

BÁRBARA SÓTA QUINTÃN

O CONCEITO DE ÁREA SOB UMA  
PERSPECTIVA INVESTIGATIVA,  
CONCRETA E CONTEXTUALIZADA.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

DEZEMBRO DE 2018

BÁRBARA SÓTA QUINTÃN

O CONCEITO DE ÁREA SOB UMA PERSPECTIVA  
INVESTIGATIVA, CONCRETA E  
CONTEXTUALIZADA.

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof.Oscar Alfredo Paz La Torre

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE  
DARCY RIBEIRO - UENF  
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
DEZEMBRO DE 2018

**FICHA CATALOGRÁFICA**

UENF - Bibliotecas

Elaborada com os dados fornecidos pela autora.

Q7

Quintã, Bárbara Sôta.

O CONCEITO DE ÁREA SOB UMA PERSPECTIVA INVESTIGATIVA, CONCRETA E CONTEXTUALIZADA. / Bárbara Sôta Quintã. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2018.

182 f. : il.

Bibliografia: 126 - 127.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2018.

Orientador: Oscar Alfredo Paz La Torre.

1. Áreas de Figuras Planas. 2. Investigação Matemática. 3. Aula Expositiva Dialogada. 4. Resolução de Problemas. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

BÁRBARA SÓTA QUINTÃN

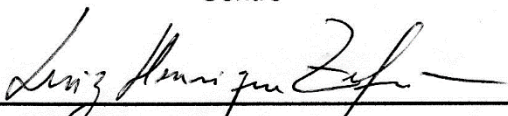
O CONCEITO DE ÁREA SOB UMA PERSPECTIVA  
INVESTIGATIVA, CONCRETA E  
CONTEXTUALIZADA.

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 04 de dezembro de 2018.



**Prof.<sup>a</sup> Arlisse Moraes de Almeida Lopes**  
D.Sc. - If Fluminense Campus Campos  
Centro



**Prof. Prof. Luiz Henrique Zeferino**  
D.Sc. - UENF



**Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro**  
D.Sc. - UENF



**Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre**  
D.Sc. - UENF  
(ORIENTADOR)

*Dedico este trabalho a todos os professores de Matemática que acreditam e lutam por uma educação pública de qualidade.*

# Agradecimentos

Agradeço a Deus por mais uma etapa concluída e pela constante intercessão de Nossa Senhora em toda a minha trajetória nesse mestrado. Foram muitos os momentos de desespero, mas em nenhum momento desistir fez parte de minhas alternativas, pois *"tudo posso naquele que me fortalece"* e assim se fez o meu caminho, onde as alegrias das conquistas ultrapassavam qualquer tipo de aflição.

À minha mãe Sônia, pelo amor incondicional, pelo exemplo de profissional e ser humano na qual sempre me inspirei e pelo esforço de uma vida inteira pra me fazer feliz. Ao meu pai, por estar sempre perto me ajudando, acudindo e me ligando todos os dias, mostrando que eu nunca estarei sozinha. À minha irmã Bianca, pela parceria de uma vida inteira, mesmo quando nossas ideias não são compatíveis. Ao meu esposo Matthews, pelo zelo, amizade, companheirismo e paciência nas minhas ausências. À tia Deisy por sempre acreditar no meu potencial e a todos os meus familiares, que são muitos, meu muito obrigada por estarem sempre presentes em minha vida.

Aos meus professores de uma vida inteira, meu muito obrigada. Se hoje sou professora e concluo o mestrado na minha área, é porque tive muitas inspirações. Em especial agradeço à Prof<sup>a</sup>. Sônia Sóta, mãe e alfabetizadora, por ter me ensinado, de forma sempre criativa, a ler e escrever; ao Prof. Dr. Rodrigo Dias, por no Ensino Médio me fazer olhar para a Matemática com olhos de encanto e por sempre me dar dicas de como proceder em diversas situações profissionais e acadêmicas; ao meu orientador, Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre, pela competência, dedicação, apoio e por está sempre presente, desde a Licenciatura, sanando dúvidas e se mostrando disposto a ajudar.

À Direção e Coordenação do Colégio Estadual de São Fidélis, colégio no qual estudei e hoje é meu local de trabalho, agradeço pela disposição e apoio durante a aplicação das atividades. Agradeço também aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II do ano de 2017, na qual as atividades foram aplicadas pois, se não fosse o empenho dos mesmos, o trabalho não surtiria tantos resultados positivos.

Agradeço à UENF, por me acolher como aluna desde a Licenciatura e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização deste mestrado profissional.

Agradeço a parceria de meus colegas de sala do PROFMAT e aos professores do curso. Foram muitos os aprendizados e trocas de experiências.

Por fim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste mestrado, minha eterna gratidão.

"A primeira meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas; homens que sejam criadores, inventores, descobridores."  
(Jean Piaget)



# Resumo

A Geometria é um ramo da Matemática com grande aplicabilidade no cotidiano. Entretanto, muitos alunos apresentam dificuldade em compreendê-la. Este trabalho tem como objetivo investigar se a aplicação de uma sequência didática, abordando o estudo de área de figuras planas, possibilita aos alunos um aprendizado significativo em Geometria. A elaboração dessa sequência foi baseada nas defasagens apresentadas na aplicação de uma avaliação diagnóstica em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental II do Colégio Estadual de São Fidélis, cidade do interior do estado do Rio de Janeiro. Estratégias de ensino como aula expositiva dialogada, investigação matemática e resolução de problemas foram exploradas na elaboração das atividades, que abrangeram materiais manipuláveis, demonstrações e resoluções de problemas contextualizados. Através de uma avaliação contínua paralela às realizações das atividades e dos dados obtidos pela comparação do desempenho dos alunos no pré e pós-teste, foi possível verificar que a utilização dessas estratégias de ensino podem, realmente, contribuir para o processo de ensino-aprendizagem em Geometria.

**Palavras-chaves:** áreas de figuras planas, investigação matemática, aula expositiva dialogada, resolução de problemas

# Abstract

Geometry is a branch of Mathematics with great applicability in everyday life. However, many students find it difficult to understand it. This work aims to investigate if the application of a didactic sequence, approaching the study of area of plane figures, allows the students a significant learning in Geometry. The elaboration of this sequence was based on the lags presented in the application of a diagnostic evaluation in a class of the 9th year of Elementary School II of the State College of São Fidélis, city of the interior of the state of Rio de Janeiro. Teaching strategies such as expository dialogues, mathematical research and problem solving were explored in the elaboration of activities, which included manipulative materials, demonstrations and resolutions of contextualized problems. Through a continuous assessment parallel to the activities and data obtained by comparing students' performance in the pre- and post-test, it was possible to verify that the use of these teaching strategies can actually contribute to the teaching-learning process in Geometry.

**Key-words:** areas of flat figures, mathematical research, expository dialogues, problem solving

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Aproximação de Área por Falta e Excesso. . . . .	36
Figura 2 – O metro quadrado. . . . .	37
Figura 3 – Múltiplos e Submúltiplos do Metro Quadrado . . . . .	37
Figura 4 – Quadrado de lado 6. . . . .	38
Figura 5 – Quadrado de lados irracionais. . . . .	39
Figura 6 – Quadrado de lado $r$ contido em quadrado $Q$ . . . . .	40
Figura 7 – Retângulo $R$ . . . . .	41
Figura 8 – Quadrado $Q$ . . . . .	42
Figura 9 – Paralelogramo $ABCD$ . . . . .	43
Figura 10 – Altura $a$ relativa à base $CD$ . . . . .	43
Figura 11 – Retângulo de dimensões $b$ e $a$ . . . . .	43
Figura 12 – Dedução da Área do Triângulo. . . . .	44
Figura 13 – Dedução da Área do Trapézio. . . . .	45
Figura 14 – Losango $ABDC$ . . . . .	46
Figura 15 – Losango $ABCD$ . . . . .	46
Figura 16 – Demonstração da Área do Círculo . . . . .	48
Figura 17 – Demonstração da Área do Círculo . . . . .	49
Figura 18 – Demonstração da Área do Círculo . . . . .	50
Figura 19 – Documento Japonês - 1698 . . . . .	51
Figura 20 – Etapas da Pesquisa Científica. . . . .	53
Figura 21 – Aplicação de Avaliação Diagnóstica (Pré-teste). . . . .	58
Figura 22 – Cálculos Aleatórios - Questão 1 . . . . .	60
Figura 23 – Cálculos Aleatórios - Questão 2 . . . . .	61
Figura 24 – Erros . . . . .	61
Figura 25 – Erros Aritméticos . . . . .	62
Figura 26 – Confusão entre Perímetro e Área . . . . .	62
Figura 27 – Falhas na Fórmula do Trapézio . . . . .	63
Figura 28 – Erro ao Identificar a Altura Relativa . . . . .	63
Figura 29 – Confusão entre Raio e Diâmetro . . . . .	63
Figura 30 – Falta de Atenção nas Alternativas . . . . .	64
Figura 31 – Cálculo de Área por Decomposição . . . . .	65

Figura 32 – Questão 3 - Nível 2 . . . . .	66
Figura 33 – Questão 4a . . . . .	66
Figura 34 – Questão 4b . . . . .	67
Figura 35 – Questão 4c . . . . .	67
Figura 36 – Aplicações Indevidas de <i>Base x Altura</i> . . . . .	68
Figura 37 – Confusão entre Fórmula do Comprimento e da Área . . . . .	68
Figura 38 – Questão 7 . . . . .	69
Figura 39 – Questão 8 . . . . .	70
Figura 40 – Questão 9 . . . . .	70
Figura 41 – Questão 10 . . . . .	71
Figura 42 – Casa de Shows . . . . .	79
Figura 43 – Dados das Marcas de Tinta . . . . .	80
Figura 44 – Aplicação de Sequência Didática . . . . .	83
Figura 45 – Aplicação de Pós-Teste . . . . .	84
Figura 46 – Superfícies. . . . .	85
Figura 47 – Exemplos dos alunos. . . . .	85
Figura 48 – Definição de Superfície . . . . .	86
Figura 49 – Registros da Atividade 1 . . . . .	87
Figura 50 – Registro da Proposta 3/ Atividade 1 . . . . .	87
Figura 51 – Montagens/Atividade 1 . . . . .	88
Figura 52 – Definição de Área. . . . .	88
Figura 53 – Registros da Proposta 1/Atividade 2 . . . . .	89
Figura 54 – Montagens da Proposta 1/Atividade 2 . . . . .	89
Figura 55 – Resolução de Proposta 2/Atividade 2 . . . . .	90
Figura 56 – Frases/Atividade 3 . . . . .	91
Figura 57 – O metro quadrado/Atividade 3 . . . . .	92
Figura 58 – Proposta 1/Atividade 4 . . . . .	93
Figura 59 – Atividade 4 . . . . .	93
Figura 60 – Aplicação da Atividade 5 . . . . .	94
Figura 61 – Questões 1 e 2/Atividade 5 . . . . .	94
Figura 62 – Questões 3, 4 e 5/Atividade 5 . . . . .	95
Figura 63 – Questão 6/Atividade 5 . . . . .	96
Figura 64 – Questão 7/Atividade 5 . . . . .	96
Figura 65 – Questões 8, 9, 10 e 11/Atividade 5 . . . . .	97
Figura 66 – Questões 12 e 13/Atividade 5 . . . . .	97
Figura 67 – Desafio 1/Atividade 5 . . . . .	98
Figura 68 – Desafio 2/Atividade 5 . . . . .	98
Figura 69 – Desafio 3/Atividade 5 . . . . .	99
Figura 70 – Questão 1a/Atividade 6 . . . . .	100

Figura 71 – Roteiro de Construção - Questão 1b/Atividade 6 . . . . .	100
Figura 72 – Registro de Construção - Questão 1b/Atividade 6 . . . . .	100
Figura 73 – Questão 1c/Atividade 6 . . . . .	101
Figura 74 – Registro de Conjectura dos Alunos /Atividade 6 . . . . .	101
Figura 75 – Questão 2 /Atividade 6 . . . . .	102
Figura 76 – Registro de Aplicação /Atividade 6 . . . . .	102
Figura 77 – Questão 3/Atividade 6 . . . . .	103
Figura 78 – Questão 4/Atividade 6 . . . . .	104
Figura 79 – Registro de Aplicação/Atividade 7 . . . . .	104
Figura 80 – Questão 1/Atividade 7 . . . . .	105
Figura 81 – Questão 2/Atividade 7 . . . . .	106
Figura 82 – Questão 3/Atividade 7 . . . . .	106
Figura 83 – Questão 4/Atividade 7 . . . . .	107
Figura 84 – Questão 1 / Atividade 8 . . . . .	108
Figura 85 – Padrão/Atividade 8 . . . . .	108
Figura 86 – Registro de Participação dos Alunos/Atividade 8 . . . . .	109
Figura 87 – Montagens de Alunos / Atividade 8 . . . . .	109
Figura 88 – Questão 3/ Atividade 8 . . . . .	110
Figura 89 – Investigação/Atividade 9 . . . . .	111
Figura 90 – Questão 1-a/Atividade 9 . . . . .	112
Figura 91 – Questão 1-b/Atividade 9 . . . . .	113
Figura 92 – Medição do pátio e da quadra da escola/Atividade 9 . . . . .	113
Figura 93 – Modelagem do Pátio/Atividade 9 . . . . .	114
Figura 94 – Questão 2-a/Atividade 9 . . . . .	114
Figura 95 – Questão 2-b/Atividade 9 . . . . .	115
Figura 96 – Questão 1/Atividade 10 . . . . .	116
Figura 97 – Medição da Sala/Atividade 10 . . . . .	116
Figura 98 – Modelagem das partes da sala que serão pintadas/Atividade 10 . . . . .	117
Figura 99 – Cálculo de região para pintura/Atividade 10 . . . . .	117
Figura 100–Questão 2-b/Atividade 10 . . . . .	118
Figura 101–Questão 3/Atividade 10 . . . . .	119
Figura 102–Desafio das Áreas/Atividade 10 . . . . .	120
Figura 103–Questão 3/Pós-Teste . . . . .	120
Figura 104–Questão 4c/Pós-Teste . . . . .	121
Figura 105–Questão 8/Pós-Teste . . . . .	121
Figura 106–Questão 9/Pós-Teste . . . . .	122
Figura 107–Desempenho dos Alunos . . . . .	122

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Competências e Habilidades . . . . .	57
Tabela 2 – Desempenho dos alunos na avaliação diagnóstica . . . . .	58
Tabela 3 – <b>Erros Cometidos no Nível 1 (Pré-teste)</b> . . . . .	60
Tabela 4 – <b>Erros Cometidos no Nível 2 (Pré-teste)</b> . . . . .	65
Tabela 5 – <b>Erros Cometidos no Nível 3 (Pré-teste)</b> . . . . .	69

# Lista de quadros

Quadro 1 – Competências e Habilidades relacionadas com o ensino de Áreas. . . . .	28
Quadro 2 – Cronograma período de investigação com os sujeitos da pesquisa. . . . .	56
Quadro 3 – Cronograma de Aplicações de Atividades. . . . .	83

# Lista de gráficos

Gráfico 1 – Desempenho dos Alunos na Avaliação Diagnóstica (Pré-teste) . . . . .	59
Gráfico 2 – Comparativo entre acertos no pré e pós-teste . . . . .	123



# Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas e Técnicas
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

# Sumário

Introdução . . . . .	20	
<b>1</b>	<b>O ENSINO DA GEOMETRIA COM FOCO NO CÁLCULO DE ÁREAS . . . . .</b>	<b>23</b>
1.1	Um pouco de Estatística . . . . .	25
1.2	O Ensino de Áreas de Figuras Planas no Ensino Fundamental II	26
1.2.0.1	Área de Figuras Planas e PCN . . . . .	26
1.2.0.2	Área de Figuras Planas e o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro .	28
<b>2</b>	<b>ESTRATÉGIAS DE ENSINO . . . . .</b>	<b>30</b>
2.1	Aula Expositiva Dialogada . . . . .	31
2.2	Resolução de Problemas . . . . .	32
2.3	A Investigação Matemática . . . . .	33
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA . . . . .</b>	<b>35</b>
3.1	Definição intuitiva de Superfície . . . . .	35
3.2	Definição geral de Área . . . . .	35
3.3	Unidades de Medida de Área . . . . .	37
3.4	Área das Figuras Planas mais utilizadas . . . . .	37
3.4.1	Área do Quadrado e do Retângulo . . . . .	38
3.4.2	Área do Paralelogramo . . . . .	42
3.4.3	Área do Triângulo . . . . .	44
3.4.4	Área do Trapézio . . . . .	45
3.4.5	Área do Losango . . . . .	45
3.4.6	Área do Círculo . . . . .	47
<b>4</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS . . . . .</b>	<b>52</b>
4.1	Preparação da Pesquisa . . . . .	54
4.1.1	Etapa 1: Questão Inicial . . . . .	54
4.1.1.1	O Tema da Pesquisa . . . . .	55
4.1.1.2	Os Sujeitos da Pesquisa . . . . .	55
4.1.2	Etapa 2: A Exploração . . . . .	56
4.1.2.1	As Leituras . . . . .	56
4.1.2.2	A Coleta de Dados Exploratórios - A Avaliação Diagnóstica . . . . .	56
4.1.3	Etapa 3: A Problemática . . . . .	72
4.1.4	Etapa 4: A Construção de um Modelo de Análise - A Sequência Didática	72

4.1.4.1	Atividade 1: Medindo Superfícies . . . . .	75
4.1.4.2	Atividade 2: Unidade Padrão - a solução pra toda confusão! . . . . .	75
4.1.4.3	Atividade 3: Desvendando o Metro Quadrado . . . . .	76
4.1.4.4	Atividade 4: Por que base x altura? . . . . .	76
4.1.4.5	Atividade 5: Fixando e Praticando . . . . .	77
4.1.4.6	Atividade 6: Descobrindo outras áreas (Parte 1) . . . . .	77
4.1.4.7	Atividade 7: Descobrindo outras áreas (Parte 2) . . . . .	77
4.1.4.8	Atividade 8: Descobrindo outras áreas (Parte 3) . . . . .	78
4.1.4.9	Atividade 9: Tá tudo dominado! . . . . .	78
4.1.4.10	Atividade 10: Pintando o Sete! . . . . .	79
4.1.4.11	Atividade 11: Desafio das Áreas . . . . .	81
5	DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DE DADOS . . . . .	82
5.1	Etapas 5: A coleta de dados . . . . .	82
5.1.1	Aplicação da Sequência Didática . . . . .	82
5.1.2	Aplicação de Pós-Teste . . . . .	84
5.2	Etapas 6: A análise das Informações . . . . .	84
5.2.1	Análise da Aplicação da Sequência Didática . . . . .	85
5.2.2	Análise da Aplicação do Pós-Teste . . . . .	120
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	124
	REFERÊNCIAS . . . . .	126
	APÊNDICES . . . . .	128
APÊNDICE A	– AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA . . . . .	129
APÊNDICE B	– ATIVIDADE 1: MEDINDO SUPERFÍCIES . . . . .	134
APÊNDICE C	– ATIVIDADE 5: FIXANDO E PRATICANDO . . . . .	149
APÊNDICE D	– ATIVIDADE 6: DESCOBRINDO OUTRAS ÁREAS (PARTE 1) . . . . .	154
APÊNDICE E	– ATIVIDADE 7: DESCOBRINDO OUTRAS ÁREAS (PARTE 2) . . . . .	158
APÊNDICE F	– ATIVIDADE 8: DESCOBRINDO OUTRAS ÁREAS (PARTE 3) . . . . .	162
APÊNDICE G	– ATIVIDADE 9: TÁ TUDO DOMINADO! . . . . .	169

APÊNDICE H	–	ATIVIDADE 10: PINTANDO O SETE!	. . . . .	172
------------	---	--------------------------------	-----------	-----

ANEXOS				175
--------	--	--	--	-----

ANEXO A	–	IMAGENS UTILIZADAS NA ATIVIDADE 1	. . . . .	176
---------	---	-----------------------------------	-----------	-----

ANEXO B	–	AUTORIZAÇÃO DE USO DE NOME DAS MAR- CAS CORAL E SUVINIL(ATIVIDADE 10)	. . . . .	179
---------	---	--	-----------	-----

# Introdução

O processo de ensino-aprendizagem em Matemática é um assunto presente em muitas discussões e pesquisas sobre educação.

