{cases} \frac{i-13}{12} & \text{se } 13 \leq i < 25 \\ 1 & \text{se } 25 \leq i < 55 \\ \frac{70-i}{15} & \text{se } 55 \leq i \leq 70 \\ 0 & \text{se caso contrário} \end{cases}$
Idoso	$\varphi_{C_I}(i) = \begin{cases} 1 & \text{se } i \geq 60 \\ 0 & \text{se caso contrário} \end{cases}$	$\varphi_{F_I}(i) = \begin{cases} 1 & \text{se } i \geq 70 \\ \frac{i-55}{15} & \text{se } 55 \leq i < 70 \\ 0 & \text{se } i < 55 \end{cases}$

Podemos observar que nos conjuntos criados para a primeira situação foram utilizados conjuntos crisp, tendo como característica os extremos, ou pertence ou não pertence. Assim a pessoa tem 17 anos, 11 meses e 30 dias de vida ainda pertence ao conjunto C, e um dia depois deixa de pertencer a esse conjunto e passa a pertencer ao conjunto A.

Dentro das leis brasileiras não haveria problemas em utilizar essa classificação, porém ao se deparar com a classificação considerando aspectos relacionados ao amadurecimento, responsabilidades e comportamento das pessoas, os conjuntos crisp já não consegue atender. O processo de transição entre ser criança e se tornar adulto ou de ser adulto e se tornar idoso, não acontece de um dia para outro, ele demora anos até se completar e é feito

de maneira gradativa, assim enquanto os dias passam as pessoas vão ficando mais velhas, deixando de ser criança e se tornando adulto ou deixando de ser adulto e se tornando idoso, considerando esses fatos vamos utilizar conjuntos fuzzy.

Agora vamos aplicar algumas idades e ver suas pertinências em cada um dos conjuntos gerados:

Tabela 2 – Aplicações das Funções de Pertinência Idade

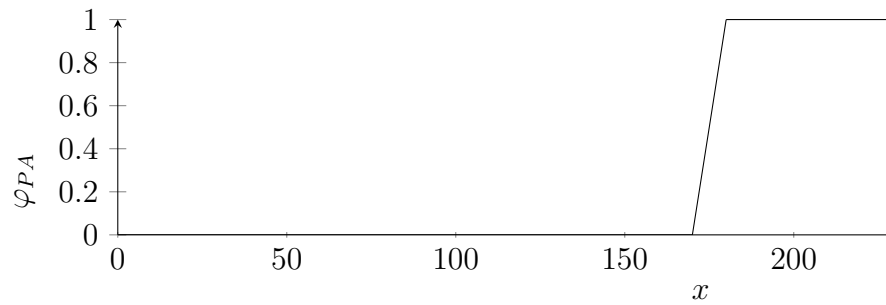
Idade(i)	$\varphi_{C_C}(i)$	$\varphi_{C_A}(i)$	$\varphi_{C_I}(i)$	$\varphi_{F_C}(i)$	$\varphi_{F_A}(i)$	$\varphi_{F_I}(i)$
10	1	0	0	1	0	0
14	1	0	0	0,9	0,1	0
18	0	1	0	0,6	0,4	0
22	0	1	0	0,2	0,8	0
26	0	1	0	0	1	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
52	0	1	0	0	1	0
56	0	1	0	0	0,9	0,1
60	0	0	1	0	0,6	0,4
64	0	0	1	0	0,4	0,6
68	0	0	1	0	0,1	0,9
72	0	0	1	0	0	1

Os conjuntos fuzzy podem ser definidos como subconjuntos de conjuntos universos finitos ou infinitos e podem ser representados de diferentes maneiras, sendo as mais comuns gráficos, listas ou funções de pertinências, sempre relacionando os dados com sua pertinência ao conjunto.

1.1.1 Representação por Gráficos

Neste caso os dados são representados graficamente onde cada ponto do gráfico, representado por duas coordenadas, relaciona o valor da variável pela pertinência da informação dentro do conjunto dado. A Figura 1 representa a relação entre a altura das pessoas, em centímetros, com a pertinência ao Conjunto Pessoas Altas.

Figura 1 – Gráfico de Pertinência do Conjunto Pessoas Altas



1.1.2 Representação por Lista ou Tabelas

Os dados são representados diretamente por pares ordenados, onde a primeira informação é a variável e a segunda é dado pela pertinência da informação em relação ao conjunto. A lista e a Tabela 3 representam a relação entre números naturais próximos de 7(P7):

$$P7 = \left\{ \begin{array}{l} \langle 0, 0 \rangle, \quad \langle 1, 0 \rangle, \quad \langle 2, 0 \rangle, \quad \langle 3, 0 \rangle, \quad \langle 4, 0 \rangle, \quad \langle 5, 0.2 \rangle, \\ \langle 6, 0.7 \rangle, \quad \langle 7, 1 \rangle, \quad \langle 8, 0.7 \rangle, \quad \langle 9, 0.2 \rangle, \quad \langle 10, 0 \rangle, \quad \langle 11, 0 \rangle \end{array} \right.$$

Tabela 3 – Funções de Pertinência Números Próximos de 7

Número(n)	$\varphi_{P7}(n)$
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0.2
6	0.7
7	1
8	0.7
9	0.2
10	0
11	0

1.1.3 Representação por Funções

Neste caso, os dados são representados diretamente por funções de pertinência, ou seja, uma regra algébrica que relaciona os dados com a pertinência dentro dos con-

juntos apresentados. Destacamos, por serem utilizadas com mais frequência, as funções triangulares, trapezoidais e as em formato de sino.

1.1.4 Funções de pertinência do tipo Triangulares

Como o nome já é sugestivo, as funções triangulares apresentam regras analíticas que ao ser expressas em gráficos tem formato de um triângulo.

Definição 3. Um conjunto fuzzy T é chamado de triangular se a sua função de pertinência for da forma:

$$\varphi_T(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{c-a} & \text{se } a \leq x < c \\ \frac{b-x}{b-c} & \text{se } c \leq x < b \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

com $a, b, c \in \mathbb{R}$.

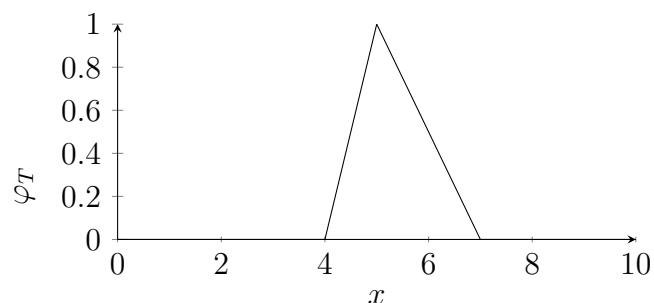
Como podemos observar no Exemplo 2:

Exemplo 2.

$$\varphi_T(x) = \begin{cases} x - 4 & \text{se } 4 \leq x \leq 5 \\ \frac{7-x}{2} & \text{se } 5 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Representado na Figura 2,

Figura 2 – Funções de pertinência do Exemplo 2



1.1.5 Funções de pertinência do tipo Trapezoidal

Assim como as funções triangulares, as funções do tipo trapezoidal apresentam regras analíticas que ao ser expressas em gráficos tem formato de um trapézio.

Definição 4. Um conjunto fuzzy T_z é chamado de trapezoidal se a sua função de pertinência for da forma:

$$\varphi_{T_z}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a \leq x < b \\ 1 & \text{se } b \leq x < c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{se } c \leq x < d \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

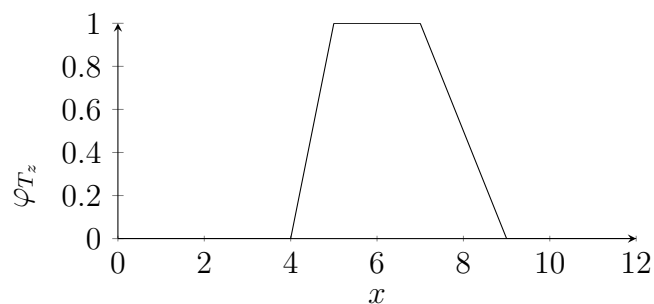
Como podemos observar no Exemplo 3,

Exemplo 3.

$$\varphi_{T_z}(x) = \begin{cases} x - 4 & \text{se } 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{se } 5 \leq x < 7 \\ \frac{9-x}{2} & \text{se } 7 \leq x < 9 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Representado na Figura 3,

Figura 3 – Funções de pertinência do Exemplo 3



1.1.6 Funções de pertinência do tipo Sino

As funções do tipo sino são representadas pela forma analítica com uma função exponencial que ao ser expressas em gráficos tem formato de um sino.

Definição 5. Um conjunto fuzzy S tem forma de sino se a sua função de pertinência for da forma:

$$\varphi_S(x) = \begin{cases} a^{-\left(\frac{x-b}{c}\right)^2} & \text{se } (b-d) \leq x \leq (b+d) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a > 1$, $b > 0$, $c > 0$.

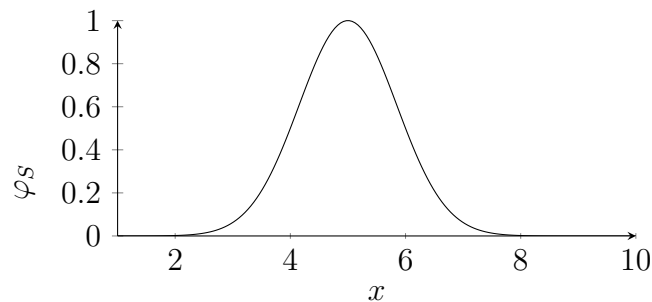
Como podemos observar no Exemplo 4,

Exemplo 4.

$$\varphi_S(x) = \begin{cases} 2^{-((x-5)^2)} & \text{se } 2 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Representado na Figura 4,

Figura 4 – Funções de pertinência do Exemplo 4



1.2 Operações e Propriedades dos Conjuntos Fuzzy

Definição 6. (União de Conjuntos Fuzzy) A união entre dois conjuntos fuzzy, A e B , denominada por $A \cup B$ é um novo conjunto fuzzy do mesmo conjunto universo U , com função de pertinência $\varphi_{A \cup B}$ é dada por:

$$\varphi_{A \cup B}(x) = \max \{ \varphi_A(x), \varphi_B(x) \}, x \in U$$

Definição 7. (Intersecção de Conjuntos Fuzzy) A intersecção entre dois conjuntos fuzzy, A e B , denominada por $A \cap B$ é um novo conjunto fuzzy do mesmo conjunto universo U , com função de pertinência $\varphi_{A \cap B}$ é dada por:

$$\varphi_{A \cap B}(x) = \min \{ \varphi_A(x), \varphi_B(x) \}, x \in U$$

Definição 8. (Conjuntos Complementar de um Conjunto Fuzzy) O complementar do conjuntos fuzzy A , denominada por A' é um novo conjunto fuzzy do mesmo conjunto universo U , com função de pertinência $\varphi_{A'}$ é dada por:

$$\varphi_{A'}(x) = 1 - \varphi_A(x), x \in U$$

Utilizaremos os subconjuntos fuzzy A e B de mesmo universo U , com suas respectivas funções de pertinências φ_A e φ_B , representados nas Figura 5 e Figura 6 para exemplificar as definições de união representado na Figura 7, intersecção representado na Figura 8 e complementar representado na Figura 9:

Figura 5 – Conjunto A

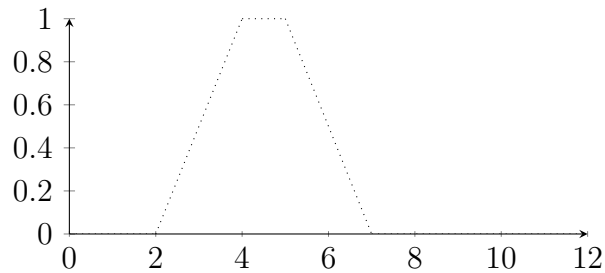


Figura 6 – Conjunto B

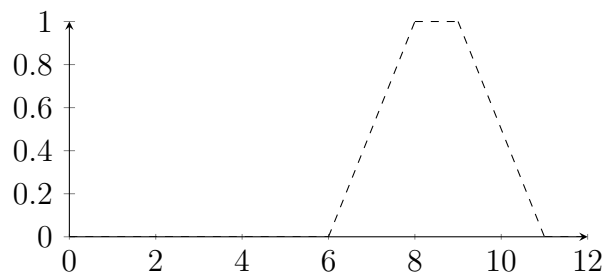


Figura 7 – Conjunto $A \cup B$

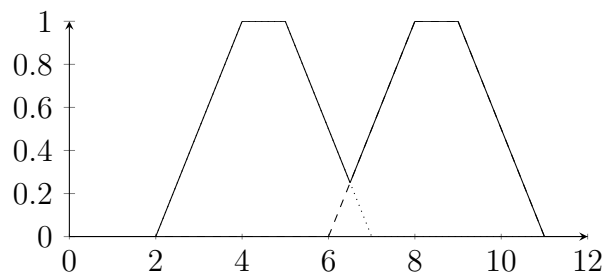
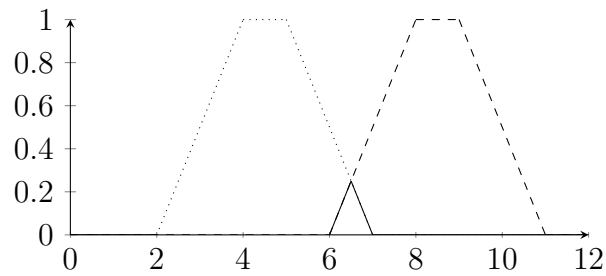
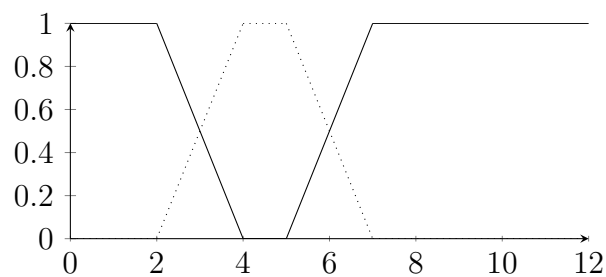


Figura 8 – Conjunto $A \cap B$ Figura 9 – Conjunto A' 

