

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**

**WAGNER AGUILERA MANOEL**

**UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A GEOMETRIA NOS ANOS**  
**FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**SOROCABA**

**2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**

**WAGNER AGUILERA MANOEL**

**UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A GEOMETRIA NOS ANOS**  
**FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**WAGNER AGUILERA MANOEL**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Antônio Noel Filho**

**SOROCABA**

**2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**

**WAGNER AGUILERA MANOEL**

**UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A GEOMETRIA NOS ANOS**  
**FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional.

Orientação: Prof. Dr. Antônio Noel Filho

**SOROCABA**

**2019**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

---

### Folha de Aprovação

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Wagner Agullera Manoel, realizada em 14/02/2019:

---

Prof. Dr. Antonio Noel Filho  
IFSP

---

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira  
UFSCar

---

Prof. Dr. Robson dos Santos Ferreira  
UFPA

Te amarei de janeiro a janeiro,  
até o mundo acabar. 🐼

(*De janeiro a janeiro*, Roberta Campos)

Dedico a minha amada esposa Bruna Cardozo Nunes

## AGRADECIMENTO

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Agradeço:

a Deus, primeiramente pelo dom da vida. Também por me dar força, sabedoria e coragem para concluir essa etapa fundamental para minha vida acadêmica;

ao meu orientador, Professor Antonio Noel Filho, por aceitar meu projeto de mestrado e me auxiliar nessa importante etapa na minha vida.

ao Prof. Dr. Paulo César Oliveira e ao Prof. Dr. Robson dos Santos Ferreira, pelas importantes contribuições no Exame de Defesa

aos meus pais, Carmen Cecília Aguilera Manoel e Roberto Manoel, que não mediram esforços para me ajudar em todas as fases da minha vida, em especial nesta etapa acadêmica. Além da imensa gratidão, sinto muito orgulho de ser filho deste casal. Aos meus irmãos Vitor Aguilera Manoel e Vinicius Matheus Aguilera Manoel, que também me auxiliaram muito em toda minha trajetória até chegar nesse momento;

ao meu avô e melhor amigo, José Alcides Aguilera (*in memorian*), e à minha avó Therezinha Ronqui Aguilera (*in memorian*), cuja sede de conhecimento, sabedoria e desejo de ser professora me inspiraram a escolher essa profissão;

à Bruna Cardozo Nunes, minha amada esposa e companheira de todos os momentos, que me ajudou principalmente nas horas mais difíceis, com muito cuidado e carinho, além de dividir muitos momentos felizes, como o término deste trabalho;

ao querido tio Pedro Aparecido Manoel, pelas preciosas sugestões e por me ajudar nos momentos de maiores dificuldades;

ao professor Dr. Sergio Lorenzato, que me proporcionou momentos de muito aprendizado e sabedoria, os quais guardo sempre em minha memória e em meu coração.

aos grandes amigos Ivan Camargo Ferreira e Tiago Pintor Mendes, por fazerem parte da minha história e por me ajudarem em minhas conquistas acadêmicas e profissionais;

a Maria das Dores por me auxiliar mais uma vez nas correções de língua portuguesa. Seu trabalho me inspira e mostra a importância de um texto bem escrito. Agradeço ao seu primoroso trabalho e aos seus preciosos ensinamentos;

ao Professor Dr. Valdeni Soliani Franco, por me introduzir às reflexões sobre a Educação Matemática e por proporcionar diversas discussões sobre esse área da educação;

aos professores do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, especialmente aos professores: Dra. Lilian Akemi Kato, Dr. João Roberto Gerônimo, Prof. Me. João César Guirado, Dr. Marcelo Escudeiro Hernandez, Dr. Emerson Luiz do Monte Carmelo, Dr. Doherty Andrade; Dr. Cícero Lopes Frota e Profa. Ma. Carla Montorfano;

e a todas as pessoas que, mesmo não mencionadas, contribuíram para a conclusão desta dissertação.



## RESUMO

A importância de ensinar Geometria é tema presente em diversas pesquisas em Educação Matemática (LORENZATO 1995, FONSECA *et. al* 2002; BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010). Esses autores consideram fundamental a presença da Geometria no ambiente escolar, seja pela importância dessa disciplina na cultura e na história da humanidade, seja pelas habilidades cognitivas que ela desenvolve, ou mesmo pelo fato de ela estar presente no cotidiano do aluno. Manoel (2014) classificou as contribuições do ensino da Geometria em 11 eixos de análise (currículo, história, outras áreas do conhecimento, natureza, cotidiano, afetividade, resolução de problemas, habilidade cognitivas, pensamento crítico, apreciação estética e criatividade) e afirmou que esses eixos poderiam ser utilizados como método de ensino de Geometria. Diante dessa problemática, a questão que emergiu e que norteou esta pesquisa foi: quais as contribuições que os 11 eixos podem possibilitar como metodologia de ensino de Geometria para o segundo segmento do Ensino Fundamental? O objetivo desta investigação foi analisar a metodologia dos 11 eixos e identificar suas contribuições para o ensino de Matemática nas situações de aprendizagens propostas. A metodologia de pesquisa escolhida foi a qualitativa do tipo naturalista, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006). A análise, feita com o auxílio de cinco professores de duas escolas da cidade de Sorocaba-SP, utilizou o registro das atividades destes docentes. Através de nossa análise, foi possível concluir que os 11 eixos como método de ensino de Geometria auxiliam os professores na elaboração das aulas de matemática, seja na escolha e na criação de atividades ou na seleção de materiais didáticos que apresentem o maior número de eixos, contribuindo assim para a preparação de aulas mais diversificadas, formativas, críticas, estimulantes e criativas, propiciando um melhor ensino de Matemática e um auxílio a outras disciplinas como Ciências, Física e Artes.

**Palavras-chave:** Geometria. Ensino de Geometria. Metodologia de Ensino

## ABSTRACT

The importance of teaching Geometry is a present theme in several researches in Mathematic Education (LORENZATO 1995, FONSECA et. al 2002; BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010). These authors consider fundamental the presence of geometry in the school environment, be it for the importance of this subject in the culture and in the history of humanity, or be it through cognitives abilities that it develops, or, even through the fact that it is present in the student's day-to-day routine. Manoel (2014) has classified the contributions of teaching geometry in eleven axes of analyses (Curriculum, History, Other Areas of Knowledge, Nature, Quotidian, Affectivity, Problems Solving, Cognitive Abilities, Critical Thinking, Aesthetics Appreciation and Creativity) and has affirmed that these axes could be used as a method of Teaching Geometry. In the face of this problematic, the question that has emerged and has guided this research was: which are the contributions that the eleven axes can make it possible as methodology of teaching geometry for the second segment of middle school? The purpose of this research was to analyze the methodology of the 11 axes and to identify their contributions to the teaching of Mathematics in the situations of proposed learning. The methodology of research chosen was the qualitative of the naturalistic type, according to Fiorentini e Lorenzato (2006). The analyze, done with the help of five teachers from two schools from the city a Sorocaba-SP, it has used the register of the activities of these teachers. Through our analyze, it was possible to conclude that the eleven axes as a method of teaching Geometry help teachers in the preparation of their mathematic classes, choosing or creating activities or selecting the didactic material that present a greater amount of axes, contributing therefore for a preparation of more diversified, formative, critical, stimulating and creative classes, providing a better teaching of mathematic and an aid to other subjects such as Sciences, Physics and Arts.

.

**Key-words:** Geometry. Teaching Geometry. Methodology of Teaching.

## SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| <b>INTRODUÇÃO</b> .....                            | 13 |
| <b>CAPÍTULO 1: REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....       | 18 |
| 1.1 HABILIDADES COGNITIVAS .....                   | 21 |
| 1.2 CURRÍCULO .....                                | 24 |
| 1.3 OUTRAS ÁREAS DO CONHECIMENTO .....             | 26 |
| 1.4 COTIDIANO .....                                | 28 |
| 1.5 AFETIVIDADE .....                              | 29 |
| 1.6 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....                   | 29 |
| 1.7 CRIATIVIDADE .....                             | 30 |
| 1.8 PENSAMENTO CRÍTICO .....                       | 31 |
| 1.9 NATUREZA .....                                 | 31 |
| 1.10 APRECIÇÃO ESTÉTICA.....                       | 34 |
| 1.11 HISTÓRIA .....                                | 36 |
| <b>CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA</b> .....              | 40 |
| <b>CAPÍTULO 3 – APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES</b> ..... | 43 |
| <b>CAPÍTULO 4 – ANÁLISE</b> .....                  | 46 |
| 4.1 ANÁLISE DA ATIVIDADE 1 .....                   | 43 |
| 4.2 ANÁLISE DA ATIVIDADE 2 .....                   | 45 |
| 4.3 ANÁLISE DA ATIVIDADE 3 .....                   | 46 |
| 4.4 ANÁLISE DA ATIVIDADE 4 .....                   | 48 |
| 4.5 ANÁLISE DA METODOLOGIA DOS 11 EIXOS .....      | 50 |
| 4.5.1 Análise do Professor P1 .....                | 50 |
| 4.5.2 Análise do Professor P2 .....                | 50 |
| 4.5.3 Análise do Professor P3 .....                | 50 |
| 4.5.4 Análise dos Professores P4 E P5 .....        | 51 |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....                  | 57 |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....                           | 59 |
| <b>ANEXO I – Registro das Atividades</b> .....     | 63 |

## LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 1 – Representação geométrica da soma de números ímpares .....27
- FIGURA 2 – Geometria dos cristais e dos flocos de neve (cujo módulo é repetido 12 vezes).....32
- FIGURA 3 - Estudo geometria da borboleta com base na proporção áurea, simetria da borboleta e teia de aranha.....33
- FIGURA 4 – Proporção áurea numa das espirais da margarida e arranjo de folhas num caule seguindo a configuração do número de Fibonacci .....33
- FIGURA 5 – Arranjos de átomos de carbono se enrolam para formar tubos longos, cujo diâmetro mede entre 1 e 2 nanômetros.....33
- FIGURA 6 – O Homem de Vitruvius – Leonardo da Vinci.....34
- FIGURA 7 – Método de Eratóstenes para medir a circunferência da terra.....38

## INTRODUÇÃO

### A importância da Geometria para os dias atuais

A Geometria ainda se apresenta como ferramenta importante para a vida do homem contemporâneo. Fonseca *et. al.* (2002, p. 72-73) afirmam que a Geometria está presente em “diversas situações da vida cotidiana: na natureza, nos objetos que usamos, nas brincadeiras infantis, nas construções, nas artes”, ou seja, ainda possui papel de extrema relevância.

À nossa volta podemos observar as mais diferentes formas geométricas. Muitas dessas formas fazem parte da natureza, outras já são resultado das ações do homem. É freqüente, ainda, nos depararmos com relações e conceitos da Geometria incorporados à nossa linguagem, à organização que damos a objetos e idéias e valores estéticos. (FONSECA *et al.*, 2002, p.72-73).

Porém, apesar da sua fundamental importância para a formação do aluno, o ensino de Geometria passou por décadas de abandono no século passado (PAVANELLO, 1993, LORENZATO, 1995), como o período do Movimento da Matemática Moderna (MMM), em meados das décadas de 60 e 70. O ensino de Geometria nesses anos priorizava os aspectos lógico-dedutivos, com muitas demonstrações. Segundo Nacarato e Passos (2003), nesse movimento, a Geometria com uma

abordagem euclidiana clássica (que estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço) deveria ser substituída por outra, mais rigorosa e atualizada, como a Geometria das Transformações de Felix Klein (1872), que possui, como ponto de partida, a noção de grupo de transformação do espaço (Piaget e Garcia, 1987, p.105). Sabe-se que o movimento modernista tinha como princípio à modernização curricular. Nesse sentido, incluir no currículo escolar as geometrias desenvolvidas no século XIX seria mais pertinente do que manter a geometria euclidiana do século III a.C. No entanto, essa nova abordagem para a geometria era tão complexa quanto a euclidiana (NACARATO, PASSOS, 2003, p. 24-25).

Posterior o fracasso do MMM na década de 80, Lorenzato (1995) relata que “a proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas” (LORENZATO, 1995, p.4). No ano de 1995, esse mesmo autor afirma, com as contribuições de Perez (1991) e Pavanello (1993), que o ensino de

Geometria foi praticamente abandonado nas salas de aula do Ensino Básico nos anos que se sucederam a esse movimento.

No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. Vários trabalhos de pesquisadores brasileiros, entre eles Perez (1991) e Pavanelo (1993), confirmam essa lamentável realidade educacional. E por que essa omissão? São inúmeras as causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas(...). A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula. (LORENZATO 1995, p.1)

Os artigos desses e outros autores contribuíram para o retorno da Geometria no currículo escolar e hoje o seu ensino assume relevância nos Parâmetro Curriculares Nacionais (PCN) e no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), não aparecendo mais nas últimas páginas dos livros didáticos (RODRIGUES, 2009).

Na busca de procurar argumentos a favor do ensino da Geometria contidos nesse período após MMM, em 2014 concluímos uma pesquisa de mestrado intitulada *A importância do Ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Razões apresentadas nas pesquisas brasileiras*, referenciada nessa pesquisa como Manoel (2014).

Por meio de uma pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise, fez-se uma seleção temática e foram selecionadas seis dessas. A meta-análise, de acordo Fiorentini e Lorenzato, consiste em “realizar uma análise crítica de um conjunto de estudos já realizados, tentando extrair deles informações adicionais que permitam produzir novos resultados, transcendendo aqueles obtidos” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 71).

Nessa dissertação, Manoel (2014), procurou identificar quais as razões apresentadas nas pesquisas brasileiras entre 2006 e 2011 que justificam a importância do ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF). Das 62 pesquisas encontradas com o tema Geometria nos AIEF, apenas seis delas foram analisadas. A limitação temporal deve-se ao fato de que foi apenas em 2006 que a CAPES instituiu a divulgação digital das teses e dissertações produzidas pelos programas de doutorado e mestrado e essa seleção do material se deve ao fato de que apenas estas seis pesquisas traziam elementos com maiores condições de análise dentro da questão a que se propôs responder.

Por meio de nossa análise, foi possível encontrar indícios de como as pesquisas justificam a importância do ensino de Geometria nos AIEF e quais as razões para ensiná-la. Os 11 eixos apresentados (currículo, história, outras áreas do conhecimento, natureza, cotidiano, afetividade, resolução de problemas, habilidade cognitivas, pensamento crítico, apreciação estética e criatividade) podem indicar quais as razões apresentadas pelos autores das pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2011 para ensinar Geometria nos AIEF (MANOEL, 2014). É importante ressaltar que apenas depois da análise das pesquisas foi possível identificar todas essas razões que tornam a Geometria fundamental para estar presente nos AIEF.

Os eixos de análises antes da leitura das pesquisas (categorias prévias) focalizavam nas habilidades cognitivas. Contudo, após a análise do material selecionado, as pesquisas mostraram que o currículo, a história, a presença da Geometria em outras áreas do conhecimento e até mesmo outras habilidades, como a apreciação estética e a criatividade, também apresentam justificativas importantes para essa disciplina estar nos primeiros anos do Ensino Fundamental. De acordo com a nossa análise, cada eixo apresenta razões que justificam a importância do ensino de Geometria. Por isso, uma das conclusões obtidas é que pesquisas em Educação Matemática podem se utilizar destes eixos para justificar as razões para ensinar Geometria. (MANOEL, 2014)

Identificar e argumentar em favor da importância do ensino da Geometria utilizando os onze eixos propostos pode “auxiliar a prática dos professores em sala de aula, o que incidirá principalmente na aprendizagem dos alunos do primeiro segmento do Ensino Fundamental, mas também sobre discentes de outros segmentos do Ensino Básico” (MANOEL, 2014, p.108)

Nesse sentido, por meio de nossa análise, foi proposto outras pesquisa com essa mesma temática, contudo utilizando os 11 eixos com outros objetivos.

[...] a partir da nossa análise, propomos mais pesquisas que mostrem situações de aprendizagens ligadas aos eixos de análise para justificar a importância do ensino da Geometria já encontrada na literatura, ou mesmo, identificar outras que ainda não foram descobertas. Esse tipo de pesquisa proposto colabora com o argumento segundo o qual a Geometria desempenha papel fundamental para os AIEF, pois apresenta situações reais, em diversos locais e condições, nos quais ela se apresenta como importante para a formação do aluno.

Concluindo, afirmamos que as razões apresentadas nas pesquisas analisadas colaboram para justificar a importância de ensinar Geometria nos AIEF, ainda que alguns eixos tenham sido mais explorados que outros. Propomos que novas pesquisas sejam feitas apresentando também situações de aprendizagem para exemplificar melhor seus argumentos. (MANOEL, 2014, p. 120)

Sendo assim, no período de 2017 a 2019, realizamos um mestrado profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT pelo Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos - Campus Sorocaba com objetivo de realizar uma pesquisa de mestrado utilizando os 11 eixos não mais como forma de analisar outras pesquisas, mas sim como metodologia de ensino que norteia as atividades docentes e possibilitam aos educandos o acesso a atividades geométricas mais diversificadas e motivadoras.

Diante dessas premissas, a pergunta central desse trabalho é: **quais as contribuições que os 11 eixos podem possibilitar como metodologia de ensino de Geometria para o segundo segmento do Ensino Fundamental?**

Para tanto, realizou-se uma pesquisa qualitativa do tipo naturalista, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), na qual foram analisados cinco professores de uma escola da cidade de Sorocaba, por meio dos registros de atividades dos docentes.

Esta dissertação compõe-se dos seguintes capítulos:

Capítulo 1: apresentar-se-á nossos pressupostos teóricos, adquiridos por meio de leitura e análise da literatura sobre o assunto.

Capítulo 2: mostrar-se-á a metodologia da pesquisa qualitativa do tipo naturalista e uma síntese contendo um perfil dos professores e o local da pesquisa.

Capítulo 3: mostrar-se-á um resumo dos encontros com os professores e das atividades propostas.



Capítulo 4: apresentar-se-á uma análise do material produzido em duas etapas: 1) a análise das quatro atividades aplicadas no encontro com os professores; 2) análise das atividades dos 11 eixos como metodologia de ensino de Geometria.

## CAPÍTULO 1 - A IMPORTANCIA DE ENSINAR GEOMETRIA E OS ONZE EIXOS

A importância de ensinar Geometria está presente em diversas pesquisas brasileiras, tais como: Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Fonseca *et al.*, (2002), Nacarato e Passos (2003) e Broitman e Itzcovich (2008); e em autores internacionais, como por exemplo Freudenthal, que afirma que a Geometria é:

uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possam de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são uma guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta. (FREUDENTHAL, 1973, *apud* FONSECA *et al.*, 2002 p.92-93)

Como citado na Introdução, no período de 2011 a 2014 foi realizada uma pesquisa de mestrado no Programa de Pós Graduação em Educação da Universidade Estadual de Campinas, intitulada *A importância do Ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Razões apresentadas nas pesquisas brasileiras* (MANOEL, 2014), a qual analisa as justificativas para se ensinar geometria utilizando 11 eixos de análise.