Segundo [Brasil \(1998\)](#),

a presença da Matemática como uma das disciplinas obrigatórias nos currículos oficiais do ensino fundamental é justificada por sua utilização prática na vida das pessoas e por conta do desenvolvimento do raciocínio lógico que ela pode promover. Se no primeiro caso são evidenciados os aspectos utilitários da matemática na formação do cidadão verificáveis nas compras, no cálculo do aumento dos salários, nas estatísticas publicadas nos jornais, na utilização das grandezas e medidas em muitas situações do cotidiano no segundo, coloca-se foco no desenvolvimento das formas de pensamento demonstráveis pelo sujeito que investiga, compreende, relaciona, argumenta, generaliza e representa aspectos estruturais da matemática.

Mesmo diante de tamanha importância, pode-se observar nas escolas uma desafagem e resistência significativa dos alunos ao processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina cuja aplicação pode ser expressa em inúmeros itens. Para [Ramos \(2017\)](#), a matemática é vista como uma disciplina difícil, que provoca medo e angústia na maioria das pessoas, o fato é que a matemática é sequencial e se por acaso, o aluno, não se der bem em determinado assunto, dificilmente dará sequência em seu aprendizado, assim sendo, a matemática se torna a grande vilã no contexto escolar.

As estatísticas mostram que o desempenho dos alunos na disciplina não é muito bom. O [INEP \(2018\)](#), por exemplo, apontou que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II e da 3ª série do Ensino Médio no Brasil encontravam-se num nível insuficiente de aprendizado em Matemática.

Diante dessa realidade, por que será que um aprendizado consistente em Matemática parece estar tão distante das salas de aula?

Sob a visão da pesquisadora, professora de Matemática há 8 anos e da rede pública estadual de ensino há 5 anos, a realidade escolar atual, principalmente de escolas públicas brasileiras, não é a melhor. Problemas como a superlotação de alunos em sala de aula, a falta de recursos tecnológicos, a indisciplina e a desvalorização do professor, são problemas que interferem no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. Observa-se

também que a mecanização nas salas de aula de matemática é constante e o "fazer pensar" fica de lado. Acredita-se que essa forma de trabalhar a Matemática distancia os alunos de pensarem matematicamente, sendo incapazes de fazer a associação desses conceitos com o cotidiano, além de não conseguirem desenvolver estratégias para resolver problemas, que é uma das maiores dificuldades dos alunos.

Para [Ramos \(2017\)](#),

o professor não pode se esquecer de que o aluno precisa perceber a inter-relação dos conhecimentos matemáticos com a realidade a qual está inserido. Acredita-se que essa seja a melhor maneira de dar sentido ao aprendizado da disciplina, como um instrumento importante para compreender o mundo e sua realidade. Não se pode mais pensar na Matemática como uma sequência linear de informações, mas como uma teia de relações. Não se pode mais cruzar os braços e ficar satisfeito só com o que os livros didáticos oferecem, ficando limitado a um ensino pobre e sem significado, é preciso agir e mostrar que o ensino da matemática pode e deve ser um inovador e desafiador, capaz de romper as barreiras do desconhecido.

A Matemática é rica em aplicações no dia a dia, a Geometria, por sua vez, é uma área da Matemática cuja aplicação no cotidiano da sociedade é bem notável. Apesar de ser exigência nos currículos, dados obtidos pelo PISA ([Brasil \(2015\)](#)) indicam que os estudantes encontram maiores dificuldades na resolução de problemas envolvendo assuntos que trabalham com a Geometria ou conteúdos afins.

O conceito de área de figuras planas, em específico, é um ramo de grande importância nas construções, divisões de terras, plantações, estimativas do quantitativo de pessoas em eventos, além de diversas outras situações. Diante da tamanha aplicação no dia a dia, a cobrança desse conceito em vestibulares, ENEM e concursos não passa despercebida. Como também não passa despercebida a sua presença nos parâmetros curriculares nacionais, cujo conteúdo ou simplesmente sua ideia deve ser trabalhada desde os anos iniciais até os anos finais da Educação Básica ([Brasil \(1998\)](#)).

O desenvolvimento desse trabalho se baseou na seguinte questão: *De que forma, o desenvolvimento da sequência didática e oficinas, enquanto estratégias de ensino para o estudo de área de figuras planas, possibilita uma aprendizagem significativa?*

Existem trabalhos publicados que seguem essa perspectiva, dentre eles destacam-se as dissertações de [Miranda \(2017\)](#) intitulada "*Uma abordagem sobre cálculo de áreas na decomposição de figuras.*", que tem como foco o ensino de área com base na decomposição de figuras em triângulos e retângulos; [Facco \(2003\)](#), intitulada "*Conceito de Área. Uma proposta de ensino-aprendizagem.*", cuja metodologia empregada seguiu os princípios da engenharia didática, baseando-se na dialética; e [Boiago \(2015\)](#), com "*Área de Figuras Planas: uma proposta de ensino com modelagem matemática.*", que explora a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática no estudo de áreas.

O objetivo geral deste trabalho, que o diferencia dos citados, é investigar se a aplicação de uma sequência didática e oficinas, abordando o estudo de áreas de figuras planas, explorada por materiais concretos manipuláveis, demonstrações e problemas, possibilita uma aprendizagem significativa.

Esta é uma pesquisa qualitativa que foi realizada com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual de São Fidélis, no quarto bimestre de 2017. Para atingir o objetivo geral desta Pesquisa, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- investigar o conhecimento dos alunos sobre área de figuras planas e suas respectivas dificuldades;
- estabelecer as estratégias de ensino e elaborar atividades que ajudem a potencializar as habilidades que não foram desenvolvidas nos alunos;
- analisar o desempenho e a participação dos alunos nessas atividades, verificando se surtiram efeitos positivos no processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

O presente trabalho está estruturado em 5 capítulos. No capítulo 1, encontra-se um pequeno estudo sobre o Ensino de Geometria com foco no cálculo de áreas. No capítulo 2, são apresentadas as metodologias e estratégias de ensino exploradas na elaboração e realização das atividades: Aula Expositiva Dialogada, Investigação Matemática e Resolução de Problemas. O capítulo 3 contém a Fundamentação Matemática de Área e Superfície, contendo definições e demonstrações que direcionaram a elaboração da sequência didática. O capítulo 4 apresenta os aspectos metodológicos do trabalho, descrevendo as atividades desenvolvidas com seus respectivos objetivos e desenvolvimentos. O capítulo 5 contém a descrição da aplicação da sequência didática e a análise dos resultados obtidos. Por fim, tem-se as considerações finais. A esquematização deste trabalho é baseada na estrutura de pesquisa científica de [Quivy e Campenhoudt \(1995\)](#), detalhada no capítulo 3.

# Capítulo 1

## O Ensino da Geometria com foco no Cálculo de Áreas

A Matemática é uma ciência que se desenvolve paralela às necessidades dos seres humanos desde o início da civilização. A cada dia surgem novas perguntas e problemas, o que repercute em novas pesquisas e descobertas.

Confirmando esta fala, para [Brasil \(1998\)](#),

a matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. (...) é uma ciência viva, não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também nas universidades e centros de pesquisas, onde se verifica, hoje, uma impressionante produção de novos conhecimentos que, a par de seu valor intrínseco, de natureza lógica, têm sido instrumentos úteis na solução de problemas científicos e tecnológicos de maior importância.

Foram muitas as contribuições da Matemática para o desenvolvimento do mundo, tanto numa abordagem científica quanto social. A criação dos números, por exemplo, se deu pela necessidade de representar quantidades, dívidas, dentre outras. A Física, que busca explicar o comportamento dos fenômenos da natureza através de experimentos, recorre muito a ideias matemáticas e geométricas. Os avanços de tecnologias se desenvolvem inerente ao avanço das ciências, de onde a matemática faz parte. Também são muitas as pesquisas matemáticas na Medicina numa busca de curas de doenças. Seguindo na linha de mostrar a aplicabilidade da Matemática, para se ter uma boa economia, um país necessita de bons economistas, que por sua vez necessitam de um bom conhecimento matemático. Os seres humanos se apropriam de hábitos matemáticos diariamente como por exemplo ao escolherem a roupa que vestir, ao pensar em diferentes trajetos para se chegar a algum lugar, ao administrar o tempo, ao cozinhar, ao abastecer, entre outros hábitos. As obras e construções em geral devem ser feitas após a realização de muitos cálculos matemáticos e estudos geométricos, no intuito de fornecer uma construção segura



e satisfatória. Enfim, são muitos os exemplos práticos de aplicação da matemática e suas respectivas áreas.

A Geometria é uma das áreas da Matemática mais ricas em aplicações no cotidiano das pessoas, e seu desenvolvimento se dá desde os os tempos mais antigos. Segundo [Lorenzato \(1995\)](#), a Geometria faz parte do nosso cotidiano, mesmo sem querer lidamos com ideia de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, comprimento, área, volume, simetria e muitas outras situações. Assim seja na profissão, no lazer, na comunicação estamos sempre envolvidos com a Geometria.

Na definição de [Ferreira \(1999\)](#), a Geometria é uma ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos ou ainda um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades, ou ainda, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (geometria plana) e dos sólidos (geometria no espaço).

Baseando-se em [Lima \(2011\)](#), *Geometria*, no sentido etimológico da palavra, significa *medida da terra*. O historiador Heródoto (século quinto a.C.), que atribui a criação da geometria aos egípcios, justifica este nome devido ao fato de os proprietários de terra naquela época pagarem impostos cujo valores eram diretamente proporcionais às áreas de cada lote. Como o rio Nilo sofria muitas vezes com cheias, as delimitações das terras acabavam sendo apagadas, tendo os cobradores dos impostos que recalculá-las para fins de cobrança. Além disso, era preciso saber calcular o volume de cada depósito de grão, com intuítos comerciais. Os babilônios também tinham um grande destaque em relação aos conhecimentos geométricos, eles sabiam resolver problemas envolvendo a relação de Pitágoras que lhes era familiar mil anos antes dos pitagóricos.

[Lima \(2011\)](#) afirma que o cálculo de áreas e volumes é um assunto milenar, cuja importância se revelou muito cedo, mesmo em civilizações organizadas de modo simples em relação aos padrões atuais. Nessa linha de pensamento, confirma-se o fato de que a geometria surge da necessidade humana e que o cálculo de áreas e volumes foram as primeiras noções geométricas que despertaram o interesse do homem.

Diante da importância da Geometria para o desenvolvimento tanto econômico quanto social de uma civilização, o ensino dela nas escolas é algo preciso e indispensável. Afinal, uma civilização está em constante desenvolvimento, logo, precisa-se de pessoas que deem continuidade a esse processo, pessoas estas que passam primeiramente pelas escolas e é nas escolas que o conhecimento e pensamento investigativo sobre o mundo deve ser trabalhado.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais ([Brasil \(1998\)](#)) destacam a importância das habilidades que ensino de Geometria pode propiciar aos alunos:

(...) O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite

compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (...) O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

O presente capítulo aborda o ensino da Geometria no Brasil e analisa as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil (1998)) e do Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro (SEERJ (2012)) com foco no ensino de áreas de figuras planas.

## 1.1 Um pouco de Estatística

Segundo o INEP (2018), os resultados do SAEB de 2017 são preocupantes. O SAEB, que ocorre a cada dois anos, tem como público alvo alunos do 5º, 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio de escolas públicas e privadas brasileiras, avaliando o desempenho desses alunos em Língua Portuguesa e Matemática. O MEC classificou os níveis de proficiência que estão organizados em uma escala de 0 a 9 - quanto menor o número, pior o resultado. Níveis de 0 a 3 são considerados insuficientes; entre 4 e 6 os alunos têm nível de conhecimento básico; e a partir de 7 até 9, adequado. Segundo o INEP (2018), em matemática, 71,67% dos alunos têm nível insuficiente de aprendizado. Desses, 23% estão no nível 0, o mais baixo da escala de proficiência.

De acordo com o PISA 2015 (Brasil (2015)), exame que avalia os alunos de 15 a 16 anos de escolas públicas e privadas de 70 países, incluindo o Brasil, no desempenho em Ciências, Leitura e Matemática a cada 3 anos, o desempenho médio dos estudantes brasileiros em Matemática foi de 377, inferior ao PISA de 2012, cujo desempenho foi de 389. Além dessa queda, verificou-se que cerca de 70% desses estudantes encontram-se abaixo do nível 2 na escala de proficiência do PISA, que varia do nível 1 ao 6.

Para a OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), que lançou o PISA, um jovem letrado em Matemática é capaz de formular, empregar e interpretar Matemática numa variedade de contextos e não simplesmente atingir um mínimo de conhecimentos técnicos e habilidades. No PISA 2015 o número de brasileiros que conseguiu chegar a esse patamar foi muito baixo.

O PISA também apontou que os estudantes encontram maiores dificuldades na resolução de problemas envolvendo assuntos que trabalham com a Geometria ou conteúdos afins. (Brasil (2015)).

O dado acima mostra uma defasagem grande no Ensino Fundamental em relação ao ensino de Geometria. Situação preocupante, pois é no Ensino Fundamental que se

dá a construção de conceitos geométricos importantíssimos para o desenvolvimento do pensamento matemático, tais como as percepções espaciais do aluno. Segundo Luz (2007), o ensino da geometria no ensino fundamental, se bem direcionado, se comprova como um formador do pensamento, facilitando sua representação. Nele, conhecer um objeto ou determinado problema, é agir sobre ele e transformá-lo, aprendendo os mecanismos dessa transformação e vinculando-os às ações transformadoras. Podemos assim associá-lo a um método dialético que começa no abstrato e se transforma em concreto pensado.

Segundo, Brasil (1998) entre os obstáculos que o Brasil tem enfrentado em relação ao ensino de Matemática e suas respectivas áreas, aponta-se a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas. Dez anos após essa constatação, apesar de projetos como o de formação continuada para professores e possibilidades maiores de especialização, ainda existe ausência de atenção às condições de trabalho e políticas educacionais efetivas.

## 1.2 O Ensino de Áreas de Figuras Planas no Ensino Fundamental II

O cálculo de área de figuras planas se dá desde o início da civilização e é um campo da Geometria com inúmeras aplicações no dia a dia, como em obras, estimativa do quantitativo de pessoas em locais e delimitação com terrenos. A sua aplicação é tão considerável, que na educação, seu conceito está sempre sendo cobrado em avaliações externas, tais como SAEB, PISA, ENEM, vestibulares e concursos públicos.

Tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil (1998)) quanto no Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro (SEERJ (2012)), a ideia de áreas é trabalhada em todos os anos do Ensino Fundamental II (6º, 7º, 8º e 9º ano) e Ensino Médio, nos seus respectivos níveis. Com foco no Ensino Fundamental II, esta seção contém uma análise dos conteúdos relacionados ao tema nessas duas bases de ensino.

### 1.2.0.1 Área de Figuras Planas e PCN

Os Parâmetros Curriculares Nacionais não separam os níveis dos alunos em ciclos. Segundo Brasil (1998). Os ciclos tratados no presente trabalho serão o 3º e o 4º, cujas características de desenvolvimento se aproximam das turmas de 6º, 7º, 8º e 9º ano turmas do Ensino Fundamental.

Os conteúdos a serem ensinados são divididos em blocos que se interagem no processo de ensino-aprendizagem. Estes blocos são: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

O cálculo de áreas de figuras planas, apesar de também fazer um pouco de parte do bloco Espaço e Forma, encontra-se no bloco de estudo das Grandezas e Medidas que, segundo [Brasil \(1998\)](#):

(...) caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham um papel muito importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano.

Segundo [Brasil \(1998\)](#), no 3º ciclo, o trabalho com medidas busca privilegiar as atividades de resolução de problemas e a prática de estimativas em lugar da memorização sem compreensão de fórmulas e de conversões entre diferentes unidades de medidas, muitas vezes pouco usuais.

Dentre os conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos no 3º ciclo, segundo [Brasil \(1998\)](#), pode-se encontrar a ideia de área e temas afins, como os citados abaixo:

- Reconhecimento de grandezas como comprimento, massa, capacidade, superfície, volume, ângulo, tempo, temperatura, velocidade e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.
- Utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema.
- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.

Verifica-se então que no 3º ciclo do Ensino Fundamental deve ser trabalhado o conceito de área como medida de superfície, além do cálculo das mesmas com estratégias de composição e decomposição de figuras de áreas conhecidas e resolução de problemas que desenvolvam estas habilidades.

Dando sequência, pode-se citar os seguintes conceitos e procedimentos a serem trabalhados no 4º ciclo que exploram o ensino de áreas, segundo os PCN ([Brasil \(1998\)](#)).

- Resolução de situações-problema envolvendo grandezas (capacidade, tempo, massa, temperatura) e as respectivas unidades de medida, fazendo conversões adequadas para efetuar cálculos e expressar resultados.
- Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações.
- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).
- Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros).

Como pôde ser visto, no 4º ciclo, o conceito de área é ampliado aos cálculos de figuras limitadas por segmentos de reta e também por arcos de circunferência, além, é claro, de focar na importância da criação de estratégias para resolver situações-problemas que envolvem o cálculo de áreas de figuras planas.

### 1.2.0.2 Área de Figuras Planas e o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro

No Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro [SEERJ \(2012\)](#) de Matemática, Ensino Fundamental II, os conceitos e procedimentos dos respectivos níveis são divididos por turma (6º ao 9º ano do Ensino Fundamental II) e descritos bimestralmente em forma de competências e habilidades.

Neste material, as competências e habilidades a serem desenvolvidas estão divididas entre o Campo Numérico Aritmético, Campo Geométrico, Campo do Tratamento da Informação, Campo Algébrico Simbólico. Esses campos podem interagir de acordo com os temas trabalhados.

No Quadro 1, estão presentes as competências e habilidades que envolvem o ensino de áreas de figuras planas, segundo o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, [SEERJ \(2012\)](#).

Quadro 1 – Competências e Habilidades relacionadas com o ensino de Áreas.

