UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

OS SISTEMAS DE EQUAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Nilo da Silva Sena Filho

MANAUS
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

Nilo da Silva Sena Filho

OS SISTEMAS DE EQUAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira

MANAUS

2019

Ficha Catalográfica

Ficha Catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

F481o

Filho, Nilo da Silva Sena.

Os Sistemas de Equações em Livros Didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental sob a Perspectiva da Teoria dos Registros de Representações Semióticas / Nilo da Silva Sena Filho. 2019.

50 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Nilomar Vieira de Oliveira

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Amazonas.

1. Livro Didático de Matemática 2. Álgebra 3. Aprendizagem Significativa. 4. Teoria de Registros de Representação Semiótica. 5. Sistema de equações. I. Oliveira, Nilomar Vieira de II. Universidade Federal do Amazonas. III. Título

NILO DA SILVA SENA FILHO

OS SISTEMAS DE EQUAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 27 de março de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Nilomar Vieira de Oliveira

Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira
Presidente

Antonio da Fonseca de Lira

Prof. Dr. Antonio da Fonseca de Lira
Membro

Prof. Dr. Alcides de Castro Amorim Neto
Membro externo

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao Nosso Deus todo poderoso por concretizar mais esse sonho profissional e pessoal.

À minha mãe, Raimunda Monteiro, por sempre me apoiar e incentivar nos estudos e por ser a melhor mãe do mundo.

Ao meu pai, Nilo Sena (in memoriam), apesar de nunca ter estudado, sempre me incentivou nos estudos para que me tornasse um excelente profissional, principalmente, quando íamos ao roçado ele me dizia que minha ferramenta era um lápis e uma caneta e tenho certeza de que está muito feliz por essa conquista. Melhor Pai do mundo!

Aos meus irmãos Maria José, Sebastiana, Suely, José e Franquimar, pelo incentivo e apoio em tudo.

Aos meus filhos Jean Carlos, Beatriz e Bianca que são a razão de minha vida. E a minha adorável esposa, Marlúcia Uchôa, pela dedicação e paciência, nos momentos de ausência, obrigado de coração.

Ao meu orientador, Nilomar, por aceitar me orientar e me guiar nesse trabalho, desde quando foi meu professor durante as aulas do mestrado.

Uma gratidão muito especial às minhas amigas, consultoras e revisoras Karol Benfica, Sirlei Baima e Lúcia Regina, obrigado de coração.

À UFAM, pela oportunidade de cursar o mestrado.

À minha filha Beatriz Uchôa pelo apoio e ajuda nas ideias, muito orgulhoso!

Ao amigo Wandson Filgueiras, por ter trabalhado na diagramação de minha dissertação.

A todos os meus amigos, em especial: José de Alcântara e Eriberto Façanha que sempre me incentivaram, a todos da Coordenação de Ensino Fundamental da Seduc e aos demais colegas do Profmat. Muito obrigado!

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo verificar, em volumes do 7º ano do Ensino Fundamental, os sistemas de equações em três coleções de Livros Didáticos adotados por professores de Escolas Públicas Estaduais da zona urbana do município de Manaus, sob a perspectiva da Teoria de Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval. Procurou-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's – Matemática – Ensino Fundamental e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) observar as recomendações referentes ao conteúdo de Álgebra. Utilizou-se como metodologia a abordagem qualitativa de caráter bibliográfico, documental e interpretativo. Este estudo revelou a ausência da Linguagem Geométrica em todos os exemplares analisados e, além disso, que o sistema de equações nos livros didáticos selecionados se faz com o uso dos Registros da Língua Natural, do Registro Simbólico, da Linguagem Algébrica, porém de maneira isolada e não como sugere a teoria de Duval, isto é, realizando uma troca de um registro para o outro.

Palavras-Chave: Livro Didático de Matemática; Álgebra; Teoria de Registros de Representação Semiótica; Sistema de Equações.

ABSTRACT

This research aims to verify, in volumes of the seventh year of basic education, the systems of equations in three collections of textbooks adopted by teachers from state public schools in the urban area of the city of Manaus, under the perspective of the theory of records of semiotic representation developed by Raymond Duval. It was in the National Curriculum Parameters - NCP's – Mathematics - Basic Education, and on the Basis of Common National Curriculum (BCNC), observes the recommendations relating to the content of algebra. It was used as methodology the qualitative approach, bibliographic character, documentary and interpretive. This study revealed the absence of geometric language in all specimens analyzed and, besides that, that the systems of equations of textbooks is selected with the use of the records of natural language, the symbolic record, the algebraic language, but in an isolated manner and not as suggested by the theory of Duval, in other words, performing an exchange of a record to another.

Keywords: Textbook of mathematics, Algebra, Records of Representation Theory of Semiotics, System of Equations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Em toda minha experiência como docente tanto no Ensino Fundamental, quanto no Ensino Médio, constatamos um baixo rendimento dos alunos em relação à Matemática, principalmente sobre assunto relacionado à Álgebra.

O ensino da Matemática tem causado repulsa para a maioria dos estudantes nas aulas de Ensino Fundamental e Médio. Essa aversão tem colaborado para que muitos estudantes apresentem dificuldades na compreensão dos conteúdos matemáticos, em todos os níveis de escolaridade, cuja comprovação se dá pelos resultados das avaliações promovidas pelo Ministério da Educação (MEC) como por exemplo, a PROVA BRASIL, SAEB, PISA, entre outras, isso tem levado muitos pesquisadores a desenvolver estudos e a aplicar novas teorias para solucionar esse problema a curto, médio e longo prazo. Tal realidade induziu-nos a buscar alternativas para minimizar essa situação.

Como a presença consolidada do Livro Didático no trabalho diário de sala de aula tem contribuído decisivamente no processo de ensino e aprendizagem, ora como facilitador ora como limitador, ou até mesmo como um guia na condução dos conteúdos e atividades. Segundo Romanatto (2004) muitas coleções são de qualidade ruim, e apresentam exercícios que exigem respostas padronizadas, bem como conceitos tidos como verdades indiscutíveis não possibilitando um debate crítico e criativo entre alunos e professores. No entanto, são mal dosados e abordam conteúdos isentos de uma metodologia eficaz que busque a construção do conhecimento, e de práticas metodológicas mais significativas e aplicáveis ao seu cotidiano.

Observamos em nossa prática profissional que muitos alunos consideram a Álgebra, abstrata e muito difícil, nesse sentido que buscamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's, Matemática - Ensino Fundamental, como também na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) verificar quais as orientações quanto ao trabalho com a Álgebra, os conteúdos propostos para cada ano letivo, bem como as metodologias sugeridas.

De certa forma, alguns alunos, apesar de conseguirem manipular os algoritmos, o fazem de forma apenas reprodutiva seguindo "o padrão" apresentado pelo Livro Didático e exposto pelo professor, às vezes como verdade absoluta, porém, sem compreender o significado dos conceitos algébricos ou visualizar suas aplicações no seu dia a dia, tornando o processo de ensino e aprendizagem irrelevante.

Delimitamos nosso objeto de estudo nos Livros Didáticos do 7º ano, mais precisamente nos Sistemas de equações com duas incógnitas. Procuramos uma teoria que pudesse nortear nossa pesquisa, e tivemos contato, por meio de leituras a diversas teorias, dentre elas: a praxeologia, a fenomenologia e, a que mais nos chamou a atenção e que se tornou base do estudo, a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Sendo assim, amparados na Teoria desenvolvida por Duval, este estudo foi elaborado com o **objetivo de verificar como é abordado o Sistema de equações nos Livros Didáticos adotados por professores de escolas públicas estaduais da zona urbana do município de Manaus - AM. Delimitamos nosso estudo apenas em três coleções adotadas e tão somente no livro do 7° ano**, por acreditar ser suficiente para responder nosso problema de pesquisa.

A importância desta pesquisa encontra-se na utilização do Livro Didático, muitas vezes de maneira equivocada, às vezes como único instrumento didático, o que de fato prejudica o processo de ensino e aprendizagem, bem como, na relevância do conteúdo de Álgebra, como uma poderosa ferramenta a ser utilizada no cotidiano, logicamente, desde que compreendida em todas as suas particularidades.

Por questão de didática, o texto foi organizado em três capítulos:

Apresentamos no primeiro capítulo, a Fundamentação Teórica, um breve relato da história da Álgebra e de seu ensino atual, uma breve fala sobre o Livro Didático e finalizamos com a Teoria dos Registros de Representações Semióticas do filósofo e psicólogo francês Raymond Duval.

Para o segundo capítulo apresentamos o Percurso Metodológico, como será feito o nosso estudo, quais procedimentos iremos tomar como base para nosso trabalho de pesquisa.

E no terceiro capítulo, será feito uma “Discussão dos dados”, um estudo dos Livros Didáticos sobre um olhar a partir das Representações Semióticas e a análise das três coleções selecionadas no trabalho de pesquisa.

Concluímos nosso texto com as “Considerações finais” onde exibimos as observações colhidas em relação ao Livro Didático, a Álgebra, a Teoria de Registros de Representação Semiótica e aos Sistemas de equações nos livros do 7º ano do ensino fundamental analisados.

Dessa forma, consideramos que a relevância de nossa pesquisa se encontra na importância do conteúdo de Álgebra, na significativa função do Livro Didático de apoio ao trabalho docente e como fonte permanente de consulta para o aluno aliado à necessidade de uma aprendizagem com significado. E na aplicabilidade da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval.

Capítulo 1

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, traçamos um breve histórico da Álgebra, sua trajetória ao longo dos tempos e como é seu ensino e sua aplicação nos dias atuais. Assim como uma breve leitura acerca dos livros didáticos, fazendo uma abordagem sobre a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, criada por Raymond Duval.

1.1 BREVE HISTÓRICO DA ÁLGEBRA E DE SEU ENSINO ATUAL

As raízes da Matemática se confundem com a própria história da humanidade, pois a constituição dos saberes matemáticos está intimamente ligada à cultura, pois, assim como o homem, a Matemática não se desenvolveu sozinha e isolada, isso foi acontecendo ao longo do tempo. Esta compreensão se reflete no desenvolvimento tanto social como econômico da humanidade. O relato dessa pequena parte da história do desenvolvimento da Álgebra mostra como ela foi criada e utilizada em diferentes contextos históricos.

De acordo com Eves (1997), o desenvolvimento da Álgebra situa-se na formalização e sistematização de algumas técnicas de resolução de problemas surgidas na Antiguidade.

Na antiga Babilônia foi registrado o desenvolvimento de sistemas aritméticos avançados. Os primeiros estudos de Álgebra foram achados no Egito em 2.000 a.C. no papiro de Rhind, documento mais antigo da Matemática escrito pelo escriba Ahmés no qual existem referências sobre a Álgebra (de cerca de 1650 a.C.). É de amplo conhecimento que neste documento estão detalhadas as soluções de 85 problemas de aritmética e de Álgebra. A partir disso, a Álgebra começou a ser entendida como o estudo da resolução de equações. A civilização babilônica deu um passo à frente no campo das equações. Eles já trabalhavam com sistemas de duas equações com duas variáveis que eram resolvidos por um método muito semelhante ao que é ensinado atualmente na escola. Da mesma forma que os egípcios, as equações babilônicas eram expressas na forma de problemas.

Alguns séculos depois, chega-se à figura de Al-Khowârizmî, primeiro matemático a usar o termo “Álgebra”, compartilhando com Diofanto de Alexandria o crédito de fundador da Álgebra, e também tendo sido considerado responsável pelos números indianos à notação posicional decimal para o ocidente. Eves (1997) considera que as contribuições de Al-Khowârizmî impactaram a linguagem. Seu livro tido como mais importante foi Al-jabr wa'l muqabalah, onde se supõe, conforme registrado em Eves (1997), que tenha originado o termo Álgebra. É descrito que nesse livro, Al-Khowârizmî se expressa totalmente em palavras, até mesmo os números são escritos em palavras ao invés de símbolo; contendo exposição direta e elementar da resolução de equações, especialmente de segundo grau, apresentando significados incertos para os termos al-jabr e muqabalah.