Proposição 1. As operações de união e intersecção dos conjuntos fuzzy têm **propriedade comutativa** portanto:

$$A \cup B = B \cup A$$

e

$$A \cap B = B \cap A$$

Demonstração. Para a demonstração das duas propriedades apresentadas vamos utilizar as propriedades de máximo e mínimo:

$$\max[\varphi_K(x), \varphi_Z(x)] = \frac{1}{2}[\varphi_K(x) + \varphi_Z(x) + |\varphi_K(x) - \varphi_Z(x)|]$$

e

$$\min[\varphi_K(x), \varphi_Z(x)] = \frac{1}{2}[\varphi_K(x) + \varphi_Z(x) - |\varphi_K(x) - \varphi_Z(x)|]$$

assim temos:

$$A \cup B = \max[\varphi_A(x), \varphi_B(x)] = \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + \varphi_B(x) + |\varphi_A(x) - \varphi_B(x)|]$$

como a soma é comutativa e a diferença entre dois valores em módulo é igual, temos:

$$= \frac{1}{2}[\varphi_B(x) + \varphi_A(x) + |\varphi_B(x) - \varphi_A(x)|] = B \cup A$$

logo,

$$A \cup B = B \cup A$$

Analogamente temos a demonstração de $A \cap B = B \cap A$. \square

Proposição 2. As operações de união e intersecção dos conjuntos fuzzy têm **propriedade associativa** portanto:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

e

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

Demonstração. Utilizando a propriedade de máximo temos:

$$A \cup (B \cup C) = \max[\varphi_A(x), \varphi_{B \cup C}(x)] = \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + \varphi_{B \cup C}(x) + |\varphi_A(x) - \varphi_{B \cup C}(x)|]$$

e como

$$\varphi_{B \cup C} = \max[\varphi_B(x), \varphi_C(x)] = \frac{1}{2}[\varphi_B(x) + \varphi_C(x) + |\varphi_B(x) - \varphi_C(x)|]$$

logo,

$$\begin{aligned} A \cup (B \cup C) &= \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + \frac{1}{2}[\varphi_B(x) + \varphi_C(x) + |\varphi_B(x) - \varphi_C(x)|]] \\ &\quad + |\varphi_A(x) - \frac{1}{2}[\varphi_B(x) + \varphi_C(x) + |\varphi_B(x) - \varphi_C(x)|]] \\ &= \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + \frac{1}{2}[\varphi_B(x) + \varphi_C(x) + |\varphi_B(x) - \varphi_C(x)|] + \\ &\quad + |\varphi_A(x) - \frac{1}{2}[\varphi_B(x) + \varphi_C(x) + |\varphi_B(x) - \varphi_C(x)|]]] \end{aligned}$$

supondo, sem perda de generalidade, que $\varphi_A(x) \leq \varphi_B(x) \leq \varphi_C(x)$, temos

$$\begin{aligned} &= \frac{2\varphi_A(x)}{4} + \frac{\varphi_B(x)}{4} + \frac{\varphi_C(x)}{4} - \frac{\varphi_B(x)}{4} + \frac{\varphi_C(x)}{4} \\ &\quad + \left| \frac{2\varphi_A(x)}{4} - \frac{\varphi_B(x)}{4} - \frac{\varphi_C(x)}{4} + \frac{\varphi_B(x)}{4} - \frac{\varphi_C(x)}{4} \right| \\ &= \frac{2\varphi_A(x)}{4} + \frac{2\varphi_C(x)}{4} + \left| \frac{2\varphi_A(x)}{4} - \frac{2\varphi_C(x)}{4} \right| \\ &= \frac{2\varphi_A(x)}{4} + \frac{2\varphi_C(x)}{4} - \frac{2\varphi_A(x)}{4} + \frac{2\varphi_C(x)}{4} \\ &= \frac{4\varphi_C(x)}{4} = \varphi_C(x) \end{aligned}$$

por outro lado,

$$(A \cup B) \cup C = \max[\varphi_{A \cup B}(x), \varphi_C(x)] = \frac{1}{2}[\varphi_{A \cup B}(x) + \varphi_C(x) + |\varphi_{A \cup B}(x) - \varphi_C(x)|]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} [\varphi_A(x) + \varphi_B(x) + |\varphi_A(x) - \varphi_B(x)|] + \varphi_C(x) \right. \\
&\quad \left. + \left| \frac{1}{2} [\varphi_A(x) + \varphi_B(x) + |\varphi_A(x) - \varphi_B(x)|] - \varphi_C \right| \right]
\end{aligned}$$

como $\varphi_A(x) \leq \varphi_B(x) \leq \varphi_C(x)$, logo

$$\begin{aligned}
&= \frac{\varphi_A(x)}{4} + \frac{\varphi_B(x)}{4} - \frac{\varphi_A(x)}{4} + \frac{\varphi_B(x)}{4} + \frac{2\varphi_C(x)}{4} \\
&+ \left| \frac{\varphi_A(x)}{4} + \frac{\varphi_B(x)}{4} - \frac{\varphi_A(x)}{4} + \frac{\varphi_B(x)}{4} - \frac{2\varphi_C(x)}{4} \right| \\
&\quad \frac{2\varphi_B(x)}{4} + \frac{2\varphi_C(x)}{4} + \left| \frac{2\varphi_B(x)}{4} - \frac{2\varphi_C(x)}{4} \right| \\
&\quad \frac{2\varphi_B(x)}{4} + \frac{2\varphi_C(x)}{4} - \frac{2\varphi_B(x)}{4} + \frac{2\varphi_C(x)}{4} \\
&\quad \frac{4\varphi_C(x)}{4} = \varphi_C(x)
\end{aligned}$$

Portanto,

$$A \cup (B \cup C) = \varphi_C(x) = (A \cup B) \cup C$$

Analogamente, temos a demonstração de

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

□

Proposição 3. As operações de união e intersecção dos conjuntos fuzzy têm **propriedade idempotente**, portanto

$$A \cup A = A$$

e

$$A \cap A = A$$

Demonstração. Pela propriedade de máximo temos

$$\begin{aligned}
A \cup A &= \max[\varphi_A(x), \varphi_A(x)] = \frac{1}{2} [\varphi_A(x) + \varphi_A(x) + |\varphi_A(x) - \varphi_A(x)|] \\
&= \frac{1}{2} [2\varphi_A(x) + |0|] = \frac{2\varphi_A(x)}{2} = \varphi_A(x) = A
\end{aligned}$$

Analogamente, temos a demonstração de

$$A \cap A = A$$

□

Proposição 4. As operações de união e intersecção dos conjuntos fuzzy têm **propriedade distributiva**, portanto

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

e

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Demonstração. Pela definição de união e intersecção dos conjuntos fuzzy temos

$$A \cup (B \cap C) = \max[\varphi_A(x), \min[\varphi_B(x), \varphi_C(x)]]$$

Supondo, sem perda de generalidade, que $\varphi_A(x) \leq \varphi_B(x) \leq \varphi_C(x)$, temos

$$\max[\varphi_A(x), \min[\varphi_B(x), \varphi_C(x)]] = \max[\varphi_A(x), \varphi_B(x)] = \varphi_B(x)$$

Por outro lado,

$$\begin{aligned} (A \cup B) \cap (A \cup C) &= \min[\max[\varphi_A(x), \varphi_B(x)], \max[\varphi_A(x), \varphi_C(x)]] \\ &= \min[\varphi_B(x), \varphi_C(x)] = \varphi_B(x) \end{aligned}$$

Portanto, temos

$$A \cup (B \cap C) = \varphi_B(x) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Analogamente, temos a demonstração de

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

□

Proposição 5. Os conjuntos fuzzy têm **propriedade involução**, portanto

$$A'' = A$$

Demonstração. Por definição de conjuntos complementar fuzzy, temos

$$A'' = (1 - (1 - \varphi_A(x))) = (1 - 1 + \varphi_A(x)) = \varphi_A(x) = A$$

□

Proposição 6. As operações de união e intersecção dos conjuntos fuzzy têm **propriedade absorção**, portanto

$$A \cup (A \cap B) = A$$

e

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Demonstração. Pela definição de união e intersecção dos conjuntos fuzzy temos

$$A \cup (A \cap B) = \max[\varphi_A(x), \min[\varphi_A(x), \varphi_B(x)]]$$

supondo, sem perda de generalidade, que $\varphi_A(x) \leq \varphi_B(x)$, logo

$$\max[\varphi_A(x), \min[\varphi_A(x), \varphi_B(x)]] = \max[\varphi_A(x), \varphi_A(x)] = \varphi_A(x) = A$$

portanto,

$$A \cup (A \cap B) = A$$

analogamente, temos a demonstração de

$$A \cap (A \cup B) = A$$

□

Proposição 7. As operações de união e intersecção dos conjuntos fuzzy têm **propriedade identidade**, portanto

$$A \cup \emptyset = A$$

e

$$A \cap U = A$$

Lembrando que \emptyset é o conjunto vazio cuja pertinência é $\varphi_{\emptyset}(x) = 0$ e U é o conjunto universo cuja pertinência é $\varphi_U(x) = 1$

Demonstração. Pela definição de união e intersecção dos conjuntos fuzzy temos

$$A \cup \emptyset = \max[\varphi_A(x), \varphi_{\emptyset}(x)] = \varphi_A(x) = A$$

e

$$A \cap U = \min[\varphi_A(x), \varphi_U(x)] = \varphi_A(x) = A$$

□

Proposição 8. Os conjuntos fuzzy têm **propriedade de contradição**, se e somente se, $\varphi_A = 0$ ou $\varphi_A = 1$, portanto

$$A \cap A' = \emptyset$$

para $\varphi_A = 1$ ou $\varphi_A = 0$.

Demonstração. Pela definição de intersecção dos conjuntos fuzzy temos

$$A \cap A' = \min[\varphi_A(x), \varphi_{A'}(x)] = \min[\varphi_A(x), (1 - \varphi_A(x))]$$

pela propriedade de mínimo, temos

$$\begin{aligned} \min[\varphi_A(x), (1 - \varphi_A(x))] &= \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + (1 - \varphi_A(x)) - |\varphi_A(x) - (1 - \varphi_A(x))|] \\ &= \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + 1 - \varphi_A(x) - |\varphi_A(x) - 1 + \varphi_A(x)|] \\ &= \frac{1}{2}[1 - |2\varphi_A(x) - 1|] \end{aligned}$$

Sem perda de generalidade, tomando $\varphi_A(x) > \frac{1}{2}$, temos

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}[1 - 2\varphi_A(x) + 1] \\ &= \frac{1}{2}[2 - 2\varphi_A(x)] \\ &= 1 - \varphi_A(x) \end{aligned}$$

Portando se $A \cap A' = \emptyset$, $\min[\varphi_A(x), \varphi_{A'}(x)] = 0$, portanto $\varphi_A(x) = 1$. □

Proposição 9. Os conjuntos fuzzy têm **propriedade de meio excluído**, se e somente se, $\varphi_A = 0$ ou $\varphi_A = 1$, portanto

$$A \cup A' = U$$

para $\varphi_A = 1$ ou $\varphi_A = 0$.

Demonstração. Pela definição de união dos conjuntos fuzzy, temos

$$A \cup A' = \max[\varphi_A(x), \varphi_{A'}(x)] = \max[\varphi_A(x), (1 - \varphi_A(x))]$$

pela propriedade de máximo, temos

$$\begin{aligned} \max[\varphi_A(x), (1 - \varphi_A(x))] &= \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + (1 - \varphi_A(x)) + |\varphi_A(x) - (1 - \varphi_A(x))|] \\ &= \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + 1 - \varphi_A(x) + |\varphi_A(x) - 1 + \varphi_A(x)|] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}[1 + |2\varphi_A(x) - 1|]$$

Sem perda de generalidade, tomando $\varphi_A(x) > \frac{1}{2}$, temos

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}[1 + 2\varphi_A(x) - 1] \\ &= \frac{1}{2}[2\varphi_A(x)] \\ &= \varphi_A(x) \end{aligned}$$

Portando se $A \cup A' = U$, $\max[\varphi_A(x), \varphi_{A'}(x)] = 1$, portanto $\varphi_A(x) = 1$. \square

Proposição 10. Os conjuntos fuzzy têm **propriedade de Morgan**, portanto

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

e

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

Demonstração. Pela definição de intersecção e complementar dos conjuntos fuzzy temos

$$(A \cap B)' = 1 - \min[\varphi_A(x), \varphi_B(x)]$$

pela propriedade de mínimo, temos

$$\begin{aligned} 1 - \min[\varphi_A(x), \varphi_B(x)] &= 1 - \frac{1}{2}[\varphi_A(x) + \varphi_B(x) - |\varphi_A(x) - \varphi_B(x)|] \\ &= \frac{1}{2}[2 - \varphi_A(x) - \varphi_B(x) + |\varphi_A(x) - \varphi_B(x)|] \\ &= \frac{1}{2}[(1 - \varphi_A(x)) + (1 - \varphi_B(x)) + |(1 + \varphi_A(x)) - (1 + \varphi_B(x))|] \\ &= \frac{1}{2}[\varphi_{A'}(x) + \varphi_{B'}(x) + |\varphi_{A'}(x) - \varphi_{B'}(x)|] = \max[\varphi_{A'}(x), \varphi_{B'}(x)] = A' \cup B' \end{aligned}$$

portanto,

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

pnalogueamente, temos

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

\square

1.3 Conjuntos α - nível

Muitas vezes ao se trabalhar com problemas dentro da Lógica Fuzzy e com seus subconjuntos surge a necessidade de descrever um conjunto de elementos classificados com seus graus de pertinência, caracterizado pelas suas funções de pertinências, em conjunto clássicos (crisp) e uma das alternativas para fazer esse processo é utilizar a definição de α - nível.

Definição 9. Seja A um subconjunto fuzzy do conjunto universo U e $\alpha \in [0,1]$. Definimos como α - nível um subconjunto clássico de U tal que:

$$[A]^\alpha = \{x \in U : \varphi_A(x) \geq \alpha\} \text{ para } 0 < \alpha \leq 1$$

Definição 10. Seja A um subconjunto fuzzy do conjunto universo U e chamamos esse subconjunto de **normal** se todos os α -níveis forem não vazios, portanto

$$[A]^1 \neq \emptyset$$

Definido o α - nível, vamos definir também quem são o Suporte, o Core e a Altura.

Definição 11. Seja A um subconjunto fuzzy do conjunto universo U . Definimos como **suporte de A** um subconjunto clássico de U tal que:

$$\text{suporte}(A) = \{x \in U : \varphi_A(x) \geq 0\}$$

Definição 12. Seja A um subconjunto fuzzy do conjunto universo U . Definimos como **core de A** um subconjunto clássico de U tal que:

$$\text{core}(A) = \{x \in U : \varphi_A(x) = 1\}$$

Definição 13. Seja A um subconjunto fuzzy do conjunto universo U . Definimos como **altura de A** um número real $\in [0,1]$:

$$\text{altura}(A) = \sup_{x \in U} \varphi_A(x)$$

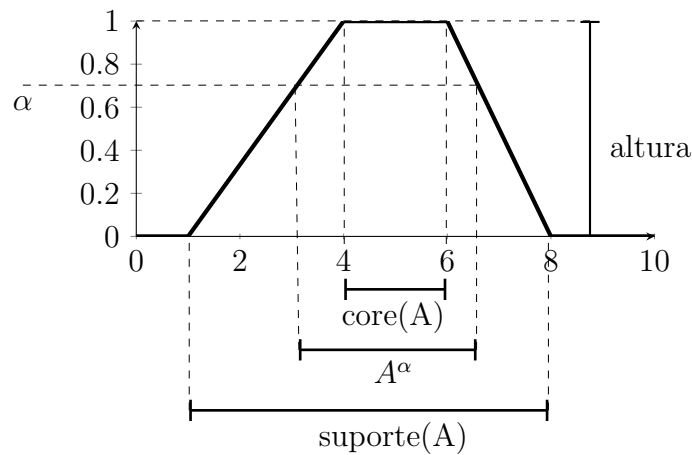
Importante destacar que apesar da maioria dos conjuntos fuzzy ter pelo menos um elemento com pertinência igual a 1, existem conjuntos fuzzy onde a pertinência não chega a esse valor.

Exemplo 5. Vamos dar um exemplo das definições anteriores. Dado o conjunto fuzzy A definido por

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } 4 \leq x \leq 6 \\ \frac{x-1}{3} & \text{se } 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{8-x}{2} & \text{se } 6 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Graficamente representado pela Figura 10

Figura 10 – Conjunto A - suporte, α -nível, altura e core



Fonte: Adaptado de NICOLETTI e CAMARGO, 2004

Assim temos que a altura(A) = 1, o core(A) é [4,6] e suporte(A) é]1,8[. Já em relação aos α -níveis cada conjunto fuzzy pode conter inúmeros conjunto crisp definidos com α -nível, vamos definir alguns exemplos tomando $\alpha = 0,2$; $0,5$; $0,8$; 1 .

$$[A]^{0,2} = [1, 6; 7, 6]$$

$$[A]^{0,5} = [2, 5; 7]$$

$$[A]^{0,8} = [3, 4; 6, 4]$$

$$[A]^1 = [4; 6]$$

$$[A]^\alpha = [3\alpha + 1; 8 - 2\alpha]$$

Teorema 1. Sejam A e B subconjuntos fuzzy de U. Temos que $A = B$, se e somente se, $[A]^\alpha = [B]^\alpha$, para qualquer $\alpha \in [0,1]$.

Demonstração. A primeira parte da demonstração é uma consequência direta da definição de α -nível, portanto se $A = B$ então $[A]^\alpha = [B]^\alpha$, para qualquer $\alpha \in [0,1]$.

Vamos provar a volta. Suponha por absurdo que $[A]^\alpha = [B]^\alpha$, para qualquer $\alpha \in [0,1]$ e que $A \neq B$, portanto temos que existe pelo menos um $x \in U$, tal que $\varphi_A(x) \neq \varphi_B(x)$. Suponha, sem perda de generalidade, $\varphi_A(x) > \varphi_B(x)$, logo temos que $x \in [A]^{\varphi_A(x)}$ e $x \notin [B]^{\varphi_A(x)}$ portanto temos que $[A]^{\varphi_A(x)} \neq [B]^{\varphi_A(x)}$ que contradiz a nossa hipótese inicial de que $[A]^\alpha = [B]^\alpha$, absurdo.