<b>7º ano - 3º Bimestre</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Compreender e aplicar o conceito de área de uma figura plana.</li> <li>- Calcular áreas de figuras planas por composição e decomposição de outras figuras.</li> <li>- Resolver problemas significativos envolvendo o cálculo de perímetros e áreas do retângulo, quadrado e triângulo.</li> </ul>
<b>8º ano - 2º Bimestre</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Calcular a área dos quadriláteros (quadrado, retângulo, losango e trapézio).</li> </ul>
<b>8º ano - 3º Bimestre</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizar expressões algébricas para representar o perímetro e a área de figuras geométricas.</li> <li>- Resolver problemas de cálculo de perímetros e áreas de figuras geométricas utilizando as operações com polinômios.</li> </ul>
<b>9º Ano - 4º Bimestre</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Calcular o perímetro de uma circunferência e a área de um círculo.</li> <li>- Resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas.</li> </ul>

Fonte: [SEERJ \(2012\)](#)

Como pôde ser notado, o conceito de área de figuras planas está presente em inúmeros momentos da vida escolar dos alunos no Ensino Fundamental tanto com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais tanto quanto no Currículo Mínimo do Estado do Rio de

Janeiro e ambos confirmam a necessidade de se trabalhar com atividades que desenvolvam o pensamento estratégico dos alunos para a resolução de problemas.

## Capítulo 2

# Estratégias de Ensino

Entre os princípios norteadores do Ensino de Matemática, em que a Geometria faz parte, citados por [Brasil \(1998\)](#) pode-se citar:

- a Matemática pode e deve estar ao alcance de todos e a garantia de sua aprendizagem deve ser meta prioritária do trabalho docente;
- a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade;
- o ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa;
- o ensino-aprendizagem de Matemática tem como ponto de partida a resolução de problemas;
- o conhecimento matemático é historicamente construído e, portanto, está em permanente evolução. Assim, o ensino de Matemática precisa incorporar essa perspectiva, possibilitando ao aluno reconhecer as contribuições que ela oferece para compreender as informações e posicionar-se criticamente diante delas;
- recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão;
- a avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processam o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação.

Diante desse papel importante da Matemática, acredita-se que, se os princípios norteadores citados acima forem colocados em prática, os alunos terão um excelente aprendizado em Matemática e, em consequência, em Geometria, podendo relacionar seus conhecimentos prévios com os novos, construindo definições e indagações bem fundamentadas.

Na proposta de fazer valer esses princípios norteadores, as estratégias para um ensino de Geometria precisam ser diferentes do tradicional em que só o professor é detentor

do conhecimento e os alunos meros reprodutores. Neste capítulo, serão citadas algumas estratégias de ensino, cujo objetivo é a melhoria no processo de ensino-aprendizagem. As estratégias de ensino exploradas no presente trabalho foram: Aula Expositiva Dialogada, Resolução de Problemas e Investigação Matemática, onde no desenvolvimento das mesmas pode-se explorar trabalhos em equipes quanto desafios e materiais concretos.

## 2.1 Aula Expositiva Dialogada

De acordo com [Anastasiou L.G.C. & Alves \(2009\)](#):

(...)A aula expositiva dialogada é uma estratégia que vem sendo proposta para superar a tradicional palestra docente. Há grandes diferenças entre elas, sendo que a principal é a participação do estudante, que terá suas observações consideradas, analisadas, respeitadas, independentemente da procedência e da pertinência das mesmas, em relação ao assunto tratado. O clima de cordialidade, parceria, respeito e troca são essenciais.

A aula expositiva dialogada, em outras palavras, é aquela em que o professor conversa com os alunos, fazendo perguntas na busca de respostas necessárias para que haja entendimento, proporcionando a aprendizagem, tomando cuidado para que essa forma de trabalhar não se perca num bate papo sem direcionamento.

É uma tarefa desafiadora para o professor pois este atua como mediador e deve estar sempre motivando e mantendo a curiosidade do aluno, envolvê-lo nas discussões e fazer com que acompanhe o raciocínio no processo ensino-aprendizagem, ou seja, participar ativamente da aula.

Segundo [Anastasiou L.G.C. & Alves \(2009\)](#), esse tipo de aula proporciona ao aluno a obtenção e organização de dados, a interpretação e análise crítica, a comparação e a síntese do conteúdo apresentado.

Diante de todo esse avanço tecnológico no mundo contemporâneo, é necessário tornar a aula expositiva mais atrativa. O professor deve proporcionar uma maior interação entre os alunos, elaborando questionamentos que motivem os alunos a explicarem oralmente seus entendimentos sobre o tema em questão. A aula dialogada vai, gradativamente, estimulando a curiosidade dos alunos que passam a perceber criticamente a realidade.

Usando dessa estratégia, o professor faz com que os alunos participem ativamente da aula criando seus próprios conceitos. É muito importante que o professor trabalhe sempre a partir dos questionamentos, pois eles produzem conhecimento, diferentemente das respostas prontas que só reproduzem informação.

Dentro desta perspectiva, busca-se construir uma relação que propicie o desenvolvimento do protagonismo do aluno para que ele se torne capaz de estabelecer uma relação do que está sendo estudado com as diversas representações do mundo em que vive.



## 2.2 Resolução de Problemas

A resolução de problemas pode ser um bom caminho para fazer despertar no aluno dessa geração, o gosto e o interesse pela Matemática. Porém, fala-se dos problemas diferentes daqueles convencionais, que podem ser resolvidos automaticamente, sem explorar a capacidade de investigação por parte dos alunos.

Para [POZO \(1998\)](#), quando a prática nos proporcionar a solução direta e eficaz para a resolução de um problema, escolar ou pessoal, acabaremos aplicando essa solução rotineiramente, e a tarefa servirá, simplesmente, para exercitar habilidades já adquiridas.

Torna-se necessário trabalhar com a resolução de problemas de forma contextualizada, com assuntos pertinentes ao dia a dia dos alunos, incentivando a interpretação e investigação desde o Ensino Fundamental. São muitos os alunos que chegam ao Ensino Médio e quando pegam um problema não conseguem interpretar. Percebe-se que os mesmos alunos que vivem perguntando sobre a praticidade da matemática preferem questões objetivas cuja resolução é um algoritmo ou aplicação de uma fórmula do que interpretar e resolver um problema.

Segundo [DUHALDE \(1998\)](#),

Se não há obstáculo, não há problema. Por outro lado, a tradição impregnou a vida das escolas – e nosso próprio passo por elas – de ideias tais como que os problemas de matemática são exercícios nos quais há que aplicar regras, cujo resultado poderá estar bem ou mal. Aquilo de primeiro as regras, logo se aplicam, o que importa é o resultado, provoca um verdadeiro conflito, já que não se considera o processo seguido para encontrar a solução, nem se reflete sobre os procedimentos aplicados e os que possam ser utilizados. Sob nossa perspectiva, no entanto, a solução de problemas exige propor problemas sem atar-se a regras preestabelecidas, considerar que existem diferentes procedimentos, e não reduzir o problema a categoria de exercício.

Nesta linha de pensamento, quando o assunto é resolver problemas, as formas de resolvê-los podem ser muitas. O professor deve valorizar e incentivar os alunos por suas resoluções. Uma boa estratégia para isso é pedir que os alunos que chegaram a solução de determinado problema, por caminhos diferentes, expliquem para os demais colegas suas formas de resolução. Assim, a sala vira um local onde ideias são compartilhadas e não, simplesmente, expostas.

Atualmente, no Brasil, existem escolas públicas cuja “Resolução de Problemas Matemáticos” é uma disciplina. Existem também muitos programas educacionais que procuram incentivar os jovens a valorizarem mais a interpretação e resolução de problemas, como as OBMEP e o ENEM.

Para encerrar, [Polya \(1978\)](#) compara a resolução de problemas com a arte:

O principal objetivo da educação é ensinar os mais novos a pensar e a resolução de problemas constitui uma arte prática que todos os alunos podem aprender. Porque o ensino é, na sua perspectiva, também uma arte, ninguém pode programar ou mecanizar o ensino da resolução de problemas; este ensino é uma atividade humana que requer experiência, gosto e bom senso.

## 2.3 A Investigação Matemática

A Investigação Matemática é uma Estratégia de Ensino cuja proposta é transformar a sala de aula num local de construção do conhecimento por parte dos alunos e com mediação do professor. Neste processo, o professor atua como incentivador de buscas.

Investigar não significa obrigatoriamente trabalhar em problemas difíceis. Segundo [Ponte, Brocardo e Oliveira \(2016\)](#), significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado.

Ao se trabalhar com investigação em sala de aula, a visão tradicional é quebrada e os alunos passam a atuar em prol da busca de uma solução para um problema, como pesquisadores.

Segundo [Ponte, Brocardo e Oliveira \(2016\)](#), o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer pra sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, numa poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e o professor.

A inclusão de investigações geométricas nos currículos de Matemática deve ser pertinente. A Geometria, segundo [Ponte, Brocardo e Oliveira \(2016\)](#)

(..) é propícia, desde os primeiros anos de escolaridade, a um ensino fortemente baseado na exploração de situações de natureza exploratória e investigativa. É possível conceber tarefas adequadas a diferentes níveis de desenvolvimento e que requerem um número reduzido de pré-requisitos. No entanto, a sua exploração pode contribuir para uma compreensão de fatos e relações geométricas que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver exercícios.

As investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações.

Neste contexto, a utilização de material manipulável concreto ajuda bastante, pois estes facilitam a visualização de esquemas que até então, encontravam-se apenas no campo abstrato.

O trabalho em equipe em situações como essa também é de extrema importância. Nesta parceria, um aluno pode ajudar o outro dando opiniões para as resoluções.

## Capítulo 3

# Fundamentação Matemática

### 3.1 Definição intuitiva de Superfície

Com base em [Malaguetta \(2010\)](#), pensa-se em superfície, de forma intuitiva, como um objeto geométrico bidimensional, o qual é mentalmente concebido através de uma noção geométrica (euclidiana) formada por experiências vivenciadas. Podem ser citados vários exemplos de superfícies, um deles, a Superfície Esférica.

Ainda segundo [Malaguetta \(2010\)](#), uma definição formal de superfície requer conceitos de topologia e cálculo avançado.

Este trabalho se baseará apenas na definição intuitiva de superfície: que é o de uma *figura ou região bidimensional*.

### 3.2 Definição geral de Área

Com base na definição de [Lima \(2011\)](#), pode-se associar a cada polígono  $P$  um número real não-negativo, chamado de *área de  $P$* , com as seguintes propriedades:

1. Polígonos congruentes têm áreas iguais.
2. Se  $P$  é um quadrado com lado unitário, então área de  $P = 1$ .
3. Se  $P$  pode ser decomposto como união de  $n$  polígonos  $P_1, \dots, P_n$  tais que dois quaisquer deles têm em comum no máximo alguns lados, então a área de  $P$  é a soma das áreas dos  $P_i$ .

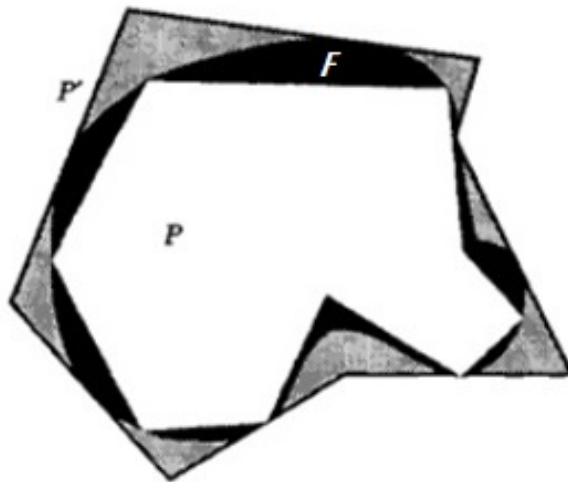
Segue-se da 3ª propriedade citada que se o polígono  $P$  está contido num polígono  $Q$  então a área de  $P$  é menor que a área de  $Q$ .

A área de uma figura plana  $F$  arbitrária define-se da seguinte maneira:

A área de uma figura plana  $F$  deve ser um número real não-negativo, indicado como  $a(F)$  que ficará bem determinado quando conhecidos seus valores aproximados, por falta ou por excesso.

A Figura 1 mostra uma figura plana  $F$  (negra), contida num polígono  $P'$  e contendo um polígono  $P$ . A área de  $P$  é uma aproximação por falta e a área de  $P'$  uma aproximação por excesso, para a área de  $F$ .

Figura 1 – Aproximação de Área por Falta e Excesso.



Fonte: Lima (2011)

Os valores de  $a(F)$  aproximados por falta são, por definição, as áreas dos polígonos  $P$  contidos em  $F$ . Os valores de  $a(F)$  aproximados por excesso são as áreas dos polígonos  $P'$  que contêm  $F$ . Por conseguinte, quaisquer que sejam os polígonos  $P$  (contido em  $F$ ) e  $P'$  (contendo  $F$ ), o número  $a(F)$  satisfaz às desigualdades

$$a(P) \leq a(F) \leq a(P'). \quad (3.1)$$

Por simplicidade, este estudo limitará sua atenção aos polígonos retangulares, para os quais é mais fácil calcular a área, em vez de polígonos quaisquer.

Um *polígono retangular* é a reunião de vários retângulos justapostos (isto é, dois desses retângulos têm em comum no máximo um lado). A área de um polígono regular é a soma das áreas dos retângulos que o compõem.

Ainda para maior simplicidade, a atenção desse estudo será limitada a polígonos retangulares *contidos* na figura  $F$  cuja área deseja-se calcular. Em outras palavras, serão considerados apenas valores aproximados por falta para o número real  $a(F)$ .

Assim, define-se a *área* de uma figura  $F$  como número real cujas aproximações por falta são as áreas dos polígonos retangulares contidos em  $F$ .

Isto significa que, para todo polígono retangular  $P$ , contido em  $F$ , tem-se

$$a(P) \leq a(F). \quad (3.2)$$

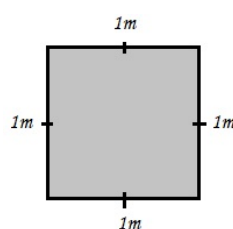
Além disso, dado qualquer número  $b < a(F)$ , existe um polígono retangular  $P$ , contido em  $F$ , tal que

$$b < a(P) \leq a(F). \quad (3.3)$$

### 3.3 Unidades de Medida de Área

A unidade de medida fundamental para medidas de áreas é o metro quadrado ( $m^2$ ). Em [Youssef \(2005\)](#) tem-se que o metro quadrado é a unidade de medida equivalente a área de um quadrado com  $1m$  de lado, como mostra a Figura 2.

Figura 2 – O metro quadrado.



Fonte: Elaboração Própria

As outras unidades derivam do metro quadrado, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Múltiplos e Submúltiplos do Metro Quadrado

quilômetro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
$km^2$	$hm^2$	$dam^2$	$m^2$	$dm^2$	$cm^2$	$mm^2$
$1\,000\,000\,m^2$	$10\,000\,m^2$	$100\,m^2$	$1\,m^2$	$0,01\,m^2$	$0,0001\,m^2$	$0,000001\,m^2$

Fonte: [Youssef \(2005\)](#)

### 3.4 Área das Figuras Planas mais utilizadas

Em [Bezerra \(1994\)](#), tem-se que uma região poligonal é uma figura constituída pela união de um polígono e de seu interior. Por comodidade de linguagem ao invés de se usar a expressão *área de uma região poligonal*, será empregada apenas área de um polígono.

Assim, serão usadas as expressões *área do quadrado*, *retângulo*, *paralelogramo*, *triângulo*, *trapézio* e *círculo* para indicar a área de suas regiões.

### 3.4.1 Área do Quadrado e do Retângulo

Nesta subseção será demonstrada a área do quadrado e do retângulo, de acordo com Lima (2011).

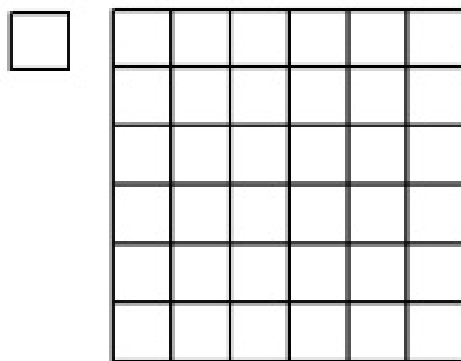
O *quadrado* é o quadrilátero que tem os quatro lados iguais e os quatro ângulos retos. Convenciona-se tomar como unidade de área um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento. Ele será chamado o *quadrado unitário*.

Qualquer quadrado cujo lado meça 1 terá, por definição, área igual a 1.

Um quadrado  $Q$  cujo lado tem para medida o número inteiro  $n$  pode ser decomposto, por meio de paralelas aos seus lados, em  $n^2$  quadrados justapostos, cada um deles com lado unitário e portanto com área 1. Segue-se que o quadrado  $Q$  deve ter área  $n^2$ .

A Figura 4 mostra um quadrado de lado 6, decomposto em  $6^2 = 36$ .

Figura 4 – Quadrado de lado 6.



Fonte: Elaboração Própria

De modo análogo, se o lado de um quadrado  $Q$  tem por medida  $\frac{1}{n}$ , onde  $n$  é inteiro, então o quadrado unitário se decompõe, mediante paralelas aos seus lados, em  $n^2$  quadrados justapostos, todos congruentes a  $Q$ . Estes  $n^2$  quadrados congruentes a  $Q$  compoem um quadrado de área 1, segue-se que a área de  $Q$  deve satisfazer à condição  $n^2 \cdot (\text{área de } Q) = 1$  e, portanto, área de  $Q = \frac{1}{n^2}$ .

Mais geralmente, se o lado de um quadrado  $Q$  tem por medida o número racional  $\frac{m}{n}$ , então pode-se decompor cada lado de  $Q$  em  $m$  segmentos, cada um dos quais tem comprimento  $\frac{1}{n}$ . Traçando paralelas aos lados de  $Q$  a partir dos pontos de divisão, obtemos uma decomposição de  $Q$  em  $m$  quadrados, cada um dos quais tem lado  $\frac{1}{n}$ . Portanto, a área

de cada um desses quadrados menores é  $\frac{1}{n^2}$ . Segue-se que a área de  $Q$  deve ser

$$m^2 \left( \frac{1}{n^2} \right) = \frac{m^2}{n^2} \quad (3.4)$$

ou seja,

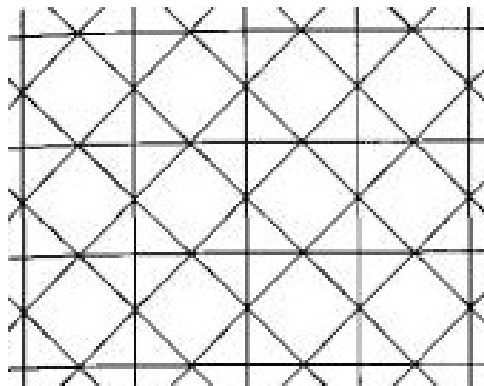
$$\text{área de } Q = \left( \frac{m}{n} \right)^2 \quad (3.5)$$

Podemos então concluir que a área de um quadrado  $Q$  cujo lado tem para medida um número racional  $a = \frac{m}{n}$  é dada pela expressão:

$$\text{área de } Q = a^2. \quad (3.6)$$

Mas existem quadrados cujos lados são incomensuráveis com o segmento unitário. A Figura 5 mostra dois tipos de quadrados: um com lados inclinados, outros com lados horizontais e verticais. Seja qual for a unidade de comprimento escolhida, pelo menos os quadrados de um tipo têm lado irracional.

Figura 5 – Quadrado de lados irracionais.



Fonte: Lima (2011)

Seja  $Q$  um desses quadrados: o lado de  $Q$  tem para medida o número irracional  $a$ . Será mostrado a seguir que ainda neste caso, deve-se ter área de  $Q = a^2$ .