Conforme Lins e Gimenez (1997) a Álgebra de Al-Khowârizmî não é uma evolução e nem está contida no trabalho de Diofanto. Para os autores, a Álgebra que Al-Khowârizmî desenvolveu é pobre, pelo ponto de vista técnico, em relação à Aritmética desenvolvida por Diofanto. Também, segundo os mesmos, para o primeiro, os números são associados a segmentos e áreas, ou seja, são vistos como grandezas geométricas; já para o segundo, isso é impossível. Enquanto Al-Khowârizmî fala de número, Diofanto afirma que não é número.

Como está abordado nos estudos de Eves (1997), pode-se destacar François Viète, advogado francês, que decifrava códigos secretos das mensagens espanholas, considerado responsável pela formalização do trabalho com Álgebra. Apaixonado por Álgebra, François Viète (1540-1603) passou para a história como o principal responsável pela introdução dos símbolos no mundo da Matemática. Por isso, ficou conhecido como Pai da Álgebra.

Viète substituiu as palavras nas equações passando a representar a incógnita por uma vogal e as palavras mais e menos por *p* e *m*, mais tarde substituídas pelos sinais (+) e (-). Para a multiplicação usava *in* e representava os coeficientes das incógnitas, quando estas eram indicadas por letras, por meio do uso de consoantes.

> [...] o mais famoso trabalho de Viète é *In artem* ao qual o desenvolvimento do simbolismo algébrico. Nesse texto Viète introduziu a prática de se usar vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes. A convenção atual de se usar as últimas letras do alfabeto para indicar as incógnitas e as primeiras para as constantes foi introduzida por Descartes em 1637. Antes de Viète era comum se usarem letras ou símbolos diferentes para as várias potências de uma quantidade; assim o que hoje se indica por x, x^2, x^3 ele expressava por *A, A quadratum, A cubum*; mais tarde alguns escritores abreviaram essa notação para *A, A q, A c*. Viète [...] usava os símbolos + e – mas não tinha nenhum símbolo para a igualdade (EVES, 2004, p. 309-310).

Seguindo o pensamento de alguns especialistas no desenvolvimento histórico da Álgebra, considera-se em geral que, podem ser reconhecidos três estágios: i) o primitivo ou retórico, em que tudo era completamente escrito em palavras; ii) um intermédio ou sincopado, em que foram adaptadas algumas abreviaturas e convenções; iii) e um final ou simbólico, em que são usados somente símbolos. "Mostre que, se você souber a soma e a diferença de dois números, é sempre possível descobrir os números. Dê sua resposta da forma mais geral possível [...]. Primitivo: Você pega a diferença e tira da soma, depois divide o resultado por dois; esse é um dos números. Para achar o outro, soma a diferença ao primeiro". (Lins e Gimenez, 1997, p. 92 e 93).

(Exemplo i) Um quarto da largura mais o comprimento resulta 7 mãos e o comprimento mais a largura resulta 10 mãos.

(Exemplo ii) $\text{Solução Sincopada} = \begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

(Exemplo iii) $\text{Solução Simbólica} = \begin{cases} x + y = a \\ x - y = b \end{cases}$

Sabe-se que "Embora a linguagem ordinária ou retórica seja um meio de comunicação de ideias, a Matemática desenvolveu historicamente sua própria linguagem, notadamente escrita e simbólica, para comunicar suas ideias e conceitos" (Fiorentini, Fernandes e Cristovão, 2005, p. 6).

Para Carvalho (2007, p. 18), os povos egípcios e babilônios utilizavam da Álgebra para trabalhar com problemas aritméticos que possuíam um valor desconhecido. Já os gregos utilizaram esse tratamento algébrico também na geometria; e os hindus e árabes a utilizavam como ferramenta para resolução de equações mais complexas.

É notório que esse retrospecto histórico procura compreender como se deu o surgimento da Álgebra e também um pouco sobre o sistema de equações, de alguns dos seus significados e de sua simbologia, podendo, dessa forma, perceber a complexidade envolvida nos conceitos algébricos e rupturas ocorridas durante sua construção, bem como, as contribuições de matemáticos das mais variadas regiões do planeta e de diferentes séculos.

Resta-nos apresentar como a Álgebra e o sistema de equações são vivenciados no contexto atual, pois de acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), desde 1799, momento em que a Álgebra passa a fazer parte do currículo no Brasil, até início da década de 1960, prevaleceu um ensino de caráter reprodutivo, sem clareza, em que tudo era essencial. E como aborda Lins e Gimenez (1997), a Álgebra visa à representação de fatos genéricos, ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema. Então, o objetivo de desenvolver o estudo da Álgebra na sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico, “A atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a Álgebra” (Lins e Gimenez, 1997, p. 137).

Verificamos que a linguagem pela qual a Álgebra se manifesta é composta por símbolos e rígidas regras, as letras são chamadas de variáveis ou incógnitas para servirem de auxílio na resolução de equações e sistemas. Inicialmente, o trabalho com a Álgebra é dirigido às equações, as letras são aprendidas como um valor numérico que é desconhecido e que será determinado após alguns ou uma série de cálculos.

E de acordo com Santos (2007, p. 55-57), a Álgebra tem sido considerada de suma importância no currículo escolar. No entanto, é alvo de reclamações quanto à ausência de significados e de aplicações no cotidiano por parte dos estudantes. Cabe ainda ressaltar que a abordagem desse conteúdo sofre influências diretas do livro didático. Dessa forma, seria inoportuno exigir que os estudantes apreendam todos os conceitos e significados da Álgebra de uma só vez. Os alunos “geralmente não entendem o que a Álgebra é capaz de fazer e qual a sua utilidade” no seu dia-a-dia (Santos, 2005, p. 13).

Na atualidade o que está se vinculando no meio escolar com relação à Álgebra é a educação algébrica, de acordo com Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), são destacadas três concepções de educação algébrica: linguístico-pragmática, fundamentalista-estrutural e fundamentalista analógica. Conforme os autores, a primeira concepção estendeu-se até a metade do século XX, a segunda concepção permaneceu vigente durante as décadas de 1970 e 1980. Já na terceira concepção, por estar mais presente em nossos dias, merece que seja destacado o seguinte, na visão dos autores é uma tentativa de sintetizar as duas ideias que lhe antecederam, fazendo uso de materiais como blocos de madeira e da balança.

A importância desse destaque é o fato de que se buscava modos de justificar as passagens algébricas. Tradicionalmente, o ensino da Álgebra se sustenta na crença de que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve, a partir do cálculo literal ou através da manipulação da linguagem simbólica da Álgebra (Fiorentini, Fernandes e Cristóvão, 2005, p. 4).

Isto revela uma Matemática distinta daquela apresentada em sala de aula, qual seja, como um “produto acabado”, surgido do “nada”, com regras que devem ser seguidas mecanicamente com a finalidade única de se obter um resultado correto, razão pela qual a história da Matemática vem se despontando como um elemento motivador e de grande importância para o processo de ensino- aprendizagem da Matemática.

Com base nas orientações dos PCN’s (BRASIL, 1998, p. 50-51), alguns conceitos da Álgebra podem ser desenvolvidos já nas séries iniciais, contudo, seu estudo formal e ampliado deve ocorrer nas séries finais do Ensino Fundamental. Segundo Nogueira (2008, p. 26).

Porém na Base nacional Comum Curricular (BNCC) isso já será uma realidade:

> Nessa perspectiva, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam (BRASIL, 2018, p. 268).

A Base Nacional Comum Curricular traz em seu contexto a Álgebra sendo agora estudada com toda a nomenclatura das séries iniciais até o Ensino Médio, atendendo o grau de complexidade conforme o ano escolar do aluno.

Depois de uma breve passagem pela história da Álgebra, faremos em seguida um breve relato sobre a história do Livro Didático em nosso País.

1.2 O LIVRO DIDÁTICO

Um breve relato segundo Freitag (1989, p. 72), é que no final da década de 1970 e início da década de 1980 intensificaram a produção de trabalhos críticos sobre o livro didático no Brasil, em especial, no que tange aos seus conteúdos. A realização dessas pesquisas e estudos sobre este tema tem gerado certo abalo na conduta de alguns profissionais, fazendo com que os mecanismos de adoção de Livros Didáticos deixem de ser tão casuísticos, estando, porém, muito aquém do ideal desejado.

Porém, vivenciamos uma presença marcante do Livro Didático no sistema educacional ao longo dos anos “um recurso pedagógico consolidado, porque resistiu às diversas mudanças ocorridas na educação [...]” (PAIS, 2006, p. 47-48). Tem-se constituído um poderoso instrumento no auxílio diário aos professores, desde as séries iniciais até o ensino superior, porém, alguns “[...] Professores e alunos tornaram-se seus escravos, perdendo a autonomia e o senso crítico que o próprio processo de ensino-aprendizagem deveria criar” (FREITAG, 1989, p. 128).

O Livro Didático indiscutivelmente tem contribuído decisivamente no processo de ensino e aprendizagem e é de suma importância saber escolher, pois, ele, facilita os trabalhos no ambiente intra e extraescolar, tanto para os professores quanto para os alunos. Todavia, este tem sido tomado, erroneamente, por grande parte dos docentes, como a única ferramenta de trabalho em sala de aula, ofuscando parcialmente os seus objetivos. Ele deve auxiliar como interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno, devendo especificar o conteúdo a ser estudado e o modo mais eficaz de aprendê-lo (BRASIL, 2010, p. 12). Porém, um Livro Didático de qualidade deveria trazer em seu bojo, além da mera apresentação de conteúdos a serem estudados, orientações didático-pedagógicas aos professores quanto à sua utilização, fornecendo-lhes auxílio para que possam ser explorados convenientemente, haja vista, que alguns já estão sendo padronizados dessa forma.

Para a escolha por determinado Livro Didático e a maneira como este aborda os conteúdos, faz parte de um bojo de processos que envolvem a ideologia de cada instituição e do seu corpo docente. Contudo, o Livro Didático como “produto final” não é um objeto isolado, sofre influência e influencia seus usuários. “Por isso, tanto na escolha quanto no uso do livro, o professor tem papel indispensável de observar a adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica, ao seu aluno e ao Projeto Político-Pedagógico (PPP) de sua escola” (BRASIL, 2010, p. 13).

> Sendo fruto da inspiração humana, não se pode negar que ele é impregnado, intencionalmente ou não, de tendências das mais diversas ordens, segundo a óptica pessoal do autor ou de um grupo que compartilha os mesmos princípios, a mesma visão de mundo, ou até mesmo determinados modismos (LOPES, 2000, p. 17).

No que se refere ao professor, ele é sem sombra de dúvidas, um elemento-chave no processo de adoção do Livro Didático, pois é ele quem escolhe o livro, sendo, ainda, responsável pelo seu aproveitamento eficaz para o processo de ensino-aprendizagem. Portanto, eles devem ser estimulados a repensarem continuamente os critérios que têm sido adotados para escolha do material didático. Pois de acordo com Freitag (1989, p. 140), “Caberá ao professor controlar a médio e longo prazo a qualidade do Livro Didático. É sua a responsabilidade de, daqui para frente, quebrar o círculo vicioso da reprodução da mediocridade".