□

Proposição 11. Dado um conjunto fuzzy A , a função de pertinência $\varphi_A(x)$ pode ser expressa em termos de funções características de seus α -níveis, portanto

$$\varphi_A(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \min[\alpha, \chi_{[A]^\alpha}] \text{ onde } \chi_{[A]^\alpha} = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [A]^\alpha \\ 0 & \text{se } x \notin [A]^\alpha \end{cases}$$

Demonstração. Supondo que $\alpha \geq 0$, temos que se $x \notin [A]^\alpha$ então $\chi_{[A]^\alpha} = 0$ e portanto o $\min[\alpha, \chi_{[A]^\alpha}] = 0$, como queremos o maior de todos os mínimos, não queremos que ele seja 0, muito porque se isso acontecer $\varphi_A(x) = 0$, $x \in [A]^\alpha$ para $\forall \alpha \in [0,1]$, o que contraria a hipótese. Sendo assim, temos que para $\alpha \geq 0$ temos que $x \in [A]^\alpha$, portanto o $\min[\alpha, \chi_{[A]^\alpha}] = \alpha$, como queremos o maior de todos os mínimos, temos que α é igual a $\varphi_A(x)$, uma vez que α for menor que $\varphi_A(x)$, teremos um α' maior que α e portanto ele não seria o maior. Se α é maior $\varphi_A(x)$, por definição de $[A]^\alpha$, $x \notin [A]^\alpha$, o que contraria nossa hipótese inicial.

□

2 SISTEMAS FUZZY

Os Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF) contém 4 componentes: um processador de entrada (fuzzificação), uma base de regras linguística, um método de inferência fuzzy e um processador de saída (defuzzificador) que fornece uma saída real, conforme Figura 11.

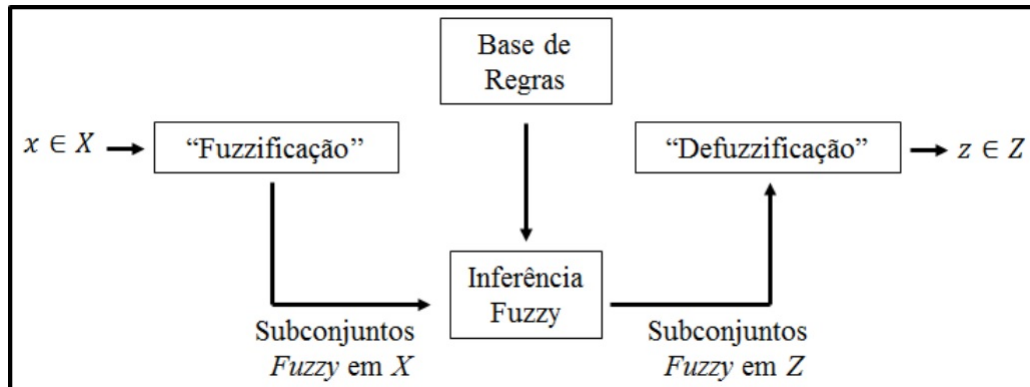


Figura 11 – Arquitetura do SBRF.

Fonte: Extraído de Magnago (2005)

Neste capítulo apresentaremos conceitos básicos para a construção e aplicação de modelos baseados em regras fuzzy, assim como algumas aplicações. Utilizamos para esse capítulo como referências os trabalhos de Marins (2016), Barros e Bassanezi (2015) e Nicoletti e Camargo (2004).

2.1 Conectivos da Lógica Fuzzy

Dentro da Matemática Clássica temos quatro grandes conectivos lógicos que foram adaptados dentro da Lógica Fuzzy e são de grande importância para a construção de Sistemas Baseados em Regras Fuzzy. São os conectivos E, OU, NÃO e Implicação. Vamos compará-los com a Lógica Clássica e defini-los na Lógica Fuzzy.

2.1.1 t-norma Δ

Na Lógica Fuzzy o operador t-norma, representado por Δ , é uma extensão do conectivo lógico E representado por \wedge na Lógica Clássica. Antes de apresentar a definição de Δ , vamos apresentar a tabela verdade da lógica E, conforme a Tabela 4:

Tabela 4 – Tabela Verdade E

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Agora vamos definir o operador t-norma (Δ):

Definição 14. O operador $\Delta : [0,1] \times [0,1] \longrightarrow [0,1]$, $\Delta(x,y) = x \Delta y$, é uma t-norma, se satisfazer as seguintes condições:

$$t_1) \text{ elemento neutro: } \Delta(1,x) = 1 \Delta x = x;$$

$$t_2) \text{ comutativa: } \Delta(x,y) = x\Delta y = y\Delta x = \Delta(y,x)$$

$$t_3) \text{ associativa: } x\Delta(y\Delta z) = (x\Delta y)\Delta z ;$$

$$t_4) \text{ monotonicidade: se } x \leq y \text{ e } z \leq k, \text{ então } x\Delta z \leq y\Delta k.$$

Vale a pena observar que todas as condições da t-norma satisfazem a Tabela 4 da Lógica Clássica, assim temos que Δ é uma extensão fuzzy de \wedge , como podemos demonstrar as quatro propriedades satisfazem a tabela verdade:

Demonstração. Para t_1 tomamos que $p = 1$ e q pode assumir dois valores 0 ou 1, assim temos as duas situações:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0

Para t_2 temos que p e q podemos assumir ambos dois valores 0 ou 1, assim temos as quatro situações:

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	0

Para t_3 temos que p , q , r podemos assumir ambos dois valores 0 ou 1, assim temos as oito situações:

p	q	r	$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r$
1	1	1	1	1
1	1	0	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
0	1	1	0	0
0	1	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0

Para t_4 temos que p, q, r, s podemos assumir ambos dois valores 0 ou 1, mais temos que garantir que $p \leq r$ e $q \leq s$, assim temos as nove situações:

p	q	r	s	$p \wedge q$	$r \wedge s$	$p \wedge q \leq r \wedge s$
1	1	1	1	1	1	$1 \leq 1$
1	0	1	1	0	1	$0 \leq 1$
1	0	1	0	0	0	$0 \leq 0$
0	1	1	1	0	1	$0 \leq 1$
0	0	1	1	0	1	$0 \leq 1$
0	0	1	0	0	0	$0 \leq 0$
0	1	0	1	0	0	$0 \leq 0$
0	0	0	1	0	0	$0 \leq 0$
0	0	0	0	0	0	$0 \leq 0$

□

Existem várias maneiras de criar um operador lógico classificado como t-norma, que satisfazem todas as condições estabelecidas. Muito utilizada é a relação de mínimo, a qual vamos demonstrar.

Exemplo 6. Definimos o operador lógico fuzzy t-norma mínimo de:

$$\Delta_{min}(x, y) = \min\{x, y\}$$

Assim temos que Δ_{min} satisfaz as quatro propriedades:

Para t_1 (elemento neutro) tomamos $x = 1$ e $y \in [0,1]$ portanto temos:

$$\Delta_{min}(1, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } y = 1 \\ y & \text{se } y < 1 \end{cases}$$

Para t_2 (comutatividade) tomamos, sem perda de generalidade, que $x \leq y$, então temos:

$$\Delta_{min}(x, y) = x = \Delta_{min}(y, x)$$

Para t_3 (associatividade), tomamos sem perda de generalidade, que $x \leq y \leq z$, então temos:

$$\Delta_{min}(x, \Delta_{min}(y, z)) = \Delta_{min}(x, y) = x = \Delta_{min}(x, z) = \Delta_{min}(\Delta_{min}(x, y), z)$$

Para t_4 (monotonicidade), tomamos sem perda de generalidade, que $x \leq y \leq z \leq k$, portanto em particular temos que $x \leq z$ e $y \leq k$, portanto:

$$\Delta_{min}(x, y) = x \leq z = \Delta_{min}(z, k)$$

2.1.2 t-conorma ∇

Dentro da Lógica Fuzzy o operador t-conorma, representado por ∇ , é uma extensão do conectivo lógico “OU” representado por \vee na Lógica Clássica. Antes de apresentar a definição de ∇ , vamos apresentar a tabela verdade do conetivo logico “OU”, na Tabela 5:

Tabela 5 – Tabela Verdade OU

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Agora vamos definir o operador t-conorma (∇):

Definição 15. O operador $\nabla : [0,1] \times [0,1] \longrightarrow [0,1]$, $\nabla(x,y) = x \nabla y$, é uma t-conorma, se satisfazer as seguintes condições:

$$c_1) \text{ elemento neutro: } \nabla(0,x) = 0 \nabla x = x;$$

$$c_2) \text{ comutativa: } \nabla(x,y) = x \nabla y = y \nabla x = \nabla(y,x)$$

$$c_3) \text{ associativa: } x \nabla (y \nabla z) = (x \nabla y) \nabla z ;$$

$$c_4) \text{ monotonicidade: se } x \leq y \text{ e } z \leq k, \text{ então } x \nabla z \leq y \nabla k.$$

Vale a pena observar que assim como as t-normas satisfazem a tabela verdade E da Lógica Clássica, as t-conormas satisfazem a tabela verdade OU da Lógica Clássica. Assim temos que ∇ é uma extensão fuzzy de \vee , como podemos demonstrar as quatro propriedades satisfazem a tabela verdade:

Demonstração. Para c_1 tomamos que $p = 0$ e q pode assumir dois valores 0 ou 1, assim temos as duas situações:

p	q	$p \vee q$
0	1	1
0	0	0

Para c_2 temos que p e q podemos assumir ambos dois valores 0 ou 1, assim temos as quatro situações:

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

Para c_3 temos que p, q, r podemos assumir ambos dois valores 0 ou 1, assim temos as oito situações:

p	q	r	$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	0	0

Para c_4 temos que p, q, r, s podemos assumir ambos dois valores 0 ou 1, mais temos que garantir que $p \leq r$ e $q \leq s$, assim temos as nove situações:

p	q	r	s	$p \vee q$	$r \vee s$	$p \vee q \leq r \vee s$
1	1	1	1	1	1	$1 \leq 1$
1	0	1	1	1	1	$1 \leq 1$
1	0	1	0	1	1	$1 \leq 1$
0	1	1	1	1	1	$1 \leq 1$
0	0	1	1	0	1	$0 \leq 1$
0	0	1	0	0	1	$0 \leq 1$
0	1	0	1	1	1	$1 \leq 1$
0	0	0	1	0	1	$0 \leq 1$
0	0	0	0	0	0	$0 \leq 0$

□

Existem várias maneiras de criar uma operador lógico classificado como t-conorma, que satisfazem todas as condições estabelecidas. destacamos a relação de máximo, a qual vamos demonstrar.

Exemplo 7. Definimos o operador lógico fuzzy t-conorma máximo de:

$$\nabla_{max}(x, y) = \max\{x, y\}$$

Assim temos que ∇_{max} satisfaz as quatro propriedades:

Para c_1 (elemento neutro) tomamos $x = 0$ e $y \in [0,1]$ portanto temos:

$$\nabla_{max}(0, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } y = 0 \\ y & \text{se } y > 0 \end{cases}$$

Para c_2 (comutatividade) tomamos, sem perda de generalidade, que $x \leq y$, então temos:

$$\nabla_{max}(x, y) = y = \nabla_{max}(y, x)$$

Para c_3 (associatividade), tomamos sem perda de generalidade, que $x \leq y \leq z$, então temos:

$$\nabla_{max}(x, \nabla_{max}(y, z)) = \nabla_{max}(x, z) = z = \nabla_{max}(y, z) = \nabla_{max}(\nabla_{max}(x, y), z)$$

Para c_4 (monotonicidade), tomamos sem perda de generalidade, que $x \leq y \leq z \leq k$, portanto em particular temos que $x \leq z$ e $y \leq k$, portanto:

$$\nabla_{max}(x, y) = y \leq k = \nabla_{max}(z, k)$$

2.1.3 Negação (η)

Na Lógica Fuzzy o operador negação, representado por η , é uma extensão do conectivo lógico “NÃO” representado por \neg na Lógica Clássica. A Tabela 6 traz a tabela verdade do conetivo lógico “NÃO”:

Tabela 6 – Tabela Verdade NÃO

p	$\neg p$
1	0
0	1

Agora vamos definir o operador negação (η):

Definição 16. O operador $\eta : [0,1] \longrightarrow [0,1]$, é uma negação se satisfazer as seguintes condições:

n_1) froteira: $\eta(0) = 1$ e $\eta(1) = 0$;

n_2) monotonicidade: η é decrescente

Se η for estritamente decrescente então vale:

n_3) : involução: $\eta(\eta(x)) = x$;

Para o caso onde as 3 propriedades são validas temos uma negação forte.

Note que a negação forte satisfaz a tabela verdade ”NÃO” da Lógica Clássica. Assim temos que η é uma extensão fuzzy de \neg , como podemos demonstrar as quatro propriedades satisfazem a tabela verdade:

Demonstração. Para n_1 temos que η pode assumir apenas dois valores 1 e 0, portando:

$$\eta(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 1 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Para n_2 temos que η pode assumir apenas dois valores 1 e 0, tome então $x_1 = 0$ e $x_2 = 1$, logo $\eta(x_1) = 1$ e $\eta(x_2) = 0$, portanto temos:

$$x_1 < x_2 \implies \eta(x_1) > \eta(x_2)$$

Para n_3 temos que η pode assumir apenas dois valores 1 e 0, logo temos:

$$x = 1 \implies \eta(\eta(1)) = \eta(0) = 1 \text{ e para } x = 0 \implies \eta(\eta(0)) = \eta(1) = 0$$

□

2.1.4 Implicação Fuzzy (\longrightarrow)

O operador implicação fuzzy representado por \longrightarrow é uma extensão do conectivo lógico com o mesmo nome representado por \implies na Lógica Clássica. Agora vamos definir o operador implicação fuzzy (\longrightarrow):

Definição 17. Um operador $\longrightarrow: [0,1] \times [0,1] \longrightarrow [0,1]$ é uma implicação fuzzy se satisfazer as condições:

i_1) reproduzir a tabela da implicação clássica.

i_2) for decrescente na primeira variável, portanto para $x \in [0,1]$ temos que:

$$(a \longrightarrow x) \leq (b \longrightarrow x) \text{ se } a \geq b;$$

i_3) for crescente na segunda variável, portanto para $x \in [0,1]$ temos que:

$$(x \longrightarrow a) \leq (x \longrightarrow b) \text{ se } a \leq b;$$

2.2 Base de Regras e Fuzzificação

Depois de definir os conjuntos fuzzy e seus conectivos lógicos vamos relacionar essas informações e gerar elementos essenciais para a modelagem matemática.

Para dar início a modelagem precisamos de uma situação problema na qual vamos considerar dados de entrada, processar essas informações e gerar dados ou comandos que chamamos de saída. Para ilustrar melhor essa explicação vamos utilizar um exemplo e em paralelo com definições criar o controlador fuzzy.

Vamos supor que queremos prever o tempo de espera de um atendimento em uma agência bancária. Nesta situação problema teremos duas variáveis de entrada: velocidade do sistema e número de clientes, e uma variável de saída: tempo de espera.

Dentro desta situação cada uma de nossas variáveis entrada/saída são chamadas de variáveis linguísticas, representadas por um conjunto universo que apresentam em seu interior os subconjuntos fuzzy. Os subconjuntos fuzzy são dados pelas características ou condições que as variáveis podem se encontrar. Para ilustrar melhor, vamos estabelecer essas situações no exemplo do tempo de espera do banco:

Velocidade do Sistema (v) = Lento, Moderado e Rápido.

Número de Clientes(c): Poucos, Muitos.

Tempo de Espera(t): Baixo, Normal, Alto, Muito Alto

Agora que temos nossas variáveis e dentro delas suas classificações, vamos elaborar a base de regras. Dentro dos Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, temos que a base de regras é formada pelo conjunto de sentenças formados pela estrutura “Se” e “Então” que deve ser traduzida para o universo da Matemática para que possa ser processado. No nosso caso, temos uma base de regras formadas por 6 regras, resultado do produto de todas as classificações: clientes (poucos/muitos) x sistema (lento/moderado/rápido), e cada uma destas regras sua condição de saída (baixo/normal/alto/muito alto). Neste caso, a base de regras é dado por

*”Se temos poucos clientes e o sistema está rápido **então** o tempo da fila é baixo”*

*”Se temos poucos clientes e o sistema está moderado **então** o tempo da fila é normal”*

*”Se temos poucos clientes e o sistema está lento **então** o tempo da fila é alto”*

*”Se temos muitos clientes e o sistema está rápido **então** o tempo da fila é normal”*

*”Se temos muitos clientes e o sistema está moderado **então** o tempo da fila é alto”*

*”Se temos muitos clientes e o sistema está lento **então** o tempo da fila é muito alto”*

O próximo passo é chamado de fuzzificação, nesta etapa para cada classificação determinada previamente se define um subconjunto fuzzy e sua função de pertinência, assim os valores reais que fazem parte do nosso conjunto universo, tem uma pertinência em relação a cada subconjunto daquela situação.