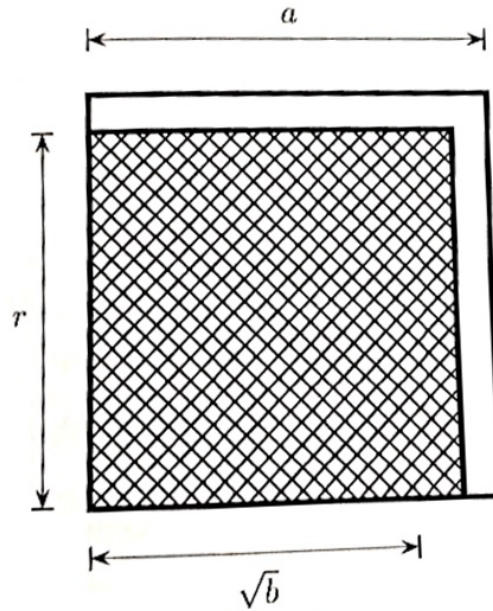
Dado qualquer número  $b < a^2$ , será mostrado que deve ser  $b < \text{área de } Q$ . Em seguida, será provado que  $a < c^2$  implica de  $Q < c$ . Isto mostrará que a área de  $Q$  não pode ser um número  $b$  menor nem um número  $c$  maior do que  $a^2$ . Portanto, será concluído que a área de  $Q = a^2$ . Será demonstrada apenas a primeira parte deste argumento. A segunda é inteiramente análoga.

Seja, pois,  $b$  um número tal que  $b < a^2$ . Tomamos um número racional  $r$ , inferior a  $a$ , porém, tão próximo de  $a$  que se tenha  $b^2 < r^2 < a^2$ . (Basta tomar  $r$ , uma aproximação por falta de  $a$ , com erro inferior a  $a - \sqrt{b}$ . Então  $\sqrt{b} < r < a$  e portanto  $b < r^2 < a^2$ .)



A Figura 6 mostra um quadrado de raio  $r$  contido no quadrado  $Q$ , de lado  $a$ . Logo  $r^2 < \text{área de } Q$ . Como  $\sqrt{b} < r$ , tem-se  $b < r^2 < \text{área de } Q$ .

Figura 6 – Quadrado de lado  $r$  contido em quadrado  $Q$ .



Fonte: Lima (2011)

No interior de  $Q$ , toma-se um quadrado  $Q'$  de lado  $r$ . Como  $r$  é racional, a área deste quadrado é  $r^2$ . Como  $Q'$  está contido no interior de  $Q$ , deve-se ter a *área de*  $Q' < \text{área de } Q$ , ou seja,  $r^2 < \text{área de } Q$ . Mas sabe-se que  $b < r^2$ . Conclusão:  $b < \text{área de } Q$ . Assim, todo número real  $b$ , inferior a  $a^2$ , é também menor do que a área de  $Q$ . Da mesma maneira se prova que todo número real  $c$ , maior do que  $a^2$ , é maior do que área de  $Q$ . Logo, a área de  $Q$  não pode ser menor nem maior do que  $a^2$ . Por exclusão, deve-se então ter *área de*  $Q = a^2$ .

Conclui-se, desta maneira, que a área de um quadrado  $Q$ , cujo lado mede  $a$ , deve ser expressa pela fórmula

$$\text{área de } Q = a^2. \quad (3.7)$$

Na fórmula acima,  $a$  é um número real qualquer: inteiro fracionário ou irracional.

**Observação 3.1.** *Esse modo de provar a fórmula mostrando que a desigualdade é impossível é devido a Eudócio e é conhecido como o método da exaustão.*

Considere agora a área do retângulo. O *retângulo* é o quadrilátero que tem os quatro ângulos retos.

Se os lados de um retângulo  $R$  têm para medidas os números inteiros  $m$  e  $n$ , então, mediante paralelas aos lados, pode-se decompor  $R$  em  $mn$  quadrados unitários, de modo que se deve ter área de  $R = m.n$ .

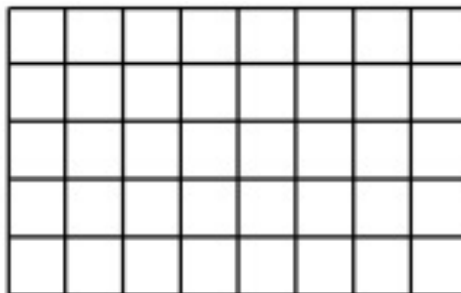
Mais geralmente, se os lados do retângulo  $R$  têm como medidas dois números racionais  $a$  e  $b$ , pode-se escrever esses números como duas frações  $a = \frac{p}{q}$  e  $b = \frac{r}{q}$ , com o mesmo denominador  $q$ . Divide-se cada lado de  $R$  em segmentos de comprimento  $\frac{1}{q}$ . O lado que mede  $a$  ficará decomposto em  $p$  segmentos justapostos, cada um deles medindo  $\frac{1}{q}$ . O lado que mede  $b$  ficará subdividido em  $r$  segmentos iguais, de comprimento  $\frac{1}{q}$ . Traçando paralelas aos lados a partir dos pontos de subdivisão, o retângulo  $R$  ficará subdividido em  $pr$  quadrados, cada um deles de lado  $\frac{1}{q}$ . A área de cada um desses quadradinhos é  $\left(\frac{1}{q}\right)^2 = \frac{1}{q^2}$ . Logo, a área de  $R$  deverá ser igual a

$$(p \cdot r) \cdot \frac{1}{q^2} = \frac{pr}{q^2} = \frac{p}{q} \cdot \frac{r}{q}, \quad (3.8)$$

ou seja, área de  $R = a \cdot b$ .

A Figura 7 mostra o retângulo  $R$ , cujos lados medem 5 e 8, subdividido em  $5 \cdot 8 = 40$  quadrados unitários. Tem-se área de  $R = 8 \cdot 5 = 40$ .

Figura 7 – Retângulo  $R$ .



Fonte: Elaboração Própria

Vemos assim que, quando dois lados de um retângulo  $R$  tem para medidas os números racionais  $a$  e  $b$ , a área de  $R$  é expressa pela fórmula:

$$\text{área de } R = a \cdot b. \quad (3.9)$$

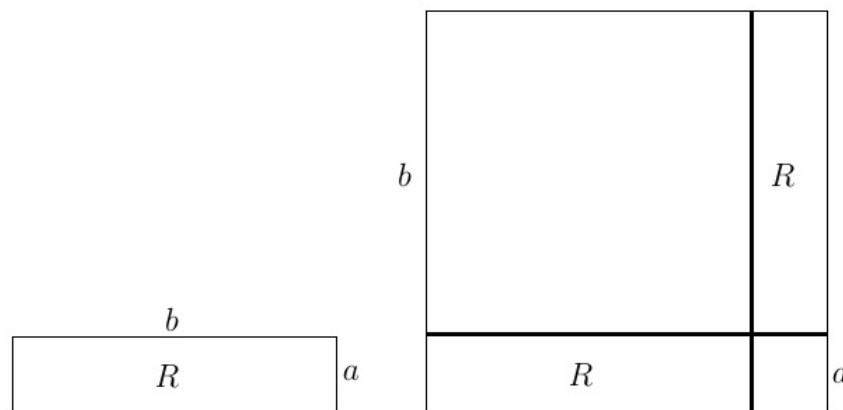
Diz-se, então, que a área do retângulo é o produto da base pela altura.

Isto foi mostrado acima apenas quando  $a$  e  $b$  são números racionais, mas é uma fórmula geral, válida mesmo que os números  $a$  e  $b$  sejam irracionais (ou um deles seja racional e o outro irracional).

Para tratar o caso em que  $a$  e  $b$  são ambos racionais, seria possível usar o método da exaustão, de forma análoga ao raciocínio empregado anteriormente para deduzir a fórmula para a área do quadrado. Em vez disso, entretanto, pode-se usar um artifício simples e elegante, fazendo recair a área do retângulo na área do quadrado. Procedendo assim, fica-se dispensado considerar separadamente o caso em que a base e a altura do retângulo têm medidas racionais.

Dado o retângulo  $R$ , de base  $b$  e altura  $a$ , constrói-se o quadrado  $Q$ , de lado  $a + b$ , o qual contém duas cópias de  $R$  e mais dois quadrados, um de lado  $a$  e outro de lado  $b$ , como mostra a Figura 8.

Figura 8 – Quadrado  $Q$ .



Fonte: Elaboração Própria

Como sabemos,

$$\text{área de } Q = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2. \quad (3.10)$$

Por outro lado, como os quadrados menores têm áreas iguais a  $a^2$  e  $b^2$  respectivamente, temos

$$\text{área de } Q = a^2 + b^2 + 2 \cdot (\text{área de } R). \quad (3.11)$$

Segue-se que área de  $R = ab$ .

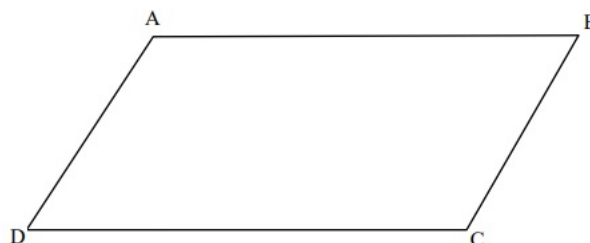
### 3.4.2 Área do Paralelogramo

Em Lima (2011), um *paralelogramo* é um quadrilátero no qual os lados opostos são paralelos. Quando se toma um lado do paralelogramo como base, chama-se *altura* do paralelogramo a um segmento perpendicular que liga a base ao lado oposto (ou ao seu prolongamento).

Com base na área do retângulo, pode-se deduzir como calcular a área de um paralelogramo.

Seja um paralelogramo  $ABCD$ , como mostrado na Figura 9:

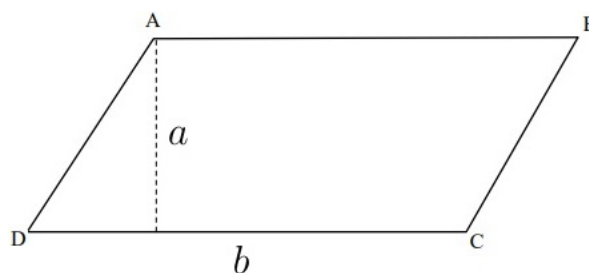
Figura 9 – Paralelogramo  $ABCD$ .



Fonte: Elaboração Própria

Traça-se a altura relativa ao lado  $CD$ , sendo  $b$  a medida do comprimento de  $CD$  e  $a$  a medida dessa altura, como mostrado na Figura 10.

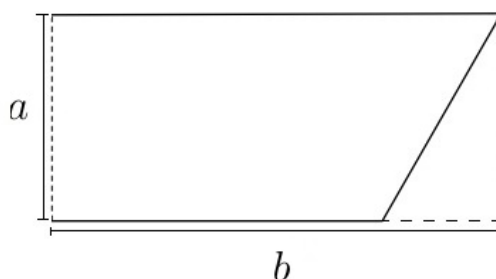
Figura 10 – Altura  $a$  relativa à base  $CD$ .



Fonte: Elaboração Própria

Ao se deslocar a região triangular formada pelo pontilhamento da altura para o lado direito do paralelogramo, sobrepondo a hipotenusa do triângulo com o lado direito do paralelogramo, obtém-se um retângulo de lados cujas medidas são  $b$  e  $a$ , como mostrado na Figura 11.

Figura 11 – Retângulo de dimensões  $b$  e  $a$ .



Fonte: Elaboração Própria

Sabendo que a área do retângulo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura e que, por construção, a área do paralelogramo  $ABCD$  (Figura 9) é a mesma do retângulo da figura 11, tem-se que a área de um paralelogramo  $P$  qualquer é dada pelo produto de  $b$  (medida da base) por  $a$  (medida da altura relativa à base), isto é,

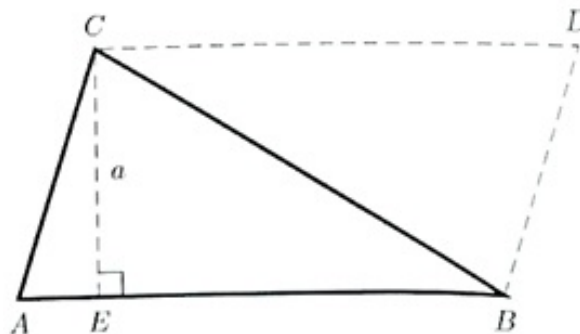
$$\text{área de } P = b \cdot a \quad (3.12)$$

### 3.4.3 Área do Triângulo

Da área do paralelogramo, passa-se para a área do triângulo, pois todo triângulo é a metade de um paralelogramo.

Mais precisamente, baseando-se em Lima (2011), dado um triângulo  $ABC$ , cuja área deseja-se calcular, traça-se, vértices  $C$  e  $B$  respectivamente, paralelas aos lados  $AB$  e  $AC$ . Estas retas se encontram no ponto  $D$  e fornecem um paralelogramo  $ABDC$ , como mostrado na Figura 12.

Figura 12 – Dedução da Área do Triângulo.



Fonte: Lima (2011)

Toma-se a altura  $CE$  deste paralelogramo. Se  $AB = b$  e  $CE = a$ , sabe-se que a área de  $ABCD = b \cdot a$ . Ora, os triângulos  $ABC$  e  $BCD$  são congruentes (têm um lado comum compreendido entre dois ângulos iguais), logo têm a mesma área. Portanto, área de  $ABCD = 2 \cdot (\text{área de } ABC)$  e por conseguinte:

$$\text{área de } ABC = \frac{1}{2} b \cdot a \quad (3.13)$$

Isto significa que a área de um triângulo é a metade do produto da base pela altura correspondente.

Num triângulo temos três escolhas para a base  $b$  e, portanto, três escolhas para a altura  $a$ . Seja qual for a escolha, o produto  $b \cdot a$  será o mesmo, pois, em cada caso ele fornece o dobro da área do triângulo.

Sejam  $r$  e  $s$  retas paralelas e  $b$  um número real positivo. Segue-se da fórmula acima que todos os triângulos  $ABC$  com vértice  $A$  sobre  $r$ , base  $BC$  sobre  $s$  e  $\overline{BC} = b$ , têm a mesma área.

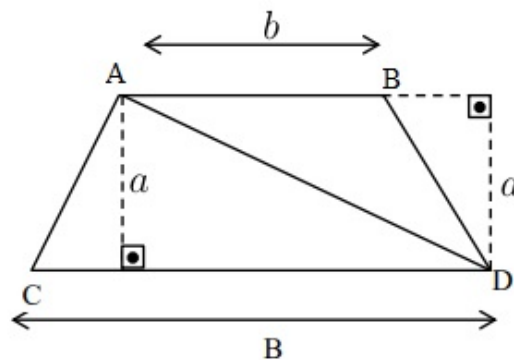
### 3.4.4 Área do Trapézio

O trapézio é um quadrilátero convexo, que possui dois lados paralelos.

Conhecendo a área do triângulo, torna-se possível calcular a área do trapézio.

Dado trapézio  $ABCD$ , sendo  $b$  a medida de sua base menor,  $B$  a medida de sua base maior e  $a$  a medida de sua altura, traça-se a diagonal  $AD$ , dividindo-o em dois triângulos de bases medindo  $B$  e  $b$  e altura comum medindo  $a$ , como mostrado na Figura 13.

Figura 13 – Dedução da Área do Trapézio.



Fonte: Elaboração Própria

A área do trapézio é obtida pela soma das áreas dos triângulos obtidos nessa divisão, isto é, na soma das áreas dos triângulos  $ACD$  e  $ABD$ . Sendo a área do triângulo  $ACD$  igual a  $\frac{B \cdot a}{2}$  e área do triângulo  $ABD$  igual a  $\frac{b \cdot a}{2}$ , então

$$\text{área de } ABCD = \frac{B \cdot a}{2} + \frac{b \cdot a}{2} = \frac{B \cdot a + b \cdot a}{2} = \frac{(B + b) \cdot a}{2} \quad (3.14)$$

Logo, seja  $T$  um trapézio qualquer de bases medindo  $b$  e  $B$  e altura medindo  $a$ , a sua área é calculada da seguinte maneira:

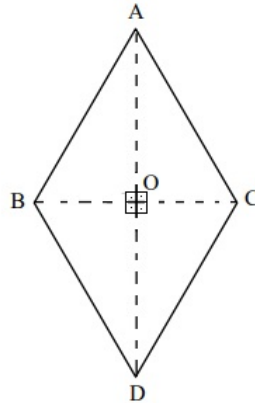
$$\text{área de } T = \frac{(B + b) \cdot a}{2} \quad (3.15)$$

### 3.4.5 Área do Losango

O losango é um paralelogramo que possui os quatro lados com medidas iguais, os ângulos opostos congruentes e suas duas diagonais se intersectam perpendicularmente em

seus pontos médios. A Figura 14 mostra o losango  $ABDC$  e suas respectivas diagonais  $AD$  e  $BC$ .

Figura 14 – Losango  $ABDC$

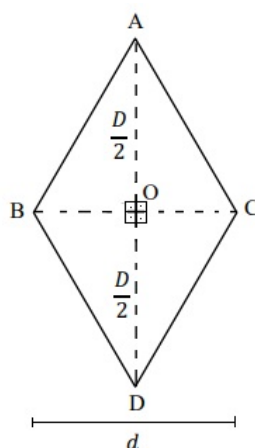


Fonte: Elaboração Própria

Observa-se que o losango  $ABDC$  pode ser visualizado como a união dois e até quatro triângulos. Para dedução da fórmula do cálculo de sua área, será considerado o losango  $ABDC$  formado pelos triângulos congruentes  $BAC$  e  $BDC$ , logo, a área do losango será a soma das áreas desses dois triângulos.

Seja  $\overline{AD} = D$  e  $\overline{BC} = d$ , logo, as medidas das alturas dos triângulos  $BAC$  e  $BDC$  são ambas iguais a  $\frac{D}{2}$ , como mostra a Figura 15.

Figura 15 – Losango  $ABDC$



Fonte: Elaboração Própria

Sendo assim, a área de  $BAC$  dada por  $\frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2}$  e, como  $BAC$  e  $BDC$  são congruentes, as suas áreas também são iguais.

A área do losango  $ABDC$  é dada por:

$$\text{área de } ABDC = \text{área de } BAC + \text{área de } BDC = 2 \cdot \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2} = \frac{2 \cdot D \cdot d}{2} = \frac{D \cdot d}{2} \quad (3.16)$$

Sendo assim, a área de um losango  $L$  qualquer, onde  $D$  é a medida de sua diagonal maior e  $d$  é a medida de sua diagonal é calculada da seguinte maneira:

$$\text{área de } L = \frac{D \cdot d}{2} \quad (3.17)$$

### 3.4.6 Área do Círculo

Segundo Lima (2011), como dois círculos com raios iguais são congruentes, e portanto têm áreas iguais, a área de um círculo de raio  $r$  é uma função desse raio. Ora, um círculo de raio  $r$  é semelhante a um círculo de raio 1, sendo  $r$  a razão de semelhança. Isto implica que a área de um círculo de raio  $r$  é  $r^2$  vezes a área do círculo de raio 1.

Será indicado com a letra grega  $\pi$  a área do círculo de raio 1. Sabe-se que  $\pi$  é um número irracional, cujo valor aproximado com seis algarismos decimais exatos é  $\pi = 3,141592$ .