Com base nas pesquisas de Lopes (2000), no ano de 1991, o Ministério de Educação e Cultura (MEC) encomendou uma investigação realizada por 23 professores universitários de todo o país, para analisar 90% dos livros didáticos de 1ª a 4ª série. Naquele ano o MEC, a Fundação de Amparo ao Estudante (FAE) e editoras passaram a discutir os resultados apresentados por essa comissão. A partir de 1995 intensificaram a investigação sobre a qualidade do Livro Didático e a pedido do MEC uma nova comissão de professores universitários analisou livros de 1ª a 8ª série, hoje correspondente de 1º ao 9º ano (LOPES, 2000).

Portanto, o diálogo entre os professores poderá levar a questionamentos sobre a abordagem dada aos conteúdos, sua relevância e aplicabilidade no dia a dia dos estudantes, por vezes, contrapondo-se a forma sugerida pelo Livro Didático que perderia o status de único e poderoso instrumento de trabalho, e principalmente no conteúdo que abordamos em nosso trabalho a Álgebra.

Com o Livro Didático já apresentado, abordaremos em seguida A Teoria dos Registros de Representações Semióticas criada por Raymond Duval, em um breve relato teórico.

1.3 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

A Teoria de Registros de Representações Semióticas tem como responsável o francês Raymond Duval, Filósofo e Psicólogo de formação, trabalhou no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França, de 1970 a 1995. É professor emérito da Universidade du Littoral Cote d'Opale da França onde também foi diretor do laboratório de Mudanças do Sistema Educacional. (MACHADO, 2007, p. 7)

Evidenciamos que A Teoria de Duval busca analisar a influência das representações de objetos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem em matemática com abordagem cognitiva e com objetivo de contribuir para que os alunos desenvolvam capacidades de raciocínio, de análise e de visualização (DUVAL, 2007, p.11). Em uma atividade de ensino, segundo Duval, pode-se apresentar um objeto matemático utilizando os registros de representação semiótica, os quais "... produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações os quais têm suas dificuldades próprias de significados e funcionamento". (DUVAL, 1993, P.39).

Mas o que significa Semiótica? Para Duval, teoria geral das representações, que leva em conta os signos sob todas as formas e manifestações que assumem (linguísticas ou não), enfatizando a propriedade de convertibilidade recíproca entre os sistemas significantes que integram.

A Educação Matemática nas últimas décadas teve uma preocupação muito grande entre os pesquisadores com relação à aquisição do conhecimento por parte dos estudantes e com a forma como se processa essa aprendizagem (DAMM, 2010, p. 167). Porém a Teoria dos Registros de Representações Semióticas tem-se mostrado um importante instrumento para os estudos concernentes a esta matéria, bem como quanto à organização de situações de aprendizagens de conhecimentos matemáticos (DUVAL, 2007, p. 8). Nesse contexto os trabalhos de Duval têm despertado o interesse de muitos pesquisadores como um poderoso instrumento no estudo da complexidade do processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos mais diversos níveis (SILVA, 2012, p. 35).

Com base em estudos e pesquisas, esse teórico usa uma abordagem cognitiva na qual não devemos partir dos erros e acertos dos alunos observados na resolução de exercícios, mas sim em descrever o funcionamento mental que possa possibilitar a compreensão do aluno e levá-lo a utilizar os conhecimentos adquiridos para outras situações de ensino ou de vivência do seu cotidiano na sociedade (DUVAL, 2007, p. 12). As dificuldades apresentadas por muitos alunos em compreender os conteúdos matemáticos, geralmente são atribuídas aos conceitos e complexidades epistemológicas próprios da Matemática. Dessa forma, para tentar compreender essas dificuldades, bem como a sua natureza, torna-se necessário estudar o complexo funcionamento cognitivo inerente às atividades Matemáticas. (SILVA, 2012, p. 36).

Para tanto, aderimos ao estudo da Álgebra, onde se é abordado os conceitos abstratos que não são diretamente acessíveis à percepção dos alunos, necessitando, dessa forma, de uma representação simbólica. De acordo com Pais (2006), “o conhecimento se faz pelo uso articulado da dimensão abstrata das ideias com a percepção das diferentes formas de comunicação”.

Segundo Duval et al., (2015, p. 9), quando pensamos o início do ensino da Álgebra, precisamos organizar a proposta de atividades voltadas para a compreensão das escritas algébricas pelos alunos, somos levados a propor a decomposição de um complexo de conhecimentos, os quais diferenciam-se segundo um posto de vista cognitivo ou matemático. Essas diferentes formas de representação são designadas por Duval como “Registros de Representações Semióticas” os quais representam as diferentes simbologias utilizadas na Matemática, tais como: a língua natural; sistemas de escritas numérica (binária, decimal, fracionária etc.), algébricas e simbólicas; figuras geométricas e gráficas cartesianas.

Tomando como base a História da matemática, utilizaremos como exemplo o desenvolvimento do sistema numérico, onde se pode afirmar que o sistema de numeração decimal, em comparação com os sistemas de numeração grego ou romano, trouxe maiores facilidades para representar os números, bem como na sua operacionalização. Segundo Duval “o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (DUVAL, 2003, p. 13), ou seja, o desenvolvimento da própria matemática se deu em função dos registros usados para expressar ideias construídas. Portanto, os objetos matemáticos, a começar pelos números e sua operacionalização, não são diretamente perceptíveis dependendo, assim, de um sistema de representação que nos permita visualizá-los, compreendê-los e operacionalizá-los (DUVAL, 2007, p. 13-14).

> A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando, para a sua apreensão, o uso de uma representação. Nesse caso, as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representações diferentes de um mesmo objeto matemático (DAMM, 2010, p. 169-170).

Constata-se uma grande variedade de Representações Semióticas utilizadas na Matemática, do Sistema de Numeração (Símbolos), ou por intermédio de Figuras Geométricas, Escritas na Língua Natural ou na Linguagem Algébrica, ou ainda por meio de Gráficos ou Desenhos. Duval as classifica em Registros Multifuncionais e Registros Monofuncionais, ambos subdivididos em Representação Discursiva e Representação Não-Discursiva, conforme sintetizado no quadro 1. SILVA (2012, p.38, Dissertação).

Quadro 1: Classificação dos diferentes tipos de registros

	Representação Discursiva	**Representação Não-Discursiva**
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: * argumentação a partir de observações, de crenças...; * dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). * Apreensão operatória e não somente perceptiva; * Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: * numéricas (binária, decimal, fracionária...); * algébricas; * simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. * Mudanças de sistema de coordenadas; * Interpolação, extrapolação.

Fonte: (DUVAL, 2007. p. 14).

Podemos verificar segundo a teoria de Duval, que para um indivíduo compreender um conceito científico precisa saber fazer a distinção entre o objeto e a sua representação (DUVAL, 2007, p. 21). Porém, “o que se observa, de forma geral, é a confusão da representação do objeto matemático com o próprio objeto matemático” (DAMM, 2010, p. 168).

Registros de representações e estabelecer relações entre eles significa apropriar-se do objeto estudado, e segundo Morretti:

> De um ponto de vista cognitivo, uma representação é parcial em relação aquilo que ela quer representar e que de um registro a outro não são os mesmos conteúdos de uma situação que são apresentados. (MORRETTI, 2002, p. 27).

Um aluno pode sentir dificuldade em certa representação, porém esta dificuldade poderia ser minimizada ou até mesmo eliminada ao ser trabalhada com outra forma de registro. O registro algébrico em sua grande maioria dificulta a visualização do aluno de uma aplicação desse conteúdo em seu cotidiano, mas se apresentarmos uma mesma equação por meio de uma situação-problema usando o registro da língua natural, para o educando poderá fazer mais sentido (BATTAGLIOLI, 2008, p.14-16).

Voltando os olhares para A Teoria dos Registros de Representações Semióticas, tem que ser dado ênfase a duas transformações de representação semiótica:

a) Os **Tratamentos** são transformações de representações dentro de um

> mesmo registro: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo Sistema de Escrita ou de Representação. (DUVAL, 2003, p. 16).
>
> b) As **Conversões** são transformações de uma representação mudando de um registro para o outro: passar da Escrita Algébrica de uma equação à sua Representação Gráfica (DUVAL, 2003, p. 16).

Segundo a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, é a atividade de conversão a responsável pela construção do conhecimento, ou seja, pela apropriação do saber, mesmo sendo difícil para os alunos, a coordenação entre os Registros de Representações Semióticas se faz necessária em virtude das limitações que cada registro apresenta, bem como para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos. Ainda na visão de Duval, é na conversão dos registros de representação que se encontra a chave para a aprendizagem matemática (DUVAL apud BATTAGLIOLI, 2008, p. 16).

Duval apresenta a conversão de registros nos dois sentidos da conversão, ou seja, devem ser analisados os registros de partida e o de chegada. Chamamos de **congruente**, quando a representação de chegada tem relação com a representação de partida, e **não-congruente** quando não está visível esta representação. (SILVA, 2012, p.40).

Em sua Teoria, Duval diz que, "é um grande equívoco imaginar que se um estudante estabelece uma conversão em um sentido, automaticamente terá condições de estabelecê-la no sentido oposto", existindo, "conversões que são congruentes em um sentido e não-congruentes no sentido oposto" (KARRER apud BATTAGLIOLI, 2008, p. 16-17).

Podemos verificar muitas vezes amparado pelos Livros Didáticos adotados, apenas um sentido de conversão é privilegiado, acreditando-se, erroneamente, que por meio do árduo treinamento efetuado num sentido de treino automático que o aluno estaria fazendo a conversão no outro sentido. (DUVAL, 2007, p. 20). Assim, para um bom entendimento do que seja uma conversão, dois aspectos fundamentais devem ser observados:

> Onde toda conversão tem um sentido a ser considerado. Se efetuar a conversão em um sentido não significa que seja possível efetuá-la no sentido inverso. Por essa razão, é necessário sempre indicar qual o sentido de partida e o de chegada; caso contrário, haverá risco de abuso de linguagem ou desvio conceitual. (ALMOULOUD, 2007, p. 73).
>
> E não se deve confundir o conteúdo da representação com o objeto representado, embora o registro permita explicitar ou revelar propriedades do objeto. Converter uma representação é, então, mudar o conteúdo e não somente a forma (ALMOULOUD, 2007, p. 73).

Em um de seus relatos Duval diz que nas atividades de ensino, habitualmente o sentido de conversão congruente é privilegiado e, quando se propõe a mudança de registro ou a mobilização simultânea de dois registros, as dificuldades tanto por parte do Professor como no aprendizado dos alunos aumentam consideravelmente, especialmente quando se trata de conversões não-congruentes. E para isso:

> limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem. [...] A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação (DUVAL, 2007, p. 21).

A mudança de um registro de representação para outro não é simplesmente uma mudança de tratamento, mas sim o trabalho de apresentar as diversas propriedades e aspectos diferentes de um mesmo objeto em mais de uma de suas possíveis representações. Sendo, justamente, na articulação desses registros que se encontra a chave da compreensão dos conceitos e objetos matemáticos (DUVAL, 2007, p. 22). Nesse sentido, a Teoria de Registros de Representações Semióticas relata que:

> Ao se tratar da articulação entre dois registros em relação à representação de um mesmo objeto matemático, duas condições devem ser efetivamente respeitadas: primeiramente, a sequencia deve ser constituído de uma série de tarefas que tratem dos dois sentidos da conversão; em segundo lugar, para cada sentido da conversão deve haver tarefas que comportem casos de congruência e casos mais ou menos complexos de não-congruência. Se o objetivo é acentuar a compreensão de uma noção matemática, pode ser importante que tais sequencias sejam constituídas por dois ou três pares de registros: de um lado, um par compreendendo um registro multifuncional e um registro monofuncional; de outro lado, um par compreendendo dois registros monofuncionais (DUVAL, 2007, p. 27).