Temos duas características relacionadas a quantidade de clientes, poucos e muitos, portanto vamos definir para essa variável dois subconjuntos. Assim temos dois subconjuntos fuzzy dentro deste universo o C_p e C_m e suas pertinências, definidas por:

$$C_p(c) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq c < 3 \\ \frac{8-c}{5} & \text{se } 3 \leq c < 8 \\ 0 & \text{se } c \geq 8 \end{cases} \quad C_m(c) = \begin{cases} 1 & \text{se } c \geq 9 \\ \frac{c-5}{4} & \text{se } 5 \leq c < 9 \\ 0 & \text{se } c \leq 5 \end{cases}$$

e representada pela Figura 12.

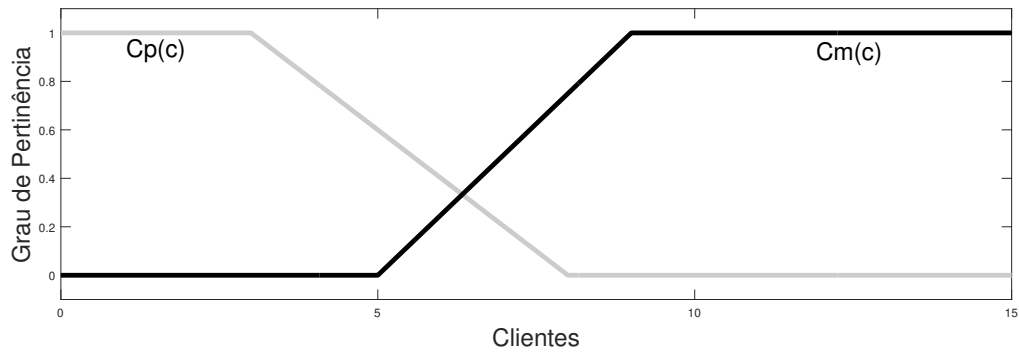


Figura 12 – Funções de Pertinência dos Clientes

Para a característica relacionada a velocidade do sistema temos 3 subconjuntos, lento, moderado e rápido. A velocidade do sistema vai variar pelo tempo de processamento, uma variável real que vai de 0 a 100, onde 0 representa o sistema inoperante e 100 sistema funcionando em velocidade total. Assim, temos os subconjuntos fuzzy definidos pelas suas funções de pertinência V_l (lento), V_m (moderado) e V_r (rápido), definidas por:

$$V_l(v) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq v < 20 \\ \frac{40-v}{20} & \text{se } 20 \leq v < 40 \\ 0 & \text{se } v \geq 40 \end{cases} \quad V_m(v) = \begin{cases} 0 & \text{se } v < 20 \\ \frac{v-20}{30} & \text{se } 20 \leq v < 50 \\ \frac{90-v}{40} & \text{se } 50 \leq v < 90 \\ 0 & \text{se } v \geq 90 \end{cases}$$

$$V_r(v) = \begin{cases} 0 & \text{se } v < 60 \\ \frac{v-60}{30} & \text{se } 60 \leq v < 90 \\ 1 & \text{se } v \geq 90 \end{cases}$$

e representada pela Figura 13.

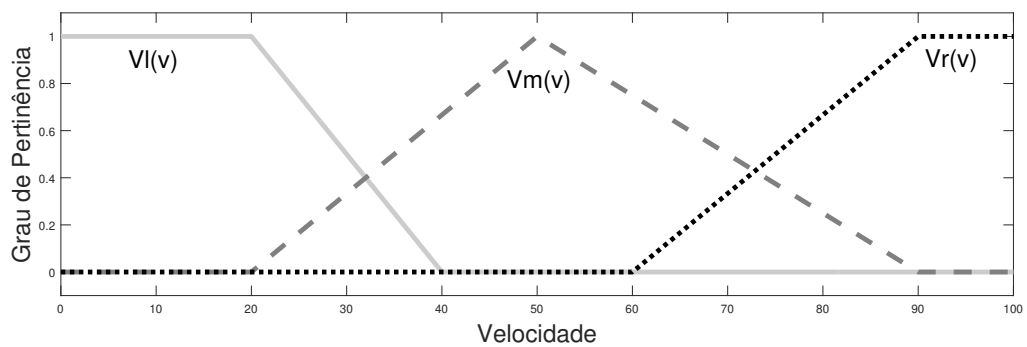


Figura 13 – Funções de Pertinência da Velocidade

Para a característica relacionada ao tempo de espera 4 subconjuntos, baixo, normal, alto, muito alto. O tempo será contabilizado em minutos assumindo valores maiores ou iguais a 0. Assim, temos os subconjuntos fuzzy definidos pelas suas funções de pertinência T_p (pouco), T_n (normal), T_a (alto) e T_m (muito alto), definidos por:

$$T_p(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq t < 5 \\ \frac{t-5}{5} & \text{se } 5 \leq t < 10 \\ 0 & \text{se } t \geq 10 \end{cases} \quad T_n(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 5 \\ \frac{t-5}{10} & \text{se } 5 \leq t < 15 \\ 1 & \text{se } 15 \leq t < 20 \\ \frac{30-t}{10} & \text{se } 20 \leq t < 30 \\ 0 & \text{se } t \geq 30 \end{cases}$$

$$T_a(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 20 \\ \frac{t-20}{20} & \text{se } 20 \leq t < 45 \\ \frac{60-t}{20} & \text{se } 40 \leq t < 60 \\ 0 & \text{se } t \geq 60 \end{cases} \quad T_m(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 40 \\ \frac{t-40}{40} & \text{se } 40 \leq t < 80 \\ 1 & \text{se } t \geq 80 \end{cases}$$

e representada pela Figura 14.

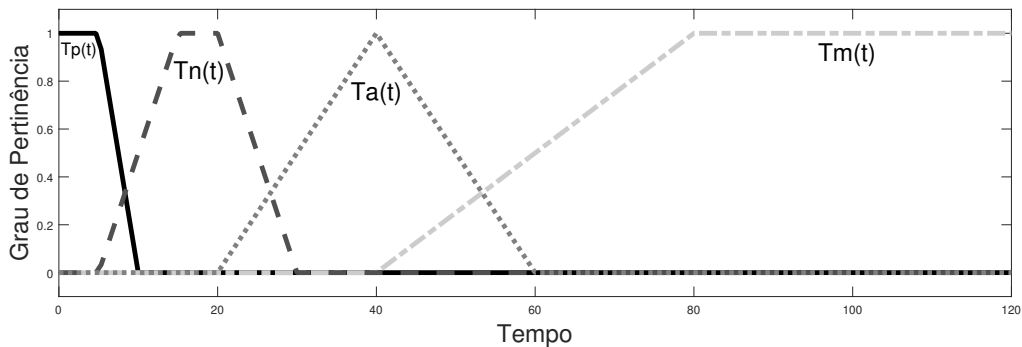


Figura 14 – Funções de Pertinência do Tempo

Para os módulos base de regras e fuzzificação é importante a presença de um especialista e, algumas vezes, de dados anteriores para que o modelo tenha mais consistência e os resultados mais reais. Neste exemplo, por se tratar de um modelo explicativo os dados são fictícios e foram criados para exemplificar todo o processo.

2.3 Inferência Fuzzy

A inferência fuzzy é o processo de tradução das bases de regras para o mundo da Matemática. Dentro dela vamos utilizar técnicas, juntamente com os conectivos lógicos apresentados: t-normas, t-conormas, negação e implicação fuzzy para elaborar nosso processador.

Neste trabalho vamos estudar e aplicar o método de inferência de Mamdani, também conhecido como inferência max-min. Dentre os principais métodos de inferência, optamos por Mamdani por trabalhar com entradas e saídas linguísticas.

Para a utilização desta primeira etapa do operador vamos olhar para regras de maneira individual. Cada uma de nossas variáveis de entrada possui uma pertinência em relação aos subconjuntos fuzzy utilizados nesta regra, dentre todos as pertinências da mesma linha escolheremos a menor, ou seja, o mínimo dentre elas, assim teremos um valor de 0 a 1. Essa menor pertinência passa a ser a pertinência do subconjunto fuzzy das nossas variáveis saídas.

Supondo, por exemplo que a nossa variável cliente C seja igual a 4 e a nossa variável velocidade V seja igual a 70, logo temos que:

A 1ª regra é dada por “**Se** temos poucos clientes **e** o sistema está rápido **então** o tempo da fila é pouco”, portanto, a pertinência de $C = 4$ em relação ao subconjunto C_p (poucos) é 0,8 e a pertinência de $V = 70$ em relação a V_r (rápida) é 0,5, portanto o mínimo entre 0,33 e 0,8 é 0,33, que passa a ser a pertinência do conjunto T_p (pouco).

A 2ª regra é dada por “**Se** temos poucos clientes **e** o sistema está moderado **então** o tempo da fila é normal”, portanto, a pertinência de $C = 4$ em relação ao subconjunto C_p (poucos) é 0,8 e a pertinência de $V = 70$ em relação a V_m (moderada) é 0,5, portanto o mínimo entre 0,5 e 0,8 é 0,5, que passa a ser a pertinência do conjunto T_n (normal).

A 3ª regra é dada por “**Se** temos poucos clientes **e** o sistema está lento **então** o tempo da fila é alto”, portanto, a pertinência de $C = 4$ em relação ao subconjunto C_p (poucos) é 0,8 e a pertinência de $V = 70$ em relação a V_l (lenta) é 0, portanto o mínimo entre 0 e 0,8 é 0, que passa a ser a pertinência do conjunto T_a (alto).

A 4ª regra é dada por “**Se** temos muitos clientes **e** o sistema está rápido **então** o tempo da fila é normal”, portanto, a pertinência de $C = 4$ em relação ao subconjunto C_m (muitos) é 0 e a pertinência de $V = 70$ em relação a V_r (rápida) é 0,5, portanto o mínimo entre 0,33 e 0 é 0, que passa a ser a pertinência do conjunto T_n (normal).

A 5ª regra é dada por “**Se** temos muitos clientes **e** o sistema está moderado **então** o tempo da fila é alto”, portanto, a pertinência de $C = 4$ em relação ao subconjunto C_m (muitos) é 0 e a pertinência de $V = 70$ em relação a V_m (moderada) é 0,5, portanto o mínimo entre 0,5 e 0 é 0, que passa a ser a pertinência do conjunto T_a (alto).

A 6ª regra é dada por “**Se** temos muitos clientes **e** o sistema está lento **então** o tempo da fila é muito alto”, portanto, a pertinência de $C = 4$ em relação ao subconjunto C_m (muitos) é 0 e a pertinência de $V = 70$ em relação a V_l (lenta) é 0, portanto o mínimo entre 0 e 0 é 0, que passa a ser a pertinência do conjunto T_m .(muito alto)

Na Figura 15, temos a ilustração da primeira etapa.

A segunda parte utiliza o operador máximo, assim de maneira continua, para cada ponto da nossa variável saída escolheremos a maior pertinência dentre conjuntos saída. Portanto o resultado é novo subconjunto fuzzy.

No nosso exemplo temos os intervalos a serem analisados:

Para t pertencendo ao intervalo $[0; 8,33]$, temos que a maior pertinência é do subconjunto fuzzy T_p (pouco) que é constante e vale 0.33.

Para t pertencendo ao intervalo $]8,33; 10]$, temos que a maior pertinência é do subconjunto fuzzy T_n (normal) que é crescente dentro deste intervalo tendo pertinência

0,33 em $T = 8,33$ e 0,5 em $T = 10$.

Para t pertencendo ao intervalo $]10; 25]$, temos que a maior pertinência é do subconjunto fuzzy T_n (normal) que é constante e vale 0.5.

Para t pertencendo ao intervalo $]25; 30]$, temos que a maior pertinência é do subconjunto fuzzy T_n (normal) que é decrescente dentro deste intervalo tendo pertinência 0,5 em $T = 25$ e 0 em $T = 30$.

Para t pertencendo ao intervalo $]30; 120]$, temos que todas as pertinências são 0.

Na Figura 15, temos a ilustração da segunda etapa.

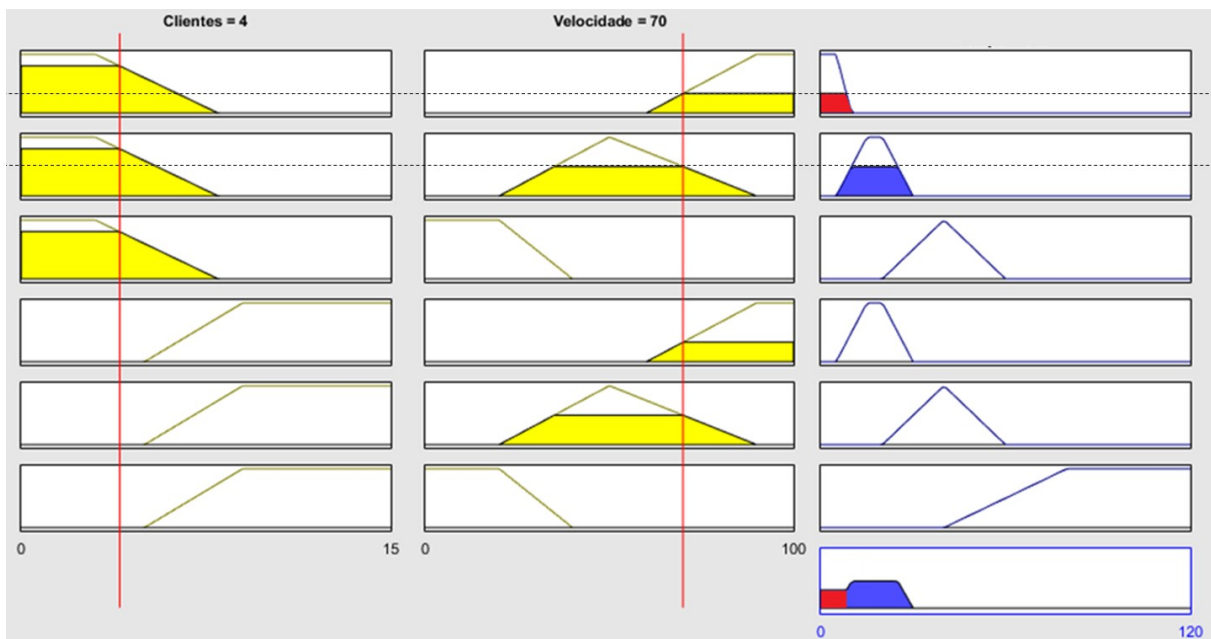


Figura 15 – Aplicação do Exemplo - $C = 4$, $V = 70$

Nas Figura 16 temos a ilustração da primeira parte (mínimo) e segunda parte (máximo) tomando $C = 7$ e $V = 30$,

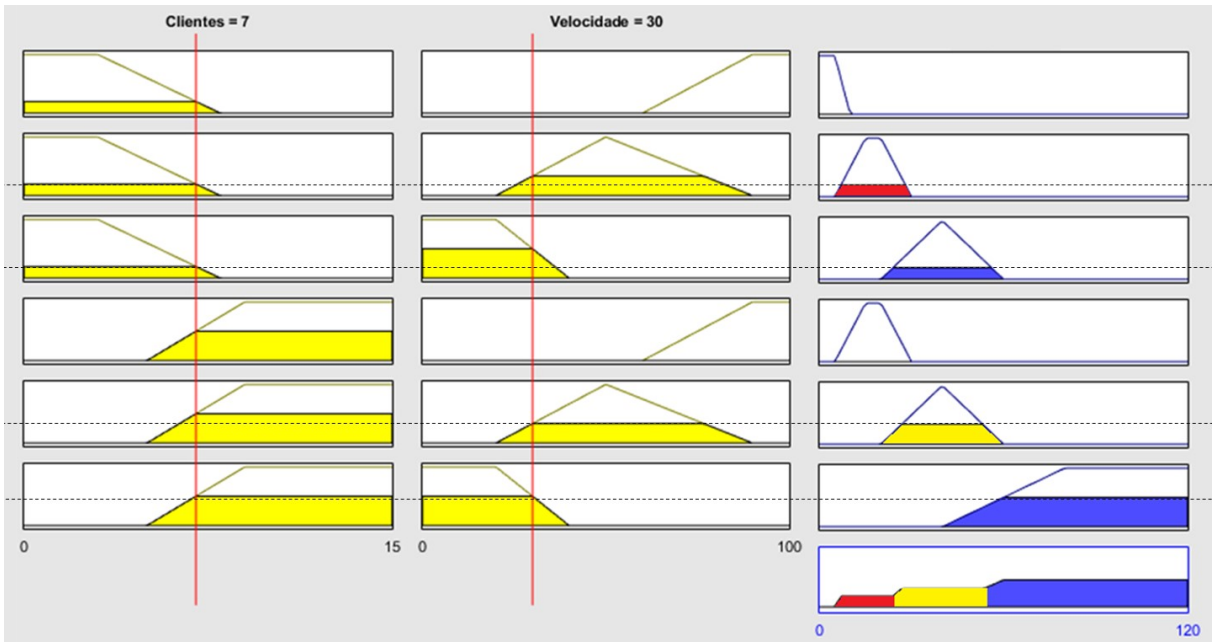


Figura 16 – Aplicação do Exemplo - $C = 7$, $V = 30$

e na Figura 17 tomamos $C = 7$ e $V = 80$:

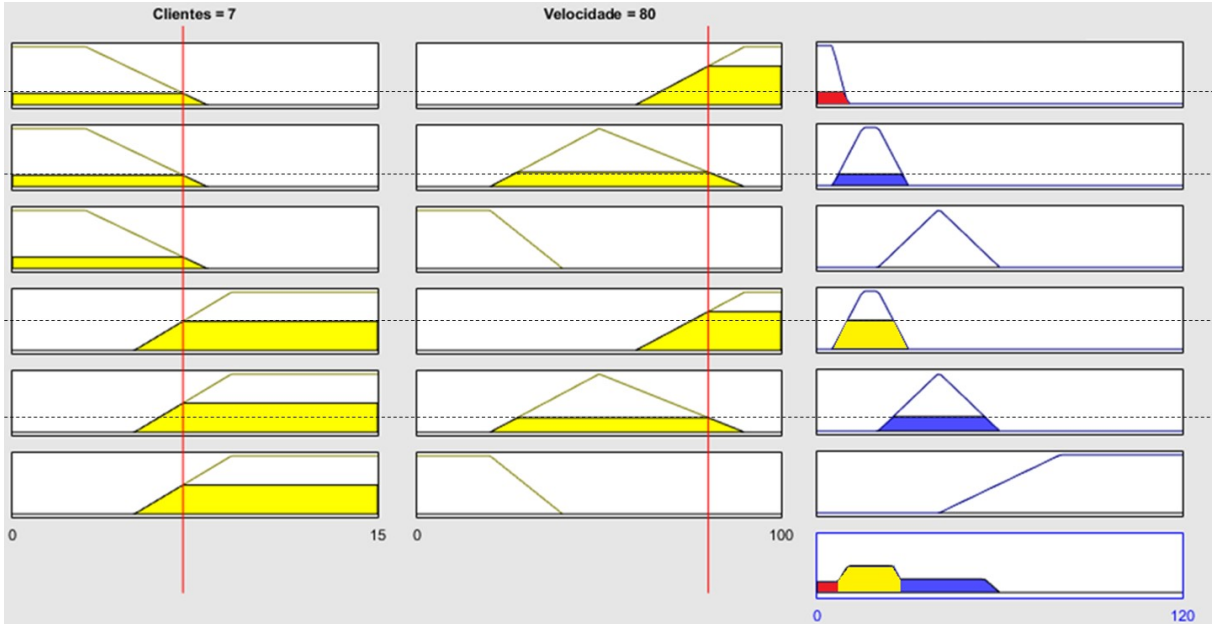


Figura 17 – Aplicação do Exemplo - $C = 7$, $V = 80$

2.4 Defuzzificação

Após o processo do módulo de inferência temos como resultado um conjunto fuzzy. Porém quase sempre buscamos resultados crisp, então precisamos fazer o processo de defuzzificação.

Para esse trabalho escolhemos o processo de defuzzificação conhecido como centroide que é calculado através do centro de gravidade do conjunto fuzzy de saída e ilustramos nas Figuras 17, 18 e 19.

Definição 18. Dado que x é a nossa variável e $\varphi_R(x)$ é a pertinencia de x em relação ao conjunto resultado, definimos $G(B)$ como centro de gravidade tal que:

$$G(B) = \frac{\int x\varphi_R(x)dx}{\int \varphi_R(x)dx}$$

Conforme a Figura 18 e considerando os exemplos da secção 2.3, onde o número de cliente é 4 e a velocidade do sistema é 70, temos que o tempo de espera é estimado em 14,7 minutos.

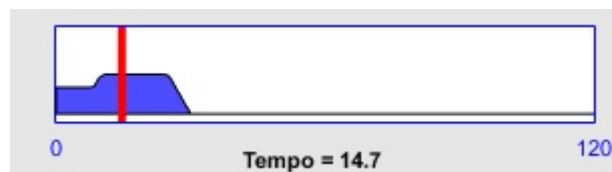


Figura 18 – Entrada - $C = 4$, $V = 70$ - Saída $T = 14,7$

Se o número de cliente é 7 e a velocidade do sistema é 30, conforme a Figura 19 e o exemplo da secção 2.3 o tempo de espera é estimado em 71,8 minutos.

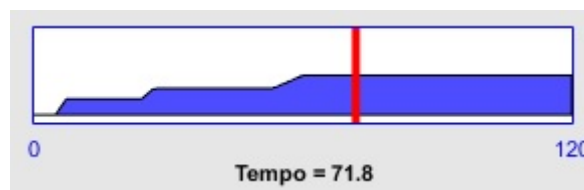


Figura 19 – Entrada - $C = 7$, $V = 30$ - Saída $T = 71,8$

Se o número de cliente é 7 e a velocidade do sistema é 80, conforme a Figura 20 e o exemplo da secção 2.3 o tempo de espera é estimado em 26,4 minutos.

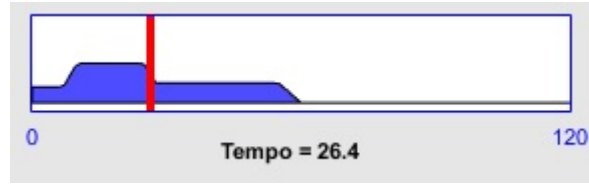


Figura 20 – Entrada - $C = 7$, $V = 80$ - Saída $T = 26,4$

3 UM MODELO FUZZY DO DIAGNÓSTICO DE AUTISMO

3.1 *Autismo*

Logo após se iniciar os estudos sobre Teoria dos Conjuntos Fuzzy, mais particularmente sobre Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, começamos a busca em qual área aplicar esses conhecimentos e desenvolver um novo modelo matemático. Dentre as possibilidades, a área da saúde ganhou destaque, principalmente por se tratar de uma área com tantas incertezas e muitas imprecisões.

“Em nenhum outro campo da biociência a necessidade de estruturas matemáticas e computacionais, que possibilitem lidar com as imprecisões e incertezas de forma mais crítica e realista, é tão evidente quanto na Medicina e na Epidemiologia.” (ORTEGA, 2001)

Com o olhar mais voltado para a área da saúde e atuando dentro das escolas, como professor e coordenador, a crescente ascensão de alunos com diagnósticos do Transtorno do Espectro Autista chamou a atenção, um transtorno com características variadas.

O autismo é definido como um transtorno comportamental, com dificuldade em três pilares: comunicação e socialização, limitação de atividade criativa e interesses restritos. (LEVY, 2000)

Os diagnósticos comportamentais em crianças são de longe determinísticos, quase sempre é muito difícil usar as palavras sim ou não, principalmente pelo desenvolvimento da criança não acontecer de maneira constante e de ter grande variação de um indivíduo para o outro. Os critérios conceituais não são absolutos e podem variar de acordo com o pensamento e visão do profissional que está desenvolvendo tal diagnóstico. (RAPIN; GOLDMAN, 2008)

Historicamente as primeiras pesquisas sobre o autismo começaram no início do século XIX, mas apenas em 1943 foi utilizado pela primeira vez o termo “Autismo” que provem da palavra grega “Autos” significando próprio, descrito por Leo Kanner. Um ano depois Hans Asperger, publicava uma pesquisa descrevendo características muito

parecida com as de Kanner, ambos destacavam como características principais o isolamento, dificuldade com a comunicação e uso da linguagem, perturbação do contato com a natureza sócio afetiva, movimentos repetitivos e o desenvolvimento algumas vezes surpreendentes da funcionalidade intelectual e cognitiva. (SILVA; HOLLERBUSCH, 2001)

Durante as décadas de 1950 e 1960, houve muita confusão sobre o autismo e suas origens, uma das teorias era que o autismo era causado pelo comportamento dos pais em suas relações frias e distantes com os filhos. Em 1960, um crescente corpo de evidências começou a acumular sugerindo que o autismo era uma transformação cerebral presente desde a infância e encontrada em todos os países, grupos e raças. (BECKER, 2009)

Atualmente o número de pessoas com autismo vêm crescendo. Um estudo do Controle e Prevenção de Doenças dos Estados Unidos apontou um crescimento significativo nos últimos anos. O mais recente relatório divulgado em 2018 aponta a proporção de uma criança autista para cada cinquenta e nove crianças dentro do país, números muito maiores que os divulgados em 2016 quando a relação era de uma criança autista para cada sessenta e oito.

3.2 Diagnóstico Autismo

A dificuldade do diagnóstico Transtorno do Espectro do Autismo, como é mais usualmente conhecido nos dias atuais começa com a manifestação da síndrome. Apesar de pesquisadores terem o consenso que a síndrome, quase sempre, se manifesta ainda no período pré-natal e a maior parte das características só são percebidas depois da criança completar 2 anos.

O autismo não é considerado uma doença e sim uma síndrome comportamental que não pode ser detectada por exame de sangue, de imagem ou outro instrumento determinístico. Seu diagnóstico é desenvolvido através do histórico do paciente e uma análise comportamental, assim suas características podem ser percebidas em crianças ainda muito pequenas. Ao longo dos anos foram criados instrumentos que procuram de uma certa forma sistematizar e simplificar o diagnóstico. (ALMEIDA, 2018)

O termo autismo para pacientes com características definidas hodiernamente só foi descrita por Rutter (1978), apresentando quatro critérios: dualidade da interação social, problemas na comunicação, comportamentos incomuns, tais como movimentos estereotipados e maneirismos, com início antes dos 30 meses de idade.

Existem hoje vários instrumentos de diagnóstico de autismo, destacamos alguns na Tabela 7. Para esse trabalho escolhemos trabalhar com a escala CARS-BR, versão traduzida e validada da escala CARS original por Pereira (2007).

A escala de CARS pode ser aplicada a crianças com mais de dois anos por educadores, pesquisados e profissionais da saúde, as 15 questões recebem nota de 1 a 4, e a soma destes valores é analisado, sendo considerado normal a criança abaixo de 30 pontos, autismo leve/moderado de 30 a 36 pontos e autismo grave acima de 37 pontos.

Assim uma criança que tiver o resultado igual a 29.9 não é considerada autista, enquanto uma outra com o resultado 30.1 já considerada autista, uma diferença muito pequena que muda completamente o diagnóstico e, conseqüentemente, o tratamento do paciente. Para essas situações problema que a Teoria dos Conjuntos Fuzzy propõe uma mudança mais flexível e suave, permitindo dizer que a segunda criança tem mais características que a primeira, sem destacar as duas possibilidades.

Tabela 7 – Principais Instrumentos de Diagnóstico do Autismo - Adaptado de Sato (2008).

	Childhood Autism Rating Scale (CARS)	Autism Behavior Checklist (ABC)
Autores	Shopler et al. (1980)	Krug et al. (1980)
Método	Escala de avaliação para observações do comportamento.	Escala de comportamentos não-adaptivos. Observação direta e entrevista com pais
Estrutura	15 itens com pontuação de normal a gravemente anormal	57 itens com pontuação de 1 a 4
Idade para uso	Acima de 24 meses	Acima de 18 meses
Tempo médio de avaliação	De 20 a 30 minutos	Até uma hora
Características	Acima de 30 pontos: autista, altos graus de consistência interna e confiabilidade entre entrevistadores.	Avaliação de comportamentos autísticos em população com retardo mental;
	Autism Diagnostic Interview(ADI-R)	Autim Diagnostic Observation Schedule(ADOS)
Autores	Lord et al.(1994)	Ballabriga et al. (1994)
Método	Entrevista semi-estruturada com pais ou responsável	Escala de avaliação padronizada fundamentada na observação
Estrutura	111 itens com pontuação de 0 a 9	23 sub-escalas com pontuação de 0 a 2
Idade para uso	Acima de 5 anos	Acima de 2 anos
Tempo médio de avaliação	Mínimo de 1 horas e 30 minutos	De 20 a 30 minutos
Características	Diagnóstico diferencial do Transtorno Invasivo de Desenvolvimento principalmente em relação ao Autimos Infantil	Fácil e rápida aplicação, rastreamento de suspeitos de Autismo Infantil, fornece o perfil de conduta, favorece o acompanhamento da evolução do quadro

3.3 Modelo Matemático

A escala CARS-BR conta com 15 questões, cada uma delas relacionada a uma característica diferente sobre o desenvolvimento e o comportamento da criança. Para cada uma das questões o entrevistador, que deve ser um educador ou um profissional da saúde com conhecimento sobre o desenvolvimento infantil e características do autismo, deve dar nota de 1 – que se refere a ausência da característica ou da anormalidade do comportamento a 4 – que se refere a presença total da característica ou total anormalidade, podendo ainda escolher qualquer valor entre 1 e 4. Na Tabela 8 temos os 15 tópicos do questionário e o nome das variáveis que cada questão recebeu.

Tabela 8 – Itens da CARS-BR

Tópicos do Questionamento	Variável
Relações Pessoais	RIP
Imitação	IMI
Resposta Emocional	REM
Uso Corporal	ECO
Uso de Objetos	UOB
Resposta a Mudanças	ADM
Resposta Visual	OLH
Resposta Auditiva	AUD
Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	POT
Medo ou Nervosismo	MEN
Comunicação Verbal	CVE
Comunicação Não-Verbal	CNV
Nível de Atividade	ATI
Nível e Consistência da Resposta Intelectual	GCI
Impressões Gerais	IGE

O resultado da escala é feito pela soma das notas apresentadas por cada uma das questões e o diagnóstico é dado por sem autismo 15 – 30, autismo leve/moderado 30-36 e autismo grave para 36-60. Abaixo temo a primeira questão da escala.

I. RELAÇÕES PESSOAIS

1	Nenhuma evidência de dificuldade ou anormalidade nas relações pessoais: O comportamento da criança é adequado à sua idade. Alguma timidez, nervosismo ou aborrecimento podem ser observados quando é dito à criança o que fazer, mas não em grau atípico.
1.5	
2	Relações levemente anormais: A criança pode evitar olhar o adulto nos olhos, evitar o adulto ou ter uma reação exagerada se a interação é forçada, ser excessivamente tímido, não responder ao adulto como esperado ou agarrar-se ao pai um pouco mais que a maioria das crianças da mesma idade.
2.5	
3	Relações moderadamente anormais: Às vezes, a criança demonstra indiferença (parece ignorar o adulto). Outras vezes, tentativas persistentes e vigorosas são necessárias para se conseguir a atenção da criança. O contato iniciado pela criança é mínimo.
3.5	
4	Relações gravemente anormais: A criança está constantemente indiferente ou inconsciente ao que o adulto está fazendo. Ela quase nunca responde ou inicia contato com o adulto. Somente a tentativa mais persistente para atrair a atenção tem algum efeito.

A tabela CARS-BR completa se encontra no Anexo A.

Para a construção do modelo foi importante o auxílio de uma profissional da saúde que nos orientou sobre como é utilizada a escala e quais pontos poderíamos ou não alterar.

A primeira dificuldade encontrada foi como trabalhar com as 15 variáveis de entrada, uma para cada questão, mesmo que utilizássemos dois subconjuntos para cada uma, ainda assim teríamos $2^{15} = 32.768$ regras que seria o resultado de todas as combinações dos dois subconjuntos de todas as nossas variáveis.

A primeira sugestão foi excluir 7 perguntas e trabalhar apenas com 8 delas, assim considerando dois subconjuntos para cada variável de entrada teríamos $2^8 = 256$ regras, um valor ainda grande, mas viável. Ao conversar com o especialista descartamos a ideia, já que a escala CARS-BR já tem uma quantidade de questionamento pequeno e diminuir essas questões poderia descaracterizar o questionário e apresentar resultados muito distintos do esperado. Outro ponto destacado foi que o TEA se apresenta em seus pacientes de diferentes maneiras, assim nenhuma das questões é menos importante que as demais e excluir uma delas poderia dificultar o diagnóstico.