Então a área  $A$  do círculo de raio  $r$  é dada pela fórmula

$$A = \pi \cdot r^2 \quad (3.18)$$

onde o número  $\pi$  é, por definição, a área de um círculo de raio 1.

A demonstração dessa fórmula será feita de acordo com Lima (2011).

No caso particular do círculo, pode-se caracterizar sua área como o limite das áreas dos polígonos regulares nele inscritos (ou circunscritos) quando o número de lados cresce indefinidamente.

**Definição 3.1.** *Chama-se regular um polígono convexo cujos lados e ângulos são todos iguais. Diz-se que um polígono está inscrito num círculo quando seus vértices estão sobre a circunferência e seus lados são cordas. O polígono diz-se circunscrito ao círculo quando seus lados são tangentes à circunferência.*

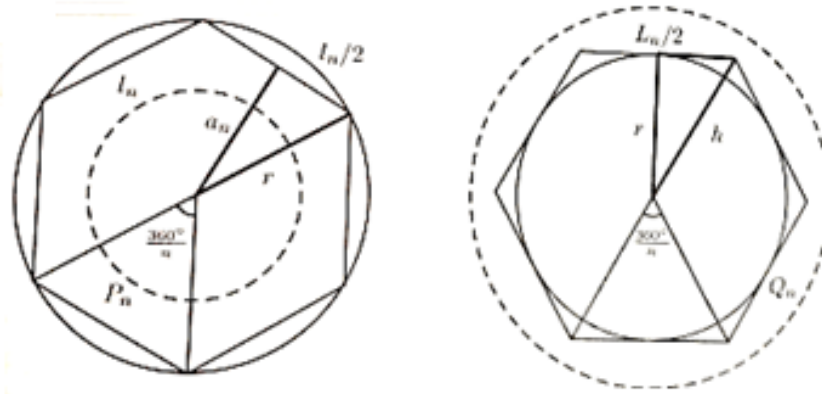
Os vértices de um polígono regular inscrito num círculo dividem a circunferência em partes iguais. A perpendicular baixada do centro do círculo sobre o meio do lado chama-se *apótema*. Se o polígono é inscrito, o apótema é menor do que o raio; se é circunscrito, seu apótema é igual ao raio do círculo.

**Teorema 3.1.** *A área do círculo é o número real cujas aproximações por falta são as áreas dos polígonos regulares nele inscritos e cujas aproximações por excesso são as áreas dos polígonos regulares a ele circunscritos.*



**Demonstração:** Indica-se com  $P_n$  e  $Q_n$  os polígonos regulares de  $n$  lados, respectivamente inscrito no, e circunscrito ao, círculo  $C$  de centro  $O$  e raio  $r$ . Evidentemente, área de  $P_n < \pi r^2 < \text{área de } Q_n$ . Vide Figura 16.

Figura 16 – Demonstração da Área do Círculo



Fonte: Lima (2011)

Deseja-se provar que, tomando o número de  $n$  lados suficientemente grande, as áreas de  $P_n$  e  $Q_n$  podem tornar-se tão próximas de  $\pi r^2$  quanto se deseje. Mais precisamente, se forem dados arbitrariamente os números positivos  $\alpha$  e  $\beta$  tais que  $\alpha < \pi r^2 < \beta$ , será provado que é possível achar  $n$  tal que

$$\alpha < \text{área de } P_n < \pi r^2 < \beta. \tag{3.19}$$

Observa-se que o lado  $l_n$  do polígono  $P_n$  pode tornar-se tão pequeno quanto se deseje, bastando que o número  $n$  de lados seja suficientemente grande. Com efeito, os vértices de  $P_n$  dividem a circunferência em  $n$  arcos iguais e cada corda  $l_n$  é menor do que um qualquer desses arcos.

O raio  $r$  é a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos são  $\frac{l_n}{2}$  e o apótema  $a_n$  de  $P_n$ . Logo  $r < a_n + \frac{l_n}{2}$ .

Dado o número  $\alpha$  tal que  $\alpha < \pi r^2$ , toma-se  $s = a\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}$ . Então  $\pi r^2 = \alpha$  e  $s < r$ . Portanto, o círculo  $C_s$ , de centro  $O$  e raio  $s$ , tem área  $\alpha$  e está contido em  $C$ . Pode-se tomar  $n$  tão grande que  $\frac{l_n}{2} < r - s$ . Então

$$r < a_n + \frac{l_n}{2} < a_n + r - s, \text{ donde } a_n > s. \tag{3.20}$$

De  $s < a_n$  resulta que o círculo  $C_s$  está contido no polígono  $P_n$ . Logo,  $\alpha = \text{área de } C_s < \text{área de } P_n$ . Isto completa a prova de que as áreas dos polígonos regulares inscritos em  $C$  são aproximações por falta da área de  $C$ .

Serão vistas agora as áreas dos polígonos regulares circunscritos  $Q_n$ . Tanto  $P_n$  como  $Q_n$  acham-se decompostos em triângulos isósceles com vértice no centro  $O$  e bases iguais aos lados dos polígonos dados. Tanto para  $P_n$  como para  $Q_n$ , os ângulos dos vértices desses triângulos são iguais a  $\frac{360^\circ}{n}$ . Logo os triângulos de  $P_n$  são semelhantes aos de  $Q_n$ , a razão de semelhança sendo  $\frac{r}{a_n}$ . Portanto, chamando de  $L_n$  o lado de  $Q_n$ , então  $L_n = \left(\frac{r}{a_n}\right) \cdot l_n$ . Assim,  $L_n < 2l_n$  pois o apótema é sempre maior do que a metade do raio. Da desigualdade  $L_n < 2l_n$  resulta que, tomando  $n$  suficientemente grande, não apenas  $l_n$  como também  $L_n$  pode tornar-se tão pequeno quanto se deseje.

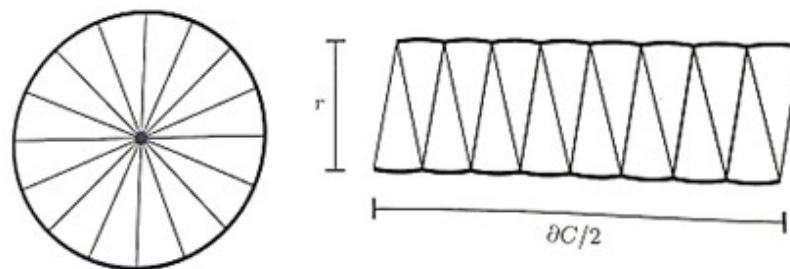
Seja dado um número  $\beta > \pi r^2$ . A fim de achar  $n$  tal que área de  $Q_n < \beta$ , escreve-se  $t = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}}$ . Então o círculo  $C_t$ , de centro  $O$  e raio  $t$ , tem área  $\beta$  e contém  $C$  pois  $t > r$ . Ora,  $\frac{L_n}{2}$  e  $r$  são catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa  $h$  é a distância do centro  $O$  a um vértice de  $Q_n$ . Temos então  $h < r + \frac{L_n}{2}$ . Tomando  $n$  suficientemente grande, sabe-se que é possível tornar  $\frac{L_n}{2} < t - r$ . Daí resulta  $r + \frac{L_n}{2} < t$ , logo  $h < t$ . Isto significa que área de  $Q_n < \text{área de } C_t = \beta$ , como desejava-se mostrar.

Usando a notação  $\partial P_n$  para indicar o perímetro (soma dos lados) do polígono regular de  $n$  lados, inscrito no círculo  $C$ , o comprimento da circunferência é, por definição, o número real  $\partial C$  cujas aproximações por falta são os perímetros  $\partial P_n$  dos polígonos regulares  $P_n$  inscritos no círculo  $C$  e cujas aproximações por excesso são os perímetros  $\partial Q_n$  dos polígonos regulares  $Q_n$  circunscritos a  $C$ . Em virtude desta definição, tem-se  $\partial P_n < \partial C < \partial Q_n$ , para todo  $n$ .

**Teorema 3.2.** O comprimento de uma circunferência de raio  $r$  é igual a  $2\pi r$ .

Do Teorema 3.2, a fórmula  $\partial C = 2\pi r$  do comprimento da circunferência resulta na expressão  $\pi r^2$  da área do círculo. É possível chegar experimentalmente à expressão  $\pi r^2$  para a área do círculo de raio  $r$  a partir do conhecimento do comprimento  $2\pi r$  da circunferência.

Figura 17 – Demonstração da Área do Círculo



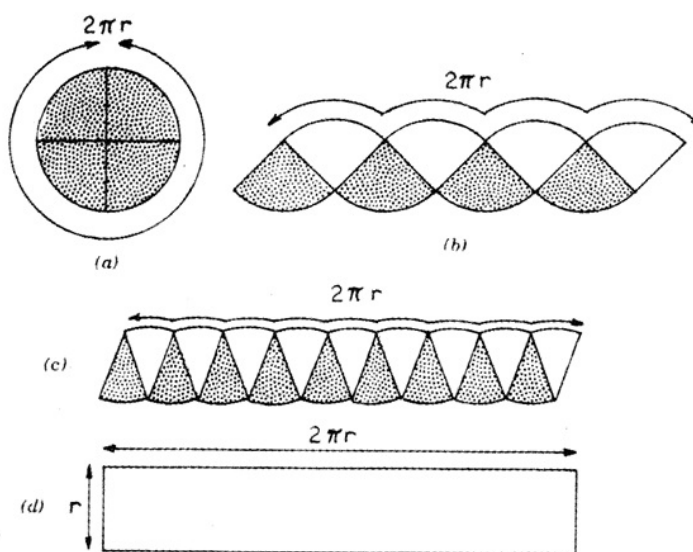
Fonte: Lima (2011)

Como mostrado na Figura 17, decompõe-se o círculo um número par (bastante grande) de setores; rearranjam-se esses setores na forma mostrada à direita e nota-se que a figura obtida é aproximadamente um paralelogramo de base  $\frac{\partial C}{2}$  e altura  $r$ , cuja área mede  $\left(\frac{\partial C}{2}\right) \cdot r$ .

No livro *A history of Pi* (Beckmann (1993)), é mostrado como calcular a área do círculo utilizando essa mesma estratégia. O trecho a seguir evidencia o valor histórico dessa demonstração.

"Primeiro, nós dividimos o círculo em quatro quadrantes, como mostrado na Figura 18 em (a), e os arranjamos como apresentado em (b). Então nós preenchemos os espaços entre os quadrantes com quatro outros quadrantes idênticos aos primeiros. O contorno da figura obtida lembra vagamente o contorno de um paralelogramo. O comprimento da figura, medindo ao longo dos arcos da circunferência, é igual ao perímetro do círculo original,  $2\pi r$ . Podemos afirmar com certeza que a área dessa figura é exatamente o dobro da área do círculo original.

Figura 18 – Demonstração da Área do Círculo



Fonte: Beckmann (1993)

Se nós agora dividirmos o círculo não em quatro, mas em muito mais setores, nosso 'quase paralelogramo' ficará muito mais parecido com um paralelogramo real (c). E a área do círculo continua sendo a metade da área do 'quase paralelogramo' (c).

Prosseguindo com esse processo, dividindo o círculo original em um número cada vez maior de setores, o lado formado pelos pequenos arcos de circunferência vai ficando indistinguível de uma linha reta, enquanto que o 'quase paralelogramo' vai se tornando um paralelogramo verdadeiro (um retângulo, na verdade), com lados  $2\pi r$  e  $r$ . Assim, a área do

círculo é dada pela metade da área desse retângulo, ou seja,  $\pi r^2$ .

A mesma construção pode ser vista no documento japonês datado de 1698, mostrado na Figura 19.

Figura 19 – Documento Japonês - 1698



Fonte: Beckmann (1993)

Leonardo da Vinci também usou esse método no século XVI. [...] É possível, então, que esse tenha sido o método usado pelos antigos para determinar a área de um círculo."

# Capítulo 4

## Aspectos Metodológicos

Para [Gil \(2007\)](#), pesquisa é definida como o

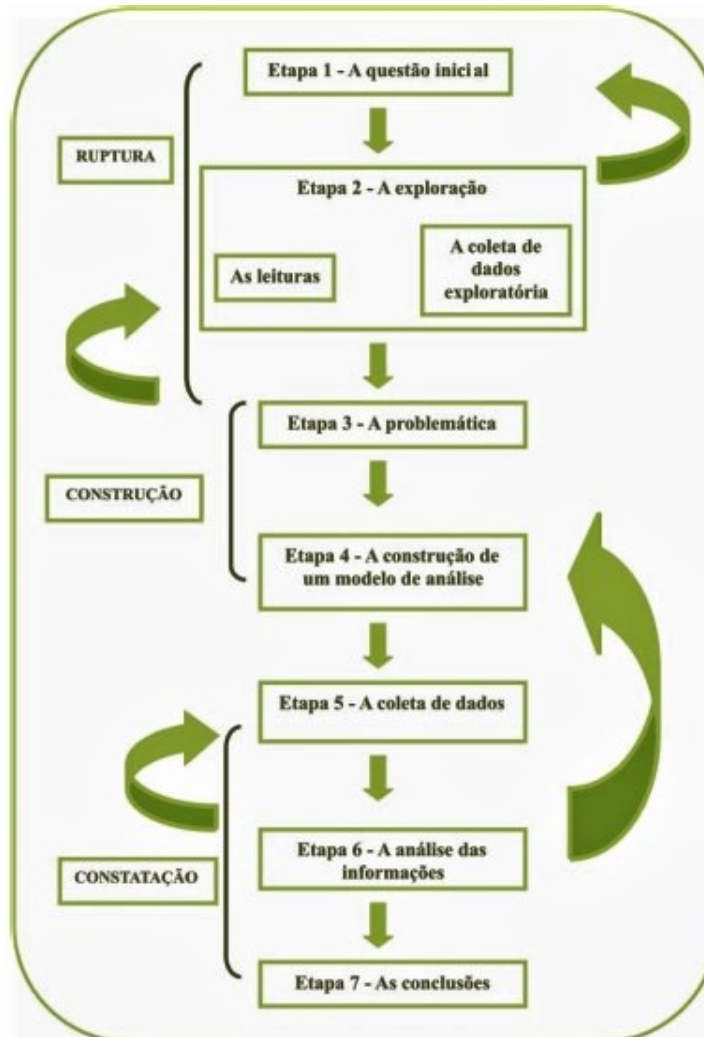
(...) procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão dos resultados.

Com base nessa definição, conclui-se que pesquisar é buscar a resposta de uma pergunta ou dúvida estabelecida através de estudos e investigações. Segundo [Quivy e Campenhoudt \(1995\)](#), a realização de uma pesquisa científica está articulada em 3 eixos que se interagem: a ruptura, a construção e a constatação.

1. **Ruptura:** Este primeiro eixo enfoca a necessidade de não se construir uma pesquisa apoiando-se em impressões imediatas ou "achismos". Por mais que alguma razão esteja parecendo óbvia, as preconcepções afastam a pesquisa de sua definição. Daí, a importância da ruptura que, segundo [Quivy e Campenhoudt \(1995\)](#), consiste em romper com as ideias preconcebidas e com as falsas evidências que apenas dão às pessoas a ilusão de compreender as coisas.
2. **Construção:** É o eixo que permite que a ruptura seja realizada. Não se pode propor hipóteses sem uma construção teórica válida. É esse o eixo da pesquisa responsável pela organização, revisão bibliográfica, criação de propostas explicativas, hipóteses e experimentos.
3. **Constatação:** Este eixo abrange a verificação dos fatos estudados e ideias propostas, tais quais suas conclusões.

Para [Quivy e Campenhoudt \(1995\)](#), no desenvolvimento concreto de uma pesquisa, os três eixos metodológicos são realizados ao longo de uma sucessão de operações que podem ser agrupadas em sete etapas, conforme mostra a [Figura 20](#).

Figura 20 – Etapas da Pesquisa Científica.



Fonte: Quivy e Campenhoudt (1995)

As flechas de retrocesso mostram que as etapas de um projeto de pesquisa não são processos independentes. Elas necessitam uma das outras, além de que, mesmo que já se esteja em uma etapa avançada, sempre é necessário "visitar" as etapas anteriores para coletar informações e verificar dados. Assim, a pesquisa mantém seu objetivo e coerência.

Baseando-se nas definições de Gil (2007) e na estrutura proposta por Quivy e Campenhoudt (1995), voltando-a para o campo educacional, a presente pesquisa compreende três fases: preparação, desenvolvimento e análise de dados. Associando essas fases aos eixos metodológicos de Quivy e Campenhoudt (1995), pode-se dizer que as fases de preparação e o desenvolvimento fazem parte do processo de ruptura e de construção da pesquisa, já a fase de análise de dados faz parte do processo de constatação da mesma.

Quanto à abordagem, esta pesquisa classifica-se como qualitativa, visto que existe uma preocupação com os sujeitos envolvidos na pesquisa, além de serem necessárias reflexões, ideias e propostas para a melhora da situação num todo, não apenas numericamente.

Este capítulo aborda toda a fase de preparação da pesquisa. O desenvolvimento e a análise de dados encontram-se no capítulo 4 seguida das considerações finais, presentes no capítulo 5.

## 4.1 Preparação da Pesquisa

A preparação de uma pesquisa é a fase onde delimita-se todo o caminho a ser seguido por ela. Fase esta em que uma boa organização, baseada em revisões bibliográficas e pesquisa de campo faz toda a diferença. Baseando-se em [Quivy e Campenhoudt \(1995\)](#), a preparação desta pesquisa foi desenvolvida de acordo com as seguintes etapas:

- Etapa 1: Questão inicial.
- Etapa 2: A exploração.
- Etapa 3: A problemática.
- Etapa 4: A construção de um modelo de análise.

Etapas nas quais começam a ser descritas na próxima seção.

### 4.1.1 Etapa 1: Questão Inicial

A atenção ao processo de ensino-aprendizagem no Ensino Fundamental é de extrema necessidade e importância pois este é a base para desenvolvimento matemático eficaz do aluno no Ensino Médio.

Segundo o PISA 2015 (Programa Internacional dos Estudantes) de 2015, exame que avalia os alunos de 15 a 16 anos de escolas públicas e privadas de 70 países, incluindo o Brasil, no desempenho em Ciências, Leitura e Matemática a cada 3 anos, os estudantes encontram maiores dificuldades na resolução de problemas que trabalham com a Geometria ou conteúdos afins.

Professora de Matemática no Ensino Fundamental II há 8 anos, sendo 5 na rede pública de ensino, a pesquisadora observa que, apesar de uma notável aplicabilidade, a Geometria não é muito explorada nas salas de aula. O conceito de áreas de figuras planas é compreendido como uma aplicação de fórmulas à certas figuras, são poucos os alunos que associam área ao espaço que uma figura ocupa, embora o nome "área" remeta o sentido da palavra espaço.

A ideia de área existe há séculos e o seu estudo partiu da necessidade humana e não de uma criação de um matemático. Mas por que será que existem alunos de Ensino Médio que, ao serem questionados sobre o tema, não sabem responder? A impressão

passada é de que o estudo desses alunos sobre o tema foi muito superficial, assim como outros temas da Geometria.

