

VANDRÉ ANTÔNIO DE ASSIS GOMES

A ESTATÍSTICA EM FOCO NO MUNICÍPIO DE BARÃO DE
COCAIS

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2013

VANDRÉ ANTÔNIO DE ASSIS GOMES

**A ESTATÍSTICA EM FOCO NO MUNICÍPIO DE BARÃO DE
COCAIS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 18 de março de 2013.

José Barbosa Gomes

Marinês Guerreiro

Allan de Oliveira Moura
(Orientador)

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, que me possibilitou estar aqui. A minha esposa Ariane Laet de Almeida que esteve ao meu lado sempre me incentivando nos momentos difíceis, aos meus pais José Morialdo Gomes e Maria Aparecida de Assis Gomes, meus irmãos e familiares que são meus exemplos de vida.

Agradecimentos

A Deus por me abençoar nesta jornada, entre idas e vindas sempre presente e me livrando de todos os obstáculos.

Aos meus amigos do Mestrado que de alguma forma colaboraram com o meu crescimento e aprendizado.

À Ariane pela compreensão das noites mal dormidas e dos finais de semana em que não pude estar presente, pelo incentivo e por sempre acreditar que eu conseguiria, mesmo eu pensando o contrário.

Em especial aos amigos de quarto e de viagem, Bruno Bragança, Patrick Santos e Vicente Rocha, pelas vezes que estudamos juntos.

Ao meu orientador e coordenador do curso, professor Doutor Allan de Oliveira Moura, pela atenção e empenho para com meu trabalho.

Aos professores pela dedicação e paciência, em especial à professora Doutora Simone pelo incentivo nos momentos difíceis.

À CAPES pelo apoio financeiro, fundamental para os meus deslocamentos e estadias em Viçosa durante o curso.

Aos meus superiores dos locais em que trabalho, que não mediram esforços para que eu pudesse me ausentar quando necessário.

Aos professores, diretores e estudantes das escolas participantes do projeto, pois sem vocês não seria possível a realização desse trabalho.

RESUMO

GOMES, Vandr  Ant nio de Assis, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2013.
A Estatística em foco no município de Barão de Cocais. Orientador: Allan de Oliveira Moura

Esta dissertao trata de uma análise do Ensino de Estatística no Ensino Médio das Escolas Públicas do Município de Barão de Cocais, Minas Gerais. Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e Currículo Básico Comum - CBC, entre outras fontes, apresentamos a análise das respostas de um questionário e uma avaliao que foram aplicados a professores e alunos respectivamente, com a finalidade de identificar possíveis lacunas existentes no ensino desse conteúdo. Além disso, ela apresenta um fascículo para alunos e professores sobre este assunto, visando melhorias no Ensino de Estatística neste nível de ensino.

ABSTRACT

GOMES, Vandr e Ant onio de Assis, M. Sc., Federal University of Viçosa, march of 2013.
The focus on Statistics in Barão de Cocais. Adviser: Allan de Oliveira Moura

This dissertation is an analysis of the Teaching of Statistics in the public high schools of Bar o de Cocais, Minas Gerais. We developed a questionnaire and a test to be applied to teachers and students, respectively, in order to show possible gaps in the teaching of Statistics content, based in the National Curriculum Parameters and Common Basic Curriculum-CBC, among other sources. Besides that, the dissertation has a volume for students and teachers about the subject, focusing on improvements in the teaching of Statistics in this educational network.

Sumário

Introdução	1
1 Um breve olhar sobre a Estatística e um panorama do Ensino Médio de Barão de Cocais	3
1.1 O início da Estatística	3
1.2 A Estatística nos dias atuais e sua importância	5
1.3 Os instrumentos de avaliação utilizados pelo governo	6
1.4 Um panorama do Ensino Médio	8
2 Questionário aplicado aos professores	11
2.1 Fundamentos para o questionário	11
2.2 Visita às escolas e reunião com os professores	13
2.3 Composição do questionário e informações obtidas	13
2.4 Uma análise dessas informações	16
3 Avaliação Aplicada aos estudantes	18
3.1 Elaboração e aplicação da avaliação	18
3.2 Tabulação dos dados	18
3.3 Análise dos resultados	19
3.4 Questionário x Avaliação	33
3.5 Alguns Relatos e Percepções	35
4 Elaboração do Fascículo de Estatística	37
4.1 Fundamentos para a construção	37
4.2 Fascículo com tópicos de Estatística	38
4.3 O uso de recursos computacionais no Ensino de Estatística	57
5 Considerações finais	69

Anexo I

71

Anexo II

74

Introdução

Com a rápida e constante transformação pela qual mundo passa, tem sido cada vez mais comum o acesso do cidadão as questões sociais e econômicas. Recebemos inúmeras informações todos os dias das mais variadas fontes. Por isso é de fundamental importância que saibamos selecionar, qualificar, analisar e contextualizar tais informações a fim de entendê-las ou interpretá-las.

Provavelmente a Estatística é uma das áreas onde a Matemática manifesta mais claramente a sua utilidade em nosso dia-a-dia. Hoje conteúdos estatísticos fazem parte do discurso científico, político, jornalístico e do nosso cotidiano. Por exemplo, os dados obtidos nas pesquisas de intenção de voto, verificação do perfil socioeconômico de uma determinada região, na averiguação das chances da cura de certa doença ou dos riscos em contraí-la, a chance da compatibilidade de sangue de um determinado paciente, entre outros são todos analisados estatisticamente. Espera-se, portanto, que com uma formação básica, o cidadão tenha capacidade de ler e analisar dados expostos em diversas formas.

Por isso, a Estatística torna-se um dos temas principais para estudo dentro da Matemática, pois proporciona uma adequada contextualização sociocultural, do conhecimento adquirido na escola aproximando a realidade do mesmo. Nessa linha a aprendizagem de Estatística vem a cada dia tornando-se cada vez mais importante, pois é um fator determinante para a formação do ser humano que se torne mais atuante quando se depara com esse tipo de informação.

Segundo o Currículo Básico Comum - CBC, para um estudante que está concluindo o Ensino Médio, deseja-se que ele saiba: organizar e tabular um conjunto de dados, interpretar e utilizar dados apresentados em tabela, representar um conjunto de dados graficamente, interpretar e utilizar dados apresentados graficamente, selecionar a maneira mais adequada para representar um conjunto de dados, resolver problemas que envolvam média aritmética ou ponderada, resolver problemas que envolvam média geométrica, interpretar os conceitos de mediana e moda em situações - problema e resolver problemas que envolvam a mediana e a moda.

Já os Parâmetros Curriculares Nacionais mostram a importância de se ampliar as noções básicas de Estatística, tais como coletar e organizar dados em tabelas, fazer algumas previsões, ser pertinentes para formular questões elaborando conjecturas convincentes e posteriormente iniciar estudos mais específicos envolvendo medidas estatísticas.

No entanto o CBC e o PCN não esgotam todos os conteúdos a serem abordados nas escolas, mas expressam apenas aspectos fundamentais de cada disciplina, deixando claro que conteúdos não listados possam ser aplicados aos alunos, caso se ache necessário. Ele frisa o que não pode deixar de ser ensinado e o que teoricamente o estudante não pode deixar de aprender. Ao mesmo tempo, estão indicadas as habilidades e competências que ele deve adquirir e desenvolver.

Imbuídos em proporcionar melhorias no ensino da Estatística no município de Barão de Cocais, desenvolvemos projeto que parte da análise do ensino dos conteúdos de Estatística no Ensino Médio do referido município, a partir de um questionário respondido pelos professores e uma avaliação feita pelos alunos. Com base nesta análise, é proposto um material que visa preencher possíveis lacunas encontradas.

O capítulo inicial desse trabalho descreve o surgimento da Estatística, cita nomes de pessoas que deram importantes contribuições ao desenvolvimento dessa área do conhecimento, com suas respectivas obras. Argumentamos sobre a importância da Estatística nos dias atuais e suas contribuições para melhorias na sociedade. Num segundo momento, o trabalho apresenta os principais instrumentos de avaliação usados pelo governo para avaliar o ensino e aborda sobre os resultados alcançados pelos estudantes do Ensino Médio do município de Barão de Cocais nessas avaliações. Paralelo a isso concluímos apresentando um panorama do cenário que será utilizado para o desenvolvimento do trabalho.

No segundo capítulo, abordamos o início do desenvolvimento do projeto junto às escolas, as visitas e as reuniões. Apresentamos os parâmetros utilizados para a elaboração do questionário que foi respondido pelos professores que lecionam matemática no Ensino Médio e as informações obtidas nesse questionário, com algumas análises julgadas pertinentes.

Já o terceiro capítulo traz informações sobre a aplicação de uma avaliação para os estudantes concluintes do Ensino Médio. Apresentamos as descrições das questões propostas, os gráficos dos resultados obtidos nessa avaliação, comentários e sugestões de possíveis intervenções que podem ser feitas para melhorias no resultado dos estudantes perante cada questão. Fazemos um paralelo entre o questionário respondido pelos professores e o resultado da avaliação feita pelos estudantes.

O quarto capítulo apresenta um fascículo com conteúdos de Estatística e atividades voltadas ao cotidiano dos estudantes. Apresenta recursos computacionais que auxiliam no ensino desses conteúdos. O capítulo cinco apresenta algumas considerações sobre este trabalho.

UM BREVE OLHAR SOBRE A ESTATÍSTICA E UM PANORAMA DO ENSINO MÉDIO DE BARÃO DE COCAIS

Neste capítulo, apresentamos um breve olhar sobre o início da Estatística e sobre o campo de investigação do trabalho.

1.1 O início da Estatística

Segundo (ANDRADE[11]), “a Estatística é um ramo do conhecimento humano que surgiu da necessidade de manipulação de dados coletados e de como extrair informações de interesse desses dados. Sendo assim a estatística tem como principais objetivos, obter, organizar e analisar dados, cuja finalidade é descrever e explicá-los”.

No dicionário Novo Aurélio Século XXI (FERREIRA[6]), o termo estatística significa parte da matemática em que se investigam processos de obtenção, organização e análise de dados sobre uma população ou coleção de seres quaisquer, métodos de tirar conclusões e fazer predições com base nesses dados. Conjunto de elementos numéricos relativos a um fato social. Portanto, a Estatística pode se tornar um instrumento facilitador e organizacional de uma sociedade.

A Estatística é a ciência dos dados, sendo esses numéricos e inseridos em um contexto. A palavra Estatística tem origem da palavra “status” que é de origem latina da expressão “sensu lato” que correlaciona com o estudo do estado, já que na antiguidade quem tinha maior interesse em fazer coletas de informações era o Estado. Ele tinha o interesse em

fazer a contagem: do número de homens que poderiam servir ao exército; de suas terras; dos habitantes de uma região; da produção agrícola; entre outras. O levantamento de informações e contagem de pessoas, ficou conhecido como censo. Esse censo que ficou conhecido pelos cristãos, originou-se da contagem dos judeus pelo imperador Augusto.

Embora muitas vezes as origens das informações fossem distorcidas e muitas se perdessem no decorrer da História, há indícios do uso da Estatística na China desde a antiguidade e também por civilizações indígenas como os incas, maias e astecas. Os egípcios analisavam a população e as riquezas materiais de seu país antes de iniciarem a construção de alguma pirâmide.

Há fontes que registram que o termo estatística foi introduzido na Alemanha em 1746 pelo economista Achenwall (1719-1772) professor da Universidade de Gottingen, mas outros indícios apontam que Schmeitzel teria usado o termo pela primeira vez no século XVII na Universidade de Lena e posterior a isso, usada por Achenwall.

De acordo com (MEMÓRIA,[10],aput,ANDRADE[11]), Achenwall nada mais fez do que sistematizar e definir a Estatística que era usada pelos italianos para registrar batismos, casamentos e óbitos, impostos pela igreja católica e que se tornaram compulsórios após o Concílio de Trento (1545-1563) que tinha a finalidade de assegurar a unidade da fé e a disciplina eclesiástica.

Graunt publicou um livro na Inglaterra, no ano de 1662, intitulado “Natural and political observations mentioned in a following index and made upon the bills of mortality” onde apresenta o que é considerada a primeira tentativa de extrair conclusões de dados numéricos, que foi denominada “Aritmética Política”. Este fato é apontado por muitos pesquisadores como marco inicial da Estatística como ciência.

No decorrer da História, o desenvolvimento do que hoje chamamos de Estatística, teve a contribuição de muitos estudiosos. A Revista do Instituto Internacional de Estatística, cita Hermann Conring (1606-1681), Gottfried Achenwall (1719-1772), Johann Peter Süssmilch (1707-1767), John Graunt, (1620-1674) e William Petty (1623-1687) como fundadores dessa área do conhecimento.

Para a sua consolidação, a Estatística no seu desenvolvimento contou com a contribuição de muitos outros nomes dentre os quais, podemos destacar o astrônomo inglês Halley (1656-1742) que criou a primeira tábua de sobrevivência que tinha como objetivo fazer cálculos de seguro de vida; Price (1723- 1791) fez um trabalho de suma importância intitulado “Ensaio através da resolução de problemas na teoria de chances”, em que aparece o Teorema de Bayes, um dos mais fundamentais para a Teoria das Probabilidades. Além disso, poderíamos citar Girolamo Cardano, (1501-1576), Galileu Galilei (1564-1642), Blaise Pascal (1623-1662) e a família Bernoulli que contribuíram de forma incisiva para o desenvolvimento dessa ciência.

Segundo (BATANERO[1]) a Estatística teve o seu desenvolvimento com maior ênfase no século XX. Ele afirma que “o século XX foi o século da Estatística, onde ela passou a ser tratada como uma das ciências metodológicas fundamentais e base do método científico experimental.” Neste século destaca-se Fisher (1890-1962), geneticista que foi considerado um dos maiores cientistas do século, que fez contribuições teóricas fundamentais para a Estatística. Em 1912, ainda estudante universitário, Fisher publicou um artigo sobre o método da verossimilhança no ajustamento de curvas e frequências. Fisher é considerado por muitos como o fundador da Estatística Moderna que se baseia em três fatores: a necessidade dos governos de coletar dados dos e sobre os cidadãos, o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade e o advento da informática. (MEMÓRIA[10]) diz que Calyampudi Radhakrishna Rao, um matemático americano que criou obras que influenciaram significativamente a Estatística, fez as seguintes considerações sobre Fisher:

Como o fundador da estatística Moderna, Fisher foi não só o maior estatístico de sua época, mas para muitos que conheceram sua obra monumental, é ainda o maior estatístico de todos os tempos. Ao longo de sua eminente carreira, recebeu várias honrarias e distinções acadêmicas, entre outras, o grau de Doutor por sua Alma Mater, em 1926, o título de Fellow of the Royal Society (F.R.S.) em 1929, e o título honorífico de Sir em 1952. (MEMÓRIA[10], apud ANDARADE[11])

Conhecer um pouco da história da Estatística nos possibilita uma maior compreensão dessa ciência no mundo atual. Nesse contexto julgamos necessário introduzir um breve olhar sobre a História da estatística, pois achamos relevante para uma melhor constituição desse trabalho, que na sequência apresenta uma síntese da situação da Estatística nos dias atuais.

1.2 A Estatística nos dias atuais e sua importância

Atualmente a Estatística utiliza-se de muitos meios provindos ao longo de sua história com alguns aperfeiçoamentos e com fatos que surgiram posteriormente. Um bom exemplo disso são os censos que são feitos até os dias atuais. Eles contribuem em diversos campos no nosso país. Por exemplo, com os dados do censo o governo pode:

- identificar os locais onde é mais importante investir em saúde, educação, habitação, transportes etc.;
- descobrir lugares que necessitam de programas de incentivo ao crescimento econômico,

como instalação de polos industriais;

- distribuir melhor o dinheiro público dos Fundos de Participação dos Estados e dos Municípios.

A sociedade em geral também usa as informações do censo para:

- escolher onde instalar suas fábricas, supermercados, shopping centers, escolas, cinemas etc.;
- conhecer melhor os trabalhadores brasileiros, quem são, o que fazem, como moram etc. (Essas informações são muito importante para os sindicatos, associações profissionais e entidades de classe) e
- pedir a atenção dos governos para problemas específicos, como a expansão da rede de água e esgoto, a instalação de postos de saúde e assim por diante. (www.ibge.com.br).

Fundado em 1934, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, IBGE, é o órgão do governo responsável pela obtenção desses dados estatísticos em nosso país.

Atualmente as pessoas precisam muito mais do que saber ler e escrever. A nossa sociedade necessita de pessoas que sejam capazes de analisar uma determinada informação e posteriormente tomar decisões com base nessa análise. Neste contexto, a Informática é uma ferramenta auxiliar fundamental, já que ela tem se tornado essencial em diversos âmbitos da vida profissional. Segundo (ANDRADE[11]), nos dias atuais existe um “enlace” entre a Informática e a Estatística, dado a importância que ambas apresentam. Já (BRANCO [3]), afirma que:

as novas tecnologias se constituem como elementos indispensáveis na prática desse campo não se tratando apenas de uma ferramenta útil para o trabalho com Estatística e, no contexto estatístico, não se pode ignorar elementos como a presença de dados, a essencial intervenção dos computadores e certa arte de análise de dados”

Cada vez mais a tecnologia informática interfere no mercado de trabalho e também no âmbito educacional referente ao ensino de Estatística.

1.3 Os instrumentos de avaliação utilizados pelo governo

Atualmente o governo utiliza avaliações em larga escala para verificar o andamento do ensino no país e para selecionar estudantes para diversos programas. O Ministério da

Educação e da Cultura (MEC), com o suporte do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), tem a responsabilidade de elaborar e aplicar essas avaliações. O SAEB é o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, que é realizado desde 1990. A partir de 1995, o SAEB tem também a finalidade de acompanhar o andamento dos estudantes brasileiros de forma sistemática nos conteúdos relacionados à Matemática e Língua Portuguesa.

Em 2005, o SAEB passou a ser composto por dois processos de avaliação, a ANEB que é a Avaliação Nacional da Educação Básica que manteve o nome popular de SAEB e a ANRESC que é a Avaliação Nacional de Rendimento Escolar, conhecida popularmente por Prova Brasil. Ambas adotam a mesma base teórica e os mesmos procedimentos. As questões das avaliações são elaboradas por especialistas com base no que está previsto nos currículos estaduais e nas recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

A principal diferença entre as duas avaliações está no público alvo. A primeira avalia estudantes do 5º e 9º ano do ensino fundamental, além dos alunos do 3º ano do ensino médio, de redes públicas e privadas, da zona urbana e rural, enquanto que a segunda é aplicada a alunos do 5º e 9º ano da rede pública de escolas de zona urbana e onde tenha no mínimo vinte alunos em pelo menos uma série avaliada.

O resultado obtido na prova SAEB é fornecido por regiões, por unidades da federação e do sobre Brasil como um todo, enquanto que a Prova Brasil além de fornecer essas informações, também fornece resultados específicos para os municípios e escolas participantes.