A segunda sugestão foi reagrupar as questões, assim o entrevistador continua fazendo as 15 perguntas e tendo as 15 variáveis de entrada, porém antes de passar para o processo de fuzzificação o modelo reagrupa essas notas através da soma e assim passamos a ter 7 novas variáveis para o processo fuzzy. Com essa proposta não descartamos nenhuma de nossas questões originais e viabilizamos nosso modelo fuzzy com $2^7 = 128$ regras. O agrupamento foi feito pela especialista que utilizou como critério a proximidade das características de cada questão, assim tivemos 6 novas variáveis resultado da soma, de 2 questões originais e 1 variáveis com a soma de 3 questões para totalizar 15 questões como podemos observar na Tabela 9:

Tabela 9 – Agrupamento das Variáveis

Nome do Agrupamento	Nova Variável	Soma
Imitação e Atividade	VRA	IMI+ATI
Relac. Inter-Pessoal e Resposta Emocional	VRB	RIP+REM
Expressão Corporal e Uso do Objeto	VRC	ECO + UOB
Adaptação a Mudanças e Medo e Nervosismo	VRD	ADM+MEN
Nível e Cons. Resp. Int. e Impressão Geral	VRE	GCI+IGE
Comunicação Verbal e Não Verbal	VRF	CVE+CNV
Uso do Olhar, Audição, Paladar, Olfato e Tato	VRG	OLH+AUD+POT

Como todos os itens da Tabela 8 podem variar de 1 a 4, temos que as novas variáveis têm intervalos que vão de 2 a 8 para as variáveis resultantes da soma de duas questões e de 3 a 12 para as que são resultado da soma de três questões.

Para o processo de fuzzificação cada uma das 7 variáveis de entrada terão suas pertinências em dois subconjuntos fuzzy, opostos e simétricos, um deles representando a ausência das características do autismo e outro representando a presença das características do autismo. Como o modelo original era resultado de uma soma optamos que os subconjuntos tivesse função de pertinência do tipo trapezoidal, como podemos observar na Figura 21:

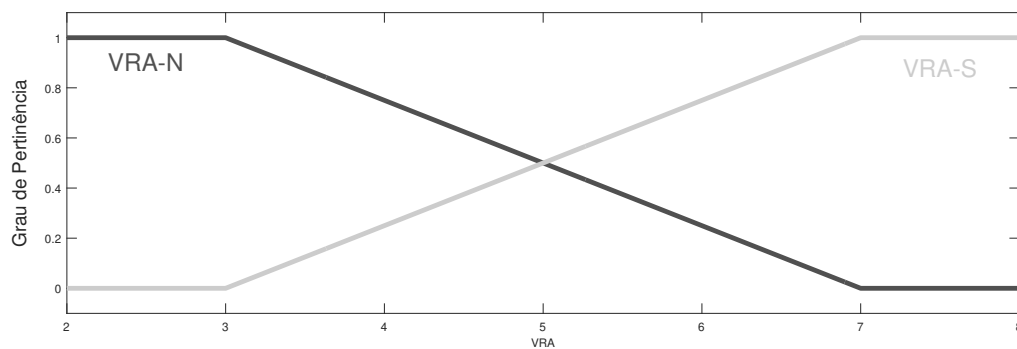


Figura 21 – Função de Pertinência da VRA

Observe que temos dois subconjuntos fuzzy com função de pertinência do tipo trapezoidal, onde VRA-N representando a ausência do comportamento do autismo é dada por $[0; 2; 3; 7]$ e VRA-S representando a presença do comportamento do autismo é dado por $[3; 7; 8; 10]$. Analogamente temos as variáveis VRB, VRC, VRD, VRE e VRF.

Para a variável VRG, por se tratar da soma de 3 questões, foi necessário criar dois subconjuntos fuzzy diferentes já que o intervalo vai de 3 a 12. Optamos por manter funções de pertinência do tipo trapezoidais, assim tempos VRG-N é dada por $[0; 3; 4,5; 10,5]$ e VRG-S é dada por $[3,5; 10,5; 12; 15]$, conforme a Figura 22:

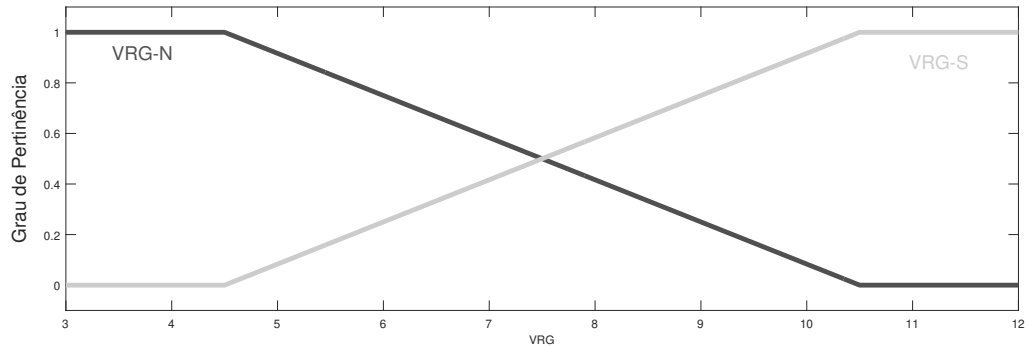


Figura 22 – Função de Pertinência da VRG

Após a fuzzificação das variáveis de entrada precisamos fazer o mesmo processo para a variável de saída. Assim com base nos intervalos e nas variáveis de saída do modelo CARS-BR original, criamos a variável DAU (Diagnóstico de Autismo) e três subconjuntos com função de pertinência do tipo trapezoidais, que são eles AUN $[0; 15; 28; 32]$ representando o diagnóstico “Sem Autismo”, AUL $[28; 32; 35; 39]$ representando o diagnóstico “Autismo Leve/Moderado” e AUG $[35; 39; 60; 90]$ representando o diagnóstico “Autismo Grave”, conforme a Figura 23 :

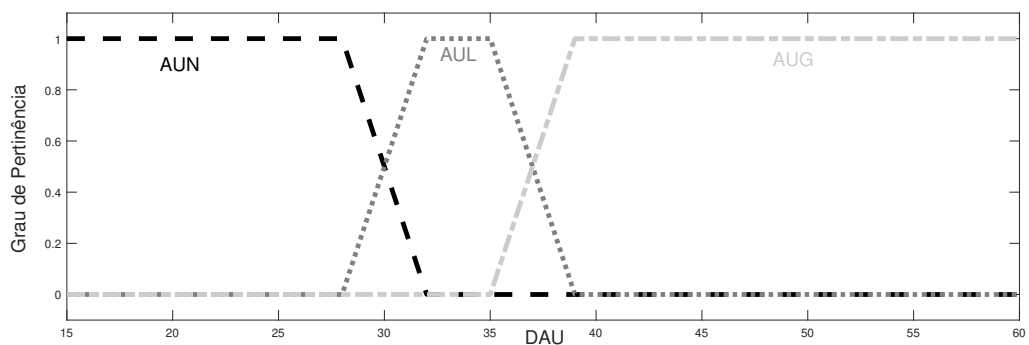


Figura 23 – Função de Pertinência da Variável DAU

Elaboradas as variáveis de entrada e variável saída, passamos a pensar em como criar as bases de regras. A dificuldade em encontrar dados reais de pacientes que passaram

pela avaliação CARS-BR para fazer comparações de resultados e toda a responsabilidade de não criar um diagnóstico de autismo sem uma equipe médica para a validação, nosso trabalho se baseou exclusivamente na escala CARS-BR, com simulações de avaliações fictícias. Portanto propomos um jeito novo de processar as informações da escala original, desta vez utilizando processos fuzzy.

Nossa base de regras é composta por 128 regras da forma:

Regra 1 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 20 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 32 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

A variável saída foi calculada partindo das combinações de resultados dos extremos de cada variável criada nesta escala. Assim temos 128 combinações de resultados, decorrente da combinação das sete novas variáveis e os resultado considerados extremos, presença total das características de autismo e ausência total destas características.

A base de regras completa se encontra no Anexo B.

A seguir utilizamos o método de inferência de Mamdani e para o processo de defuzzificação foi utilizado o centroide.

Assim nosso modelo proposto possui 7 variáveis de entrada e uma variável de saída e pode ser resumido pela Figura 24:

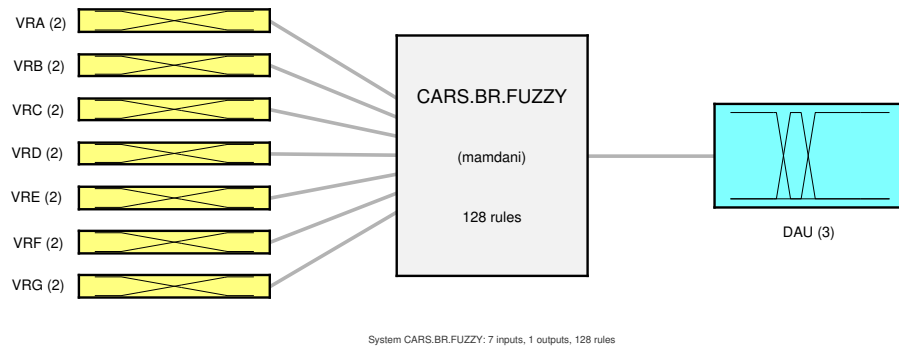


Figura 24 – Resumo do modelo CARS.BR.FUZZY

O modelo matemático e as simulações foram feitas utilizando a ferramenta *Toolbox Fuzzy* do software *MatLab*.

O algoritmo encontra-se disponível no Anexo C.

3.4 Alguns Resultados

Apesar da dificuldade em encontrar um banco de dados ou uma quantidade grande de diagnósticos realizados pela escala CARS ou pela escala CARS-BR disponibilizado publicamente, em alguns trabalhos encontramos o diagnóstico de pacientes. Assim utilizamos esses dados e comparamos os resultados. Essas comparações se encontram nas Tabela 10, Tabela 11 e Tabela 12 .

Tabela 10 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - A

	P1	P2	P3	P4	P5
I - Relações Pessoais	3	2	4	3	3
II - Imitação	2	4	4	1	2
III - Resposta Emocional	3	4	3	4	3
IV - Uso Corporal	2	4	4	1	3,5
V - Uso de Objetos	3	3	3	4	3
VI - Resposta a Mudanças	1	2	2	4	1
VII - Resposta Visual	2	3	3	2	3
VIII - Resposta Auditiva	1	4	2	1,5	2
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	1	4	2	4	2
X - Medo ou Nervosismo	2	4	2	3	2
XI - Comunicação Verbal	3	4	4	2	2
XII - Comunicação Não-Verbal	3	4	3	1,5	2
XIII - Nível de Atividade	3	4	3	3	2
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	4	3	3	4	4
XV - Impressões Gerais	4	4	4	3	3
Soma - CARS	37	52	46	41	37,5
Diagnóstico CARS	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave
Resultado Fuzzy	40,47	48,34	48,18	48,10	43,99
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	1	1	1	1	1
Diagnóstico FUZZY	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave
Extraído de	Silva e Hollerbusch (2001)	Silva e Hollerbusch (2001)	Silva e Hollerbusch (2001)	Silva e Hollerbusch (2001)	Silva e Hollerbusch (2001)

Tabela 11 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - B

	P6	P7	P8	P9	P10
I - Relações Pessoais	4	4	3,5	2,42	2,1
II - Imitação	3	3	4	2,33	1,7
III - Resposta Emocional	3	3	3	2,42	2,1
IV - Uso Corporal	3	1	2	1,58	2,1
V - Uso de Objetos	3	2	2	2,67	2,2
VI - Resposta a Mudanças	1	2	3,5	2,58	2,5
VII - Resposta Visual	3	3	3	2,17	2,3
VIII - Resposta Auditiva	3	3	4	2,42	1,2
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	4	1	1,5	2,08	1,4
X - Medo ou Nervosismo	4	3	2	2,42	1,7
XI - Comunicação Verbal	3	2	4	3,92	3,2
XII - Comunicação Não-Verbal	3	2	3	2	2,1
XIII - Nível de Atividade	3	3	3,5	2,42	2,5
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	3	2	2	2,25	2
XV - Impressões Gerais	3	3	3,5	2,83	2,4
Soma - CARS	46	37	44,5	36,51	31,5
Diagnóstico CARS	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Leve Moderado
Resultado Fuzzy	44,23	37,5	40,82	37,02	33,25
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0	0,375	0	0,495	1
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	1	0,625	1	0,505	0
Diagnóstico FUZZY	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Leve Moderado
Extraído de	Silva e Hollerbusch (2001)	Silva e Hollerbusch (2001)	Lampreia (2003)	Schimidt <i>et al.</i> (2015)	Schimidt <i>et al.</i> (2015)

Tabela 12 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - C

	P11	P12	P13	P14	P15
I - Relações Pessoais	4	4	1,5	4	3
II - Imitação	4	4	1,5	4	3
III - Resposta Emocional	4	4	1,5	4	4
IV - Uso Corporal	4	4	1,5	4	4
V - Uso de Objetos	4	4	1,5	3	3
VI - Resposta a Mudanças	4	4	2,5	4	4
VII - Resposta Visual	4	4	1	4	4
VIII - Resposta Auditiva	4	4	1	3	2,5
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	4	3	3	4	2,5
X - Medo ou Nervosismo	4	4	2	4	3
XI - Comunicação Verbal	4	4	1	4	3
XII - Comunicação Não-Verbal	4	4	1	4	3
XIII - Nível de Atividade	4	4	1,5	4	3
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	4	4	1	4	2,5
XV - Impressões Gerais	4	4	1,5	4	3
Soma - CARS	60	59	23	58	47,5
Diagnóstico CARS	Autismo Grave	Autismo Grave	Não Autista	Autismo Grave	Autismo Grave
Resultado Fuzzy	48,58	48,58	23,46	48,58	46,52
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0	0	1	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	1	1	0	1	1
Diagnóstico FUZZY	Autismo Grave	Autismo Grave	Não Autista	Autismo Grave	Autismo Grave
Extraído de	Ferreira <i>et al.</i> (2016)	Ferreira <i>et al.</i> (2016)	Ferreira <i>et al.</i> (2016)	Ferreira <i>et al.</i> (2016)	Ferreira <i>et al.</i> (2016)

As quinze comparações realizadas com dados de pacientes reais obtiverem os mesmos resultados dentro da escala CARS-BR-Fuzzy.

Fizemos mais 30 testes com dados fictícios, criados de maneira aleatória pelo autor e comparamos os resultados da escala CARS-BR e da escala CARS-BR-Fuzzy, os dados se encontram no Anexo D.

Ao todo dos 45 testes realizados entre dados reais e fictícios tivemos 44 com resultados conclusivos iguais, representando que 97,7% de compatibilidade.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na modelagem matemática aplicada à Biociência é comum nos depararmos com incertezas, a precisão dos sintomas e comportamentos apresentados pelos pacientes é subjetivo e a intensidade destes sintomas é um caminho natural para a utilização da Teoria dos Conjuntos Fuzzy. (MARINS, 2016)

O Transtorno do Espectro Autista tem apresentado um número relativamente grande de incidência em nossa sociedade. A cada ano são diagnosticados mais casos e estão mais presentes dentro das escolas. Atualmente, de acordo com dados divulgados pelo Centro de Controle e Prevenção de Doenças, dos Estados Unidos, temos uma criança para cada cinquenta e nove, e esse número vem crescendo em comparação aos anos anteriores.

Aplicar a Teoria dos Conjuntos Fuzzy nestes casos é de muita importância para os futuros estudos, buscando um tratamento mais adequado para problemas tão subjetivos. Apesar de não ter sido validada por profissionais da saúde, a proposta apresentada pode ser uma nova alternativa para o diagnóstico de autismo no Brasil.

Utilizar instrumentos determinístico em situações onde a subjetividade predomina-se torna complicado. Na aplicação da escala CARS-BR temos uma situação similar. A escala é feita por especialistas e as notas são dadas pelos comportamentos dos pacientes. Assim dependendo da interpretação do profissional as notas podem ter pequenas variações, que pode alterar o resultado.

Na proposta apresentada temos dois intervalos onde a escala fuzzy leva uma vantagem em relação a escala CARS-BR, a transição do diagnóstico de Não Autismo e Autismo Leve/Moderado e a transição do Autismo Leve/Moderado e Autismo Grave, pois a transição entre esses conjuntos é feita de maneira suave e o modelo apresenta o quanto as características estão mais próximas de um ou de outro conjunto. (ZAGO; PEIXOTO, 2018a)

A proposta apresentada teve uma grande sensibilidade de não fazer grandes alterações em relação a escala CARS-BR que foi utilizada como bases para o desenvolvimento,

mantendo todas as quinze questões. Desta forma foi possível usar dados divulgados e outros gerados e comparar os resultados das duas escalas, a original e a nova proposta de diagnóstico com processo fuzzy.