[Ausubel \(2003\)](#) refere-se à aprendizagem significativa no âmbito escolar como

um processo que permite que uma nova informação recebida pelo aluno se relacione com um aspecto relevante da sua estrutura cognitiva. A nova informação pode, neste processo, interagir com uma estrutura de conhecimento específica, onde existem os chamados conhecimentos subsunçores e, dessa forma, modificar, ampliar ou complementar o conhecimento já existente. Caso haja uma carência de significados e sentidos, a aprendizagem será chamada de mecânica ou memorística.

Surge então o seguinte questionamento: que estratégias podem ser utilizadas para que, nas salas de aula, o processo de ensino-aprendizagem em Geometria, especificamente em Áreas de Figuras Planas, seja significativo?

#### 4.1.1.1 O Tema da Pesquisa

Diante da questão apresentada na subseção anterior, o tema escolhido para esta pesquisa é o de Área de Figuras Planas, tema no qual será desenvolvido com um olhar voltado para o processo de ensino-aprendizagem do mesmo nas escolas.

#### 4.1.1.2 Os Sujeitos da Pesquisa

Os sujeitos desta pesquisa são alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais ([Brasil \(1998\)](#)) e o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro ([SEERJ \(2012\)](#)), no final do 3º bimestre do 9º ano, os alunos já devem ter aprendido todo o conceito básico de área de figuras planas e o cálculo de área das figuras planas mais notáveis, como paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos e círculos. No 4º bimestre, o conceito de área já deve ser trabalhado de uma forma mais complexa, que exige raciocínio e criação de estratégias para interpretar problemas e também para compor e decompor figuras para o cálculo de suas respectivas áreas.

A pesquisadora optou por escolher a turma do 9º ano do Colégio Estadual de São Fidélis (CESF), turma na qual era a professora regente das disciplinas Matemática e Resolução de Problemas.

A turma escolhida apresentava desafios geralmente enfrentados por professores de escolas públicas: número elevado de alunos(38), falta de interesse de parte dos alunos, indisciplina e alguns alunos com dificuldades de aprendizado. Uma característica da turma era a preocupação dos alunos em "perderem de ano", sendo assim não haviam alunos faltosos. Um outro lado desse "medo de perder de ano" era que os alunos realizavam assiduamente as atividades e trabalhos de casa, porém muitos "copiavam" de poucos que faziam, isto é, a maioria dos alunos fazia as atividades com o mero objetivo de "obter



pontos" e não de aprender, característica muito comum nos alunos de hoje em dia e que os distancia de um verdadeiro aprendiz, aumentando a cada ano, suas dificuldades.

Tanto na preparação quanto no desenvolvimento dessa pesquisa, houve o período de investigação e contato com os sujeitos da pesquisa, compreendido entre os meses de outubro, novembro e dezembro de 2017, ou seja, o 4º bimestre, conforme informações no Quadro 2.

Quadro 2 – Cronograma período de investigação com os sujeitos da pesquisa.

<b>Data</b>	<b>Tarefas</b>
11/10	Aplicação do Pré-teste
14/11 a 05/12	Aplicação da Sequência Didática
07/12	Aplicação do Pós-teste

Fonte: Elaboração Própria

## 4.1.2 Etapa 2: A Exploração

A exploração é uma etapa de uma pesquisa que mais se destaca no processo de ruptura da mesma, citado por [Quivy e Campenhoudt \(1995\)](#). É nessa etapa que os questionamentos iniciais e observações em relação aos sujeitos da pesquisa serão explorados e investigados, através de revisões bibliográficas, coleta de dados e demais pesquisas, no objetivo de encontrar dados consistentes e reais sobre os assunto em questão.

### 4.1.2.1 As Leituras

O processo de leitura, também conhecido como Revisão Bibliográfica, é um item inerente a todas etapas de uma pesquisa. Seguindo a linha dessa afirmação, a Revisão Bibliográfica desta pesquisa se deu desde a escolha da questão inicial até as suas conclusões por meio de pesquisas feitas em livros (didáticos e informativos), artigos científicos, manuais e dissertações.

### 4.1.2.2 A Coleta de Dados Exploratórios - A Avaliação Diagnóstica

Além de observações investigativas da pesquisadora, também professora dos sujeitos de pesquisa, a coleta de dados foi realizada pela aplicação de um pré-teste, localizado no Apêndice A.

- **A Elaboração da Avaliação Diagnóstica (Pré-Teste)**

As dez questões presentes no pré-teste foram selecionadas baseando-se nas competências exigidas pelo Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro e pelos PCN, desde os anos iniciais aos anos finais do Ensino Fundamental II, referentes ao ensino de áreas.

Essas questões, numeradas de 1 a 10, foram divididas em três níveis: nível 1 (1 e 2), nível 2 (3 à 6) e nível 3 (7 à 10). As competências e habilidades necessárias para a resolução das questões estão descritas na Tabela 1.

Tabela 1 – Competências e Habilidades

Níveis	Questões	Competências e Habilidades
Nível 1	1	- Calcular a área de figuras planas cujos formatos são de quadrados, retângulos, triângulos, trapézios, losangos e círculos.
	2	- Determinar a área de uma região circular, dada a medida de seu diâmetro
Nível 2	3	- Definir um metro quadrado e reconhecê-lo como unidade de medida de área.
	4	- Determinar as áreas de figuras por meio de composição e decomposição das mesmas.
	5 e 6	- Resolver problemas que explorem o conceito e o cálculo de áreas.
Nível 3	7, 8, 9 e 10	- Interpretar e resolver problemas utilizando estratégias tais como decomposição e composição de figuras para determinar áreas.

Fonte: Elaboração Própria

As questões do nível 1 e 2 abrangem competências e habilidades trabalhadas desde o 6º ano do Ensino Fundamental II até o 3º bimestre do 9º ano do Ensino Fundamental II, segundo o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro e os PCN. O nível 3 funcionou como uma forma de desafio para os alunos, de maneira a verificar até que nível de raciocínio eles se encontravam, visto que os problemas eram mais complexos.

Quanto à bibliografia, as questões da avaliação diagnóstica, exceto a 3 que é de autoria da pesquisadora, foram retiradas de livros didáticos, sites educativos e vestibulares (algumas adaptadas), ambos citados na referência desse trabalho.

#### • A Aplicação da Avaliação Diagnóstica

**Data da aplicação:** 11/10/2017.

**Duração:** 2 horas-aula (1h e 40 min).

**Alunos Presentes:** 35 alunos.

**Alunos Ausentes:** 03 alunos.

No dia da aplicação, o objetivo, que era de avaliar como andava o conhecimento dos alunos em relação a áreas, foi trabalhado de forma que os alunos pudessem fazer com seriedade a atividade, evitando leituras rápidas e respostas aleatórias. Os alunos foram orientados a entregarem os pré-testes apenas 1h após o início. A aplicação ocorreu sem transtornos. Muitos alunos realizaram o pré-teste até o horário final. A Figura 21 mostra os alunos realizando a avaliação.

Figura 21 – Aplicação de Avaliação Diagnóstica (Pré-teste).



Elaboração própria

- **Análise dos Resultados da Avaliação Diagnóstica (Pré-Teste)**

A Tabela 2 mostra o quantitativo de acertos, erros e respostas em branco referentes às questões resolvidas pelos alunos no pré-teste.

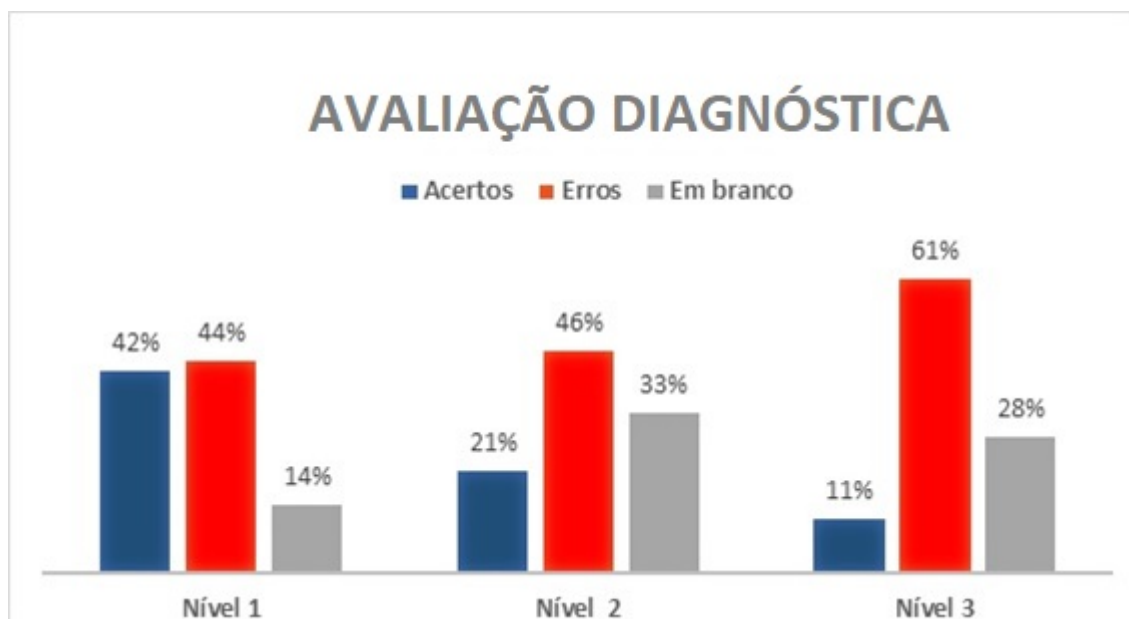
Tabela 2 – Desempenho dos alunos na avaliação diagnóstica

Nível	Questão	Acertos	Erros	Em Branco
1	1-a	29	6	0
1	1-b	30	4	1
1	1-c	4	24	7
1	1-d	5	23	7
1	1-e	1	20	14
1	1-f	14	18	3
1	2	21	13	1
2	3-a	20	14	1
2	3-b	2	24	9
2	4-a	4	21	10
2	4-b	2	4	29
2	4-c	1	15	19
2	5	14	18	3
2	6	9	16	10
3	7	1	28	6
3	8	11	9	15
3	9	0	23	12
3	10	3	26	6

Fonte: Dados da pesquisa

Para facilitar a análise, o Gráfico 1, referente à Tabela 2 possibilita uma visão geral do desempenho dos alunos no pré-teste nos diferentes níveis, indicando a porcentagem de acertos, erros e respostas em branco.

Gráfico 1 – Desempenho dos Alunos na Avaliação Diagnóstica (Pré-teste)



Fonte: Elaboração própria

Pelo gráfico, é possível verificar que a porcentagem de erros ultrapassa a de acertos em todos os níveis da avaliação e, quanto maior o nível das questões, menor a porcentagem de acertos. Em nenhum dos níveis, o número de acertos chegou a 50% do total de alunos. Verifica-se também que tanto no nível 2 quanto no nível 3, a porcentagem de acertos é a menor, comparada com a de erros e de respostas em branco. A quantidade de respostas em branco é algo que chama a atenção, pois é um número considerável e possivelmente representa os alunos que não tem noção de como começar a resolver as questões e também aqueles que não tem o interesse de resolvê-las.

Para um melhor estudo sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos no pré-teste, as respostas erradas foram analisadas e os erros separados por categorias. Isto é, das respostas erradas, foram verificados e destacados os erros mais comuns nas resoluções dos alunos, de acordo com os níveis de dificuldade do pré-teste.

### **Análise dos Erros dos Alunos no Nível 1**

Como pôde ser observado na Tabela 2 e no Gráfico 1, a porcentagem de acertos dos alunos em relação ao total de questões nesse nível foi de 42%, enquanto a de respostas erradas foi 44% e questões em branco, 14%. Vale ressaltar que neste nível, o percentual de respostas em branco foi o menor.

A Tabela 3 apresenta os principais erros cometidos pelos alunos, listados em ordem decrescente, seguidos de suas respectivas porcentagens. A porcentagem de erros ultrapassa 100% devido ao fato de certos alunos cometerem mais de um desses erros em suas resoluções.

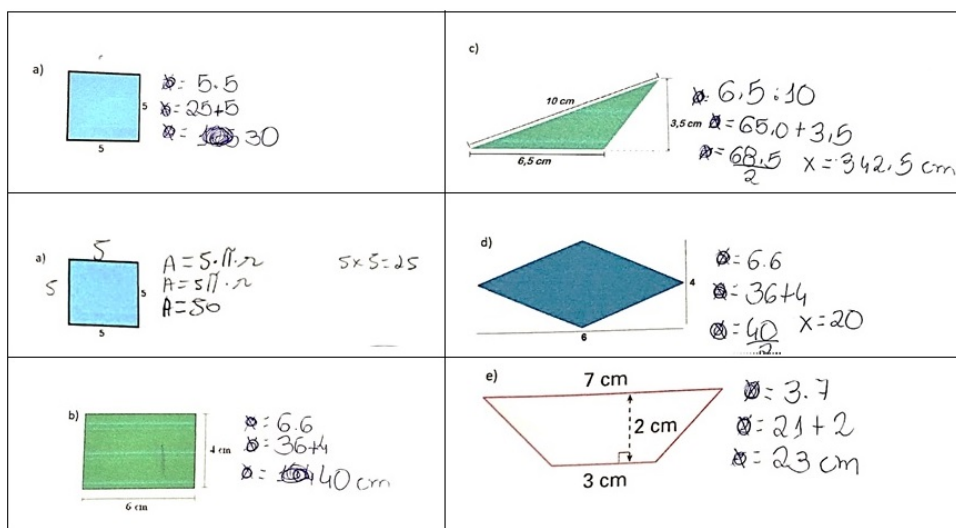
Tabela 3 – Erros Cometidos no Nível 1 (Pré-teste)

Tipo de Erro	Porcentagem
1. Falta da Unidade de Medida	58%
2. Cálculos e Respostas Aleatórias	37%
3. Utilização de Fórmulas Impróprias ou Incorretas	37%
4. Erros Aritméticos	15%
5. Unidade de Medida Incorreta	13%
6. Dificuldade de relacionar os elementos das fórmulas com as medidas informadas nas figuras	3%
7. Substituição o valor aproximado de pi, sem notar que as alternativas para resposta não estavam aproximadas	3%

Fonte: Dados da pesquisa

Como mostrado na Tabela 3, muitos alunos utilizaram respostas e cálculos aleatórios para a resolução das questões do nível 1, isto é, cálculos que não tinham ligação nenhuma com as questões ou então respostas numéricas incorretas sem nenhuma justificativa. A Figura 22 apresenta as resoluções de seis alunos da questão 1, em que se pede para determinar as áreas de determinadas figuras. Nota-se que até para calcular a área de regiões retangulares, haviam alunos que não tinham noção de como fazer.

Figura 22 – Cálculos Aleatórios - Questão 1



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 23 apresenta a resolução de dois alunos da questão 2 do Pré-Teste. Outro caso em que os alunos realizaram cálculos que não correspondiam à resolução correta do problema. Na primeira resolução, por exemplo, o aluno consegue chegar na resposta correta, só que por coincidência e não por uma resolução correta.

Dando sequência à análise dos erros, aponta-se na tabela a falta da informação da

Figura 23 – Cálculos Aleatórios - Questão 2

**QUESTÃO 2:** O piso (ou fundo) de uma piscina circular tem 12m de diâmetro (internamente). Calcule a área do piso desta piscina.

A)  $12\pi \text{ m}^2$   
 B)  $144\pi \text{ m}^2$   
 C)  $36\pi \text{ m}^2$   
 D)  $6\pi \text{ m}^2$   
 E)  $24\pi \text{ m}^2$

**QUESTÃO 2:** O piso (ou fundo) de uma piscina circular tem 12m de diâmetro (internamente). Calcule a área do piso desta piscina.

A)  $12\pi \text{ m}^2$   
 B)  $144\pi \text{ m}^2$   
 C)  $36\pi \text{ m}^2$   
 D)  $6\pi \text{ m}^2$   
 E)  ~~$24\pi \text{ m}^2$~~

Fonte: Dados da pesquisa

unidade de medida de área quando informada a área de determinada região. Os alunos aparentam não perceber que, sem a unidade de medida de área, fica impossível definir ou informar a área de uma região. Um outro equívoco cometido por muitos alunos foi o fato deles utilizarem fórmulas indevidas em suas resoluções. A Figura 24 apresenta a questão de número 1 do pré-teste resolvida por dois alunos da turma.

Figura 24 – Erros

**I)**

**QUESTÃO 1:** Determine a área das seguintes figuras:

a)  $A = b \cdot a = 5 \cdot 5 = 25$   $A = 25$

b)  $A = b \cdot a$   
 $6 \cdot 4 = 24$   $A = 24$

c)  $A = D \cdot a$   
 $A = 6,5 \cdot 3,5$   
 $22,75$   $A = 22,75$

d)  $A = b \cdot a$   
 $A = 6 \cdot 4 = 24$   $A = 24$

e)  $A = b \cdot a$   
 $A = 3 \cdot 2 = 6$   $A = 6$

f)  $A = b \cdot a$   
 $A = 5 \cdot 5$   
 $A = 25$

**II)**

**QUESTÃO 1:** Determine a área das seguintes figuras:

a)  $5 \cdot 5 = 25$

b)  $6 \cdot 4 = 24$

c)  $6,5 \cdot 3,5 = 22,75$

d)  $6 \cdot 4 = 24$

e)  $7 \cdot 2 = 14$

f)  $5 \cdot 5 = 25\pi$

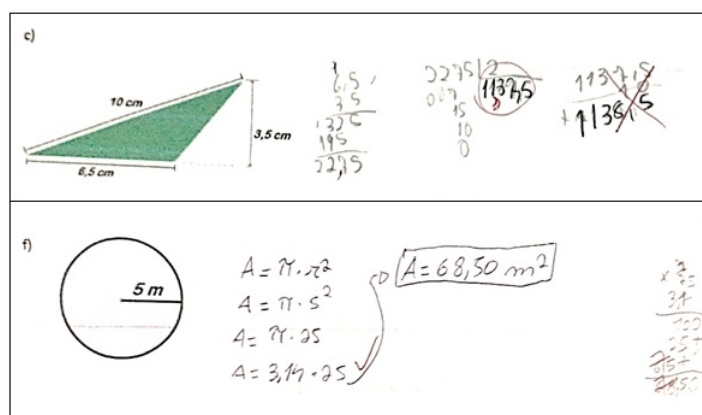
Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que esses alunos associaram o cálculo de áreas de figuras planas a uma única fórmula (*base x altura* ou *comprimento x largura*), mesmo sendo figuras diferentes de paralelogramos, utilizando-a até mesmo ao cálculo de área de regiões circulares. Questões

que exigiam o cálculo áreas de triângulos e trapézios por exemplo, apresentaram muitos erros desse tipo e respostas em branco. Verifica-se também nessas resoluções da Figura 24 a falta de atenção dos alunos às unidades de medida de área. O aluno da resolução I não utiliza unidade de medida de área em nenhuma das respostas, enquanto o aluno da resolução II informa a área de uma região retangular como  $24cm$  e não  $24cm^2$ , isto é, utiliza unidade de medida de comprimento ao informar a medida de área de uma região.

Dentre as respostas erradas, muitas se deram por erros aritméticos, que podem ter sido cometidos por falta de atenção nos cálculos. Muitos alunos efetuavam o raciocínio corretamente, mas, na hora dos cálculos, erravam e consequentemente, apresentavam respostas incorretas, como mostrado na Figura 25.

