



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
REGIONAL CATALÃO



UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA  
DISCIPLINA DE CÁLCULO**

**SHEILA CRISTINA TEIXEIRA**

CATALÃO  
2019

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR  
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES  
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico:     Dissertação     Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: Sheila Cristina Teixeira

Título do trabalho: POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento  SIM     NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

  
Assinatura do(a) autor(a)<sup>2</sup>

Ciente e de acordo:

  
Assinatura do(a) orientador(a)<sup>2</sup>

Data: 26 / 03 / 2019

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data da defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

<sup>2</sup> A assinatura deve ser escaneada.

SHEILA CRISTINA TEIXEIRA

**POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA  
DISCIPLINA DE CÁLCULO**

Dissertação apresentada à Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás Regional Catalão, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Élide Alves da Silva

CATALÃO

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Teixeira, Sheila Cristina

POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO [manuscrito] / Sheila Cristina Teixeira. - 2019.

85 f.: il.

Orientador: Profa. Dra. Élide Alves da Silva.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, PROFMAT - Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Catalão, 2019.

Bibliografia. Anexos.

Inclui siglas, fotografias, abreviaturas, símbolos, gráfico, algoritmos.

1. Matemática elementar Maxima. . 2. Recursos computacionais.  
3. Ensino de Cálculo. 4. Maxima . I. Silva, Élide Alves da, orient. II. Título.

CDU 51



Ata de Defesa da Dissertação

Em 26 de março de 2019, às 10 h 01 min, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores(as) Dra. Elida Alves da Silva (orientadora), Dr. Fernando da Costa Barbosa, Dra. Fabiana Tristão de Santana para, em sessão pública realizada por Webconferência no Bloco J - Sala 03, da Regional Catalão (RC), da Universidade Federal de Goiás (UFG), procederem com a avaliação da Dissertação intitulada "POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO", de autoria de SHEILA CRISTINA TEIXEIRA, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo(a) presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida ao discente que, em 28 min procedeu a apresentação da Dissertação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Dissertação, que foi considerado: () **Aprovado** ou () **Reprovado**. Cumpridas as formalidades de pauta, às 11 h 03 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Elida Alves da Silva, lavrei a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente.

\_\_\_\_\_  
Dra. Elida Alves da Silva  
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG  
Presidente da Banca

\_\_\_\_\_  
Dr. Fernando da Costa Barbosa  
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

\_\_\_\_\_  
Dra. Fabiana Tristão de Santana  
UFRN/ECT-Natal

\_\_\_\_\_  
Sheila Cristina Teixeira  
Discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/RC/UFG

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”.

(Paulo Freire)

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, por ser essencial em minha vida, é Ele o autor do meu destino, o meu guia e protetor.

Aos meus pais que dignamente me apresentaram à importância dos estudos e ao caminho da honestidade e persistência.

Aos meus filhos amados Bya e Gabryel pela paciência e apoio incondicional em todos os momentos, principalmente nos de incerteza, muito comuns para quem tenta trilhar novos caminhos. Sem vocês nenhuma conquista valeria a pena.

À minha orientadora Élide, pela oportunidade de realizar este trabalho ao seu lado, a qual me inspira por tamanha sabedoria; meu respeito e admiração pela sua serenidade, capacidade e pelo seu profissionalismo, inibindo sempre a vaidade em prol da simplicidade e eficiência.

Aos demais professores e colegas do programa de Mestrado PROFMAT – Catalão, pelo incentivo e pelos preciosos momentos de trocas enriquecedoras que tivemos durante as disciplinas.

Aos amigos Cjanna, Mairica e Nilivan, pelo incentivo e oportunidade de convívio, foram inesquecíveis sextas-feiras juntos, minha admiração pela alegria contagiante, destaco também a humanidade de cada um, a ética e competência profissionais.



## RESUMO

O presente trabalho resulta de um estudo sobre as possibilidades para melhorar o desempenho dos acadêmicos na disciplina de Cálculo, desenvolvido junto a alunos iniciantes do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina Pré-Cálculo. É uma pesquisa de cunho qualitativo na qual, para a coleta de dados, foram utilizados um questionário de perfil socioeconômico, testes de sondagem relacionando conteúdos da matemática elementar e observação durante o desenvolvimento de atividades com recursos computacionais, registrada em diário de campo. Foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação e, contando com o desenvolvimento tecnológico e a facilidade de acesso aos recursos necessários, utilizamos o software *Maxima* aliado a atividades matemáticas planejadas, as quais pressupõem a investigação por parte do aluno, em uma intervenção em prol da melhoria do desempenho de discentes na disciplina. Além desse objetivo, buscamos analisar como esse tipo de atividade pode contribuir para uma aprendizagem mais efetiva. Os resultados mostram possibilidades metodológicas, visando à abordagem intuitiva dos conceitos num ambiente mais dinâmico, o qual possibilita a visualização de várias propriedades, principalmente gráficas. Ademais, a intervenção contribuiu para uma mudança de postura dos estudantes, que se mostraram mais ativos no processo de construção do conhecimento, conquistando certa autonomia.

### **Palavras-Chave**

Matemática elementar, Recursos computacionais, Ensino de Cálculo, Maxima

## ABSTRACT

This work is the result of a study about the possibility of improvement in the Calculation's academics' performance. It was developed within a first year group of Mathematics Degree students, specifically in the Pre- Calculation subject. This is a quantitative research, which, for data collection, used a socio - economic profile questionnaire, an Elementary Mathematics survey test and the observation of the development of activities in which computational resources were used, being that all these activities were recorded in a daily basis. It was made a bibliographic research about the using of Information and Communication Technology. Relying on technologic development and in the facility to access all the needed resources, we used Maxima software associated with planned Mathematics activities, which assume the investigation by the student, aiming to improve his own performance. Besides, we also aim to analyze how this kind of activity may contribute for a more effective learning process. The final results show methodological possibilities, looking to an intuitive approach of the concepts in an academic environment, which enable the possibilities of several properties visualization, mainly the graphic ones. Besides, the intervention contributed for a change in the students' attitudes, who turned out to be more active and independent in the learning process.

**Key words:** Elementary Mathematics. Computational Resources; Calculation Teaching; Maxima.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	14
2.1 O Uso das TIC's no Ensino de Matemática .....	14
2.2 O Ensino de Cálculo .....	16
2.3 Sobre o <i>Software Maxima</i> .....	19
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	28
<b>4 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DE DADOS</b> .....	31
4.1 Primeiras Impressões.....	31
4.2 Aplicação e Análise das Atividades Exploratórias.....	38
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	59
<b>6 REFERÊNCIAS</b> .....	61
<b>7 ANEXOS</b> .....	64

## 1 INTRODUÇÃO

A Matemática se faz presente na vida do homem desde a antiguidade, mesmo em tempos primitivos. Os povos viviam em grupos e a fim de manter a sobrevivência buscavam, de maneira intuitiva, procedimentos matemáticos para resolver situações vivenciadas pelos mesmos.

Segundo Oliveira, Alves e Neves (2008) nesse período o homem tinha a necessidade de calcular quantidade de alimentos, animais e pessoas e esse fato contribuiu para o aparecimento do conceito de número. Inicialmente, existia apenas a percepção de semelhanças e diferenças no que se refere às quantidades e foi aprimorado por meio de contagens primitivas com uso de ossos, pedras e dedos das mãos, registradas através de entalhes em ossos e pinturas nas cavernas, que posteriormente ficaram conhecidas como arte rupestre. Assim, ao longo dos anos, a Matemática vem sendo utilizada pela humanidade, de acordo com as necessidades de cada geração e as transformações que ocorrem na sociedade e no próprio homem.

Podemos ressaltar, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1999) que no mundo contemporâneo a Matemática se vincula a um vasto campo de relações, regularidades e coerências que favorecem o despertar da curiosidade, instigando a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, possibilitando a estruturação do pensamento, o desenvolvimento do raciocínio lógico e tecnológico. Desde experiências mais simples do cotidiano, até em estudos e pesquisas mais avançadas, a Matemática se faz presente, ativa e primordial. Essas potencialidades devem ser exploradas através do processo de ensino/aprendizagem de forma mais ampla possível.

Sobre o ensino atual da Matemática, deve-se ressaltar que, para a existência de um processo de ensino/aprendizagem de boa qualidade, uma das possibilidades é adotar estratégias metodológicas diferenciadas, associadas às tecnologias, que sejam atrativas e contribuam para a melhoria da aprendizagem dos educandos, motivando-os a serem ativos em todo processo.

Com base na realidade vivenciada pelos professores de Matemática cotidianamente em sala de aula, observamos que o processo de ensino/aprendizagem tem passado por mudanças no decorrer dos anos, tal como a utilização de um Currículo Referência bimestralizado desenvolvido no Estado de Goiás, com conteúdos trabalhados em quatro eixos temáticos (Números e Operações; Grandezas e Medidas; Espaço e Forma; e Tratamento da Informação). Vale destacar que tais eixos distanciam-se da realidade de muitas escolas, pois muitas vezes não corresponde à sequência dos livros didáticos adotados atualmente; a estrutura de tecnologia digital em sala de aula e nos laboratórios de informática das escolas não são suficientes, bem

como falta capacitação do professor para utilizar certas tecnologias em prol da construção do conhecimento matemático por parte dos alunos.

São inúmeros os desafios enfrentados para conseguir atingir o principal objetivo, uma aprendizagem efetiva, a qual será alicerce para os estudos futuros. Uma das primeiras constatações que a prática evidencia é o fato de que a passagem de um segmento de ensino para outro costuma causar, em grande parte dos alunos, sensações de desconforto e de insegurança. Todos que lidam com educação presenciaram exemplos para ilustrar essas fases de transição na vida de alunos, quer do ensino fundamental para o ensino médio, quer do ensino médio para o curso superior. Palis (2009, p. 206) corrobora com essa reflexão ao afirmar que,

Dentre as questões prementes no ensino universitário de Matemática, está o número crescente de alunos que enfrentam problemas com a transição do Ensino Médio para o Superior. Há muitas outras preocupações, relativas a mudanças pedagógicas e curriculares que vêm ocorrendo, ou que precisam ocorrer, devido a fatores vários: o rápido desenvolvimento das tecnologias computacionais; os apelos por integração com outras disciplinas, por iniciativas de inclusão e diversidade, por mais eficiência nos cursos de serviço, pelo emprego de múltiplas formas de avaliação, pelo trabalho em grupo, pelo desenvolvimento de habilidades de apresentação e comunicação, etc. (p.206)

As dificuldades enfrentadas no processo de ensino/aprendizagem podem ser constatadas por avaliações como SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) ou exames vestibulares há anos. Diante de tal situação, faz-se necessário buscar meios para trabalharmos com nossos alunos de forma a proporcionar-lhes condições de se desenvolverem academicamente com embasamento teórico e prático visando o seu desenvolvimento e preparo para a vida acadêmica e profissional.

A partir da experiência ao longo de quase uma década lecionando no Ensino Básico e Superior, foram constatadas diversas dificuldades de alunos que iniciam o Curso de Licenciatura em Matemática, com ênfase na disciplina de Cálculo I, por falta de alicerce para seguir seus estudos. Autores como Leithold(1988), Weber(1985), Medeiros(2008) e Paulette (2005), dentre outros, destacam que a falta de uma base sólida em Matemática pode dificultar os estudos e desempenho dos acadêmicos nessa nova etapa que é o ensino superior. Essa situação motiva, enquanto docente/pesquisadora, a busca de estratégias e metodologias para se trabalhar essa realidade, propondo melhorias na prática pedagógica.

A partir dessa problemática foram estabelecidos os seguintes questionamentos: (a) Qual o perfil do aluno que ingressa ao Curso de Licenciatura em Matemática? (b) Quais dificuldades

e carências de conteúdos básicos de Matemática estes alunos declaram ter? (c) Quais contribuições, uma proposta metodológica envolvendo tópicos de matemática elementar e utilizando recursos computacionais, pode oferecer aos alunos, como alicerce para os estudos de Cálculo I? Sendo a questão (c) o principal motivo da nossa pesquisa, nos instigando a busca de respostas que contribuam para melhorias no processo de ensino/aprendizagem.

Necessariamente, um aluno que irá cursar uma disciplina de Cálculo deve ter, pelo menos, a compreensão adequada dos conceitos e propriedades que envolvem o conjunto dos números reais e seus subconjuntos, o conhecimento das principais funções elementares, seu comportamento gráfico e propriedades, bem como certa habilidade algébrica na manipulação de expressões. Com isso em mente, a intervenção deve ser focada nos seguintes tópicos básicos de matemática. 1) Números Reais: naturais, inteiros, racionais e irracionais e operações; 2) Expressões Algébricas: fatoração e simplificação; 3) Funções: valor numérico, raízes, domínio e imagem, gráficos; 4) Comportamento gráfico de funções: deslocamentos horizontais e verticais, gráfico de funções inversas, paridade; 5) Funções Polinomiais: funções afim e quadrática, coeficientes e propriedades, funções polinomiais de grau maior que 2; 6) Funções Modulares, Exponenciais e Logarítmicas: comportamento gráfico.

Buscando uma metodologia alternativa que auxilie na prática docente e proporcione aos alunos uma melhor experiência, induzindo-os a serem mais participativos, ativos no processo de ensino/aprendizagem da Matemática, optou-se por uma linha de pesquisa que aborda o ensino, agregando excelência à docência. Na realidade, com esta pesquisa buscaram-se meios de tornar as aulas de Cálculo I, para o Curso de Licenciatura em Matemática, mais estimulantes por meio de procedimentos que propiciem um diálogo na relação professor-aluno, através uma proposta metodológica envolvendo tópicos de matemática elementar e utilizando recursos computacionais, oferecendo aos alunos alicerce para os estudos de Cálculo I. No caso específico desta pesquisa, será experimentada uma proposta de abordagem com alunos do 1º período noturno do Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual.

Portanto, o objetivo é buscar analisar como atividades planejadas, utilizando *software Maxima*, podem contribuir para uma aprendizagem mais efetiva na disciplina Pré-Cálculo no curso de licenciatura em Matemática.

As metas propostas foram identificar o nível de conhecimento de Matemática elementar dos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática do 1º período, elaborar uma proposta de atividades a serem realizadas com auxílio computacional, abordando conteúdos pré-requisitos para o estudo do Cálculo I e, ao final, analisar e discutir resultados.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 O Uso das TIC's no Ensino de Matemática

O ensino de Matemática, no decorrer dos anos, tem passado por transformações devido aos avanços tecnológicos, dentre os quais podemos citar a inserção da tecnologia digital em sala de aula, que se mostra fonte de grande discussão entre pesquisadores. Sendo a tecnologia de relevante importância para sociedade atual, considerada marco de uma geração. Assim, o sistema educacional deve se adequar visando proporcionar aos estudantes o contato com as novas tecnologias, promovendo a construção, por parte dos discentes, do conhecimento científico e tecnológico que perpassa a sociedade, com o objetivo de formar cidadãos críticos, conscientes e atualizados com os avanços tecnológicos do meio onde estão inseridos.

Ao longo dos anos, as ferramentas de informática para utilização na educação vem sofrendo transformações de forma rápida, mas a realidade vivenciada em diversas salas de aula ainda precisa ser adequada para o melhor aproveitamento desses recursos. Segundo Prado, et al (2008), nas primeiras utilizações dos computadores em sala de aula, que remontam-se há mais de 25 anos, prevalecia a perspectiva de ferramenta de cálculo sem fim cognitivo. A partir da década de 70, até finais da década de 80, os softwares aplicados à educação desenvolveram-se amplamente, sendo criados aplicativos para gestão escolar, tutoriais, programas de exercícios e prática, simuladores, jogos educacionais, entre outros. Esses aplicativos foram introduzidos em grande escala na década de 80 e sua utilização tem sido cada vez mais crescente desde então.

No começo desse processo evolutivo, acreditava-se que, seguindo a ideia da televisão educativa, os computadores seriam como substitutos do professor tradicional, o qual era detentor do conhecimento e repassava, com toda autoridade, as informações aos alunos que atuavam como meros receptores. No entanto, com o desenvolvimento das pesquisas envolvendo Tecnologias de Informação e Comunicação, denominadas TIC's, na educação matemática, perceberam-se várias perspectivas para o uso da tecnologia como instrumento de trabalho na área pedagógica como ferramenta de desenvolvimento cognitivo. As discussões oriundas dessas pesquisas têm mostrado que as contribuições dessas tecnologias serão significativas na aprendizagem se estiverem associadas à transformação da prática do professor. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009):

Parece haver uma crença de que as novas tecnologias são uma panaceia para solucionar os males da educação atual. Essa é uma razão pela qual a comunidade de Educação Matemática deve investigar seriamente a implementação e utilização das TIC's, pois, se, de um lado, pode ser considerado relativamente simples equipar as escolas com essas tecnologias, de outro, isso exige profissionais que saibam utilizá-las com eficácia na prática escolar. (p.46)

É preciso repensar o espaço da sala de aula para a utilização eficaz e eficiente de computadores, visando melhorias na interação professor-aluno. Ainda vivenciamos uma cultura tradicional de ensino, logo se faz necessária a capacitação ao se deparar com essa nova realidade, evitando que o modelo de aula tradicional seja simplesmente recopiado num novo contexto, o que levaria à perda de grande parte das contribuições que a tecnologia pode propiciar no processo de ensino/aprendizagem. De acordo com Lévy (1993) é preciso que seja feito um trabalho para que essas ferramentas se incorporem à cultura e ao cotidiano de quem irá utilizá-las. Vale destacar que a metodologia tradicional e as TIC's podem e devem ser usadas concomitantemente, pois são complementares na construção dos conceitos e ideias matemáticas. Segundo Valente (1999):

A “informática na educação” que estamos tratando enfatiza o fato de o professor da disciplina curricular ter conhecimento sobre os potenciais educacionais do computador e ser capaz de alternar adequadamente atividades tradicionais de ensino-aprendizagem e atividades que usam o computador. (p.2)

Diante da democratização das TIC's esta associação é quase inevitável. Ao se utilizar concomitantemente aulas expositivas e TIC's, a postura, tanto do professor quanto do aluno, é alterada tendo em vista o dinamismo nas aulas. As atividades desenvolvidas devem ser de caráter investigativo, fazendo o estudante assumir um papel ativo, enquanto os professores tornam-se mediadores na construção do conhecimento. Considerando que, no planejamento das atividades propostas, deve-se levar em conta essa nova realidade de ambiente de aprendizagem, é preciso que os professores estejam preparados tanto para o manuseio da máquina, quanto para os possíveis desafios enfrentados ao se utilizar a metodologia citada. Segundo Mori e Menezes (2003),

O ambiente digital é uma poderosa ferramenta e se for utilizado com responsabilidade, intencionalidade e participação de todos certamente possibilitará avanços na construção do conhecimento. Porém, é preciso que haja engajamento. É preciso priorizar a educação para a cultura digital para que ambientes de aprendizagem com suportes nas TIC se engravidem de conhecimento. ( p. 317)

É imprescindível nos atentamos para a preciosidade dos ambientes de aprendizagem com recursos computacionais, os quais possibilitam avanços na qualidade do ensino, principalmente da matemática.

Portanto, conforme a dissertação de Silva (2005), sobre a formação inicial de professores e a utilização das TIC's em sala de aula, destaca-se a importância do trabalho formativo dos professores na graduação, onde direciona à formação inicial de professores, o foco do



desenvolvimento da pesquisa. “As salas de aula, ou os laboratórios de ensino, são, por nós considerados, espaços para produção e socialização de conhecimentos.” Os futuros professores relataram que a utilização de TIC’s ajudou no processo de aprendizagem, então, pudemos observar como a constituição dos saberes docentes dos futuros professores de matemática num ambiente informatizado pode refletir e influenciar na prática docente deles.

Neste contexto, foi construída a proposta para a intervenção com alunos do primeiro ano de cursos de Licenciatura em Matemática, visando trabalhar com o *software Maxima* na disciplina Pré-cálculo.

## 2.2 Ensino de Cálculo

As inúmeras dificuldades apresentadas por alunos e professores ao trabalhar com definições, conceitos e propriedades algébricas no Ensino Básico causa certa preocupação em relação ao processo de ensino/aprendizagem de tais conteúdos, pois muitas vezes o conhecimento de Matemática elementar adquirido no Ensino Médio não é suficiente para o estudo Cálculo I.

Sanchez (2004) destaca que,

[...] as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem se manifestar nos seguintes aspectos: a) Dificuldades relacionadas ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática; do tipo da aquisição de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto à prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão do significado das operações. Dificuldade de resolver problemas implicando o entendimento do problema, compreensão e habilidade na análise do problema e raciocinar matematicamente. b) Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da Matemática. c) Dificuldades referentes à complexidade da Matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. Dificuldades relacionadas aos atrasos cognitivos generalizados ou específicos. d) Dificuldades que podem ser originadas no ensino inadequado ou insuficiente pela falta de sequência no ensino da matemática.

As dificuldades evidenciam que o mau desempenho dos acadêmicos em relação ao Cálculo, destaca-se, em particular, pela a dificuldade frente a conteúdos matemáticos básicos. Portanto, justifica-se a busca de respostas através de uma pesquisa com foco em intervenções planejadas visando a possibilidades metodológicas de ensino que propiciem resultados mais expressivos em relação ao desempenho dos estudantes.

É consenso que o Cálculo Diferencial e Integral tem grande utilidade em áreas do conhecimento humano quando aplicado em soluções de problemas de muitos campos de estudo,

como Economia, Engenharia, Medicina, Química, Física e Astronomia. Entretanto, sabemos que dificuldades quanto à aprendizagem dos conteúdos envolvidos nessa disciplina se traduz pelo alto índice de reprovação e desistência do curso inicialmente escolhido pelo jovem universitário (SILVA, 2009). São numerosos os trabalhos que se têm publicado que abordam o fracasso no ensino de Cálculo, tanto em universidades públicas como privadas. Na tentativa de encontrar respostas para tal problemática, alguns pesquisadores afirmam que a falta de conhecimentos básicos dos discentes dificultam o avanço na disciplina de Cálculo, enquanto outros destacam que as dificuldades pedagógicas dos docentes também implicam os altos índices de fracasso e/ou evasão.

Na perspectiva da falta de conhecimentos básicos, podemos citar Barreto (1995), que afirma:

As causas são muitas e já bem conhecidas, principalmente, a má formação adquirida durante o 1º e 2º graus, de onde recebemos um grande contingente de alunos passivos, dependentes, sem domínio de conceitos básicos, com pouca capacidade crítica, sem hábitos de estudar e conseqüentemente, bastante inseguros. (p.4)

Na busca de possibilidades para melhorar o desempenho dos discentes no processo de ensino/aprendizagem da disciplina Cálculo, entende-se que o aluno deve ter, pelo menos, a compreensão adequada dos conceitos e propriedades do conjunto dos números reais e seus subconjuntos; o conhecimento das principais funções elementares, seus comportamentos gráficos e propriedades; bem como certa habilidade algébrica na manipulação de expressões. No entanto, eles chegam despreparados para seguir os estudos no âmbito do Ensino Superior, o que pode ser consequência das inúmeras dificuldades apresentadas no Ensino Básico ao trabalhar com definições, conceitos e propriedades algébricas. Nesse sentido, no curso de Licenciatura em Matemática, no qual será desenvolvida a intervenção que subsidia essa pesquisa, foi inserida a disciplina Pré-Cálculo e no desenvolvimento dessa intervenção propõe-se a utilização de metodologias diferenciadas com o objetivo de agregar excelência à docência.