A pesquisa de Manoel (2014) encontrou no Banco de Teses e Dissertações da CAPES 62 pesquisas com o tema ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF), defendidas no período de 2006 a 2011. Por meio de uma pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise, fez-se uma seleção temática e foram selecionadas seis dessas pesquisas. A meta-análise foi realizada por meio de eixos de análises que foram identificados nas pesquisas escolhidas, ou seja, onze razões para ensinar Geometria. Esses eixos propostos são descritos resumidamente abaixo (MANOEL, 2014).

1. Currículo: considera a presença da Geometria em documentos oficiais, como as orientações contidas nos PCN e os conteúdos geométricos encontrados em livros didáticos. Revela-se também a importância dada à Geometria por esses documentos, considerando sua ausência ou sua presença, e de que forma ela é abordada.

2. História: mostra a presença da Geometria na história da humanidade, seja na história do currículo, na história de povos antigos - como egípcios e gregos, ou mesmo na história das produções artísticas presentes no mundo em diversos períodos.

3. Outras áreas do conhecimento: apresenta o desenvolvimento interdisciplinar da Geometria com outras áreas da matemática (Aritmética e Álgebra), bem como para outras áreas do conhecimento (Ciências, Artes, Engenharia). Nesse tópico, a Geometria aparece como apoio a estas outras áreas, destacando suas relações com a Geometria e o desenvolvimento que esta pode proporcionar.

4. Natureza: apresenta onde a Geometria pode ser encontrada na natureza, como nas rochas, nas plantas e nos animais, dentre outros. Nesse tópico são consideradas, por exemplo, as formas dos objetos tridimensionais, proporções que aparecem em diversos objetos e os padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados.

5. Cotidiano: considera a importância que a Geometria possui no dia a dia dos alunos. Atividades como brincar, se locomover e se comunicar implicam diversas habilidades que envolvem Geometria. Nesse sentido, a Geometria aparece como importante para atividades rotineiras dos alunos, e são essas características que serão consideradas neste eixo.

6. Afetividade: aborda os aspectos emocionais que a Geometria pode favorecer no ensino de Matemática, como características motivacionais e prazerosas.

7. Resolução de problemas: apresenta o auxílio que a Geometria pode oferecer em atividades escolares que exigem a resolução de problemas. Alguns autores defendem a resolução de problemas como um ramo da Educação Matemática a ser trabalhado na escola. Nesse aspecto, consideramos também a presença da Geometria para auxiliar na criação e na resolução de atividades envolvendo esse ramo da Educação Matemática.

8. Habilidades cognitivas: considera as habilidades cognitivas que o ensino de Geometria pode desenvolver durante as aulas. Nesse aspecto, foram consideradas as habilidades (visuais, de desenho e construção, de comunicação e de lógica) descritas por Hoffer (1981), mas também outros termos para designar essas habilidades, como percepção espacial e pensamento geométrico.

9. Pensamento crítico: aborda a contribuição da Geometria no sentido de desenvolver a argumentação dos alunos. Os conteúdos geométricos podem desenvolver o pensamento crítico quando leva os educandos a justificarem suas respostas. Sob esse aspecto é que esse eixo será pautado.

10. Apreciação estética: os educandos podem elaborar, reproduzir ou analisar produções artísticas nas aulas de Geometria. Nesse sentido, a apreciação estética do aluno pode ser desenvolvida. Esse eixo procura investigar como e por que esse aspecto deve estar presente nas aulas de Geometria.

11. Criatividade: as aulas de geometria podem promover atividades que auxiliam os educandos na capacidade de criar ou de inventar. Nesse sentido, esse eixo procura discutir como o ensino de Geometria pode desenvolver essa capacidade.

Percebeu-se, ao final da pesquisa, que esses 11 eixos podem ser utilizados como metodologia de ensino de Geometria não apenas nos AIEF, mas em outras etapas da Educação Básica.

Identificar e argumentar em favor da importância do ensino da Geometria pode auxiliar a prática dos professores em sala de aula, o que incidirá principalmente na aprendizagem dos alunos do primeiro segmento do Ensino Fundamental, mas também sobre discentes de outros segmentos do Ensino Básico e Superior. (MANOEL, 2014, p. 119)

Diante dos argumentos apresentados, propor-se-á nessa pesquisa uma metodologia que ajude a desenvolver o ensino da Geometria com alunos da segunda parte do Ensino Fundamental.

Nesse capítulo, apresenta-se e aprofunda-se o aspecto teórico dos 11 eixos, enfatizando a importância da Geometria em cada aspecto.

### **1.1 Habilidades Cognitivas**

As habilidades cognitivas foram descritas em 1981 por Allan Hoffer, em seu artigo "Geometry is more than proof" (HOFFER, 1981), e classificadas por ele em cinco categorias. As categorias de Hoffer (1981) são utilizadas por terem subsidiado o referencial teórico desse eixo.

A seguir, um quadro com a descrição feita por Bressan, Bogisic e Crego (2010) de cada habilidade:

| <b>Habilidades Cognitivas</b>                |  |
|--|--|
| Habilidades visuais:                         | A habilidade de visualização implica em duas formas de representação: por um lado, representar o mental através de formas visuais externas; por outro, representar, a nível mental, objetos visuais (representação interna).   |
| Habilidades de desenho e construção          | As representações externas em Matemática são uma escritura, um símbolo, um traço, um desenho, uma construção, com os quais se pode dar ideia de um conceito ou de uma imagem interna relacionada com a Matemática (figura, número, vetor, função, etc.).                 |
| Habilidades de aplicação ou de transferência | As habilidades de aplicação ou de transferência são aquelas que nos permitem utilizar, neste caso a Geometria, para explicar fenômenos, fatos ou conceitos e resolver problemas de dentro e de fora da Matemática.   |
| Habilidades de comunicação                   | A habilidade de comunicação é a competência do aluno para ler, interpretar e comunicar com sentido, em forma oral e escrita, informação (neste caso, geométrica), usando de forma adequada o vocabulário e os símbolos da linguagem matemática.                          |
| Habilidades de lógica                        | As habilidades lógicas estão relacionadas com as habilidades do raciocínio analítico, isto é, aquelas necessárias para desenvolver um argumento lógico. No ensino de Geometria, um dos fatores a ser considerado é o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos |

**Fonte:** Bressan, Bogisic e Crego (2010)

Um dos estudos utilizados para estabelecer o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico foi elaborado pelo casal van Hiele<sup>1</sup>. Esses cinco níveis de van Hiele, segundo Bressan, Bogisic e Crego (2010) e Crowley (1994) são:

**Nível 1 Visualização:** utiliza apenas as informações visuais dos objetos, ou seja, utiliza apenas a percepção global, sem identificar suas propriedades específicas.

**Nível 2 Análise:** reconhece a presença de propriedades geométricas nas figuras. Pode até considerar elementos pertencentes a um conjunto, contudo não faz relação entre os conjuntos.

**Nível 3 Dedução Informal** – Consegue definir os objetos geométricos e fazer relações entre os conjuntos e suas propriedades específicas.

**Nível 4 Dedução Formal** - O indivíduo é capaz de utilizar a linguagem matemática de maneira lógica e formal para justificar suas afirmações.

**Nível 5 Rigor** - A pessoa é capaz de trabalhar com diferentes tipos de Geometria e vê-la de um ponto de vista abstrato, sem a necessidades de recorrer a modelos concretos.

Ressalta-se que essas cinco habilidades cognitivas descritas por Hoffer não são desenvolvidas separadamente (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010). Essas mesmas autoras apresentam a importância dos registros geométricos como forma de expressão de raciocínio dedutivo e indutivo.

as representações ou modelos geométricos externos confeccionados pelos docentes ou pelos próprios alunos não somente servem para evidenciar conceitos e imagens visuais internas, mas também são meios de estudo das propriedades geométricas, servindo de base à intuição e a processos indutivos e dedutivos de raciocínio. (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010, p. 41, tradução nossa).

Acerca das habilidades de desenho e construção, autoras como Nacarato, Mengall e Passos (2009, p. 45) afirmam que o registro pictórico que um aluno realiza é uma estratégia que possibilita mais detalhes que um registro matemático. Por esse motivo elas afirmam que “da mesma forma que o registro escrito – em linguagem corrente ou Matemática -, o pictórico também precisa ser incentivado e valorizado”.

---

<sup>1</sup> Os professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof investigaram o desenvolvimento do pensamento geométrico - modelo de van Hiele, cujos resultados começaram a ser publicados em 1959. O modelo de van Hiele foi amplamente divulgado em 1976 por Hans Freudenthal, na Holanda, em seu livro "Mathematics as an EducationalTask" (1973). Ultimamente, com as traduções para o inglês feitas em 1984 por Geddes, Fuys e Tischler, vem aumentando o interesse pelas contribuições do casal. (KALLEF *et al.*, 1994)

Relacionando a importância do registro com o pensamento Geométrico, para Thon (1971, p. 698), *apud* Pavanello (1989, p. 183):

[...] a geometria é um intermediário natural e possivelmente insubstituível entre a língua e o formalismo matemático, no qual cada objeto é reduzido a um símbolo e o grupo de equivalências é reduzido à identidade do símbolo escrito consigo mesmo. Deste ponto de vista, o estágio do pensamento geométrico pode ser um estágio impossível de omitir no desenvolvimento normal da atividade racional do homem. (THON, 1971, *apud* PAVANELLO, 1989, p. 183).

Nesse sentido, Lorenzato complementa que a Geometria exige do aluno uma maneira específica de raciocinar: “isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria” (LORENZATO, 1995, p. 5). Nesse mesmo artigo, esse autor enfatiza a importância do pensar geométrico, destacando que:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Os PCN de Matemática (BRASIL, 1997, p. 55-56) corroboram também, posteriormente, os argumentos de Lorenzato, ao afirmar que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, pois, “por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”.

Esse documento também afirma que

É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim distanciar-se do espaço sensorial ou físico. E o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e, de outro, possibilita o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais. (BRASIL, 1997, p. 81-82)

No próximo tópico iremos nos aprofundar mais sobre os PCN de Matemática.

## 1.2 Currículo

Neste eixo apresentar-se-á a importância da Geometria no currículo de Matemática. Contudo, essa importância não se restringirá às razões para ensinar Geometria contidas nos documentos oficiais. Por exemplo, o último parágrafo do eixo “habilidades cognitivas” e os próximos tópicos também citam os PCN.

Os PCN nortearam nas últimas décadas o currículo das disciplinas da Educação Básica, em especial de Matemática. Para Dumont (2008), os PCN contribuíram para a relevância dos conteúdos geométricos, depois de a geometria ter sido praticamente abandonada durante muito tempo, por influência do Movimento da Matemática Moderna na década de 60.

Este documento traz uma seção especial denominada “Espaço e Forma,” para tratar das formas geométricas, e “Grandezas e Medidas”, que apresenta alguns tópicos que relacionam os entes geométricos a uma unidade de medida. Segue-se um quadro com os conteúdos desenvolvidos na segunda etapa do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997, p. 60-61).

| <b>Espaço e Forma</b>  | <b>Grandezas e Medidas</b>  |
|--|---|
| • Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista.  | • Comparação de grandezas de mesma natureza, com escolha de uma unidade de medida da mesma espécie do atributo a ser mensurado.   |
| • Utilização de malhas ou redes para representar, no plano, a posição de uma pessoa ou objeto.   | • Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento, massa, capacidade, superfície, etc.   |
| • Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construção de itinerários.  | • Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, grama, miligrama, quilograma, litro, mililitro, metro quadrado, alqueire, etc. |
| • Representação do espaço por meio de maquetes.  | • Reconhecimento e utilização de unidades usuais de tempo e de temperatura.   |
| • Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.  | • Estabelecimento das relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.   |
| • Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas. | • Reconhecimento dos sistemas de medida que são decimais e conversões usuais, utilizando-as nas regras desse sistema.   |
| • Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades. • Identificação da simetria em figuras tridimensionais.           | • Reconhecimento e utilização das medidas de tempo e realização de conversões simples.  |
| • Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.   | • Utilização de procedimentos e instrumentos de medida, em função do problema e da precisão do resultado.   |



|  |  |
|--|--|
| • Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.   | • Utilização do sistema monetário brasileiro em situações-problema.  |
| • Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc. | • Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas. |
| • Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc.       |  |
| • Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.     |  |
| • Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas.  |  |
| • Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.   |  |

**Fonte:** Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 60-61).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam a importância da Geometria no auxílio de resolução de problemas na Matemática e em outras áreas do conhecimento:

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.

Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 39).

Com relação ao bloco “Grandezas e Medidas”, Fonseca *et. al.* (2002, p. 25) fazem uma síntese desse tópico, afirmando que ele se destaca por sua forte relevância social e seu evidente caráter prático e utilitário. “Embora se incluam nesse bloco conteúdos que extrapolam ideias propriamente geométricas, a abordagem de algumas noções de grandezas e medidas proporciona melhor compreensão de conceitos métricos relativos ao espaço e às formas”.

### 1.3 Outras áreas do conhecimento

Como visto nos parágrafos anteriores, o eixo outras áreas do conhecimento está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Esses Parâmetros (BRASIL, 1997, p. 82) também afirmam que, no segundo ciclo do Ensino Fundamental, nas aulas de Geometria, o trabalho de localização pode ser aprofundado por meio de

atividades que mostram a possibilidade de se utilizarem malhas, diagramas, tabelas e mapas. Nesse sentido, “o estudo do espaço na escola pode ser feito a partir de atividades que tenham a ver com outras áreas, como a Geografia, a Astronomia, a Educação Física e a Arte”.

Del Grande (1994, p. 159 - 160) afirma que as crianças adquirem percepção espacial através de experiências encontradas em seu meio. “A percepção espacial não só ajuda as crianças a chegarem à escola, como é essencial para capacitá-las a ler, escrever, soletrar, aprender aritmética, pintar, praticar esportes, desenhar mapas e ler música”. Assim, essa percepção

desenvolveria habilidades tais como discriminação visual, memória visual, percepção de relações espaciais que são importantes não apenas para desenvolver as capacidades espaciais e geométricas das crianças, mas também para auxiliá-las em tarefas relacionadas à arte, à música, à matemática mesmo, à leitura de mapas e ao desenvolvimento da leitura e da escrita. (SMOLE, 2000, p.107)

Em sua pesquisa, Cândido (2011, p.24) também estabelece a aproximação que existe entre Arte e Geometria, afirmando que arte e geometria têm “muito mais em comum do que pontos de divergência, podendo se auxiliar mutuamente em questões educacionais de ensino e aprendizagem”.

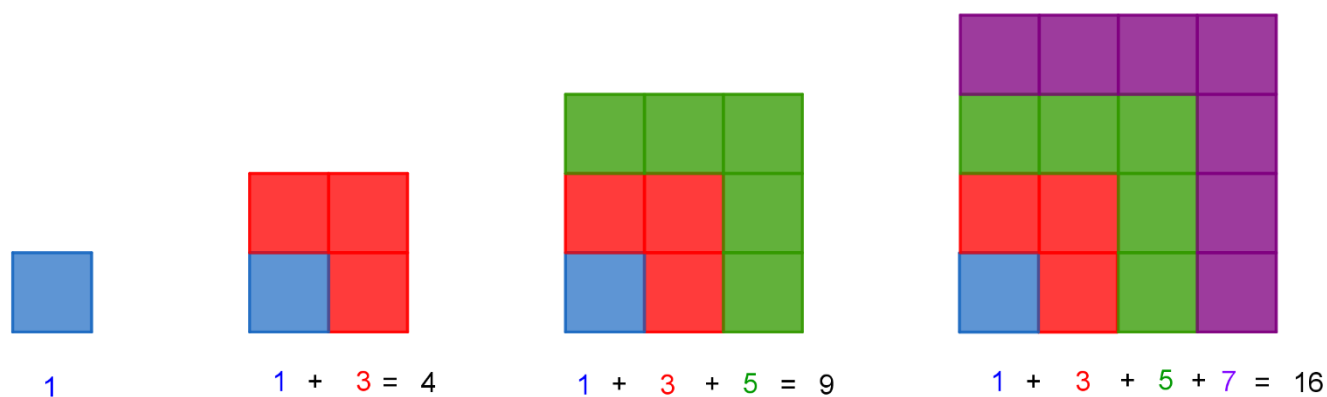
A Geometria também possibilita a relação com outras áreas da Matemática. Para Rodrigues (2009), a Geometria amplia e desvenda o raciocínio, facilitando o entendimento de outros campos da Matemática. Por outro lado, o entrelaçamento dos conhecimentos de todas as áreas da Matemática, possibilitou e facilitou a construção dos conhecimentos no campo da Geometria.

No que diz respeito à relação entre a Matemática e a Geometria, Lorenzato (1995) diz que

pesquisas psicológicas indicam que a aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento da criança, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em Matemática (por exemplo: algoritmos, medições, valor posicional, séries, sequências...) como na Leitura e Escrita [...] A Geometria pode ser, ainda, um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções [...] A Geometria pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação da idéia matemática.[...]. A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 5-7).

A Geometria pode estar presente em diversos conteúdos de Aritmética e de Álgebra, uma vez que ela apresenta um suporte visual para temas abstratos dessas áreas. Por exemplo, mostrar que a soma de números ímpares resulta em número quadrado perfeito pode ser visualizado de maneira mais intuitiva por um aluno do Ensino Fundamental com a utilização do aporte geométrico.

**Figura 1** – Representação geométrica da soma de números ímpares



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 1.4 Cotidiano

A Geometria está presente no cotidiano do aluno, não apenas em seu contexto escolar. Freudenthal (1973) afirma que “Geometria é compreender o espaço em que a criança vive, respira e se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar e conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor” (HANS FREUDENTHAL, 1973, *apud* VELOSO, 1998).

Ela está igualmente presente nos objetos do nosso cotidiano, seja de forma mais regular, como um cubo ou uma bola, e mesmo em objetos mais complexos como um motor de um automóvel. Etcheverria (2008, p. 42) afirma que “o aluno aprende a reconhecer e nomear triângulos, quadrados, retângulos e círculos, pois os compara com os objetos dos ambientes que frequenta: escola, casa e arredores”. E complementa que ele “percebe suas utilidades e estabelece relações entre eles e, também, entre suas variadas maneiras de representação nos diferentes contextos” (ETCHEVERRIA, 2008, p. 32).