Quando se trabalha com a Teoria desenvolvida por Duval, verifica-se a rapidez no reconhecimento dos objetos matemáticos nas suas várias representações a fim de ser útil e eficaz, pois isso está intimamente ligado ao nível de compreensão que o aluno possui e que poderá utilizar no reconhecimento de uma situação-problema do seu cotidiano (DUVAL, 2007, p. 28).

Portanto, segundo a Teoria de Registros de Representações Semióticas desenvolvida por Duval, que devemos ter em mente que uma das características da atividade Matemática é a diversidade de registros de representação possíveis de um mesmo objeto matemático, sendo o emprego de signos (gráficos, figuras, fórmulas, escrita), pertencentes a um sistema de representação, constituído de significado e funcionamento, tendo em vista que **a construção do conhecimento acontece mediante a conversão estabelecida entre duas ou mais formas distintas de Registro de Representação**, no sentido de mostrar a compreensão acerca do objeto estudado. Pois, sendo todo tipo de expressão com sua forma particular de representação repleta de significados e, sendo a educação um processo intermediado por uma comunicação, seja através do diálogo, gestos ou por meio da escrita, faz-se necessário discutir os diferentes registros de representação empregados no processo de ensino e aprendizagem dos objetos estudados, buscando conexão entre eles. A mobilização simultânea entre, pelo menos dois, registros de representação ao mesmo tempo, é uma condição fundamental para a compreensão em Matemática, segundo a Teoria desenvolvida por Duval (DUVAL, 2007, p. 30-31).

Vamos abordar no próximo capítulo, a Metodologia utilizada em nossa pesquisa, que denominamos como “Percurso Metodológico” e os procedimentos que faremos no decorrer de nosso estudo.

Capítulo 2

2 PERCURSO METODOLÓGICO

Nosso trabalho possui características de uma pesquisa de abordagem qualitativa de caráter bibliográfico, documental e interpretativo.

Esta pesquisa possui caráter qualitativo, pois foi realizada com determinada Coleção de Livros Didáticos sem o uso de métodos e técnicas estatísticas, conforme Prodanov (2013):

> Pesquisa qualitativa: considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para a coleta de dados e o pesquisador é o instrumento chave. (Prodanov, 2013, p. 70).

Também na pesquisa qualitativa, Moreira (2002) aborda as características básicas dessa metodologia, apresentando um sumário com seis itens, não pretendendo esgotá-las. Para ele, a pesquisa qualitativa inclui: 1) A interpretação como foco. Nesse sentido, há um interesse em interpretar a situação em estudo sob o olhar dos próprios participantes; 2) A subjetividade é enfatizada. Assim, o foco de interesse é a perspectiva dos informantes; 3) A flexibilidade na conduta do estudo. Não há uma definição a priori das situações; 4) O interesse é no processo e não no resultado. Segue-se uma orientação que objetiva entender a situação em análise; 5) O contexto como intimamente ligado ao comportamento das pessoas na formação da experiência; e 6) O reconhecimento de que há uma influência da pesquisa sobre a situação, admitindo-se que o pesquisador também sofre influência da situação de pesquisa.

No que se refere à pesquisa de cunho bibliográfico, afirmamos que essa explica um problema já existente publicado em documentos, sobre o qual se busca o domínio de um determinado tema (CERVO; BERVIAN, 2006). Complementando o domínio de pesquisa bibliográfica, Prodanov (2013) conclui que:

> Pesquisa bibliográfica: quando elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de: livros, revistas, publicações em periódicos e artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, material cartográfico, internet com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo o material já escrito sobre o assunto da pesquisa. Em relação aos dados coletados na internet, devemos atentar à confiabilidade e fidelidade das fontes consultadas eletronicamente. Na pesquisa bibliográfica é importante que o pesquisador verifique a veracidade dos dados obtidos, observando as possíveis incoerências ou contradições que as obras possam apresentar. (Prodanov, 2013, p.54).

Segundo Oliveira (2007), a pesquisa bibliográfica é uma modalidade de estudo e análise de documentos de domínio científico tais como livros, periódicos, enciclopédias, ensaios críticos, dicionários e artigos científicos. Como característica diferenciadora, refere-se a um tipo de “estudo direto em fontes científicas, sem precisar recorrer diretamente aos fatos/fenômenos da realidade empírica” (p. 69). Argumenta, ainda, que a principal finalidade da pesquisa bibliográfica é proporcionar aos pesquisadores e pesquisadoras o contato direto com obras, artigos ou documentos que tratem do tema em estudo: “o mais importante para quem faz opção pela pesquisa bibliográfica é ter a certeza de que as fontes a serem pesquisadas já são reconhecidamente do domínio científico” (p. 69). Em se tratando da pesquisa documental, esse mesmo autor afirma que essa se “caracteriza pela busca de informações em documentos que não receberam nenhum tratamento científico, como relatórios, reportagens de jornais, revistas, cartas, filmes, gravações, fotografias, entre outras matérias de divulgação” (p. 69).

Nosso estudo aborda a pesquisa documental, o uso de documentos na investigação científica e para que essa pesquisa aconteça, os pesquisadores pronunciam palavras como pesquisa, método, técnica e análise, teríamos, portanto, as seguintes denominações: pesquisa documental, método documental, técnica documental e análise documental. Vejamos como alguns autores se expressam: “A análise documental busca identificar informações factuais nos documentos a partir de questões e hipóteses de interesse” (CAULLEY apud LÜDKE e ANDRE, 1986:38); “Uma pessoa que deseja empreender uma pesquisa documental deve, com o objetivo de constituir um *corpus* satisfatório, esgotar todas as pistas capazes de lhe fornecer informações interessantes” (CELLARD, 2008: 298); “A técnica documental vale-se de documentos originais, que ainda não receberam tratamento analítico por nenhum autor.

E quanto à "Descrição Interpretativa", Thorne (1997) afirma que se trata de um método que tem raízes na Fenomenologia, na Etnografia e na Teoria Fundamentada nos Dados. Desse modo, utiliza ferramentas metodológicas comuns a esses métodos. Entretanto, quando a "Descrição Interpretativa" usa essas ferramentas, tem a preocupação de que o uso delas não seja para teorizar demasiadamente os resultados, e sim oferecer soluções práticas. Outro aspecto a ser destacado aqui em relação à aplicação prática da "Descrição Interpretativa", diz respeito ao número e formas de seleção de participantes em pesquisas que usam esse referencial. A esse respeito, Thorne (1997) considera que a amostra pode ser de variados tamanhos, embora a grande maioria dos estudos dentro desta abordagem seja susceptível à formação de grupos amostrais relativamente pequenos segundo a autora, seja possível produzir algo digno de documentar.

Desta forma, buscamos identificar nos Livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental em relação aos sistemas de equações, os Registros de Representações Semióticas e para tanto utilizamos documentos textuais, publicações de livros, sites, artigos, Dissertações e Teses, principalmente aqueles que discorrem das análises de Livros didáticos e dos Registros de representações Semióticas.

Para compreender o encaminhamento que adotamos quanto à metodologia da pesquisa, apresentamos na próxima seção, os procedimentos que viabilizaram a condução do trabalho.

2.1 PROCEDIMENTOS

Para discutirmos sob a perspectiva dos Registros de Representações Semióticas, nosso primeiro passo foi selecionar uma das ferramentas que mais o professor faz uso em sala de aula, enquanto único material, o Livro Didático. Nele, dentre vários assuntos da matemática, e pelos anos de magistério que possuímos, afirmamos que a maior dificuldade nesse componente curricular é a forma como um dos assuntos vem sendo abordado nesse material, a saber, a Álgebra.

Nos Livros Didáticos, a Álgebra aparece sob a forma da Língua Materna e da Linguagem Algébrica. Isto nos chamou muita atenção, pois desse modo temos percebido que não é suficiente para uma compreensão global do assunto, uma vez que necessitaria de uma ligação com a geometria, por entender que esta completaria o raciocínio algébrico e geométrico.

Nesse ínterim, deparamo-nos com o estudo da Base Nacional Comum

Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental Anos Finais, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's – Matemática – Ensino Fundamental, pois estávamos em processo de construção de uma proposta curricular para o Estado do Amazonas. Nesse documento, o assunto Álgebra está sendo abordado de 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, de maneira gradativa obedecendo às complexidades.

Na tentativa de incorrer em uma análise mais precisa, escolhemos como *corpus* da pesquisa as seguintes coleções: (i) A conquista da matemática – FTD – Giovanni, Giovanni Jr. e Castrucci; (ii) Matemática sem limites – Companhia Editora Nacional – Ubirajara Favilli; e (iii) Tudo é Matemática – Ática - Luiz Roberto Dante.

Acreditamos que nossa opção por apenas três coleções, reveste-se em vários fatores, mas principalmente por ser possível atingir o objetivo deste estudo com essa quantidade de coleções. Entretanto, não há intenção de vincular a ideia de que uma das coleções é melhor do que a outra, nosso foco de análise são os sistemas de equações no livro do 7º ano do ensino fundamental sob a perspectiva da Teoria de Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval e, para tanto, elegemos as seguintes categorias para verificação: Língua Natural, Sistemas de Escritas (Numéricas, Algébricas, Simbólicas), Figuras Geométricas e Gráficas Cartesianas, subdivididas em dois eixos, quais sejam: Estudos dos Livros Didáticos e As coleções didáticas: um olhar a partir da semiótica.

No capítulo que se segue, realizamos a discussão dos dados à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Capítulo 3

3 DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesse capítulo, abordaremos o estudo dos Livros Didáticos na concepção da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, bem como a análise de três coleções de Livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental, sob a luz da teoria de Duval.

3.1 ESTUDO DOS LIVROS DIDÁTICOS

Foram selecionadas três coleções adotadas nas escolas públicas estaduais da zona urbana do município de Manaus para esse estudo. Assim, propomos sob a perspectiva da Teoria de Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, a verificar o uso de diferentes formas de representação na introdução do conteúdo de Álgebra, apesar de não se referir expressamente à Teoria desenvolvida por Duval, nos livros do 7º ano do Ensino Fundamental.

Para realização deste trabalho, foi imprescindível a leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's relativos aos anos finais do Ensino Fundamental, e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC com o objetivo de identificar as recomendações, especialmente no que tange ao conteúdo de Álgebra (Sistema de equações).

Elegemos as seguintes categorias de formas de representação para verificação nas coleções estudadas: Língua Natural; Sistemas de Escritas (Numéricas, Algébricas, Simbólicas), Figuras Geométricas e Gráfico Cartesiano. Diversidade de Registros de Representação de um mesmo objeto e a mobilização simultânea entre pelo menos dois registros ao mesmo tempo, é uma condição fundamental para um aprendizado com significado, segundo a Teoria de Raymond Duval.

Portanto, não é nosso objetivo nesse trabalho, justificar se um dos livros está certo ou errado, contudo, contribuir na escolha mais criteriosa de materiais didáticos que atendam às necessidades dos professores e estudantes e que possam facilitar o processo de ensino e aprendizagem, aqui no que se refere à Álgebra.

3.2 AS COLEÇÕES DIDÁTICAS: UM OLHAR A PARTIR DA SEMIÓTICA

Nesta seção analisamos as coleções a partir da Teoria de Representações Semióticas, onde verificaremos a Língua Natural, Sistemas de Escritas (Numéricas, Algébricas, Simbólicas), Figuras Geométricas e Gráficas Cartesianas, subdivididas em dois eixos, quais sejam: Estudos dos Livros Didáticos e As coleções didáticas: um olhar a partir da semiótica.