Estes sistemas de avaliação têm como principais objetivos:

- oferecer subsídios à formulação, reformulação e monitoramento de políticas públicas e programas de intervenção ajustados às necessidades diagnosticadas nas áreas e etapas de ensino avaliadas;
- identificar os problemas e as diferenças regionais do ensino;
- produzir informações sobre os fatores do contexto socioeconômico, cultural e escolar que influenciam o desempenho dos alunos;
- proporcionar aos agentes educacionais e a sociedade uma visão clara dos resultados dos processos de ensino e aprendizagem e das condições em que são desenvolvidos e
- desenvolver competência técnica e científica na área de avaliação educacional, ativando o intercâmbio entre instituições educacionais de ensino e pesquisa. (Fonte: MEC, 2003)

O ENEM, Exame Nacional do Ensino Médio, criado em 1998 tinha o intuito de avaliar os educandos concluintes do ensino médio ou que já o tivessem concluído. Desde então, o

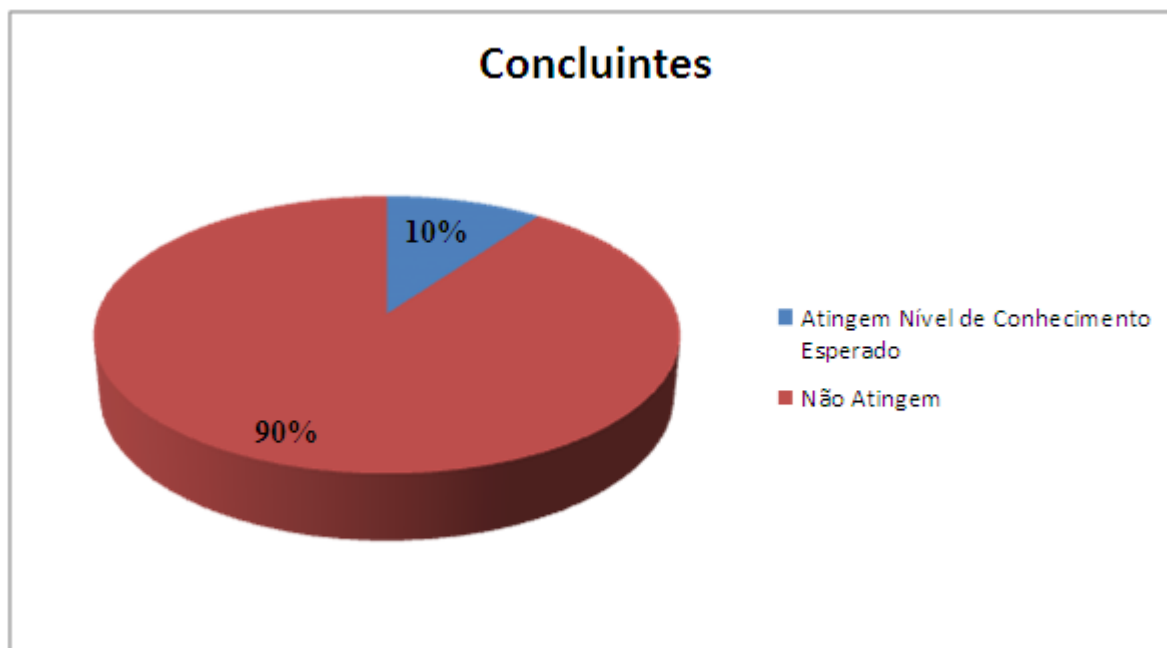
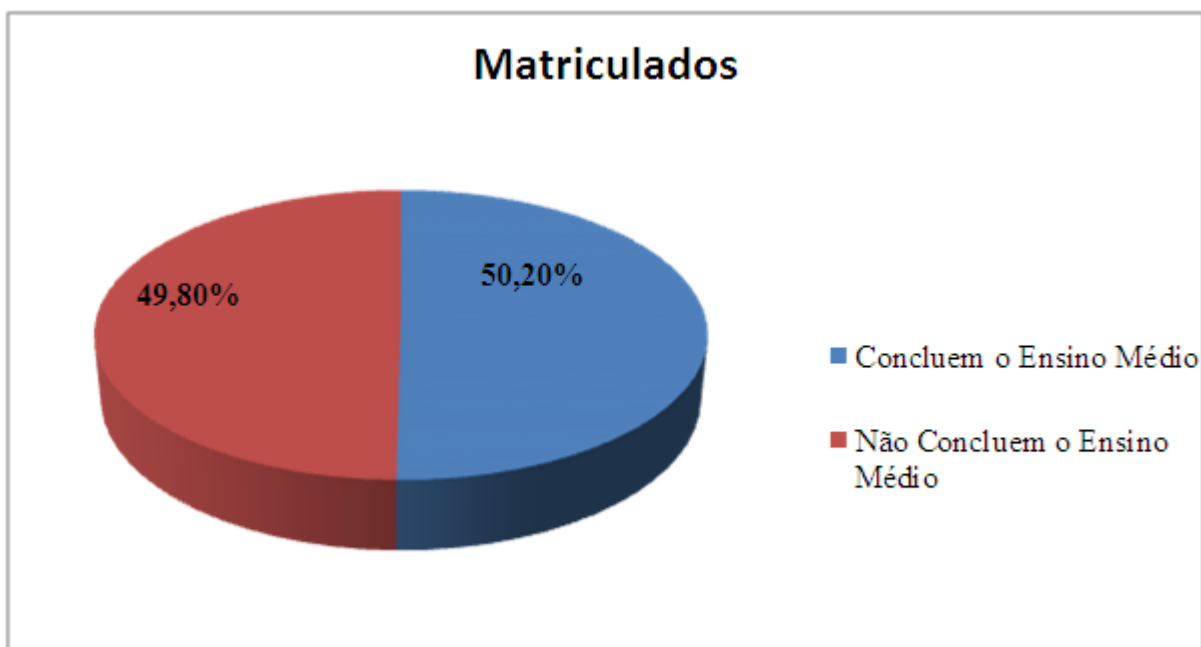
ENEM sofreu mudanças significativas em seus objetivos e uma das principais ocorreu em 2009, quando ele praticamente aboliu os vestibulares em Universidades Federais tornando-se a principal porta de entrada para estas universidades. Desde então o Enem busca avaliar habilidades fundamentais para a vida cotidiana. Nas questões relacionadas a área das ciências exatas, que são de múltipla escolha, são explorados os conteúdos relacionados à estatística como podemos observar na matriz de referência do ENEM.

Segundo a matriz de referência do ENEM o estudante necessita das seguintes competências:

- utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.
- resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.
- analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.
- calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.
- resolver situação-problema que envolva conhecimentos de Estatística e probabilidade.
- utilizar conhecimentos de Estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.
- avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de Estatística e probabilidade.

1.4 Um panorama do Ensino Médio

Nosso município, não diferente dos demais, enfrenta os problemas da grande maioria, com grande percentual de abandono, pouco avanço na qualidade: em se tratando das avaliações aplicadas pelo governo para estudantes do Ensino Médio, como a Prova Brasil e ENEM o resultado fica aquém do esperado. Segundo dados obtidos no Censo 2010, Censo Escolar 2010, Prova Brasil 2009, no Brasil o abandono ainda afeta grande parte dos estudantes e mesmo os que concluem poucos adquirem os conhecimentos necessários. Veja os gráficos.



Manter esses jovens na escola interessados e disponibilizar recursos para que eles possam concluir o Ensino Médio com qualidade é um grande desafio para cada professor que atue nas escolas. Mesmo que a contribuição seja pequena e atinja a poucos, será válida, pois a transformação da educação é lenta.

Com o intuito de tornar o ensino de estatística em nosso município, mais atrativo e interessante, vamos elaborar um material visando mudar um pouco esses resultados, ainda aquém do esperado obtido por nossos alunos.

Para isso, basta verificar a particularidade de determinada região para então usufruir dessas particularidades em prol da construção do conhecimento do aluno.

Devido a este amplo campo que hoje decorre em torno da estatística nada mais justo que oferecer meios para uma intervenção que visa melhorias no ensino de estatística no município de Barão de Cocais. Objetivando uma melhoria no interesse e conseqüentemente no aprendizado de estatística, elaboramos um questionário para professores que lecionam no ensino médio e uma avaliação para alunos em fase de conclusão do ensino médio, visando encontrar possíveis lacunas no ensino desse conteúdo e posteriormente elaborar um material que possa preencher essas lacunas com características bem específicas da nossa cidade.

QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES

Neste capítulo, apresentamos os fundamentos para a elaboração do questionário, sua composição, os primeiros contatos com o ambiente de aplicação do questionário e algumas análises das informações obtidas a partir de sua aplicação.

2.1 Fundamentos para o questionário

De acordo com (D'AMBRÓSIO[5]) “*o grande desafio que nós educadores matemáticos encontramos é tornar a matemática interessante, isto é, atrativa, relevante, isto é, útil; e atual, isto é, integrada no mundo de hoje*”.

Esse desafio apresentado aos professores de matemática e educadores torna-se menos árduo quando existem parâmetros a serem seguidos, quando informações importantes sobre como proceder são adquiridas ou quando o caminho a seguir é previamente determinado, mesmo que essas informações não sejam totalmente certas, já que não existe uma fórmula específica para o ensino-aprendizagem. Nada melhor do que extrair essas informações de quem já tem uma boa vivência e bastante conhecimento, de quem tem experiência no ensino-aprendizagem, ou seja, dos professores que lecionam atualmente e também dos mais importantes envolvidos nesse processo, os estudantes.

Em nossa vivência nas salas de aula constatamos muitos equívocos nas interpretações e construções de gráficos e tabelas e também muitos erros relativos aos outros conteúdos de Estatística. Como esses conteúdos vêm ganhando cada vez mais destaque em provas avaliativas e classificatórias, decidi elaborar um questionário para professores que lecionam

matemática no Ensino Médio com o objetivo de fazer uma reflexão sobre os pontos de vista dos mesmos e tomar conhecimento de como está o ensino de Estatística nas turmas de nível médio em nosso município.

Saber o que é lecionado, como, quando e com que frequência é uma informação bastante valiosa, visto que, ter ciência de que os conteúdos estão sendo trabalhados ou deixados em segundo plano, da carga horária destinado a cada conteúdo, dos recursos utilizados nas aulas e em qual série é trabalhado tal assunto, pode nos dar diretrizes para uma futura intervenção no ensino de Estatística.

Analisar as percepções dos professores em relação aos estudantes também torna se algo bastante atrativo, já que sua vivência diária com o aluno propicia percepções até então invisível a quem não participa desse processo. Opinar sobre o potencial de seus alunos, o grau de instrução, suas dificuldades e limitações com relação a uma turma ou uma escola, possibilita ser específico nas atitudes tomadas referentes a tais alunos.

As percepções de quem lida com o ensino são de fundamental importância, já que as dificuldades enfrentadas na aprendizagem pelos alunos e no ensino pelos professores ficam mais evidentes.

Grande parte dos professores em seu ambiente de trabalho tem a capacidade de identificar quais são as dificuldades que a maioria de seus alunos encontram ao se deparar com diversas questões, com grau de dificuldade variado. Analisando uma questão que cobra certo conteúdo, com um determinado grau de dificuldade, o professor pode dar direcionamento para que seja ou não focado naquele determinado tópico, permitindo que as aulas possam ser voltadas para aqueles conteúdos que realmente necessitam de uma maior intervenção. Isso propiciará um melhor aproveitamento do tempo destinado ao ensino de matemática e um melhor rendimento dos alunos.

É importante salientar que o ensino-aprendizagem é uma via de mão dupla e necessita que ambas as partes queiram desenvolver o conhecimento. O questionário tem por objetivo encontrar lacunas no que se referem aos conteúdos de Estatística, trabalhados pelos professores, com um olhar do professor sobre seus alunos. Encontradas essas lacunas, precisamos viabilizar formas para que o ensino possa tornar mais atrativo e interessante. Após serem analisados os resultados, iremos propor algumas atividades que poderão contribuir para que esse ensino possa ser mais atrativo aos alunos e conseqüentemente obtermos maior êxito no ensino dos conteúdos estatísticos em nosso município.

2.2 Visita às escolas e reunião com os professores

Primeiro foi feito contato com a Secretaria de Educação do município de Barão de Cocais, deixando-a ciente do desenvolvimento do projeto junto às escolas da cidade. Logo após, contactamos os diretores das escolas públicas do município onde é oferecido o Ensino Médio e, em seguida, com as autorizações necessárias, passamos para o contato com os professores, que lecionam Matemática no Ensino Médio público da cidade.

Por se tratar de uma cidade com aproximadamente trinta mil habitantes e apenas quatro escolas públicas em nível médio, que se situam dentro de um raio de vinte quilômetros, tivemos um fácil acesso às escolas. Dirigi-me a cada uma delas e através de uma reunião com os diretores, passei as informações sobre o projeto, quais seus objetivos e como seria desenvolvido. Além disso, ficou acertada com os diretores, uma segunda reunião, agora com os professores para os mesmos esclarecimentos e pedido de colaboração no desenvolvimento do trabalho. Esta reunião com os professores não foi feita em todas as escolas, já que por se tratar de uma cidade pequena, muitos professores trabalham em mais de uma escola, o que facilitou a apresentação do projeto aos mesmos.

Embora conhecendo alguns professores que lecionam nas escolas participantes do projeto, não trabalho em nenhuma delas o que a princípio traria por parte das direções e de alguns professores, certa restrição ao seu desenvolvimento. Mas para minha surpresa, isto não aconteceu, pelo contrário, tive um apoio grande por parte dos diretores e professores de quase todas as escolas envolvidas.

Participam desta pesquisa professores e estudantes da Centro Educacional Nossa Senhora do Rosário e das Escolas Estaduais: José Maria de Moraes, Odilon Bering e Padre Heitor.

Na reunião, me apresentei aos professores, falei um pouco sobre o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, convidei e incentivei os mesmos a realizarem o exame seletivo. Posteriormente, lhes apresentei o meu projeto, explanando sobre o mesmo. Em seguida apresentei aos professores o questionário e pedi para que eles colaborassem respondendo-o de forma ética. Sugeri aos mesmos que, caso achassem melhor, não haveria a necessidade de se identificar em seu questionário, para evitar qualquer tipo de constrangimento.

2.3 Composição do questionário e informações obtidas

(SAMPLIERI,[12]) atestam que “Um questionário consiste em um conjunto de questões com relação a uma ou mais variáveis a serem medidas”. e para isso criamos um questioná-

rio que procurasse identificar como são tratados os conteúdos de Estatística por parte dos professores e como eles achavam que seria o desempenho de seus estudantes perante uma avaliação sobre tais conteúdos.

Esse questionário destinado aos professores era composto de duas partes. A primeira parte tinha o objetivo de identificar os conteúdos relacionados à Estatística que eram lecionados, com que frequência era feito, a carga horária destinada e em qual série era trabalhado. Também buscava informações sobre o material didático utilizado pelos professores em suas aulas e possuía um campo para observações e comentários.

Essa primeira parte foi subdividida em cinco itens. Os três primeiros questionavam sobre frequência, carga horária e as séries em que era lecionados os conteúdos média aritmética, geométrica, harmônica e ponderada, mediana, moda, variância, desvio padrão e análise de gráficos. Nesses três primeiros itens tivemos as informações conforme descritas nas tabelas abaixo:

Conteúdo	% sempre	% às vezes	% raramente	% nunca
Média Aritmética	100	0	0	0
Média Geométrica	0	60	20	20
Média Harmônica	0	0	40	60
Média Ponderada	20	40	0	40
Mediana	60	20	0	20
Moda	60	20	0	20
Variância	20	40	20	20
Desvio Padrão	40	20	20	20
Análise de Gráficos	80	0	0	20

Conteúdo	% 1º ano	% 2º ano	% 3º ano	% Nenhuma
Média Aritmética	100	0	40	0
Média Geométrica	40	40	20	20
Média Harmônica	0	0	20	80
Média Ponderada	20	20	80	20
Mediana	0	0	100	0
Moda	0	0	100	0
Variância	0	0	100	0
Desvio Padrão	0	0	100	0
Análise de Gráficos	100	80	100	0

Conteúdo	% até 2 h/a	% de 2 a 4 h/a	% de 4 a 6 h/a	% mais de 6h/a
Média Aritmética	60	40	0	0
Média Geométrica	40	40	0	0
Média Harmônica	20	20	0	0
Média Ponderada	20	40	20	0
Mediana	60	20	20	0
Moda	60	20	20	0
Variância	20	40	40	0
Desvio Padrão	20	40	40	0
Análise de Gráficos	20	60	20	0

O item quatro questionava quais materiais didáticos eram utilizados pelos professores em suas aulas. Todos os professores responderam que usam o livro didático adotado pela escola, e em alguns questionários, foi citado o livro de Manuel Paiva; 20% dos professores citaram outras fontes, sem justificar quais eram e 20% citaram o uso de jornais, revistas, calculadora, quadro, dentre outros.

O item cinco da primeira parte do questionário era um campo em aberto para observações e comentários. A maioria dos professores deixou esse campo em branco, mas um professor observou que “*nenhum dos livros adotados que eu tenha trabalhado até hoje, apresentou média geométrica e harmônica*” e um segundo que “*Media aritmética e ponderada geralmente trabalho no Ensino Fundamental, faço uma revisão no Ensino Médio*”.

Na segunda parte do questionário foram apresentadas sete questões sobre as quais o professor deveria responder a quantidade de alunos de suas turmas que acertaria aquela questão. Foram dadas as seguintes opções: bem mais que a metade, bem menos que a metade, cerca da metade e não sei. Obtivemos os seguintes resultados:

Questão	Conteúdo explorado	Bem mais que a metade	Cerca da metade	Bem menos que a metade	Não sei
1	Média aritmética	40%	60%	0	0
2	Média ponderada	20%	40%	40%	0
3	Análise de gráfico	40%	20%	20%	20%
4	Moda	40%	40%	20%	0
5	Mediana	20%	40%	40%	0
6	Análise de tabela	0	60%	40%	0
7	Desvio padrão	0	60%	20%	20%

2.4 Uma análise dessas informações

Observando as informações obtidas, verificamos que todos os professores lecionam média aritmética, no entanto quando perguntados sobre uma questão relativa a esse conteúdo, apenas 40% dos professores acreditam que bem mais que a metade dos seus estudantes acertaria essa questão, sendo que 60% acreditam que apenas cerca da metade de seus alunos acertariam.

Os conteúdos, média ponderada e harmônica, são pouco explorados pelos professores, pois no máximo 40% lecionam tal conteúdo. Paralelo a isso, quando perguntados sobre uma questão envolvendo um destes conteúdos, apenas 20% dos professores acreditam que mais da metade acertariam a questão. Houve coerência nas respostas, uma vez que o conteúdo é pouco abordado, espera-se que o resultado dos alunos fique aquém do necessário.

Análise de gráfico é lecionado por todos os professores, no entanto, quando perguntados sobre o que eles esperam de seus estudantes diante de uma questão relacionada a este conteúdo, apenas 40% acreditam que bem mais da metade resolveriam a questão. Mais agravante ainda se trata de uma questão sobre análise de uma tabela onde nenhum professor acredita que bem mais que a metade de seus estudantes acertaria tal questão, mesmo este conteúdo sendo lecionado por todos eles.