Fillos (2006) também descreve a presença da Geometria no cotidiano dos alunos:

Está presente no dia-a-dia como nas embalagens dos produtos, na arquitetura das casas e edifícios, na planta de terrenos, no artesanato e na tecelagem, nos campos de futebol e quadras de esportes, nas coreografias das danças e até na grafia das letras. Em inúmeras ocasiões, precisamos observar o espaço tridimensional como, por exemplo, na localização e na trajetória de objetos e na melhor ocupação dos espaços. (FILLOS, 2006, p. 02).

Os PCN também apresentam a importância da Geometria em situações do cotidiano de diversas profissões:

Situações cotidianas e o exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. Também é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno. (BRASIL, 1997, p. 122).

Nesse sentido, os “conhecimentos geométricos são necessários, em maior ou menor intensidade para todas as pessoas, por conseguinte, são relevantes na aprendizagem das crianças, pois contribuem para que elas compreendam o mundo que as rodeia”. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 15).

### **1.5 Afetividade**

Nesse eixo destacam-se as contribuições afetivas que a Geometria pode favorecer ao aluno, ou seja, a utilização da geometria como motivador e facilitador dos conteúdos de Matemática e outras disciplinas. Ao considerar que a Geometria está presente no cotidiano do aluno, relacionando com o eixo anterior, temos esse campo de conhecimento como uma aproximação da Matemática com a realidade do aluno, o que alguns autores afirmam ser um fator motivacional para o ensino de Matemática. Com relação a isso, Etcheverria (2008) afirma que

a Geometria é um assunto que desperta o interesse dos alunos porque é baseada na exploração de situações do dia-a-dia de natureza exploratória e investigativa, dessa forma possibilita ao professor a proposição de situações problema contextualizadas, favorece a realização de atividades práticas e contribui na aprendizagem e uso das unidades de medida, conhecimentos necessários na vida em sociedade. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 15).

Os PCN afirmam que a Geometria é “um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente” (BRASIL, 1997, p. 39). Por exemplo, em sua dissertação, Dumont (2008, p. 29) apresenta as atividades geométricas utilizando

brincadeiras, jogos, desenhos e construções com dobraduras, que fazem com que os alunos demonstrem nos aprendizados geométricos “um envolvimento, uma alegria e um ótimo relacionamento com os colegas”.

Smole (2000), afirma que o processo de intervenção/ação no estudo da Geometria procurou "respeitar esse momento importante e garantir aprendizagens marcadas pela alegria de vencer desafios, pela confiança em suas formas de pensar e pela apreciação do que consegue fazer e criar". (SMOLE, 2000, p.196).

Por fim, ao citar Freudenthal (1973), Fonseca *et al* (2005, p. 92), ao comparar com as descobertas feita pelos números (Aritmética), ele diz que as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos (Geometria) “são mais surpreendentes e convincentes”.

### **1.6 Resolução de problemas**

Para os PCN, “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.” (BRASIL, 1997, P.33)

Nesse sentido, a resolução de problemas é um campo fértil na Educação Matemática e a Geometria está presente nele. Relacionando com o eixo de afetividade, Radaelli (2010, p.17) afirma que trabalhar com geometria por meio da resolução de problemas pode criar “oportunidades de encontrar em nossas salas de aula alunos encorajados a se engajarem ativamente em situações novas, capazes de encontrar estratégias criativas para a resolução dos problemas propostos, sem medos ou receios”.

Trabalhar a Geometria através da resolução de problemas, permitindo reflexões e aprimoramento de percepções tomou-se o meio de encorajar o aluno a se engajar ativamente em situações novas, acreditando no seu potencial explorador e reformulador, que é capaz de conduzir sua imaginação muito além do pensado a fim de sentir que é possível aprender com ações e ideias diversificadas, nas quais oportunidades para o crescimento são fornecidas. (RADAELLI, 2010, p.72-73).

Fonseca *et al.* (2002, p. 92) considera que o ensino de Geometria deve constituir-se em um "veículo para o desenvolvimento de habilidades e competências tais como a percepção espacial e a resolução de problemas (escolares ou não), uma

vez que ela oferece aos alunos 'as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair'."

Os PCN também dizem que “a Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente” (BRASIL, 1997, p. 39).

### **1.7 Criatividade**

Como citado anteriormente, a Geometria é um campo fértil de resolução de problemas no Ensino Fundamental, uma vez que que um problema geométrico pode possuir diversas soluções. Nesse sentido, ela possibilita o aluno a criar sua própria resolução, despertando sua criatividade. Por exemplo, o Teorema de Pitágoras pode ser demonstrado de muitas formas, sob diferentes pontos de vista. Em 1940, o matemático americano E. S. Loomis publicou 370 demonstrações, e atualmente ainda são publicadas demonstrações sobre esse importante resultado.

Ainda com relação à criatividade, Radaelli (2010) afirma que “o trabalho com a Geometria fez com que os alunos passassem a perceber a Matemática com uma sensibilidade maior, com um olhar mais suscetível a respostas particularmente criativas e originais” (RADAELLI, 2010, p.72).

Lorenzato (1995, p.11) sugere que as aulas de geometria podem desenvolver esse aspecto, envolvendo a elaboração de atividades que favoreçam “a visualização, exploração, experimentação, análise, imaginação, criatividade”. Nesse sentido, ao apresentar as contribuições de uma atividade geométrica que consiste em o aluno pesquisar figuras em jornais e revistas, Farias (2008) afirma que:

A técnica didática presente neste tipo de tarefa, primeiramente, leva o aluno a pesquisar figuras geométricas em revistas e jornais; em seguida, recortar os desenhos em que apareçam figuras geométricas; na seqüência, o aluno organiza um cartaz colando os recortes para, posteriormente, socializar o trabalho com a professora e os alunos. Na nossa concepção, tal organização didática é muito importante para estimular a prática da observação, da investigação e da ação, possibilitando o desenvolvimento da criatividade e da crítica. (FARIAS, 2008, p.11).

Citando Pavanello e Andrade (2002), Etcheverria (2008) também corrobora o espaço criativo da Geometria, relacionando-a com as aulas de Artes e afirmando que “a Geometria, mais do que qualquer outro ramo da Matemática, possibilita ao

aluno exercitar sua criatividade e, especialmente no caso desses alunos, a utilização da mesma de forma integrada à Educação Artística” (ETCHEVERRIA, 2008, p.73).

### **1.8 Pensamento Crítico**

As aulas de Geometria podem possibilitar o desenvolvimento do pensamento crítico do aluno por meio de suas argumentações e demonstrações. Nesse sentido, Lorenzato (1995) afirma que a Geometria contribui para a formação de um cidadão crítico, um cidadão que compreende o mundo que o cerca.

Radaelli (2010) mostra que é importante trabalhar a Geometria de forma a incentivar a criticidade do aluno desde os primeiros anos de Matemática escolar

Começar a desenvolver um trabalho com Geometria, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pode proporcionar uma mudança de visão com relação à disciplina de Matemática, preparando melhor o nosso aluno para os problemas que enfrentarão em seu cotidiano. [...] Sabe-se que a Matemática é mais do que somente ensinar técnicas, números e operações, faz-se necessário que nosso aluno seja estimulado a formular justificativas, argumentar, convencer e ser convencido. (RADAELLI, 2010, p.17).

Essa mesma autora relata que sua experiência com Geometria é satisfatória, uma vez que desenvolve a autonomia do aluno e o torna mais crítico, investigativo, disposto a questionar, observar e analisar com maior atenção o espaço que o cerca (RADAELLI, 2010). Sendo assim, um objetivo importante da Geometria é “favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo dos alunos” (PAVANELLO, 1993, p.17).

### **1.9 Natureza**

É perceptível a presença da Geometria no âmbito da natureza. Miguel e Miorim (1986) afirmam que “é notável a variedade de formas geométricas que os organismos vivos nos apresentam”. Dumont (2008) reafirma a presença da Geometria na natureza e a apresenta como uma proposta significativa para trabalhar conteúdos matemáticos com aplicações em nosso cotidiano.

Pode-se constatar a presença da Geometria no domínio da natureza. Assim, a natureza que nos rodeia é uma ótima alternativa para trabalhar conteúdos matemáticos de forma prática, pois podemos encontrar nela uma grande variedade de padrões geométricos. (DUMONT, 2008, p. 7).

Kopke (2006) exemplifica em sua tese de doutorado a presença da Geometria na natureza, citando diversos exemplos.

Na natureza - como o comprovam as ciências (física, química e biologia) - os exemplos envolvendo a geometria são variados e intensos. Desde os cristais (gemas), geométricos, tanto em sua forma bruta, como depois de lapidados, tema tratado nas áreas de mineralogia e petrologia até os flocos de neve, com seu padrão repetitivo, as formas geométricas encontram-se imbricadas com as relações matemáticas, envolvendo o número de ouro e o sistema e proporções advindo deste. (KOPKE, 2006, p.80-81).

**Figura 2** - Geometria dos cristais e dos flocos de neve (cujo módulo é repetido 12 vezes)



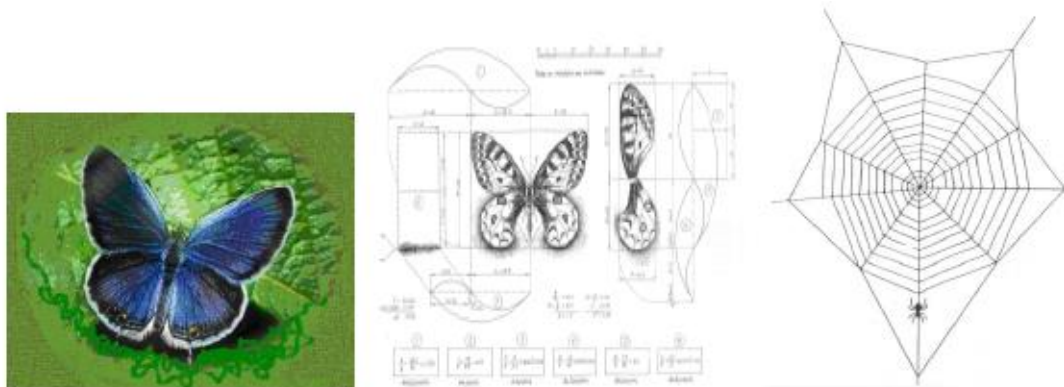
**Fonte:** Kopke (2006) Disponível em  
<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp081153.pdf> Acesso 12.mar.2019

A autora traz outros exemplos e ilustrações que relacionam a Geometria com simetria, proporção áurea e até mesmo a áreas invisíveis ao olho humano.

A biologia é outro campo em que se podem configurar outros exemplos das aplicações geométrico-gráficas. A proporção e a simetria surgem repetitivamente nos seres vivos [...] A forma de átomos e moléculas, tanto dos seres vivos quanto das composições inorgânicas em contínua mutação, é puramente geométrica e segue a proporção áurea, podendo ser comprovada nas espirais da formação da casca do abacaxi, do miolo das flores, da estrutura do DNA e de composição de átomos, da parte externa do molusco (caracol), dentre tantos exemplos (KOPKE, 2006, p.80-81).

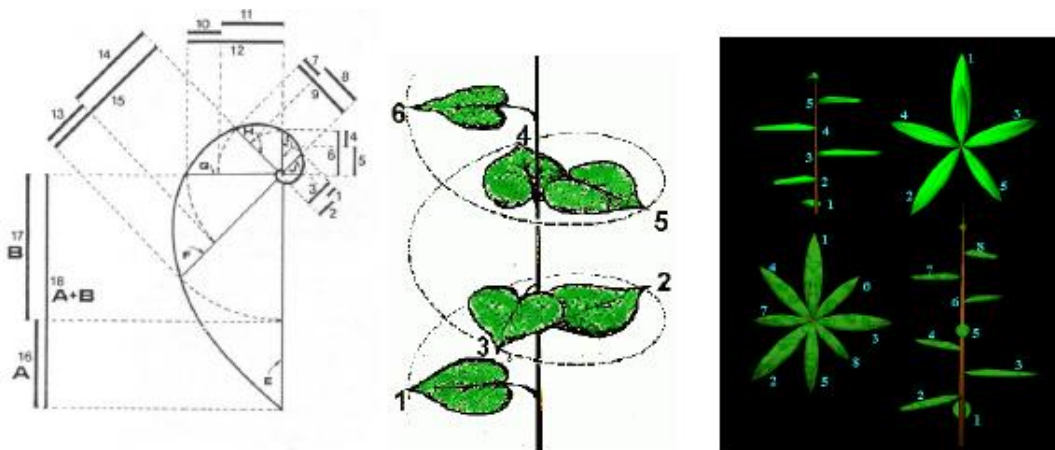


**Figura 3** - Estudo Geometria da borboleta com base na proporção áurea, simetria da borboleta e teia de aranha.



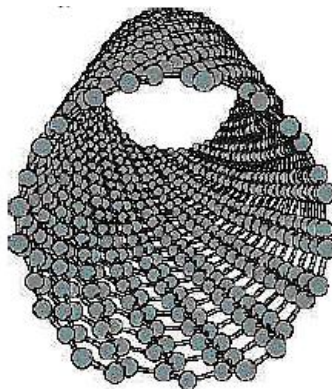
**Fonte:** Kopke (2006) Disponível em  
<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp081153.pdf> Acesso 12.mar.2019

**Figura 4** – Proporção áurea numa das espirais da margarida e arranjo de folhas num caule seguindo a configuração do número de Fibonacci



**Fonte:** Kopke (2006) Disponível em  
<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp081153.pdf> Acesso 12.mar.2019

**Figura 5** – Arranjos de átomos de carbono se enrolam para formar tubos longos, cujo diâmetro mede entre 1 e 2 nanômetros.



**Fonte:** Kopke (2006) Disponível em  
<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp081153.pdf> Acesso 12.mar.2019

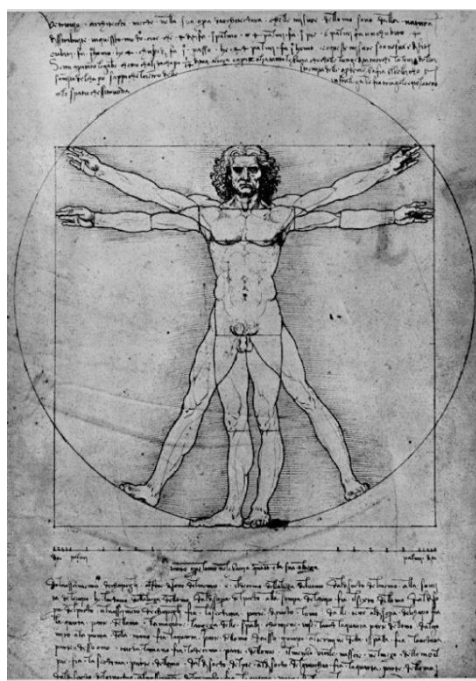
## 1.10 Apreciação Estética

Ao se utilizar da Geometria, as Artes se aproximam dos conteúdos geométricos e produzem diversas manifestações artísticas presentes na história da humanidade. Um exemplo é o número de ouro, que relaciona Geometria, Arte e Natureza.

Do século V a.C até o Renascimento parece que as artes elegeram um critério estético, o número de ouro. Mas a Matemática não ficou atrás. A Harmonia também é refletida por uma proporção, o número de ouro. Mas o que é de fato surpreendente, é como esse número aparece na Natureza. No girassol, no náutico, na escamação dos peixes. [...] A natureza escreve, o matemático e o artista se dão as mãos e leem: o número de ouro. (TV ESCOLA2).

Nesse mesmo vídeo produzido pela TV Escola, o número de ouro é relacionado com obras renascentistas. O “Homem de Vitruvius”, de Leonardo da Vinci, é um exemplo da aplicação da proporção áurea nas dimensões aplicadas à obra, sendo que a altura do seu umbigo com relação a sua altura é estabelecida pela razão áurea.

**Figura 6 - O Homem de Vitruvius – Leonardo da Vinci**



**Fonte:** Disponível em:

<[http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select\\_action=&co\\_obra=5099](http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=5099)>

Acesso em 11/out./2018.

<sup>2</sup> TV ESCOLA, **Número de ouro**. Série Arte e Matemática, disponível em:

<<http://www.dominiopublico.gov.br/download/video/me001034.mp4>>. Acesso em 11 out. 2018.

Cândido (2011), em sua pesquisa *Arte e Matemática*, sugere que as aulas de Geometria considerem situações que levam o sujeito a ter experiências estéticas, formando uma parceria entre essas duas áreas de conhecimento; nesse sentido, ela afirma que

Mais do que falar de conteúdo, as aulas de arte e geometria podem fazer com que o aluno estabeleça relações entre o mundo e a maneira como o homem o percebe ao longo do tempo. Por isso é interessante mostrar obras produzidas em diferentes períodos, mas que tratem do mesmo assunto. Lidar com arte é construir um olhar cada vez mais sensível e crítico para perceber como os elementos estéticos trazem significados diversos. Trazer à tona o imaginário, a ousadia, sair pelo mundo atrás de coisas diferentes e respeitar o tempo do aluno: Basta observar historicamente a utilização de números, proporções, simetria, ilusão de óptica, geometria projetiva, perspectiva linear e razão áurea em expressões artísticas de diferentes linguagens como exemplos que evidenciam o uso intuitivo ou intencional de conceitos matemáticos por artesãos e artistas, na busca do equilíbrio e da harmonia estética, ao produzirem suas obras. (CÂNDIDO, 2011, p.115).

Mostrando outros exemplos, Manoel (2014) apresenta como a Geometria é utilizada como ferramenta para manifestações artísticas: a presença da simetria no artesanato de diversas culturas, como nos utensílios produzidos por tribos africanas e brasileiras, mostra a utilização da proporção com a finalidade de estabelecer realismo em esculturas e pinturas que utilizam escalas.

### 1.11 História

Desde o início da história da humanidade a Geometria possui relevante para o desenvolvimento do homem. Etcheverria (2008) afirma que:

A partir do momento que o ser humano deu-se conta de que poderia produzir seu próprio alimento e, assim, não precisaria mais depender apenas do que o meio lhe oferecia, foram obtidos muitos progressos na compreensão do plano e das relações espaciais, pois se tornou necessária a construção de utensílios domésticos e casas.[...]Os potes, cestos e tecidos de antigamente nos revelam o quanto o homem já compreendia de simetria, semelhança e congruência. Embora não possuíssem instrumentos adequados, suas casas eram construídas segundo linhas retas e ângulos retos. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 31).

A origem da Geometria é algo de difícil definição, pois os primórdios dessa área de conhecimento são mais antigos que a arte de escrever (BOYER; MERZBACH 2012). Séculos antes de a geometria desenvolver-se entre os gregos, verifica-se a importância da Geometria para a humanidade.