3.2.1 Coleção α

Essa coleção inicia com duas perguntas fundamentais: Para que serve a matemática? Por que aprender todo esse conteúdo de Matemática na escola? A coleção propõe aplicação da matemática no cotidiano, como resultado do desenvolvimento e do aprofundamento de conceitos nela presente, com uma linguagem simples, mas sem fugir ao rigor que a matemática exige.

Os conteúdos algébricos constam da Unidade 4 “Equações”; Unidade 5 “Inequações”.

Não há uma introdução à Álgebra propriamente dita, o que aparece nos livros didáticos já é a própria equação, ou seja, o aluno já é apresentado de imediato às letras, sem uma breve apresentação da Álgebra.

Cada unidade é introduzida com um texto que apresenta os conteúdos que serão estudados, sendo a abordagem feita por meio de contextualização Matemática, e no desenvolvimento dos conteúdos constam as seções “exercícios”, “Brasil real”, “Para quem quer mais”, “Desafios”, “Aplicação do conteúdo abordado”, “Tratando a Informação” e “Um novo olhar”. No final de cada volume constam as respostas das atividades e indicações de leituras complementares para os alunos.

Ao final de cada livro constam além do “Caderno de Respostas”, as seguintes seções: “Lista de siglas”, “Bibliografia”; “Caderno do professor” com instruções pedagógicas e outros instrumentos didáticos.

Nosso estudo se concentrou na Unidade 4 do livro do 7º ano, essa Unidade é composta por 9 subitens, e escolhemos precisamente o subitem 9 “Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas”. Vamos discorrer sobre esse tema:

Nossa opção pela Unidade 4 ocorre por ser visível uma aproximação do que nos fala Raymond Duval em sua Teoria, como não se é apresentado uma introdução formal do estudo algébrico, resolvemos enfocar nesse Tema.

O capítulo é introduzido com um texto sobre venda “a quilo” em um restaurante, retrata todo procedimento de compra de comidas através do peso da mesma, usando depois uma fórmula matemática para se chegar ao preço a ser pago ao final da refeição.

Os autores relatam que são muitas as situações em que usamos letras para representar números e, ainda, expressões que envolvem letras, números e operações entre eles, apontando a Álgebra como uma linguagem fundamental da Matemática, pois com o uso de símbolos claros e precisos, possibilita representar operações e sentenças envolvendo números, bem como, para expressar fatos genéricos, e como abordar determinadas situações do dia a dia (GIOVANNI; GIOVANNI Jr.;CASTRUCCI, 2015, p. 108-109).

Para iniciar o estudo do Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas os autores apresentam uma situação problema, utilizando uma partida de voleibol.

Figura 1 - Exemplo introdutório do conteúdo Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Explorando

Responda às questões no caderno.

Em um jogo de voleibol não há empate. Por esse motivo, o regulamento de qualquer torneio de voleibol manda assinalar 2 pontos para cada jogo que a equipe vence e 1 ponto para cada partida que a equipe perde.

Se a equipe Lá do Bairro disputou 4 jogos e somou 7 pontos, quantos jogos venceu e quantos perdeu?

1. Para resolver essa questão, faça um quadro, como o que sugerimos a seguir, e complete-o considerando todas as possibilidades: de 0 a 4 vitórias e de 0 a 4 derrotas. Veja resposta no final do livro.

Número de jogos vencidos	Número de jogos perdidos	Número de jogos disputados (soma dos jogos vencidos com os jogos perdidos)	Soma dos pontos de acordo com os jogos disputados
		0 + 4 = 4	0 · (2) + 4 · (1) = 4

2. Observando o quadro que você montou e considerando os dados da situação, qual é o único par de números que satisfaz as duas condições apresentadas no problema?
(3, 1) → 3 + 1 = 4, 3 · (2) + 1 · (1) = 7

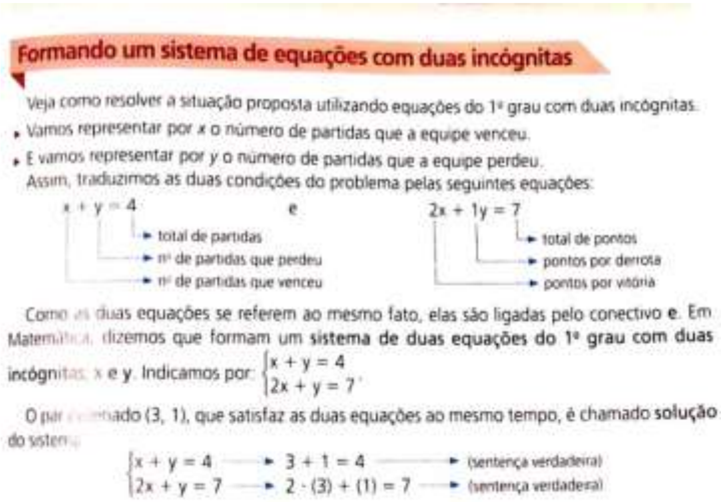
3. E se nesse torneio a equipe tivesse disputado 30 jogos no total e somado 51 pontos, quantas vitórias teria conquistado e quantas derrotas teria sofrido? 21 vitórias e 9 derrotas

Fonte: Coleção α

A partir dessa situação problema se propõe três questões: 1) fazer um quadro como na figura 1, e completá-lo considerando todas as possibilidades; 2) Observar qual o único par de números que satisfaz as duas condições do problema e 3) E se a equipe tivesse disputado 30 jogos e feito 51 pontos, quantas vitórias e quantas derrotas teria conquistado. (GIOVANNI; GIOVANNI Jr.; CASTRUCCI, 2015, p. 147).

Logo em seguida, traz um subtema intitulado: Formando um sistema de equações com duas incógnitas

Figura 2 - Formando um sistema de equações com duas incógnitas



Formando um sistema de equações com duas incógnitas

Veja como resolver a situação proposta utilizando equações do 1º grau com duas incógnitas.

- Vamos representar por *x* o número de partidas que a equipe venceu.
- E vamos representar por *y* o número de partidas que a equipe perdeu.

Assim, traduzimos as duas condições do problema pelas seguintes equações:

$x + y = 4$ e $2x + 1y = 7$

Como as duas equações se referem ao mesmo fato, elas são ligadas pelo conectivo **e**. Em Matemática, dizemos que formam um **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas** x e y. Indicamos por: $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

O par ordenado (3, 1), que satisfaz as duas equações ao mesmo tempo, é chamado **solução** do sistema.

$\begin{cases} x + y = 4 \longrightarrow 3 + 1 = 4 \longrightarrow \text{(sentença verdadeira)} \\ 2x + y = 7 \longrightarrow 2 \cdot (3) + (1) = 7 \longrightarrow \text{(sentença verdadeira)} \end{cases}$

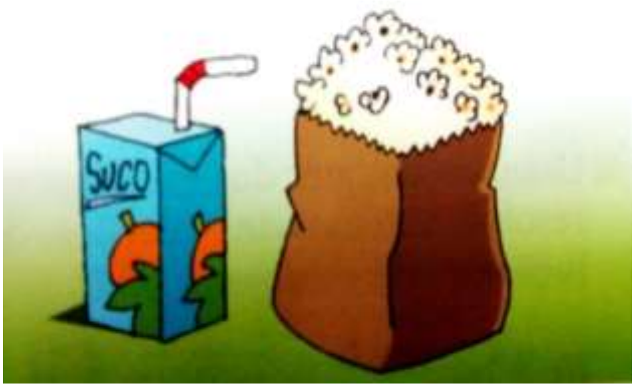
Fonte: Coleção α

Os autores mostram como resolver a situação problema proposto na figura 1, esclarecem que como as duas equações se referem ao mesmo fato, elas são ligadas pelo conectivo e. Em matemática, dizemos que formam um **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, x e y.** (GIOVANNI; GIOVANNI Jr.; CASTRUCCI, 2015, p. 147).

Na sequência, nos mostram como determinar a solução de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Descobrir o par ordenado que é a solução de um sistema de equações, através do método da SUBSTITUIÇÃO, e do método da COMPARAÇÃO (GIOVANNI; GIOVANNI Jr.; CASTRUCCI, 2015, p. 148 e 149).

Foi apresentado uma nova situação problema: O preço do pacote de pipocas é o dobro do preço de um suco. Sabendo que 3 pacotes de pipocas e 2 sucos custam juntos 24 reais, qual é o preço do pacote de pipocas?

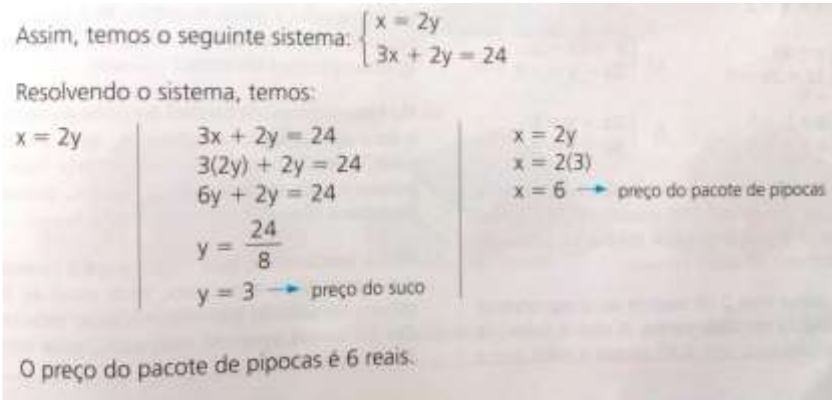
Figura 3 - Problema usando sistema de equações.



Fonte: Coleção α

Encerra o subitem “Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas” com esse problema da pipoca, onde se representará o preço do pacote da pipoca por **x** e o preço do suco por **y.** (GIOVANNI; GIOVANNI Jr.; CASTRUCCI, 2015, p.149).

Figura 4 - Resolução de um sistema de equações com duas incógnitas



Assim, temos o seguinte sistema: $\begin{cases} x = 2y \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$

Resolvendo o sistema, temos:

$x = 2y$

$3x + 2y = 24$
$3(2y) + 2y = 24$
$6y + 2y = 24$
$y = \frac{24}{8}$
$y = 3 \rightarrow$ preço do suco

$x = 2y$
$x = 2(3)$
$x = 6 \rightarrow$ preço do pacote de pipocas

O preço do pacote de pipocas é 6 reais.

Fonte: Coleção α

Observamos, no primeiro problema, a utilização do registro da Língua Natural, do Registro Numérico postados em uma tabela e do Registro em Linguagem Algébrica, ou seja, a partir de uma situação problema, onde um jogo de voleibol não há empate, e que se ganha 2 pontos para cada partida vencida e 1 ponto para cada partida perdida, se a equipe Lá do Bairro disputou 4 jogos e somou 7 pontos, quantos jogos venceu e quantos perdeu?

Em sua Teoria, Duval explica que os Registros de Representações são maneiras típicas de representar um objeto matemático, e o sistema do qual podemos representar um objeto matemático, denomina-se, sistema ou registro semiótico. Os **registros semióticos** são importantes não somente por ser constituírem num sistema de comunicação, mas também por possibilitarem a organização de informações a respeito do objeto representado. (PANTOJA, CAMPOS e SALCEDOS,2013, Artigo).

Como vimos na figura 2, o sistema de equações (x + y = 4 e 2x + y = 7) é o **objeto matemático**, tendo como **Sistema Semiótico** (Símbolo) e a **representação** (Algébrica)

No segundo problema, faz novamente o uso dos registros da língua natural, do numérico e da linguagem algébrica com o uso do sistema de equações (x= 2y e 3x + 2y = 24)

Constatamos, especificamente em relação ao primeiro problema, a utilização da conversão congruente em ambos os sentidos conforme sugere a Teoria de Duval, pois partindo do Registro da Língua Natural estabelece alguns Registros Numéricos e deste para um registro na Linguagem Algébrica que novamente é utilizada para retornar ao Registro Numérico. Além disso, faz o uso do tratamento quando, modifica na questão 3, e altera o número de jogos e o número de pontos obtidos.