Verificamos que os conteúdos variância e desvio padrão não são muito abordados pelos professores e quando o são, isso ocorre no terceiro ano. Percebemos também a pouca frequência do ensino de conteúdos de Estatística no segundo ano, uma vez que tais conteúdos não

fazem parte do Currículo Básico Comum (CBC) desta série.

Pensando em relação aos conteúdos, observamos uma falta de elo entre lecionar o conteúdo e o estudante aprender o conteúdo ensinado. Com base nas informações obtidas, os professores lecionam a maioria dos conteúdos, uns com mais frequência, outros menos, mas o resultado esperado pelos professores é crítico. Os professores lecionam, mas acreditam que seus estudantes não têm aprendido. Algo deve ser feito para que haja uma mudança nesse quadro e esses estudantes possam ter maior aprendizagem desses conteúdos que, a cada dia, torna-se mais importante.

Quanto aos materiais didáticos, percebemos que o professor fica muito atrelado ao livro adotado pela escola. Apenas 20% dos professores disseram que usam outros tipos de recursos em suas aulas.

Observamos também que em todas as questões apresentadas a maioria dos professores acredita que bem mais da metade de seus estudantes não acertariam tal questão, ou seja, os conteúdos estatísticos que eles ensinam não têm sido absorvido por mais que a metade de seus estudantes, um fato que necessita de algumas atitudes em prol de melhorias.

AVALIAÇÃO APLICADA AOS ESTUDANTES

Neste capítulo, apresentamos parâmetros para a elaboração da avaliação, a tabulação dos dados, uma análise dos resultados obtidos, bem como uma comparação entre avaliação e questionário seguido de alguns relatos sobre eles.

3.1 Elaboração e aplicação da avaliação

Para elaborar a avaliação, buscamos parâmetros no Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Básico (SAEB), em livros didáticos, mas não ficamos atrelados a apenas isso. Elaborei algumas questões que achava cabíveis para a situação. A avaliação foi composta por sete questões que exploravam análise de gráficos, médias, moda, mediana, variância e desvio padrão, sendo que algumas dessas questões foram tiradas da própria matriz do SAEB. Optamos por questões de múltipla escolha, uma vez que esse método é utilizado nas principais avaliações nacionais. Ela teve apenas sete questões para não se tornar cansativa e desinteressante aos estudantes e causar transtornos à normalidade das escolas participantes. Como foram aplicadas às vésperas da realização do ENEM 2012, optamos pela intitulação “Simulado para o Enem”, objetivando despertar um maior interesse dos estudantes a realizá-la.

As avaliações foram aplicadas pelos professores das turmas e posteriormente recolhidas por mim.

3.2 Tabulação dos dados

Os dados obtidos com a avaliação aplicadas aos estudantes foram transcritos em uma planilha anotando a opção de cada aluno em cada questão, para encontrar a porcentagem que

foi destinada a cada opção em cada item e para a montagem dos gráficos. Optamos analisar os resultados do município de forma geral devido ao fato do município não possuir um grande número de alunos concluintes do Ensino Médio.

Optamos por também descrever os percentuais das respostas erradas uma vez que é importante termos ciência disto para podermos ter indícios de como fazer uma intervenção, de quais caminhos seguir para essa intervenção, de identificar o motivo do erro, de como pensou o estudante perante determinada questão. Transcritos esses dados seguem abaixo a análise dos resultados da avaliação dos estudantes.

3.3 Análise dos resultados

Fizemos uma análise de cada questão envolvida na avaliação de forma particular baseada nas análises feitas na matriz do SAEB. As alternativas corretas aparecem em destaque.

Questão 1

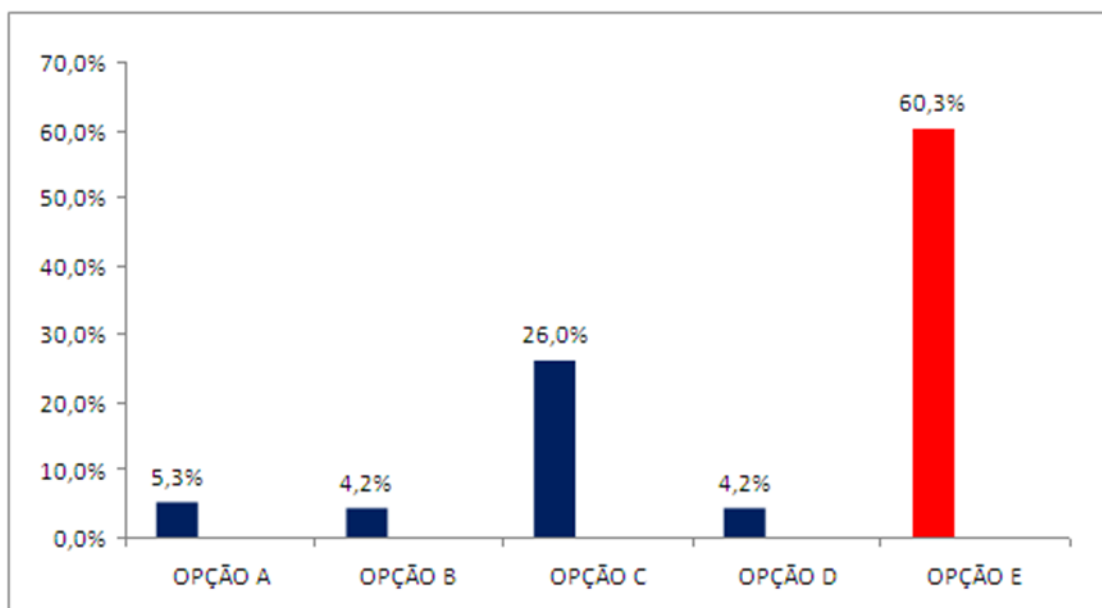
A questão número um, tinha o objetivo de avaliar a habilidade do estudante em encontrar a média mais eficaz para ser utilizada ao se deparar com uma série de notas dos estudantes de uma sala e também a forma de fazer o cálculo dessa média. A questão utilizada foi:

As notas de uma turma de alunos no teste de matemática foram: 10, 10, 9, 8, 8, 8, 7, 7, 4 e 2. Qual a média das notas desta turma?

- a) () 8,5 b) () 8,2 c) () 8,0 d) () 7,8 e) () 7,3

Observe a distribuição das respostas dadas pelos estudantes e o gráfico desse percentual:

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
5,3%	4,2%	26%	4,2%	60,3%

Gráfico do percentual de respostas atribuídas a cada opção da questão 1

O que o resultado de cada item indica?

Primeiramente observamos que grande parte dos estudantes cerca de 60% escolheu a opção correta, letra E, cerca de 60%, o que mostra um bom desempenho destes estudantes nesta habilidade. A opção da letra C teve um percentual elevado em relação às demais opções incorretas. Esse fato deve-se a ter o número 8 como o número do meio da sequência e ele o número que mais se repete na sequência dada, o que permite concluir que esses estudantes não têm a percepção da diferença entre média, moda ou mediana e estar no meio. Já os estudantes que optaram pelas opções A, B e D, o fizeram sem nenhum embasamento matemático.

Que atitudes podem ser tomadas com a finalidade de um melhor desenvolvimento da habilidade explorada nesta questão?

Na elaboração do nosso material, entendemos que questões com esse nível de cobrança não deve aparecer com grande ênfase, já que os estudantes de uma forma geral tiveram um bom aproveitamento. No entanto, para aqueles que ainda não conseguem desenvolver essa habilidade, o professor pode sempre trabalhar a média de idade e altura dos estudantes da sala de aula, a média salarial de suas famílias, médias de algumas informações referentes à sua cidade. O ensino deste conteúdo pode também aparecer em problemas de Matemática Financeira. Outro aspecto relevante que pode ser trabalho em sala de aula a respeito da

média aritmética é o fato dos “excessos compensarem as faltas”, isto é, se um determinado valor é menor do que a média aritmética, então deve existir algum outro valor na lista de dados maior do que a média, e vice-versa.

Questão 2

O estudante para resolver a questão número dois precisaria, além de saber calcular média aritmética, saber atribuir os pesos a cada dado informado, ou seja, ponderar os dados. A questão exige do estudante, a habilidade de calcular média ponderada. A questão utilizada foi:

Uma atleta participou das três provas de uma determinada competição. Suas notas, nas duas últimas provas, foram, respectivamente, o dobro e o triplo da nota da primeira. Sabendo-se que a média aritmética das três notas foi 28,6 pontos, é correto afirmar que a nota da primeira prova foi:

- a) () 12 b) () 9,2 c) () 10,5 d) () 15 e) () 14,3

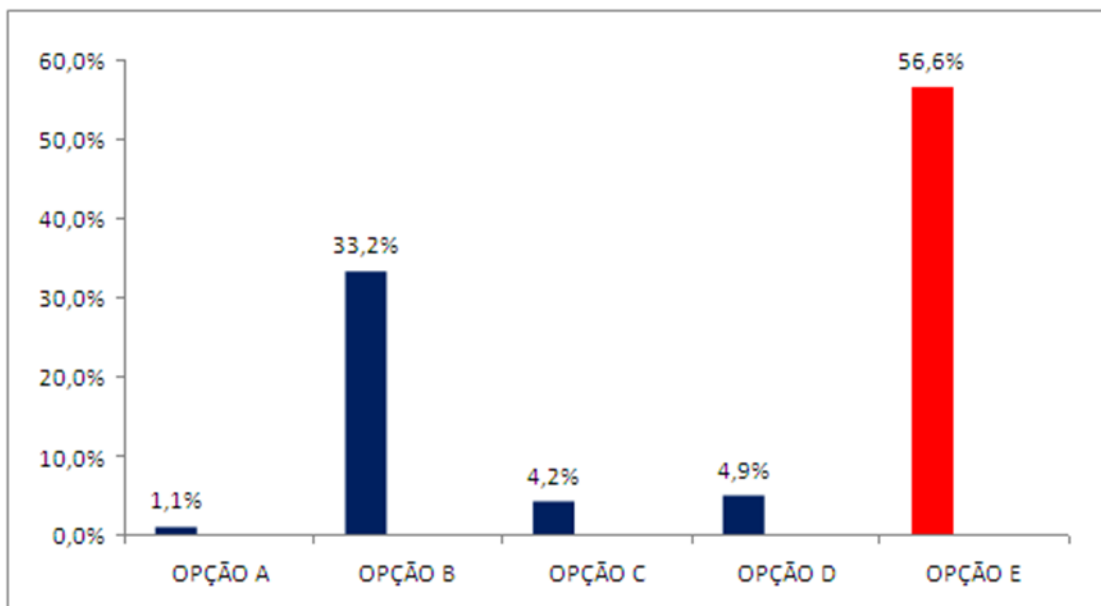
Observe a distribuição das respostas dadas pelos estudantes e o gráfico desse percentual:

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
1,1%	33,2%	4,2%	4,9%	56,6%

Gráfico do percentual de respostas atribuídas a cada opção da questão 2.

O que o resultado de cada item indica?

Primeiramente observamos que mais da metade dos estudantes aproximadamente 56% escolheram a opção correta, letra E, aproximadamente 56%, o que mostra um desempenho médio a bom desses estudantes nesta habilidade. As demais opções tiveram um baixo percentual de escolhas com exceção da opção B que atraiu mais de 33% dos alunos. Podemos creditar isso à proximidade da divisão de 28,6 por 3 já que foram três provas e observando que 6 dividido por 3 é igual a 2 e a opção B tem um número que termina com esse algarismo. Acreditamos que as demais escolhas tenham sido feitas sem um fundamento matemático.



Quase 44% dos estudantes não conseguiram responder corretamente essa questão e dominar essa habilidade.

Que atitudes podem ser tomadas com a finalidade de um melhor desenvolvimento da habilidade explorada nesta questão?

É preciso trabalhar esse conteúdo atrelado à média aritmética onde aparecem dois ou mais dados iguais. Devemos abordar esse conteúdo com exercícios diversificados para uma melhor compreensão por parte dos estudantes.

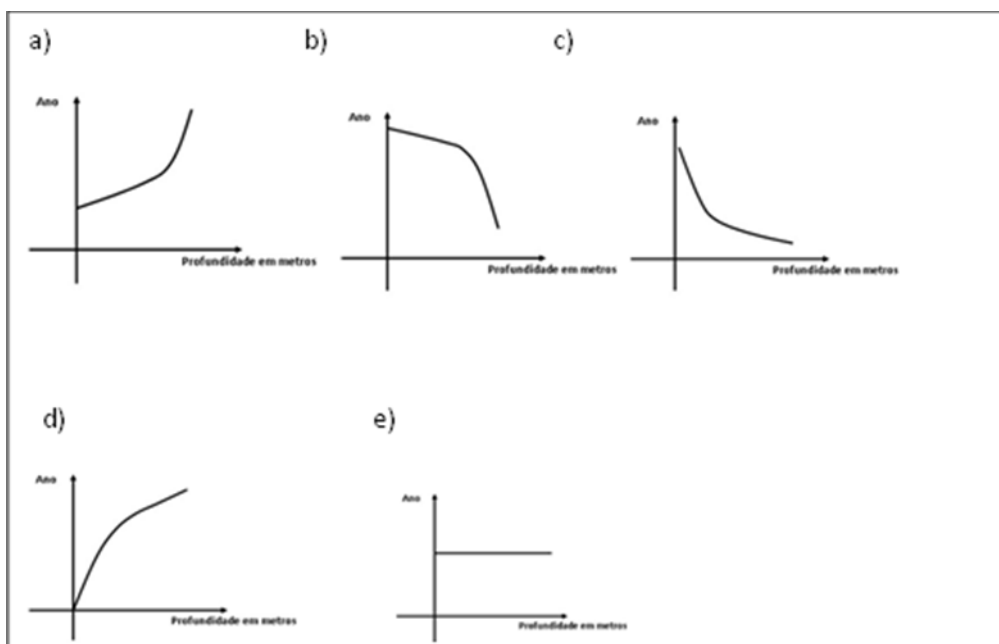
Questão 3

A questão número três tem o objetivo de avaliar a habilidade de associar informações a partir de dados fornecidos em listas ou tabelas, a sua representação na forma de gráfico ou o inverso de gráfico para tabela. A questão utilizada foi:

A tabela abaixo representa as profundidades alcançadas na exploração de produção de petróleo, em águas profundas no litoral do Rio de Janeiro e do Espírito Santo.

Ano	Profundidade
1977	124
1979	189
1983	293
1988	492
1992	781
1994	1227
1997	1709
1999	1853
2000	1877

O gráfico que melhor representa esta situação é:



Observe a distribuição das respostas dadas pelos estudantes e o gráfico desse percentual:

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
24,1%	10,5%	10,1%	52,1%	3,2%

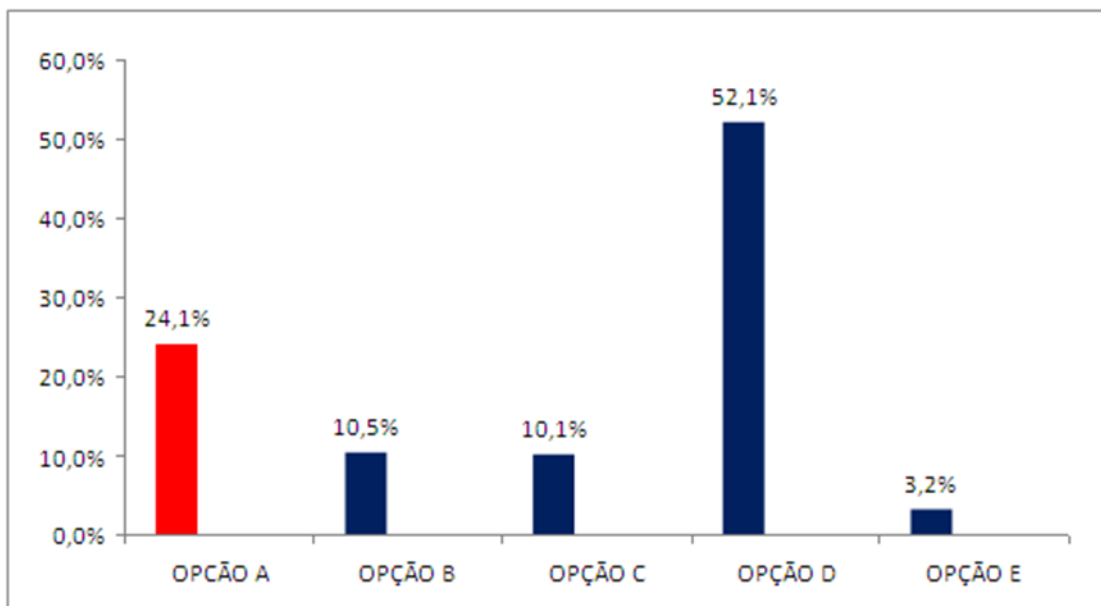


Gráfico do percentual de respostas atribuídas a cada opção da questão 3.

Para que os estudantes pudessem resolver esta questão era necessário ter a habilidade de encontrar a variação ponto a ponto dos dados e a partir daí avaliarem como essa variação acontece no todo. É a forma como essa variação se comporta que determinará qual gráfico representa a tabela. Reproduzindo a tabela e indicando a variação ponto a ponto teremos:

ANO	PROFUNDIDADE	VARIAÇÃO
1977	124 m	—
1979	189 m	65 m
1983	293 m	104 m
1988	491 m	199 m
1992	781 m	289 m
1994	1127 m	346 m
1997	1709 m	482 m
1999	1853 m	144 m
2000	1877 m	24 m

O que o resultado de cada item indica?

Ao analisarmos essa tabela percebemos à primeira vista que a curva que indica a profundidade em função do ano inicia-se em um ponto diferente de zero no primeiro ano sempre variando a profundidade, isto é, a profundidade não é constante. Observando as opções disponíveis já de imediato podemos excluir as opções D e E já que as mesmas não satisfazem as observações acima citada. Dando sequência a nossa análise percebemos que a cada ano a profundidade aumenta com a variação de ano para ano sempre crescente até 1997. De 1997 a 2000, a variação ainda é positiva mas menos que as anteriores e desde então passa a ter um aumento menor. Com isso eliminamos as alternativas B e C que indicam um decréscimo da profundidade ao longo do tempo. Portanto, nos resta apenas a alternativa A. Essa opção retrata bem a situação já que não parte de zero e está aumentando a cada ano que passa. No início o crescimento não é tão acentuado, mudando esse perfil mais adiante. Para resolver está questão utilizamos um processo de eliminação das opções erradas, o que pode contribuir muito nas soluções em provas de múltipla escolha. No entanto, o mais importante é que o estudante compreenda o que acontece com os dados discretos e relacione corretamente.

Vimos primeiramente que apenas aproximadamente 25% de nossos alunos escolheram a opção correta, letra A, o que representa uma porcentagem de acerto muito baixa. Observamos que a maior parte dos estudantes optou pela letra D, não percebendo que as informações sobre a profundidade não partem do zero, não interpretando bem as primeiras linhas da tabela. Para os estudantes que optaram pelas letras C e D, cerca de 20%, podemos levantar a hipótese de que eles associaram profundidade com decréscimo do gráfico. Já os pouco mais de 3% que optaram pela letra E, não conseguiram nem perceber a variação da profundidade ao longo dos anos.