O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da geometria elementar. (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 26)

Posteriormente, tanto no Egito quanto na Mesopotâmia, a necessidade constante de uma organização do espaço da terra destinada ao plantio, sujeita a incessantes inundações e conflitos de grupos, deu origem à palavra Geometria, que do grego desmembra-se em *geo = terra + metria = medida*, ou seja, medir a terra (RADAELLI, 2010).

O cultivo da terra significou irrigação dos vales do norte da África e do Oriente Médio onde a chuva era muito escassa; as periódicas cheias do Amarelo, do Nilo, do Tigre e do Eufrates significaram construção de barragens - atividade que requeria não só cooperação e a arte da engenharia como também, igualmente, um sistema de preservação de registros. Os agricultores precisavam saber quando as enchentes ou a estação das chuvas chegariam, e isso significava calendários e almanaques. Os proprietários de terra mantinham anotações escritas sobre a produção agrícola e traçavam mapas que especificavam as valas de irrigação. (EVES, 2002, p. 53).

Na Grécia Antiga, pensadores como Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides, Platão, Apolônio e Erastóstenes apresentaram diversas contribuições para o pensamento Geométrico mais abstrato. Segundo GAZIRE (2000), é atribuído a Tales de Mileto (624-548 a.C, aproximadamente)

[...] o cálculo da duração do ano em 365 dias e dos intervalos dos solstícios aos equinócios; verificou não ser uniforme o circuito da Terra entre os solstícios e estabeleceu o diâmetro do Sol como sendo a 720ª parte do Zodíaco, mas acreditava ser a Terra um disco achatado. Considerado como sendo o primeiro a tratar a Geometria como Ciência abstrata, diz-se que ultrapassou os conhecimentos empíricos da época ao encontrar as relações entre as linhas geométricas e ao deduzir umas das outras. É dado como o descobridor de várias propriedades do triângulo esférico. (GAZIRE, 2000, p. 60).

Acerca de Pitágoras (570-500 a.C aproximadamente), o seu famoso teorema, de fundamental importância e ampla aplicabilidade em diversas áreas de conhecimento (Geometria, Física, Engenharias, Arquitetura etc.), era um resultado já conhecido entre os chineses e os babilônios, porém alguns autores consideram que a primeira demonstração generalizada para qualquer triângulo retângulo, foi deduzida pela escola pitagórica (GAZIRE, 2000).

Ainda no que diz respeito ao aspecto lógico-dedutivo, o livro *Elementos de Euclides* (300 a.C.) é de fundamental importância para o desenvolvimento formal da

Matemática. Por meio do método hipotético-dedutivo e utilizando apenas cinco postulados, Euclides demonstrou diversos teoremas em Geometria, o que possibilitou um dos primeiros e mais importantes registros de um formalismo matemático. “Durante cerca de dois milênios, a Geometria euclidiana manteve como uma organização racional, intocável e inatacável no rigor [...]. Aparentemente, ela fornecia à consciência a única descrição possível do espaço físico” (GAZIRE, 2000 p. 82).

Em sua pesquisa, GAZIRE (2000, p. 82.) também afirma que “as relações existentes nesse espaço, ou passíveis de existência, só podiam ser concebidas em termos euclidianos”, e para exemplificar a aplicação dos conceitos euclidianos, a autora cita PIAGET & GARCIA (1993), que dizem:

Sem dúvida, a Geometria é, nas matemáticas gregas, o ramo que deu prova de uma tal perfeição que se transformou, durante vários séculos, no próprio paradigma da ciência. Dois mil anos após Euclides, ela será para Newton o modelo para toda a construção de uma teoria científica e os seus Principia inspirar-se-ão neste modelo. (PIAGET & GARCIA, 1993, p. 91 apud GAZIRE, 2000 p. 82).

Euclides utilizou alguns conceitos geométricos de outro importante pensador grego, Platão (429-347 a.C.).

Grande número das definições, axiomas e postulados que figuram nos ELEMENTOS de Euclides são atribuídos à Escola de Platão. É o caso, por exemplo, das definições de ponto, de linha, de superfície e de volume que eram da Escola Platônica e foram adotadas por Euclides quase sem modificações. Diferem, completamente, da Escola de Pitágoras, que definia o ponto como unidade tendo posição. (GAZIRE, 2000).

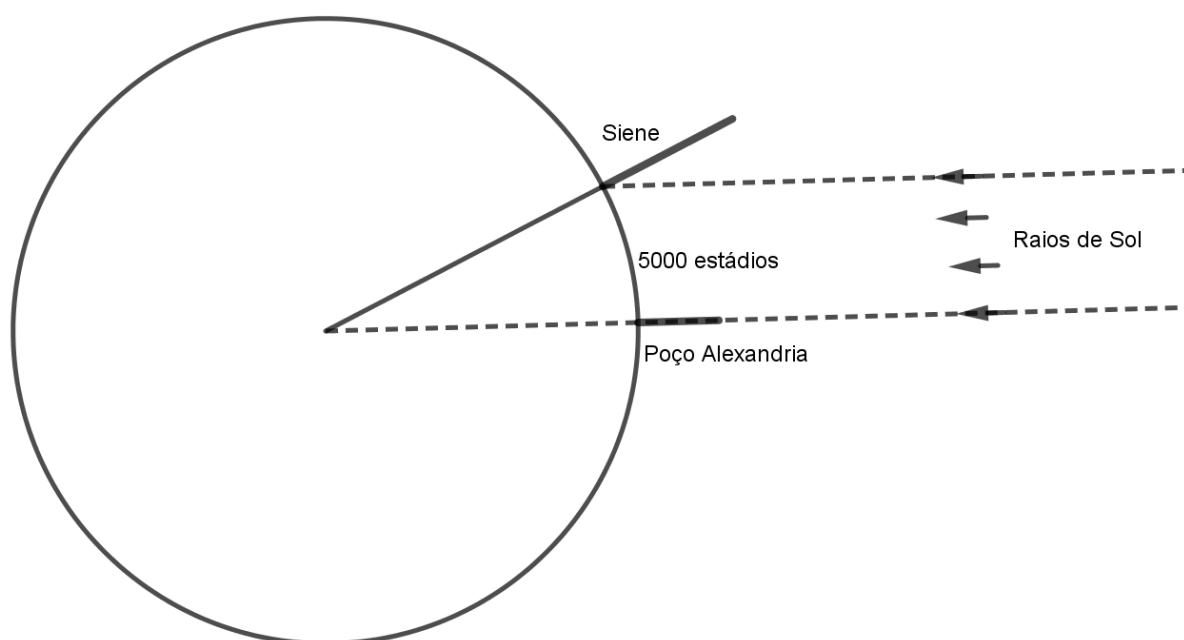
Outro matemático de suma importância para a Geometria foi Apolônio de Perga (250-170 a.C.), considerado como um dos maiores matemáticos do período Alexandrino. Em seus estudos sobre as seções cônicas (circunferências, elipse, hipérbole, parábola) continuou e aperfeiçoou os trabalhos de Euclides. Séculos depois, as contribuições geométricas de Apolônio foram úteis para Kepler em seus trabalhos de Astronomia (GAZIRE, 2000).

Por fim, o geômetra grego Erastóstenes (275 a 194 a.C., aproximadamente), também conhecido pelas suas contribuições para a astronomia, geografia e matemática, é lembrado especialmente por medir o comprimento da Terra há mais de dois milênios com um erro de aproximadamente 1%.

Segundo Boyer e Merzbach (2012), o pensador grego observou que ao meio-dia, no dia do solstício de verão, o Sol brilhava diretamente para dentro do poço

em Siene. Ao mesmo tempo, em Alexandria, a uma distância de 5000 estádios ao norte de Siene e no mesmo meridiano, o Sol lançava uma sombra a qual indicava a distância angular ao zênite de um cinquentavo de um círculo. Utilizando ângulos correspondentes e o conceito de proporcionalidade direta, Erastóstenes determinou uma medida do comprimento da Terra. Boyer e Merzbach (2012, p.122) também afirmam que existe um “consenso de que o resultado da medida foi uma conquista memorável”.

**Figura 7** – Método de Erastóstenes para medir a circunferência da Terra



**Fonte:** Elaborada pelo autor.

Radaelli (2010, p.20 ) afirma que o homem continua desenvolvendo seu pensamento geométrico, buscando não apenas a organização do espaço, mas também buscando aperfeiçoar seu trabalho manual. “Desenvolve a noção abstrata de forma, vendo que o mundo é inerentemente geométrico e passando a dominar as relações geométricas, conforme podemos comprovar nas construções do mundo antigo”.

Nesse sentido, Fonseca *et al.* (2002) complementa que:

Tomados não como um saber de natureza sobre-humana ou como fruto de arbitrariedades individuais, mas como construções históricas, demandadas e legitimadas por necessidades da prática social e formatadas por critérios de âmbito cultural, esses modos de categorização e de estabelecimento de relações próprios da Geometria querem apresentar-se como uma contribuição para a formação humana, na medida em que, atacando demandas sociais e influências culturais, provêm ao sujeito critérios e estratégias para organizar e/ou compreender modos diversos de organização do espaço. (FONSECA et al. 2002, p.115).

De acordo com Fonseca *et al.* (2002), Manoel (2014) afirma que os conteúdos geométricos possuem sua importância histórica e não devem ficar restritos a aspectos utilitários por razões de exclusão social; assim, “o ensino da Geometria deve, isto sim, ser democratizado tendo em vista uma sociedade mais igualitária”, com maior oportunidade de conhecimento para todos. (MANOEL, 2014, p. 28)

## CAPÍTULO 2 - METODOLOGIA

Conforme exposto no capítulo 1, os pressupostos teóricos confirmam a importância do ensino de Geometria. Segundo Manoel (2014), essa importância pode ser descrita a partir de 11 eixos de análise, os quais podem direcionar as ações pedagógicas do docente. Assim sendo, propomos a seguinte pergunta central que norteia nosso trabalho: **quais as contribuições que os 11 eixos podem possibilitar como metodologia de ensino de Geometria para o segundo segmento do Ensino Fundamental?**

Nesse sentido, objetivo de nossa pesquisa foi analisar a metodologia dos 11 eixos e identificar suas contribuições para o ensino de matemática nas situações de aprendizagens propostas.

Realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo naturalista, que segundo Fiorentini e Lorenzato é uma “modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 106).

Escolhemos como forma de coleta de dados o registro das atividades dos professores, com o objetivo de caracterizar os sujeitos da pesquisa e o registro escrito da análise sobre a metodologia de ensino aplicada. O registro das atividades (Anexo I) está dividido em duas etapas.

Na primeira, constam os dados pessoais (nome, experiência docente, formação inicial) e ao final uma pergunta referente aos 11 eixos como metodologia de ensino de Geometria, com objetivo identificar as contribuições que os professores consideram importantes no que diz respeito ao o método proposto.

Da segunda etapa consta um quadro que identifica quais os eixos contemplados em cada atividade, sendo solicitado ao docente que justifique as características que o levaram a indicar esse campo.

O Anexo I também contém um resumo dos 11 eixos e das quatro atividades que foram aplicadas no encontro com os professores e posteriormente analisadas nessa dissertação. Essa síntese tem por finalidade possibilitar ao professor um auxílio para preencher o registro das atividades após o encontro.



O encontro com os professores foi escolhido como forma de apresentar os 11 eixos como metodologia de ensino de Geometria e assim possibilitar uma análise das quatro atividades e do método de ensino proposto.

O local escolhido foi a Escola Estadual Antônio Padilha, situada no centro da cidade de Sorocaba/SP. A razão para a escolha dessa unidade de ensino foi que o pesquisador leciona matemática nesta instituição. Os professores que contribuíram para a análise das atividades também lecionam nesta escola. Segue um quadro com uma breve apresentação de cada docente, identificados<sup>3</sup> por P1, P2, P3, P4 e P5.

| Perfil dos professores participantes da pesquisa. |                          |                              |                             |   |  |  |  |
|---|--------------------------|------------------------------|-----------------------------|---|--|--|--|
| Identificação                                     | Trabalha em outra escola | Tempo que Leciona Matemática | Tempo que leciona na escola | Formação Inicial  | Fonte das atividades utilizadas pelos professores                | O eixo mais utilizado em sala de aula  | O eixo menos utilizado em sala de aula |
| P1  | Não                      | 15 anos                      | 1 ano                       | Licenciatura em Matemática ; Faculdades Integradas do Vale do Ribeira – UNISEPE | Apostila, livros didáticos, sites e ele mesmo cria as atividades | História   | Criatividade                           |
| P2  | Não                      | 16 anos                      | 4 anos                      | Bacharelado e Licenciatura em Matemática – (não respondeu a instituição)        | Apostila, livros didáticos e sites                               | Criatividade e Pensamento crítico  | História                               |
| P3  | Não                      | 23 anos                      | 12 anos                     | Licenciatura em Matemática/ Ciências UNISO                                      | Livros didáticos e sites   | Currículo, habilidades cognitivas, outras áreas do conhecimento e cotidiano              | História                               |
| P4  | Não                      | 10 anos                      | 1 ano                       | Bacharelado e Licenciatura em Matemática – (não respondeu a instituição)        | Livros didáticos e ela mesma cria as atividades                  | Resolução de Problemas, Currículo, Habilidades Cognitivas e outras áreas de conhecimento | Apreciação Estética                    |
| P5  | Não                      | 25 anos                      | 5 anos                      | Licenciatura em Matemática - Organização Superior de Ensino (OSE Itapetininga)  | Livros didáticos e ela mesma cria as atividades                  | Resolução de Problemas   | Apreciação Estética                    |

**Fonte:** Elaborada pelo autor.

Os encontros com os professores aconteceram na Escola Estadual Antônio Padilha, nos dias 08 e 12 de novembro, em horários de Hora de Trabalho Pedagógico

<sup>3</sup> Conforme combinado com os professores, eles não seriam identificados na dissertação.

Coletivo (HTPC). No primeiro encontro estavam presentes os professores P2, P3 e P4, pois esse era o HTPC desses docentes. Pelo mesmo motivo, os professores P1 e P5 estavam presentes no segundo encontro.

Cada encontro se iniciou com o pesquisador apresentado cada um dos 11 eixos, explicando os conceitos e exemplificando situações em que eles poderiam ser aplicados. Em um segundo momento, foram aplicadas as quatro atividades (Anexo I) utilizadas para análise nessa pesquisa.

O próximo capítulo apresenta as aplicações dessas quatro atividades para os professores analisados.

## CAPÍTULO 3 - APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Conforme mencionado anteriormente foram aplicadas quatro atividades para seis professores de uma escola estadual da cidade de Sorocaba. Por meio de uma pesquisa qualitativa do tipo naturalista (FIORENTINI; LORENZATO, 2006) foi realizado uma análise do registro de cinco desses professores. Segue um resumo das quatro atividades que foram aplicadas no encontro.

### 1) Atividade 1 - Desigualdade Triangular

A atividade consiste em identificar as propriedades do triângulo retângulo. Primeiramente, contextualizando o conteúdo em uma situação problema na qual o aluno tem duas possibilidades de atravessar a rua, a primeira atravessando pelos catetos, e a segunda utilizando a hipotenusa.

O questionamento foi: qual das duas possibilidades é a mais utilizada?

A resposta inicial dos professores foi a hipotenusa, contudo um segundo questionamento foi proposto em forma de sofisma, que afirma: a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos medindo uma unidade, possui hipotenusa medindo duas unidades?

Após mostrar a falácia utilizando o Teorema de Pitágoras, foi mostrada uma generalização do Teorema de Pitágoras com outras figuras geométricas regulares e por fim demonstrado que a hipotenusa de um triângulo retângulo é sempre menor que a soma dos seus catetos (desigualdade triangular no triângulo retângulo).

Verificando-se o resultado, foi comentado que apesar de muito utilizado por ser o caminho que percorre a menor distância, é recomendado utilizar a calçada e a faixa de pedestres por questões de segurança.

### 2) Atividade 2 – Espelho

Nessa atividade<sup>4</sup> foi proposto o seguinte questionamento<sup>5</sup>: você está na frente de um espelho grande e consegue se enxergar da cabeça até a cintura. Para ver o corpo inteiro, você se afastaria ou se aproximaria do espelho?

---

<sup>5</sup> A fonte dessa atividade é o vídeo: Você não sabe olhar no ESPELHO! COMO USAR espelho – Manual do Mundo, disponível em <<https://youtu.be/JqHwZxZ-gW4>>. Acesso em 14.dez.2018.

Os professores afirmaram que se aproximariam do espelho. O pesquisador nesse momento foi até um espelho e mostrou que não era possível enxergar os pés devido à posição do espelho, independentemente do afastamento do observador.

Ao serem convencidos empiricamente, o pesquisador, utilizando semelhança de triângulos, demonstrou que a imagem do espelho não depende da posição do observador, pois corresponde à metade do tamanho da imagem real. Os professores ficaram surpreendidos com o resultado e fizeram referência ao conceito de óptica na física, aplicável ao conteúdo apresentado.

### **3) Atividade 3 – Comprimento da Terra**

No início da atividade foi apresentado um vídeo do projeto *Isto É Matemática*,<sup>6</sup> da Sociedade Portuguesa de Matemática, com o propósito exemplificar uma forma de medir o comprimento da Terra utilizando uma bicicleta, duas estacas, fio de prumo e régua.

De forma semelhante a Erastóstenes (275 a 194 a.C.), o apresentador do vídeo faz uma viagem entre dois pontos diferentes da Terra, fixando duas estacas e medindo o ângulo formado pela sombra e a estaca. Utilizando conceitos de paralelismo e proporção direta é possível obter um valor aproximado do comprimento da Terra (40.000 km).

O professor P2 comentou sobre outras formas de medir o comprimento da Terra utilizando o conceito de fractais.

### **4) Atividade 4 – Matemática e Arte**

Foram apresentadas duas atividades aplicadas em 2017 e 2018 pelo pesquisador e pela professora Esmeralda Luchi no colégio Salesiano São José – Sorocaba / SP, como parte de um projeto com Matemática e Arte.

Durante o projeto, os alunos aprenderam os conceitos e a construção com régua e compasso de polígonos regulares. Com esses aprendizados, os alunos construíram no ano de 2007 um condomínio com casas em formato de sólidos

---

<sup>6</sup> Vídeo *Isto é Matemática* T02E10 O Raio da Terra, disponível em <<https://youtu.be/KrVBgBVIXe4>>. Acesso em 14.dez.2018.

geométricos. No ano seguinte, foi proposto um trabalho de recorte e colagem com o objetivo de construir paisagens utilizando apenas polígonos.

Além das atividades, foi proposta a construção de um pentagrama simulando uma construção com régua e compasso, utilizando-se o *software* Geogebra. Após a atividade, foi comentada a presença da razão áurea nas diagonais do pentágono.