O texto apresenta uma introdução sobre conceitos da Lógica Fuzzy e um exemplo detalhado e simplificado de uma aplicação dos Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, com intuito de apresentar cada parte do processo, utilizando uma linguagem simples.

Esse trabalho se divide em três pilares, a apresentação dos conceitos básicos da Lógica Fuzzy, um exemplo didático sobre utilização de Sistemas Baseados em Regras Fuzzy e uma proposta de diagnóstico de autismo com base na escala CARS-BR e utilização de controladores fuzzy.

Referências¹

- ALMEIDA, M. S. R. *INSTRUMENTOS DIAGNÓSTICOS PARA AVALIAR O AUTISMO – TEA*. [S.l.], 2018. Citado na página 52.
- BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. 3ª edição. ed. [S.l.]: Unicamp, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 32.
- BECKER, M. M. *Tradução e Validação da Entrevista Autism Diagnostic Interview-Revised(ADi-R) para Diagnóstico de Autismo no Brasil*. Dissertação (Mestrado) — UFRS, Porto Alegre/RS, 2009. Citado na página 52.
- BRASIL. *Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília: Diário Oficial da União, 1988. Citado na página 15.
- BRASIL. *Lei 10.741 de 1 de outubro de 2003, Estatuto do Idoso*. Brasília: Diário Oficial da União, 2003. Citado na página 15.
- FERREIRA, J. T. C.; MIRA, N. F.; CARBONERO, F. C.; CAMPOS, D. *Efeitos da fisioterapia em crianças autistas: estudo de séries de casos*. [S.l.], 2016. Citado na página 63.
- LAMPREIA, C. Avaliação quantitativa e qualitativa de um menino autista: Uma análise crítica. *Psicologia em Estudo*, v. 8, n. 1, p. 57–65, 2003. Citado na página 62.
- LEVY, P. de Q. Protocolo para estudo das pessoas com autismo. *Autismo e Genética*, Universidade de Lisboa, v. 31, n. 2, p. 149–154, 2000. Citado na página 51.
- MARINS, L. R. de. *Diagnóstico Médico por Meio de Relações Fuzzy: Dengue, Chikungunya e Zika*. Dissertação (Mestrado) — UFSCar, Sorocaba, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 14, 32 e 64.
- NICOLETTI, M. do C.; CAMARGO, H. de A. *Fundamentos da Teoria de Conjuntos Fuzzy*. 1ª edição. ed. [S.l.]: UFSCar, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 32.
- ORTEGA, N. R. S. *Aplicação da Teoria de Conjuntos Fuzzy a Problemas da Biomedicina*. Tese (Doutorado) — IF - USP, São Paulo/SP, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 51.
- PEREIRA, A. *Autismo Infantil: Tradução e Validação da Cars(Childhood Autism Rating Scale) para uso no Brasil*. Dissertação (Mestrado) — UFRS, Porto Alegre/RS, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 13, 53 e 68.
- RAPIN, I.; GOLDMAN, S. A escala cars brasileira: uma ferramenta de triagem padronizada para o autismo. *Jornal da Pediatria*, v. 84, n. 6, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 51.
- RUTTER, M. Diagnosis and definition of childhood autism. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, v. 8, p. 139–161, 1978. Citado na página 52.
- SATO, F. *Validação da Versão em português de um questionário para avaliação de autismo infantil*. Dissertação (Mestrado) — USP, São Paulo/SP, 2008. Citado na página 54.

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

- SCHIMIDT, C.; KUBASKI, C.; BERTAZZO, J. B.; FERREIRA, L. O. *Intervenção precoce e autismo: um relato sobre o Programa Son-Rise*. [S.l.], 2015. Citado na página 62.
- SHOPLER, R.; REICHLER, R.; RENNER, B. The childhood autism rating scale (cars). *Western Psychological Services*, 1988. Citado na página 13.
- SILVA, R. M.; HOLLERBUSCH, L. *O desenvolvimento da Interação Social das Crianças com Alteração do Espectro do Autismo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Porto, Porto, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 52, 61 e 62.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, p. 338–353, 1965. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 14.
- ZAGO, L. A.; PEIXOTO, M. S. Um instrumento para avaliação de autismo via sistema fuzzy. *Revista Biomatemática IMECC, Campinas/SP*, v. 28, 2018. No prelo. Citado na página 64.
- ZAGO, L. A.; PEIXOTO, M. S. Um instrumento para avaliação de autismo via sistema fuzzy. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, XXXVIII CNMAC, Campinas/SP*, v. 6, n. 2, 2018. Citado na página 13.

Anexo A – ESCALA CARS-BR

CARS-Childhood Autism Rating Scale VERSÃO EM PORTUGUÊS - Extraído de Pereira (2007).

I. RELAÇÕES PESSOAIS	
1	Nenhuma evidência de dificuldade ou anormalidade nas relações pessoais: O comportamento da criança é adequado à sua idade. Alguma timidez, nervosismo ou aborrecimento podem ser observados quando é dito à criança o que fazer, mas não em grau atípico.
1.5	
2	Relações levemente anormais: A criança pode evitar olhar o adulto nos olhos, evitar o adulto ou ter uma reação exagerada se a interação é forçada, ser excessivamente tímido, não responder ao adulto como esperado ou agarrar-se ao pai um pouco mais que a maioria das crianças da mesma idade.
2.5	
3	Relações moderadamente anormais: Às vezes, a criança demonstra indiferença (parece ignorar o adulto). Outras vezes, tentativas persistentes e vigorosas são necessárias para se conseguir a atenção da criança. O contato iniciado pela criança é mínimo.
3.5	
4	Relações gravemente anormais: A criança está constantemente indiferente ou inconsciente ao que o adulto está fazendo. Ela quase nunca responde ou inicia contato com o adulto. Somente a tentativa mais persistente para atrair a atenção tem algum efeito.
II. IMITAÇÃO	
1	Imitação adequada: A criança pode imitar sons, palavras e movimentos, os quais são adequados para o seu nível de habilidade.
1.5	
2	Imitação levemente anormal: Na maior parte do tempo, a criança imita comportamentos simples como bater palmas ou sons verbais isolados; ocasionalmente imita somente após estimulação ou com atraso.
2.5	
3	Imitação moderadamente anormal: A criança imita apenas parte do tempo e requer uma grande dose de persistência ou ajuda do adulto; freqüentemente imita apenas após um tempo (com atraso).
3.5	
4	Imitação gravemente anormal: A criança raramente ou nunca imita sons, palavras ou movimentos mesmo com estímulo e assistência.

III. RESPOSTA EMOCIONAL

1	Resposta emocional adequada à situação e à idade: A criança demonstra tipo e grau adequados de resposta emocional, indicada por uma mudança na expressão facial, postura e conduta.
1.5	
2	Resposta emocional levemente anormal: A criança ocasionalmente apresenta um tipo ou grau inadequados de resposta emocional. As vezes, suas reações não estão relacionadas a objetos ou a eventos ao seu redor.
2.5	
3	Resposta emocional moderadamente anormal: A criança demonstra sinais claros de resposta emocional inadequada (tipo ou grau). As reações podem ser bastante inibidas ou excessivas e sem relação com a situação; pode fazer caretas, rir ou tornar-se rígida até mesmo quando não estejam presentes objetos ou eventos produtores de emoção.
3.5	
4	Resposta emocional gravemente anormal: As respostas são raramente adequadas a situação. Uma vez que a criança atinja um determinado humor, é muito difícil alterá-lo. Por outro lado, a criança pode demonstrar emoções diferentes quando nada mudou.

IV. USO CORPORAL

1	Uso corporal adequado à idade: A criança move-se com a mesma facilidade, agilidade e coordenação de uma criança normal da mesma idade.
1.5	
2	Uso corporal levemente anormal: Algumas peculiaridades podem estar presentes, tais como falta de jeito, movimentos repetitivos, pouca coordenação ou a presença rara de movimentos incomuns.
2.5	
3	Uso corporal moderadamente anormal: Comportamentos que são claramente estranhos ou incomuns para uma criança desta idade podem incluir movimentos estranhos com os dedos, postura peculiar dos dedos ou corpo, olhar fixo, beliscar o corpo, auto-agressão, balanceio, girar ou caminhar nas pontas dos pés.
3.5	
4	Uso corporal gravemente anormal: Movimentos intensos ou freqüentes do tipo listado acima são sinais de uso corporal gravemente anormal. Estes comportamentos podem persistir apesar das tentativas de desencorajar as crianças a fazê-los ou de envolver a criança em outras atividades.

V. USO DE OBJETOS

1	Uso e interesse adequados por brinquedos e outros objetos: A criança demonstra interesse normal por brinquedos e outros objetos adequados para o seu nível de habilidade e os utiliza de maneira adequada.
1.5	
2	Uso e interesse levemente inadequados por brinquedos e outros objetos: A criança pode demonstrar um interesse atípico por um brinquedo ou brincar com ele de forma inadequada, de um modo pueril (exemplo: batendo ou sugando o brinquedo).
2.5	
3	3 Uso e interesse moderadamente inadequados por brinquedos e outros objetos: A criança pode demonstrar pouco interesse por brinquedos ou outros objetos, ou pode estar preocupada em usá-los de maneira estranha. Ela pode concentrar-se em alguma parte insignificante do brinquedo, tornar-se fascinada com a luz que reflete do mesmo, repetitivamente mover alguma parte do objeto ou exclusivamente brincar com ele.
3.5	
4	Uso e interesse gravemente inadequados por brinquedos e outros objetos: A criança pode engajar-se nos mesmos comportamentos citados acima, porém com maior frequência e intensidade. É difícil distrair a criança quando ela está engajada nestas atividades inadequadas.

VI. RESPOSTA A MUDANÇAS

1	Respostas à mudança adequadas a idade: Embora a criança possa perceber ou comentar as mudanças na rotina, ela é capaz de aceitar estas mudanças sem angústia excessiva.
1.5	
2	Respostas à mudança adequadas à idade levemente anormal: Quando um adulto tenta mudar tarefas, a criança pode continuar na mesma atividade ou usar os mesmos materiais.
2.5	
3	Respostas à mudança adequadas à idade moderadamente anormal: A criança resiste ativamente a mudanças na rotina, tenta continuar sua antiga atividade e é difícil de distraí-la. Ela pode tornar-se infeliz e zangada quando uma rotina estabelecida é alterada.
3.5	
4	Respostas à mudança adequadas à idade gravemente anormal: A criança demonstra reações graves às mudanças. Se uma mudança é forçada, ela pode tornar-se extremamente zangada ou não disposta a ajudar e responder com acessos de raiva.

VII. RESPOSTA VISUAL

1	Resposta visual adequada: O comportamento visual da criança é normal e adequado para sua idade. A visão é utilizada em conjunto com outros sentidos como forma de explorar um objeto novo.
1.5	
2	Resposta visual levemente anormal: A criança precisa, ocasionalmente, ser lembrada de olhar para os objetos. A criança pode estar mais interessada em olhar espelhos ou luzes do que o fazem seus pares, pode ocasionalmente olhar fixamente para o espaço, ou pode evitar olhar as pessoas nos olhos.
2.5	
3	Resposta visual moderadamente anormal: A criança deve ser lembrada frequentemente de olhar para o que está fazendo, ela pode olhar fixamente para o espaço, evitar olhar as pessoas nos olhos, olhar objetos de um ângulo incomum ou segurar os objetos muito próximos aos olhos.
3.5	
4	Resposta visual gravemente anormal: A criança evita constantemente olhar para as pessoas ou para certos objetos e pode demonstrar formas extremas de outras peculiaridades visuais descritas acima.

VIII. RESPOSTA AUDITIVA

1	Respostas auditivas adequadas para a idade: O comportamento auditivo da criança é normal e adequado para idade. A audição é utilizada junto com outros sentidos.
1.5	
2	Respostas auditivas levemente anormal: Pode haver ausência de resposta ou uma resposta levemente exagerada a certos sons. Respostas a sons podem ser atrasadas e os sons podem necessitar de repetição para prender a atenção da criança. A criança pode ser distraída por sons externos.
2.5	
3	Respostas auditivas moderadamente anormal: As repostas da criança aos sons variam. Frequentemente ignora o som nas primeiros vezes em que é feito. Pode assustar-se ou cobrir as orelhas ao ouvir alguns sons do cotidiano.
3.5	
4	Respostas auditivas gravemente anormal: A criança reage exageradamente e/ou ou despreza sons num grau extremamente significativo, independente do tipo de som.

IX. RESPOSTA E USO DO PALADAR, OLFATO E TATO

1	Uso e resposta normais do paladar, olfato e tato: A criança explora novos objetos de um modo adequado a sua idade, geralmente sentindo ou olhando. Paladar ou olfato podem ser usados quando adequados. Ao reagir a pequenas dores do dia-a-dia, a criança expressa desconforto mas não reage exageradamente.
1.5	
2	Uso e resposta levemente anormais do paladar, olfato e tato: A criança pode persistir em colocar objetos na boca; pode cheirar ou provar/experimentar objetos não comestíveis. Pode ignorar ou ter reação levemente exagerada à uma dor mínima, para a qual uma criança normal expressaria somente desconforto.
2.5	
3	Uso e resposta moderadamente anormais do paladar, olfato e tato: A criança pode estar moderadamente preocupada em tocar, cheirar ou provar objetos ou pessoas. A criança pode reagir demais ou muito pouco.
3.5	
4	Uso e resposta gravemente anormais do paladar, olfato e tato: A criança está preocupada em cheirar, provar e sentir objetos, mais pela sensação do que pela exploração ou uso normal dos objetos. A criança pode ignorar completamente a dor ou reagir muito fortemente a desconfortos leves.

X. MEDO OU NERVOSISMO

1	Medo ou nervosismo normais: O comportamento da criança é adequado tanto à situação quanto à idade.
1.5	
2	Medo ou nervosismo levemente anormais: A criança ocasionalmente demonstra muito ou pouco medo ou nervosismo quando comparada às reações de uma criança normal da mesma idade e em situação semelhante.
2.5	
3	Medo ou nervosismo moderadamente anormais: A criança demonstra bastante mais ou bastante menos medo do que seria típico para uma criança mais nova ou mais velha em uma situação similar.
3.5	
4	Medo ou nervosismo gravemente anormais: Medos persistem mesmo após experiências repetidas com eventos ou objetos inofensivos. É extremamente difícil acalmar ou confortar a criança. A criança pode, por outro lado, falhar em demonstrar consideração adequada aos riscos que outras crianças da mesma idade evitam.

XI. COMUNICAÇÃO VERBAL

1	Comunicação verbal normal, adequada a idade e à situação.
1.5	
2	Comunicação verbal levemente anormal: A fala demonstra um atraso global. A maior parte do discurso tem significado; porém, alguma ecolalia ou inversão pronominal podem ocorrer. Algumas palavras peculiares ou jargões podem ser usados ocasionalmente.
2.5	
3	Comunicação verbal moderadamente anormal: A fala pode estar ausente. Quando presente, a comunicação verbal pode ser uma mistura de alguma fala significativa e alguma linguagem peculiar, tais como jargão, ecolalia ou inversão pronominal. As peculiaridades na fala significativa podem incluir questionamentos excessivos ou preocupação com algum tópico em particular.
3.5	
4	Comunicação verbal gravemente anormal: Fala significativa não é utilizada. A criança pode emitir gritos estridentes e infantis, sons animais ou bizarros, barulhos complexos semelhantes à fala, ou pode apresentar o uso bizarro e persistente de algumas palavras reconhecíveis ou frases.

XII. COMUNICAÇÃO NÃO-VERBAL

1	Uso normal da comunicação não-verbal adequado à idade e situação.
1.5	
2	Uso da comunicação não-verbal levemente anormal: Uso imaturo da comunicação não-verbal; a criança pode somente apontar vagamente ou esticar-se para alcançar o que quer, nas mesmas situações nas quais uma criança da mesma idade pode apontar ou gesticular mais especificamente para indicar o que deseja.
2.5	
3	Uso da comunicação não-verbal moderadamente anormal: A criança geralmente é incapaz de expressar suas necessidades ou desejos de forma não verbal, e não consegue compreender a comunicação não-verbal dos outros.
3.5	
4	Uso da comunicação não-verbal gravemente anormal: A criança utiliza somente gestos bizarros ou peculiares, sem significado aparente, e não demonstra nenhum conhecimento do significados associados aos gestos ou expressões faciais dos outros.