Que atitudes podem ser tomadas com a finalidade de um melhor desenvolvimento da habilidade explorada nesta questão?

Interpretar gráficos corretamente torna-se cada vez mais relevante nos dias de hoje. Devemos incentivar nossos estudantes a pesquisar e discutir gráficos e tabelas, provindos de jornais, revistas, internet, televisão, entre outros. Com esse trabalho, além de desenvolver a habilidade requerida, ainda contextualizamos os estudantes com acontecimentos e problemas da atualidade. Isto contribui para desenvolver o espírito crítico diante de situações diversas. Praticar a interpretação de gráficos é fundamental.

Questão 4

A questão de número quatro tinha o objetivo de verificar o conhecimento dos alunos sobre a definição do que é moda. A questão utilizada foi:

Uma empresa de informática possui 10 vendedores e cada um deles trabalham com diferentes cargas horárias. As cargas horárias dos vendedores são dadas abaixo:

VENDEDOR	CARGA HORÁRIA
A	5h
B	4h
C	8h
D	8h
E	7h
F	6h
G	6h
H	8h
I	8h
J	12h

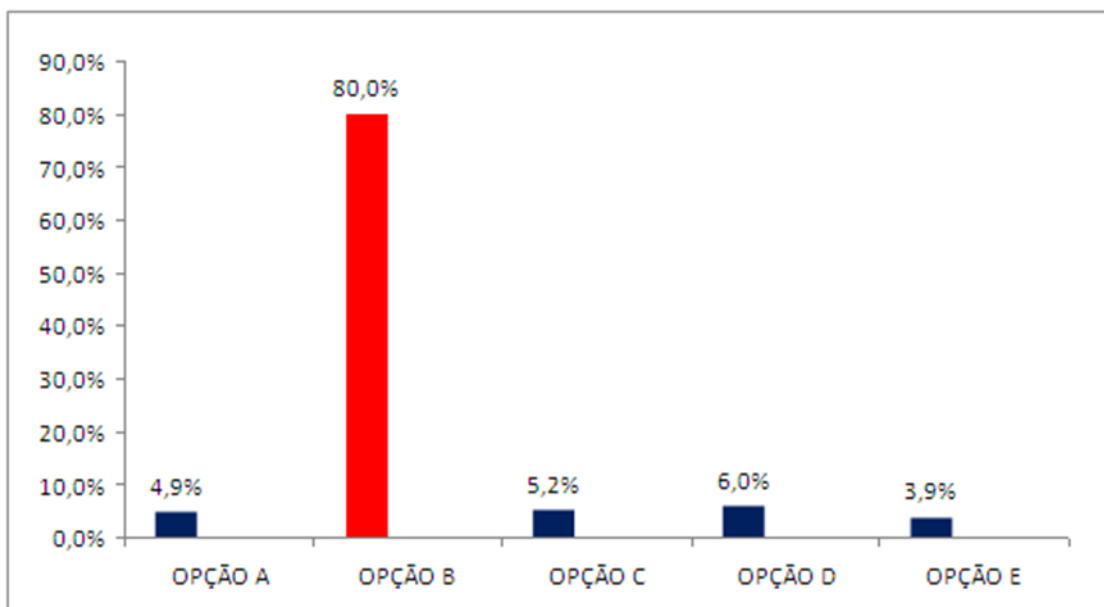
Em relação à carga horária, qual é a moda?

- a) () 4h b) () 8h c) () 6h d) 12h e) 7h

Observe a distribuição das respostas dadas pelos estudantes e o gráfico desse percentual:

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
4,9%	80%	5,2%	6%	3,9%

Gráfico do percentual de respostas atribuídas a cada opção da questão 4.



O que o resultado de cada item indica?

Essa questão foi que os estudantes tiveram melhor desempenho em relação às demais. Fato ocorrido devido à associação do conteúdo matemático ao seu cotidiano. A “moda” no sentido coloquial é o que mais está em evidência. Essa associação reforça mais ainda nosso interesse em conciliar o ensino de Estatística com a realidade dos estudantes.

Que atitudes podem ser tomadas com a finalidade de um melhor desenvolvimento da habilidade explorada nesta questão?

Esse é um conteúdo de compreensão facilitada por causa do seu significado e da associação com o sentido coloquial da palavra “moda”. Com base nos resultados, parece não ser necessário um olhar mais incisivo sobre ele, no entanto deve ser abordado para que atinja ainda mais alunos.

Questão 5

O objetivo do exercício cinco era de verificar se o estudante tinha conhecimento do que é mediana e de qual o procedimento para encontrá-la. Foi dada uma tabela de dados no exercício quatro e com base nela o aluno tinha que encontrar a mediana. O exercício utilizado foi:

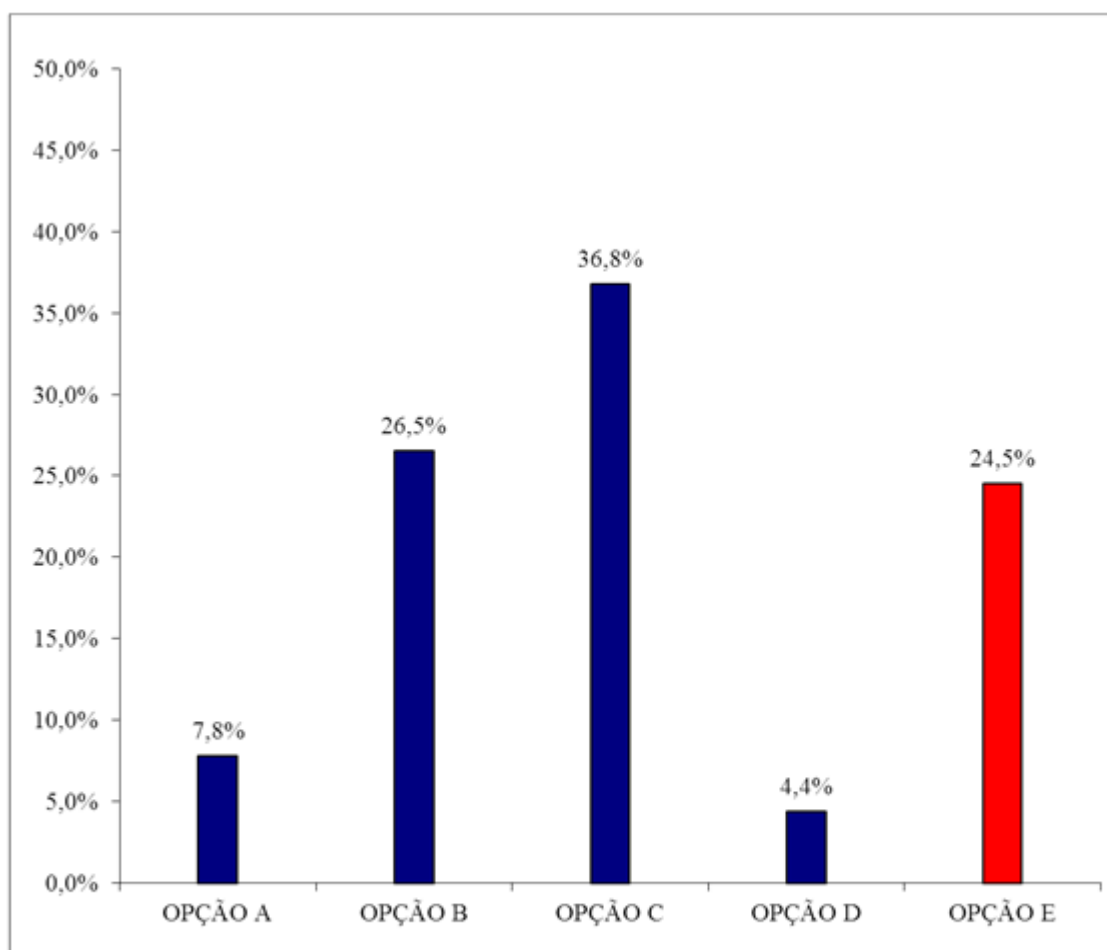
Com base na tabela anterior, qual é a mediana?

- a) () 4h b) () 7h c) () 6h d) 12h e) 7,5h

Observe a distribuição das respostas dadas pelos estudantes e o gráfico desse percentual:

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
7,8%	26,5%	36,8%	4,4%	24,5%

Gráfico do percentual de respostas atribuídas a cada opção da questão 5.



O que o resultado do item indica?

Observe que apenas 24,5% dos estudantes marcaram a opção correta, letra E. Um resultado bastante insatisfatório. Houve uma concentração muito grande de resposta nas opções B e C, pois os valores dessas opções aparecem centrais na tabela. Os estudantes que optaram por elas não perceberam a necessidade de colocar em ordem crescente os valores apresentados e não tiveram conhecimento dos critérios para encontrar a mediana quando o número de elementos do conjunto é par. São pré-requisitos os conceitos de média aritmética, tabelas e análise de gráficos.

Que atitudes podem ser tomadas com a finalidade de um melhor desenvolvimento da habilidade explorada nesta questão?

É necessária uma boa abordagem desse conteúdo para que possamos elevar o índice de acerto dos estudantes concluintes do ensino médio. O professor deve começar fazendo uma breve revisão da organização de um conjunto finito de dados numéricos em tabelas e gráficos de barras, bem como relembrando o conceito de média aritmética. Além disso, deve reforçar o conceito e fazer vários exemplos de fixação.

Questão 6

O objetivo do exercício seis era avaliar a habilidade do estudante em resolver problemas com base na leitura e interpretação de informações apresentadas em uma tabela ou gráfico. O exercício utilizado foi:

A tabela abaixo mostra a distribuição dos domicílios por Grandes Regiões segundo a condição de ocupação, no Brasil, em 1995.

Condição de Ocupação	DOMICÍLIOS PARTICULARES (%)					
	Total	GRANDES REGIÕES				
		Norte Urbano	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-Oeste
Próprio	71,9	78,3	77,1	68,3	74,9	65,1
Alugado	14,5	13,1	9,8	17,9	12,4	16,2
Cedido	13,1	8,0	12,7	13,2	12,4	18,2
Outra	0,5	0,6	0,4	0,6	0,3	0,5
Total	100	100	100	100	100	100

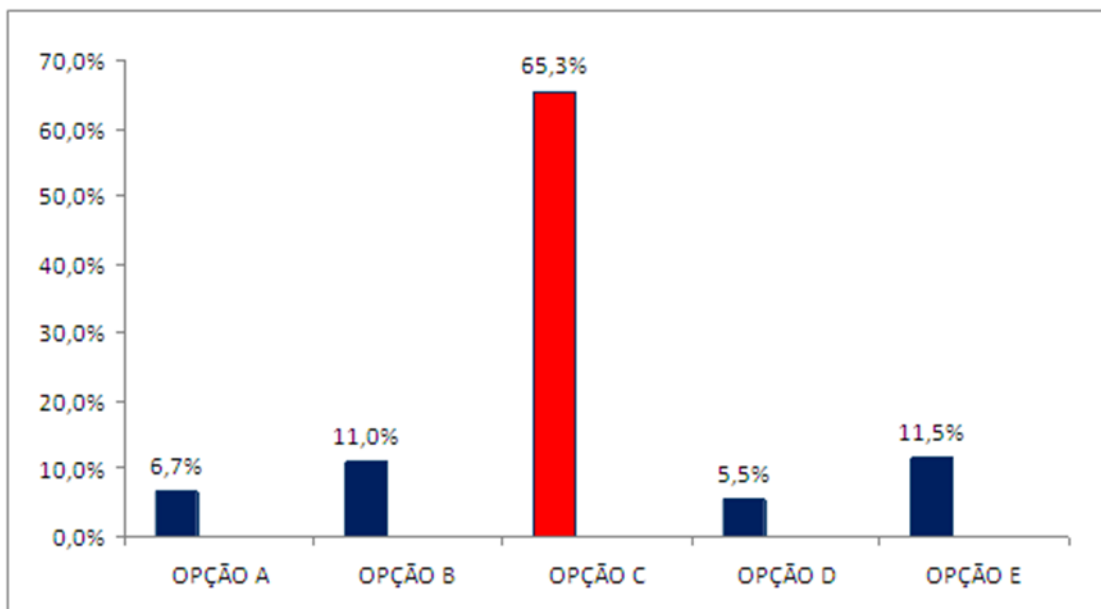
Em 1995, nos domicílios particulares do Nordeste, qual a porcentagem de domicílios alugados ou cedidos?

- a) () 9,8% b) () 12,7% c) 22,5% d) () 22,9% e) () 27,6%

Observe a distribuição das respostas dadas pelos estudantes e gráfico desse percentual:

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
6,7%	11%	65,3%	5,5%	11,5%

Gráfico do percentual de respostas atribuídas a cada opção da questão 6



O que o resultado do item indica?

O resultado mostra que 65,3% dos estudantes marcaram a resposta correta, letra C, o que indica que a maioria fez a leitura correta do problema. Estes localizaram as informações pedidas na tabela e efetuaram a soma (9,8% + 12,7%) necessária para se chegar à resposta 22,5%. Já as demais respostas foram distribuídas entre as outras opções com percentuais bem próximos. Como as opções A e B são dados que aparecem na coluna encabeçada pelo

Nordeste, creditam-se as escolhas dos estudantes simplesmente por pertencer a essa coluna ou aleatoriamente, o que mostra o não domínio da habilidade exigida no exercício.

Que atitudes podem ser tomadas com a finalidade de um melhor desenvolvimento da habilidade explorada nesta questão?

Segundo Jorge Sabatucci do Centro de Referência Virtual do Professor - SEE-MG/2008

“o estudo deste tópico tem seu caráter interdisciplinar, deve ser motivado através da análise de situações contextualizadas. Para isto, no começo, o professor pode apresentar algumas tabelas para os alunos analisarem. Esta análise pode ser direcionada por algumas questões elaboradas previamente pelo professor. O objetivo primário destes questionamentos é fazer com que os alunos compreendam os vários componentes de uma tabela: seu título, suas variáveis, o cabeçalho, a fonte das informações, as unidades de medida (se for o caso), etc. Por outro lado, o professor também pode elaborar questionamentos e discussões em sala de aula, que envolvam a interpretação dos dados apresentados na tabela, e o limite das conclusões que podem ser extraídas a partir da análise destes dados. Também é interessante levar para a sala de aula, textos jornalísticos e solicitar que os alunos (individualmente ou separados em grupos) organizem certas informações do texto em uma tabela. É importante que os professores trabalhem com materiais diversos, principalmente, notícias de jornais e revistas em que gráficos e tabelas normalmente ilustram as matérias”.(SEE-MG[13])

Questão 7

A questão número sete apresentou uma tabela sobre o treinamento dos saltadores A, B, C, D e E com seus respectivos saltos e a altura alcançada em cada um dos quatro saltos. Pedese para encontrar o atleta mais regular nesse treinamento. Para encontrar esse atleta mais regular, era necessário que os estudantes determinasse o desvio padrão dos saltos efetuados por cada atleta. Assim, era necessário que o estudante conhecesse o conceito de desvio padrão e assimilar essa regularidade com o desvio padrão. Pode-se ainda tratar essa questão com um pouco de lógica e encontrar essa regularidade. A questão utilizada foi:

Em um treinamento de salto em altura os atletas realizaram 4 saltos cada um. Veja as marcas obtidas por cinco atletas.

Atleta	1 Salto	2 Salto	3 Salto	4 Salto
A	148 cm	170 cm	155 cm	131 cm
B	145 cm	151 cm	150 cm	152 cm
C	146 cm	151 cm	143 cm	160 cm
D	138 cm	160 cm	145 cm	154 cm
E	133 cm	149 cm	169 cm	158 cm

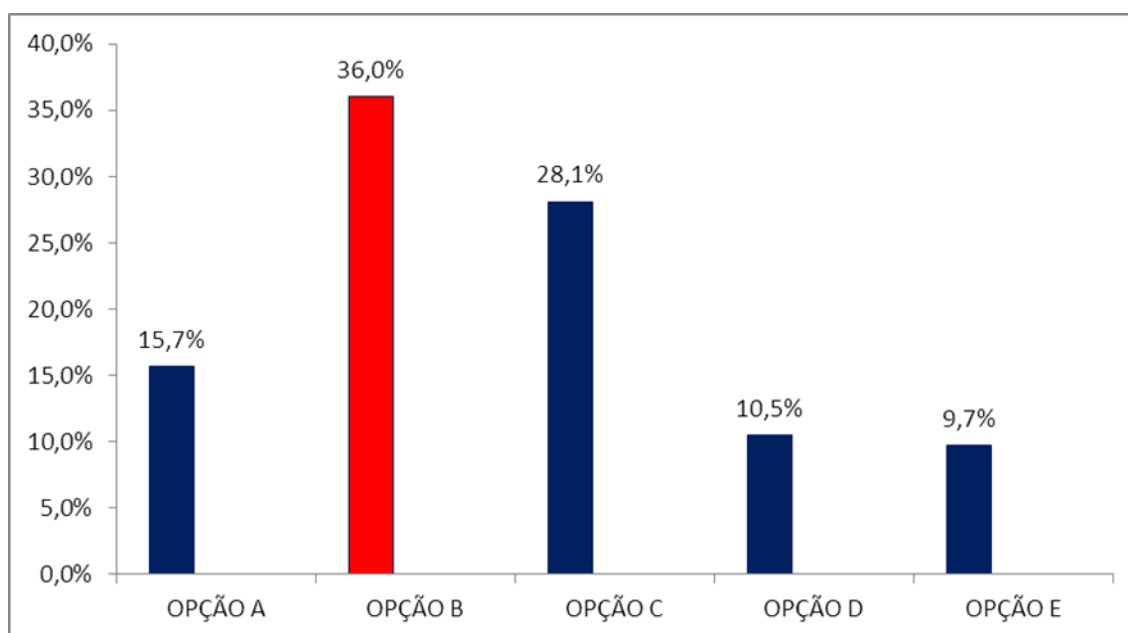
Qual atleta foi mais regular?

- a) Atleta A b) Atleta B c) Atleta C d) Atleta D e) Atleta E

Observe a distribuição das respostas dadas pelos estudantes e o gráfico desse percentual:

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
15,7%	36%	28,1%	10,5%	9,7%

Gráfico do percentual de respostas atribuídas a cada opção da questão 7



O que o resultado de cada opção indica?

Primeiro devemos observar que houve uma boa distribuição das respostas por todas as opções, sobressaindo as opções B e C, com 36% e 28,1 %, respectivamente, sendo correta a opção B. Observemos também que 64 % dos estudantes não conseguiram resolver corretamente essa questão, o que indica que a grande maioria não conseguiu compreender o que o problema abordava. É um conteúdo que exige mais conhecimento por parte dos estudantes e não faz parte do currículo básico comum (CBC), mas aparece citado em provas avaliativas do governo.

Que atitudes podem ser tomadas com a finalidade de um melhor desenvolvimento da habilidade explorada nesta questão?