Porém, não percebemos o uso da conversão não-congruente, ou seja, aquela conversão onde a representação de chegada não transparece na representação de partida, nesse caso, teria que estar presente a outra forma de registro semióticos como o uso de Registro Figural utilizando a Representação Geométrica, onde o **Objeto matemático** (sistema de equações); **Sistema Semiótico** (Figural) e **Representação** (Geométrica), confirmando alguns estudos que afirmam que este tipo de conversão é raramente empregada em atividades de ensino, fato que:

> [...] limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem (DUVAL, 2007, p. 21).

Finaliza o capítulo com atividades, desafios, problemas de aplicação (Brasil real), retomando o que aprendeu e um novo olhar para as equações estudadas e que serão aplicadas em diversos outros conceitos matemáticos.

3.2.2 Coleção β

Esta coleção dá boas vindas aos leitores e usuários apontando que a matemática pode ser aplicada no seu dia-a-dia. E convida a pensar, a resolver problemas e desafios, a trocar ideias, a observar ao seu redor, a ler sobre a evolução histórica da matemática, a trabalhar em equipe, a conhecer curiosidades, a brincar, a pesquisar, a argumentar, a reagir e a divertir-se de maneira prazerosa, agradável, participativa e sem aborrecimentos. (DANTE, 2009).

O volume do 7º ano é composto de dez capítulos. A Álgebra está contida no Capítulo 5 “Equação do 1º grau com uma incógnita” e Capítulo 6 “Equações do 1º grau com duas incógnitas, Inequações do 1º grau com uma incógnita e Sistemas de Equações”.

Os capítulos são introduzidos com a seção “Introdução” onde, segundo o autor, o aluno é convidado a ler um texto envolvendo situações problemas relacionado à matemática. Na visão do autor, esses problemas podem ser resolvidos com os conhecimentos que o aluno já possui motivando-o a pensar no conteúdo que será estudado no decorrer do capítulo.

Na seção “Atividades” o autor diz trazer propostas de atividades referentes ao capítulo que está sendo estudadas, por meio de situações problema, curiosidades, cálculos mentais, desafios, entre outros.

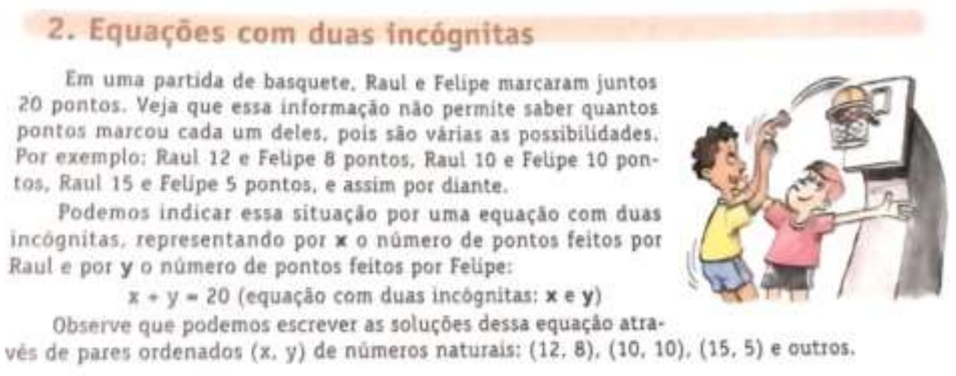
No final dos capítulos encontram-se as seções: “Revisão cumulativa” onde, segundo o autor, o aluno tem a oportunidade de exercitar os conhecimentos construídos; bem como a seção “ler”, “Pensar” e “Divertir-se” que traz textos com informações relacionadas à história da Matemática, curiosidades e desafios.

Ao final de cada livro constam além do “Caderno de Respostas”, as seguintes seções: “Glossário”, “leituras complementares”, “Bibliografia” e “Jogos”; “Caderno do professor” com instruções pedagógicas e outros instrumentos didáticos.

Nessa coleção o nosso trabalho se concentrou no Capítulo 6, subitem 3 intitulado “Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas” do livro do 7º ano, pois é nesse capítulo que vamos discorrer nosso trabalho.

O capítulo é introduzido com uma situação problema sobre uma partida de basquetebol, onde nos traz descrita na língua natural que posteriormente é representada na Linguagem Simbólica matemática e convertida na Linguagem Algébrica (fig. 5).

Figura 5 - Equações com duas incógnitas



2. Equações com duas incógnitas

Em uma partida de basquete, Raul e Felipe marcaram juntos 20 pontos. Veja que essa informação não permite saber quantos pontos marcou cada um deles, pois são várias as possibilidades. Por exemplo: Raul 12 e Felipe 8 pontos, Raul 10 e Felipe 10 pontos, Raul 15 e Felipe 5 pontos, e assim por diante.

Podemos indicar essa situação por uma equação com duas incógnitas, representando por **x** o número de pontos feitos por Raul e por **y** o número de pontos feitos por Felipe:

$x + y = 20$ (equação com duas incógnitas: **x e y**)

Observe que podemos escrever as soluções dessa equação através de pares ordenados (x, y) de números naturais: (12, 8), (10, 10), (15, 5) e outros.

Fonte: Coleção β

Esclarece que a letra x e y, do problema em questão, chamada de variável, pode assumir diversos valores, o que poderá tornar conhecidas as quantias que cada personagem do problema possui.

Dizemos que a equações (x + y= 20 e x= 3y) formam um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Resolver um sistema de equações significa procurar as soluções comuns a todas as suas equações (DANTE, 2009, pág. 141).

A partir desse exemplo, vai para a sessão “Atividades”, onde a resolução se dará através do “cálculo mental”. (DANTE, 2009, pág. 141).

Em seguida traz outra situação-problema na Língua Natural com o apoio de gravuras para representar quantidades. Transforma o texto em Linguagem Algébrica por meio de um sistema de equações, resolvendo o Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas com o auxílio do método da substituição. (fig. 6).

Figura 6 - Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Fonte: Coleção β

Em seguida traz na Língua Natural, transforma o texto em Linguagem Algébrica, a resolução da situação-problema utilizando o Método da substituição. (fig. 7).

Figura 7 - Resolução do Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

“peso” de cada latinha: **x**
“peso” de cada garrafa: **y**

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y = 270 \\ 3x + 2y = 460 \end{cases}$$

- Escolhemos a equação e a incógnita mais convenientes e determinamos o valor dessa incógnita em relação à outra.

$$2x + y = 270$$
$$y = 270 - 2x$$

- Na *outra equação* fazemos a substituição (**y** por $270 - 2x$) e obtemos uma equação com uma só incógnita, que já sabemos resolver:

$$3x + 2(270 - 2x) = 460$$
$$3x + 540 - 4x = 460$$
$$3x - 4x = 460 - 540$$
$$-1x = -80$$
$$x = 80$$

- Usando $y = 270 - 2x$ e sabendo que $x = 80$, podemos obter o valor de **y**:

$$y = 270 - 2 \cdot 80$$
$$y = 270 - 160$$
$$y = 110$$

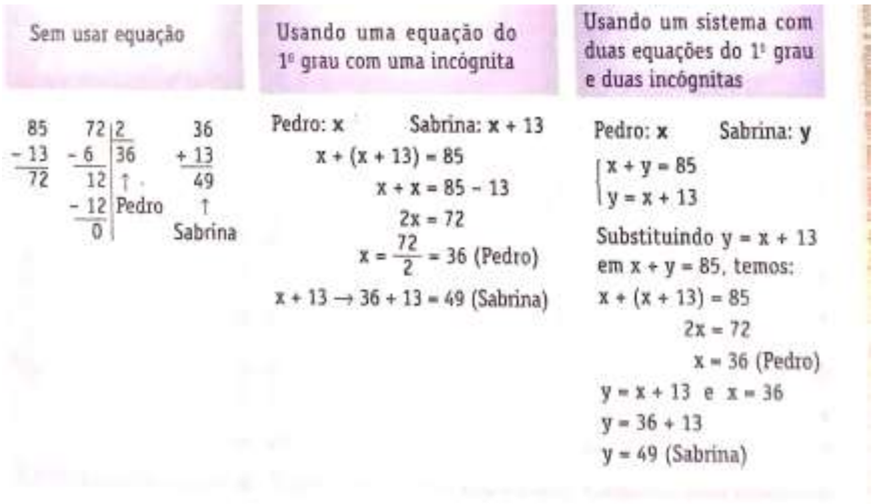
Logo, cada latinha “pesa” 80 g e cada garrafa “pesa” 110 g.

Fonte: Coleção β

Logo em seguida, apresenta algumas atividades que levam o aluno a exercitar a resolução de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Encerra o subitem “Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas” com essa situação problema, o autor usa a escolha da forma mais conveniente de resolver o problema, onde Pedro e Sabrina têm, juntos 85 figurinhas, mas Sabrina tem 13 a mais que Pedro. Quantas figurinhas tem cada um? O autor mostra três maneiras de se resolver essa situação. (fig. 8). (DANTE, 2009, p.143).

Figura 8 - Resolução do Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas



Sem usar equação

$85 - 13 = 72$; $72 \div 2 = 36$ (Pedro); $36 + 13 = 49$ (Sabrina)

Usando uma equação do 1º grau com uma incógnita

Pedro: x Sabrina: x + 13

$x + (x + 13) = 85$

$x + x = 85 - 13$

$2x = 72$

$x = \frac{72}{2} = 36$ (Pedro)

$x + 13 \rightarrow 36 + 13 = 49$ (Sabrina)

Usando um sistema com duas equações do 1º grau e duas incógnitas

Pedro: x Sabrina: y

$\begin{cases} x + y = 85 \\ y = x + 13 \end{cases}$

Substituindo $y = x + 13$ em $x + y = 85$, temos:

$x + (x + 13) = 85$

$2x = 72$

$x = 36$ (Pedro)

$y = x + 13$ e $x = 36$

$y = 36 + 13$

$y = 49$ (Sabrina)

Fonte: Coleção β

Observam-se, por meio das figuras apresentadas, que o autor faz o uso de diferentes formas de Registros de Representação Semiótica na introdução dos conceitos algébricos, tais como a Língua Natural; Linguagem Simbólica e da Linguagem Algébrica.

Verifica-se que nos exemplos usados, o autor faz a conversão da Língua Natural para a Linguagem Simbólica e Algébrica, não apresentando, contudo, numa mesma atividade, a conversão em ambos os sentidos, conforme sugere a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, faltando também à Linguagem Gráfica.

Na perspectiva da Teoria de Duval, que se encontra a chave para a aprendizagem Matemática na conversão dos registros de representação (BATTAGLIOLI, 2008, p.16). Porém, elas devem tratar a conversão nos dois sentidos da conversão, ou seja, devem ser analisados os registros de partida e o de chegada. Quando o registro de chegada transparece na representação de partida ocorre o que Duval chama de Congruência. Por outro lado, quando o registro de chegada não está visível no registro de partida, ocorre a Não-Congruência (SILVA, 2012, pág. 40).

Em conseguinte, segundo Duval, “é um grande equívoco imaginar que se um estudante estabelece uma conversão em um sentido, automaticamente terá condições de estabelecê-la no sentido oposto”, existindo, inclusive, “conversões que são congruentes em um sentido e não-congruentes no sentido oposto” (KARRER apud BATTAGLIOLI 2008, p. 16-17).