Na perspectiva das dificuldades dos docentes na prática pedagógica, segundo Becker (1995), o processo de ensino e aprendizagem tende a ocorrer sob uma das formas pedagógicas seguintes:

- a) Uma pedagogia centrada no professor, hierárquica, baseada na transmissão do conhecimento, que muitas vezes acaba por anular a capacidade criativa do aluno. A epistemologia empirista fundamenta e legitima essa forma pedagógica;
- b) Uma pedagogia centrada no aluno, que se contrapõe ao modelo anterior, mas que atribui ao aluno qualidades que ele não tem, como domínio do conhecimento sistematizado em determinada área ou uma capacidade de abstração elevada. A epistemologia apriorista fundamenta e legitima essa forma pedagógica;

c) Uma pedagogia centrada na relação, que tende a desabsolutizar os pólos da relação pedagógica, dialetizando-os, sem que nenhum disponha de hegemonia prévia. Professor e aluno trazem suas próprias bagagens que, diferenciadas, entram em relação e, na medida dessa relação, professor e aluno constroem conhecimento. A epistemologia construtivista fundamenta e legitima essa forma pedagógica.

E, Franchi (1993) afirma que, “o ensino tradicional de Cálculo se dá, na maior parte das vezes, através de aulas expositivas, centradas na fala do professor, com conteúdos apresentados como prontos e inquestionáveis, sem relação com situações reais”, o que dificulta o processo de ensino/aprendizagem por falta de interação e participação.

Então, para o êxito do processo de ensino/aprendizagem se faz necessário uma mudança de postura por parte dos docentes e discentes, onde ambos devem permanecer ativos em todo desenvolvimento da aula. Destacamos que um fator a ser observado e considerado é a motivação, principalmente dos discentes. Frota (2002) investigou as estratégias de estudo utilizadas por estudantes de Cálculo e, ao discutir os fatores que influenciam os estilos de aprendizagem dos estudantes, destaca a importância da motivação:

A motivação do aluno, por exemplo, é um fator que contribui para a aprendizagem, compreendendo as expectativas de desempenho que o aluno tem, fundamentadas em uma auto avaliação das próprias capacidades e na avaliação dos colegas, professores, familiares, bem como na importância ou valor que atribui à tarefa, ou seja, o valor da meta. (FROTA, 2002, p.61).

É importante ressaltar que utilizar o desenvolvimento de listas enormes de exercícios, focando na repetição de técnicas e métodos para fatorações, simplificações e estudo de funções, pode tornar o estudo exaustivo e desmotivante. Diante disso, para a intervenção, foram construídas possibilidades estratégicas metodológicas com a utilização de TIC's, tendo como objetivo tornar o processo de ensino/aprendizagem de Cálculo mais satisfatório, participativo e efetivo.

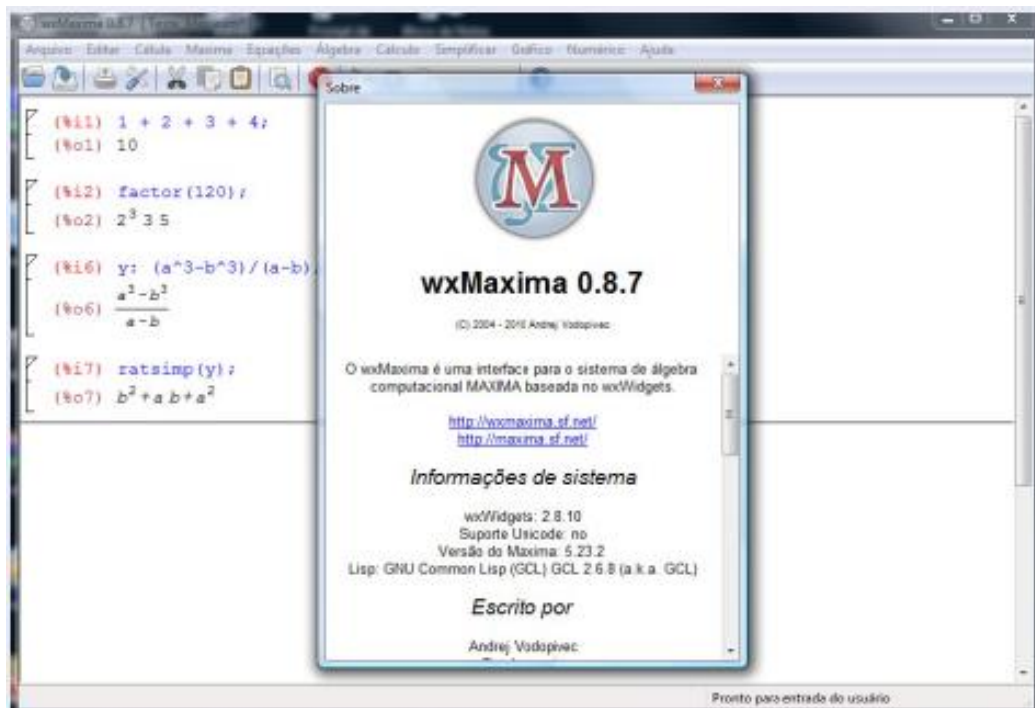
Nesse contexto, a tese de Souza Júnior (2000), destaca também a importância de se formar grupos, que a partir do trabalho coletivo, reflexões e a utilização de computadores no ensino de Cálculo, torna-se um facilitador no processo de ensino/aprendizagem.

O grupo produziu saberes para o desenvolvimento de uma prática pedagógica para ensinar e aprender Cálculo. As ações do grupo investigado estavam voltadas para a produção coletiva de saberes. Centramos o nosso olhar nessa pesquisa sobre o processo de produção das propostas de atividades de laboratório, das propostas de projetos e das avaliações da aprendizagem dos alunos. (SOUZA JÚNIOR, 2000, p. 295)

### 2.3 Sobre o *Software Maxima*

Levando em consideração os aspectos expostos anteriormente, para essa pesquisa/intervenção optou-se pela criação de uma sequência de atividades didáticas planejadas, tendo como base a utilização do *software Maxima*, cuja interface pode ser visualizada na Figura 01.

Figura 01 - Interface do *Maxima*



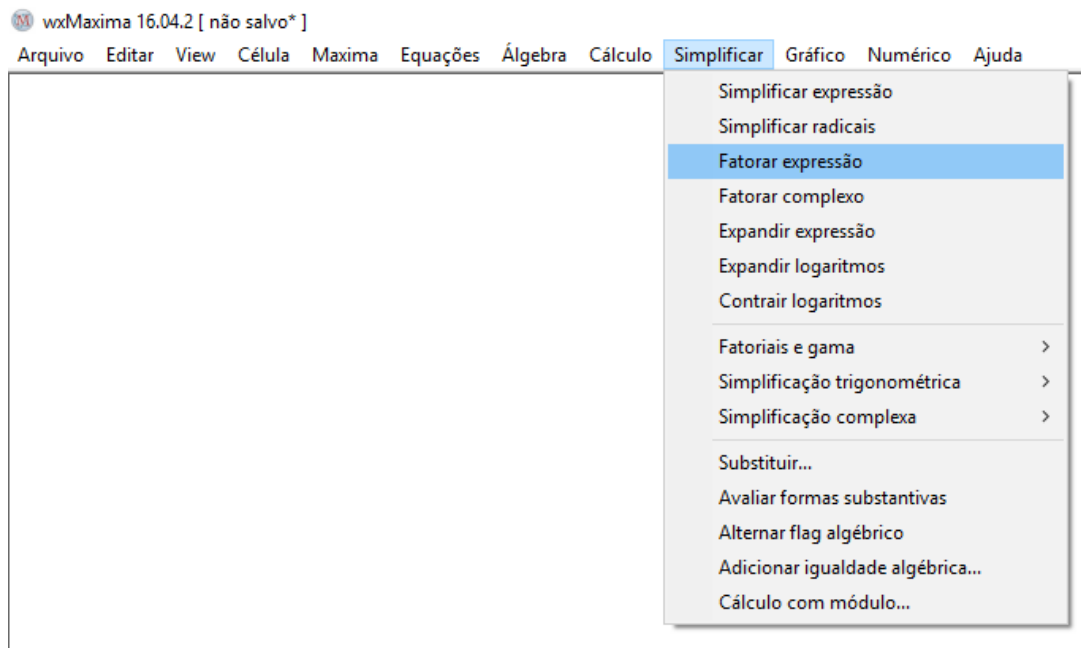
Fonte: Acervo da pesquisadora

*Maxima* é um programa que executa cálculos numéricos e simbólicos. Considerado um Sistema de Computação Algébrica de uso geral, está em desenvolvimento desde 1969. Seu nome original era *Macysma* e foi criado nos laboratórios do MIT, Estados Unidos, com financiamento de várias agências governamentais norte-americanas. É preparado para simplificar expressões algébricas e trigonométricas, efetuar cálculos com matrizes e com números complexos, esboçar diversos tipos de gráficos, fatorar polinômios, resolver diversos tipos de equações e sistemas entre outras funções. Pode ser usado como apoio computacional para os mais diversos tipos de disciplinas, sendo possível instalá-lo em sistemas operacionais como Windows, Macintosh e Linux. Trata-se de um programa livre, distribuído gratuitamente, sendo uma excelente ferramenta pedagógica, facilmente acessível a todos.

A interface utilizada para elaboração da proposta de intervenção é denominada *wxMaxima*, a qual é bastante amigável, intuitiva e fácil de usar. O *wxMaxima* é instalado

juntamente com o programa e sua tela inicial é uma das primeiras que aparecem quando o *Maxima* é executado. Diversas ações e comandos podem ser executados através das opções do menu principal, abrindo outras janelas com mais opções. Por exemplo, clicando em *Simplificar*.

Figura 02 - Menu Principal e Janela de Opções do Comando Simplificar



Fonte: Acervo da pesquisadora

As configurações básicas do programa são de fácil compreensão. Os comandos digitados devem ser encerrados com ponto e vírgula e, ao pressionar a tecla [Enter], as respostas são retornadas pelo programa. A seguir explicitamos comandos utilizados nas atividades da intervenção e alguns exemplos.

As operações aritméticas básicas são indicadas pelos símbolos +, -, \*(multiplicação), /(divisão) e ^ (potenciação). As prioridades das operações são estabelecidas conforme na Matemática e os parênteses podem ser utilizados para dar prioridade a algum cálculo. A raiz quadrada de  $x$  é indicada por  $\text{sqrt}(x)$ , o logaritmo natural de  $x$  é  $\log(x)$ , as funções trigonométricas são  $\sin(x)$ ;  $\cos(x)$ ;  $\tan(x)$ ;  $\sec(x)$ ;  $\cot(x)$ ;  $\csc(x)$  e as trigonométricas inversas são  $\text{asin}(x)$ ;  $\text{acos}(x)$ ;  $\text{atan}(x)$ . As constantes matemáticas  $\pi = 3,14159\dots$ ,  $e = 2,71828\dots$ ,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , são representadas por %pi, %e, %i e %phi, respectivamente. Veja a seguir exemplos de operações aritméticas básicas resolvidas no *Maxima*.

Figura 03 - Aritmética no *Maxima*

```

wxMaxima 16.04.2 [ não salvo* ]
Arquivo  Editar  View  Célula  Maxima  Equações  Álgebra  Cálculo  Simplificar  Gráfico  Numérico  Ajuda

(%i1) 3.2+1.5+1.3;
(%o1) 6.0

(%i2) 9.0/2.0;
(%o2) 4.5

(%i3) sqrt(25)-2*(3-5);
(%o3) 9

(%i4) 1/4-2/3+1/2;
(%o4) 1/12

(%i5) (2^3-1/5)^9;
(%o5) 208728361158759/1953125

(%i7) 9.0/7.0;
(%o7) 1.285714285714286

Fonte: Acervo da pesquisadora

```

Geralmente, o *Maxima* apresenta suas respostas da forma mais simplificada possível. Quando a resposta envolve frações, elas são mostradas sempre na forma irredutível.

Uma variável pode ter seu nome formado por uma única letra como  $x$ ,  $y$ , . . . ou ter um nome longo onde apareçam várias letras, algarismos e caracteres de sublinhado como em `expr1`; `result 1`; `result 2`; . . . Podemos atribuir valor a qualquer variável digitando-se o seu nome seguido de dois pontos e do valor da variável, por exemplo `x : 2`. Uma função pode ser definida utilizando-se o comando `:=`, como no exemplo `f(x) := cos(x) + x/5 - 3`.

A simplificação e desenvolvimento de expressões algébricas, bem como a fatoração são utilizadas na proposta de atividades e podem ser executadas da seguinte forma: com o comando `ratsimp(...)` para a simplificação e para o desenvolvimento o comando `expand(...)`. Se houver alguma função trigonométrica envolvida, então a expressão pode ser simplificada com o comando `trigsimp(...)` e ser desenvolvida utilizando o comando `trigexpand(...)`. A fatoração pode ser obtida com o comando `factor(...)`. Ressaltamos que o último resultado calculado pode

ser referenciado por um símbolo de porcentagem (%). A seguir são apresentados alguns exemplos na tela do *Maxima*.

Figura 04 – Simplificação, Desenvolvimento e Fatoração

```

wxMaxima 16.04.2 [ não salvo* ]
Arquivo Editar View Célula Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Ajuda

(%i2) factor(4*x^2-4*x*y+y^2);
(%o2) (y-2 x)^2

(%i3) factor(x^2+6*x+8);
(%o3) (x+2)(x+4)

(%i5) ratsimp((a^2-1)/(a^2+a-2));
(%o5) (a+1)/(a+2)

(%i8) ratsimp(a^2+2*a-3)/(a^2+8*a+16)*(3*a+12)/(a-1);
(%o8) (3 a+12)(a^2+2 a-3)/(a-1)(a^2+8 a+16)

(%i9) ratsimp(%);
(%o9) (3 a+9)/(a+4)

(%i11) trigsimp(sin(x)^3-cos(x)^3)/(sin(x)-cos(x));
(%o11) (sin(x)^3-cos(x)^3)/(sin(x)-cos(x))

(%i12) trigsimp(%);
(%o12) cos(x) sin(x)+1

```

Fonte: Acervo da pesquisadora

Diversas operações com polinômios podem ser efetuadas com o *Maxima*. A fatoração conforme citada anteriormente, o máximo divisor comum (MDC) e a divisão entre os polinômios  $f$  e  $g$  podem ser obtidos por meio dos comandos `gcd(f,g)` e `divide(f,g)`, respectivamente. O resultado da divisão é apresentado no formato  $[q, r]$  onde  $q$  é o quociente e  $r$  é o resto da divisão. No exemplo a seguir, definimos  $f$ ,  $g$  e  $h$ , calculamos o MDC entre  $f$  e  $g$  e a divisão de  $f$  por  $h$ .

Figura 05 – Divisão e MDC de Polinômios

```

wxMaxima 16.04.2 [ não salvo* ]
Arquivo  Editar  View  Célula  Maxima  Equações  Álgebra  Cálculo  Simplificar  Gráfico  Numérico  Ajuda

(%i1)  f: x^4 + 2*x^3 - 4*x^2 - 5*x - 84;
(f)    x^4 + 2 x^3 - 4 x^2 - 5 x - 84

(%i4)  g: (x + 4) * (x^2 + x + 7)^2;
(g)    (x + 4) (x^2 + x + 7)^2

(%i5)  gcd(f, g);
(%o5)  x^3 + 5 x^2 + 11 x + 28

(%i6)  h: x^2 + 3*x + 7;
(h)    x^2 + 3 x + 7

(%i7)  divide(f, h);
(%o7)  [x^2 - x - 8, 26 x - 28 ]

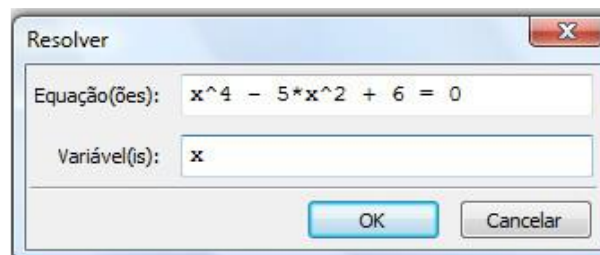
```

Fonte: Acervo da pesquisadora

Algumas vezes, ao invés de digitar linhas de comando, pode-se escolher uma janela no menu principal e usá-la para escolha do comando.

Uma equação pode ser resolvida com um comando solve (equação, variável). Podemos digitar uma linha de comando ou fornecer a equação em uma janela exclusiva para entrada de equações. O caminho para acessar essa janela é menu principal → Equações → Resolver (inserir a equação e a variável). Nas Figuras 06 e 07 estão representadas as duas formas de resolver a equação  $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ .

Figura 06 - Janela para Resolver Equações



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 07- Resolver Equações por meio de Comandos

```

wxMaxima 16.04.2 [ não salvo* ]
Arquivo  Editar  View  Célula  Maxima  Equações  Álgebra  Cálculo  Simplificar  Gráfico  Numérico  Ajuda

(%i2)  solve([x^4 - 5*x^2 + 6 = 0], [x]);
(%o2)  [x = -sqrt(2), x = sqrt(2), x = -sqrt(3), x = sqrt(3)]

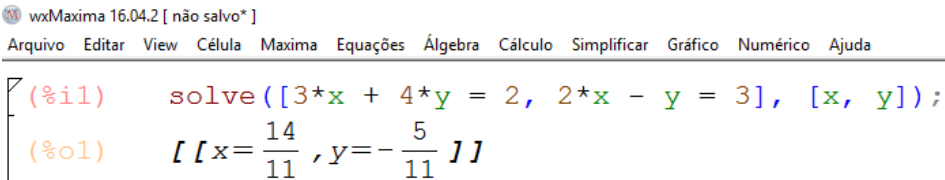
```

Fonte: Acervo da pesquisadora



Um sistema de equações pode ser resolvido da mesma forma que uma equação, bastando colocar as equações e as variáveis entre colchetes e separadas por vírgula. No exemplo a seguir resolvemos o sistema linear formado pelas equações  $3x + 4y = 2$  e  $2x - y = 3$

Figura 08 - Resolver Sistemas de Equações



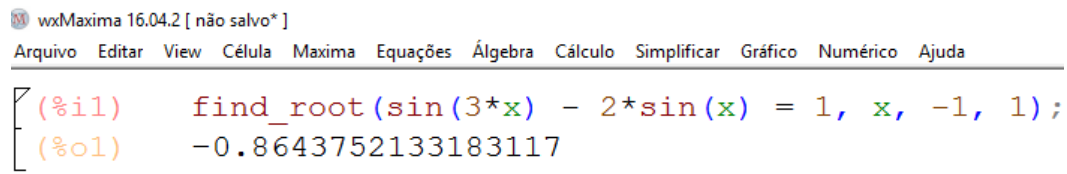
The screenshot shows the wxMaxima 16.04.2 interface. The menu bar includes Arquivo, Editar, View, Célula, Maxima, Equações, Álgebra, Cálculo, Simplificar, Gráfico, Numérico, and Ajuda. The command window contains the following input and output:

```
(%i1) solve([3*x + 4*y = 2, 2*x - y = 3], [x, y]);
(%o1) [[x = 14/11, y = -5/11]]
```

Fonte: Acervo da pesquisadora

É possível que se procure raízes de uma equação em um intervalo  $[a, b]$  específico. Neste caso, utiliza-se o comando `find_root` (equação, variável, a, b). No próximo exemplo, determinamos uma raiz da equação  $\sin(3x) - 2 \sin(x) = 1$  no intervalo  $[-1; 1]$ .

Figura 09 - Determinar Raízes de uma Equação em um Intervalo



The screenshot shows the wxMaxima 16.04.2 interface. The menu bar includes Arquivo, Editar, View, Célula, Maxima, Equações, Álgebra, Cálculo, Simplificar, Gráfico, Numérico, and Ajuda. The command window contains the following input and output:

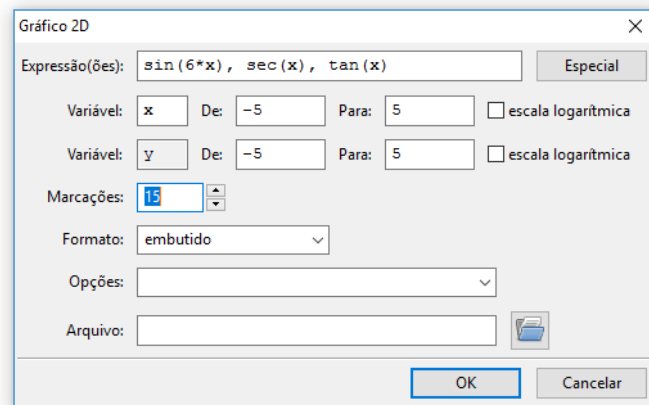
```
(%i1) find_root(sin(3*x) - 2*sin(x) = 1, x, -1, 1);
(%o1) -0.8643752133183117
```

Fonte: Acervo da pesquisadora

O *Maxima* pode ser utilizado para esboçar vários tipos de gráficos planos ou tridimensionais. A construção do mais simples tipo de gráfico plano com  $x \in [a, b]$  e  $y \in [c, d]$  pode ser feita com um comando direto na tela `plot2D(função, [x, a, b], [y, c, d])` ou pela janela gráfico no *WxMaxima*. Vários gráficos podem ser construídos em um mesmo sistema de eixos, bastando colocar a lista de funções envolvidas entre colchetes e separadas, entre si, por vírgulas.