Embora não seja um conteúdo presente no CBC, é importante que os estudantes tenham conhecimento desse tópico. O primeiro passo é tentar mostrar aos professores a necessidade de se ensinar e aprender esse item, já que o mesmo não é muito lecionado. Deve-se trabalhar exemplos simples, sem fórmulas complicadas. É um item quemerece ênfase em nosso material.

3.4 Questionário x Avaliação

Neste item faremos uma comparação entre a opinião dos professores e o que realmente foi alcançado pelos estudantes na avaliação.

Questão	Conteúdo explorado	Opinião dos professores	Resultado da avaliação
1	Média aritmética	40% bem mais que a metade e 60% cerca da metade	60,3% de acertos
2	Média ponderada	20% bem mais que a metade, 40% cerca da metade e 40% bem menos que a metade.	56,6% de acertos
3	Análise de gráfico	40% bem mais que a metade, 20% cerca da metade, 20% bem menos que a metade e 20% não souberam opinar.	24,1% de acertos
4	Moda	40% bem mais que a metade, 40% cerca da metade e 20 % bem menos que a metade.	80% de acertos
5	Mediana	20% bem mais que a metade, 40% Cerca da metade e 40% bem menos que a metade.	24,5% de acertos
6	Análise de tabela	60% cerca da metade e 40% bem menos que a metade.	65,3% de acertos
7	Desvio padrão	60% Cerca da metade, 20% bem menos que a metade e 20% não souberam opinar.	36% de acertos

Na primeira questão, sobre o conteúdo média aritmética, houve bastante coerência entre as opiniões dadas pelos professores e o resultado alcançado pelos estudantes, já que todos os professores apontaram que no mínimo metade de seus estudantes acertaria a questão. O resultado dos estudantes foi próximo a isso obtendo 60,3% de acertos.

Na segunda, sobre média ponderada, 40 % dos professores apontaram um percentual próximo da metade, o que foi obtido pelos estudantes. Observe que 60% dos professores opinaram em outra direção.

Na terceira questão houve uma discrepância muito grande entre as opiniões dos professores junto ao que foi obtido pelos estudantes, 60% dos professores opinaram que, no mínimo, metade de seus estudantes acertaria essa questão, no entanto o resultado foi de apenas 24,5% de acertos. O que, a princípio, para os professores poderia ser uma questão relativamente fácil, tornou-se bem difícil para os estudantes, já que o número de acertos foi baixo.

Na quarta questão, envolvendo moda, os estudantes tiveram o melhor aproveitamento, cerca de 80 % de acertos. No entanto apenas 40% dos professores opinaram nesse sentido.

Na quinta questão sobre mediana, o resultado foi totalmente adverso em relação a item anterior. Apenas 24,5% de acertos, muito aquém do esperado pelos professores, já que 60% acreditavam que pelo menos a metade dos estudantes acertaria. Esse resultado e essa incoerência preocupam uma vez que 80% dos professores lecionam esse conteúdo.

Na sexta questão, que explorava o conteúdo análise de tabela, nenhum professor acreditou que bem mais que a metade acertaria a questão e 60% apontou que cerca da metade acertariam. Como 65,3% acertaram podemos dizer que 60% dos professores tiveram opiniões bastante coerentes perante os resultados.

Na última questão, envolvendo desvio padrão, cerca de 60% dos professores disseram que cerca da metade dos estudantes acertariam a questão. Isto contrapõe ao resultado obtido na avaliação e também ao que foi informado, quando perguntado se lecionavam o conteúdo, onde apenas 40% disseram que sempre lecionavam. Como se obterão bons resultados se o conteúdo não é lecionado?

De modo geral, poderíamos afirmar que as percepções dos professores quanto ao aprendizado dos estudantes que eles ensinam não se confirmam dados os resultados desta avaliação.

3.5 Alguns Relatos e Percepções

Imerso no ambiente em que o projeto foi desenvolvido torna-se importante relatar o que ocorreu durante esse processo. Primeiramente, a não devolução do questionário por parte de dois professores cujos motivos não foram justificados. Com as informações gerada pela primeira parte do questionário respondido pelos professores, ficou perceptível que os conteúdos de Estatística não geram muito adeptos juntos aos professores. A carga horária usada para os conteúdos, segundo o questionário respondido pelos professores, é suficiente para o aprendizado, com base no CBC. A distribuição dos conteúdos feitos pelos professores entre as séries seguem praticamente o que o CBC sugere, mas poderia ser disponibilizada uma carga horária no segundo ano para que esses conteúdos fossem trabalhados. Quanto ao material didático, infelizmente os professores ficam muito reféns do livro, uma vez que buscar outros recursos demanda tempo e às vezes recursos financeiros e se acaba tornando algo inviável para muitos profissionais.

Nas avaliações, observamos um resultado entre regular a bom em algumas questões, como, por exemplo, nas relacionadas à média aritmética, ponderada e moda e um baixo percentual de acertos até alarmantes em outros conteúdos como, por exemplo, desvio padrão, análise de tabela e mediana. Mediana é um conteúdo que é lecionado por 80% dos professores

e, portanto, não poderia ter um resultado tão negativo. algo pode estar incoerente nesse processo de ensino-aprendizagem.

De forma geral os resultados estão bem aquém do esperado uma vez que, em apenas uma questão, os estudantes obtiveram um percentual de acertos acima de 70%. Portanto, no material que será elaborado, haverá um foco maior nos conteúdos onde os resultados da avaliação deixaram a desejar e menor onde os resultados foram mais satisfatórios.

Quando perguntado sobre se um conteúdo é lecionado, muitos professores responderam que sim, no entanto, quando perguntados sobre a capacidade dos estudantes para resolverem uma questão relacionado a tal conteúdo, os professores acreditam que poucos saberiam resolver. Essa lacuna entre ministrar o conteúdo e o estudante aprendê-lo ficou evidente. Nesta pesquisa há uma discrepância entre as opiniões dos professores sobre o rendimento de seus estudantes e o obtido pelos estudantes na avaliação.

De modo geral, os professores subestimaram a capacidade dos estudantes de obterem bons resultados na avaliação. Acreditava-se numa maior coerência entre as opiniões dos professores e o resultado obtido pelos estudantes, visto que mesmo nas questões mais simples, foi muito baixo o percentual de professores que achavam que a maioria de seus estudantes se sairia bem.

É preciso exigir mais desses alunos pois, às vezes, há percepções errôneas que eles são incapazes de conseguir aprender algo, mas nos surpreendemos com seus resultados em diversas situações. Os professores devem acreditar mais, propor novas ideias, ensinar coisas com um grau maior de dificuldade, para que, assim, possa ter um conhecimento melhor do potencial de cada estudante.

Particularmente, houve também uma diferença muito grande nos resultados obtidos nas questões relativas à análise de gráfico e análise de tabelas, em uma o percentual de acertos foi muito alto e em outra, muito baixo. Devem-se propor a esses estudantes questões relativas a esses conteúdos com um pouco mais de exigência, de formas variadas, para um melhor domínio e intimidade com as diversas possibilidades que o conteúdo possa ser apresentado.

A impressão é de que muito ainda deve ser feito pela melhoria do ensino de forma geral e que nesse processo cabe a cada um de nós educadores um papel.

Neste sentido, após o desenvolvimento dessa pesquisa, a nossa contribuição para este processo de melhoria do ensino é apresentada na forma de um fascículo sobre Estatística, que é o capítulo 4 a seguir.

ELABORAÇÃO DO FASCÍCULO DE ESTATÍSTICA

Neste capítulo, apresentamos os fundamentos para a elaboração e o fascículo sobre Estatística, acrescido do item sobre o uso de recursos computacionais no auxílio do ensino e aprendizado destes tópicos.

4.1 Fundamentos para a construção

Segundo (CAMPOS[4]), desenvolver o raciocínio estatístico nos estudantes não é uma tarefa simples. Ele ressalta que se os professores estiverem atentos aos tipos de raciocínio que precisam reforçar em seus estudantes podem promover atividades para ajudar a desenvolvê-los. Isso é uma tarefa árdua, mas até mesmo os erros cometidos pelos estudantes em atividades em sala, em resposta a questionamentos feitos pelo professor e em avaliações, podem dar indícios fundamentais de onde se encontram as falhas e propiciar ao professor estratégias para serem aplicadas visando melhorar o raciocínio estatístico.

(CAMPOS[4]) acrescenta que outra forma de encorajar o pensamento estatístico é não aceitar nenhum resultado numérico sem que ele seja relacionado ao contexto, à questão original proposta pelo problema, ou seja, é fundamental trabalhar com nossos estudantes problemas com algum significado, devendo evitar meros cálculos ou reprodução de algoritmos. (CAMPOS[4]) ressalta que os principais objetivos do ensino de Estatística são:

- promover o entendimento e o avanço do ensino de estatística e de assuntos correlacionados.
- melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes diante dos conteúdos de Es-

tatística.

- estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente dessa disciplina.
- valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisão em situações de incerteza.

Com base nos objetivos citados acima, no PCN, no CBC, nos questionários e resultados obtidos na avaliação, foi elaborado um módulo com conteúdos de Estatística dividido em duas partes. Uma com um resumo sobre os conteúdos e atividades focadas nos déficits identificados na avaliação e outra com sugestões de atividades com o uso de recursos computacionais, com o intuito de futuramente disponibilizá-lo nas escolas públicas do município de Barão de Cocais.

Para a elaboração desse módulo e tornar o conteúdo significativo aos estudantes, foi feita uma coleta de dados referente ao município. Visitamos inicialmente os sítios eletrônicos das empresas Vale e Gerdau as quais fazem parte do dia-dia da cidade, já que possuem unidades no município, onde encontramos diversas informações apresentadas com o uso de gráficos. Na busca feita no sítio eletrônico do IBGE foram obtidos dados básicos como números de habitantes do município no último censo, gráficos sobre a população, a economia e outros temas como número de docentes, de casamento, de divórcios, de escolas do Ensino Fundamental e Médio, quantas matrículas são feitas, número de veículos, entre tantos outros dados que disponibilizam informações relevantes sobre o município.

Foram feitas entrevistas com alguns estudantes da escola em que trabalho, coletando informações como idade, altura, disciplinas que mais gostam, principal ocupação nas horas vagas, entre outros. Essas informações coletadas referentes ao município farão parte principalmente dos exemplos e exercícios que serão apresentados.

Com base em alguns livros didáticos e materiais oriundos de sítio eletrônico, como o Portal do Professor, procuramos abordar os conteúdos de Estatística de forma bem sucinta e significativa para os estudantes.

4.2 Fascículo com tópicos de Estatística

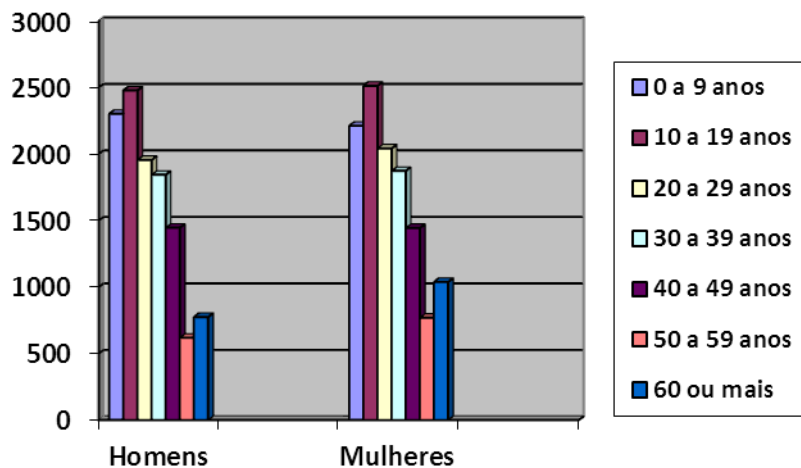
Análise de gráficos e tabelas

Este conteúdo será apresentado através de alguns exemplos comentados.

Exemplo 1:

Observe o gráfico abaixo e responda às questões a seguir:

Distribuição Etária da População de Barão de Cocais



Fonte: IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística- Censo 2010

- O que o gráfico retrata?
- Observando o gráfico, é possível afirmar que existem mais mulheres do que homens no município?
- Em qual faixa etária está a maior concentração de habitantes do município?
- Podemos dizer que existem menos de 2000 pessoas com mais de 60 anos?
- Eduardo ao interpretar o gráfico, achou interessante que o número de mulheres e de homens na faixa etária de 30 a 39 anos estão muito próximos, o mesmo acontecendo com os da faixa etária acima de 60 anos. A interpretação de Eduardo está correta?

Comentários sobre os questionamentos:

a) O gráfico retrata o número de homens e mulheres em diversas faixas etárias, sendo estas divididas em períodos de 10 anos, com exceção daquela dos que possuem mais de 60 anos. Esses dados foram obtidos no Censo feito pelo IBGE no ano de 2010.

b) Observamos que apenas a faixa etária de 0 a 9 anos possui um número de homens, maior que o de mulheres, com uma pequena diferença, que não pode ser compensada por outra faixa etária, ou seja, fica bem visível que o número de mulheres é maior que o número de homens.

c) A maior concentração de habitantes está entre 10 e 19 anos, pois tanto para homens quanto para mulheres essa faixa etária esobressai em quantidade de pessoas perante as demais.

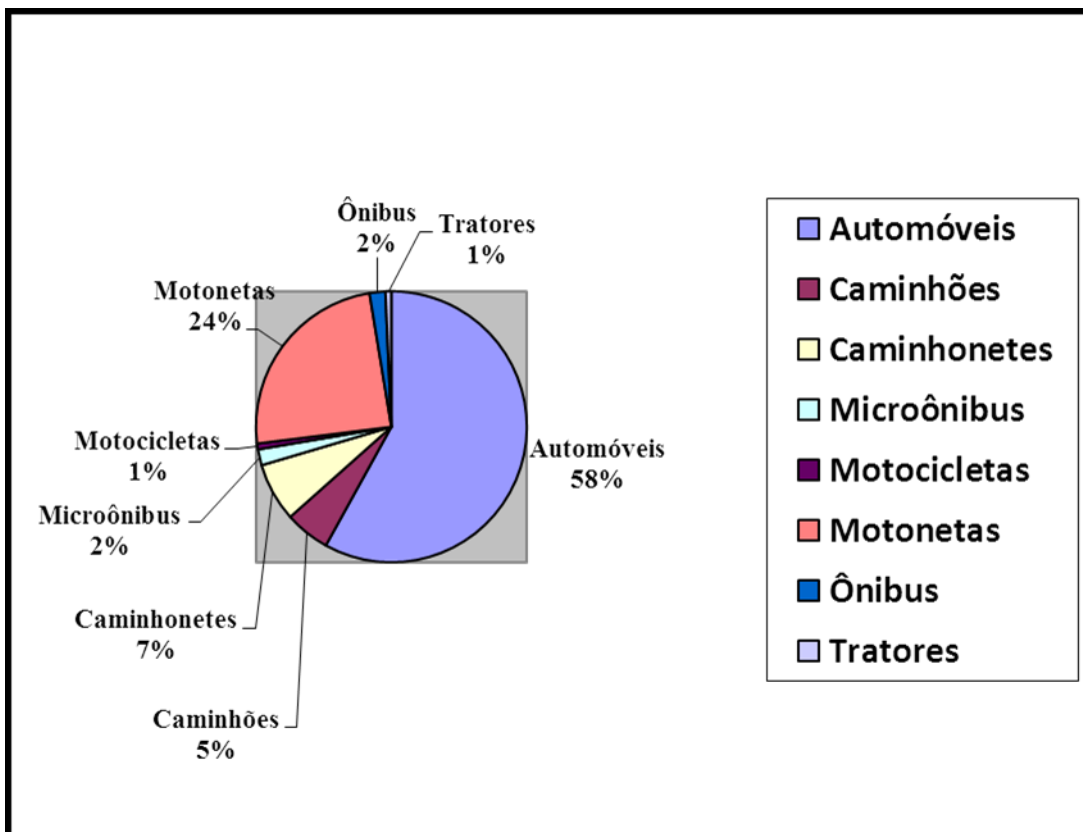
d) Podemos dizer que o número de pessoas acima de 60 anos é inferior a 2000, já que pelo gráfico, o número de homens nesta faixa etária está próximo de 750 e o de mulheres próximo de 1000, concluindo que essa soma não chega a 2000 pessoas.

e) Embora seja verdade a proximidade do número de homens e mulheres considerando a faixa etária de 30 a 39 anos, isto não é verdade em relação à faixa etária acima de 60 anos, já que está bem visível a diferença de altura das barras que determinam estes dados no gráfico. Portanto, a interpretação de Eduardo está equivocada.

Exemplo 2:

O gráfico abaixo mostra a frota de veículos emplacada no município de Barão de Cocais no ano de 2010.

Frota Municipal de Veículos (2010)



Fonte: IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística- censo 2010

Considera apenas os veículos que possuem placas do referido município e responda as perguntas a seguir:

É correto afirmar que:

- a) os automóveis representam a maior fração da frota do município?
- b) que a fração representada por ônibus, micro-ônibus, caminhonete e caminhões é maior que a fração de motocicletas e motonetas?
- c) se o número de automóveis é 4896, podemos afirmar que o número de motonetas é superior a 3000?

Comentários sobre os questionamentos:

a) Com 58% do número de veículos, os automóveis possuem a maior fração da frota neste município.

b) Para responder à pergunta, preciso encontrar o percentual de cada um dos conjuntos. Ônibus, micro-ônibus, caminhonete e caminhões somam ($2 + 2 + 7 + 5 = 16$ %) enquanto que só as motonetas representam 24%. Assim, portanto motocicletas e motonetas representam uma maior fração da frota do município em relação a frota de ônibus, micro - ônibus, caminhonete e caminhões.

c) Não, pois as motonetas não representam nem metade da fração dos automóveis e conseqüentemente representam menos que 2448 unidades.

Exemplo 3:

A tabela abaixo apresenta algumas informações sobre a população de Barão de Cocais.

População	28442 habitantes
Homens	14070 habitantes
Mulheres	14372 habitantes
População que frequenta creche ou escola	8570 habitantes
População Católica	22498 habitantes
População Espírita	182 habitantes
População Evangélica	4673 habitantes
Rendimento nominal médio mensal por domicílio rural	1109,79 reais
Rendimento nominal médio mensal por domicílio Urbano	1914,19 reais

Fonte: IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística- censo 2010

Com base nessa tabela, responda as perguntas a seguir:

- a) A população evangélica é maior que a população que frequenta creche ou escola?

- b) Toda a população da cidade declarou ter alguma religião?
- c) O que podemos notar sobre o rendimento mensal das famílias desse município?

Comentários sobre os questionamentos:

a) Observe que a população evangélica que é de 4673 é menor que a população que frequenta creche ou escola que é um total de 8570.

b) Para verificar devemos somar as pessoas que declararam possuir alguma religião, ou seja, somar católicos, espíritas e evangélicos. Efetuando temos: $(22498 + 182 + 4673 = 27373)$. Logo a população que declarou ter alguma religião é menor que a total, portanto nem todos os habitantes declararam ter alguma religião.

c) Podemos observar que o rendimento médio mensal das famílias que moram na zona rural é menor que o rendimento das famílias que moram na zona urbana.