XIII. NÍVEL DE ATIVIDADE

1	Nível de atividade normal para idade e circunstâncias: A criança não é nem mais nem menos ativa que uma criança normal da mesma idade em uma situação semelhante.
1.5	
2	Nível de atividade levemente anormal: A criança pode tanto ser um pouco irrequieta quanto um pouco "preguiçosa", apresentando, algumas vezes, movimentos lentos. O nível de atividade da criança interfere apenas levemente no seu desempenho.
2.5	
3	Nível de atividade moderadamente anormal: A criança pode ser bastante ativa e difícil de conter. Ela pode ter uma energia ilimitada ou pode não ir prontamente para a cama à noite. Por outro lado, a criança pode ser bastante letárgica e necessitar de um grande estímulo para mover-se.
3.5	
4	Nível de atividade gravemente anormal: A criança exhibe extremos de atividade ou inatividade e pode até mesmo mudar de um extremo ao outro.

XIV. NÍVEL E CONSISTÊNCIA DA RESPOSTA INTELLECTUAL

1	A inteligência é normal e razoavelmente consistente em várias áreas: A criança é tão inteligente quanto crianças típicas da mesma idade e não tem qualquer habilidade intelectual ou problemas incomuns.
1.5	
2	Funcionamento intelectual levemente anormal: A criança não é tão inteligente quanto crianças típicas da mesma idade; as habilidades apresentam-se razoavelmente regulares através de todas as áreas.
2.5	
3	Funcionamento intelectual moderadamente anormal: Em geral, a criança não é tão inteligente quanto uma típica criança da mesma idade, porém, a criança pode funcionar próximo do normal em uma ou mais áreas intelectuais.
3.5	
4	Funcionamento intelectual gravemente anormal: Embora a criança geralmente não seja tão inteligente quanto uma criança típica da mesma idade, ela pode funcionar até mesmo melhor que uma criança normal da mesma idade em uma ou mais áreas.

XV. IMPRESSÕES GERAIS

1	Sem autismo: a criança não apresenta nenhum dos sintomas característicos do autismo.
1.5	
2	Autismo leve: A criança apresenta somente um pequeno número de sintomas ou somente um grau leve de autismo.
2.5	
3	Autismo moderado: A criança apresenta muitos sintomas ou um grau moderado de autismo.
3.5	
4	Autismo grave: a criança apresenta inúmeros sintomas ou um grau extremo de autismo.

Anexo B – BASE DE REGRAS CARS-BR-FUZZY

Regra 1 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 2 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUN).

Regra 3 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 4 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 5 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 6 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 7 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 8 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 9 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 10 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 11 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 12 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 13 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 14 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 15 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S)

e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 16 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 17 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 18 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 19 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 20 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 21 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 22 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 23 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 24 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 25 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 26 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 27 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 28 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 29 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 30 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 31 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 32 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 33 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 34 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 35 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 36 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 37 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 38 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 39 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 40 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 41 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 42 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 43 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 44 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 45 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 46 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 47 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 48 – Se (VRA é VRA-N) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-S) e

(VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

Regra 82 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUL).

Regra 83 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 84 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 85 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 86 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 87 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 88 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 89 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUL).

Regra 90 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 91 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 92 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 93 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 94 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 95 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 96 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-N) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 97 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-N) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUN).

e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 115 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 116 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 117 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 118 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 119 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 120 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-N) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 121 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 122 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 123 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 124 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-N) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 125 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 126 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-N) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Regra 127 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-N) então (DAU é AUG).

Regra 128 – Se (VRA é VRA-S) e (VRB é VRB-S) e (VRC é VRC-S) e (VRD é VRD-S) e (VRE é VRE-S) e (VRF é VRF-S) e (VRG é VRG-S) então (DAU é AUG).

Anexo C – ALGORITMO DO PROGRAMA

```
clear all
disp('Essa escala fuzzy para avaliação complementar do diagnóstico de Autismo foi baseado
na escala Cars-BR');
disp('Ao todo responderemos as mesmas 15 perguntas da escala original!');
disp('As notas variam de 1 a 4, podendo receber qualquer valor dentro deste intervalo. ');
disp('Considere “nota 1” para comportamento dentro dá normalidade para crianças de
mesma idade. ');
disp('E nota 4 para aquele cujo comportamento é severamente anormal para a idade. ');
disp('Utilize o ponto para representar números decimais, por exemplo 1.7');
disp('Vamos começar!!!');
disp('1-Relacionamento Inter-Pessoal');
RIP=input('Nota: ');
disp('2-Imitação');
IMI=input('Nota: ');
disp('3-Resposta Emocional');
REM=input('Nota: ');
disp('4-Expressão Corporal');
ECO=input('Nota: ');
disp('5-Usos de Objeto');
UOB=input('Nota: ');
disp('6-Adaptação a Mudanças');
ADM=input('Nota: ');
disp('7-Usos do Olhar');
OLH=input('Nota: ');
disp('8-Usos da Audição');
AUD=input('Nota: ');
disp('9-Usos do Paladar, Olfato e do Tato');
POT=input('Nota: ');
disp('10-Medo e Nervosismo');
```

```

MEN=input('Nota: ');
disp('11-Comunicação Verbal');
CVE=input('Nota: ');
disp('12-Comunicação Não Verbal');
CNV=input('Nota: ');
disp('13-Atividade');
ATI=input('Nota: ');
disp('14-Grau e consistência das respostas da inteligência');
GCI=input('Nota: ');
disp('15-Impressão Geral');
IGE=input('Nota: ');
VRA=IMI+ATI;
VRB=RIP+REM;
VRC=ECO+UOB;
VRD=ADM+MEN;
VRE=GCI+IGE;
VRF=CNV+CVE;
VRG=OLH+AUD+POT;
cars=readfis('CARS.BR.FUZZY');
saida=evalfis([VRA;VRB;VRC;VRD;VRE;VRE;VRG],cars);
disp('Resultado do teste: ')
disp(saida)
if saida<=28
disp('Grau de Pertinência ao Conjunto Sem Autismo = 1');
disp('Diagnóstico = Sem Autismo') ;
end
if (saida>28) && (saida<=30)
leve=(32-saida)/4;
moderado=(saida-28)/4;
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Sem Autismo =' num2str(leve)]);
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve/Moderado =' num2str(moderado)]);
disp('Diagnóstico = Sem Autismo') ;
end

```

```

if (saida>30) && (saida<=32)
leve=(32-saida)/4;
moderado=(saida-28)/4;
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Sem Autismo =' num2str(leve)]);
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve/Moderado =' num2str(moderado)]);
disp('Diagnóstico = Leve/Moderado') ;
end
if (saida>32) && (saida<=35)
disp('Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve/Moderado = 1');
disp('Diagnóstico = Autismo Leve/Moderado');
end
if (saida>35) && (saida<=37)
moderado=(39-saida)/4;
grave=(saida-35)/4;
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve/Moderado =' num2str(moderado)]);
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Grave =' num2str(grave)]);
disp('Diagnóstico = Leve/Moderado') ;
end
if (saida>37) && (saida<=39)
moderado=(39-saida)/4;
grave=(saida-35)/4;
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve/Moderado =' num2str(moderado)]);
disp(['Grau de Pertinência ao Conjunto Grave =' num2str(grave)]);
disp('Diagnóstico = Grave') ;
end
if (saida>39)
disp('Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave = 1')
disp('Diagnóstico = Autismo Grave')
end

```


Anexo D – QUADROS COMPARATIVOS PACIENTES FICTÍCIOS

Tabela 13 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - D

Pacientes Fictícios	F1	F2	F3	F4	F5
I - Relações Pessoais	1,2	1,2	1	1,7	2,2
II - Imitação	1,2	1	1	2	2,1
III - Resposta Emocional	1,2	1,5	1,6	1,6	2
IV - Uso Corporal	1,1	1,1	1,5	1,8	1
V - Uso de Objetos	1	1,3	1	1,1	1,3
VI - Resposta a Mudanças	1,1	1,1	1,2	1,9	1,6
VII - Resposta Visual	1,1	1,2	1,2	1	2,1
VIII - Resposta Auditiva	1,2	1,3	1,3	1,5	1,8
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	1,2	1	1	1,9	1,7
X - Medo ou Nervosismo	1,1	1,4	1	1,3	1,2
XI - Comunicação Verbal	1,2	1,3	1	1,3	1,5
XII - Comunicação Não-Verbal	1	1,1	1,3	1,3	1,3
XIII - Nível de Atividade	1,2	1,3	1,1	2	1
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	1	1,4	1	1,1	1,5
XV - Impressões Gerais	1,2	1,5	1,5	1,6	2,2
Soma	17	18,7	17,7	23,1	24,5
Diagnóstico CARS-BR	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista
Resultado Fuzzy	22,43	22,43	22,43	23,03	29,95
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	1	1	1	1	0,5125
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0	0	0	0	0,4875
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	0	0	0	0	0
Diagnóstico Fuzzy	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista

Tabela 14 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - E

Pacientes Fictícios	F6	F7	F8	F9	F10
I - Relações Pessoais	1,8	1,5	2	2,1	2,2
II - Imitação	2,2	1,5	1,6	2	1,5
III - Resposta Emocional	2,1	1,6	1,7	1,7	2,3
IV - Uso Corporal	1,3	1,5	1,8	1,8	1,6
V - Uso de Objetos	2,2	1,8	1,9	2,2	1,7
VI - Resposta a Mudanças	2,4	1,7	1,6	1,8	1,6
VII - Resposta Visual	1,8	1,6	1,7	1,7	1,9
VIII - Resposta Auditiva	1,5	1,5	2	2	1,6
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	2,1	1,8	1,5	2,1	1,8
X - Medo ou Nervosismo	1,1	1,5	1,6	1,5	1,9
XI - Comunicação Verbal	1,7	1,8	1,9	2	2
XII - Comunicação Não-Verbal	1,5	1,5	1,6	1,7	2,5
XIII - Nível de Atividade	2	1,6	2	1,6	1,8
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	1,1	1,7	1,6	1,9	2,2
XV - Impressões Gerais	1,5	1,6	1,7	1,7	2,3
Soma	26,3	24,2	26,2	27,8	28,9
Diagnóstico CARS-BR	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista
Resultado Fuzzy	28,45	25,29	27,5	29,02	29,75
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0,8875	1	1	0,745	0,5625
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0,1125	0	0	0,255	0,4375
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	0	0	0	0	0
Diagnóstico Fuzzy	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista	Não Autista

Tabela 15 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - F

Pacientes Fictícios	F11	F12	F13	F14	F15
I - Relações Pessoais	2,7	2,3	2	2,4	2
II - Imitação	2,7	1,7	2,2	2,5	2,3
III - Resposta Emocional	2,1	1,7	2,2	2,2	2,5
IV - Uso Corporal	1,5	2,3	2,1	2	2,5
V - Uso de Objetos	2,8	2,6	2,2	2,1	2,4
VI - Resposta a Mudanças	1,8	2,5	2	2,5	2,2
VII - Resposta Visual	2,7	1,6	2,1	2	2,8
VIII - Resposta Auditiva	2,7	1,8	2,2	2	2,2
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	2,8	2,4	2,1	2,4	2,3
X - Medo ou Nervosismo	1,5	2,9	2	2,5	2,3
XI - Comunicação Verbal	1,9	2,8	2,2	2,2	2,7
XII - Comunicação Não-Verbal	2,8	2,5	2,1	2	2,4
XIII - Nível de Atividade	1,6	2,4	2	2,4	2,3
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	2,1	2,6	2	2,2	2,6
XV - Impressões Gerais	2,7	2	2,2	2,2	2,4
Soma	34,4	34,1	31,6	33,6	35,9
Diagnóstico CARS-BR	Autismo Leve Moderado	Autismo Leve Moderado	Autismo Leve Moderado	Autismo Leve Moderado	Autismo Leve Moderado
Resultado Fuzzy	36,45	36,06	33,04	35,56	37,13
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0,6375	0,735	1	0,775	0,4675
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	0,3625	0,265	0	0,225	0,5325
Diagnóstico Fuzzy	Autista Leve Moderado	Autista Leve Moderado	Autista Leve Moderado	Autista Leve Moderado	Autista Grave

Tabela 16 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - G

Pacientes Fictícios	F16	F17	F18	F19	F20
I - Relações Pessoais	2,5	3,1	3,4	2,5	2,9
II - Imitação	2,7	2	2,6	2,8	2,7
III - Resposta Emocional	2,7	2,5	3,1	2,5	2,6
IV - Uso Corporal	2,8	2,3	3,2	2,6	2,8
V - Uso de Objetos	2,6	2,5	2,1	2,6	2,7
VI - Resposta a Mudanças	2,8	2,1	2,8	2,6	2,5
VII - Resposta Visual	2,9	2,2	3,3	2,6	2,5
VIII - Resposta Auditiva	2,2	2,9	2,6	2,8	2,8
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	2,8	2,9	2,8	2,5	2,6
X - Medo ou Nervosismo	3	3	2,4	2,8	3
XI - Comunicação Verbal	2	2,1	2,7	2,8	2,7
XII - Comunicação Não-Verbal	2,3	2	2	2,8	2,6
XIII - Nível de Atividade	3	2,5	2,5	2,7	2,6
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	2,9	2	2,7	2,8	2,7
XV - Impressões Gerais	2,4	3	2,1	2,8	2,8
Soma	39,6	37,1	40,3	40,2	40,5
Diagnóstico CARS-BR	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave
Resultado Fuzzy	39.23	38.38	40.16	39.06	39.79
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0	0,155	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	1	0,845	1	1	1
Diagnóstico Fuzzy	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave

Tabela 17 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - H

Pacientes Fictícios	F21	F22	F23	F24	F25
I - Relações Pessoais	3,1	3,2	3,2	3,4	3,1
II - Imitação	2,7	3,2	3,2	3,2	3,2
III - Resposta Emocional	2,8	2,9	3,6	3,1	3,1
IV - Uso Corporal	2,6	2,8	3,8	2,8	3,2
V - Uso de Objetos	2,7	3,2	3,6	4	3,2
VI - Resposta a Mudanças	3	3,3	3,4	3,7	3,1
VII - Resposta Visual	2,8	2,9	3,8	3,7	3
VIII - Resposta Auditiva	3,2	2,6	3,2	3,9	3,1
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	2,5	2,6	2,8	2,6	3
X - Medo ou Nervosismo	2,9	3,4	3,8	2,5	3,2
XI - Comunicação Verbal	3,2	3,5	2,8	3,4	3
XII - Comunicação Não-Verbal	3,2	2,9	2,7	4	3,2
XIII - Nível de Atividade	2,5	2,5	3,2	2,9	3
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	3,2	2,7	3,3	3,5	3,1
XV - Impressões Gerais	3,2	2,5	3,2	3,5	3,2
Soma	43,6	44,2	49,6	50,2	46,7
Diagnóstico CARS-BR	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave
Resultado Fuzzy	41,23	41,44	46,96	47,14	44,5
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	1	1	1	1	1
Diagnóstico Fuzzy	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave

Tabela 18 – Quadro Comparativo Diagnóstico CARS e Fuzzy - I

Pacientes Fictícios	F26	F27	F28	F29	F30
I - Relações Pessoais	3,2	3,4	3,5	3,6	3,5
II - Imitação	3	3,2	3,8	3,5	3,5
III - Resposta Emocional	3,4	3,3	3,9	3,5	3,7
IV - Uso Corporal	3,4	3,6	3	3,5	3,8
V - Uso de Objetos	3,5	3,3	3,9	3,5	3,6
VI - Resposta a Mudanças	3	3,5	3,1	3,6	3,5
VII - Resposta Visual	3,4	3	3,8	3,6	3,9
VIII - Resposta Auditiva	3,5	3,6	3,3	3,7	3,7
IX - Resposta e Uso do Paladar, Olfato e Tato	3,1	3,3	3,4	3,7	3,5
X - Medo ou Nervosismo	3,2	3,4	3,9	3,8	3,5
XI - Comunicação Verbal	3	3,2	3,8	3,6	3,5
XII - Comunicação Não-Verbal	3,2	3,6	3,8	3,5	3,9
XIII - Nível de Atividade	3,4	3,7	3	3,6	3,5
XIV - Nível e Consistência da Resposta Intelectual	3,5	3,8	3,1	3,6	4
XV - Impressões Gerais	3,3	3	3,5	3,7	3,6
Soma	49,1	50,9	52,8	54	54,7
Diagnóstico CARS-BR	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave	Autismo Grave
Resultado Fuzzy	47,01	47,8	48,34	48,58	48,58
Grau de Pertinência ao Conjunto Não Autista	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Leve Moderado	0	0	0	0	0
Grau de Pertinência ao Conjunto Autismo Grave	1	1	1	1	1
Diagnóstico Fuzzy	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave	Autista Grave