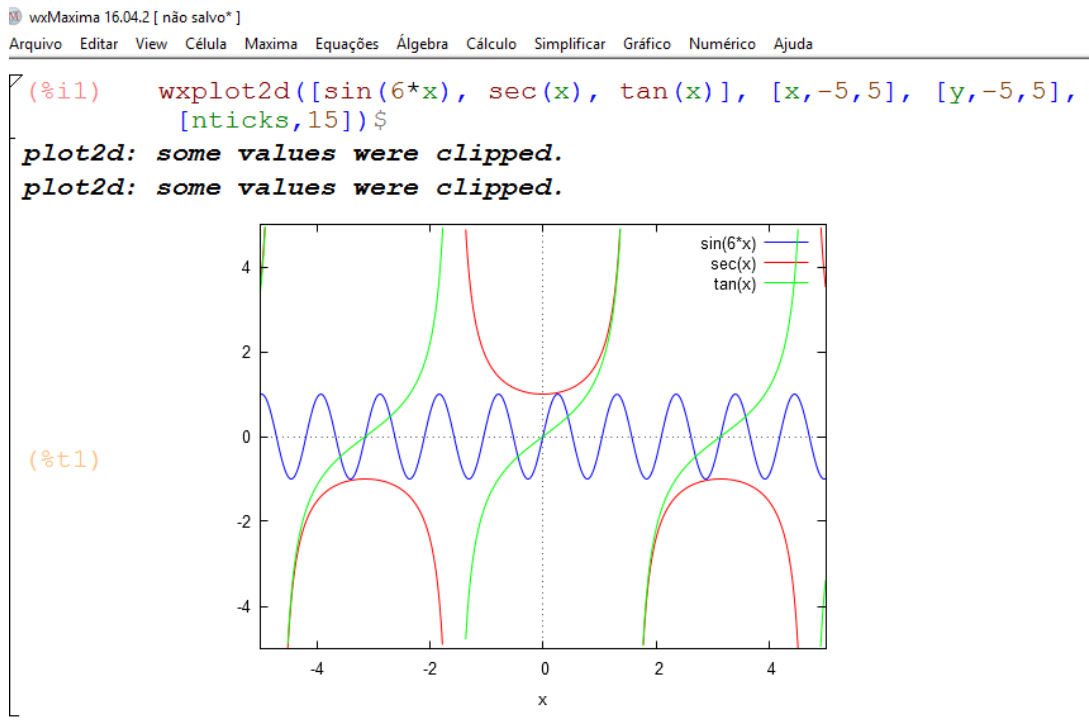
Neste exemplo construímos os gráficos de  $\sin(6x)$ ,  $\sec(x)$  e  $\text{tg}(x)$  com  $x$  e  $y$  variando de  $-5$  a  $5$ . Uma janela exclusiva para a digitação dos dados desejados pode ser acessada em Menu principal  $\rightarrow$  Gráfico  $\rightarrow$  Gráfico 2D.

Figura 10 - Esboçar Gráficos 2D



Fonte: Acervo da pesquisadora

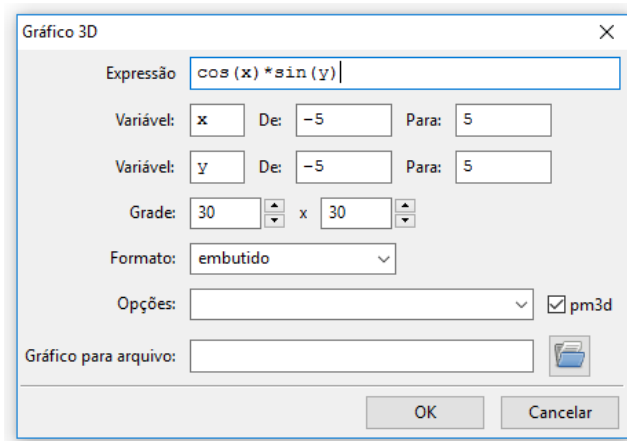
Figura 11 - Esboçar Gráficos 2D via Comandos



Fonte: Acervo da pesquisadora

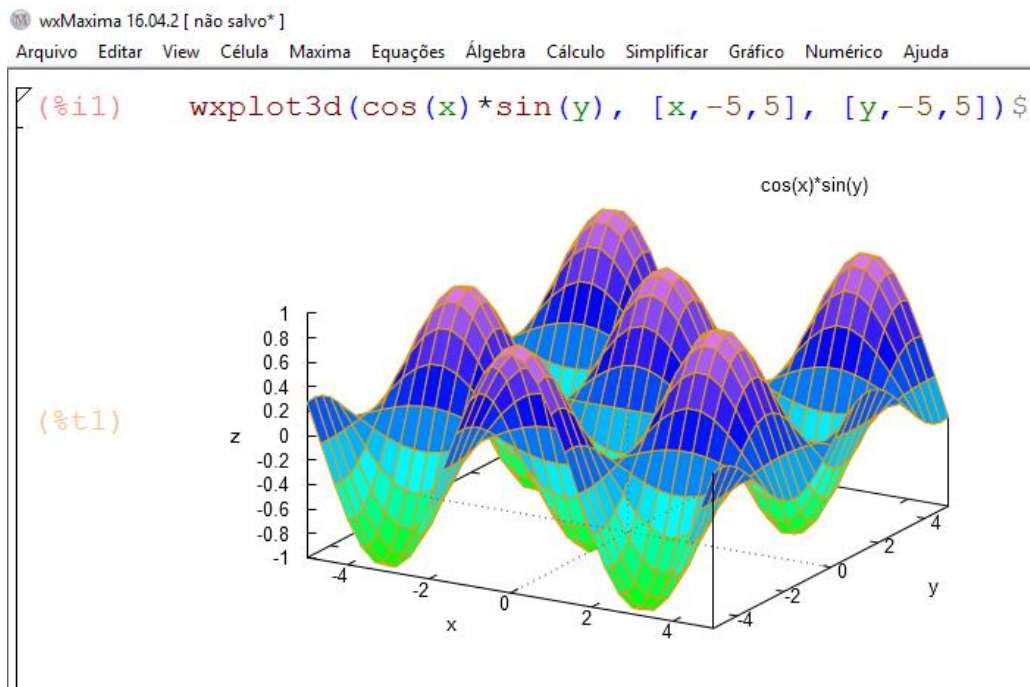
O gráfico tridimensional de uma função  $f(x, y)$ , com  $x \in [a, b]$  e  $y \in [c, d]$  pode ser esboçado por meio do comando `plot3D(f(x, y), [x, a, b], [y, a, b])` no WxMaxima ou fornecendo-se os dados do gráfico na janela que pode ser acessada em Menu principal → Gráfico → Gráfico 3D.

Figura 12- Esboçar Gráficos 3D



Fonte: Acervo da pesquisadora

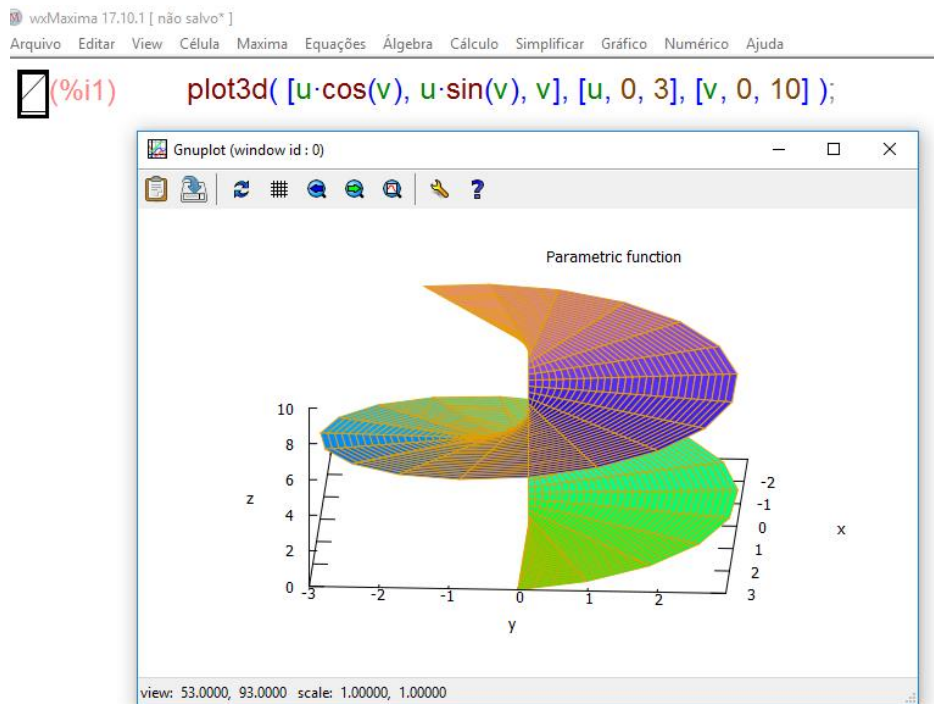
Figura 13 - Esboçar Gráficos 3D por meio de Comandos



Fonte: Acervo da pesquisadora

Se a superfície for definida por equações paramétricas, é possível esboçá-la fornecendo-se as equações entre colchetes e separadas por vírgula. Por exemplo:

Figura 14 - Esboçar Gráficos por meio de Equações Paramétricas



Fonte: Acervo da pesquisadora

Com o *Maxima* podemos resolver Limites, Derivadas, Integrais e Equações diferenciais. Ele pode ser usado também como uma linguagem de programação. Portanto, o *software Maxima* é um recurso computacional relevante enquanto ferramenta pedagógica, pois possui inúmeros recursos que podem ser apropriados ao ensino da Matemática. Podemos citar algumas fontes de pesquisa, para quem deseja saber sobre os recursos disponibilizados no *software Maxima*, por exemplo, os trabalhos de Lenimar Nunes de Andrade, *Máxima: um completo programa de Computação Algébrica*, UFPB, 2014 e *Máxima: um programa para as aulas de Matemática*, SBM, Coleção PROFMAT, 2015. Destaca-se também a dissertação de Alexandre Henrique de Martini, da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Câmpus Rio Claro – SP, 2011. *O software MÁXIMA aplicado ao Cálculo Diferencial*. Neste trabalho foi feito um estudo de tópicos de Cálculo Diferencial para funções de várias variáveis a valor real, utilizando como ferramenta o programa livre *Máxima*, possibilitando ao leitor informações relevantes sobre esse estudo e a utilização do *software*.

Portanto, com base em referências já citadas, tivemos uma direção para escolha do recurso computacional, no caso o *software Maxima*, de forma a analisar como atividades planejadas utilizando esse recurso podem contribuir para uma aprendizagem mais efetiva na disciplina Pré- Cálculo no curso de licenciatura em Matemática.

### 3 METODOLOGIA

Inicialmente, foram analisadas e discutidas algumas estratégias criadas por instituições de ensino superior, na tentativa de sanar, ou pelo menos, minimizar os resultados insatisfatórios observados. Os resultados obtidos foram utilizados como parâmetros na elaboração de uma proposta que contribua para melhoria da situação exposta. Posteriormente, foram aplicados um questionário para o levantamento do perfil socioeconômico dos participantes da pesquisa e o teste de sondagem sobre os conteúdos prévios, de matemática elementar, necessários no estudo do Cálculo I. Após análise dos dados, foi feito o planejamento de atividades, buscando possibilidades metodológicas que propiciassem uma abordagem intuitiva dos conceitos, num ambiente mais dinâmico, e possibilitassem a visualização de várias propriedades, principalmente gráficas. Além disso, as atividades foram elaboradas de forma a contribuir para uma mudança de postura dos estudantes, visando a torná-los mais ativos e autônomos no processo de construção do conhecimento.

A partir do planejamento foi desenvolvida uma intervenção pedagógica com os participantes da pesquisa, recorrendo aos recursos computacionais enquanto tendência da Educação Matemática, com o objetivo de desenvolver o raciocínio e a compreensão dos conceitos de alguns tópicos de matemática elementar. Neste contexto, foi utilizado o *software Maxima* aliado às atividades matemáticas planejadas, bem como foi avaliado o impacto dessa abordagem na formação de estudantes que não possuíam conhecimentos prévios de matemática elementar suficientes para cursar a disciplina Cálculo I.

Assim, optou-se por desenvolver uma pesquisa envolvendo o processo de ensino/aprendizagem de conteúdos pré-requisitos para o cálculo e a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação. A partir dessa definição, foi feito um levantamento bibliográfico. Para Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 4), os educadores matemáticos,

[...] para produzirem conhecimento realizam seus estudos utilizando métodos interpretativos e analíticos das ciências sociais e humanas, tendo como perspectiva o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor.

Neste contexto, encontram-se os experimentos de ensino, realizados em sala de aula, que visam, prioritariamente, permitir que compreendamos a forma como um estudante, ou pares deles, lidam com certa proposta de atividades, ou com as tecnologias de informação e comunicação (BORBA, 2004).

A pesquisa relatada neste trabalho também é considerada de cunho qualitativo, uma vez que o objetivo principal é investigar as contribuições da utilização de uma determinada sequência de atividades, para o ensino dos conteúdos citados, partindo de observações feitas das interações e desenvolvimento dos alunos, durante a realização das atividades. De acordo com Garnica (2009, p. 86), uma pesquisa qualitativa pressupõe as seguintes características:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

A pesquisa foi realizada semanalmente durante o primeiro semestre de 2018 a partir de 19 de março, após a submissão e aprovação do projeto de pesquisa pelo Comitê de Ética e Pesquisa (CEP), com o Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) 85754418.0 00005083. O local destinado às atividades da pesquisa é a sala do laboratório de matemática da universidade campo. Neste local estão disponíveis equipamentos pedagógicos, quadro negro, televisor, data show, computadores com acesso à internet e uma mesa grande para reuniões. Mesmo com o espaço e recursos restritos foi possível contar com o apoio, interação e colaboração dos participantes da pesquisa.

Figura 14 – Local da Pesquisa – Sala do Laboratório de Matemática



Fonte: Acervo da pesquisadora

Os participantes da pesquisa são os alunos do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática, do 1º semestre de 2018, de uma universidade estadual. Como instrumentos de coleta de dados, foram utilizados um questionário de perfil socioeconômico do participante, um formulário de sondagem sobre conteúdos de Matemática Elementar, observação durante o desenvolvimento das atividades planejadas e os questionários e formulários, incluindo perguntas abertas que permitiram aos participantes se expressarem livremente, aplicados ao longo da intervenção. Constam em anexo os instrumentos utilizados para a coleta de dados.

A partir do formulário de sondagem alguns tópicos matemáticos básicos, geralmente revisados em disciplinas de nivelamento e/ou introdutórias do Cálculo I, foram selecionados para a elaboração de uma sequência de atividades a serem executadas com o auxílio de um *software* matemático. Ponte (2003) indica o uso do *software Maxima* em atividades planejadas de acordo com conteúdos abordados, por ser um software livre, voltado para a realização de cálculos matemáticos, numéricos ou simbólicos, que possibilita manipular, expandir ou simplificar expressões algébricas, derivar e integrar funções, bem como visualizar diversos tipos de gráficos, além de outras funcionalidades, sendo um software de fácil utilização e interface amigável, o que levou a sua escolha.

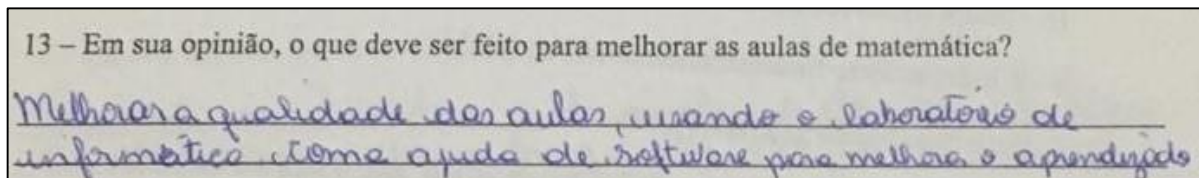
## 4 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DE DADOS

### 4.1 Primeiras Impressões

A partir da aplicação e análise do questionário sobre o perfil socioeconômico, verificou-se que os discentes ingressantes, no 1º período do curso de licenciatura em matemática do ano 2018, estão na faixa etária de 18 a 24 anos, sendo 18 do sexo masculino e 20 do sexo feminino. O estado civil declarado pela maioria é solteiro(a). Um total de 92% dos discentes trabalha em áreas distintas da licenciatura, porém pretendem atuar na área tendo real interesse pelo curso.

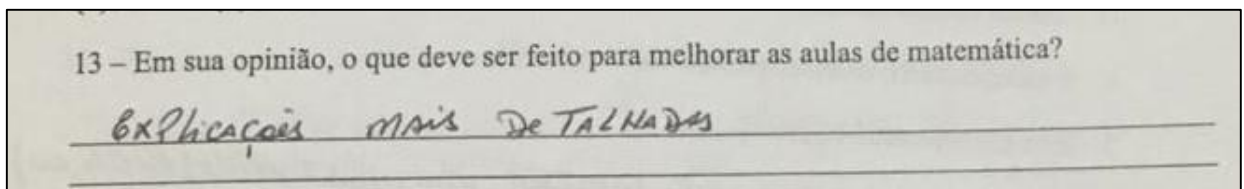
Somente 60% dos participantes declararam ter habilidades para utilizar recursos computacionais para desenvolverem conteúdos de matemática. Entretanto, todos se mostraram dispostos a colaborar para o desenvolvimento pesquisa, registrando a importância de melhorias no processo de ensino/aprendizagem de matemática, por meio de qualificação dos professores; Inserção de metodologias mais dinâmicas e interativas, que sejam eficientes e eficazes, especialmente a utilização de recursos tecnológicos (softwares). Nas figuras 16a e 16b constam comentários de participantes a esse respeito.

Figura 16a – Resposta do item 13 do questionário de perfil socioeconômico



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 16b – Resposta do item 13 do questionário de perfil socioeconômico



Fonte: Acervo da pesquisadora

Os discentes elencaram como conteúdos que não dominavam operações com racionais fracionários; radiciações; geometria plana e espacial; polinômios; equações; inequações; funções. Alegaram possuírem tais dificuldades por falta de tempo para estudar, principalmente por ter que conciliar trabalho e estudos; terem cursado um ensino fundamental com lacunas e



fraco, oportunidade em que as metodologias do professor não atendiam a maioria da sala; falta de interesse. Conteúdos elementares e a álgebra foram citados como entraves para os discentes, ocasionando problemas durante os primeiros contatos com o ensino superior na área das ciências exatas. Nas figuras 17a e 17b constam respostas de participantes fazendo esta referência.

Figura 17a – Respostas do item 15 do questionário de perfil socioeconômico

15 – Quais as dificuldades em matemática que você tem sentido como ingressante nesse curso?

*Dificuldade na matemática básica, aplicada nos ensinos fundamental e médio.*

Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 17b – Respostas do item 15 do questionário de perfil socioeconômico

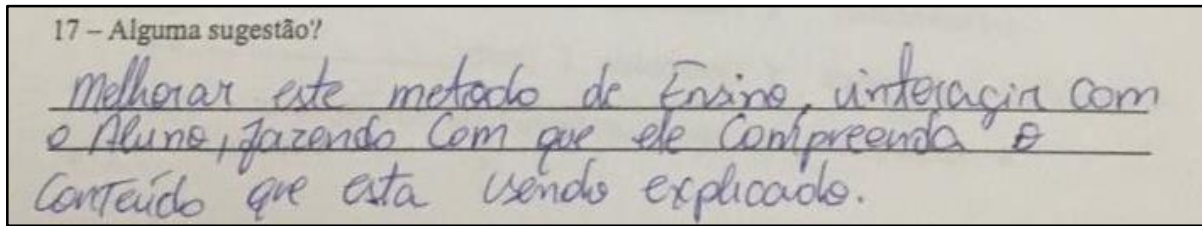
15 – Quais as dificuldades em matemática que você tem sentido como ingressante nesse curso?

*Álgebra*

Fonte: Acervo da pesquisadora

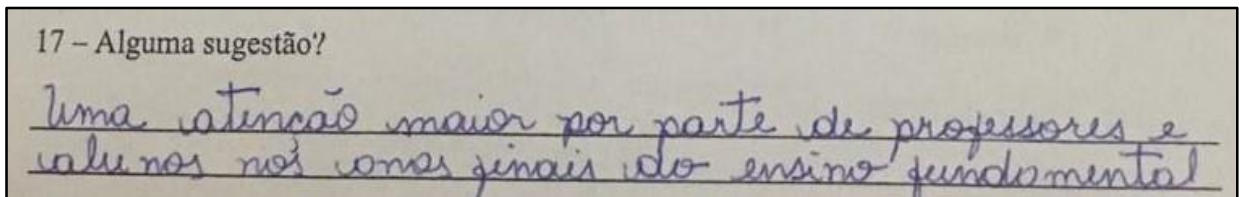
Alguns deram sugestões pedagógicas para melhorar o problema, tais como: dedicar mais tempo para explicações dos conteúdos; atenção maior aos anos finais do ensino fundamental, ou seja, consolidar a aprendizagem de conteúdos como polinômios, produtos notáveis, fatoração, conjuntos numéricos e suas operações, equações, inequações e funções, que são fundamentais para uma base estruturada ao ensino de Cálculo; inserir novas metodologias na prática docente; abordar nas aulas aplicações da matemática; aulas extras para os alunos com dificuldades; usar recursos tecnológicos e material didático diversificado.

Figura 17a – Respostas do item 17 do questionário de perfil socioeconômico



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 17b – Respostas do item 17 do questionário de perfil socioeconômico



Fonte: Acervo da pesquisadora

Portanto, as primeiras impressões reforçaram a importância da busca de respostas à pergunta norteadora desse trabalho. Tais respostas poderiam levar a ações com possibilidades para complementar os conhecimentos do ensino elementar de matemática trazidos pelos discentes ingressantes ao curso, numa perspectiva investigativa e exploratória com o auxílio dos recursos computacionais.

Diante dos apontamentos dos participantes sobre as dificuldades em conteúdos matemáticos básicos, foi elaborado e aplicado o teste de sondagem, com questões envolvendo conteúdos pré-requisitos ao ensino de cálculo, o qual serviu parâmetro para a elaboração das atividades de intervenção. As dificuldades apresentadas foram alarmantes. Cerca de 42% dos participantes nem conseguiram responder as questões propostas, principalmente as questões 1 e 3. Outros revelaram grandes dificuldades em operações aritméticas e algébricas básicas, bem como a falta de domínio de conceitos e propriedades. A seguir são apresentados alguns registros das dificuldades dos discentes ao desenvolver as questões propostas.

A Questão 1 foi respondida apenas por 20 discentes considerando o total de 38, destes, somente 06 desenvolveram a questão adequadamente. Assim, aproximadamente 16% dos discentes pesquisados tem conhecimento operações básicas de aritmética envolvendo o conjunto dos números reais. Na figura 18 consta uma das respostas equivocadas.

Figura 18 – Resposta da questão 1

Questão 1 – Determine o valor numérico (fração ou decimal).

Fonte: Acervo da pesquisadora

A Questão 2 foi respondida por todos os 38 discentes, mas somente 04 a desenvolveram adequadamente, representando aproximadamente 10,5% dos participantes. Observa-se que falta conhecimento sobre a classificação dos números em seus respectivos conjuntos, o que pode ser contatado na figura 19.

Figura 19 – Resposta da questão 2

Questão 2 – Dê um exemplo de cada item a seguir:

a) número natural: 2                      b) número inteiro positivo: 2  
 c) número inteiro negativo: -2                      d) número racional: 4  
 e) número irracional: 0,2                      f) número não real:  $\frac{2}{3}i$

Fonte: Acervo da pesquisadora

Apenas 20 participantes responderam a questão 3, mas nenhum deles respondeu todos os itens corretamente, ou seja, 0% acertou a questão. Realmente é preocupante o nível de dificuldade dos discentes ingressantes em conteúdos que são pré-requisitos ao ensino de Cálculo. Nas figuras 20, 21 e 22 constam observações relacionadas ao desenvolvimento dos itens da questão 3.

Figura 20 – Resposta da questão 3 (aluno A)

Questão 3- Fatore as expressões a seguir.

a)  $8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4$   $2xy^2(4x^2y + 3x^2y^2 - xy^3)$

b)  $x^2 + 7x + 12$   $x(x+7) + 12$

c)  $4x^2 - 25$   $(x+5)(x-5)$

d)  $x^3 - 2x^2 + 3x + 6$   $x(2x+3) + 6$

e)  $27x^3 - 1$   $(3x-1)((3x)^2 - 3x + 1^2)$

Fonte: Acervo da pesquisadora

O discente A não reconhece os casos de fatora o e nem os procedimentos para desenvolver a questão, executando opera es equivocadas.