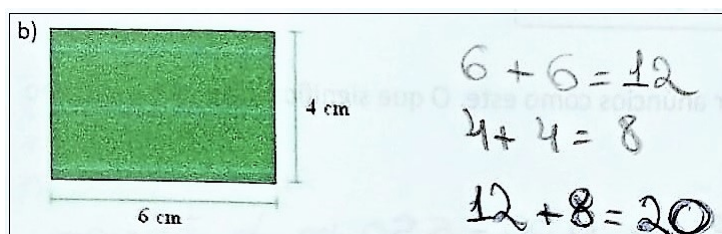
Figura 25 – Erros Aritméticos



Fonte: Dados da pesquisa

Nas resoluções , ocorreram confusões entre a definição de área e de perímetro/comprimento, como mostra a Figura 26, onde o aluno determina o perímetro da região retangular, ao invés de sua área.

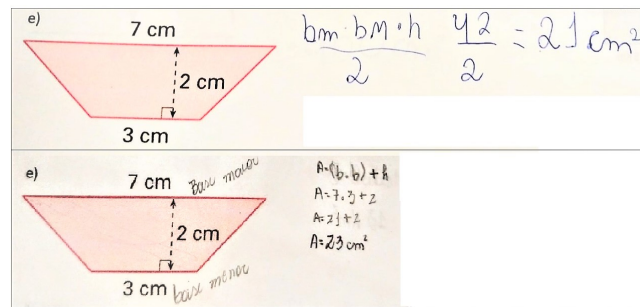
Figura 26 – Confusão entre Perímetro e Área



Fonte: Dados da pesquisa

Foi possível notar uma dificuldade dos alunos em recordar a fórmula do cálculo de áreas de regiões em forma de trapézio. Alguns a utilizavam de forma incorreta, como mostrada nas resoluções de dois alunos do item e da questão 1, na Figura 27.

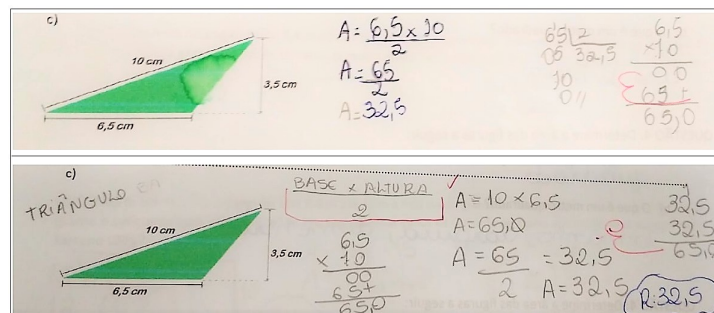
Figura 27 – Falhas na Fórmula do Trapézio



Fonte: Dados da pesquisa

Alguns alunos apresentaram dificuldades em associar os dados informados na figura às fórmulas do cálculo de área das mesmas, como mostra a Figura 28.

Figura 28 – Erro ao Identificar a Altura Relativa

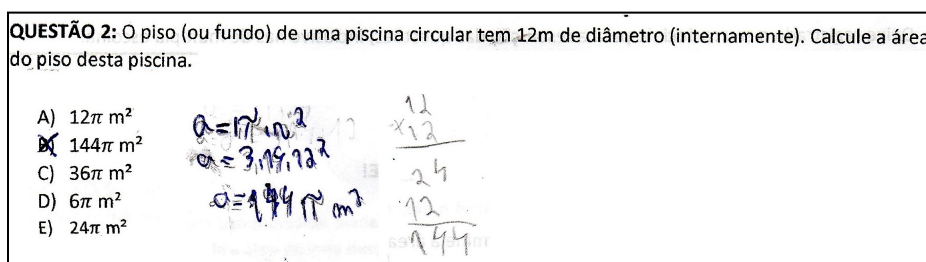


Fonte: Dados da pesquisa

Como pode ser observado, a Figura 28 mostra a resolução de dois alunos que não souberam identificar a altura relativa à base escolhida do triângulo para assim determinar a sua área.

A Figura 29 mostra mais um caso de associação incorreta dos dados fornecidos no problema com fórmulas. Neste caso, o aluno utiliza como medida de raio, a medida do diâmetro informado na questão.

Figura 29 – Confusão entre Raio e Diâmetro



Fonte: Dados da pesquisa



A falta de atenção também fez com que alguns alunos não observassem quando era necessário substituir ou não o valor aproximado de pi, como mostrado na Figura 30. Nela, encontra-se a resolução da questão 2 por dois alunos.

Figura 30 – Falta de Atenção nas Alternativas

**QUESTÃO 2:** O piso (ou fundo) de uma piscina circular tem 12m de diâmetro (internamente). Calcule a área do piso desta piscina.

A)  $12\pi \text{ m}^2$   
 B)  $144\pi \text{ m}^2$   
 C)  $36\pi \text{ m}^2$   
 D)  $6\pi \text{ m}^2$   
 E)  $24\pi \text{ m}^2$

**QUESTÃO 2:** O piso (ou fundo) de uma piscina circular tem 12m de diâmetro (internamente). Calcule a área do piso desta piscina.

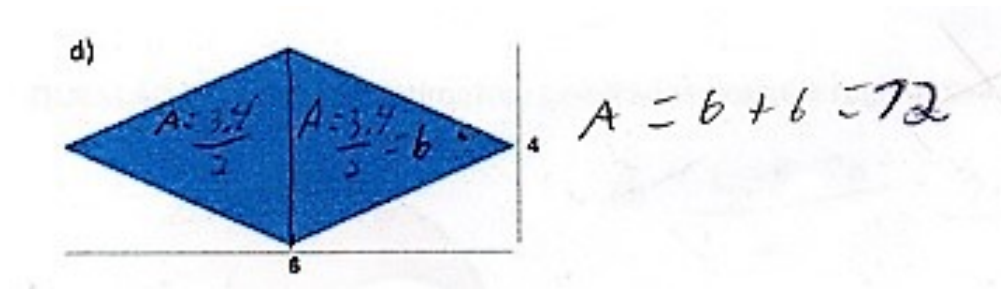
A)  $12\pi \text{ m}^2$   
 B)  $144\pi \text{ m}^2$   
 C)  $36\pi \text{ m}^2$   
 D)  $6\pi \text{ m}^2$   
 E)  $24\pi \text{ m}^2$

Fonte: Dados da pesquisa

Cálculos aleatórios, erros aritméticos e dificuldades de associação de elementos de um problema com uma fórmula matemática, por suposição, são reflexos da dificuldade de interpretação e concentração para se resolver problemas.

Finalizando a análise do desempenho dos alunos no nível 1, mesmo com muitos erros, algumas resoluções interessantes podem ser destacadas, como a mostrada na Figura 31. Nela, o aluno determina a área do losango (questão 1) decompondo-o em dois triângulos.

Figura 31 – Cálculo de Área por Decomposição



Fonte: Dados da pesquisa

### Análise dos Erros dos Alunos no Nível 2

O nível 2 obteve um número menor de acertos em relação ao Nível 1. Tanto a porcentagem de questões erradas quanto as de questões em branco foram maiores que no nível anterior. Como mostrado no Gráfico 1, foram 21% de respostas corretas, 46% de respostas erradas e 33% de respostas em branco.

Das respostas erradas do nível 2, as categorias de erros foram distribuídas conforme mostra a Tabela 4.

Tabela 4 – Erros Cometidos no Nível 2 (Pré-teste)

Tipos de Erro	Porcentagem
1. Processo de composição e decomposição de figuras incompleto ou parcialmente correto.	24%
2. Desconhecimento do significado de metro quadrado	23%
3. Cálculos e respostas aleatórias	23%
4. Erros Aritméticos	18%
5. Não associar o metro quadrado à área de uma região.	13%
6. Utilização de fórmulas impróprias ou incorretas	15%
7. Falta de unidade de medida	10%
8. Unidade de medida incorreta	5%

Fonte: Elaboração própria


Neste nível, a capacidade de interpretar e criar estratégias para a resolução de problemas foram ações necessárias.

A questão 3 do nível 2 focou na definição e interpretação do conceito de área. Na Figura 32, foram destacadas 5 respostas mais comuns dadas às letras a e b dessa questão.

Pode-se verificar que, apesar de muitas respostas em branco, tiveram alunos que conseguiram associar uma medida em metros quadrados à uma medida de área. Em contrapartida, nenhum aluno soube responder o que seria um metro quadrado, que, por sua vez, é um quadrado de lado medindo um metro. A letra b teve 0 acertos.

Figura 32 – Questão 3 - Nível 2

QUESTÃO 3: Observe o seguinte anúncio:



a) Você já deve estar acostumado(a) a ver anúncios como este. O que significa dizer que o terreno possui 650 m<sup>2</sup>?

- I) Seu digiti o tamanho dele.
- II) Que esse é o tamanho da área do terreno.
- III) Que ele possui 650m<sup>2</sup> de área.
- IV) área do terreno. <sup>650m<sup>2</sup></sup> que digiti o espaço total que o terreno possui, ou seja.
- V) Que a base vezes a altura do terreno medem 650m<sup>2</sup>.

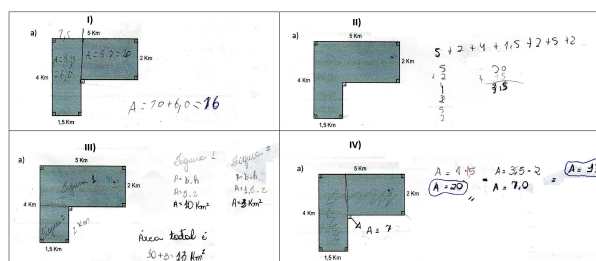
b) O que é um metro quadrado?

- I) Uma forma de medida.
- II) O tamanho da região do terreno.
- III) O perímetro de um espaço que possui 1m<sup>2</sup>.
- IV) É um metro que foi multiplicado por outro metro.
- V) É a medida que usamos para marcar a unidade o espaço interno ou total de um terreno ou de um objeto. Unidade de medida que usamos quando calculamos a área.

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 4, cuja habilidade necessária era a de calcular áreas utilizando-se estratégias de composição e decomposição de figuras teve um índice de erros muito alto. A Figura 33 mostra quatro resoluções da questão 4, letra a.

Figura 33 – Questão 4a



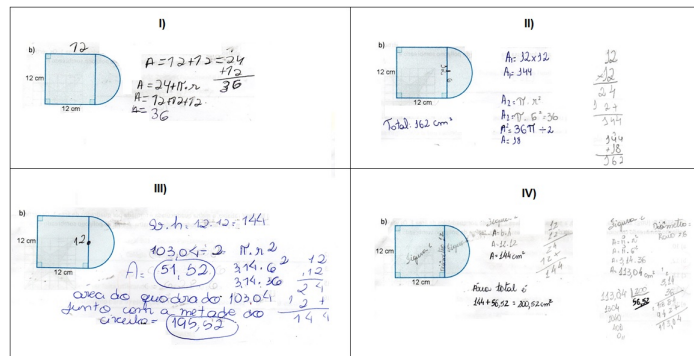
Fonte: Dados da pesquisa

Como pode-se notar, na resolução I, o aluno decompôs a figura em dois retângulos, porém não prestou atenção nas medidas dos retângulos formados. Na resolução II, o aluno mostra-se confuso, calculando, também de forma errada, o perímetro da figura ao invés da

área. Os alunos das resoluções III e IV, por sua vez, calcularam perfeitamente a área da figura, utilizando estratégias de composição e decomposição diferentes.

Na Figura 34, estão registradas quatro resoluções da letra b, da questão 4.

Figura 34 – Questão 4b

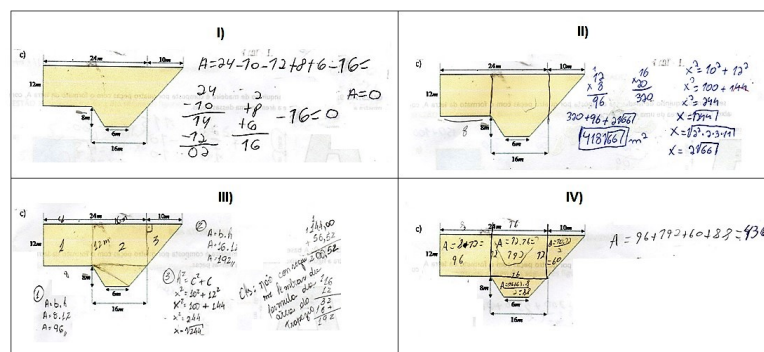


Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que na resolução I, o aluno encontra-se completamente perdido, realizando cálculos aleatórios com os dados informados. Na resolução II, o erro é aritmético: mesmo utilizando estratégias corretas, o aluno se esquece do símbolo  $\pi$ , informando o resultado final de forma incorreta. O aluno da resolução III também comete um erro aritmético. Por fim, na resolução IV, o aluno resolve perfeitamente a questão. Das quatro resoluções mostradas, uma foi completamente equivocada, duas equivocadas falta de atenção em cálculos e outra correta.

Ainda sobre a questão 4, a Figura 35 mostra resoluções da letra c, que por sua vez, dos 35 alunos que fizeram o pré-teste, só um obteve, em sua resolução, o resultado correto.

Figura 35 – Questão 4c



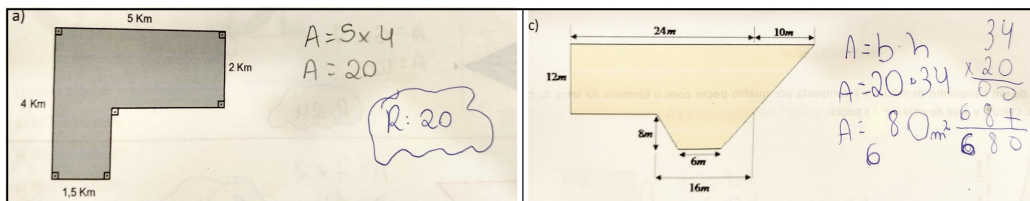
Fonte: Dados da pesquisa

Dessas resoluções, observa-se que nas de número II, III e IV os alunos fizeram tentativas de decomposição de figuras. A resolução I, por sua vez, é mais um exemplo de como os alunos tentam obter respostas fazendo operações aleatórias com os dados

informados. Na resolução de número II, o aluno chega a decompor a figura em três outras novas figuras, calcula a área de uma delas corretamente, porém se perde no decorrer da resolução. O aluno da número III apresenta uma decomposição mais completa, porém se confunde na hora de calcular a área do triângulo, aplicando o Teorema de Pitágoras sem necessidade (acredita-se que essa confusão se deu por conta do triângulo ser retângulo) e informa que não se recordava da fórmula de cálculo de área de trapézios. Por fim, a resolução de número IV apresenta-se correta, faltando apenas por parte do aluno, informar a unidade de medida de área, que no caso, era o metro quadrado.

Tiveram aqueles alunos que pensavam que para calcular a área de qualquer figura, independente dela ser um paralelogramo ou não, bastava fazer *base x altura*. A Figura 36 mostra dois desses casos.

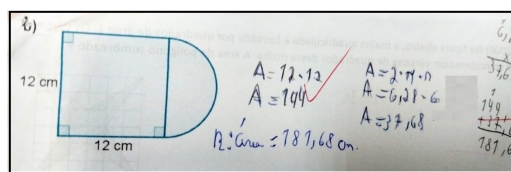
Figura 36 – Aplicações Indevidas de *Base x Altura*



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 37, observa-se que o aluno utiliza a fórmula do comprimento da circunferência ao invés da área do círculo. Nessa mesma resolução, observa-se um outro erro no fato de o aluno utilizar unidades de medidas de comprimento para informar a uma medida de área.

Figura 37 – Confusão entre Fórmula do Comprimento e da Área



Fonte: Dados da pesquisa

### Análise dos Erros dos Alunos no Nível 3

O nível 3 foi o nível cuja porcentagem de acertos foi a menor. Vale ressaltar que já era "esperado" que os alunos não tivessem um índice alto de desempenho pois este nível, como já foi falado, foi um desafio. Mesmo assim, tiveram alunos que acertaram algumas questões e outros que começaram com uma linha de pensamento correta mas que não souberam continuar ou se perderam no meio da resolução.

A Tabela 5 apresenta os erros cometidos pelos alunos no Nível 3 separados em categorias.

Tabela 5 – Erros Cometidos no Nível 3 (Pré-teste)

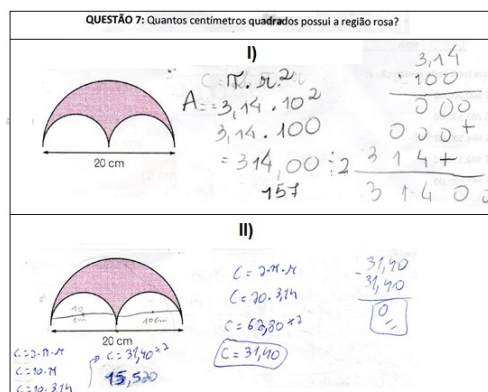
Tipos de Erro	Porcentagem
1. Respostas e Cálculos Aleatórios	45%
2. Utilização de Fórmulas Impróprias ou Incorretas	18%
3. Falta de Unidade de Medida	15%
4. Resolução parcialmente correta ou incompleta	12%
5. Unidade de Medida Incorreta	8%
6. Erros Aritméticos	2%

Fonte: Elaboração própria

Verifica-se na tabela que a maioria dos erros dos alunos se deu por cálculos e respostas aleatórias. Isto é, dos alunos que tentaram resolver a questão e erraram, a maioria realizou cálculos que não tinham relacionamento nenhum com as questões. Isto significa que muitos alunos não tinham noção de como resolver esses problemas, o que mostra a dificuldade de interpretação e de criação de estratégias para possíveis soluções.

Observando a Figura 38, que contém duas resoluções equivocadas da questão 7, verifica-se que aluno na resolução I determina a área da semicircunferência maior, porém não sabe como proceder depois. A mesma dúvida ocorre com outros alunos na resolução dessa questão. Já a resolução de número II estaria perfeita se o aluno não tivesse utilizado a fórmula do comprimento da circunferência ao invés da área.

Figura 38 – Questão 7



Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 8, mostrada na Figura 39, a maioria dos alunos tentou obter a área da figura pedida, que pertencia a uma malha quadriculada de quadrados de área 1, contando quantos quadradinhos "cabiam" nela. Nenhum aluno percebeu que era possível descobrir a

área utilizando estratégias de composição e decomposição de figuras. Alguns acertaram contando os quadradinhos e outros acabaram se confundindo.

Figura 39 – Questão 8

**QUESTÃO 8:** (Ufrgs 2008) Na figura abaixo, a malha quadriculada é formada por quadrados de área 1. Os vértices do polígono sombreado coincidem com vértices de quadrados dessa malha. A área do polígono sombreado é

a) 10.  
**b) 12.**  
 c) 13.  
 d) 15.  
 e) 16.

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 9 do nível 3 não apresentou nenhuma resolução correta. A Figura 40 mostra a resolução de três alunos.

Figura 40 – Questão 9

**QUESTÃO 9:** A base de um banquinho de madeira é composta por quatro peças com o formato da letra A, como mostra a figura abaixo. Calcule a área de uma dessas peças.