Medidas de posição

Médias

Uma média de uma lista de números é um valor que se determina a partir dos valores da lista, segundo uma regra pre estabelecida e que se utiliza para representar todos os valores da lista.

As médias mais utilizadas são:

Média Aritmética (M_a)

É o quociente da soma de n valores por n . Em outras palavras, sejam x_1, x_2, \dots, x_n os valores de n observações de determinada variável x . Definimos como média aritmética o quociente entre a soma de todos os valores observados e o número total de observações, isto é,

$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Exemplo:

Nas avaliações de matemática aplicadas durante este ano na Escola Municipal José Maria dos Mares Guia, um estudante obteve os seguintes resultados: 6; 8; 7,5; 5,5. Qual a média aritmética das notas obtidas por este estudante?

Resolução:

Para esse cálculo devemos encontrar a soma dos valores obtidos nas avaliações; $6 + 8 + 7,5 + 5,5 = 27$ e, em seguida, fazer o quociente desse valor pelo número de avaliações feitas pelo estudante, que nesse caso são 4. Assim,

$$M_a = \frac{27}{4}, \text{ ou seja, } M_a = 6,75$$

Logo, a média aritmética das notas desse estudante é 6,75.

Média Ponderada (M_p)

Quando o cálculo da média leva em conta a importância relativa ou o peso relativo de cada número na lista, temos a média ponderada. Ponderar é sinônimo de pesar. No cálculo da média ponderada, multiplicamos cada valor do conjunto por seu "peso", isto é, sua importância relativa e depois os valores obtidos devem ser somados e divididos pelo somatório dos pesos.

Exemplo:

Na escola de Artur, a média anual de cada matéria é calculada de acordo com os princípios da média ponderada. Considerando que o peso das notas esteja relacionado ao bimestre em questão, determine a média anual de Artur sabendo que as notas em Matemática foram iguais a:

1º bimestre	7,0
2º bimestre	6,0
3º bimestre	8,0
4º bimestre	7,5

Resolução:

$$M_p = \frac{7 \times 1 + 6 \times 2 + 8 \times 3 + 7,5 \times 4}{1 + 2 + 3 + 4}$$

$$M_p = \frac{7 + 12 + 24 + 30}{10}$$

$$M_p = \frac{73}{10}, \text{ ou seja, } M_p = 7,3$$

Portanto a média ponderada das notas de Artur é 7,3 pontos.

Média Geométrica (M_g)

Se a característica a ser considerada for o produto dos elementos da lista, obteremos a média geométrica.

A média geométrica (simples) dos n números positivos x_1, x_2, \dots, x_n é um valor positivo M_g tal que $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = M_g \cdot M_g \cdot \dots \cdot M_g = (M_g)^n$. Portanto a média geométrica dos n números positivos x_1, x_2, \dots, x_n é definida por:

$$M_g(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Observe que só definimos essa média para números positivos. Assim evitamos a possibilidade da média não existir.

Exemplo:

Qual a média geométrica dos números 2, 36 e 81?

Resolução:

Devemos multiplicar os valores listados acima e extrair a raiz cúbica desse produto, já que são 3 observações listadas. Temos:

$$(M_g)^3 = 2 \cdot 36 \cdot 81, \text{ ou seja, } M_g = \sqrt[3]{5832}, \text{ ou seja, } M_g = 18$$

Portanto a média geométrica entre 2, 36 e 81 é 18.

Se a característica for a soma dos inversos dos elementos da lista, obteremos a média Harmônica.

Média Harmônica (M_h)

A média harmônica dos n números positivos é, pois, o inverso da média aritmética dos inversos dos números.

$$M_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$$

Observe que só definimos a média harmônica dos números positivos. Assim evitamos a possibilidade da média não existir.

Um exemplo clássico da aplicação de média harmônica é aquele onde estamos trabalhando com velocidade e tempo, pois ao aumentarmos a velocidade diminuimos o tempo necessário para percorrer um determinado trajeto e vice-versa.

Exemplo:

Calcule a média harmônica entre 2, 4 e 8.

Resolução:

É necessário primeiramente calcular a média aritmética dos inversos dos valores dados.

$$M_a = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}{3} = \frac{4 + 2 + 1}{8 \cdot 3} \rightarrow M_a = \frac{7}{24}$$

Depois, faz-se o inverso do resultado, tendo finalmente a média harmônica de 2, 4 e 8, ou seja,

$$M_h = \frac{24}{7}$$

Moda

A moda de um conjunto de valores é o valor da variável que mais se repete no conjunto.

Exemplos:

1. Suponha que 10 sacos de grampos contendo um quilograma são comprados por um produtor rural de Cocais com a finalidade de fazer uma cerca em volta de seu terreno. Seu filho por curiosidade resolveu contar quantos grampos tinha em cada saco obtendo os seguintes valores 98, 102, 101, 101, 99, 97, 96, 95, 99 e 101. Calcule a moda para o número de grampos por saco.

2. Numa classe com 15 alunos de um curso de Língua Inglesa, os alunos indicaram o número de outras línguas (além de português e inglês) com que tinham alguma familiaridade. O resultado foi o seguinte: 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2 e 4. Qual é a moda em relação ao número de línguas além de português e inglês com que os alunos dessa classe tinham familiaridade?

Resoluções:

1. Observemos que o número 101 é o que mais se repete, ele aparece três vezes, enquanto que 99 aparece duas vezes e os demais números aparecem apenas uma vez. Portanto a moda dos números de grampos por saco é 101.
2. Como 7 alunos têm familiaridade com mais de uma língua, além do português e do inglês, 4 com nenhuma, 3 com 2 e 1 com 4, concluímos que 1 é a moda em relação ao número de línguas com que esses alunos tinham familiaridade.

Se o conjunto tiver apenas um único valor que se repete em frequência máxima, ele tem apenas uma moda e é considerado **unimodal**.

Se o conjunto tiver dois valores que se repetem em igual frequência máxima, ele tem duas modas e é **bimodal**.

E, se um conjunto tiver três ou mais valores com mesma frequência máxima, ele tem três ou mais modas e é considerado **Multimodal** ou **Polimodal**.

Se num conjunto de observações não se repetir nenhuma observação, ele não tem moda e é considerado **amodal**.

Mediana

Dado um conjunto finito de valores, dispostos em ordem crescente ou decrescente de grandeza, a mediana é o valor central, se o conjunto tiver um número ímpar de elementos, ou é a média aritmética dos dois valores centrais, se o conjunto tiver um número par de elementos. Todos os conjuntos finitos possuem mediana.

Exemplo 1:

Calcule a mediana do seguinte conjunto de valores:

3 - 3 5 1 - 4 9 5 0 6

Resolução:

Primeiro passo na resolução desse exercício é verificar se os valores estão em ordem crescente, caso negativo colocá-los nessa ordem. Como podemos observar que os números não estão em ordem crescente, reescrevendo-os nesta ordem, temos:

-4 -3 0 1 3 5 5 6 9

Segundo passo é verificar se o número de elementos do conjunto é par ou ímpar. Nesse exemplo, o número de elementos é ímpar, portanto, a mediana é o elemento central. Como são 9 elementos o central é o quinto elemento e mediana é, portanto, o número 3.

Exemplo 2:

O controle de qualidade de uma indústria forneceu o seguinte número de peças defeituosas (por lote de 100 unidades):

5 4 9 6 3 8 1 4 6 11

Determine a mediana do número de peças defeituosas.

Resolução:

Primeiro, vamos colocar em ordem crescente os valores.

1 3 4 4 5 6 6 8 9 11

Observe que o número de elementos do conjunto é par, assim devemos calcular a média aritmética dos dois valores centrais que, no caso desse exercício, são 5 e 6. Fazendo a média aritmética de 5 e 6 temos:

$$M_a = \frac{5 + 6}{2} = 5,5$$

Portanto, a mediana é 5,5.

Medidas de dispersão

Muitas vezes, a média não é suficiente para avaliar um conjunto de dados. Por exemplo, quando se fala em um grupo de mulheres com idade média de 18 anos. Esse dado, sozinho,

não significa muito, pode ser que no grupo, muitas mulheres tenham 38 anos, e outras tantas sejam menininhas de dois! É importante, então, conhecer outras medidas que forneçam informações sobre a diferença que existe entre a média e os valores do conjunto. Nesse sentido, apresentamos as principais medidas de dispersão.

Variância

A variância é obtida calculando o quociente da soma dos quadrados da diferença entre cada um dos elementos e a média aritmética do conjunto pelo número de elemento do conjunto.

A variância tem o objetivo de analisar o grau de variabilidade de determinadas situações, pois a partir dela podemos perceber desempenhos iguais, muito próximos ou muito distantes. A média aritmética pode ser usada para avaliar situações de forma geral, já a variância determina de forma mais específica as possíveis variações, no intuito de não comprometer os resultados da análise.

Exemplo:

A tabela abaixo apresenta a média final obtidas por 6 alunos de cada uma das quatro turmas num curso de Geometria.

Turma	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5	Aluno 6
A	6	6	6	6	6	6
B	7	6	5	2	8	9
C	4	5	5	6	8	7
D	1	9	6	3	7	4

Encontre a variância dessas turmas e comente os resultados.

Resolução:

Turma A

Média aritmética: 6

Variância:

$$[(6 - 6) + (6 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (6 - 6)^2]/6 = 0$$

Turma B

Média aritmética: 6,2

Variância:

$$[(7 - 6, 2)^2 + (6 - 6, 2)^2 + (5 - 6, 2)^2 + (2 - 6, 2)^2 + (8 - 6, 2)^2 + (9 - 6, 2)^2]/6 = 5, 81$$

Turma C

Média aritmética: 5,83

Variância:

$$[(4 - 5, 83) + (5 - 5, 83)^2 + (5 - 5, 83)^2 + (6 - 5, 83)^2 + (8 - 5, 83)^2 + (7 - 5, 83)^2]/6 = 1, 81$$

Turma D

Média aritmética: 5

Variância:

$$[(1 - 5) + (9 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (7 - 5)^2 + (4 - 5)^2]/6 = 7$$

Comentários:

Turma A: O valor da variância nula, indica que os alunos possuem rendimentos iguais.

Turmas B e D: essas duas tiveram valores altos como resultado da variância em relação aos demais, isso se deve à presença de alunos com desempenhos extremos – bons ou ruins.

Turma C: obteve um valor considerado baixo, o que significa que nesta turma a diferença entre a maior e a menor nota é pequena.

Desvio Padrão

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância. É um parâmetro muito usado que indica o grau de variação de um conjunto de elementos.

Exemplo:

Ao medir a temperatura máxima durante três dias na cidade A, se obteve os seguintes valores: 28° C, 29° C e 30° C. Assim, a média destes três dias foi 29° C. Já na cidade B, as temperaturas máximas nesses mesmos dias foram 22°, 29° e 35°. No segundo caso, a média dos três dias também foi de 29°. As médias têm o mesmo valor, mas os moradores da primeira cidade viveram três dias de calor, enquanto os da segunda tiveram dois dias de calor e um mais frio. Para diferenciar uma média da outra, foi criada a noção de desvio padrão, que serve para dizer o quanto os valores dos quais se extraiu a média são próximos ou distantes da própria média. No exemplo acima, o desvio padrão da segunda cidade é muito maior que o da primeira. Verificando temos:

$$V_a = [(28 - 29)^2 + (29 - 29)^2 + (30 - 29)^2]/3 \text{ e}$$

$$V_b = [(22 - 29)^2 + (29 - 29)^2 + (35 - 29)^2]/3$$

$$V_a = 0,666 \dots \quad \text{e} \quad V_b = 85$$

$$DP_a = \sqrt{0,666 \dots} \quad \text{e} \quad DP_b = \sqrt{85}$$

$$DP_a \simeq 0,81 \quad \text{e} \quad DP_b \simeq 9,2$$

Portanto, o desvio padrão das temperaturas registradas na cidade B é de aproximadamente $9,2^{\text{o}}$ C enquanto que o da cidade A é de aproximadamente $0,81^{\text{o}}$ C.

Diferença entre variância e desvio padrão

A variância é suficiente para diferenciar a dispersão dos grupos, fazer a comparação de qual grupo é mais disperso, mas não é possível expressar na mesma unidade dos valores da variável, uma vez que os desvios são elevados ao quadrado. Como o desvio é a raiz quadrada da variância, ele facilita a interpretação dos dados, pois é expresso na mesma unidade dos valores observados.

Exemplo:

Os estudantes de uma turma tiraram notas 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, numa prova de Matemática. Vamos calcular as medidas de dispersão: variância e desvio padrão.

Para calcular as medidas de dispersão, é necessário conhecer a média aritmética desses valores:

$$M_a = \frac{5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10}{8}$$

$$M_a = 7$$

Agora, podemos calcular a variância das notas desses alunos.

$$V = \frac{(5 - 7)^2 + (5 - 7)^2 + (6 - 7)^2 + (6 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (8 - 7)^2 + (9 - 7)^2 + (10 - 7)^2}{8}$$

$$V = \frac{4 + 4 + 1 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9}{8}$$

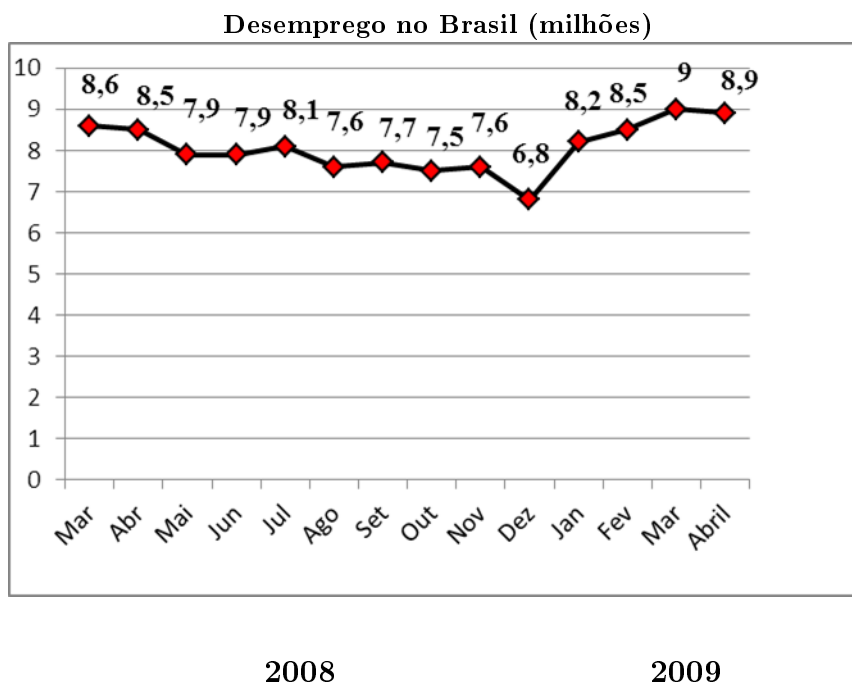
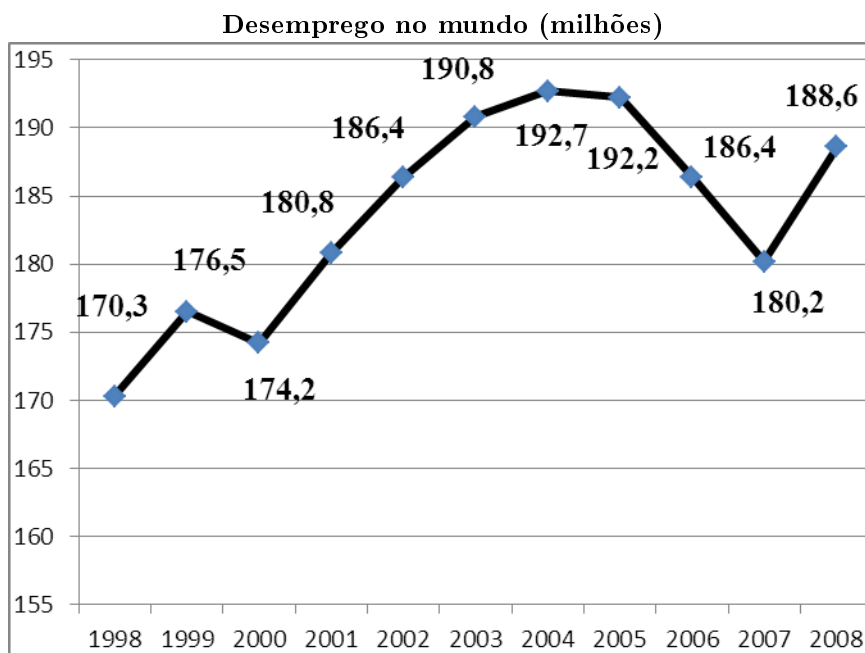
$$V = 3$$

Podemos concluir que a variância é 3, ou seja, a dispersão das notas em relação à média é de 3.

No entanto, a variância não está na mesma unidade que as nossas notas, pois os desvios foram elevados ao quadrado. Para conservarmos as unidades dos dados, calculamos o desvio-padrão, o qual nada mais é do que extrair a raiz quadrada da variância. Assim, o desvio padrão é aproximadamente 1,7. Logo, o desvio das notas em relação à média é de aproximadamente 1,7 pontos. No nosso exemplo, com essa informação, é possível à escola ter uma ideia melhor da situação da turma e dos alunos que estão abaixo da média.

Exercícios para uma melhor compreensão

1) Análise os gráficos e identifique com V as afirmativas verdadeiras e com F, as falsas.



Fonte: (Atualidades / Vestibular + ENEM: mundo urbano. São Paulo: Abril, 2010. p, 147-149.).

() No período de 2000 a 2004 houve um aumento no desemprego no mundo.

() Dentro do período abordado, o ano em que se registou o menor desemprego no mundo foi 2000.

() Depois de uma queda no desemprego mundial, ele volta a crescer no ano de 2008.

() O gráfico mostra que a partir de dezembro de 2008 o número de desempregados vem só aumentando no Brasil.

() No mês de março de 2009 foi registrado o maior número de desempregados no Brasil.

2) Uma empresa produziu, durante o segundo trimestre do ano passado 600, 500 e 400 unidades, em abril, maio e junho, respectivamente. Qual foi a média da produção mensal nesse trimestre?