Figura 21 – Resposta da questão 3 (aluno B)

Questão 3- Fatore as expressões a seguir.

a)  $8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4$   $8$   $(2xy^2)^2$

b)  $x^2 + 7x + 12$   $(x+7) + 12$   
 $6x = 12$   
 $x = \frac{12}{6}$   $x = 2$

c)  $4x^2 - 25$   $(4x^2 - 25)$

d)  $x^3 - 2x^2 + 3x + 6$   $x^3 - 2x^2 + 3x + 6$

e)  $27x^3 - 1$   $(3x - 1)$

$x^3 - 2x^2 + 3x + 6$   
 $-2x^2 + 6$   
 $-2x + 6$   
 $x = \frac{6}{-2}$   
 $x = -3$

$4x^2 - 25$   
 $\sqrt{4x^2}$   
 $\sqrt{25}$   
 $4x = 25$   
 $x = \frac{25}{4}$

Fonte: Acervo da pesquisadora

O discente B confunde as expressões algébricas com equa es e efetua cálculos err neos.

Figura 22 – Resposta da questão 3 (aluno C)

Questão 3- Fatore as expressões a seguir.

a)  $8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4$

b)  $x^2 + 7x + 12$

c)  $4x^2 - 25$

d)  $x^3 - 2x^2 + 3x + 6$

e)  $27x^3 - 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$   
 $\Delta = 49 - 4 \cdot 1 \cdot 12$   
 $\Delta = 49 - 48$   
 $\Delta = 1$   
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$   
 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2}$   
 $x = \frac{-7 \pm 1}{2}$

$\Delta = b^2 - 4ac$   
 $\Delta = 0^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-25)$   
 $\Delta = 300$   
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$   
 $x = \frac{-0 \pm \sqrt{300}}{4 \cdot 2}$   
 $x = \pm \sqrt{300}$

$x_1 = -3$   
 $x_2 = -4$

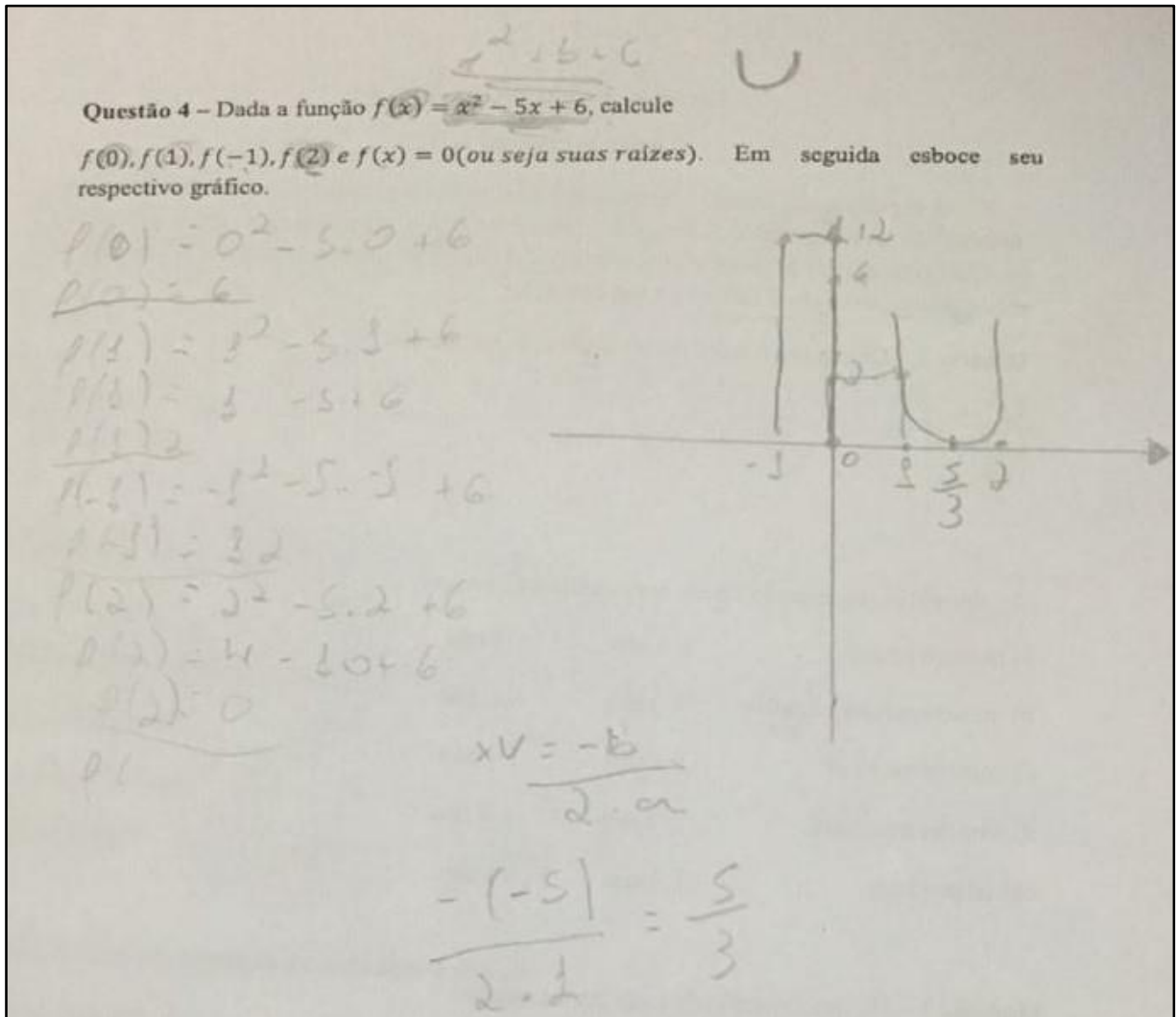
~~raiz~~  
 real

Fonte: Acervo da pesquisadora

De forma análoga ao anterior, o discente C começa a resolver as expressões do 2º grau como equações quadráticas utilizando a fórmula resolvente. Possivelmente, muito desenvolvida pelo mesmo no ensino básico automaticamente, sem compreender a definição de equações.

Somente 18 participantes fizeram a questão 4 completa, encontrando os dados necessários para o cálculo das raízes e esboço do gráfico. Destes, 07 discentes acertaram totalmente a questão, o que corresponde a aproximadamente a 23% dos discentes. Na figura 23 consta a resposta equivocada de um dos participantes.

Figura 23 – Resposta da questão 4



Fonte: Acervo da pesquisadora

Na Questão 5, houveram 20 acertos, 14 discentes erraram na resolução da questão e 04 não a responderam. Isso evidencia a dificuldade de associar cada representação algébrica das funções aos seus respectivos nomes, conforme exemplificado na figura 24.

Figura 24 – Resposta da questão 5

**Questão 5** – Associe as colunas de acordo com cada função. Em seguida especifique o desenho do gráfico de cada função dada.

(1) $f(x) = x^2 - 5x + 6$	(∞) Função afim
(2) $f(x) = -x + 2$	(∪) Função exponencial
(3) $f(x) =  x - 1 $	(!) Função logarítmica
(4) $f(x) = 2^{x+1}$	(∩) Função modular
(5) $f(x) = 2 \cos x + 1$	(∩) Função quadrática
(6) $f(x) = \log_2 x$	(∩) Função trigonométrica

Fonte: Acervo da pesquisadora

A partir da análise e discussão dos dados coletados foram planejadas as atividades para a intervenção, a fim de buscar possibilidades para melhorar o desempenho dos acadêmicos na disciplina de Cálculo, com o auxílio do *software wxMaxima*, visando a um melhor embasamento nos conteúdos necessários, dispostos na ementa de Pré-Cálculo.

#### 4.2 Aplicação e Análise das Atividades Exploratórias

As atividades foram elaboradas numa perspectiva investigativa e exploratória, com o objetivo de promover uma aprendizagem significativa. Os discentes, colocados na posição de pesquisadores e construtores da sua própria aprendizagem, saem da posição passiva e passam a apresentar uma postura ativa no processo de ensino/aprendizagem, criando estratégias e estabelecendo definições através das atividades elaboradas. Segundo Ponte (2003), os alunos podem envolver-se na realização de investigações matemáticas e isso é uma poderosa ferramenta no processo de construção do conhecimento que pressupõe algumas fases.

Para a realização de uma atividade com características investigativas, o professor deve estar atento a alguns aspectos. Uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases: (i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado. (PONTE, 2003).

O próprio processo de investigação subentende a descoberta, uma vez que o discente, agora na posição de pesquisador, investiga à procura de respostas a determinadas perguntas ou em busca da validação de suas conjecturas. Como as atividades da sequência têm seus objetivos claramente definidos, foram elaboradas de forma a tentar levar os estudantes a conclusões específicas, previamente intencionadas pela professora/pesquisadora, de modo que os discentes são, por assim dizer, guiados através do processo de investigação.

As explorações propostas, livres ou guiadas, levavam os alunos a tecerem intuições, inferências e conjecturas que, ao serem sistematizadas, produziam novas inferências e conjecturas em outro nível de elaboração, que necessitavam de novas sistematizações mais sofisticadas que, por sua vez, levavam a novas inferências..., num processo recorrente. (PIMENTEL, 2007, p.8)

As atividades foram propostas para serem resolvidas manualmente e com o apoio do *software Maxima*, abordando os conteúdos de números reais (naturais, inteiros, racionais e irracionais e operações); expressões algébricas (fatoração e simplificação); funções (valor numérico, raízes, domínio e imagem, gráficos); comportamento gráfico de funções (deslocamentos horizontais e verticais, gráfico de funções inversas, paridade); funções polinomiais (funções afim e quadrática, coeficientes e propriedades, funções polinomiais de grau maior que 2); funções modulares, exponenciais e logarítmicas (comportamento gráfico). Foi aplicada uma atividade por semana, no decorrer do 2º bimestre do curso semestral de Pré-Cálculo. As mesmas encontram-se, na íntegra, nos apêndices.

A apresentação do *software Maxima* aos discentes ocorreu de forma breve, explorando seus principais comandos através de exemplificações. Em seguida, na Atividade 1, foi pedido aos discentes que realizassem algumas operações básicas como adição, subtração, divisão, radiciação, para as quais obtiveram respostas em representação decimal e determinaram a qual subconjunto dos números reais o resultado pertencia (números naturais, inteiros, racionais ou irracionais). Os números racionais identificados foram escritos na forma  $a/b$ . Na figura 25 podemos visualizar algumas questões propostas na atividade 1, resolvidas manualmente por um dos participantes.



Figura 25 – Exercícios 1 e 2 propostos na Atividade 1

1- Abra o software wxMaxima, vamos encontrar resposta (em representação decimal), para cada situação proposta a seguir. (registre os resultados de cada operação, em seguida classifique-os nos conjuntos numéricos)

a)  $3,2 + 1,5 + 1,3 = 6,0 \mathbb{R} \mathbb{Z} \mathbb{N} \mathbb{Q}$   
 b)  $9/3 = 3,0 \mathbb{R} \mathbb{Z} \mathbb{N} \mathbb{Q}$   
 c)  $5/2 = 2,5 \mathbb{R} \mathbb{Q}$   
 d)  $2/3 = 0,6666... \mathbb{R} \mathbb{Q}$   
 e)  $1756/495 = 3,547474... \mathbb{R} \mathbb{Q}$   
 f)  $9/7 = 1,2857142857142857... \mathbb{R} \mathbb{Q}$   
 g)  $\sqrt{4} = 2,0 \mathbb{R} \mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{Q}$   
 h)  $\sqrt{2} = 1,414213562373095... \mathbb{R} \mathbb{Irr}$   
 i)  $\pi = 3,141592653589793... \mathbb{R} \mathbb{Irr}$   
 j)  $e = 2,718281828459045... \mathbb{R} \mathbb{Irr}$   
 k)  $\ln 3 = 1,098612288668109... \mathbb{R} \mathbb{Irr}$   
 l)  $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \Rightarrow \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 8 \mathbb{R}$   
 m)  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0,8660254037844387... \mathbb{R} \mathbb{Irr}$   
 n)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1,0 \mathbb{R} \mathbb{Z} \mathbb{N} \mathbb{Q}$   
 o)  $\pi + 4 = 7,141592653589793 \mathbb{R} \mathbb{Irr}$

d)  $x = 0,6666... \Rightarrow 10x = 6,6666... \Rightarrow x = \frac{6}{9}$   
 e)  $x = 3,547474 \Rightarrow 1000x = 3547,47474 \Rightarrow 10x = 35,47474 \Rightarrow x = \frac{3542}{990}$   
 f)  $x = 1,285714 \Rightarrow 100000x = 1285714,285714 \Rightarrow x = \frac{12857143}{999999}$

2- Observe as respostas obtidas na questão 1 e faça o que se pede:  
 2.1) Considere a definição de número racional: "Número racional é todo o número que pode ser representado por uma razão ou fração a/b de dois números inteiros, um numerador a e um denominador não nulo b. Podemos considerar que todos os números inteiros também são racionais." Quais são racionais? Em seguida escreva-os na forma a/b.

a)  $6,0 = \frac{6,0}{1}$ ; b)  $3,0 = \frac{3,0}{1}$ ; c)  $2,5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$ ; d)  $2,0 = \frac{2}{1}$   
 e)  $3 = \frac{3}{1}$ ; f)  $1,0 = \frac{1,0}{1}$ ; g)  $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ; h)  $3,5474 = \frac{3542}{990} = \frac{1756}{495}$   
 i)  $1,285714 = \frac{12857143}{999999}$

Fonte: Acervo da pesquisadora

A atividade 1, possibilitou-se uma discussão e troca enriquecedora de conhecimentos referente ao conjunto dos números reais. Os participantes tiveram dificuldades em alguns comandos do *software* bem como nas operações fundamentais, interpretações e conceitos sobre conjuntos numéricos. A discussão foi gerada com a construção do conhecimento sobre a definição de número racional, onde num clima dinâmico e interativo, juntos interpretaram e entenderam de forma prática "o que é um número racional".

Na Atividade 2 foi abordado o conteúdo de expressões algébricas (fatoração e simplificação) com os objetivos de revisar as técnicas de fatoração e propriedades da potenciação para simplificar expressões algébricas e aprender a utilizar o *software wxMaxima* nos processos básicos de fatoração e simplificação dessas expressões. Nas figuras 26a, 26b e 26c, visualizamos a resolução de alguns dos exercícios propostos tanto com a utilização do *software wxMaxima*, quanto resolvidos manualmente por um dos participantes. Como as atividades são exploratórias, construtivas e interativas tivemos poucas dificuldades, no entanto, observamos que

as operações algébricas ainda geram alguns pontos de atenção. Mas, através do trabalho em grupo, várias dúvidas sobre simplificação e fatoração foram sanadas, dando suporte a realização escrita da atividade, obtendo excelência e êxito na execução da mesma.

Figura 26a – Questões 1 e 3 propostas na atividade 2 resolvidas no *Maxima*

```

wxMaxima 17.10.1 [ não salvo* ]
Arquivo Editar View Célula Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Ajuda

(%i2) factor(10·x^4·y^2+4·x^3·y^3-2·x·y^4);

(%o2) -2 x y^2 (y^2-2 x^2 y-5 x^3)

(%i3) factor(4·x^2-4·x·y+y^2);

(%o3) (y-2 x)^2

(%i4) factor(9·x^2-49);

(%o4) (3 x -7) (3 x +7)

(%i5) factor(8·x^3-1);

(%o5) (2 x -1) (4 x^2+2 x +1)

(%i6) factor(x^3-2·x^2+3·x-6);

(%o6) (x-2) (x^2+3)

(%i7) factor(x^2+6·x+8);

(%o7) (x+2) (x+4)

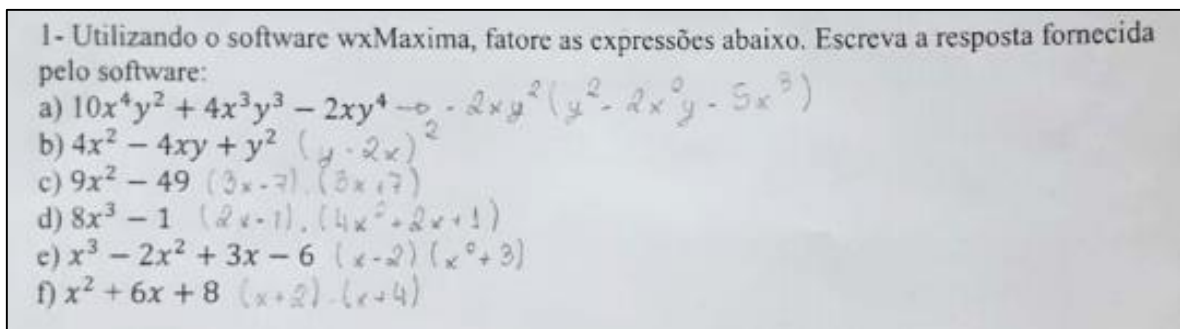
(%i9) ratsimp(((2·x^2)^4)·((4·x^3)^3)·((y^3)^5))/(((32·x)^2)·((y^5)^3));

(%o9) x^15

```

Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 26b – Questões 1 proposta na atividade 2



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 26c – Questões 2 e 3 propostas na atividade 2

2- Fatore, com utilização de lápis e papel, as expressões do exercício 1, tentando na medida do possível, especificar quais os métodos e procedimentos utilizados.

a)  $10x^4y^2 + 4x^3y^3 - 2xy^4$   
 $-2xy^2 \cdot \left( \frac{10x^4y^2}{-2xy^2} + \frac{4x^3y^3}{-2xy^2} - \frac{2xy^4}{-2xy^2} \right)$  { fator comum }  
 $-2xy^2 \cdot (-5x^3 - 2x^2y + y^2)$

b)  $4x^2 - 4xy + y^2$   
 $(2x - y)^2$  { trinômio quadrado perfeito }

c)  $9x^2 - 49$   
 $(3x - 7) \cdot (3x + 7)$  { Diferença de quadrados }

d)  $8x^3 - 1$   
 $(2x - 1) \cdot (4x + 2x + 1)$  { Diferença de cubos }

e)  $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$   
 $x^2 \cdot (x - 2) + 3 \cdot (x - 2)$   
 $(x - 2) \cdot (x^2 + 3)$  { fatoração de grupo }  
 f)  $x^2 + 6x + 8$  Produto  
 $(x + 2) \cdot (x + 4)$  { fatoração de trinômio }

3- Simplifique a expressão abaixo, usando o software:

$$\frac{(2x^2)^4 \cdot (4x^3)^3 \cdot (y^3)^5}{(32x)^2 \cdot (y^5)^3} \quad x^{15}$$

Fonte: Acervo da pesquisadora

Na Atividade 3 foram abordados os conteúdos de funções (valor numérico, raízes, domínio e imagem, gráficos) com os objetivos de utilizar o *software wxMaxima* para explorar os conceitos relacionados ao valor numérico de uma função, compreender o conceito de raiz (ou zero) de uma função, entender o Teorema do Valor Intermediário e reconhecer o domínio e o conjunto imagem de funções, algébrica e graficamente. Foi possível analisar os valores numéricos com seus respectivos sinais, explorando a possibilidade de raízes num determinado intervalo. Investigando e compreendendo Teorema de Bolzano, alguns participantes tiveram dificuldades para compreender a forma escrita do teorema, mas através das construções e discussões foi possível melhorar e ampliar os conhecimentos sobre o tema. Nas figuras 27a e 27b, visualizamos alguns dos exercícios de abordagem algébrica.

Figura 27a – Questão 1 proposta na atividade 3 resolvida no *Maxima*

```
wxMaxima 17.10.1 [ não salvo* ]
Arquivo Editar View Célula Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Ajuda

(%i1) f(x):=4*x^3+4*x^2-25*x-25;
(%o1) f(x) := 4 x^3 + 4 x^2 + (-25) x - 25

(%i2) f(-3);
(%o2) -22

(%i3) f(-2);
(%o3) 9

(%i4) f(0);
(%o4) -25

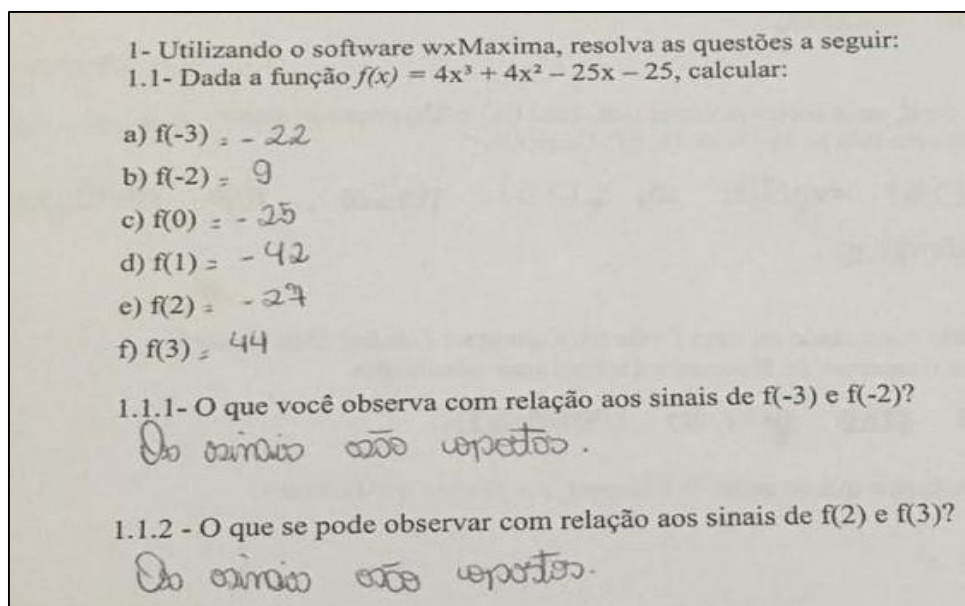
(%i5) f(1);
(%o5) -42

(%i6) f(2);
(%o6) -27

(%i7) f(3);
(%o7) 44
```

Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 27b – Questão 1 proposta na atividade 3

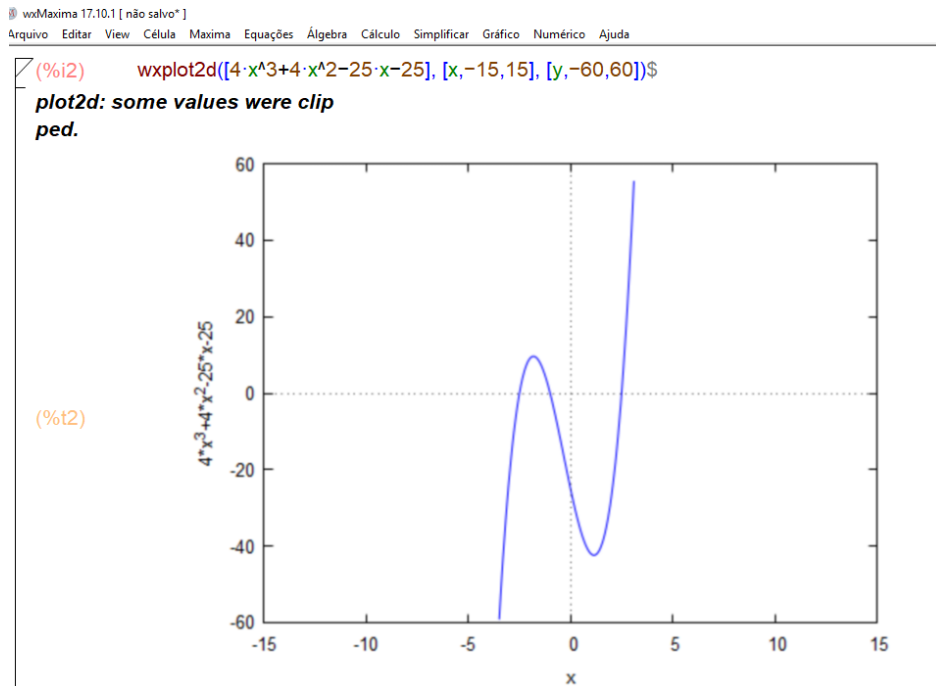


Fonte: Acervo da pesquisadora

Alguns exercícios possibilitaram a construção de gráficos (vide figura 28a) o cálculo de raízes e, através da investigação e comparação, explorar o fato dos valores de  $f(x)$ , em determinados intervalos, possuírem sinais opostos como indício para se encontrar as raízes da função (vide figura 28b). Durante a realização da atividade os participantes tiveram dificuldades para concluir sobre estudos das raízes como proposto. Foram necessárias intervenções

durante as discussões para melhor compreensão sobre as raízes de funções observadas nos gráficos.