Para um bom entendimento do que seja uma conversão, é fundamental observar que:

> Toda conversão tem um sentido a ser considerado. Efetuar a conversão em um sentido não significa que seja possível efetuá-la no sentido inverso. Por essa razão, é necessário sempre indicar qual o sentido de partida e o de chegada, caso contrário, haverá risco de abuso de linguagem ou desvio conceitual (ALMOULOUD, 2007, p. 73).

Concluímos, amparados na Teoria desenvolvida por Duval, que apesar da coleção fazer o uso de diferentes formas de representação, estas foram tratadas apenas no sentido de conversão congruente, como tem sido praxe na maioria dos Livros Didáticos, sentimos falta da Representação Gráfica, pois o sistema de duas equações do 1º grau retrata o encontro de duas retas, não somente a escrita algébrica.

3.2.3 Coleção γ

Nesta obra o autor saúda dizendo que a coleção é fruto da sua prática em sala de aula ao longo dos seus 30 anos de dedicação ao magistério.

Segundo o autor as atividades trazem em seu bojo situações concretas de nosso dia a dia, fortalecendo a iniciativa e a criatividade em todo o processo de aprendizagem.

Na coleção há diversas biografias e citações históricas para que você conheça um pouco as ideias das pessoas que contribuíram para o desenvolvimento da matemática. Também está dividido em capítulos, no total de sete, sendo o conteúdo de Álgebra trabalhado no capítulo 3 “Fundamentos de Álgebra” (UBIRAJARA FAVILLI, 2009, PÁG.2).

Figura 9 - Tabela Introdutória para os Fundamentos de Álgebra

FRASE EM PORTUGUÊS	LINGUAGEM DA ÁLGEBRA
Um numero	n
O dobro de um número	$2 \times n$ ou $2n$
O triplo de um número	$3 \times n$ ou $3n$
A metade de um numero	$\frac{n}{2}$
Dois quintos de um número	$\frac{2}{5}n$ ou $\frac{2n}{5}$
O oposto de um número	$-n$
O inverso de um número diferente de zero	$\frac{1}{n}$ (com $n \neq 0$)
Um número adicionado a 10	$n + 10$
O quádruplo de um número menos 3	$4n - 3$
A terça parte de um número mais sua metade	$\frac{n}{3} + \frac{n}{2}$
O quadrado de um número	n^2

Fonte: Coleção γ.

O capítulo começa com um problema envolvendo expressões algébricas, e o uso da tabela (fig. 9), o uso da linguagem materna e a linguagem algébrica. São apresentados exercícios propostos (resolvidos), exercícios para os alunos resolverem. Seguem-se as seções “Lembretes” e “Nota” com atividades um pouco mais complexas que estimulam o raciocínio e incentivam o aluno a pensar com maior profundidade.

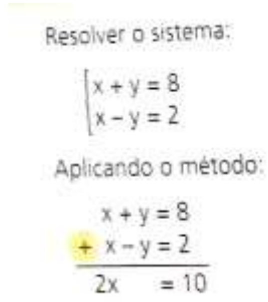
No final dos livros encontram-se “Indicação de leituras complementares“, “Referências bibliográficas”, “Respostas dos exercícios” “Manual do professor”, “Sugestões de livros paradidáticos” e “Sugestões metodológicas”, segundo o autor, poderão ser usadas para reforçar, ampliar, aprofundar, avaliar e fixar conceitos e procedimentos sobre os assuntos desenvolvidos no livro.

Interessa para a nossa pesquisa, neste momento, o capítulo 3 – “Fundamentos da Álgebra”, do livro do 7º ano. Especificamente ao capítulo 3, estudaremos “Sistemas de Equações”. o autor traz um pequeno problema introdutório, sobre Manoel que cria porcos e patos. Ele tem 59 animais totalizando 166 pés. Quantos porcos e quantos patos Manoel têm?

Na sequência, para demonstrar a resolução do problema, faz-se uma sequência de passos: 1) Nomeia duas incógnitas; 2) Sistema de equações; 3) coeficientes numéricos; 4) termos independentes e 5) Resolução de um sistema de equações (UBIRAJARA FAVILLI, 2009, Pág. 75 e 76).

Em seguida o autor usa dois métodos de resolução de sistemas de equações: Método da Adição (fig. 10 e 11) e Método da Substituição (fig. 12).

Figura 10 - Método da Adição


Resolver o sistema:

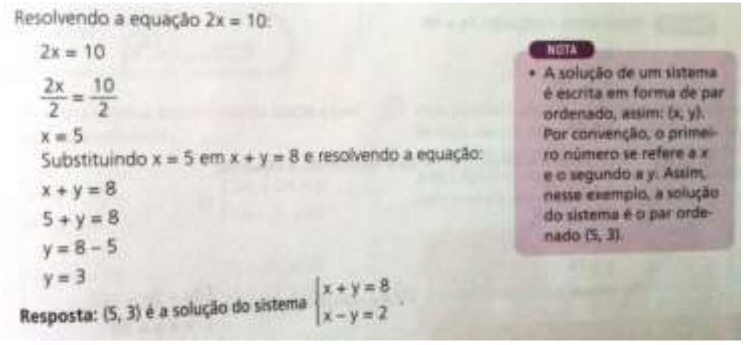
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Aplicando o método:

$$\begin{array}{r} x + y = 8 \\ + \quad x - y = 2 \\ \hline 2x \quad\ = 10 \end{array}$$

Fonte: Coleção γ.

Figura 11 - Método da Adição


Resolvendo a equação $2x = 10$:

$2x = 10$

$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$

$x = 5$

Substituindo $x = 5$ em $x + y = 8$ e resolvendo a equação:

$x + y = 8$

$5 + y = 8$

$y = 8 - 5$

$y = 3$

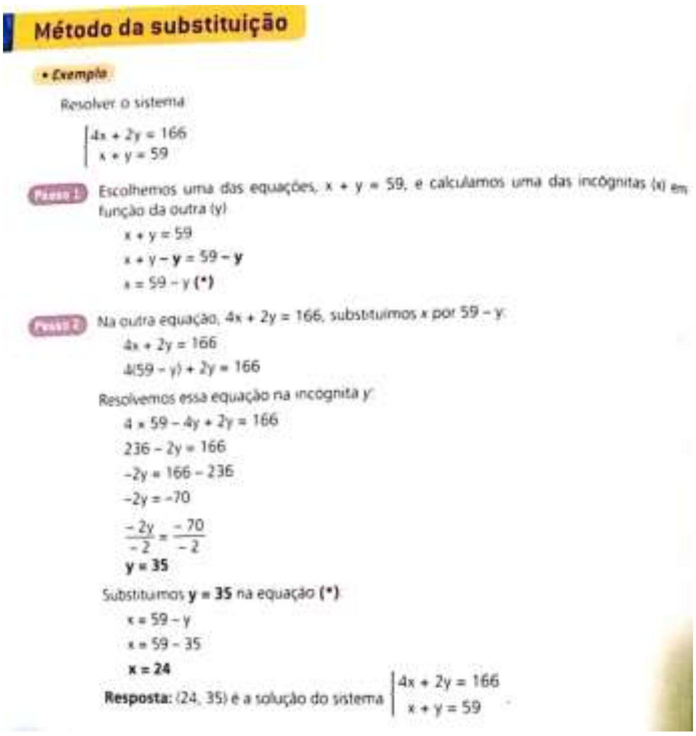
Resposta: (5, 3) é a solução do sistema $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

NOTA

- A solução de um sistema é escrita em forma de par ordenado, assim: (x, y). Por convenção, o primeiro número se refere a x e o segundo a y. Assim, nesse exemplo, a solução do sistema é o par ordenado (5, 3).

Fonte: Coleção γ.

Figura 12 - Método da Substituição


Método da substituição

• Exemplo

Resolver o sistema

$$\begin{cases} 4x + 2y = 166 \\ x + y = 59 \end{cases}$$

Passo 1 Escolhemos uma das equações, $x + y = 59$, e calculamos uma das incógnitas (x) em função da outra (y)

$x + y = 59$

$x + y - \mathbf{y} = 59 - \mathbf{y}$

$x = 59 - y$ **(*)**

Passo 2 Na outra equação, $4x + 2y = 166$, substituímos x por $59 - y$:

$4x + 2y = 166$

$4(59 - y) + 2y = 166$

Resolvemos essa equação na incógnita y:

$4 \times 59 - 4y + 2y = 166$

$236 - 2y = 166$

$-2y = 166 - 236$

$-2y = -70$

$\frac{-2y}{-2} = \frac{-70}{-2}$

$\mathbf{y = 35}$

Substituímos **y = 35** na equação **(*)**:

$x = 59 - y$

$x = 59 - 35$

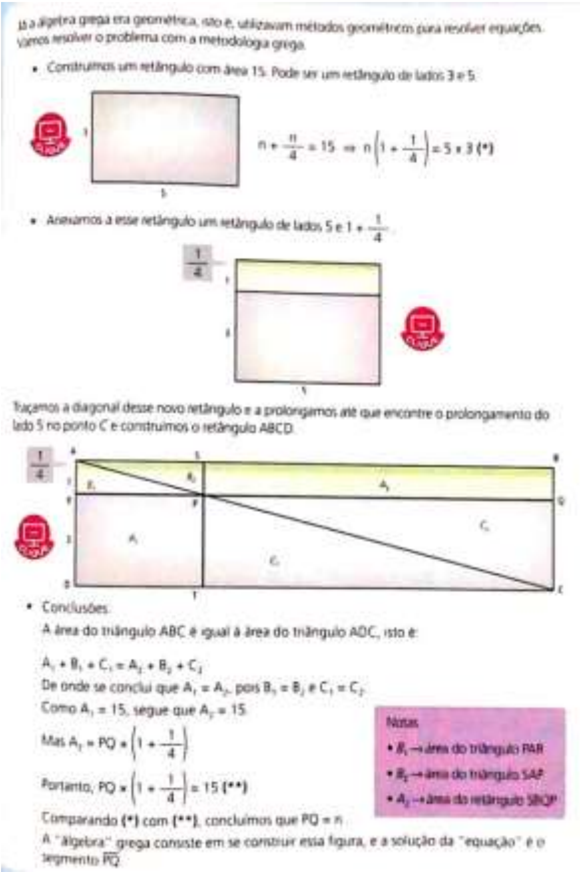
$\mathbf{x = 24}$

Resposta: (24, 35) é a solução do sistema $\begin{cases} 4x + 2y = 166 \\ x + y = 59 \end{cases}$

Fonte: Coleção γ.

Encerra o subitem “Sistemas de equações” com a sessão “A Álgebra de ontem e de hoje” o autor usa um pequeno texto mostra a junção da Álgebra com a Geometria. (fig. 13). (UBIRAJARA FAVILLI, 2009, Pág. 85).

Figura 13 - A Álgebra de ontem e de hoje



Já a álgebra grega era geométrica, isto é, utilizavam métodos geométricos para resolver equações. Vamos resolver o problema com a metodologia grega.

- Construímos um retângulo com área 15. Pode ser um retângulo de lados 3 e 5.

$$n + \frac{n}{4} = 15 \Rightarrow n\left(1 + \frac{1}{4}\right) = 5 \times 3 \ (*)$$

- Anexamos a esse retângulo um retângulo de lados 5 e $1 + \frac{1}{4}$.

Traçamos a diagonal desse novo retângulo e a prolongamos até que encontre o prolongamento do lado 5 no ponto C e construímos o retângulo ABCD.

- Conclusões:

A área do triângulo ABC é igual à área do triângulo ADC, isto é:

$A_1 + B_1 + C_1 = A_2 + B_2 + C_2$

De onde se conclui que $A_1 = A_2$, pois $B_1 = B_2$ e $C_1 = C_2$.