3) Em uma coleta de dados junto aos alunos do sétimo ano da Escola Municipal José Maria dos Mares Guia, foram obtidos os resultados da tabela abaixo:

Nome	Altura(m)	Massa (kg)	Disciplina que mais gostam	Ocupação nas horas vagas
Patrick	1,55	55	Educação Física	Andar de bicicleta
Júlia	1,57	52	Ciências	Usar a internet
Marcela	1,55	50	Ciências	Assistir televisão
Larissa	1,53	52	História	Assistir televisão
Natane	1,47	50	Educação Física	Assistir televisão
Karoline	1,50	50	Matemática	Assistir televisão
Fábio	1,54	49	Ciências	Usar a internet
Lucas	1,50	48	Educação Física	Andar de bicicleta
Marcelo	1,70	55	Matemática	Jogar Videogame
Kele	1,52	54	Educação Física	Assistir televisão
Edwirgues	1,68	58	Ciências	Andar a cavalo
Estefane	1,41	34	Matemática	Assistir televisão
Shirley	1,43	41	Ciências	Assistir televisão
Nicolý	1,60	48	Música	Tocar violão
Eulismar	1,70	73	Matemática	Assistir televisão
Ana Cláudia	1,57	48	Educação Física	Assistir televisão
Carolina	1,70	50	Música	Passear
Heládio	1,60	50	Geografia	Andar de bicicleta

Com base nessa tabela, encontre:

- a) A média aritmética de altura desses alunos.
- b) A média aritmética da massa corporal desses alunos.
- c) A moda em relação à:
c₁) massa corporal. c₂) disciplina que mais gostam. c₃) Ocupação nas horas vagas.
- d) A mediana relativa à altura dos alunos.
- e) A variância e o desvio padrão em relação à massa corporal dos alunos dessa turma.
- f) O número de alunos que gostam de assistir televisão ou andar de bicicleta.
- g) O número de alunos que gostam mais de educação física e têm massa corporal 48 kg.

4) Bruno deseja calcular a média das notas que tirou nas quatro provas de Matemática dadas abaixo. Sabendo que os pesos são diferentes, calcule a média ponderada de suas notas, sendo que as duas primeiras provas tem peso 2 e as outras duas peso 3.

Matemática	
1 ^a prova	3,5
2 ^a prova	7,8
3 ^a prova	9,3
4 ^a prova	5,1

5) A passagem de 11 veículos por uma barreira eletrônica, em uma rodovia, registrou as velocidades abaixo (em km/h).

53 45 46 49 46 77 54 48 41 46 56

Determine a média aritmética, variância e desvio padrão destas velocidades.

6) Uma determinada editora pesquisou o número de páginas das revistas mais vendidas de uma cidade.

Revistas	A	B	C	D	E	F
Número de Páginas	62	90	88	92	110	86

Sendo fornecida a distribuição de frequência de número de páginas, o valor do desvio padrão é aproximadamente:

- a) 16 b) 18 c) 20 d) 25 e) 15

7) Dado o conjunto de valores 3, 5, 2, 1, 3, 4, 6, 9, 3. O desvio-padrão é aproximadamente:

- a) 1,6 b) 1,7 c) 1,8 d) 2,4 e) 2,7

8) As análises dos níveis de colesterol HDL (“colesterol bom”) no sangue medidos no sangue de cinco pacientes foi de 29, 55, 58, 61 e 63 mg/dl de sangue. Determine:

a) a variância destas amostras;

b) o desvio padrão.

9) Observe as notas de três competidores em uma prova de saltos ornamentais.

Competidor	Notas		
A	7	5	3
B	5	4	6
C	4	4	7

Determine a variância e o desvio padrão de cada competidor.

10) A tabela abaixo mostra a temperatura em alguns dias na cidade de Barão de Cocais no ano de 2012 e 2013.

Dia	Temperatura registrada
22 de dezembro	30 ^o C
23 de dezembro	32 ^o C
24 de dezembro	28 ^o C
25 de janeiro	26 ^o C
28 de janeiro	25 ^o C
31 de janeiro	24 ^o C
01 de fevereiro	24 ^o C

Qual é a temperatura média referente aos dias observados? E a mediana?

Respostas dos exercícios:

1. V,F,V,F,V
2. 500
3. a) 1,56 m b) 50,9 kg c1) 50 kg c2) ciências e educação física c3) assistir televisão d) 1,55 m e) 55,61; 7,45 f) 12 alunos g) 2 alunos
4. 6,58
5. 51; 85,27; 9,23
6. 15
7. 2,4
8. a) 192,2 b) 13,86
9. Competidor A: variância 2,667 e desvio padrão 1,633; competidor B: variância 0,667 e desvio padrão 0,817; competidor C: variância 2 e desvio padrão 1,414.
10. 27^o C; 26^o C

4.3 O uso de recursos computacionais no Ensino de Estatística

Com o intuito de encontrar vias para um melhor ensino dos conteúdos de Estatística e despertar um maior interesse dos estudantes, nos enredamos à procura de recursos que

auxiliem os professores no ensino de tais tópicos e decidimos focar nossa busca em recursos computacionais que abordassem os mesmos. Apresentaremos parte de dois sites e dentro destes os recursos que analisamos e achamos que podem ser úteis para os professores participantes da pesquisa e seus respectivos estudantes.

O primeiro sítio eletrônico que achamos interessante é o Portal do Professor, que pode ser acessado através do seguinte endereço: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br>. Este portal é uma iniciativa do Ministério da Ciência e Tecnologia e, desde 2008, ano do seu lançamento, busca apoiar os processos de formação dos professores de matemática e demais disciplinas e enriquecer sua prática pedagógica.

Neste portal professores podem produzir e compartilhar sugestões de aulas, acessar informações diversas sobre a prática educacional, acessar e baixar coleção de recursos multimídia, informar-se sobre cursos e acessar materiais de estudo, interagir e colaborar com outros professores e acessar uma coleção de “links” separados por temática.



Página Inicial do Portal do Professor

Dentro dos diversos recursos deste portal encontramos, utilizando o sistema de busca com o termo “estatística”, 186 itens entre recursos multimídia, “links”, artigos e outros recursos disponibilizados no sítio eletrônico. Neste material sugerimos apenas o vídeo intitulado “Endireita essa coluna”, que pode ser baixado através do próprio portal.

Como todo recurso do portal, este por mim selecionado apresenta seus objetivos, descrição, observações e autores.

No vídeo, a partir da dor nas costas de Julinho, provavelmente devido à má postura e falta de atividade física, ele e seus amigos elaboram um instrumento de pesquisa que aplicam na escola para saber se outros colegas passam pelo mesmo problema. O objetivo do vídeo consiste em proporcionar aos estudantes um ambiente que permita:

- conhecer medidas de tendência central (moda, mediana e média aritmética) e medidas de dispersão (desvio médio, variância e desvio padrão);

- identificar o uso de conceitos da Estatística – tendência central e variabilidade – para analisar situações relacionadas à saúde, - aplicar os conceitos de medidas de tendência central e variabilidade em situações reais. O problema aplicado atinge com maestria os objetivos do ensino de Estatística no Ensino Médio e até os ultrapassa ao relatar sobre medidas de variabilidade. Este ultrapassar não nos incomoda e sim é visto como uma forma propícia para despertar nos alunos o interesse de conhecer mais alguns tópicos relacionados à Estatística. Um guia para o professor ainda pode ser encontrado em webeduc.mec.gov.br ([http:// webeduc.mec.gov.br /portaldoprofessor/matematica/condigital3/ guias/guia_ audiovisual_2.pdf](http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/condigital3/guias/guia_audiovisual_2.pdf)) onde o professor encontra o conteúdo teórico trabalhado no vídeo, forma de aplicação do vídeo em sala de aula e ainda sugestão de avaliação.

A reprodução do vídeo para o próprio professor ou estudante pode ser também uma forma de despertar ideias de pesquisas pelos estudantes dentro da própria escola e/ou comunidade, abordando tema de seus interesses.

Ainda para trabalhar o conceito de medidas de tendência central, focamos agora nas alterações que ocorrem nessas medidas à medida que se mudam os dados utilizados, quantidade, valores, etc... encontramos o sítio eletrônico:



Figura 4.1: Página Inicial dos Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio

Para tal indicamos o recurso “Medidas de Posição” que pode ser acessado em Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio, disponibilizado pela Universidade Federal

Fluminense. Neste sítio eletrônico, o professor poderá encontrar, também, vários recursos entre softwares educacionais, experimentos educacionais e atividades de áudio, aplicados em temas variados como geometria plana e espacial, trigonometria, estatística, probabilidade, combinatória, funções, entre outros.

O recurso escolhido se encontra listado na opção “softwares” educacionais e também apresenta em sua página um guia do professor e um formulário de acompanhamento do estudante que podem ser usados como base para a ministração da aula e uso deste recurso na mesma como podemos observar na Figura 4.1. Muitos dos recursos disponíveis lá disponíveis no sítio eletrônico podem ser usados mesmo após não estarmos conectados a rede. O recurso escolhido tem o inconveniente, ainda para muitas escolas, de precisar de um computador com acesso à internet.

“Medidas de Posição” levará os estudantes, através de explicações e desenvolvimento de atividades a relacionar as medidas de tendência central entre si e a interpretar características da média aritmética especificamente. Observe, na figura, a utilização de uma distribuição de uma variável discreta em um diagrama de pontos. Nesta atividade, os estudantes decidem quantos participarão de um teste, quantas questões haverá neste teste e ainda quantos estudantes acertaram determinada quantidade de questões, podendo fazer mudanças nesses dados facilmente e observar através das marcações feitas pelas setas e valores da média e da moda, quais as consequências destas mudanças nos valores dessas medidas.



Figura 4.2: Medidas de Posição - Página Inicial

A página que trata de média e mediana sugere uma escala de 0 a 10 onde o aluno, clicando sobre escala, distribuirá alguns resultados de certa quantidade de estudantes e poderá observar as variações ocorridas nos valores da média e da mediana e ainda como elas estão sendo calculadas. Pode ainda explorar a forma do cálculo, por exemplo, da mediana para dois grupos distintos, um com uma quantidade par de notas e outro com uma quantidade

ímpar de notas (Figura 4.4). Há ainda a possibilidade de movimentar os pontos já inseridos na escala.

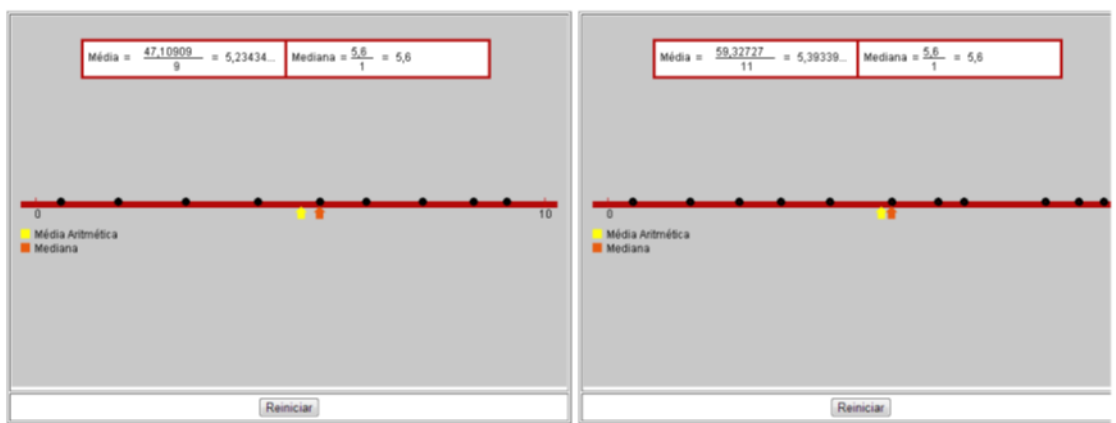


Figura 4.3: Média e Mediana

Por último, e não menos importante, o programa anteriormente citado, permite que se estude a translação de dados e a consequência disso no valor da média. Ainda, o estudo da média pode ser feito como o centro de massa da distribuição movendo o triângulo amarelo (veja Figura 4.5) e observando o que acontece com a reta.

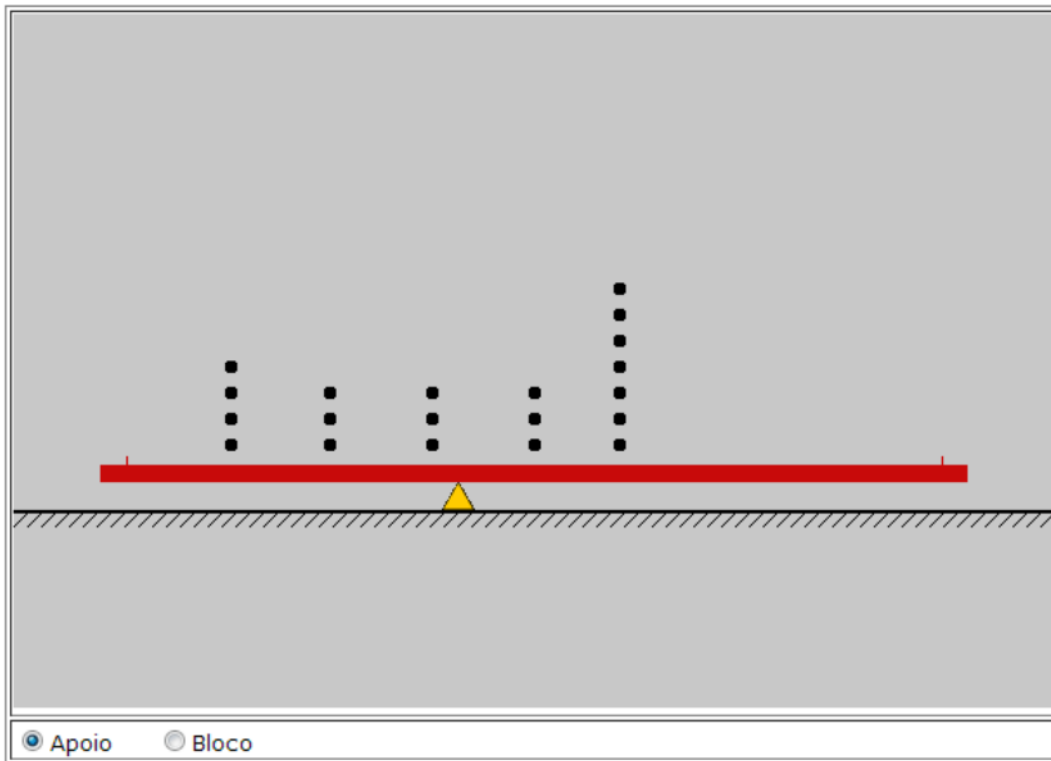


Figura 4.4: Interpretação da Média

Interpretação da Média

Ainda em tempo apresentamos duas sequências didáticas que nos permitirão introduzir a determinação do valor da moda de uma distribuição, utilizando o “software” “Medidas de Posição” e alterações no valor da média com a inserção ou exclusão de valores. Lembramos que o objetivo proposto pelos idealizadores do “software” é a relação entre as medidas de tendência central e não como é procedido o cálculo (com exceção da mediana), haja visto que o início do “software” apresenta os conceitos e durante as atividades propostas observamos o real objetivo, já citado, do uso do software. Ainda assim achamos oportuno criar uma nova atividade com a utilização desse programa.

Calculando e Recalculando a Moda

- 1) Selecione a opção “Média e Moda”
- 2) Escolha um certo número de estudantes e um certo número de questões e clique em distribuir.

3) Observando o gráfico de pontos e o resultado dado para a moda responda: Quantas setas laranja apareceram no seu gráfico?

4) Clique mais cinco vezes em distribuir observando a mesma questão do item anterior e responda:

a) A moda é sempre um único valor, quando esse ocorre?

b) Quando uma distribuição não possui moda? Movimentando os pontos da sua última distribuição crie uma nova distribuição que seja amodal.

c) Em todas as distribuições há moda?

Alterando, ou não, a média

1) Selecione a opção “Média e Moda”

2) Escolha 20 alunos e 10 questões certas e clique em atualizar.

3) Distribua os pontos no gráfico da seguinte forma: 2 pontos em zero; 3 pontos em 1; 2 pontos em dois; 1 ponto em 3; 2 pontos em 5; 3 pontos em 6; 1 ponto em 8 e 2 pontos em 9. Agora responda:

a) Quantos alunos foram utilizados?

b) Qual o valor da média?

4) Agora distribua os outros pontos das formas abaixo e para cada um anote o valor da média:

a) Coloque os quatro pontos restantes em quatro.

b) Retire os quatro novos pontos colocados e coloque 2 pontos em 5.

c) Retire os dois novos pontos e coloque um em 8 e outro em 0.

d) Retire os dois novos pontos e coloque um em 1, outro em 8 e outro em 3.

5) Retire os últimos 3 pontos. Agora coloque um ponto em 2 e responda:

a) Suponha que queiramos colocar mais um ponto no diagrama. Onde deve ser colocado esse ponto para que a média volte a ser quatro.

b) É possível colocar mais dois pontos no diagrama de forma que a média volte a ser quatro? Como? Onde?

6) O que você pode concluir das observações acima?

Para completar seus estudos apresentamos abaixo uma série de exercícios sobre os conteúdos abordados com a utilização do programa de computador apresentado.

Exercícios sobre média e moda

Responda às seguintes perguntas.

1) Qual é a unidade de medida da média aritmética? E da moda? Por exemplo, se os dados representam pesos em quilogramas, qual é a unidade de medida da média? E da moda?

2) Construa uma distribuição unimodal em que a média e a moda coincidam. Existe alguma classe de distribuições para a qual isso sempre acontece?

Nas distribuições unimodais simétricas, a moda sempre coincide com a média. Diz-se que uma distribuição simétrica tem assimetria nula.

3) Selecione as seguintes opções: 40 estudantes e máximo de acertos igual a 9. Construa o diagrama de pontos da seguinte distribuição, começando pela nota 0:

Questões certas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de estudantes	12	9	6	4	3	2	1	1	1	1

Observe o que acontece com a média e a moda à medida que você vai acrescentando novas pilhas de pontos. Ao final, responda:

a) Qual é a característica fundamental dessa distribuição? Compare com a distribuição que você construiu para a pergunta anterior.

b) Qual é a relação de ordem entre média e moda?

4) Construa agora, o diagrama de pontos da seguinte distribuição, começando pela nota 0:

Questões certas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de alunos	1	1	1	1	2	3	4	6	9	12

Observe o que acontece com a média e a moda à medida que você vai acrescentando novas pilhas de pontos. Ao final, responda:

a) Qual é a característica fundamental dessa distribuição? Compare com a distribuição que você construiu para a pergunta anterior.

b) Qual é a relação de ordem entre média e moda?

5) Com base nas perguntas anteriores, quais são as conclusões que você tira sobre tipos de assimetria e relação entre média e moda?

Exercícios sobre média e mediana

Para completar seu estudo, faça o que se pede.

1) Marque 5 pontos na escala e anote o valor da mediana, bem como sua fórmula de cálculo. Acrescente um novo ponto. Como se altera o cálculo da mediana? Repita o exercício começando com 10 pontos. O que você conclui sobre a regra de cálculo da mediana?

2) Marque 5 pontos na escala que resultem em média e mediana iguais. Existe alguma configuração que resulte sempre em média e mediana iguais?

3) (a) Marque 5 pontos na escala bem próximos de 0. Arraste um desses pontos para bem próximo de 10. O que acontece com a média e a mediana?

b) Inverta a marcação anterior, ou seja, marque 5 pontos na escala bem próximos de 10. Arraste um desses pontos para bem próximo de 0. O que acontece com a média e a mediana?

c) O que você conclui sobre os valores discrepantes, isto é, valores que estão afastados da maioria dos pontos?

Exercícios sobre interpretação da média

Responda às seguintes perguntas.

1) Ao arrastar o apoio, o que aconteceu? A reta se equilibrou em algum ponto? O que você conclui sobre a média aritmética?