Figura 28a - Questão 1.2 a) resolvida no *Maxima*



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 28b - Questões 1c) e 2

c) Você acha que o fato de  $f(-2)$  e  $f(0)$  possuírem sinais opostos poderia ser uma pista para encontrarmos uma das raízes da função? Por que?

*Sim, porque quando os sinais são opostos o gráfico corta o eixo x*

2- Dada a função  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ :

a) Construa o gráfico da função na tela do wxMaxima. ✓

b) Encontre as raízes. *[x=2; x=3]*

c) Calcule  $f(1)$  e  $f(4)$ . *[f(1)=2; f(4)=2]*

d) Agora calcule  $f(2,5)$  e  $f(3,5)$ . *[f(2,5)=-0,25; f(3,5)=0,75]*

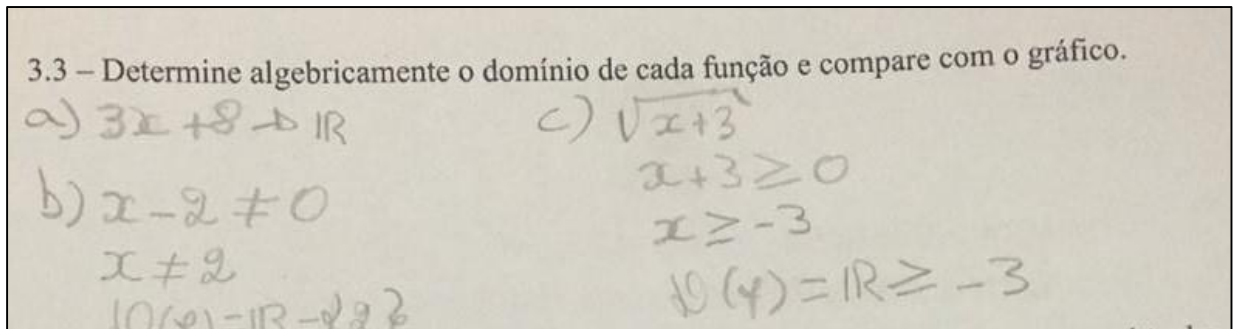
e) O que você observa com relação aos sinais das duplas de imagens calculadas?

*Sinais opostos entre as duplas de imagens*

Fonte: Acervo da pesquisadora

No software foram construídos diversos gráficos de funções de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , tais como  $f(x) = 3x + 8$ ,  $f(x) = \frac{1}{x-2}$  e  $f(x) = \sqrt{x+3}$ , a partir dos quais explorou-se as ideias de domínio e imagem como pode ser visualizado na figura 29 (exercício respondido por um dos participantes).

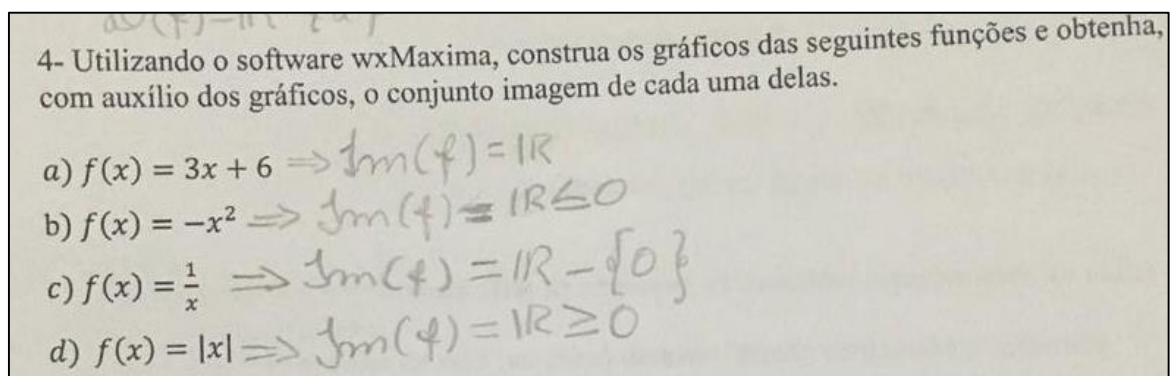
Figura 29 - Domínios de funções



Fonte: Acervo da pesquisadora

Utilizando o *software wxMaxima*, construímos os gráficos das funções  $f(x) = 3x + 6$ ,  $f(x) = -x^2$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $f(x) = |x|$  e investigamos, conjunto imagem de cada uma delas, como representado pela solução proposta por um dos participantes na figura 30.

Figura 30 - Conjuntos imagens de funções



Fonte: Acervo da pesquisadora

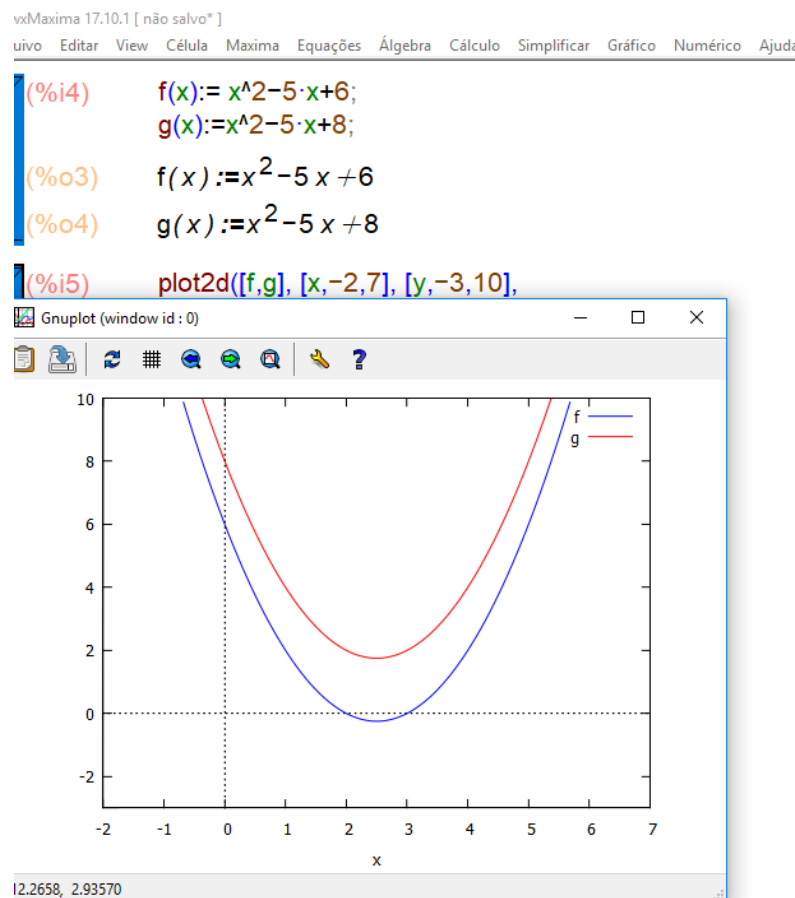
Constatou-se que, com o gráfico construído, os discentes alcançaram visualização e entendimento necessários para a interpretação dos conjuntos domínio e imagem de cada função, facilitando o ensino/aprendizagem sobre este conteúdo.

Na atividade 4 foi abordado o comportamento gráfico de funções (deslocamentos horizontais e verticais, gráfico de funções inversas e paridade), com o objetivo de utilizar o

*software wxMaxima* para compreender e identificar transformações nos gráficos de funções tais como deslocamentos; visualizar e compreender as relações entre os gráficos de funções inversas, bem como identificar e representar graficamente funções pares e ímpares.

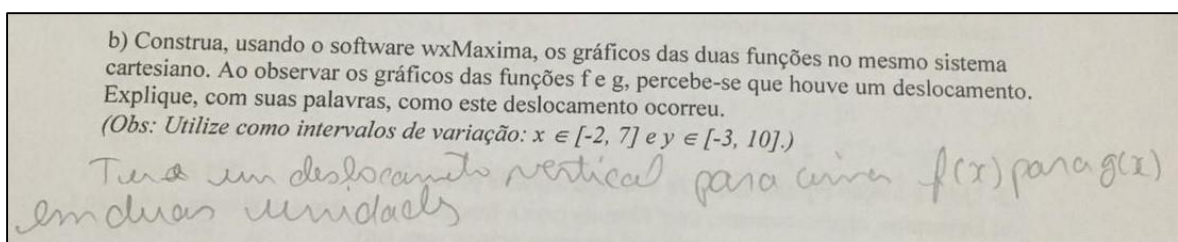
Iniciou-se a atividade com as funções  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  e  $g(x) = f(x) + 2$ , que foi determinada algebricamente. Em seguida, construiu-se, usando o *software wxMaxima*, os gráficos das duas funções no mesmo sistema cartesiano (figura 31a), a partir da qual os discentes explicaram o deslocamento ocorrido, um exemplo pode ser visto na figura 31b.

Figura 31a - Questão 1b) proposta na atividade 4



Fonte: Acervo da pesquisadora

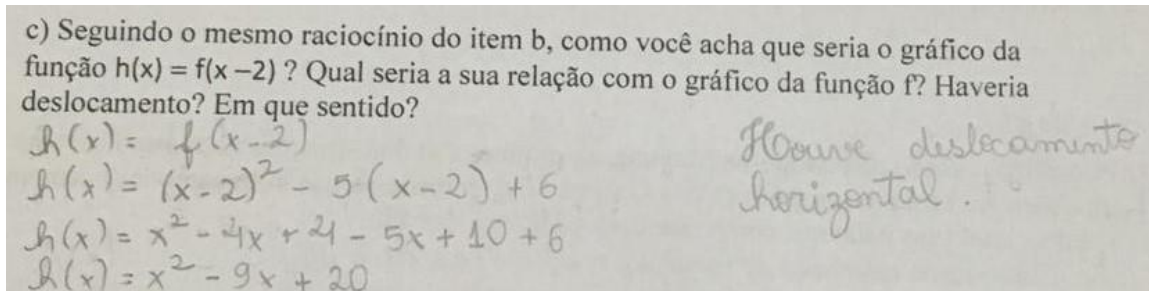
Figura 31b - Questão 1b) proposta na atividade 4



Fonte: Acervo da pesquisadora

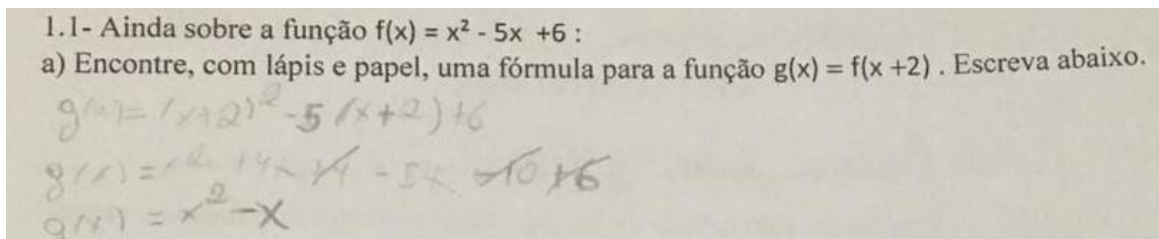
Após as observações, conclusões e registros sobre  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ ,  $g(x) = f(x) + 2$  e  $h(x) = f(x) - 2$ , determinou-se também as fórmulas das funções  $h(x) = f(x - 2)$  e  $g(x) = f(x+2)$  e foram feitos questionamentos seguindo o mesmo raciocínio do item b. As respostas elaboradas manualmente podem ser visualizadas nas figura 32a e 32b e suas construções feitas no software pode ser visualizada na figura 32c.

Figura 32a – Cálculo de  $h(x) = f(x - 2)$



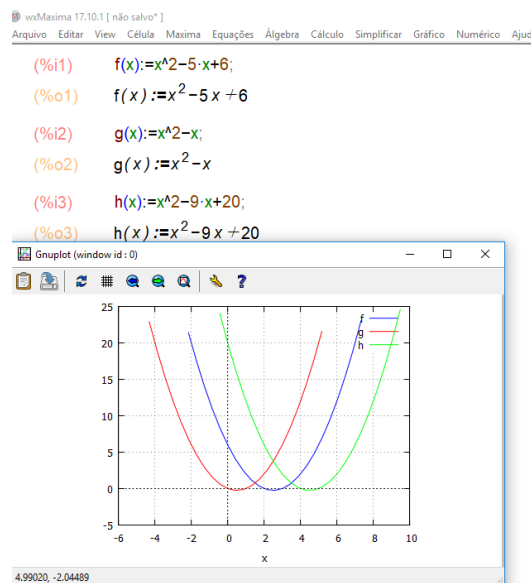
Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 32b – Cálculo de  $g(x) = f(x + 2)$



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 32c - Gráficos de deslocamentos horizontais de  $f(x) = x^2 - 5x + 6$

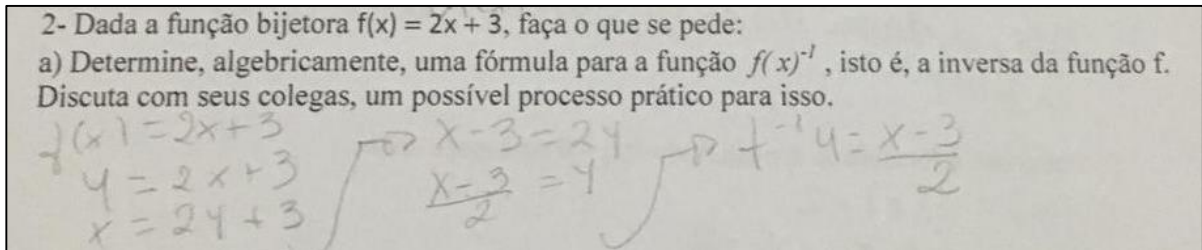


Fonte: Acervo da pesquisadora



Na questão 2, foi dada a função bijetora  $f(x) = 2x + 3$  e pediu-se para determinar, algebricamente, a inversa da função  $f$  (vide figura 33). Gerou-se uma discussão sobre um possível processo prático para o cálculo de uma função inversa.

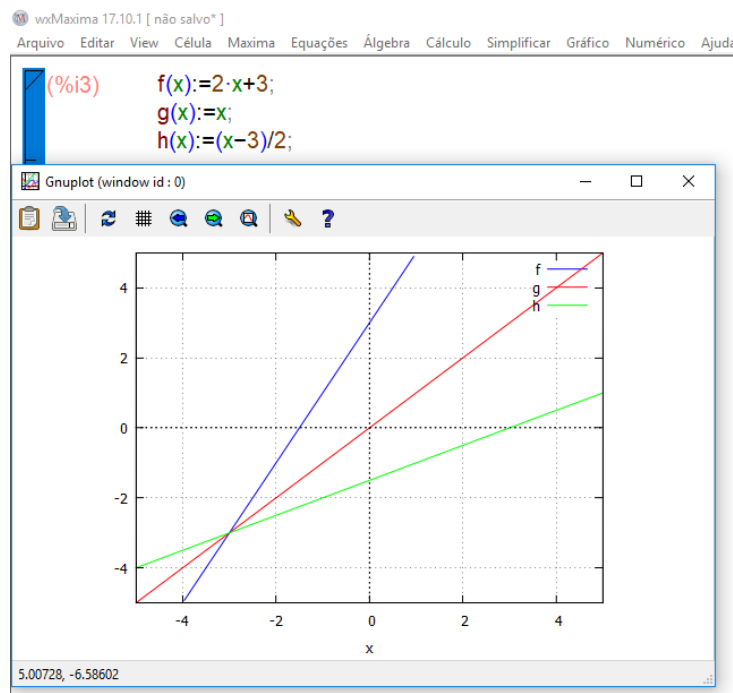
Figura 33 – Cálculo de uma função inversa



Fonte: Acervo da pesquisadora

Após a obtenção da expressão da função inversa  $f^{-1}(x)$ , na mesma janela do *software wxMaxima*, construiu-se os gráficos de  $f$ , de sua inversa, e da função identidade  $f(x) = x$ . A partir dos gráficos das três funções desenhadas (vide figura 34), observou-se que há uma simetria, determinando qual das três funções desenhadas representa um eixo de simetria.

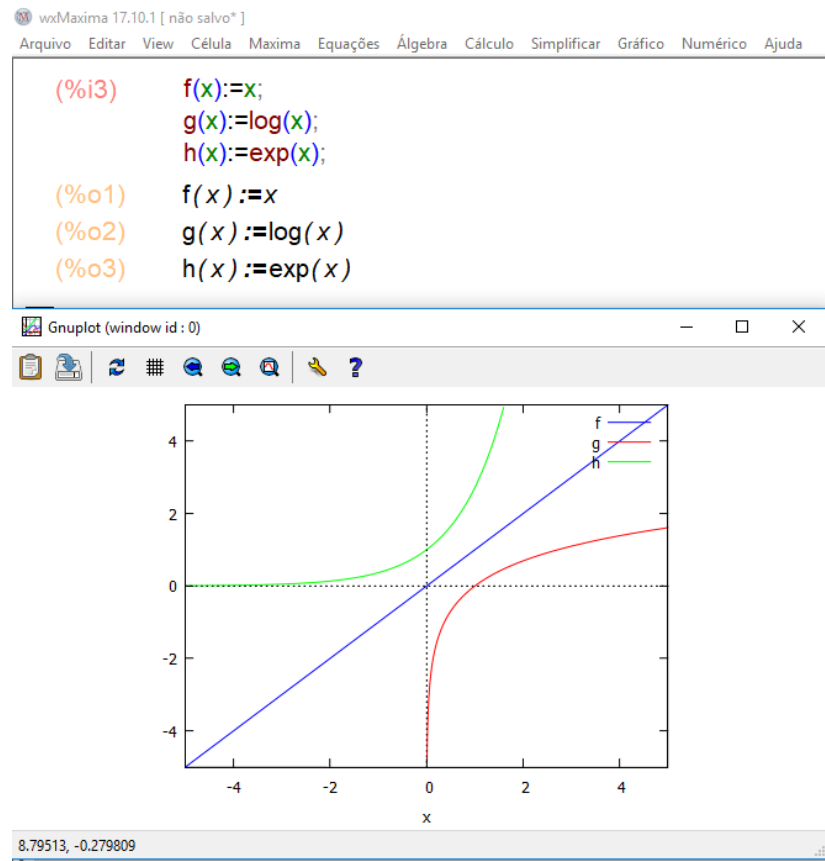
Figura 34 - Gráficos das funções  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = x$  e  $f^{-1} = h(x) = (x - 3)/2$



Fonte: Acervo da pesquisadora

A seguir, foram construídos num mesmo sistema de coordenadas, os gráficos das funções  $f(x) = x$ ,  $g(x) = \ln(x)$  e  $h(x) = e^x$  (vide figura 35). Explorou-se através de questionamentos se existia simetria entre os gráficos e se seria correto dizer que  $g(x) = \ln(x)$  e  $h(x) = e^x$  são funções inversas uma da outra, justificando suas respostas através da análise e observação.

Figura 35 – Gráficos das funções  $f(x) = x$ ,  $g(x) = \ln(x)$  e  $h(x) = e^x$



Fonte: Acervo da pesquisadora

Após as observações e constatações sobre a simetria, como pode ser visto na figura 36, foram feitos exercícios algébricos sobre funções pares, ímpares e funções que não se caracterizam como pares e nem ímpares.

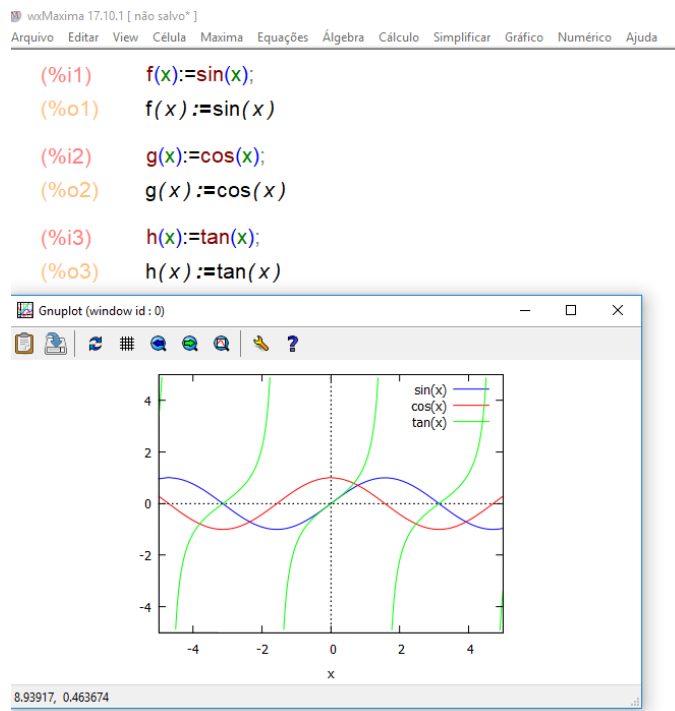
Figura 36 – Resolução de exercício sobre funções pares e ímpares

c)  $f(x) = x^3$   
 $f(2) = 2^3 = 8$   
 $f(-2) = (-2)^3 = -8$   
 $f(5) = 5^3 = 125$   
 $f(-5) = (-5)^3 = -125$   
 função par       função ímpar       nem par nem ímpar

d)  $f(x) = |x|$   
 $f(2) = |2| = 2$   
 $f(-2) = |-2| = 2$   
 $f(5) = |5| = 5$   
 $f(-5) = |-5| = 5$   
 função par       função ímpar       nem par nem ímpar

Fonte: Acervo da pesquisadora

Na construção de gráficos de funções pares e ímpares e na análise da existência de simetrias nos gráficos dessas funções, percebeu-se com clareza a existência de simetria com relação ao eixo das ordenadas para as funções pares. Um exemplo de atividade construída no software pode ser visualizado na figura 37. Para as funções ímpares, sendo a simetria em relação à origem, houve dificuldades, sendo necessárias intervenções para definir e caracterizar a simetria em relação a um ponto, neste caso, a origem do sistema cartesiano

Figura 37 – Gráficos das funções  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = \cos x$  e  $h(x) = \tan x$ 

Fonte: Acervo da pesquisadora

Ao final da atividade, comprovamos mais uma vez a importância da transição entre as mídias, computador e lápis e papel, para a consolidação e assimilação de um conceito (BORBA e PENTEADO, 2003). Observa-se uma grande vantagem que as atividades com utilização de TIC's têm sobre as aulas tradicionais, pelo fato de propiciarem a construção rápida de gráficos, no mesmo referencial cartesiano ou em referenciais diferentes, para efeito de comparações e constatação de propriedades. Este tipo de trabalho seria extremamente demorado para se realizar na sala de aula tradicional, uma vez que a construção de gráficos no quadro ou no papel é um processo que demanda grande tempo de aula e, nem sempre, devido à falta de precisão, gera uma visualização adequada. (OLIVEIRA et al, 2004). A ágil construção destes gráficos no computador não só propicia a comprovação rápida de resultados, como também motiva os alunos na discussão e busca por mais conhecimentos.