Por fim, os professores mencionaram a presença da razão áurea na natureza (náutico) e em obras de arte (Homem de Vitruvius) e assistiram a um vídeo<sup>7</sup> que mostra essas propriedades. Foi nítida a admiração pelas belezas contidas na relação que o vídeo mostra entre Matemática e Natureza.

O próximo capítulo apresenta a análise das atividades e da metodologia de ensino de Geometria utilizando os 11 eixos. A análise foi baseada nos registros dos professores, no referencial teórico desta dissertação e nas concepções e experiências de ensino do pesquisador.

---

<sup>7</sup> Vídeo: *Nature by Numbers* - Cristóbal Vila <<https://youtu.be/kkGeOWYOFoA>> Acesso em 14.dez.2018.

## CAPÍTULO 4 - ANÁLISE

A análise desta pesquisa foi realizada em duas etapas. A primeira etapa consiste na relação de cada atividade com os eixos: habilidades cognitivas, currículo, história, outras áreas do conhecimento, natureza, cotidiano, afetividade, resolução de problemas, pensamento crítico, apreciação estética e criatividade.

A segunda etapa, utilizando a análise anterior, procura identificar as contribuições que a metodologia dos 11 eixos apresenta para o ensino de Geometria na segunda etapa do Ensino Fundamental.

As análises apresentadas são constituídas por meio das experiências do pesquisador e dos professores que auxiliaram nessa pesquisa. Nesse sentido, caso outro pesquisador realizasse essa investigação com outros sujeitos, ele poderia encontrar outros resultados e interpretações.

A análise das quatro atividades com relação aos 11 eixos como metodologia de ensino foi realizada pelo pesquisador, levando em consideração suas experiências docentes, o referencial teórico e as contribuições dos docentes P1 e P3 registradas após o encontro com os professores. Nessa etapa da pesquisa, os professores P2, P4 e P5 não apresentaram registros que auxiliassem na análise das situações de aprendizagem.

### 4.1 Análise da atividade 1

A atividade está presente no eixo cotidiano, pois apresenta uma situação contextualizada e observada pelos professores desta pesquisa. Para exemplificar esta situação foi utilizada uma foto da Escola Estadual Antônio Padilha apresentando as duas situações possíveis para atravessar a rua, em cima ou fora da faixa de pedestres. As duas situações acontecem diariamente durante período letivo. O professor P3 comenta sobre a presença do cotidiano dessa situação, afirmando:

*O aluno deverá perceber a geometria no seu cotidiano, mesmo que ela não esteja explícita em determinada ocasiões.*

Nesse sentido, a Matemática torna-se mais atrativa ao aluno, pois relaciona sua realidade com o conteúdo ensinado na escola (LORENZATO 1995, FONSECA

et. al 2002), potencializando um ensino mais motivador, uma vez que, atividades que não apresentam características presentes na realidade do aluno, dificultam o aluno a compreender a utilidade dos conhecimentos construídos. Por esse motivo essa atividade foi incluída no eixo Afetividade. Colaborando com esse argumento, o professor P1 escreveu:

*Eles podem ser motivados pelo fato de perceberem que a matemática envolve todas as áreas.*

Com relação ao eixo currículo, a atividade apresenta conteúdos presentes no Currículo do Estado de São Paulo para os 8<sup>o</sup> anos no 4<sup>o</sup> Bimestre – “Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos” (SÃO PAULO, 2011, p.62).

Considerando o eixo Resolução de problemas, a situação proposta sugere um conjunto de atividades que se complementam, apresentando de forma sequencial conceitos e aplicação do Teorema de Pitágoras e da Desigualdade Triangular.

As habilidades cognitivas que podem ser desenvolvidas nessa atividade são:

1) Habilidades visuais: uma vez que o aluno precisa identificar as formas, suas propriedades e utilizar a representação mental do triângulo retângulo ao analisar as possibilidades de atravessar a rua.

2) Habilidades de desenho e construção: normalmente para resolver problemas geométricos os alunos recorrem ao pictórico como forma de auxílio na resolução de problemas (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009).

3) Habilidade de aplicação e transferência: está presente, pois o discente aplica as habilidades geométricas obtidas na atividade em outras situações do cotidiano, como decidir o melhor caminho em outros trajetos triangulares.

4) Habilidades de comunicação: acontece na fala dos alunos para expor seu raciocínio, para responder problemas de Geometria ou em situações do dia a dia. Palavras como *retas* e *distância* normalmente são utilizadas dentro ou fora do ambiente escolar.

5) Habilidades de lógica: utilizar as propriedades geométricas do triângulo retângulo desenvolve o pensar geométrico e a abstração de conteúdos mais

complexos (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010). Essa atividade possibilita o aluno a desenvolver de Análise, Nível 2 de Van Hiele, para Dedução Informal, nível 3. Com relação ao nível de Dedução Formal, pela complexidade da demonstração apresentada, consideramos que a atividade é considerada inapropriada para os alunos da segunda etapa do Ensino Fundamental.

Relacionando a habilidade de lógica com a habilidade de argumentação necessária para entender o sofisma, ou seja, para o aluno compreender que as propriedades visuais da figura podem enganar sua forma de pensar; o eixo pensamento crítico é utilizado nessa atividade.

Os eixos história, outras áreas do conhecimento, natureza, apreciação estética e criatividade não foram destacadas na análise dessa atividade.

## **4.2 Análise da atividade 2**

A atividade se iniciou com uma pergunta envolvendo um objeto comum dentro do contexto aplicado, o espelho. Por esse motivo, a atividade está presente no eixo cotidiano; afinal, adolescentes normalmente utilizam espelho de corpo inteiro para verificarem a roupa que estão usando. Segundo o professor P3

*O aluno pode a partir dessa atividade ficar mais atento em seu cotidiano e observar a matemática em muitas situações.*

Da mesma forma que na atividade anterior, o fato de esta atividade pertencer ao dia a dia do aluno faz com que ela apresente características motivadoras para o ensino da matemática, classificando-a no eixo afetividade.

Com relação ao eixo currículo, a atividade apresenta conteúdo presentes no Currículo do Estado de São Paulo para os 9º anos no 3º Bimestre – “Saber identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo semelhança de triângulos” (SÃO PAULO, 2011, p.64).

A atividade apresenta interdisciplinaridade com as áreas de ciências e da física nos estudos sobre a visão humana e o conteúdo de óptica, respectivamente. Por esse motivo, a atividade está relacionada ao eixo outras áreas de conhecimento. O professor P1 também afirma que os conceitos matemáticos envolvidos se relacionam com outras disciplinas de conhecimento.



*Podemos associar à semelhança de triângulo e teorema de Pitágoras na física, com espelhos e ótica.*

O pensamento crítico do aluno pode ser desenvolvido diante do falso pensamento em acreditar que ao se afastar do espelho a imagem refletida nele muda. Assim, a argumentação matemática auxilia a demonstrar os conceitos físicos e a entender os fenômenos de ótica.

Com relação às habilidades cognitivas, podemos enfatizar:

1) Habilidade Visuais: para perceber que a imagem do espelho não se modifica é necessário perceber as propriedades invariantes do objeto utilizando a visão (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010).

2) Habilidades desenho e construção: normalmente para resolver atividades geométricas os alunos recorrem ao pictórico como forma de auxílio na resolução de problemas.

3) Habilidade de comunicação: para a compreensão dos conceitos apresentados no vídeo, os alunos precisam compreender os vocabulários geométricos utilizados, como: triângulo, altura e ângulo

4) Habilidade de aplicação e transferência: como mencionado anteriormente, os conceitos de semelhança de triângulos envolvidos são utilizados em outras disciplinas como ciências e física.

5) Habilidades de lógica: utilizar as propriedades geométricas de semelhança de triângulo permite desenvolver o pensar geométrico, permitindo identificar posteriormente semelhanças de polígonos mais complexos que possuem propriedades semelhantes, como o retângulo.

Os eixos história, natureza, resolução de problemas, apreciação estética e criatividade não foram destacados na análise dessa atividade

### **4.3 Análise da atividade 3**

Os elementos utilizados no vídeo para medir o comprimento da Terra (bicicleta, estaca, fio) estão presentes no contexto dos alunos da Escola Estadual Antônio Padilha, ou seja, estão presentes no cotidiano destes alunos.

A atividade está relacionada com a outras disciplinas, uma vez que ajuda a compreender o formato do planeta Terra, que é objeto de estudo de Ciências e Geografia. Por esse motivo, podemos classificá-la no eixo natureza.

Com relação ao eixo “Outras áreas de conhecimento”, a atividade proposta também está relacionada com a disciplina escolar história, pois está presente no conteúdo sobre Grécia Antiga, contido na segunda etapa do Ensino Fundamental ao citar os estudos de Erastóstenes .

Nesse sentido, com relação ao eixo “História”, podemos verificar a importância da Geometria na história da humanidade, ajudando o homem a entender o mundo físico desde a Grécia Antiga, ou seja, mostrar não apenas o formato do planeta, mas também apresentar um cálculo aproximado de seu comprimento.

As características apresentadas nos últimos parágrafos mostram elementos motivadores para o ensino de Matemática. Como dito anteriormente, a relação entre a matemática e o cotidiano ou em outras disciplinas podem incentivar o aluno no seu aprendizado. O professor P3 também confirma a presença do eixo afetividade ao afirmar que:

*É uma atividade instigante, pois como medir o comprimento da Terra, usando materiais simples.*

Com relação ao pensamento crítico, a atividade utiliza argumentos dedutivos matemáticos muito utilizados em outras ciências como física e química. Nesse sentido, a argumentação com base científica propicia um ensino fundamentado na Ciência e não em informações sem critérios, muito utilizadas nos tempos atuais via redes sociais.

Com relação às habilidades cognitivas, podemos enfatizar:

1) Habilidade Visuais: para compreender os ângulos congruentes apresentados na figura é preciso identificar visualmente as propriedades de paralelismos e de ângulos correspondentes.

2) Habilidades desenho e construção: da mesma forma que nas atividades anteriores, para resolver atividades geométricas os alunos recorrem ao registro como forma de auxílio na resolução de problemas.

3) Habilidade de comunicação: para a compreensão dos conceitos apresentados no vídeo, os alunos precisam compreender o vocabulário geométrico utilizado no vídeo, como: centro, raio, paralelo e ângulos.

4) Habilidade de aplicação e transferência: os conceitos de proporcionalidade utilizados na resolução da atividade estão muito presentes nas resoluções de problemas matemáticos, de outras disciplinas escolares e até mesmo de atividades cotidianas, como aumentar a proporção de uma receita culinária.

5) Habilidades de lógica: utilizar as propriedades geométricas de proporcionalidade permite desenvolver o pensar geométrico do aluno para identificar outras figuras geométricas que possuem essas propriedades, por exemplo homotetia.

Os eixos “Currículo”, “Resolução de problemas”, “Apreciação estética” e “Criatividade” não foram destacadas na análise dessa atividade.

#### **4.4 Análise da atividade 4**

Ao considerar as atividades propostas de recortar e colar, podemos considerar o eixo “Cotidiano” sendo representado em paisagens naturais e urbanas (condomínio) e que estão presentes no contexto do ambiente analisado. Nesse aspecto, o professor P3 afirma que:

*O nosso dia-a-dia está repleto de figuras geométrica planas e espaciais.*

A respeito de eixo “Outras áreas do conhecimento”, as duas últimas atividades analisadas evidenciam a interdisciplinaridade. Contudo a última atividade foi elaborada e aplicada com a professora da disciplina de Artes, o que possibilitou uma rica troca de experiências e conceitos entre os campos de conhecimentos. A professora P3 complementa o eixo “Outras áreas de conhecimento” ao escrever que:

*“Nos cálculos matemáticos; na arte em pinturas abstratas usando polígonos e em outras situações; na engenharia civil para construção de prédios, pontes etc. Na geografia e em varia outras áreas”.*

Nesse aspecto, as aulas de matemática tornaram-se mais criativas e motivadoras, colaborando com os argumento de Cândido (2011), pois os alunos se

entusiasmaram para criar seus trabalhos e ficaram felizes com os resultados das tarefas.

Em decorrência das orientações da professora Esmeralda, os trabalhos apresentaram uma melhor estética, pois a professora solicitava que o aluno refizesse o trabalho caso o formato dos desenhos ou sólidos geométricos não tivessem propriedades visíveis dos polígonos ou poliedros propostos.

A professora também avaliava as proporções e o acabamento dos trabalhos, aprimorando as técnicas de desenho e recorte para eles concluírem de forma satisfatória. Diante dessas considerações, essa atividade pertence ao eixo “Criatividade”, afetividade e apreciação estética.

A respeito do eixo “Natureza”, essa atividade apresenta propriedades geométricas nos seres vivos. A proporção áurea foi exemplificada na atividade do náutico e no Homem de Vitruvius, contudo o número de ouro também está presente na distribuição de folhas das plantas, como citado no Capítulo 1.

Com relação às habilidades cognitivas, podemos enfatizar:

1) Habilidade Visuais: a construção dos desenhos e sólidos possibilitou a identificação das propriedades visíveis do objeto, que podem ser encontradas em outras figuras geométricas.

2) Habilidades de desenho e construção: nessa atividade, a construção de figuras planas e espaciais auxiliaram os discentes a visualizar as propriedades dos desenhos ou sólidos confeccionados.

3) Habilidade de comunicação: para a realização da atividade foi necessário vocabulário geométrico: ângulo, reta triângulo, círculo, raio, quadrado, triângulo, paralelepípedo, prisma e pirâmide.

4) Habilidade de aplicação e transferência: a relação com a disciplina de Artes possibilitou ao aluno perceber que a Geometria pode estar presentes como ferramenta em suas manifestações artísticas.

5) Habilidades de lógica: utilizar as propriedades geométricas identificadas e abstraídas nas construções pode auxiliar na resolução de problemas escolares nos quais os alunos não possam manipular figuras concretas (LORENZATO, 1995). Por exemplo: identificar as propriedades dos prismas durante sua construção pode auxiliar o aluno no cálculo de volume desse sólido durante uma avaliação escrita sem consulta.

Os eixos “Currículo”, “História”, “Resolução de problemas” E “Pensamento crítico” não foram destacadas na análise dessa atividade.

#### **4.5 Análise da metodologia dos 11 eixos.**

A análise dos 11 eixos será fundamentada na análise das atividades feitas anteriormente, nos registros dos cinco professores após o encontro com os professores e na avaliação do pesquisador.

A pergunta central que norteia a análise do registro das atividades dos professores é: “após o curso, na elaboração ou na escolha de uma atividade geométrica, você poderá considerar a utilização do método dos 11 eixos? Justifique sua resposta, opinando sobre a proposta apresentada no encontro de formação”.

##### **4.5.1 Análise do professor P1**

O professor P1 afirma que os 11 eixos podem estimular o ensino de Matemática, uma vez que norteia o processo de escolha e realização das atividades aplicadas em sala de aula.

*Alguns aspectos abordados nestes eixos destacaram a necessidade de sua prática no ensino de matemática, uma vez que a maioria dos alunos não se interessam pela disciplina por falta de estímulos, já que a matemática exige a prática do raciocínio lógico e o aluno em sua formação não tem esta aptidão intrínseca, ela precisa ser desenvolvida e isso só se faz pela prática destes eixos que abordarão cada um dos alunos de modo subjetivo.*

O professor apresenta as dificuldades em motivar os alunos nas aulas de matemática, contudo considera a importância dessa disciplina para o aluno. Por fim, afirma que os 11 eixos podem auxiliar na elaboração das aulas de Matemáticas de forma diferente para cada aluno.

##### **4.5.2 Análise do professor P2**

O professor P2 afirma que os eixos contidos nas atividades em sala de aula podem auxiliar os alunos na reflexão a respeito dos conteúdos geométricos, possibilitando a melhoria do ensino de matemática.

*Talvez fazendo o aluno pensar mais profundamente sobre a geometria, os resultados sejam melhores.*

Em nossa análise o professor estabeleceu uma relação com a importância da Geometria com os 11 eixos. Nesse sentido, a proposta metodológica auxiliaria em “melhores” aula de matemática, ou seja, em um ensino mais motivador e formativo.

#### 4.5.3 Análise do professor P3

O professor P3 relata a importância da metodologia e que as atividades em sala de aula podem apresentar os 11 eixos de forma relacionada.

*“Todos os eixos são importantes para a melhor compreensão do Estudo da Geometria. Sabemos que alguns eixos são mais ou menos evidentes em determinada atividade, pois os 11 eixos se inter-relacionam no aprendizado da Geometria”.*

Esse professor evidenciou que nem todos os eixos estão presentes em cada atividade e eles se inter-relacionam no aprendizado da Geometria, o que em nossa análise concordamos, pois a interação dos eixos presentes nas atividades contribui para as atividades mais diversificadas e os argumentos utilizados para destacar um eixo se repetem para destacar outro eixo, como por exemplo a relação do eixo cotidiano com afetividade.

#### 4.5.4 Análise dos professores P4 e P5

Os professores P4 e P5 apresentaram respostas semelhantes, afirmando que as atividades propostas são interessantes e podem melhorar o ensino de Matemática.

Analisando os registros dos professores, juntamente com as análises das quatro atividades, a metodologia dos 11 eixos apresenta contribuições significativas para o ensino da Matemática. Primeiramente, ela auxilia na elaboração de atividades e avaliações aplicadas aos alunos. Durante a criação das atividades, o professor pode refletir sobre a importância de cada eixo e verificar quais deles são mais adequados e interessantes para determinada aula.

Ela também contribui na escolha de livros didáticos, apostilas, materiais didáticos (filmes, vídeos, *softwares* etc.) e questões para testes e avaliações. Considerando que os 11 eixos têm fundamental importância para o desenvolvimento do aluno, a metodologia proposta indica que quanto maior for a quantidade de eixos em uma determinada opção, mais possibilidades de um ensino formativo ela irá apresentar.

A metodologia dos 11 eixos permite uma reflexão sobre a fundamental importância do ensino de Geometria na escola, considerando que a ausência desse campo da Matemática pode ocasionar uma deficiência do aluno no que diz respeito a:

1) desenvolver habilidades cognitivas importantes para o desenvolvimento de sua aprendizagem em diversos campos da Matemática e outras ciências (Atividades 1, 2, 3 e 4).

2) aprendizados recomendados no currículo do Estado de São Paulo (Atividades 1, 2).

3) compreender a importância da Geometria para a história da humanidade como ferramenta de criação de novas tecnologias e uma forma de compreender e pensar o mundo, utilizada por várias civilizações (Atividades 3).

4) utilizar conceitos geométricos que podem ser fundamentais para o entendimento de outras áreas do conhecimento, como Artes, Física e Ciências (Atividades 2, 3 e 4).