2) O que acontece com a média quando se arrasta o bloco de pontos? Que tipo de movimento está sendo feito com os pontos do gráfico?

3) Suponha que os pontos no gráfico representem notas de estudantes em uma prova. O professor decide dar um ponto para todos os estudantes para compensar o alto nível de participação nas aulas. Como você representaria as novas notas no gráfico? Qual é a nova nota média da turma?

Respostas dos exercícios sobre média e moda

1) Todas as medidas de posição têm a mesma unidade dos dados. Se os dados estão em quilogramas, a média, a moda e a mediana também estarão em quilogramas.

2) Nas distribuições unimodais simétricas, a moda sempre coincide com a média. Diz-se que uma distribuição simétrica tem assimetria nula.

3) a) Essa é uma distribuição unimodal assimétrica; há uma grande concentração de valores na cauda inferior, enquanto frequências baixas se espalham na direção da cauda superior. Esse tipo de assimetria é chamado assimetria à direita ou assimetria positiva. O nome reflete a característica de a distribuição se estender na cauda direita.

b) Temos que $\text{média} > \text{moda}$. Em geral, nas distribuições assimétricas à direita a média é maior que a moda.

4) a) Essa também é uma distribuição unimodal assimétrica, mas aqui a grande concentração de valores ocorre na cauda superior, enquanto frequências baixas se espalham na direção da cauda inferior. Esse tipo de assimetria é chamado assimetria à esquerda ou assimetria negativa. O nome reflete a característica de a distribuição se estender na cauda esquerda.

b) Temos que $\text{média} < \text{moda}$. Em geral, nas distribuições assimétricas à esquerda a média é menor que a moda.

5) Para uma distribuição unimodal simétrica:

simétrica : média = moda

assimétrica à direita : média > moda

assimétrica à esquerda média < moda

Respostas dos exercícios sobre média e mediana

1) Com 5 pontos, a mediana é o valor central. Ao se acrescentar o sexto ponto, a mediana passa a ser calculada como a média dos valores centrais. Com 10 pontos, a mediana é a média dos valores centrais. Ao se acrescentar o décimo primeiro ponto, a mediana é igual ao valor central. Quando o número de observações é ímpar, a mediana é o valor central dos dados ordenados. Quando o número de observações é par, a mediana é calculada como a média dos dois valores centrais. No cálculo da mediana, os dados têm que estar ordenados, qualquer que seja o número de observações.

2) Numa distribuição simétrica, a média e a mediana são sempre iguais e esse valor comum é o ponto do meio.

3) O ponto arrastado é um valor discrepante. Em qualquer dos casos, a mediana não se altera, mas a média é “puxada” na direção do valor discrepante. Em estatística, dizemos que a mediana é uma medida de posição robusta ou resistente. Medidas resistentes são aquelas que não se alteram muito na presença de alguns poucos valores discrepantes.

Respostas dos exercícios sobre interpretação da média

1) A reta se equilibra quando a apoiamos na média aritmética. Isso significa que a média é o ponto de equilíbrio, ou mais precisamente, a média é o centro de massa da distribuição.

2) Ao arrastarmos o bloco, estamos fazendo uma translação dos dados. O que se observa é que, ao se fazer uma translação nos dados, a média sofre a mesma translação.

3) Aumentar um ponto nas notas equivale a uma translação de uma unidade para a direita. Logo, você tem que mover o bloco 1 unidade para a direita e a média também fica aumentada de um ponto.

Indicação de recurso

Paralelo ao recurso indicado anteriormente, “Medidas de Posição”, que pode ser acessado pelo sítio eletrônico Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio, disponibilizado pela Universidade Federal Fluminense, indicamos outro recurso que pode ser acessado neste mesmo site denominado “Medidas de Dispersão”. Este tópico ficará como sugestão para ampliação deste fascículo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho se baseou em encontrar formas de contribuir para melhorias do ensino no município de Barão de Cocais. Devido à grande relevância que os conteúdos de Estatística, têm atualmente e devido à percepção da falta de domínio dos mesmos pelos estudantes concluintes do Ensino Médio, decidiu-se fazer uma investigação sobre como eram abordados tais conteúdos, qual o grau de domínio dos alunos e identificar possíveis lacunas no aprendizado.

Os objetivos estabelecidos no projeto inicial incluíam fazer um questionário a ser aplicado aos professores, uma avaliação para ser aplicada aos estudantes, uma análise dos materiais didáticos e assim propor um material bastante farto com muitas propostas de ensino. Desses objetivos iniciais, optamos por não realizar análise dos materiais didáticos usados pelos professores, devido à falta de parâmetros para efetivá-la e devido ao limitado prazo de tempo estabelecido para finalização do trabalho.

A proposta de ensino foi apresentada de forma sucinta, mas satisfatória pensando num bom aprendizado dos estudantes que por ela se interessarem. Apresentamos também sugestões de recursos computacionais para uso nas aulas, com o objetivo de despertar mais o interesse dos estudantes. A ideia dessas sugestões surgiu posteriormente, quando cursava a disciplina Recursos Computacionais no Ensino da Matemática e representou um ganho interessante ao trabalho.

A conclusão dessa pesquisa por um lado concretizou concepções prévias da ineficiência do ensino de Estatística no ensino médio em nosso município e da pouca importância que os conteúdos ainda representam na grade curricular. Por outro lado, apresentou indícios de como intervir para melhorias deste ensino.

O fascículo proposto nesse trabalho inicialmente pensado como auxílio no aprendizado dos estudantes, pode servir também para professores que se interessarem e forem lecionar no Ensino Médio tais conteúdos, já que houve a percepção de que alguns professores desconhecem

alguns dos conteúdos envolvidos na pesquisa. É necessário que surjam mais ideias de projetos de estudo que objetivem um aprimoramento dos professores em relação ao conhecimento de conteúdos de Estatística para que forneçam suporte didático para suas aulas de matemática em que esses conteúdos são trabalhados.



Percebeu-se o despreparo dos estudantes diante de questões que exigem mais interpretação e menos cálculo, algo que é muito cobrado atualmente pelo Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e também para resolver questões com pouco grau de dificuldade.

Em trabalhos futuros, pretende-se fornecer esse fascículo a todas as escolas do município que interessarem em recebê-lo, fazer uma reunião com os professores participantes do projeto, dando um retorno sobre os questionários, avaliações e conclusões dos trabalhos, sugerir que leiam o material apresentado e apontem pontos positivos e negativos encontrados nele, para o caso em que seja possível, fazer correções ou adequações. Ainda, será interessante encontrar parâmetros para fazer um estudo dos livros didáticos utilizados no município e a avaliação dos conteúdos de Estatística que cada um possui, podendo arguir se os mesmos atendem ou não à necessidade dos estudantes.

Este trabalho teve um impacto substancial em minha formação matemática e propiciou um maior domínio de conhecimento dos conteúdos de Estatística e do âmbito educacional da cidade de Barão de Cocais. Conclui que, embora a situação atual seja insatisfatória, percebe-se plena capacidade e possibilidade de haver melhorias, mas estas não dependem de uma única pessoa ou apenas dos professores. É necessário que o trabalho seja desenvolvido em conjunto. Só assim poderemos ter resultados melhores futuramente.

Anexos

Anexo I Questionário

 PROFMAT	UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA	 <small>Universidade Federal de Viçosa</small>		
QUESTIONARIO PARA PROFESSORES DE MATEMATICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE BARÃO DE COCAIS				
PARTE I				
Essa primeira parte solicita que você responda as questões com base em suas aulas.				
1) Você leciona o conteúdo:				
Média Aritmética	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Média Geométrica	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Média Harmônica	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Média Ponderada	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Mediana	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Moda	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Variância	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Desvio Padrão	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
Análise de Gráficos	<input type="checkbox"/> sempre	<input type="checkbox"/> as vezes	<input type="checkbox"/> raramente	<input type="checkbox"/> nunca
2) Em que série você leciona:				
Média Aritmética	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Média Geométrica	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Média Harmônica	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Média Ponderada	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Mediana	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Moda	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Variância	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Desvio Padrão	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
Análise de Gráficos	<input type="checkbox"/> 1º ano	<input type="checkbox"/> 2º ano	<input type="checkbox"/> 3º ano	<input type="checkbox"/> nenhuma
3) Se leciona, qual a carga horária destinada para:				
Média Aritmética	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Média Geométrica	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Média Harmônica	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Média Ponderada	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Mediana	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Moda	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Variância	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Desvio Padrão	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
Análise de Gráficos	<input type="checkbox"/> Até 2h/aula	<input type="checkbox"/> de 2 a 4h/aula	<input type="checkbox"/> de 4 a 6h/aula	<input type="checkbox"/> mais de 6h/aula
4) Qual o material didático que você utiliza em suas aulas?			_____	
5) Observações e comentários:			_____	
PARTE 2				
Nessa segunda parte, são apresentadas algumas questões que farão parte de uma avaliação a ser aplicada aos seus alunos do terceiro ano, não é preciso resolvê-las apenas expressar sua opinião no item posterior à questão.				
1) As notas de uma turma de alunos no teste de matemática foram 10; 10; 9; 8; 8; 8; 7; 7; 4 e 2. Qual a média da turma?				
a) () 8,5	b) 8,2	c) () 8,0	d) () 7,8	e) () 7,3
Em sua opinião, quantos alunos das suas turmas acertariam essa questão?				
a) () Bem mais que a metade.	c) () cerca da metade.			
b) () Bem menos que a metade.	d) () não sei			

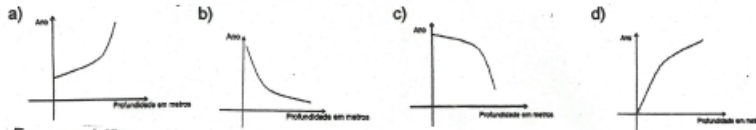
2) Uma atleta participou das três provas de uma determinada competição. Suas notas, nas duas últimas provas, foram, respectivamente, o dobro e o triplo da nota da primeira. Sabendo-se que a média aritmética das três notas foi 28,6 pontos, é correto afirmar que a nota da primeira prova foi:
 a) () 12 b) () 9,2 c) () 10,5 d) () 15 e) () 14,3

Em sua opinião, quantos alunos das suas turmas acertariam essa questão?
 a) () Bem mais que a metade. c) () cerca da metade.
 b) () Bem menos que a metade. d) () não sei

3) A tabela abaixo representa as profundidades alcançadas na exploração de produção de petróleo, em águas profundas no litoral do Rio de Janeiro e do Espírito Santo.

Ano	Profundidade
1977	124
1979	189
1983	293
1988	492
1992	781
1994	1227
1997	1709
1999	1853
2000	1877

O gráfico que melhor representa esta situação é:



Em sua opinião, quantos alunos das suas turmas acertariam essa questão?
 a) () Bem mais que a metade. c) () cerca da metade.
 b) () Bem menos que a metade. d) () não sei

4) Uma empresa de informática possui 10 vendedores e cada um deles trabalha com diferentes cargas horárias. As cargas horárias dos vendedores são dadas abaixo:

VENDEDOR	CARGA HORÁRIA
A	5h
B	4h
C	8h
D	8h
E	7h
F	6h
G	6h
H	8h
I	8h
J	12h

4.1) Em relação a carga horária, qual é a moda?
 a) () 4h b) () 8h c) () 6h d) 12h e) 7h

Em sua opinião, quantos alunos das suas turmas acertariam essa questão?
 a) () Bem mais que a metade. c) () cerca da metade.
 b) () Bem menos que a metade. d) () não sei.

4.2) Qual é a mediana?

- a) () 4h b) () 8h c) () 6h d) 12h e) 7h

Em sua opinião, quantos alunos das suas turmas acertariam essa questão?

- a) () Bem mais que a metade. c) () cerca da metade.
 b) () Bem menos que a metade. d) () não sei

5) A tabela abaixo mostra a distribuição dos domicílios por Grandes Regiões segundo a condição de ocupação, no Brasil em 1995.

Condição de Ocupação	DOMICÍLIOS PARTICULARES (%)					
	TOTAL	GRANDES REGIÕES				
		Norte Urbano Oeste	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro
Próprio	71,9	78,3	77,1	68,3	74,9	65,1
Alugado	14,5	13,1	9,8	17,9	12,4	16,2
Cedido	13,1	8,0	12,7	13,2	12,4	18,2
Outra	0,5	0,6	0,4	0,6	0,3	0,5
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Fonte: IBGE- Diretoria de pesquisas - Departamento de Emprego e Rendimento - PNAD

Em 1995, nos domicílios particulares do Nordeste, qual a porcentagem de domicílios alugados ou cedidos?

- a) () 9,8% b) () 12,7% c) 22,5% d) () 22,9% e) () 27,6%

Em sua opinião, quantos alunos das suas turmas acertariam essa questão?

- a) () Bem mais que a metade. c) () cerca da metade.
 b) () Bem menos que a metade. d) () não sei.

6) Em um treinamento de salto em altura os atletas realizaram 4 saltos cada um. Veja as marcas obtidas por cinco atletas.

ATLETA	1º SALTO	2º SALTO	3º SALTO	4º SALTO
A	148 cm	170 cm	155 cm	131 cm
B	145 cm	151 cm	150 cm	152 cm
C	146 cm	151 cm	143 cm	160 cm
D	138 cm	160 cm	155 cm	154 cm
E	133 cm	149 cm	169 cm	158 cm

Qual atleta foi mais regular, sabendo que essa regularidade é obtida através do cálculo do desvio padrão?

- a) () Atleta A b) () Atleta B c) Atleta C d) Atleta D e) Atleta E


Em sua opinião, quantos alunos das suas turmas acertariam essa questão?

- a) () Bem mais que a metade. c) () cerca da metade.
 b) () Bem menos que a metade. d) () não sei.


Observações:

Agradeço a colaboração
 Vandré Antonio de Assis Gomes

Anexo II - Avaliação



SIMULADO ENEM



Aluno: _____ Escola: _____

QUESTÕES

1) As notas de uma turma de alunos no teste de matemática foram 10; 10; 9; 8; 8; 8; 7; 7; 4 e 2. Qual a média da turma?

a) () 8,5 b) () 8,2 c) () 8,0 d) () 7,8 e) () 7,3

2) Uma atleta participou das três provas de uma determinada competição. Suas notas, nas duas últimas provas, foram, respectivamente, o dobro e o triplo da nota da primeira. Sabendo-se que a média aritmética das três notas foi 28,6 pontos, é correto afirmar que a nota da primeira prova foi:

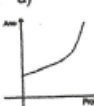
a) () 12 b) () 9,2 c) () 10,5 d) () 15 e) () 14,3

3) A tabela abaixo representa as profundidades alcançadas na exploração de produção de petróleo, em águas profundas no litoral do Rio de Janeiro e do Espírito Santo.

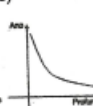
Ano	Profundidade
1977	124
1979	189
1983	293
1988	492
1992	781
1994	1227
1997	1709
1999	1853
2000	1877

O gráfico que melhor representa esta situação é:


a)



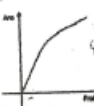
b)




c)



d)



e)



4) Uma empresa de informática possui 10 vendedores e cada um deles trabalha com diferentes cargas horárias. As cargas horárias dos vendedores são dadas abaixo:

VENDEDOR	CARGA HORÁRIA
A	5h
B	4h
C	8h
D	8h
E	7h
F	6h
G	6h
H	8h
I	8h
J	12h

Em relação à carga horária, qual é a moda?

- a) () 4h b) () 8h c) () 6h d) 12h e) 7h

5) Com base na tabela anterior, qual é a mediana?

- a) () 4h b) () 8h c) () 6h d) 12h e) 7h

6) A tabela abaixo mostra a distribuição dos domicílios por Grandes Regiões segundo a condição de ocupação, no Brasil em 1995.

Condição de Ocupação	DOMICÍLIOS PARTICULARES (%)					
	TOTAL	GRANDES REGIÕES				
		Norte Oeste	Urbano	Nordeste	Sudeste	Sul
Próprio	71,9	78,3	77,1	68,3	74,9	65,1
Alugado	14,5	13,1	9,8	17,9	12,4	16,2
Cedido	13,1	8,0	12,7	13,2	12,4	18,2
Outra	0,5	0,6	0,4	0,6	0,3	0,5
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Fonte: IBGE- Diretoria de pesquisas - Departamento de Emprego e Rendimento - PNAD

Em 1995, nos domicílios particulares do Nordeste, qual a porcentagem de domicílios alugados ou cedidos?

- a) () 9,8% b) () 12,7% c) 22,5% d) () 22,9% e) () 27,6%

7) Em um treinamento de salto em altura os atletas realizaram 4 saltos cada um. Veja as marcas obtidas por cinco atletas.

ATLETA	1º SALTO	2º SALTO	3º SALTO	4º SALTO
A	148 cm	170 cm	155 cm	131 cm
B	145 cm	151 cm	150 cm	152 cm
C	146 cm	151 cm	143 cm	160 cm
D	138 cm	160 cm	155 cm	154 cm
E	133 cm	149 cm	169 cm	158 cm

Qual atleta foi mais regular, sabendo que essa regularidade é obtida através do cálculo do desvio padrão?

- a) () Atleta A. b) () Atleta B c) () Atleta C d) () Atleta D e) () Atleta E

GABARITO

ESCOLA

NOME:

QUESTÃO	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Referências Bibliográficas

- [1] BATANERO, C. *Didáctica de la estadística. Granada*: Grupo de Investigación en Educación Estadística- 2001. (Disponível em: <http://www.ugr.es/local/batanero>) (acesso em novembro de 2012).
- [2] BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2001.
- [3] BRANCO, J. *Estatística no secundário: o ensino e seus problemas*. In: LOUREIRO, C., OLIVEIRA, F.; BRUNHEIRA, L. (Eds.) *Ensino e aprendizagem da estatística*. Lisboa: SPE e APM, 2000, p. 11-30.
- [4] CAMPOS, C. R. *A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 2007.
- [5] D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática– Elo entre tradições e modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- [6] FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Mini Aurélio Século XXI*, Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 2001
- [7] IBGE, 2012. *Censo Demográfico de 2010*. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, dados referentes ao município de Barão de Cocais, fornecidos em meio eletrônico <http://www.ibge.gov.br> acessado em 10/11/2012.
- [8] INEP, MEC (2001). *Matriz de referência para o SAEB*. Brasília, DF. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/default.asp>. Acesso em 09/08/2012.
- [9] LIMA E. L. *A matemática do ensino médio - volume 2- 6.ed.* - Rio de Janeiro: SBM, 2006.

- [10] MEMORIA, J. M. P. *Breve História da Estatística*. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica. 2004.
- [11] M. M. ANDRADE, *Ensino e aprendizagem de estatística por meio da modelagem matemática: Uma investigação com o ensino médio*. Master's thesis, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus de Rio Claro, 2008.
- [12] SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, P. B. *Metodologia de Pesquisa*, São Paulo. McGrawHill, 2006.
- [13] SEE-MG-*Centro de Referência Virtual do Professor* - (http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.asp) (Acessado em 10/12/2012).
- [14] TRIOLA, M.F. *Introdução a Estatística* - 10.ed. LTC, 2008.