Como $A_1 = 15$, segue que $A_2 = 15$.

Mas $A_2 = PQ \times \left(1 + \frac{1}{4}\right)$

Portanto, $PQ \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 15 \ (**)$

Comparando (*) com (**), concluímos que $PQ = n$.

A "álgebra" grega consiste em se construir essa figura, e a solução da "equação" é o segmento $\overline{PQ}$.

Notas:

- $B_1 \rightarrow$ área do triângulo PAR
- $B_2 \rightarrow$ área do triângulo SAP
- $A_2 \rightarrow$ área do retângulo SBQP

Fonte: Coleção y

Conforme o próprio autor anuncia, a coleção traz um número reduzido de explicações, pois segundo ele a sua obra “prioriza a atividade do aluno, estimulando a reflexão, a experimentação e a resolução de problemas, com o objetivo de auxiliar na produção de significados” (UBIRAJARA FAVILLI, 2009 – Manual Pedagógico do Professor, p. 4). Isso nos levou a observar o uso dos Registros de Representações Semióticas nas atividades.

Observam-se, por meio das figuras apresentadas, que o autor faz o uso de diferentes formas de Registros de Representações Semióticas na introdução dos conceitos algébricos, tais como a Língua Natural; Linguagem Simbólica e da Linguagem Algébrica.

Verifica-se que nos exemplos usados, o autor faz a conversão da Língua Natural para a Linguagem Simbólica e Algébrica, não apresentando, contudo, numa mesma atividade, a conversão em ambos os sentidos, conforme sugere a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, faltando também à Linguagem Gráfica.

Na perspectiva da Teoria de Duval, que se encontra a chave para a aprendizagem Matemática na conversão dos registros de representações (BATTAGLIOLI, 2008, p.16). Porém, elas devem tratar a conversão nos dois sentidos da conversão, ou seja, devem ser analisados os registros de partida e o de chegada. Quando o registro de chegada transparece na representação de partida ocorre o que Duval chama de Congruência. Por outro lado, quando o registro de chegada não está visível no registro de partida, ocorre a Não-Congruência. (SILVA, 2012, pág. 40).

Em conseguinte, segundo Duval, "é um grande equívoco imaginar que se um estudante estabelece uma conversão em um sentido, automaticamente terá condições de estabelecê-la no sentido oposto", existindo, inclusive, "conversões que são congruentes em um sentido e não-congruentes no sentido oposto" (KARRER apud BATTAGLIOLI 2008, p. 16-17).

Para um bom entendimento do que seja uma conversão, é fundamental observar que:

> Toda conversão tem um sentido a ser considerado. Efetuar a conversão em um sentido não significa que seja possível efetuá-la no sentido inverso. Por essa razão, é necessário sempre indicar qual o sentido de partida e o de chegada, caso contrário, haverá risco de abuso de linguagem ou desvio conceitual (ALMOULOUD, 2007, p. 73).

No decorrer das atividades a tônica permanece na alternância entre a conversão da língua natural para a linguagem algébrica ou da linguagem geométrica para a representação algébrica, em especial no último caso. (fig. 13). Porém, apesar de observarmos o uso da conversão congruente nessa alternância entre os registros, a exemplo da maioria dos Livros Didáticos, não visualizamos no sistema de equações o uso da conversão não- congruente.

Concluímos, amparados na Teoria desenvolvida por Duval, que apesar da coleção fazer o uso de diferentes formas de representação, estas foram tratadas apenas no sentido de conversão congruente, como tem sido praxe na maioria dos livros didáticos, sentimos falta da representação gráfica, pois o sistema de duas equações do 1º grau retrata o encontro de duas retas, não somente a Escrita Algébrica.

Depois da análise das três coleções de Livros Didáticos, em seguida faremos nossas considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como o objetivo central de nosso trabalho é verificar, em volumes do 7º ano do Ensino Fundamental, Os Sistemas de equações nos Livros Didáticos adotados por professores de escolas públicas Estaduais da zona urbana do município de Manaus, sob a perspectiva da Teoria de Registros de Representações Semióticas, observamos que todas as coleções examinadas transitam entre mais de uma forma de representação relacionado à atividade Matemática, quais sejam os Registros da Língua Natural, o Registro Numérico, o Registro Simbólico e o Registro da Linguagem Algébrica. Sentimos falta nas três coleções do Registro da Linguagem Geométrica.

Fica visível também que apesar das transformações do tipo Tratamento e Conversão serem usadas por todas as coleções analisadas, prioriza-se o uso da Conversão Congruente apenas em um sentido, contrariando a Teoria de Registros de Representações Semióticas. Contudo, o sentido de Conversão Congruente é privilegiado em comparado ao sentido de Conversão Não-Congruente, fato que já fora observado em outros trabalhos de vários pesquisadores.

Acreditamos que o trabalho com dois ou mais registros de representação de um mesmo objeto matemático além de evitar o “isolamento” em apenas um registro, cria a oportunidade para que o aluno não confunda o objeto matemático com uma das suas representações, e, ainda possibilita ultrapassar as limitações específicas a cada forma de registro, possibilitando um aprendizado mais coerente e eficaz.

Constatamos uma quantidade excessiva de exercícios mecânicos, em uma das coleções, podendo, essas atividades estarem de maneira mais criativa, prática e aplicável ao cotidiano.

É imprescindível ressaltar que esta pesquisa não tem a intenção de encerrar o estudo sobre Álgebra (sistema de equações), nem de apresentar um “remédio” infalível para ser utilizado num curto espaço de tempo e melhorar significativamente o desempenho dos alunos.

Vale frisar também que a leitura de diversos trabalhos sobre a Álgebra, e sua história, sobre o Livro Didático e consequentemente sobre a Teoria de Registro de Representações Semióticas certamente irão mudar nossa postura profissional, a saber, na utilização de ferramentas como o software Geogebra em sala de aula, mostrar para os alunos as várias representações de um objeto matemático, modificar sua forma de dar aula buscando alternativas ou metodologias ativas e de cunho pedagógico lúdico para que o ensino e aprendizagem dos alunos se tornem cada vez mais coerente e eficaz.

Fizemos uma análise comparativa entre o estudo realizado por SILVA, Edson Benedito Antunes Ângelo da, com o Tema: A introdução de conceitos algébricos em livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental à luz dos Registros de Representações Semióticas. (SILVA, 2012, pág. 89) e obtivemos conclusões semelhantes.

Desta maneira, nosso estudo ratifica a importância da Teoria de Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval na procura de melhorias para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática nas suas diversas formas de representação, das quais: Língua Natural, Linguagem Algébrica, Registro Numérico e Simbólico, Representação Gráfica e Geométrica. E que através dos Currículos que os estados estão elaborando, possa propor a inclusão das novas tecnologias digitais educacionais no cotidiano do professor em sala de aula, auxiliando-o no processo ensino aprendizagem, como é o caso do software Geogebra, dentre outros, fortificando assim a aplicação da Teoria de Duval, para que a aprendizagem dos alunos seja mais integra e eficiente.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ARAUJO, Elizabeth Adorno de. **Influências das habilidades e das atitudes em relação à Matemática e a escolha profissional.** Campinas: Tese de Doutorado – UNESP, 1999.

BARRETO, Beatriz de Castro; MONTEIRO, Maria Cristina G. de Góes. **Professor, livro didático e a contemporaneidade.** In: Ensaio da Revista Pesquisas em Discurso Pedagógico – Fascículo nº4. Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/11983/11983.PDF. Acesso em 05 de novembro de 2010.

BATTAGLIOLI, Carla dos Santos Moreno. **Sistemas Lineares na segunda série do Ensino Médio:** Um olhar sobre os livros didáticos. São Paulo: Dissertação de Mestrado – PUC, 2008.

BELTRAME, Juliana Thais. **A Álgebra nos Livros Didáticos: um estudo dos usos das variáveis, segundo o Modelo 3UV.** São Paulo: Dissertação de Mestrado – PUC, 2009.

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. 2.ed. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.

____. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2011**. Ministério da Educação. Brasília: 2011.

____. Secretaria de Educação Fundamental. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

____. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/distribuicaosimadnet/pesquisar>. Acesso em: 12 de jul. de 2010.

CARVALHO, Cláudia Cristina Soares de. **Uma análise das tarefas de prova e demonstrações em tópicos de Álgebra no primeiro ano do Ensino Médio.** São Paulo: Dissertação de Mestrado – PUC, 2007.

CELLARD, A. **A análise documental**. In: POUPART, J. et al. A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis, Vozes, 2008.

CERVO, Amado L.; BERVIAN, Pedro A.; silva, Roberto da. **Metodologia científica 6**. Ed. São Paulo; Person Prentice Hall, 2007.

DAMM, Regina Flemming. **Registros de Representação.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.) **Educação Matemática:** Uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática.** 3ª ed. São Paulo: Ática, 2009.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem Matemática:** Registros de representação semiótica. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática.** Campinas – SP: Editora Unicamp, 1997.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, **E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas.** Lisboa: Universidade de Lisboa, 2005.

FREITAG, Bárbara; COSTA, Wanderly F. da; MOTTA, Valéria R. **O livro didático em questão.** São Paulo: Cortez, 1989. (Coleção educação contemporânea)

GIOVANNI, GIOVANNI Jr. E CASTRUCCI. **A Conquista da Matemática.** São Paulo: FTD, 2015.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J., **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**, Campinas, SP, Papirus, 1997.

LOPES, Jairo de Araújo. **Livro Didático de Matemática:** Concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática. Campinas: Tese de Doutorado – UNESP, 2000.

LÜDKE, Menga e ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática:** Registro de Representação Semiótica. 3.ed. Campinas, Sp: Papirus, 2007.

MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM. Álgebra **ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?, Pró-posições**, vol. 3, n° 1, Campinas, SP, 1992.

MOREIRA, Daniel Augusto. **O método fenomenológico na pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002

MORRETTI, Méricles Thadeu. **O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática.** Itajaí: Contrapontos. N.6. p. 23-37. Set/dez 2002.

NOGUEIRA, Rosane Corsini Silva. **A Álgebra nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental:** uma análise praxeológica. Campo Grande: Dissertação de Mestrado – UFMS, 2008.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis, Vozes, 2007.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PANTOJA, Lígia Françoise Lemos. **A conversão de registros de representações semióticas no estudo de sistemas de equações algébricas lineares.** Belém, 2008.

PRODANOV, Cleber Cristiano. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico.** 2. ed. - Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

QUINTILIANO, Luciene de Castro. **Conhecimento declarativo e de procedimento na solução de problemas algébricos.** São Paulo: Dissertação de Mestrado – UNESP, 2005.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **O livro didático: alcance e limites.** In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, 2004. Disponível em: www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19-Mauro.doc. Acesso em: 10 de novembro de 2010.

SANTOS, Leandra Gonçalves dos. **Introdução do pensamento algébrico:** um olhar sobre professores e Livros Didáticos de Matemática. Vitória: Dissertação de Mestrado – UFES, 2007.

SANTOS, Leila Muniz. **Concepções do professor de Matemática sobre o ensino de Álgebra.** São Paulo: Dissertação de Mestrado – PUC, 2005.

SILVA, Edson Benedito Antunes Angelo da. **A introdução de conceitos algébricos em livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental à luz dos Registros de Representação Semiótica.** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cuiabá, 2012.

THORNE S, Kirkham SR, MacDonald-Emes J. **Interpretive description: a noncategorical qualitative alternative for developing nursing knowledge.** Res Nurs Health 1997; 20(2):169-177.

UBIRAJARA FAVILLI. **Matemática sem limites.** 1ª Edição, São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2009.