5) identificar padrões geométricos presentes na natureza, nas construções feitas pelo homem e nas atividades do cotidiano (Atividades 1, 2, 3 e 4).

6) propiciar oportunidades de aulas de matemática estimulantes e criativas, favorecendo a apreciação estética do discente (Atividades 4).

7) utilizar a Geometria na contextualização de situações problemas de Matemática (Atividades 1).

8) desenvolver a argumentação dos alunos diante de problemas matemáticos que possam ser geometrizados, desenvolvendo seu pensamento crítico (Atividades 1, 2, 3).

Segue um quadro com os eixos desenvolvidos em cada habilidade:

| Eixo desenvolvido em cada habilidade   |                        |           |          |                              |          |           |             |                        |                    |                     |              |
|--|------------------------|-----------|----------|------------------------------|----------|-----------|-------------|------------------------|--------------------|---------------------|--------------|
|  | Habilidades Cognitivas | Currículo | História | Outras áreas do conhecimento | Natureza | Cotidiano | Afetividade | Resolução de Problemas | Pensamento Crítico | Apreciação Estética | Criatividade |
| Atividade 1<br>Desigualdade Triangular | X                      | X         |          |                              |          | X         | X           | X                      | X                  |                     |              |
| Atividade 2 Espelho                    | X                      | X         |          | X                            |          | X         | X           |                        | X                  |                     |              |
| Atividade 3<br>Comprimento da Terra    | X                      |           | X        | X                            | X        | X         | X           |                        |                    |                     |              |
| Atividade 4 Matemática e Arte          | X                      |           |          | X                            | X        | X         | X           |                        |                    | X                   | X            |

**Fonte:** Elaborada pelo autor.

Por fim, a metodologia dos 11 eixos pode auxiliar o professor no trabalho com a reflexão sobre os conteúdos geométricos e na elaboração e escolha de atividades que possibilitem um ensino mais completo e diversificado, com aulas mais formativas, críticas, estimulantes e criativas com o objetivo de propiciar um melhor ensino de Matemática.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A questão central da pesquisa foi: Quais as contribuições que os 11 eixos podem possibilitar como metodologia de ensino de Geometria para o segundo segmento do Ensino Fundamental? Para responder essa pergunta foi necessário aprofundar os estudos do referencial teórico para apresentar a importância de cada eixo, enfatizando as contribuições que a Geometria pode propiciar para uma formação completa e diversificada, com aulas críticas, motivadores e criativas.

Após a investigação sobre a relevância de cada eixo, foi escolhida a pesquisa qualitativa do tipo naturalista, que segundo de Fiorentini e Lorenzato (2006) é uma modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema acontece. A forma de coleta de dados utilizada foi o registro dos professores.

Foram analisados os registros de cinco professores da Escola Estadual Antônio Padilha, situada no centro de Sorocaba – SP. Nos dois encontros com os professores foi feito um estudo sobre a importância de cada eixo e a utilização deles como metodologia de ensino, sendo proposta a aplicação de quatro atividades que exemplificam a proposta da pesquisa.

Segundo as concepções e a análise do pesquisador, cada atividade pode ser associada a pelo menos seis eixos, e observando-se o conjunto das quatro atividades temos contemplados os 11 eixos, ou seja, o encontro com os professores propiciou a experiência de todos os eixos. Os professores P1 e P3 colaboraram com a análise das atividades, apresentando seus argumentos em favor de cada eixo. Como mencionado anteriormente, caso outro pesquisador realizasse essa investigação com outros sujeitos, ele poderia encontrar outros resultados e interpretações.

A análise dos 11 eixos como método de ensino de Geometria apresentou as mesmas características, e os cinco professores contribuíram para análise. A conclusão resultante foi que o método auxilia os professores na elaboração das aulas de matemática, seja na escolha e na criação de atividades ou na seleção de materiais didáticos (livros, filmes, vídeos, softwares) que contemplem o maior número de eixos.

Outra conclusão obtida após a análise foi que a metodologia dos 11 eixos auxilia o professor na reflexão sobre a importância dos conteúdos geométricos,

contribuindo para a preparação de aulas mais diversificadas, formativas, críticas, estimulantes e criativas, com o objetivo de propiciar um melhor ensino de Matemática e um auxílio a outras disciplinas.

Por fim, a investigação dos 11 eixos como método de ensino não é conclusiva. Outras pesquisas podem complementá-la, analisando outras etapas do Ensino Básico, além de propor e analisar atividades geométricas utilizando os 11 eixos e/ou buscar outras contribuições que ilustrem como o ensino de Geometria pode auxiliar na formação acadêmica e social dos alunos.

## REFERÊNCIAS

BOYER, C. B., MERZBACH, U.C. **História da Matemática**. 3ª. Edição. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRESSAN, A. M.; BOGISIC, B. Y CREGO K. **Razones para enseñar geometría en la educación básica**. Mirar, construir, decir y pensar...Novedades Educativas. Buenos Aires. 2010

BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H. – Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: problemas de seu ensino, problema para seu ensino In: PANIZZA, Mabel (org.). **Ensinar Matemática na educação infantil e nas series iniciais** – Análises e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2008

CÂNDIDO, P. T. **Olhares que pensam e sentem: arte e mediação cultural na aula de geometria** Dissertação (Mestrado em Artes) Universidade Estadual Paulista - UNESP, Campus Barra Funda, São Paulo, 2011.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST M. M. & SHULTE, A. A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Higyno H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

DEL GRANDE. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST M. M. & SHULTE, A. A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Higyno H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. **Anais...** Campinas: Unicamp, 2009

DUMONT, A. H. **Um estudo de caso sobre aspectos do conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de quarta série**. Dissertação (Mestrado em Ciências) Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

ETCHEVERRIA, T. C. **Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da Geometria**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

EVES, H. **Introdução a História da Matemática**. 3ª Edição. Editora Unicamp, Campinas: 2002.

FARIAS, K. S. C. .S. **A representação do espaço nos anos iniciais do ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Programa de pós-graduação em educação. Campo Grande – MS, 2008.

FILLOS, L. M. O. Ensino da geometria: depoimentos de professores que fizeram história. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2006, Curitiba. **Anais...** Disponível em: <<http://www.fae.ufmg.br/ebrapem/completos/05-11.pdf>>. Acesso em: 04 dez. 2008.

FIORENTINI, D. ; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3.ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

FONSECA, M. C. F. R. *et al.* **O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FREUDENTHAL, H. Mathematics as an educational task. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1973. *apud* FONSECA, M. C. F. R. *et al.* **O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FREUDENTHAL, Hans. Mathematics as na Educational Task. Dordrecht: Reidel, 1973. *apud* VELOSO, E. **Geometria: temas actuais - materiais para professores**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. 2000. 217 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

HOFFER, A. **Geometry is more than proof**. The Mathematics Teachers, vol 74, nº1, USA, Janeiro 1981.

KOPKE, R. C. M.. **Geometria, desenho, escola e transdisciplinaridade: abordagens possíveis para a educação**. Rio de Janeiro, 2006. Tese (Doutorado em Educação), Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** SBEM/SP - Educação Matemática em Revista, v. 4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, S. org. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas** – SP: Autores Associados, 2006.

LÜDKE, M. e ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MANOEL, W. A. **A importância do ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras** Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, 2014. Disponível em:

< <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=000927720> >. Acesso em: 09jul.2015.

MIGUEL, A & MIORIM, M. A. **O ensino de Matemática no 1º grau**. São Paulo: Atual, 1986.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais**: Uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: Edufscar, 2003. v. 1. 151p

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil**: causas e conseqüências. Zetetiké, Campinas, São Paulo, ano 1, nº 1, p. 7-17, 1993.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, R. N. Grave de. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática. Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 9, n. 11A – Edição Especial, p.78-87, abr. 2002. *Apud* ETCHEVERRIA, T. C. **Educação continuada em grupos de estudos**: possibilidades com foco no ensino da Geometria. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino da Geometria para as camadas populares (1º e 2º graus)**. Tese de doutorado, Faculdade de Educação UNICAMP, Campinas, 1991.

PIAGET, J., GARCIA, R. Psicogênese e história das ciências. [s.l]: Publicações Dom Quixote, [s.d.]. p.91 *apud* GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. 2000. 217 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

RADAELLI, R. K. **A investigação e a ação docente no ensino de geometria em Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), UNIVATES, Lajeado -RS, 2010.

RODRIGUES, A. P. A. **Concepções de professores sobre a importância de se ensinar geometria nas séries iniciais do ensino fundamental**; Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria**

Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1. ed. atual. – São Paulo : SE, 2011.

SMOLE, K. C. S. A Matemática na Educação Infantil: A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. *apud* CÂNDIDO, P. T. **Olhares que pensam e sentem: arte e mediação cultural na aula de geometria** Dissertação (Mestrado em Artes) Universidade Estadual Paulista - UNESP, Campus Barra Funda, São Paulo, 2011

THON, R. “Modern” Mathematics: an educational and philosophic error? *American Scientist* (59): 695-699; nov./dec. 1971 *apud* PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica.** 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação).Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.

**ANEXO I – REGISTRO DAS ATIVIDADES DOS PROFESSORES**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

**Os 11 eixos como método de Ensino de Geometria**

Prof. Wagner Aguilera Manoel  
Orientador Dr. Antonio Noel Filho

1. **Habilidades cognitivas:** considera as habilidades cognitivas que o ensino de Geometria suas aulas. Nesse aspecto, foram consideradas as habilidades (visuais, de desenho e construção, de comunicação e de lógica) que permitem o aluno visualizar os entes geométricos, identificar suas propriedades e se comunicar utilizando a linguagem da Geometria

2. **Currículo:** considera a presença da Geometria em documentos oficiais, como as orientações contidas nos PCN e os conteúdos geométricos encontrados em livros didáticos. Revelam também a importância dada à Geometria por esses documentos, considerando sua ausência ou sua presença, e de que forma ela é abordada.

3. **História:** mostra a presença da Geometria na história da humanidade, seja na história do currículo, na história de povos antigos como egípcios e gregos, ou mesmo, na história das produções artísticas presentes no mundo em diversos períodos.

4. **Outras áreas do conhecimento:** apresenta o desenvolvimento interdisciplinar da Geometria com outras áreas da matemática (Aritmética e Álgebra), bem como para outras áreas do conhecimento (Ciências, Artes, Engenharia). Nesse tópico, a Geometria aparece como apoio a estas outras áreas, destacando suas relações com a Geometria e o desenvolvimento que esta pode proporcionar.

5. **Natureza:** apresenta onde a Geometria pode ser encontrada na natureza, como nas rochas, nas plantas e nos animais, dentre outros. Nesse tópico são consideradas, por exemplo, as formas dos objetos tridimensionais, proporções que aparecem em diversos objetos e os padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados.

6. **Cotidiano:** considera a importância que a Geometria possui no dia a dia dos alunos. Atividades como brincar, se locomover e se comunicar implicam diversas habilidades que envolvem Geometria. Nesse sentido, a Geometria aparece como importante para atividades rotineiras dos alunos, e são essas características que serão consideradas neste eixo.

7. **Afetividade:** aborda os aspectos emocionais que a Geometria pode favorecer no ensino de Matemática, como características motivacionais e prazerosas.

8. **Resolução de problemas:** apresenta o auxílio que a Geometria pode oferecer em atividades escolares que necessitem resolver problemas. Alguns autores defendem a resolução de problemas como um ramo da Educação Matemática a ser

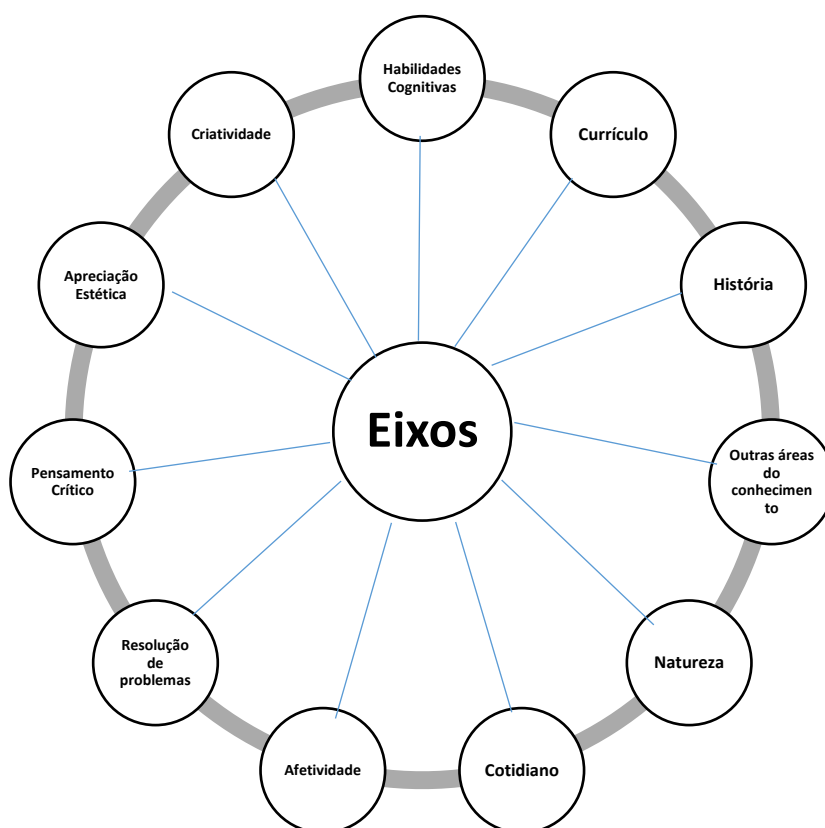


trabalhado na escola. Nesse aspecto, consideramos também a presença da Geometria para auxiliar na criação e na resolução de atividades envolvendo esse ramo da Educação Matemática.

9. **Pensamento crítico:** aborda a contribuição da Geometria no sentido de desenvolver a argumentação dos alunos. Os conteúdos geométricos podem desenvolver o pensamento crítico, quando leva os educandos a justificarem suas respostas. Sob esse aspecto é que esse eixo será pautado.

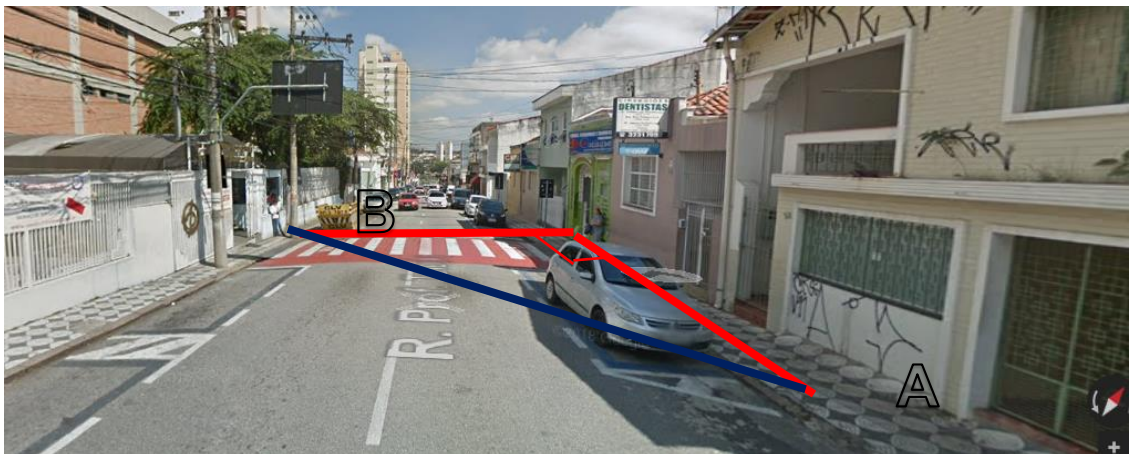
10. **Apreciação estética:** os educandos podem elaborar, reproduzir ou analisar produções artísticas nas aulas de Geometria. Nesse sentido, a apreciação estética do aluno pode ser desenvolvida. Esse eixo procura investigar como e por que esse aspecto deve estar presente nas aulas de Geometria.

11. **Criatividade:** as aulas de geometria podem promover atividades que auxiliam os educandos na capacidade de criar ou de inventar. Nesse sentido, esse eixo procura discutir como o ensino de Geometria pode desenvolver essa capacidade.



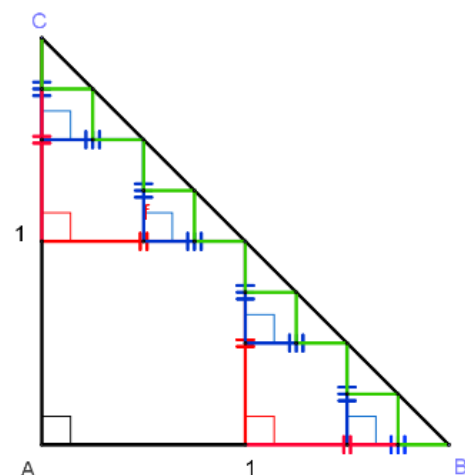
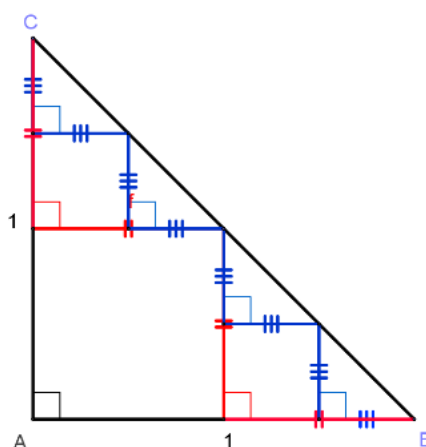
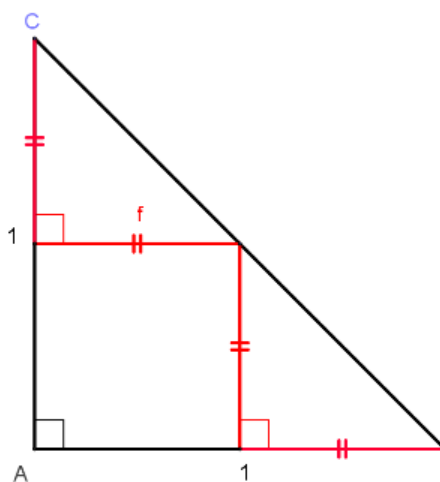
### Atividade 1 - Desigualdade Triangular no Triângulo Retângulo

A atividade consiste em perguntar ao aluno quais formas de chegar ao portão da escola, a primeira opção é atravessar pela faixa de pedestre andando em um caminho que pode ser representado por dois segmentos perpendiculares. A segunda opção consiste em chegar ao portão em uma trajetória reta.



A proposta consiste em o aluno pensar qual seria seguro e mais curto. Posteriormente o professor questiona se hipotenusa é maior que os catetos, uma vez que a segunda opção aparece como a hipotenusa de um triângulo retângulo.