Na atividade 5 foi abordado o conteúdo funções polinomiais (funções afim e quadráticas, coeficientes e propriedades, funções polinomiais de grau maior que 2) com o objetivo de utilizar o *software wxMaxima* para interpretar graficamente os coeficientes, reconhecer as principais propriedades dessas funções e identificar algébrica e graficamente as raízes delas.

Na primeira questão, foram construídos, no software, os gráficos das funções  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = 3x - 5$  e  $h(x) = 3x + 7$  numa só tela do *software wxMaxima*. Em seguida, explorou-se as características comuns a todos os gráficos e também a propriedade gráfica do coeficiente “b” na função. Uma abordagem algébrica feita por um dos participantes pode ser vista na figura 38. Os participantes não apresentaram dúvidas na referida atividade.

Figura 38 – Questão 1 da atividade 5

1- Faça os gráficos das funções abaixo, da forma  $f(x) = ax + b$ , numa só tela do software *wxMaxima*. (Para todos os gráficos desta atividade, utilize intervalos de variação de  $x$ , de  $-5$  a  $5$  e de  $y$ , de  $-10$  a  $10$ ).

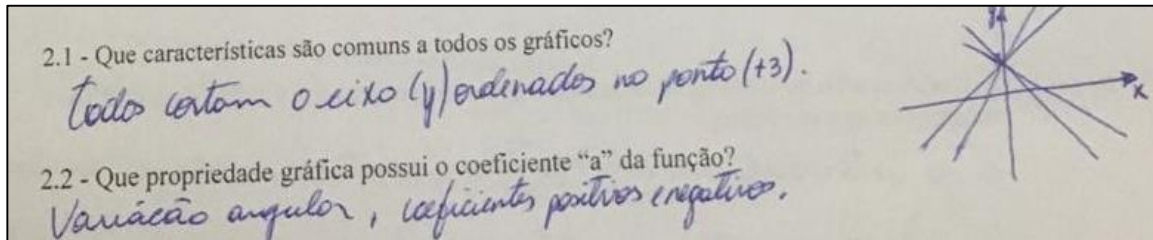
a)  $f(x) = 3x + 1$   
 b)  $f(x) = 3x - 5$   
 c)  $f(x) = 3x + 7$

1.1 – Que características são comuns a todos os gráficos?  
 Retas paralelas, tem o mesmo coeficiente angular (3x)

1.2 – Que propriedade gráfica possui o coeficiente “b” da função?  
 Indica onde a reta vai cortar o eixo y. (ordenadas) (+1, -5, +7)

Em seguida, construiu-se, no software, os gráficos das funções  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = x + 3$ ,  $h(x) = -x + 3$  e  $t(x) = -2x + 3$  numa só tela e observou-se as características comuns a todos os gráficos e a propriedade gráfica do coeficiente “a” na função. Na figura 39 pode-se visualizar uma resolução manual dessa questão feita por um dos participantes.

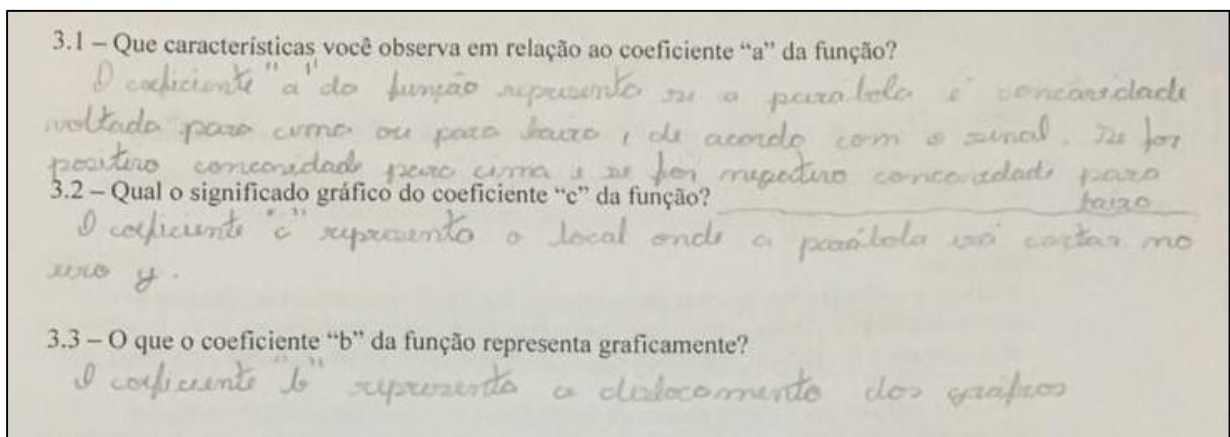
Figura 39 – Questões 2.1 e 2.2 da Atividade 5



Fonte: Acervo da pesquisadora

Posteriormente, foram construídos os gráficos das funções  $f(x) = x^2 - x - 6$  e  $g(x) = x^2 - 6x + 9$ , numa mesma tela para visualizar, investigar, comparar e comprovar as características e propriedades dos coeficientes a, b e c. Também foram esboçados os gráficos de  $f(x) = -x^2 + 5x - 4$  e  $g(x) = -x^2 - 1$ , a partir das quais os participantes responderam alguns questionamentos e uma das respostas pode ser visualizada na figura 40.

Figura 40 – Questão 3 da Atividade 5



Fonte: Acervo da pesquisadora

As últimas questões envolveram um estudo algébrico e geométrico das raízes das funções  $f(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$  e  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 16x + 12$ . Utilizou-se a fatoração e/ou pesquisa de raízes racionais para reescrita da função na forma fatorada em fatores do 1º grau (vide figura 41). Ao final, com o auxílio do *software wxMaxima*, os gráficos das funções supracitadas foram esboçados para comprovar resultados e conjecturas.

Figura 41 – Questão 4 da Atividade 5

4- Determine algebricamente as raízes das funções. Dica: Utilize a fatoração e/ou pesquisa de raízes racionais. Em seguida, reescreva a função no espaço abaixo, na forma fatorada (em fatores do 1º grau).

a)  $f(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$   
 Forma fatorada:  $f(x) = (x-1)(x+1)(2x+1)$   
 $x = 1; x = -1; x = \frac{1}{2}$

b)  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 16x + 12$   
 Forma fatorada:  $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2+4)$   
 $x = -1; x = -3; \text{raízes complexas};$

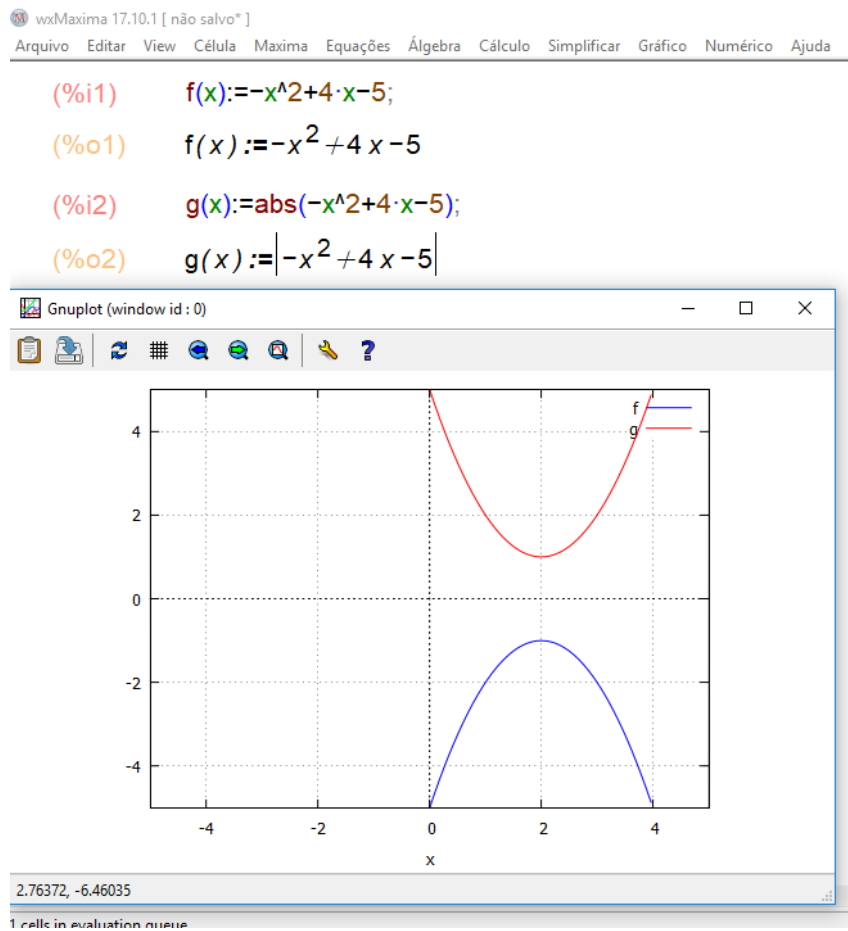
Fonte: Acervo da pesquisadora

A utilização do ambiente digital foi um grande facilitador no processo de ensino/aprendizagem de representações e construções algébricas articuladas às geométricas, tornando o processo mais rápido e preciso promovendo a compreensão de vários conceitos e propriedades apresentadas.

Na atividade 6 foram abordadas Funções Modulares, Exponenciais e Logarítmicas com o objetivo de compreender e identificar as transformações que ocorrem nos gráficos das funções ao se operar com módulos, reconhecer e caracterizar graficamente os comportamentos das funções exponenciais e logarítmicas.

Na questão 1 abordou-se, utilizando o *software wxMaxima*, a construção dos gráficos das funções  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = |3x + 1|$ ,  $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ ,  $g(x) = |-x^2 + 4x - 5|$ , colocando na mesma tela a função e seu respectivo módulo, para a investigação algébrica e geométrica sobre a função modular. O intuito era fazer com que os participantes percebessem o que ocorre com o gráfico de uma função quando acrescentamos o módulo à sua fórmula. Na figura 42 pode ser visualizado um dos exemplos citados.

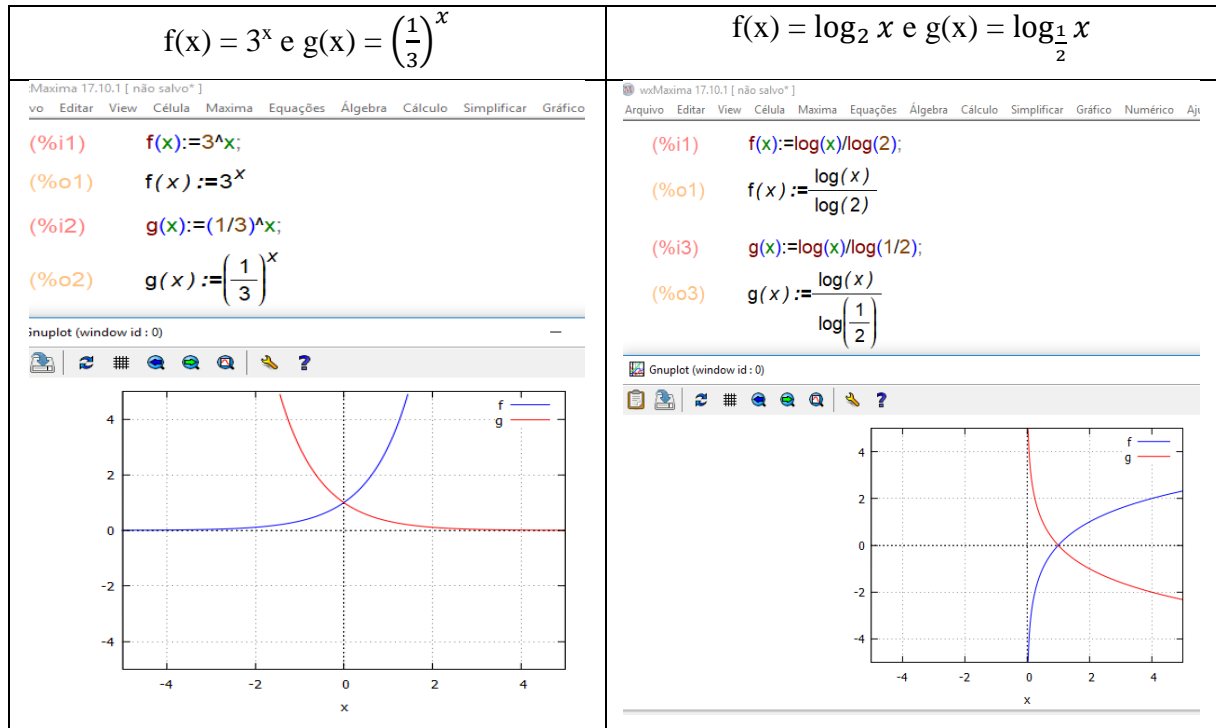
Figura 42 - Gráficos das funções  $f(x) = x^2 + 4x - 5$  e  $g(x) = |x^2 + 4x - 5|$



Fonte: Acervo da pesquisadora

Nas questões 2, 3, 4 e 5 foram exploradas as funções exponenciais e logarítmicas fazendo uma articulação entre o ambiente digital e a escrita. Investigou-se a forma do gráfico, crescimento e decréscimo de acordo com a base e também os conjuntos domínio e imagem. Estas atividades promoveram o real entendimento do que determina o crescimento ou decréscimo das funções exponenciais e logarítmicas. Os participantes assimilaram bem os conceitos através da visualização, bem como a comparação da forma algébrica e gráfica.

Figura 43 - Crescimento e decrescimento de funções exponenciais e logarítmicas

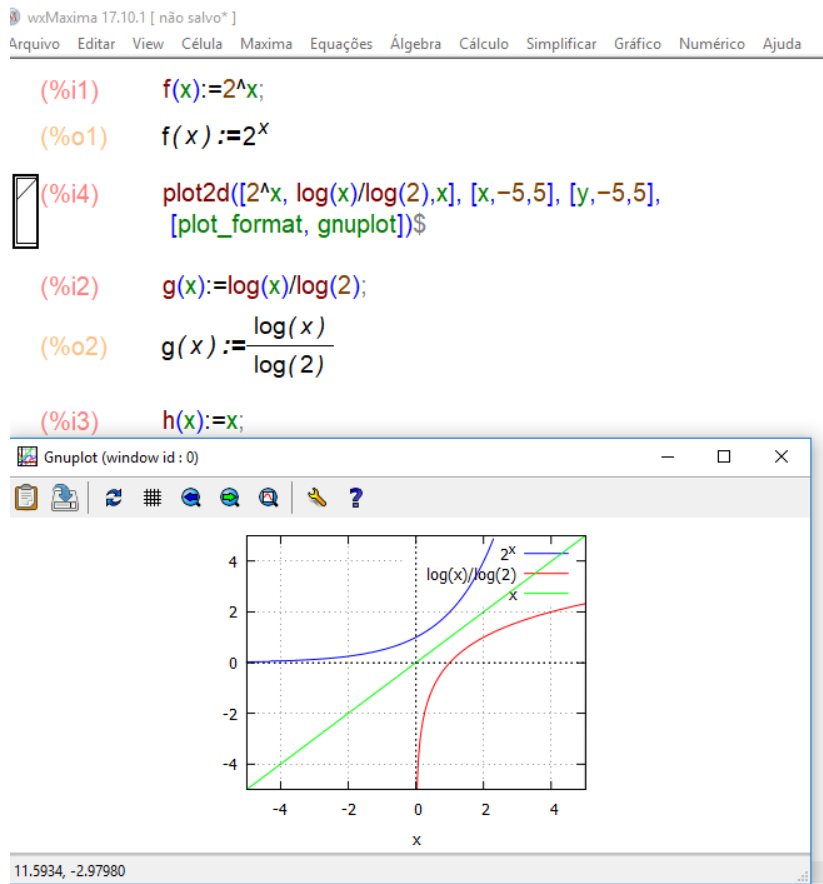


Fonte: Acervo da pesquisadora

Por fim, analisaram-se as funções como inversas, reforçando a ideia de simetria explorada visualmente através da construção dos gráficos crescentes e decrescentes das funções exponenciais e logarítmicas. Na figura 46 pode ser visualizado um dos exemplos abordados. Concluíram que uma função terá inversa se for bijetora. Perceberam geometricamente que existe simetria entre os gráficos e que a função identidade é o eixo de simetria.



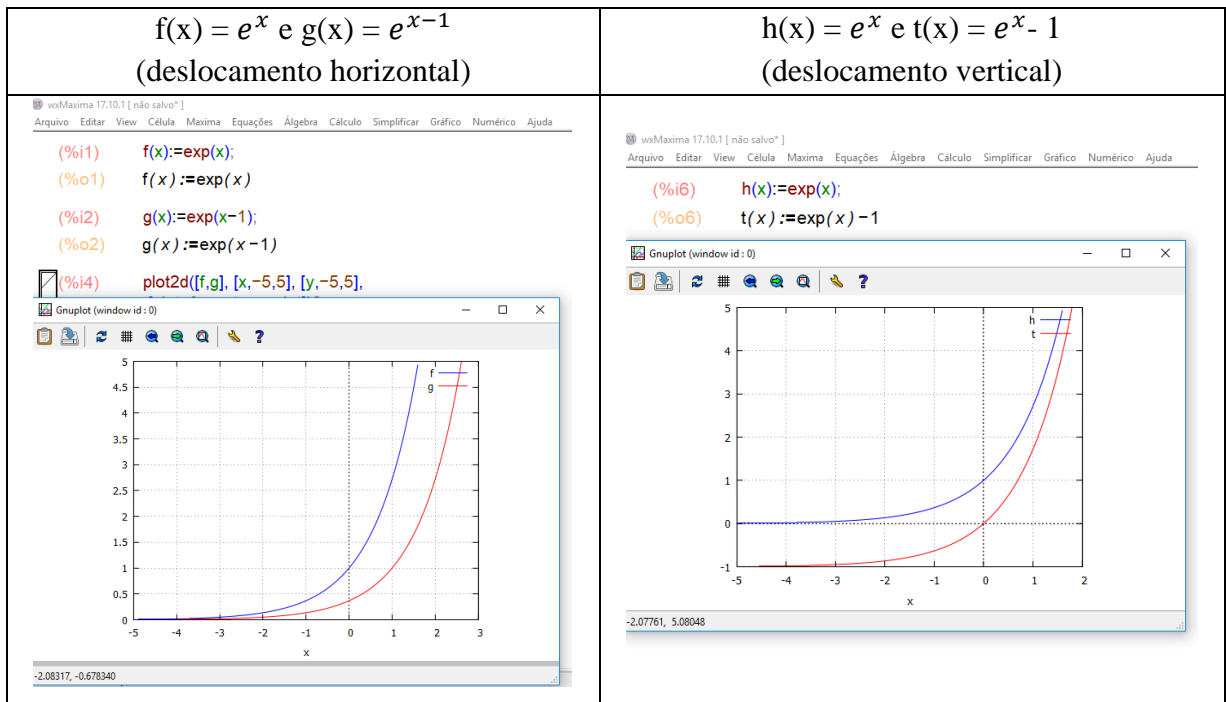
Figura 44 - Gráficos das funções  $f(x) = 2^x$  e  $g(x) = \log_2 x$



Fonte: Acervo da pesquisadora

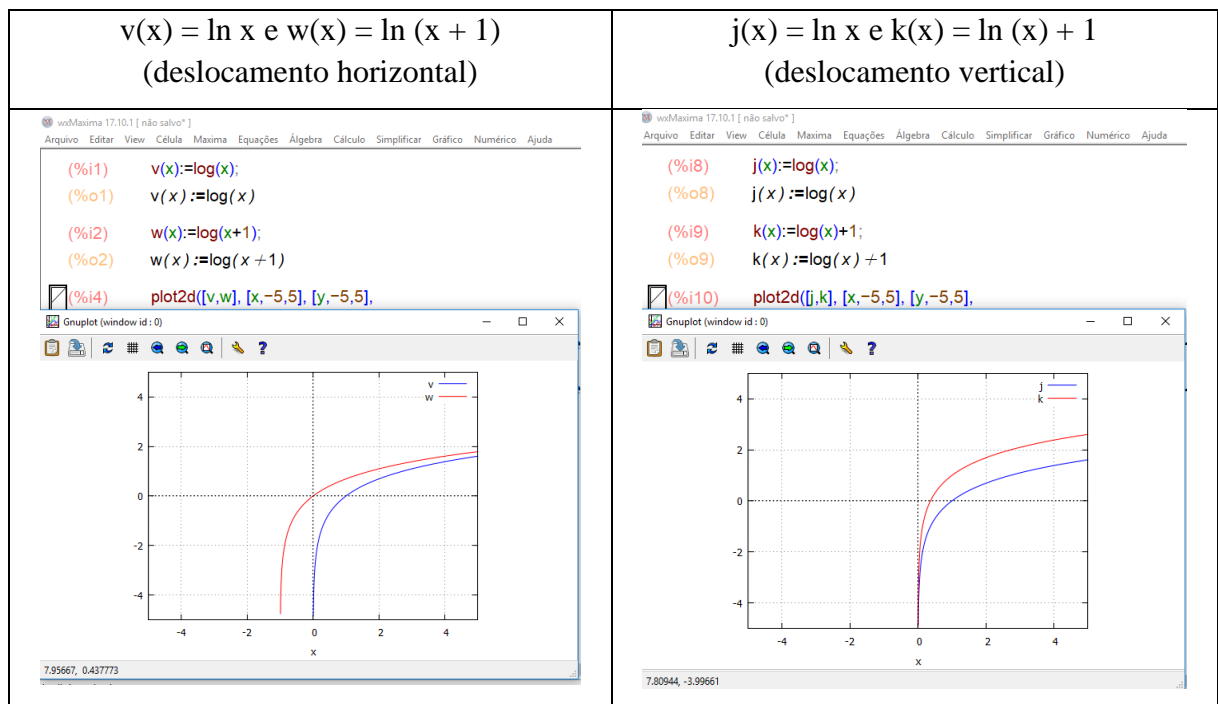
Na questão 6, foram feitas quatro comparações entre gráficos para entendimento de alguns deslocamentos propiciados por pequenas alterações nas expressões das funções. Foram esboçados os gráficos das funções  $f(x) = e^x$  e  $g(x) = e^{x-1}$ ;  $h(x) = e^x$  e  $t(x) = e^x - 1$ ;  $v(x) = \ln x$  e  $w(x) = \ln(x + 1)$ ;  $j(x) = \ln x$  e  $k(x) = \ln(x) + 1$ , os quais podem ser vistos nas figuras 45 e 46.