Nesse momento o professor apresenta uma sequência de triângulos que induzem o aluno a acreditar que a hipotenusa pode ser igual à soma dos catetos.



**Demonstração:** Vamos demonstrar que o somatório dos segmentos obtidos pelos pontos médios do Triângulo Retângulo ABC converge para 2.

De fato, ao dividir os dois segmentos medindo de medida igual a um e traçando perpendiculares entre eles, construímos 4 segmentos de tamanho  $\frac{1}{2}$ . Seguindo o mesmo raciocínio temos:

| Número de divisões | Quantidade de Segmentos | Tamanho dos segmentos |
|--------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1                  | 4                       | $\frac{1}{2}$         |
| 2                  | 8                       | $\frac{1}{4}$         |
| 3                  | 16                      | $\frac{1}{8}$         |
| ...                | ...                     | ...                   |
| n                  | $2^{n+1}$               | $\frac{1}{2^n}$       |

Assim, o somatório do tamanho de todos os segmentos tendendo ao infinito é dada pelo limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{n+1} \cdot \frac{1}{2^n}$$

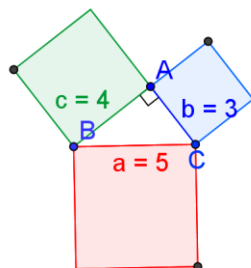
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2$$

Portanto, o somatório de todos segmentos é sempre dois.

Após demonstração da falácia anterior, o professor relembra que a hipotenusa é sempre o maior lado do triângulo retângulo, pois está oposto ao maior ângulo (não é possível na Geometria Euclidiana ter um ângulo maior que  $90^\circ$  em um triângulo retângulo).

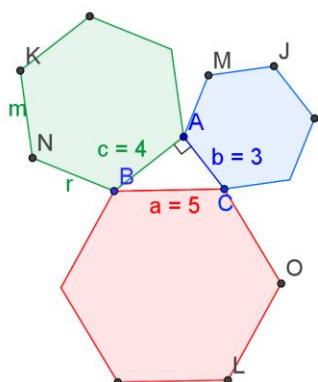
Nesse momento o aluno pode visualizar que o quadrado da hipotenusa pode ser representado pela área formada pela área do quadrado com lado medido o

tamanho da hipotenusa e os catetos como sendo a área de quadrados com lado medido o tamanho dos catetos.

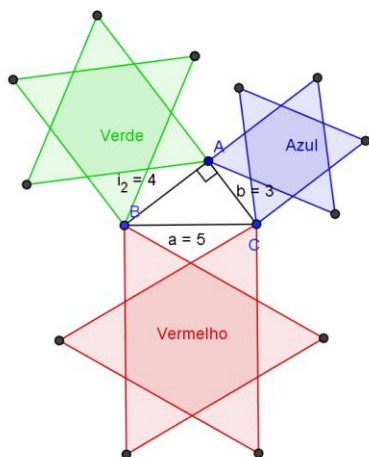


$$\begin{aligned} \text{Área (Verde)} + \text{Área (Azul)} &= 16 + 9 = 25 \\ \text{Área (Vermelho)} &= 25 \end{aligned}$$

Contudo, essa afirmação pode ser feita por áreas de outros polígonos regulares ou figuras que são derivadas deles (áreas de cada estrela da figura 3 é congruente a área dois hexágonos regulares congruentes).



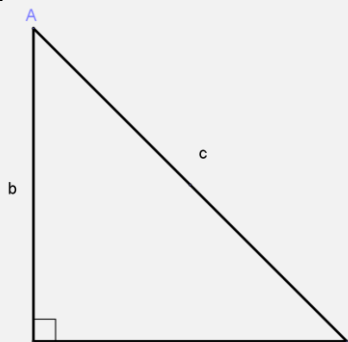
$$\begin{aligned} \text{Área (Verde)} + \text{Área (Azul)} &= 41.6 + 23.4 = 65 \\ \text{Área (Vermelho)} &= 65 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Área (Verde)} + \text{Área (Azul)} &= 41.57 + 23.35 = 64.92 \\ \text{Área (Vermelho)} &= 64.92 \end{aligned}$$

Voltando a pergunta inicial: A hipotenusa é maior ou menor que a soma dos catetos?

Segue a demonstração que a hipotenusa é maior que a soma dos catetos.

**Demonstração:**

**Hipótese:** o Triângulo ABC é retângulo em C. Assim  $c^2 = b^2 + a^2$  onde a, b e c são Números Naturais diferentes de zero.

Queremos demonstrar que  $c < a + b$  (Desigualdade Triangular no triângulo retângulo), de fato:

$$0 < a \text{ e } 0 < b$$

$$0 < ab$$

$$0 < 2ab$$

$$a^2 < a^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 < a^2 + 2ab + b^2$$

$$c^2 < (a + b)^2$$

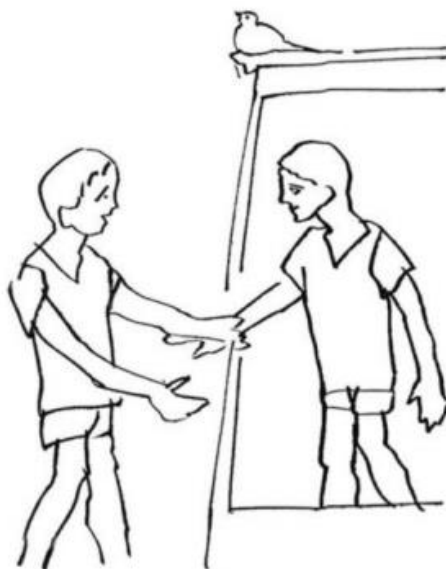
$$\sqrt{c^2} < \sqrt{(a + b)^2}$$

$$c < a + b$$

Portanto, em um triângulo retângulo a hipotenusa é menor que a soma dos catetos.

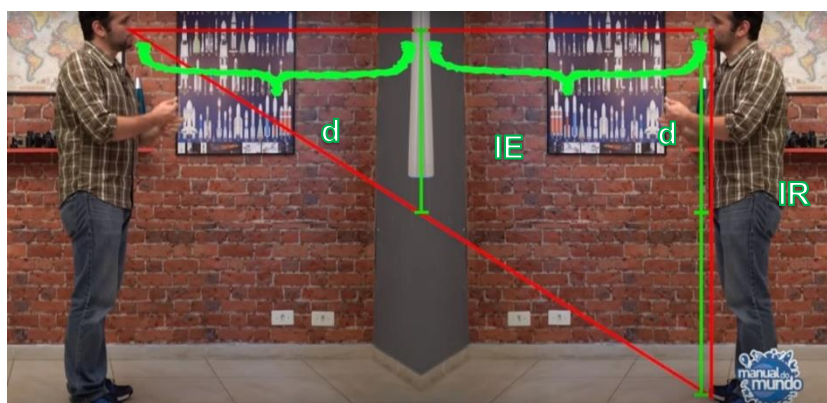
## Atividade 2 - Espelho

Responda rápido: você está na frente de um espelho grande e consegue se enxergar da cabeça até a cintura. Para ver o corpo inteiro, você se afastaria ou se aproximaria do espelho?



O professor coloca um espelho na frente do aluno e pede para ele enxergar seus pés. Contudo, o modo que o docente dispõe o espelho não permite que ele enxergue para baixo de seu tornozelo. Nesse momento, espera-se que o aluno se afaste-se do espelho para tentar enxergar seu pé.

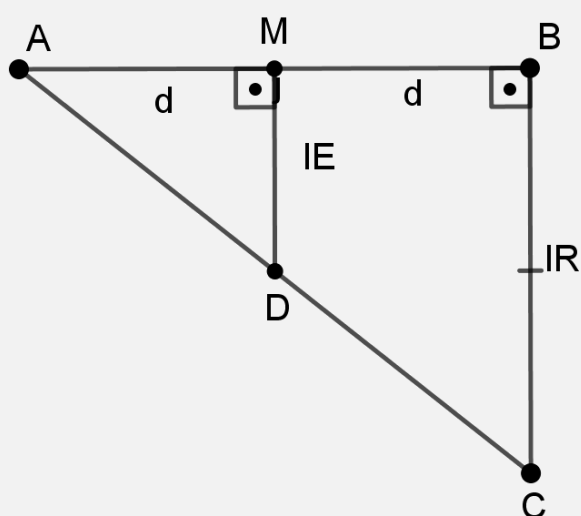
Nesse instante o professor dá uma fita medindo 20 centímetros e pede para o aluno enquadrar a imagem da fita em uma moldura fixada no espelho que possui comprimento de 10 centímetros. Solicita então ao aluno que se afaste e verifique que ainda é possível enquadrar a imagem da fita na moldura. Nesse instante é possível notar que a imagem do espelho não muda e representa a metade do tamanho da imagem real.



Seja IE a Imagem do Espelho e IR a Imagem do Refletida. Note que o espelho está a mesma distância ( $d$ ) da pessoa até o espelho e do espelho até sua Imagem Refletida (IR).

### Demonstração

Seja A o ponto de observação, B seu ponto de reflexão, M o ponto médio de AB, conforme mostra a figura abaixo:



Temos que  $ABC$  é semelhante a  $AMD$ , pois  $\angle MAD \equiv \angle BAC$  e  $\angle AMD \equiv \angle ABC$ , assim pelo Teorema de Tales temos:

$$\frac{d}{DM} = \frac{2d}{BC}$$

$$d \cdot BC = 2d \cdot DM$$

$$BC = 2 \cdot DM$$

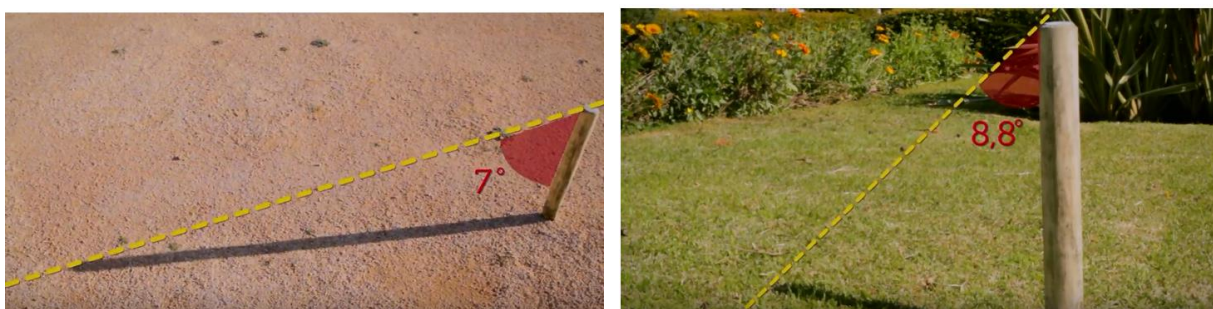
Como  $BC$  é a imagem do Espelho e  $DM$  é a imagem Refletida, concluímos que a Imagem do Espelho é a metade da Imagem Refletida.



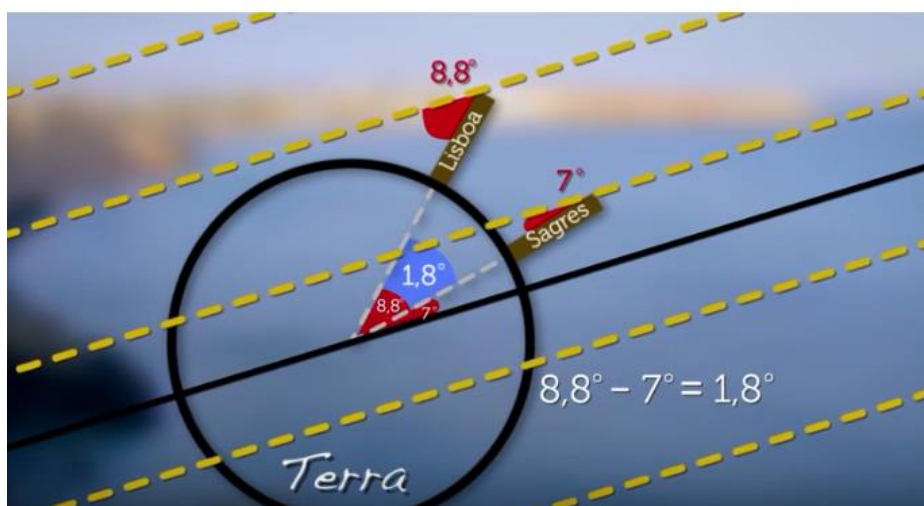
### Atividade 3 – Comprimento da Terra

O geômetra grego Erastóstenes (275 a 194 a.C. aproximadamente), também conhecido pelas suas contribuições na astronomia, geografia e matemática, é lembrado especialmente por medir o comprimento da Terra.

No vídeo Rogério e João utilizam o método de Erastóstenes para medir o comprimento da Terra de forma aproximada. Rogério percorreu 200 km e colocou uma estaca no chão e mediu o ângulo. João fez a mesma coisa no mesmo instante. Segue uma foto dos resultados que eles tiveram:



Considerando um raio de sol passando pelo centro da Terra e que ele incide na Terra em linha reta temos o seguinte ângulo



Como percorremos  $1,8^\circ$  e considerando a Terra como uma circunferência de  $360^\circ$  temos:

$$\frac{1,8^\circ}{360^\circ} = \frac{200 \text{ km}}{x}$$

$$1,8x = 200.360$$

$$x = 40\,000$$



Temos que  $x = 40.000$  km. Uma ótima aproximação do real comprimento da Terra (40.075 km).

Vídeo Isto é Matemática T02E10 O Raio da Terra

<https://www.youtube.com/watch?v=KrVBgBVIXe4&t=342s>

#### Atividade 4 - Matemática e Arte

Nos anos de 2017 e 2018 o professor Wagner juntamente com a professora Esmeralda Luchi desenvolveram no Colégio Salesiano São José Sorocaba atividades que relacionam Arte e Matemática.

Nas aulas de Artes os alunos, utilizando régua e compasso, construíram polígonos inscritos em uma circunferência. Após essas construções, os alunos dos 7º anos elaboraram no ano de 2017 um condomínio cuja casas eram poliedros.



Fonte: Arquivo do autor.

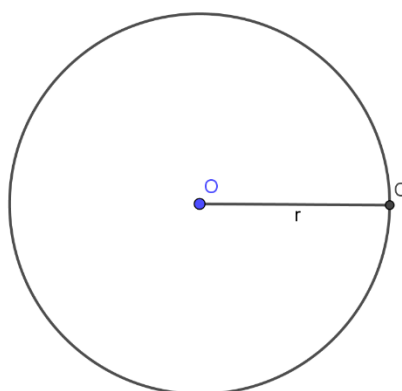
No ano de 2018 o projeto se repetiu, os alunos utilizaram os polígonos para fazer trabalhos de recorte e colagem. Segue as fotos dos trabalhos realizados pelos alunos.



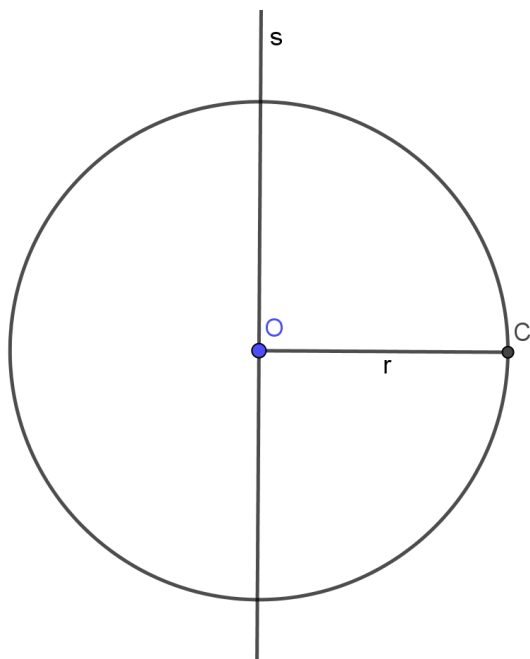
**Fonte:** Arquivo do autor.

Um dos polígonos ensinados que possui propriedades geométricas surpreendentes é o pentágono. Em sua construção podemos encontrar o pentagrama, símbolo da escola Pitagórica, e que entre diversas propriedades geométricas, possui a proporção áurea como razão entre os lados dos pentágonos e suas diagonais.

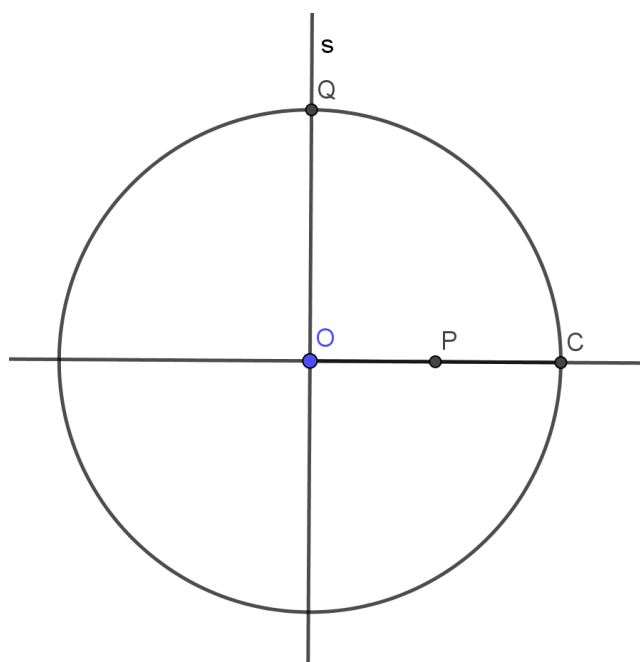
Segue a construção do Pentágono utilizando o software Geogebra.



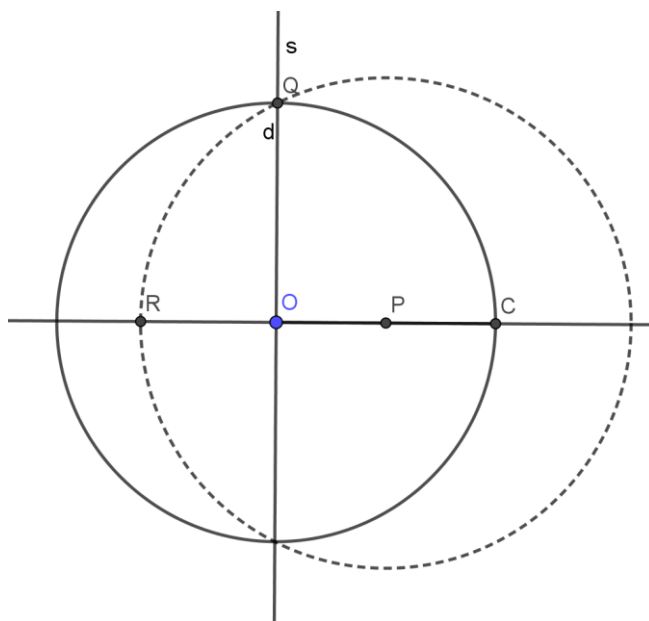
Circunferência C de centro O e raio OC ou r.