Figura 45 - Gráficos de funções exponenciais



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 46 - Gráficos de funções logarítmicas



Fonte: Acervo da pesquisadora

Destacamos a importância do uso dos recursos computacionais no processo de ensino/aprendizagem de matemática na concepção dos discentes, pois desde o início da

intervenção se mostraram motivados e abertos às alternativas propostas, reconhecendo a necessidade de melhorias. A receptividade dos participantes é corroborada pelas seguintes afirmações registradas no diário de campo “o uso do software facilita e agiliza a construção e visualização de propriedades gráficas”, “O uso do software auxilia de uma forma muito mais rápida a encontrar valores das funções, possibilitando uma análise dos gráficos e através disso, temos a possibilidade de visualizar várias propriedades algébricas e gráficas das funções com certa rapidez”.

Durante a intervenção era notória a mudança de postura tanto dos discentes, mostrando-se mais ativos e investigativos no processo, como a postura da professora/pesquisadora. As questões propostas instigavam e motivavam os discentes para a construção do conhecimento, sendo o professor um mediador no processo de ensino/aprendizagem.

Os discentes faziam questão de organizar e registrar por escrito suas descobertas durante o desenvolvimento das atividades, associando o uso do software matemático ao da linguagem verbal e escrita. Esta associação permitiu o desenvolvimento da linguagem matemática e de alguns conceitos.

Alguns discentes reconheceram e destacaram a importância de relacionar diferentes mídias no processo de ensino/aprendizagem, trabalhando simultaneamente com atividades feitas no computador e atividades registradas com lápis e papel. Eles afirmaram que para a parte gráfica o software foi uma excelente ferramenta, mas para as fatorações e simplificações preferem utilizar lápis e papel. Destacaram também a facilidade que o software proporciona no sentido de comprovar conjecturas e fazer comparações. Registraram a importância de um *software* matemático no estudo dos conteúdos abordados, que possa ser manuseado regularmente para comprovar resultados e tirar conclusões de alguns conceitos e propriedades, pois podem trazer contribuições significativas à aprendizagem. Ressaltamos também que outros aplicativos como o *software Geogebra* podem ser utilizados no smartphone, facilitando o trabalho em sala de aula e tornando as aulas dinâmicas e interativas contribuindo para melhoria da aprendizagem.

Segue alguns recortes de comentários dos participantes que avaliaram a metodologia após aplicação das atividades especificamente sobre o estudo das funções.

Figura 47 – Recorte sobre a avaliação da metodologia pelo discente A

As atividades trabalhadas em sala de aula facilitaram no aprendizado e fixação do conteúdo trabalhado (Funções) e permitiram uma melhor compreensão dos conteúdos, com a ajuda do aplicativo Wx Máxima, resultando no sucesso da absorção disciplinar.

Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 48 – Recorte sobre a avaliação da metodologia pelo discente B

As aulas ministradas pela professora Sheila, foi muito gratificante, inovadora. Pois ela trouxe para a sala de aula o trabalho feito com ajuda da Tecnologia, com isso fomos para sala de informática e fizemos o trabalho usando o computador e net Book. Portanto aprendemos muito mais e com menos tempo, além dos gráficos ficarem perfeitos. Os trabalhos realizados na sala de aula, usando tecnologia, vão inovar e ajudar na absorção dos conhecimentos.

Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 49 – Recorte sobre a avaliação da metodologia pelo discente C

As atividades trabalhadas pela professora Sheila Cristina foi uma maneira gratificante de ter um aprendizado de forma diferenciado, analisando os gráficos das diversas funções de maneira prática e rápida, tornando as aulas inovadoras mesmo com todos os contratempos.

Fonte: Acervo da pesquisadora

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na oportunidade em que o projeto foi apresentado aos pretensos participantes, os mesmos se mostraram favoráveis à pesquisa, registrando a importância de melhorias no ensino de Matemática, suas dificuldades e expectativas. *A priori*, foram aplicados o questionário socioeconômico e o teste de sondagem sobre os conteúdos de Matemática Elementar. Por meio do teste evidenciou-se que as carências em operações aritméticas e algébricas são preocupantes e podem comprometer a continuidade e o aprofundamento dos estudos dos participantes no ensino superior. Após análise dos dados coletados, foi possível conhecer o perfil dos participantes e delinear parâmetros para o planejamento das atividades.

Seguindo os referidos parâmetros e, tendo em vista a pesquisa feita sobre recursos computacionais enquanto tendência da Educação Matemática, várias atividades foram planejadas com o objetivo de desenvolver o raciocínio e a compreensão dos conceitos selecionados a partir do diagnóstico. Buscamos elaborar atividades que fizessem o nivelamento e, ao mesmo tempo, instigassem e motivassem os envolvidos para a busca de novos conhecimentos. Segundo Frota (2005, p.1,2),

Práticas investigativas introduzidas na sala de aula de Matemática parecem ser cruciais para o desenvolvimento de uma postura especulativa em matemática, podendo gerar também, um deslocamento do foco da aula, do professor para o aluno, no sentido de uma aula mais colaborativa. Atividades de investigação podem conformar uma concepção de matemática como algo dinâmico, do conhecimento matemático como em construção, através do desenvolvimento de ideias e processos, constituintes do pensar e fazer matemáticos.

Durante a intervenção, com o auxílio do *software Maxima*, foi possível propiciar aos participantes a oportunidade de perceber os conceitos matemáticos básicos como um conjunto de conhecimentos conectados entre si, além de promover um melhor domínio de habilidades algébricas essenciais, visando uma maior familiaridade com o Cálculo I. Foram experimentadas possibilidades metodológicas, envolvendo uma abordagem intuitiva dos conceitos num ambiente mais dinâmico.

Através dos posicionamentos, falas e justificativas dos discentes, bem como das observações e reflexões da professora/pesquisadora, é possível destacar as contribuições da metodologia utilizada. As atividades exploratórias, com auxílio de um software matemático, permitem a visualização rápida de algumas propriedades gráficas, bem como torna mais atrativo o trabalho algébrico com produtos notáveis e fatoração, pois o ambiente interativo favorece a busca de comprovação de conjecturas e observações desenvolvidas pelos próprios alunos. As atividades

propostas contribuíram para uma mudança de postura dos estudantes, que se mostraram mais ativos no processo de construção do conhecimento, conquistando certa autonomia.

No entanto, para obter êxito no uso dessa metodologia, é primordial uma mudança de postura do professor, na forma de encarar os conteúdos e planejar as atividades, as quais devem ter caráter exploratório e investigativo. Além disso, o docente deve assumir o papel de mediador, instigando e fomentando a investigação, enquanto observa atentamente o desenvolvimento das discussões entre os alunos. De acordo com Imbernón (2012, p.51),

Professores e alunos compartilham a atividade de aprender. Os professores promovem e organizam atividades de participação. O estudante é visto como o sujeito ativo que adquire, processa e avalia seu conhecimento. Os professores devem trabalhar na criação de situações para ativar a participação dos estudantes nos métodos de ensino centrados neles.

Vale ressaltar ainda que, muitas vezes, a tentativa de utilização das TIC's esbarra em problemas, tais como a estrutura de tecnologia digital das escolas não serem suficientes e a falta capacitação do professor para utilizar esses recursos em prol da construção do conhecimento matemático. No desenvolvimento desta intervenção, enfrentamos algumas dificuldades quanto à estrutura do espaço de trabalho, tanto em relação ao tamanho do espaço, quanto ao número insuficiente de microcomputadores, devido a quantidade de discentes. Entretanto, as dificuldades não impediram o aproveitamento e a qualidade das atividades, pois os discentes se comprometeram com a dinâmica e com isso o resultado foi muito satisfatório.

Talvez seja como consequência desses entraves que, mesmo com tantas pesquisas evidenciando a importância de um trabalho desse tipo, temos visto muito pouca utilização dos softwares no ensino. A fim de mudar este cenário é necessário investir em infraestrutura e na preparação e incentivo aos professores de matemática, em todos os níveis de ensino, para que comecem a fazer uso mais frequente dessas ferramentas em sala de aula.

Mesmo com as dificuldades enfrentadas, este trabalho propiciou uma mudança na prática docente da pesquisadora e acredita-se que possa motivar docentes que atuam nessa área a buscar novas estratégias metodológicas e formas alternativas de trabalhar com esses tópicos elementares, aliando o labor tradicional, com lápis e papel, a outras possibilidades, tais como as proporcionadas pelos softwares matemáticos.

## 6 REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Lenimar Nunes de. **MAXIMA: um programa para as aulas de Matemática**. UFPB, Paraíba, 2014.
- ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2004.
- BARBOSA, Marcos Antonio. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de cálculo diferencial e integral**. Dissertação (Mestrado em Educação) PUCRS, Curitiba, 2004.
- BARROS, R.M.; MELONI, L.G.P. **O processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral por meio de metáforas e recursos multimídia**. In: XXXIV COBENGE, Passo Fundo, Anais..., 2006.
- BOULOS, P. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.
- BOYER, Carl Benjamin. **Cálculo**. Tradução. Hygino H. Domingues. (Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula; v. 6). São Paulo: Atual, 1992.
- CARVALHEIRI, Alceu. ENGERNOFF, Sérgio Nicolau. **Orientações para Trabalhos Científicos (OTC) da Faculdade Palotina**. 1. ed. atualizada. Santa Maria: FAPAS, 2014.
- CURY, H. N. Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação. Águas de Lindóia, SP, 2006. SBEM, **Anais do III SIPEM**, 2006.
- DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e Aplicações**. 4. ed. São Paulo: Ática, 2008.
- FERNANDES, A.R.B.; GOMES, G. de S.; CRUZ, C.S. de A.; NICOMEDES, M.P.; QUIRINO, M.R.; ARAÚJO, L.F. **Principais motivos que dificultam a aprendizagem da matemática**. XI Encontro de Iniciação à Docência, 2008.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3 ed. São Paulo: Autores Associados, 2009.
- GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; LIMA, L. F. **Grupo de Estudos de Professores e a Produção de Atividades Matemáticas sobre Funções utilizando Computadores**. 2009. Dissertação de Mestrado Rio Claro: Unesp, 2009.
- LADEIRA, Alexander Rodrigues. **Uma proposta de atividades didáticas com tópicos de matemática básica preparatórios para o estudo de cálculo universitário**. Belo Horizonte, 2014.

LUCKESI, C.C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 13<sup>o</sup> ed. São Paulo: Cortez, 2002.

MAOR, Eli. E: **A história de um número**. Tradução de Calife. Rio de Janeiro: Record, 2003.

MARCONI, Marina de Andrade. LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARTINI, Alexandre Henrique de. **O software MAXIMA aplicado ao Cálculo Diferencial**. Dissertação de Mestrado.UNESP. Câmpus Rio Claro. São Paulo, 2011.

MIORIM, M.A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MISKULIN, R.G.S. et al. **Identificação e Análise das Dimensões que Permeiam a Utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação nas Aulas de Matemática no Contexto da Formação dos Professores**: Bolema, Rio Claro, v.19, n<sup>o</sup> 26, p. 103-123, 2006.

OLIVEIRA, J. S. B.; ALVES, A. X.; NEVES, S. S. M. **História da Matemática: contribuições e descobertas para o ensino-aprendizagem de matemática**. Belém: SBEM, 2008.

PALIS, G.L.R. Desenvolvimento curricular e pesquisa participante: Integração de um Sistema de Computação Algébrica na transição do ensino médio para o superior em matemática. In: DUJET-SAYYED, C; MOURA, L. M. (Eds.). **Proceedings of the 1st International Congress of Mathematics, Engineering and Society**. PUCPR, Curitiba, Brasil, 2009.

PEDROSO, C.M. **Estratégias para retenção e recuperação de estudantes com deficiência em fundamentos de matemática**. Anais: XXXVIII – Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Fortaleza, CE: Hotel Gran Marquise, 2010.

PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2003.

PIMENTEL, R. A.; PAULA, M. J. A Dinâmica dos Processos de Aprendizagem em uma Atividade de Investigação. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX. Belo Horizonte, 2007. **Anais...** Recife: SBEM, p. 1-16, 2007.

PONTE, J. P.; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. V. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.



REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica.** 2003. Tese de Doutorado . São Paulo: FE-USP, 2003.

SAFIER, F. **Teoria e Problemas de Pré-Cálculo.** Coleção Schaum. São Paulo: Bookman, 2003.

SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica.** Porto Alegre: Artmed, 2004.

SILVA, Clovis Pereira. **A Matemática no Brasil: uma história de seu desenvolvimento.** São Leopoldo: Unisinos, 1999

SILVA, J.F.; SCHIMIGUEL, J. **O uso das TICS no ensino superior: a integração de diferentes tecnologias à educação estatística.** Anais do Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul. São Paulo, Anais..., 2012.

SILVA, Janssen Felipe da; HOFFMAN, Jussara; ESTEBAN, Maria T. (org). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas.** Porto Alegre: Mediação, 2003.

SILVA, Jean Carlo da. **Prática colaborativa na formação de professores: a informática nas aulas de Matemática no cotidiano da escola.** Dissertação (mestrado), Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2005.

SOUZA JÚNIOR, Arlindo José de. **Trabalho coletivo na Universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral.** Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas, SP, 2000.

## 7 ANEXOS

### ANEXO A – FORMULÁRIO 1

#### PERFIL DO DISCENTE INGRESSANTE NO 1º PERÍODO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO ANO 2018

Nome: \_\_\_\_\_

#### I – Dados pessoais

##### 1 - Sexo

Feminino                       Masculino

##### 2 - Faixa etária

até 17 anos                       de 18 a 24 anos                       acima de 24 anos

##### 3 - Estado civil

solteiro                       casado                       outro

#### II – Dados socioeconômico

4 - É independente financeiramente?  sim  não

5 - Está trabalhando?  sim  não

Se trabalha, qual a área de atuação? \_\_\_\_\_

#### III - Tendências para o curso na área de exatas

##### 6 - Qual foi seu curso do ensino médio?

ensino médio regular  técnico  outros

##### 7- Indique três áreas de sua preferência profissional enquanto fazia o ensino médio:

artes     arquitetura     administração     agronomia     comunicação  
 contabilidade     direito     economia     ed. física     engenharia  
 ensino/educação     finanças     fisioterapia     fonoaudiologia  
 informática     marketing     matemática     medicina     nutrição  
 odontologia     veterinária     outro: \_\_\_\_\_

##### 8 – Razão pela escolha do curso de Licenciatura em matemática:

Interesse real

outro (favor especificar o

motivo) \_\_\_\_\_

##### 9 – Você considera a matemática básica importante para o seu curso?

Sim     Não

##### 10 – Você se disponibiliza para participar da pesquisa-ação sobre a importância da matemática básica na disciplina de Cálculo no curso de Matemática?

Sim     Não

##### 11 – Você tem experiências de utilização de software no ensino da matemática em sala de aula?

Sim     Não

##### 12 – Em caso afirmativo, essa metodologia facilita de alguma forma a compreensão do assunto estudado?

Sim     Não

##### 13 – Em sua opinião, o que deve ser feito para melhorar as aulas de matemática?

---

---

14 – Ainda há algum assunto de matemática básica que você precisa rever para melhorar seu desempenho nas disciplinas que necessitam dela no seu desenvolvimento?

---

---

15 – Quais as dificuldades em matemática que você tem sentido como ingressante nesse curso?

---

---

16 – A que atribui estas dificuldades?

---

---

17 – Alguma sugestão?

---

---



**ANEXO C – FORMULÁRIO 3**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA/CEP**

---

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE**

Você está sendo convidado (a) a participar, como voluntário (a), da pesquisa intitulada “POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO”. Meu nome é Sheila Cristina Teixeira, sou a pesquisadora responsável e minha área de atuação é Matemática. Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está impresso em duas vias, sendo que uma delas é sua e a outra pertence à pesquisadora responsável. Esclareço que em caso de recusa na participação você não será penalizado (a) de forma alguma. Mas se aceitar participar, as dúvidas sobre a pesquisa poderão ser esclarecidas pela pesquisadora responsável, via e-mail ([sheilamatematica@hotmail.com](mailto:sheilamatematica@hotmail.com)) e, inclusive, sob forma de ligação a cobrar, através do(s) seguinte(s) contato(s) telefônico(s): (64)992321638/(64)34133817. Ao persistirem as dúvidas sobre os seus direitos como participante desta pesquisa, você também poderá fazer contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Goiás, pelo telefone (62)3521-1215.

**1. Informações Importantes sobre a Pesquisa:**

1.1 A pesquisa intitulada “POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO”, se justifica com a seguinte observação: Ao longo dos anos, uma quantidade relevante de acadêmicos iniciantes do curso superior chega de alguma forma, com conhecimentos de Matemática elementar insuficientes para seguir seus estudos, o que pode ser constatado por pesquisas como SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) ou mais comumente nos exames vestibulares há anos.

Diante de tal situação, faz-se necessário buscar meios para trabalharmos com nossos alunos de forma a proporcionar-lhes condições de se desenvolverem academicamente com embasamento teórico e prático visando o seu desenvolvimento e preparo para a vida acadêmica e profissional.

Então, a partir dessa problemática iniciamos nossos trabalhos com os seguintes questionamentos: (a) Qual o perfil do aluno que ingressa ao Curso de Licenciatura em Matemática? (b) Quais dificuldades e carências de conteúdos básicos de matemática estes alunos declaram ter? (c) Quais conteúdos de matemática básica, habilidades e atitudes são exigidos para iniciar os estudos em Cálculo I? (d) Quais contribuições, uma proposta metodológica envolvendo tópicos de matemática básica e utilizando recursos computacionais, pode oferecer aos alunos, como alicerce para os estudos de Cálculo I?

Necessariamente, um aluno que irá cursar uma disciplina de Cálculo deve ter pelos menos a compreensão adequada dos conceitos e propriedades que envolvem o conjunto dos números reais e seus subconjuntos, o conhecimento das principais funções elementares, seu comportamento gráfico e propriedades, bem como certa habilidade algébrica na manipulação de expressões. Com isso em mente, o nosso trabalho focará os seguintes tópicos básicos de matemática. 1) Números Reais: naturais, inteiros, racionais e irracionais e operações; 2) Expressões Algébricas: fatoração e simplificação; 3) Funções: valor numérico, raízes, domínio e imagem, gráficos; 4) Comportamento gráfico de funções: deslocamentos horizontais e verticais, gráfico de funções inversas, paridade; 5) Funções Polinomiais: funções afim e quadrática, coeficientes e propriedades, funções polinomiais de grau maior que 2; 6) Funções Modulares, Exponenciais e Logarítmicas: comportamento gráfico.

*A priori*, iremos investigar a problemática e após análise e discussão dos dados faremos intervenção pedagógica com atividades planejadas e auxílio do *software Maxima*, despertando e ensinando os alunos a terem uma mente capaz de perceber os conceitos matemáticos básicos como um conjunto de conhecimentos conectados entre si, bem como terem um melhor domínio de habilidades algébricas essenciais, visando uma maior familiaridade com o Cálculo I.

1.2 No decorrer da pesquisa você responderá questionário sobre o perfil do discente ingressante no 1º período do curso de licenciatura em matemática do ano 2018, posteriormente, responderá algumas questões sobre conteúdos de matemática básica para sondarmos suas dificuldades e assim planejarmos atividades a fim de possibilitar as melhorias desejadas. Por isso precisamos do seu consentimento para divulgação dos resultados publicados da pesquisa.

( ) Permito a divulgação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa;

( ) Não permito a publicação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa.

1.3 Possivelmente, devido às etapas da pesquisa, necessitemos que você registre seus conhecimentos no teste de sondagem e participe das atividades planejadas, o desconforto emocional poderá ocorrer, mas desenvolva com tranquilidade, sem se preocupar com avaliação. Pois, os benefícios acadêmicos e sociais decorrentes da participação na pesquisa serão evidenciados. Trata-se de procedimentos do projeto para que possamos atuar melhor na sua formação.

1.4 Garantimos sigilo que assegure sua privacidade e o anonimato. Do contrário, caso seja do interesse da pesquisa a identificação e divulgação do seu nome, isso só será feito se for de seu interesse e não houver objeção. Por favor, se manifeste a seguir:

( ) Permito a minha identificação através de uso de meu nome nos resultados publicados da pesquisa;

( ) Não permito a minha identificação através de uso de meu nome nos resultados publicados da pesquisa.

1.5 Garantimos sua liberdade de se recusar a participar ou retirar o seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma;

1.6 Garantimos sua liberdade de se recusar a responder questões que lhe causem desconforto emocional e/ou constrangimento em entrevistas e questionários que forem aplicados na pesquisa;

1.7 Declaramos que os resultados da pesquisa serão tornados públicos, sejam eles favoráveis ou não;

1.8 A divulgação dos resultados serão registrados, na redação final da pesquisa.

1.9 Informamos aos participantes, o direito de pleitear indenização (reparação a danos imediatos ou futuros), garantida em lei, decorrentes da sua participação na pesquisa;

1.10 Declaramos aos participantes que toda pesquisa a ser feita com os dados que forem coletados deverá ser autorizada pelo/a participante e também será submetida para aprovação do CEP institucional e, quando for o caso, à CONEP. O material que fora coletado, oportuniza o uso futuro, por isso ficarão armazenados. Os resultados da pesquisa serão tornados públicos, sejam eles favoráveis ou não. Portanto, necessito que autorizem a guarda do material coletado para uso em pesquisas futuras:

( ) Declaro ciência de que os meus dados coletados podem ser relevantes em pesquisas futuras e, portanto, autorizo a guarda do material em banco de dados;

( ) Declaro ciência de que os meus dados coletados podem ser relevantes em pesquisas futuras, mas não autorizo a guarda do material em banco de dados;

1.11 Consentimento da Participação na Pesquisa:

Eu, .....,  
 inscrito(a) sob o RG/ CPF....., abaixo assinado,  
 concordo em participar do estudo intitulado “POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO”. Informo ter mais de 18 anos de idade e destaco que minha participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo pesquisador(a) responsável SHEILA CRISTINA TEIXEIRA sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito.

Morrinhos, ..... de ..... de .....

---

Assinatura por extenso do(a) participante

---

Assinatura por extenso do(a) pesquisador(a) responsável

*Comitê de Ética em Pesquisa/CEP*

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação/PRPPG-UFG, Caixa Postal: 131, Prédio da Reitoria, Piso 1, Campus Samambaia (Campus II) - CEP:74001-970, Goiânia – Goiás,

Fone: (55-62) 3521-1215.

E-mail: cep.prpi.ufg@gmail.com



## ANEXO D – ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS (INTERVENÇÃO) 4



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
 UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
 MESTRADO PROFMAT

ATIVIDADE 1- Números Reais: naturais, inteiros, racionais e irracionais e operações.

1- Abra o *software wxMaxima*, vamos encontrar resposta (em representação decimal), para cada situação proposta a seguir.(registre os resultados de cada operação, em seguida classifique-os nos conjuntos numéricos)

- a)  $3,2 + 1,5 + 1,3$
- b)  $9/3$
- c)  $5/2$
- d)  $2/3$
- e)  $1756/495$
- f)  $9/7$
- g)  $\sqrt{4}$
- h)  $\sqrt{2}$
- i)  $\pi$
- j)  $e$
- k)  $\ln 3$
- l)  $\log_2 8$
- m)  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- n)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$
- o)  $\pi + 4$

2- Observe as respostas obtidas na questão 1 e faça o que se pede:

2.1- Considere a definição de número racional: “Número racional é todo o número que pode ser representado por uma razão ou fração  $a/b$  de dois números inteiros, um numerador  $a$  e um denominador não nulo  $b$ . Podemos considerar que todos os números inteiros também são racionais.” Quais são racionais? Em seguida escreva-os na forma  $a/b$ .

2.2- Considere a definição de número irracional: “Número irracional é um número real que não pode ser obtido pela divisão de dois números inteiros, ou seja, são números reais mas não racionais.”.Em quais itens a resposta é um número irracional? Explique cada caso.

3- Efetue as operações abaixo no *software*, obtendo as respostas diretas.

- a)  $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75}$
- b)  $3\sqrt{8} - 2\sqrt{75} - \sqrt{50} + \sqrt{48}$
- c)  $2^3\sqrt{81} + \sqrt[3]{24} + 5^3\sqrt{3}$

3.1- Agora, simplifique essas expressões manualmente, nos espaços abaixo:

3.2- Agora responda: as respostas encontradas por você são iguais às dadas pelo software? Por que?

3.3- Ainda com relação aos itens a, b e c, como você classificaria os números encontrados como respostas?

Item a: ( ) natural ( ) inteiro ( ) racional ( ) irracional ( ) real ( ) não-real

Item b: ( ) natural ( ) inteiro ( ) racional ( ) irracional ( ) real ( ) não-real

Item c: ( ) natural ( ) inteiro ( ) racional ( ) irracional ( ) real ( ) não-real



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
MESTRADO PROFMAT

ATIVIDADE 2 - Expressões Algébricas: fatoração e simplificação.

1- Utilizando o *software wxMaxima*, fatore as expressões abaixo. Escreva a resposta fornecida pelo software:

a)  $10x^4y^2 + 4x^3y^3 - 2xy^4$

b)  $4x^2 - 4xy + y^2$

c)  $9x^2 - 49$

d)  $8x^3 - 1$

e)  $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

f)  $x^2 + 6x + 8$

2- Fatore, com utilização de lápis e papel, as expressões do exercício 1, tentando na medida do possível, especificar quais os métodos e procedimentos utilizados.

3- Simplifique a expressão abaixo, usando o *software*:

$$\frac{(2x^2)^4 \cdot (4x^3)^3 \cdot (y^3)^5}{(32x)^2 \cdot (y^5)^3}$$

4- Usando as propriedades da potenciação, resolva a mesma expressão da questão 3, fazendo as devidas simplificações.

5- Utilizando o comando “Simplificar” no *software wxMaxima* obtenha as respostas simplificadas das seguintes expressões:

a)  $\frac{a^2 - 1}{a^2 + a - 2}$

b)  $\frac{a^2 + 2a - 3}{a^2 + 8a + 16} \cdot \frac{3a + 12}{a - 1}$

c)  $\frac{a + 1}{a^2 - 4} \div \frac{a^2 - 3a - 4}{a^2 - 5a + 6}$

d)  $\frac{a^2 + 5b + 5ab + a}{a^2 + ab - 20b^2}$

6- Escreva, passo a passo, através da fatoração, o processo utilizado para a simplificação de cada item da questão 5.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
 UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
 MESTRADO PROFMAT

ATIVIDADE 3 - Funções: valor numérico, raízes, domínio e imagem, gráficos;

1- Utilizando o *software wxMaxima*, resolva as questões a seguir:

1.1- Dada a função  $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 25x - 25$ , calcular:

- a)  $f(-3)$
- b)  $f(-2)$
- c)  $f(0)$
- d)  $f(1)$
- e)  $f(2)$
- f)  $f(3)$

1.1.1- O que você observa com relação aos sinais de  $f(-3)$  e  $f(-2)$ ?

1.1.2 - O que se pode observar com relação aos sinais de  $f(2)$  e  $f(3)$ ?

1.2 - Ainda com relação à função  $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 25x - 25$ :

a) Construa o gráfico da função na tela do *wxMaxima*

b) calcule suas raízes;

c) Você acha que o fato de  $f(-2)$  e  $f(0)$  possuírem sinais opostos poderia ser uma pista para encontrarmos uma das raízes da função? Por que?

2- Dada a função  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ :

a) Construa o gráfico da função na tela do *wxMaxima*.

b) Encontre as raízes.

c) Calcule  $f(1)$  e  $f(4)$ .

d) Agora calcule  $f(2,5)$  e  $f(3,5)$ .

e) O que você observa com relação aos sinais das duplas de imagens calculadas?

f) Observando os itens b, c e d, seria correto afirmar que, caso  $f(a)$  e  $f(b)$  possuam sinais diferentes, a função possui uma raiz no intervalo  $[a, b]$ ? Comente.

g) Você acha que o resultado constatado no item f vale para qualquer função? Discuta com seus colegas e/ou leia sobre o teorema de Bolzano e escreva suas conclusões.

3- Sobre as funções abaixo, faça o que se pede: (*Utilizando o software wxMaxima*)

a)  $f(x) = 3x + 8$

b)  $f(x) = \frac{1}{x - 2}$

c)  $f(x) = \sqrt{x + 3}$  (comando: `sqrt(x+3)`)

3.1 – Construa o gráfico da função.

3.2 – O que você pode observar, no gráfico, a respeito dos valores de  $x$  “usados” pela função?

3.3 – Determine algebricamente o domínio de cada função e compare com o gráfico.

4- Utilizando o *software wxMaxima*, construa os gráficos das seguintes funções e obtenha, com auxílio dos gráficos, o conjunto imagem de cada uma delas.

a)  $f(x) = 3x + 6$

b)  $f(x) = -x^2$

c)  $f(x) = \frac{1}{x}$

d)  $f(x) = |x|$  (comando: `abs(x)`)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
MESTRADO PROFMAT

ATIVIDADE 4 – Comportamento gráfico de funções: deslocamentos horizontais e verticais, gráfico de funções inversas, paridade.

1- Dada a função  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ , faça o que se pede:

a) Determine, algebricamente, a fórmula da função  $g(x) = f(x) + 2$ .

b) Construa, usando o *software wxMaxima*, os gráficos das duas funções no mesmo sistema cartesiano. Ao observar os gráficos das funções  $f$  e  $g$ , percebe-se que houve um deslocamento. Explique, com suas palavras, como este deslocamento ocorreu.

(Obs: Utilize como intervalos de variação:  $x \in [-2, 7]$  e  $y \in [-3, 10]$ .)

c) Determine a fórmula da função  $h(x) = f(x) - 2$  no espaço abaixo.

d) Seguindo o mesmo raciocínio do item b, como você acha que seria o gráfico da função  $h(x) = f(x) - 2$ ? Qual seria a sua relação com o gráfico da função  $f$ ? Haveria deslocamento? Em que sentido?

e) Construa o gráfico da função  $h(x)$  e verifique suas conjecturas.

f) Qual é o conjunto imagem das funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ ?

$\text{Im}(f) =$  \_\_\_\_\_

$\text{Im}(g) =$  \_\_\_\_\_

$\text{Im}(h) =$  \_\_\_\_\_

1.1- Ainda sobre a função  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ :

a) Encontre, com lápis e papel, uma fórmula para a função  $g(x) = f(x + 2)$ . Escreva abaixo.

b) Construa, no mesmo sistema cartesiano, os gráficos das funções  $f$  e  $g$ . Utilize os mesmos intervalos de variação sugeridos no item b da questão 1. Observando os gráficos das duas funções, responda:

- Houve um deslocamento do gráfico da função  $g$ ? Em caso afirmativo, este deslocamento foi horizontal ou vertical?

c) Seguindo o mesmo raciocínio do item b, como você acha que seria o gráfico da função  $h(x) = f(x - 2)$ ? Qual seria a sua relação com o gráfico da função  $f$ ? Haveria deslocamento? Em que sentido?

2- Dada a função bijetora  $f(x) = 2x + 3$ , faça o que se pede:

a) Determine, algebricamente, uma fórmula para a função  $f(x)^{-1}$ , isto é, a inversa da função  $f$ . Discuta com seus colegas, um possível processo prático para isso.

b) Construa, na mesma janela do *software wxMaxima*, os gráficos de  $f$ , de sua inversa, encontrada no item a e da função identidade  $f(x) = x$ . Utilize variação para  $x \in [-5, 5]$  e  $y \in [-5, 5]$ . Observando-se o gráfico das três funções desenhadas, observa-se que há uma simetria. Qual das três funções desenhadas representa um eixo de simetria?

2.1- Construa, num mesmo sistema de coordenadas, os gráficos das funções  $f(x) = \ln(x)$  (comando:  $\log(x)$ ),  $g(x) = e^x$  (comando:  $\exp(x)$ ) e a função identidade  $h(x) = x$ . Use variação para  $x \in [-5, 5]$  e  $y \in [-5, 5]$ .

a) Há simetria entre os gráficos?

b) Seria correto dizer que  $f(x) = \ln(x)$  e  $g(x) = e^x$  são funções inversas? Justifique.

3- Construa os gráficos das seguintes funções. Anote no espaço abaixo, se você observa alguma simetria nos gráficos construídos.

a)  $f(x) = 3x$

b)  $f(x) = 2x^2$

c)  $f(x) = x^3$

d)  $f(x) = |x|$

3.1- Para cada função do exercício 3, calcule  $f(2)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(5)$  e  $f(-5)$ , no *software wxMaxima*. Em seguida, classifique cada função como par ou ímpar, ou nem par nem ímpar.

a)  $f(x) = 3x$

$f(2) =$

$f(-2) =$

$f(5) =$

$f(-5) =$

função par

função ímpar

nem par nem ímpar

b)  $f(x) = 2x^2$

$f(2) =$

$f(-2) =$

$f(5) =$

$f(-5) =$

função par

função ímpar

nem par nem ímpar

c)  $f(x) = x^3$

$f(2) =$

$f(-2) =$

$f(5) =$

$f(-5) =$

 função par função ímpar nem par nem ímpar

d)  $f(x) = |x|$

$f(2) =$

$f(-2) =$

$f(5) =$

$f(-5) =$

 função par função ímpar nem par nem ímpar

3.2- Construa o gráfico das funções trigonométricas. Anote no espaço abaixo, se você percebe alguma simetria nos gráficos. (*Obs.: Neste caso, utilize intervalos de variação  $x \in [-5, 5]$  e  $y \in [-5, 5]$ .*)

a)  $f(x) = \text{sen } x$

b)  $f(x) = \text{cos } x$

c)  $f(x) = \text{tg } x$

3.3- Analisando apenas as simetrias, como você classificaria estas funções? Relacione a primeira coluna com a segunda.

(1) Função par

$f(x) = \text{sen } x$

(2) Função ímpar

$f(x) = \text{cos } x$

(3) Nem par nem ímpar

$f(x) = \text{tg } x$





UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
 UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
 MESTRADO PROFMAT

ATIVIDADE 5 – Funções Polinomiais: funções afim e quadrática, coeficientes e propriedades, funções polinomiais de grau maior que 2.

1- Faça os gráficos das funções abaixo, da forma  $f(x) = ax + b$ , numa só tela do *software wxMaxima*. (Para todos os gráficos desta atividade, utilize intervalos de variação de  $x$ , de -5 a 5 e de  $y$ , de -10 a 10).

a)  $f(x) = 3x + 1$

b)  $g(x) = 3x - 5$

c)  $h(x) = 3x + 7$

1.1 – Que características são comuns a todos os gráficos?

1.2 – Que propriedade gráfica possui o coeficiente “b” da função?

2- Agora construa os gráficos das funções a seguir, da forma  $f(x) = ax + b$ , numa só tela.

a)  $f(x) = 2x + 3$

b)  $g(x) = x + 3$

c)  $h(x) = -x + 3$

d)  $t(x) = -2x + 3$

2.1 - Que características são comuns a todos os gráficos?

2.2 - Que propriedade gráfica possui o coeficiente “a” da função?

3- Construa os gráficos das seguintes funções quadráticas, da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , numa mesma tela:

a)  $f(x) = x^2 - x - 6$

b)  $g(x) = x^2 - 6x + 9$

Agora, construa os gráficos das funções quadráticas abaixo, numa mesma tela:

c)  $h(x) = -x^2 + 5x - 4$

d)  $t(x) = -x^2 - 1$

3.1 – Que características você observa em relação ao coeficiente “a” da função?

3.2 – Qual o significado gráfico do coeficiente “c” da função?

3.3 – O que o coeficiente “b” da função representa graficamente?

4- Determine algebricamente as raízes das funções. Dica: Utilize a fatoração e/ou pesquisa de raízes racionais. Em seguida, reescreva a função no espaço abaixo, na forma fatorada (em fatores do 1º grau).

a)  $f(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$

Forma fatorada:  $f(x) = \underline{\hspace{4cm}}$

b)  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 16x + 12$

Forma fatorada:  $f(x) = \underline{\hspace{4cm}}$

5- Com o auxílio do *software wxMaxima*, construa os gráficos das funções da questão 4, e verifique os seus resultados.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
 UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
 MESTRADO PROFMAT

ATIVIDADE 6 – Funções Modulares, Exponenciais e Logarítmicas: comportamento gráfico.

1- Utilizando o *software wxMaxima*, construa os gráficos das funções a seguir. (*Para todos os gráficos desta atividade, utilize intervalos de variação de x, de -5 a 5 e de y, de -5 a 5*).

a)  $f(x) = 3x + 1$

b)  $g(x) = |3x + 1|$

Qual a relação entre os gráficos dos itens a e b?

1.1- Agora, construa os gráficos das funções a seguir.

a)  $f(x) = -x^2 + 4x - 5$

b)  $g(x) = |-x^2 + 4x - 5|$

Qual a relação entre os gráficos dos itens a e b?

1.2-Tente explicar, com suas palavras, o que ocorre com o gráfico de uma função quando acrescentamos o módulo à sua fórmula.

2- Utilizando o *software wxMaxima*, construa os gráficos das funções abaixo e complete, assinalando a opção correta. (Obs.: Escolha apenas uma opção em cada linha).

a)  $f(x) = 3^x$

base > 1

$0 < \text{base} < 1$

função crescente

função decrescente

b)  $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

base > 1

$0 < \text{base} < 1$

função crescente

função decrescente

2.1- Que relação você observa entre o valor da base da potência da função exponencial e a sua representação gráfica?

3- Determine o domínio e o conjunto imagem das funções da questão 2.

a)  $D(f) =$  \_\_\_\_\_

$\text{Im}(f) =$  \_\_\_\_\_

b)  $D(g) =$  \_\_\_\_\_

$\text{Im}(g) =$  \_\_\_\_\_

4- Construa os gráficos das funções abaixo e complete, assinalando a opção correta.

(Obs.: Escolha apenas uma opção em cada linha)

a)  $f(x) = \log_2 x$

( ) base  $> 1$

( )  $0 < \text{base} < 1$

( ) função crescente

( ) função decrescente

b)  $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

( ) base  $> 1$

( )  $0 < \text{base} < 1$

( ) função crescente

( ) função decrescente

4.1- Que relação você observa entre o valor da base da função logarítmica e a sua representação gráfica?

5- Determine o domínio e o conjunto imagem das funções da questão 4.

a)  $D(f) =$  \_\_\_\_\_

$\text{Im}(f) =$  \_\_\_\_\_

b)  $D(g) =$  \_\_\_\_\_

$\text{Im}(g) =$  \_\_\_\_\_

6- Utilizando o *software wxMaxima*, construa no mesmo sistema cartesiano os gráficos das funções em cada item, e em seguida responda que tipo de deslocamento você observa?

a)  $f(x) = e^x$  e  $g(x) = e^{x-1}$  (comando:  $\exp(x)$ )

b)  $h(x) = e^x$  e  $t(x) = e^x - 1$

c)  $v(x) = \ln x$  e  $w(x) = \ln(x + 1)$  (comando:  $\log(x)$ )

d)  $j(x) = \ln x$  e  $k(x) = \ln(x) + 1$

## ANEXO E– PARECER DO CEP 5



## PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

**DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

**Título da Pesquisa:** POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO

**Pesquisador:** Sheila Cristina Teixeira

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 85754418.0.0000.5083

**Instituição Proponente:** Campus Catalão

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 2.616.766

**Apresentação do Projeto:**

A pesquisa envolve as possibilidades de melhoria do desempenho dos acadêmicos na disciplina de Cálculo. Utilizará como instrumentos questionário de perfil, testes sobre conteúdo da matemática elementar, atividades com recursos computacionais. O objetivo é "elaborar propostas de atividades com auxílio computacional, abordando conteúdos pré-requisitos para o estudo do Cálculo I e, ao final, analisar e discutir resultados". O embasamento teórico foi utilizada a pesquisa bibliográfica e será empregado o software Maxima.

**Objetivo da Pesquisa:**

"[...] identificar o nível de conhecimento de Matemática elementar dos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática do 1º período, elaborar uma proposta de atividades a serem realizadas com auxílio computacional, abordando conteúdos pré-requisitos para o estudo do Cálculo I e, ao final, analisar e discutir resultados."

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Serão entrevistados alunos ingressantes no curso de matemática da UFG, Campus Morrinhos; apenas maiores de idade. Será guardado o anonimato. A proponente não vê risco associados à pesquisa. A leitura dos roteiros de entrevista semiestruturada não revela perguntas que possam expor o entrevistado a constrangimentos e o TCLE esclarece que a participação é voluntária, podendo haver desistência ou recusa a responder qualquer pergunta.

**Endereço:** Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131  
**Bairro:** Campus Samambaia **CEP:** 74.001-970  
**UF:** GO **Município:** GOIÂNIA  
**Telefone:** (62)3521-1215 **Fax:** (62)3521-1163 **E-mail:** cep.prp@ufg@gmail.com



Continuação do Parecer: 2.616.766

Com relação aos benefícios, não haverá gratificação para os/as participantes voluntários e o trabalho não parece envolver despesas. A pesquisadora cita as "Possibilidades de melhoria na prática docente e nos resultados dos acadêmicos agregado ao conhecimento, ou seja, melhorias no ensino/aprendizagem".

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

Trata-se de projeto de pesquisa bem contextualizado, com objetivos e metodologia definidos de maneira que é possível ao CEP avaliar as questões objeto de avaliação do comitê. O Relator julga que a perguntas do roteiro de questionário apresentado não sujeitam os entrevistados a situações que afrontem a ética em pesquisa. Não haverá armazenamento de dados e será garantido o anonimato dos entrevistados.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

O protocolo foi devidamente instruído com projeto contendo cronograma, folha de rosto, termo de anuência da UFG (Campus Morrinhos), termo de compromisso dos pesquisadores envolvidos, instrumentos para coleta de dados (roteiro de entrevista) e TCLE.

O roteiro de entrevista apresentado está muito bem estruturado. O TCLE está muito bem redigido e segue exemplarmente as instruções do modelo e as diretrizes do CEP.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Foi encontrada apenas uma não conformidade no TCLE apresentado. Deve ser indicado no TCLE que, além da assinatura na página final, todas as demais páginas precisam ser vistas/hubricadas.

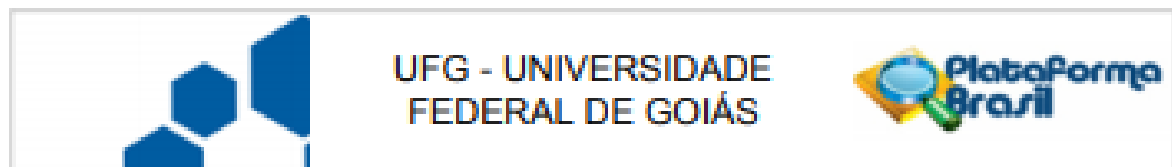
A coleta de dados está prevista para abril, devendo o cronograma ser retificado para maio ou mês posterior, ou devendo ser enviada declaração de que a coleta de dados não foi iniciada antes da aprovação do protocolo por esse comitê.

Desta maneira, meu parecer é pela aprovação deste protocolo, condicionado à realização dos ajustes indicados, salvo melhor juízo.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Informamos que o Comitê de Ética em Pesquisa/CEP-UFG considera o presente protocolo APROVADO, o mesmo foi considerado em acordo com os princípios éticos vigentes. Reiteramos a importância deste Parecer Consubstanciado, e lembramos que o(a) pesquisador(a) responsável

Endereço: Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131  
 Bairro: Campus Samambaia CEP: 74.001-970  
 UF: GO Município: GOIÂNIA  
 Telefone: (62)3521-1215 Fax: (62)3521-1163 E-mail: cep.prpi.ufg@gmail.com



Continuação do Parecer: 2.416.764

deverá encaminhar ao CEP-UFG o Relatório Final baseado na conclusão do estudo e na incidência de publicações decorrentes deste, de acordo com o disposto na Resolução CNS n. 466/12 e Resolução CNS n. 510/16. O prazo para entrega do Relatório é de até 30 dias após o encerramento da pesquisa.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Outros	Decsheila.pdf	24/04/2018 10:53:53	Gelsa Mozzer	Aceito
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BASICAS_DO_PROJETO_1056738.pdf	19/03/2018 09:04:53		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_Profmat.pdf	16/01/2018 18:19:05	Sheila Cristina Teixeira	Aceito
Outros	Instrumentos_Coletas_de_dados.pdf	05/01/2018 16:38:45	Sheila Cristina Teixeira	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	05/01/2018 16:35:18	Sheila Cristina Teixeira	Aceito
Outros	anuencia.pdf	05/01/2018 16:13:57	Sheila Cristina Teixeira	Aceito
Outros	termo.pdf	05/01/2018 16:12:18	Sheila Cristina Teixeira	Aceito
Folha de Rosto	folha.pdf	05/01/2018 16:03:40	Sheila Cristina Teixeira	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

GOIANIA, 24 de Abril de 2018

**Assinado por:**  
**Gelsa Mozzer**  
**(Coordenador)**

**Endereço:** Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131  
**Bairro:** Campus Samambaia **CEP:** 74.001-070  
**UF:** GO **Município:** GOIANIA  
**Telefone:** (62)3521-1215 **Fax:** (62)3521-1163 **E-mail:** cep.prpl.ufg@gmail.com