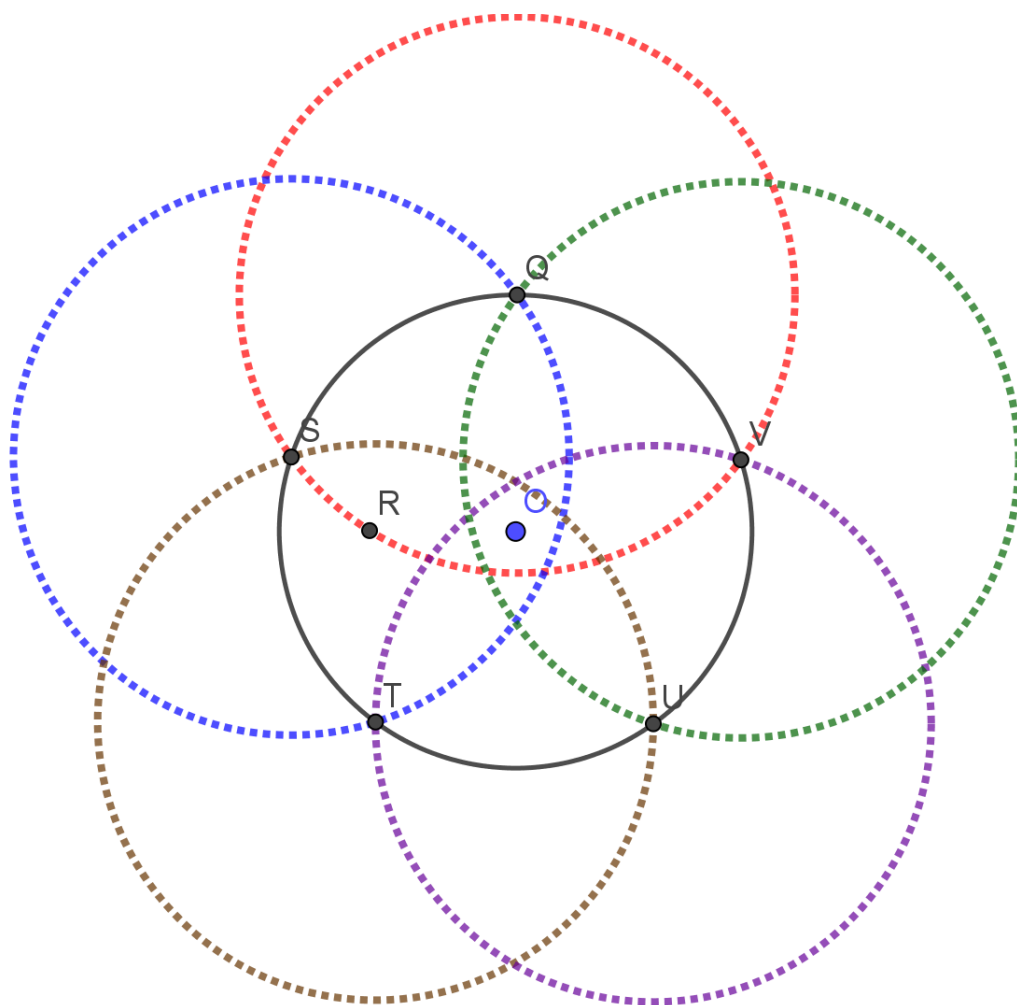
Reta  $s$  perpendicular ao segmento  $OC$



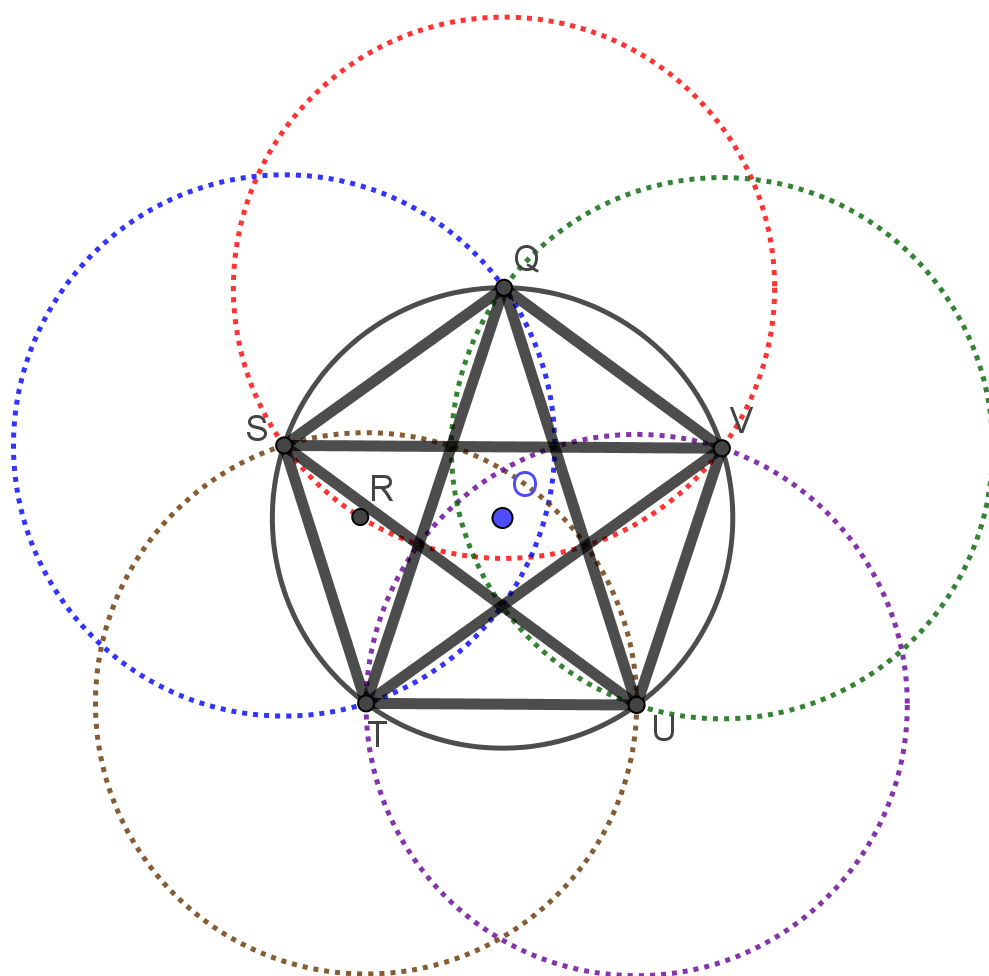
Ponto  $P$  é o ponto médio de  $OC$  e o ponto  $Q$  é a intersecção da reta  $s$  com a circunferência  $C$ .



A intersecção da circunferência de centro P e raio PQ da origem ao ponto R.



Os pontos S, T, U, V são as intersecções entre o círculo C e os 5 círculos de raio RQ e centro em Q, S, T, U e V respectivamente.



O pentágono QSTUV e suas diagonais formam um pentagrama.

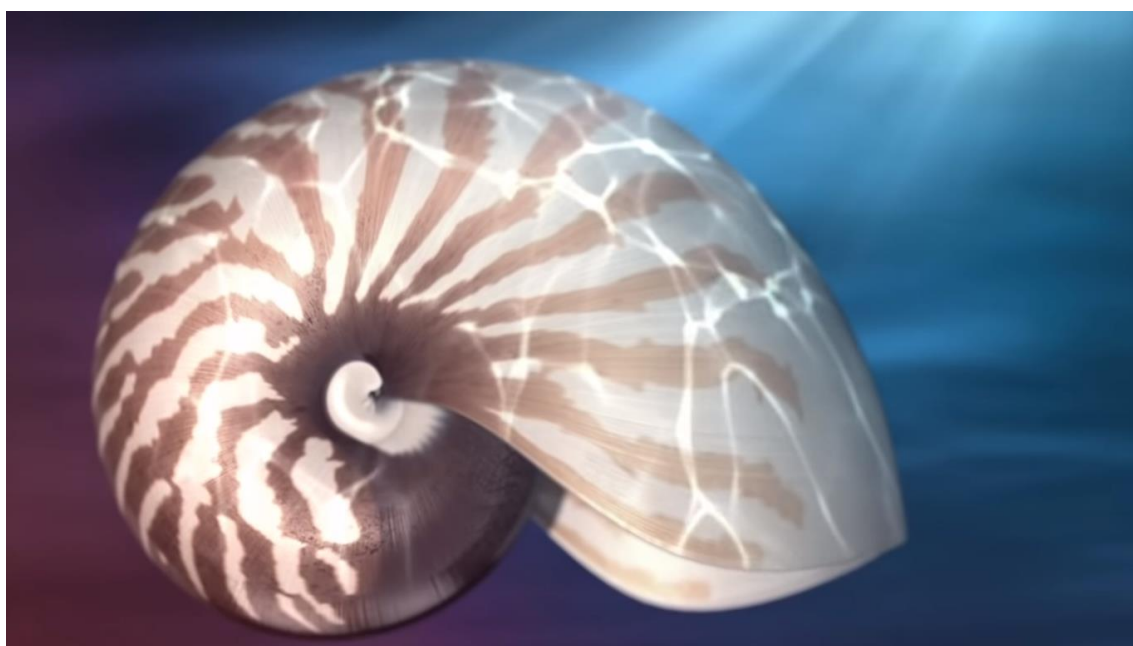
O número áureo está presente no pentagrama e também na natureza, em obras primas e em outras áreas da matemática, como na sequência de Fibonacci, onde a divisão do termo pelo seu antecessor converge para razão áurea.



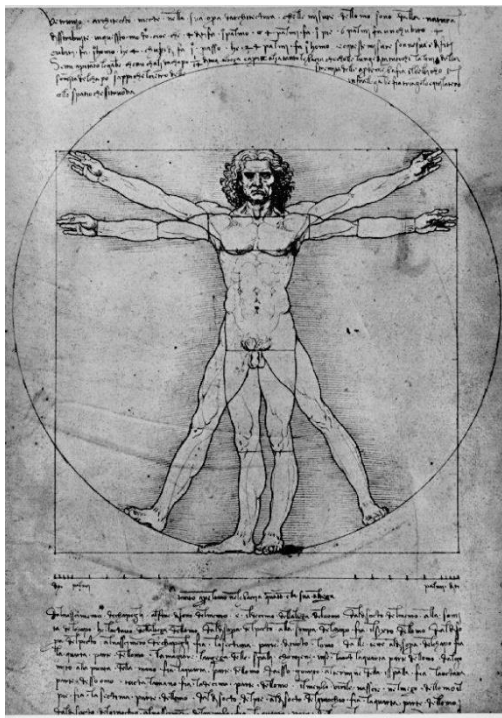


Espiral construída pelos números da sequência de Fibonacci

A espiral construída pela sequência de Fibonacci apresenta propriedades na natureza, como na relação do seu formato com o náutico.



Na concha do náutico crescendo em uma espiral semelhante a obtida pelos números de Fibonacci.



O Homem de Vitruvius de Leonardo da Vinci, é um exemplo da aplicação da proporção áurea nas dimensões aplicadas a obra. Por exemplo na altura do seu umbigo com relação a sua altura é estabelecida pela razão áurea. A razão áurea está presente na espiral apresentada anteriormente, devido sua construção possuir a propriedade do Número de Ouro, pois a divisão de um número da sequência de Fibonacci pelo seu antecessor tende ao número áureo.

Apresentação do vídeo Nature by Numbers

<https://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA>



**QUESTIONÁRIO**

Nome: \_\_\_\_\_

Celular: \_\_\_\_\_ E-mail: \_\_\_\_\_

**1 - Trabalha em outra escola:** Não  Sim, qual? \_\_\_\_\_**2- Quanto anos leciona matemática?** \_\_\_\_\_**3 - Quanto anos leciona matemática na Escola Estadual Antônio Padilha:** \_\_\_\_\_**4 - Qual o curso e faculdade que realizou o ensino superior?**

\_\_\_\_\_

**5- Em sala de aula você utiliza exercícios, atividades, situações problemas de:** Apostila  Livros Didáticos  Sites  Você mesmo cria Outros \_\_\_\_\_**6 – Das opções listadas acima, qual a você mais utiliza?** \_\_\_\_\_**7 – Qual o eixo que você mais utiliza nas atividades geométricas aplicadas aos alunos? Por que?**\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_**8 – Qual o eixo que você menos utiliza nas atividades geométricas aplicadas aos alunos? Por que?**\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_**9 – Qual atividade você mais gostou? Quais os fatores que contribuíram para essa escolha?**\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**10 – Após o curso, na elaboração ou na escolha de uma atividade geométrica, você poderá considerar a utilização do método dos 11 eixos? Justifique sua resposta, opinando sobre a proposta apresentada no encontro de formação.**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Atividade 1 - Desigualdade Triangular no Triângulo Retângulo

| <b>Eixos</b>                                     | <b>A atividade...</b>   | <b>Justificativa</b> |
|--|---|----------------------|
| 1 - Habilidades Cognitivas                       | Desenvolve habilidade visuais, de comunicação, de lógica e de representação?  | ( ) Sim              |
| 2 - Currículo                                    | Está presente no componente curricular?                                       | ( ) Sim              |
| 3 - História                                     | Apresenta algum dado histórico importante?                                    | ( ) Sim              |
| 4 - Outras áreas da Matemática e do conhecimento | Relaciona com outras áreas da Matemática e de conhecimento?                   | ( ) Sim              |
| 5 - Natureza                                     | Apresenta padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados? | ( ) Sim              |
| 6 - Cotidiano                                    | Mostra situações do dia-a-dia do aluno?                                       | ( ) Sim              |
| 7 - Afetividade                                  | Motiva os alunos a aprenderem matemática?                                     | ( ) Sim              |
| 8 - Resolução de problemas                       | Auxilia na resolução de problemas matemáticos?                                | ( ) Sim              |
| 9 - Pensamento crítico                           | Favorece na argumentação e criticidade do aluno?                              | ( ) Sim              |
| 10 - Apreciação estética                         | Relaciona produções artísticas e favorece a apreciação estética do discente?  | ( ) Sim              |
| 11 - Criatividade                                | Proporciona uma situação que desperte a criatividade do aluno?                | ( ) Sim              |

## Atividade 2 - Espelho

| <b>Eixos</b>                                     | <b>A atividade...</b>   | <b>Justificativa</b> |
|--|---|----------------------|
| 1 - Habilidades Cognitivas                       | Desenvolve habilidade visuais, de comunicação, de lógica e de representação?  | ( ) Sim              |
| 2 - Currículo                                    | Está presente no componente curricular?                                       | ( ) Sim              |
| 3 - História                                     | Apresenta algum dado histórico importante?                                    | ( ) Sim              |
| 4 - Outras áreas da Matemática e do conhecimento | Relaciona com outras áreas da Matemática e de conhecimento?                   | ( ) Sim              |
| 5 - Natureza                                     | Apresenta padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados? | ( ) Sim              |
| 6 - Cotidiano                                    | Mostra situações do dia-a-dia do aluno?                                       | ( ) Sim              |
| 7 - Afetividade                                  | Motiva os alunos a aprenderem matemática?                                     | ( ) Sim              |
| 8 - Resolução de problemas                       | Auxilia na resolução de problemas matemáticos?                                | ( ) Sim              |
| 9 - Pensamento crítico                           | Favorece na argumentação e criticidade do aluno?                              | ( ) Sim              |
| 10 - Apreciação estética                         | Relaciona produções artísticas e favorece a apreciação estética do discente?  | ( ) Sim              |
| 11 - Criatividade                                | Proporciona uma situação que desperte a criatividade do aluno?                | ( ) Sim              |

### Atividade 3 - Comprimento da Terra

| Eixos  | A atividade...  | Justificativa |
|--|---|---------------|
| 1 - Habilidades Cognitivas                       | Desenvolve habilidade visuais, de comunicação, de lógica e de representação?  | ( ) Sim       |
| 2 - Currículo                                    | Está presente no componente curricular?                                       | ( ) Sim       |
| 3 - História                                     | Apresenta algum dado histórico importante?                                    | ( ) Sim       |
| 4 - Outras áreas da Matemática e do conhecimento | Relaciona com outras áreas da Matemática e de conhecimento?                   | ( ) Sim       |
| 5 - Natureza                                     | Apresenta padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados? | ( ) Sim       |
| 6 - Cotidiano                                    | Mostra situações do dia-a-dia do aluno?                                       | ( ) Sim       |
| 7 - Afetividade                                  | Motiva os alunos a aprenderem matemática?                                     | ( ) Sim       |
| 8 - Resolução de problemas                       | Auxilia na resolução de problemas matemáticos?                                | ( ) Sim       |
| 9 - Pensamento crítico                           | Favorece na argumentação e criticidade do aluno?                              | ( ) Sim       |
| 10 - Apreciação estética                         | Relaciona produções artísticas e favorece a apreciação estética do discente?  | ( ) Sim       |
| 11 - Criatividade                                | Proporciona uma situação que desperte a criatividade do aluno?                | ( ) Sim       |

#### Atividade 4 - Matemática e Arte

| Eixos  | A atividade...  | Justificativa |
|--|---|---------------|
| 1 - Habilidades Cognitivas                       | Desenvolve habilidade visuais, de comunicação, de lógica e de representação?  | ( ) Sim       |
| 2 - Currículo                                    | Está presente no componente curricular?                                       | ( ) Sim       |
| 3 - História                                     | Apresenta algum dado histórico importante?                                    | ( ) Sim       |
| 4 - Outras áreas da Matemática e do conhecimento | Relaciona com outras áreas da Matemática e de conhecimento?                   | ( ) Sim       |
| 5 - Natureza                                     | Apresenta padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados? | ( ) Sim       |
| 6 - Cotidiano                                    | Mostra situações do dia-a-dia do aluno?                                       | ( ) Sim       |
| 7 - Afetividade                                  | Motiva os alunos a aprenderem matemática?                                     | ( ) Sim       |
| 8 - Resolução de problemas                       | Auxilia na resolução de problemas matemáticos?                                | ( ) Sim       |
| 9 - Pensamento crítico                           | Favorece na argumentação e criticidade do aluno?                              | ( ) Sim       |
| 10 - Apreciação estética                         | Relaciona produções artísticas e favorece a apreciação estética do discente?  | ( ) Sim       |
| 11 - Criatividade                                | Proporciona uma situação que desperte a criatividade do aluno?                | ( ) Sim       |