I)

II)

III)

Fonte: Dados da pesquisa

Observe na primeira resolução um aluno perdido. Na segunda, o aluno diz que não se recorda da fórmula para cálculo da área do trapézio. Subtende-se então que ele teria uma estratégia de resolução caso lembrasse da fórmula, que no caso, realmente seria útil. Quanto à terceira resolução, verifica-se que o aluno decompôs a figura de maneira coerente, calculou corretamente as áreas dos paralelogramos formados, porém as áreas dos trapézios foram calculadas de forma equivocada. Verifica-se também, que ao informar

a medida da área, o aluno utiliza a unidade de medida *cm* ao invés de *cm<sup>2</sup>*. A resolução III foi a que mais se aproximou da resposta correta.

Finalizando o pré-teste, a questão 10, assim como as demais do nível 3, também apresentou poucos acertos. Muitos erros por falta de atenção foram encontrados nas resoluções dessa questão. A Figura 41 mostra dois desses casos. Na resolução I, o aluno tem a consciência de como se resolve a questão, porém, como foi o caso de outras questões, utiliza a fórmula do cálculo do comprimento de uma circunferência e não da área do círculo, se não fosse esse equívoco, a questão estaria resolvida perfeitamente. Já na resolução II, o aluno comete um erro aritmético ao dizer que  $20 = 200$ , o que é errado e, por conta disso, erra a questão, que também tinha uma linha de resolução correta.

Figura 41 – Questão 10

**QUESTÃO 10:** Em torno de um campo de futebol, construiu-se uma pista de atletismo (destacada de verde) com 3 metros de largura, cujo preço por metro quadrado é de R\$ 500,00.

**I)**

O custo total desta construção é:

- a) R\$ 300.000,00 *opção.*
- b) R\$ 202.530,00
- c) R\$ 464.500,00
- d) R\$ 502.530,00
- e) R\$ 667.030,00

**II)**

O custo total desta construção é:

- a) R\$ 300.000,00
- b) R\$ 202.530,00
- c) R\$ 464.500,00
- d) R\$ 502.530,00
- e) R\$ 667.030,00

Fonte: Dados da pesquisa

Como pôde ser observado na análise do desempenho dos discentes no pré-teste, além de alunos supostamente *perdidos* em suas resoluções, sem saber por onde começar, ocorreram bastante casos de alunos que começavam a resolução numa linha de pensamento correta, porém, não conseguiam finalizar o raciocínio, acabando, por conta disso, dando respostas erradas. Outros, tinham o pensamento correto, porém erravam cálculos e conseqüentemente, o problema.



### 4.1.3 Etapa 3: A Problemática

Com a aplicação da avaliação diagnóstica foi possível identificar dificuldades dos alunos em:

- definir e compreender o conceito de área e a interpretação geométrica de um metro quadrado.
- compreender a importância e o significado de unidade de medida.
- associar fórmulas de área às suas respectivas figuras.
- calcular área por meio de composição e decomposição de figuras.
- interpretar e criar estratégias para resolução de problemas.

Essas dificuldades entram em comunhão com os resultados do PISA 2015 ([Brasil \(2015\)](#)) e com os comentários da pesquisadora professora em relação ao ensino de Geometria nas escolas públicas e da dificuldade dos alunos nessa área da Matemática.

Diante desses resultados, como as estratégias de ensino Aula Expositiva Dialogada, Investigação Matemática e Resolução de Problemas podem contribuir para uma diminuição dessas dificuldades e melhorar o ensino-aprendizagem de áreas?

Tal problemática só reforça a questão inicial do trabalho, que gira em torno da procura de melhorias no processo de ensino-aprendizagem da Geometria, em específico, no ensino de áreas de figuras planas.

### 4.1.4 Etapa 4: A Construção de um Modelo de Análise - A Sequência Didática

O modelo de análise dessa pesquisa constitui-se numa sequência didática, elaborada com base nas observações iniciais da pesquisadora e na análise do desempenho dos alunos no pré-teste. Esta sequência, por hipótese, ajuda a desenvolver as habilidades e competências necessárias a esses alunos e presentes no Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro ([SEERJ \(2012\)](#)) e Parâmetros Curriculares Nacionais ([Brasil \(1998\)](#)), visando diminuir as dificuldades apresentadas pela turma.

Uma sequência didática é definida por [Zabala \(1998\)](#) como:

(...)um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.

[Zabala \(1998\)](#) apresenta dois modelos de sequência didática: o tradicional e o "estudo do meio". Segundo o autor, o modelo tradicional possui quatro fases:

1. comunicação da lição;
2. estudo individual sobre o livro didático;
3. repetição do conteúdo aprendido;
4. julgamento.

Já na sequência de modelo "estudo do meio", [Zabala \(1998\)](#) apresenta as seguintes fases:

1. atividade motivadora relacionada com uma situação conflitante da realidade experiencial dos alunos;
2. explicação das perguntas ou problemas;
3. respostas intuitivas ou hipóteses;
4. seleção e esboço das fontes de informação e planejamento da investigação;
5. coleta, seleção e classificação dos dados;
6. generalização das conclusões tiradas;
7. expressão e comunicação.

Diante desses dois modelos pode-se dizer que a sequência didática elaborada neste projeto se aproxima mais do modelo de estudo de meio, pois nesse tipo de sequência, conteúdos e ideias são construídos e essa é a proposta deste trabalho. Acredita-se que, o verdadeiro aprendizado só acontece quando o aluno é agente ativo no processo de construção do conhecimento.

[Oliveira \(2013\)](#), em sua definição de sequência didática, foca na importância do planejamento de suas etapas:

(...) a sequência didática é um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem.

Logo, ao se planejar uma sequência didática, um professor deve ser bem cauteloso. Deve-se pensar como será a relação do professor e do aluno, como os alunos estarão organizados, como se dará a administração do tempo, do espaço, dos conteúdos, recursos didáticos e por fim, como se dará avaliação.

Seguindo a linha de pensamento de Zabala (1998) e Oliveira (2013), a sequência deste trabalho, formada por 11 atividades, trabalha desde interpretação do conceito de área e suas unidades de medida até a resolução de problemas.

Diferente do pré e pós-teste, que foram aplicados individualmente, as atividades da sequência didática foram organizadas de maneira a serem feitas em duplas e em equipes, sendo estas modificadas em cada atividade. Como já falado no capítulo 2, atividades realizadas em grupos ajudam a desenvolver muitas habilidades tais como a interação, a desinibição e, na área da matemática investigativa, que é o caso das atividades, um pode complementar o outro na procura de uma solução.

Sobre a relação professor/aluno, em todo o processo de aplicação da sequência, o professor atuará como mediador, isto é, atua como uma ponte entre o aluno e o aprendizado. Como mediador, deve criar situações que favoreçam a construção do conhecimento por parte do aluno.

Em relação aos conteúdos, as 11 atividades estão organizadas da seguinte maneira:

- Atividade 1 - Atividade 3: o conceito de área e suas unidades de medida;
- Atividade 4: o porquê do cálculo da área de regiões retangulares ser conhecido como *base x altura*;
- Atividade 5: conjunto de exercícios envolvendo o conceito de área e o cálculo de área de regiões retangulares;
- Atividade 6 - Atividade 8: demonstração e construção das fórmulas de áreas de regiões em forma de paralelogramos, triângulos, losangos, trapézios e círculos por meio recorte e colagem;
- Atividade 9 - Atividade 10: resolução de situações-problemas visando a aproximação destas à realidade cotidiana dos alunos;
- Atividade 11: desafio do cálculo de áreas utilizando composição e decomposição de figuras.

As questões utilizadas nas atividades foram parte de autoria da pesquisadora e parte retirada de livros didáticos, avaliações externas e sites educativos, ambos referenciados nos enunciados das questões. As atividades de número 6, 7 e 8, que exploram a demonstração das áreas foram inspiradas no material dos anos finais do Ensino Fundamental do Sistema de Ensino Anglo.

As informações mais detalhadas das 11 atividades seguem descritas nas subseções abaixo.

#### 4.1.4.1 Atividade 1: Medindo Superfícies

**Objetivo:** Definir a área como uma medida de uma superfície que, para ser informada, é necessária uma outra superfície como unidade de medida.

**Organização da turma:** Equipes de até 6 alunos.

**Tempo Estimado:** 2 horas-aula de 50 min cada.

**Recursos Materiais:** TV, computador, quadro branco, caneta para quadro branco, fichas de atividades (Apêndice B) e material manipulável.

**Desenvolvimento:** Disponibiliza-se na TV, imagens que remetem à ideia de superfície, disponíveis no Anexo A. A partir da visualização dessas imagens, abre-se uma discussão sobre o que os alunos compreendem por superfície e, num diálogo entre professor e aluno, forma-se uma definição informal para superfície. Em seguida, cada equipe, num total de sete, recebe uma proposta de atividade problematizada cujo objetivo é verificar através de colagem, quantas superfícies de um mesmo formato, “cabem” numa superfície maior. A partir dessa proposta, com os materiais manipuláveis cedidos pelo professor, os alunos, através de colagem, trabalham para obter a resposta. Após a tarefa, num compartilhamento de opiniões, é construído junto com os alunos a definição de área, como uma medida de uma superfície, cujas unidades de medida também são superfícies.

#### 4.1.4.2 Atividade 2: Unidade Padrão - a solução pra toda confusão!

**Objetivo:** Perceber a necessidade de uma unidade de medida padrão para o cálculo de áreas.

**Organização da turma:** Equipes de 4 alunos.

**Tempo Estimado:** 2 hora-aulas de 50 min cada.

**Recursos Materiais:** Recortes de figuras geométricas, folha A4 e papel quadriculado.

**Desenvolvimento:** Essa atividade é composta por duas propostas:

1ª proposta: Cada equipe recebe uma folha A4 e figuras idênticas de tamanho menor do que a folha. Por exemplo: uma equipe recebe recortes em forma de triângulos e outro em forma de quadrados de mesmo tamanho. Depois de recebido o material, os alunos são solicitados a informar a área da folha, utilizando como unidade de medida as figuras recebidas. A partir daí, pressupõe-se que os alunos percebam que uma mesma figura pode ter medidas de áreas diferentes quando consideradas unidades de medida distintas.

2ª proposta: Os alunos recebem um pedaço retangular de papel quadriculado e são desafiados a informar a área desse pedaço de papel tomando como unidade de medida 1 quadradinho, 2 e 3. Consequentemente a área, considerando unidades de medidas

diferentes, variam.

Após a execução das duas propostas, as ideias são organizadas e uma discussão sobre a necessidade da existência de uma medida padrão para calcular áreas é desenvolvida, chegando todos a uma única conclusão: padronizar é preciso para a facilitação da comunicação em geral.

#### 4.1.4.3 Atividade 3: Desvendando o Metro Quadrado

**Objetivo:** Definir e interpretar geometricamente um metro quadrado.

**Organização da turma:** Alunos em meia-lua.

**Tempo Estimado:** 1 hora-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Quadro branco, caneta para quadro branco, cartaz em forma de um metro quadrado e fita métrica.

**Desenvolvimento:** Frases que continham a palavra metro quadrado são expostas no quadro branco. A partir dessas frases inicia-se uma discussão sobre o que seria um metro quadrado, até se chegar a conclusão de que este é um quadrado cuja medida do lado é um metro. Para reforçar a ideia, apresenta-se um quadrado feito de cartolina e com fita métrica, com ajuda dos alunos, verifica-se que este possui o lado medindo 1 metro. Desta forma a noção de espaço é trabalhada com os alunos, podendo estes associarem às medidas apresentadas no início da atividade. Na sequência, fala-se que para calcular áreas de regiões menores ou maiores que o metro quadrado, utiliza-se múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.

#### 4.1.4.4 Atividade 4: Por que base x altura?

**Objetivo:** Construir a fórmula para calcular área de regiões retangulares.

**Organização da turma:** Alunos em meia-lua.

**Tempo Estimado:** 1 hora-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Quadro branco, caneta para quadro branco, fita adesiva, cartolina e papel quadriculado.

**Desenvolvimento:** Conforme a atividade 2, essa atividade é constituída de duas propostas.

1ª proposta: Foi colado no quadro um pedaço de cartolina em forma retangular de dimensões 2dm e 5dm. Foi proposto aos alunos o cálculo de sua área utilizando como unidade de medida quadrados de 1dm<sup>2</sup>, que estavam disponíveis para colagem.

2ª proposta: Um papel retangular de dimensões 21cm e 30cm, quadriculado com quadrados de 1cm de lado, foi colado no quadro e os alunos são propostos a calcular a

área desse papel utilizando como unidade de medida quadradinhos de  $1\text{cm}^2$ . Espera-se nessa segunda proposta que os alunos utilizem o princípio multiplicativo para calcular a quantidade de quadradinhos, isto é, que eles verifiquem a quantidade de quadrados por fileira e assim informem a área, pois são 630 quadradinhos para se contar um a um. A partir desse princípio multiplicativo, define-se a área de uma região retangular como a multiplicação da medida de sua base pela medida de sua altura, ou, como o produto da medida de suas duas dimensões. Chega-se então a fórmula do cálculo de área de regiões retangulares.

#### 4.1.4.5 Atividade 5: Fixando e Praticando

**Objetivo:** Resolver problemas que envolvam as ideias trabalhadas nas Atividades de 1 a 4.

**Organização da turma:** Alunos em dupla.

**Tempo estimado:** 3 horas-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Listas de Exercícios (Apêndice C).

**Desenvolvimento:** Os alunos são submetidos a uma lista de exercícios que exploram o conceito de área trabalhado até o momento. O professor nessa atividade trabalha como mediador, verificando o andamento e sanando dúvidas dos alunos quando necessário.

#### 4.1.4.6 Atividade 6: Descobrindo outras áreas (Parte 1)

**Objetivo:** Construir a fórmula do cálculo de áreas de regiões de forma de paralelogramos não retângulos e triângulos.

**Organização da turma:** Alunos em dupla.

**Tempo Estimado:** 2 horas-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Quadro branco, caneta para quadro branco, roteiros de atividades (Apêndice D), régua, material para recorte, cola e tesoura.

**Desenvolvimento:** Cada dupla recebe um roteiro de atividade que contém questões que, em suas resoluções, exploram recortes e colagens para se chegar fórmula do cálculo das áreas de regiões em forma de paralelogramos e triângulos.

#### 4.1.4.7 Atividade 7: Descobrindo outras áreas (Parte 2)

**Objetivo:** Conhecer e construir a fórmula do cálculo de áreas de regiões com formato de losango, dadas as medidas de suas diagonais e trapézio não paralelogramo.

**Organização da turma:** Alunos em dupla.

**Tempo Estimado:** 2 horas-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Quadro branco, caneta para quadro branco, roteiros de atividade (Apêndice E), e régua.

**Desenvolvimento:** Cada dupla recebe um roteiro de atividade que contém questões que, em suas resoluções, demonstram, por meio de construções, a área de regiões em forma de losango e trapézio.

#### 4.1.4.8 Atividade 8: Descobrimo outras áreas (Parte 3)

**Objetivo:** Construir a fórmula do cálculo de áreas de regiões circulares.

**Organização da turma:** Equipes de 4 alunos.

**Tempo Estimado:** 2 horas-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Quadro branco, caneta para quadro branco, roteiros de atividade (Apêndice F), material para recorte, régua, cola e tesoura.

**Desenvolvimento:** Cada dupla recebe um roteiro de atividade que contém questões que, em suas resoluções, exploram recortes e colagens para se chegar fórmula do cálculo das áreas de regiões circulares.

#### 4.1.4.9 Atividade 9: Tá tudo dominado!

**Objetivo:** Desenvolver a interpretação, investigação e utilização de estratégias, tais como composição e decomposição de figuras e modelagem para o cálculo de áreas e resolução de problemas.

**Organização da Turma:** A turma trabalha em uma única equipe para fazer as medições. Na hora dos registros e resoluções, esses devem se organizar em duplas.

**Tempo Estimado:** 3 horas-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Quadro branco, caneta para quadro branco, lista de atividades (Apêndice G), fita crepe, fita métrica, trena e calculadora.

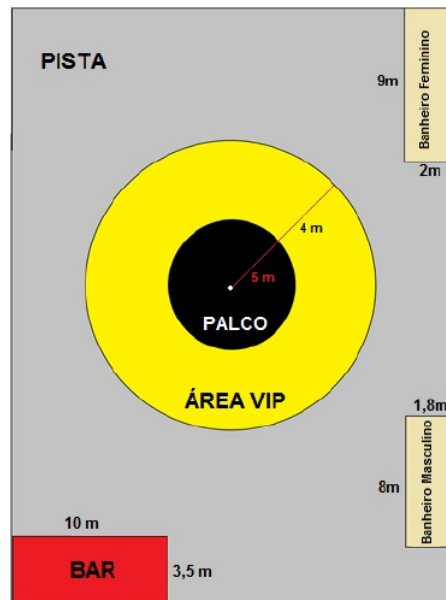
**Desenvolvimento:** Esta atividade é composta de 3 propostas:

Proposta 1: Os alunos são propostos a verificar quantas pessoas, dispostas verticalmente, cabem aproximadamente em um metro quadrado. Para isso, estarão disponíveis fita métrica e fita crepe para que os alunos construam no chão da sala um quadrado de  $1m$  de lado e verifiquem assim a quantidade de pessoas que ali se encaixam, fazendo parte do experimento. O professor deve orientar aos alunos para que, na hora de escolher essas pessoas, estabelecer um certo padrão comum para que o experimento fique mais próximo da realidade.

Proposta 2: Após o experimento da proposta 1, os alunos são apresentados a uma situação-problema que questiona o total arrecadado pela venda de ingressos de uma casa

de shows, que realizará uma festa à fantasia. Os alunos devem levar em consideração que o valor para área vip é diferente para pista e que estiveram pessoas que entraram com cortesia, ou seja, não pagaram. Todos os detalhes estão especificados no problema. A figura 42 mostra como é esta casa de shows e suas respectivas dimensões.

Figura 42 – Casa de Shows



Fonte: Elaboração Própria

Neste problema os alunos precisarão usar estratégias para calcular a área em que as pessoas ocuparão nessa casa de shows, verificar quantas "cabem" na pista e na área vip, eliminar as que entram sem pagar e assim verificar qual o maior valor que pode ser arrecadado com a venda de ingressos.

Além de calcularem esse valor, os alunos foram questionados sobre a quantidade de seguranças que esse local terá, sabendo que na entrada ficam dois, na área vip também dois e na pista 1 segurança por  $50\text{m}^2$ .

Proposta 3: Na linha da situação-problema anterior, os alunos são desafiados a verificar quantas pessoas o pátio e a quadra da escola suportam. Para isto, devem fazer medições e representar o locais em forma de desenho para que assim, possam calcular a área e responder às perguntas.

#### 4.1.4.10 Atividade 10: Pintando o Sete!

**Objetivo:** Desenvolver a interpretação, investigação e utilização de estratégias, tais como composição e decomposição de figuras e modelagem para o cálculo de áreas e resolução de problemas.



**Organização da Turma:** Nesta atividade, a turma vira uma única equipe para fazer medições. Na hora dos registros e resoluções, esses devem se organizar em duplas.

**Tempo Estimado:** 3 horas-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Quadro branco, caneta para quadro branco, roteiro de atividade (ApêndiceH), fita métrica, trena e calculadora.

**Desenvolvimento:** Esta atividade consiste na resolução de 3 situações-problemas cujo tema é pintura de paredes. Os problemas estão descritos abaixo.

Problema 1: Servindo de introdução para o problema seguinte, que é mais complexo, este questiona quantas latas de certa tinta são necessárias para pintar os dois lados de um muro, sabendo suas dimensões e sabendo a quantidade de metros quadrados que se pode pintar com cada lata de tinta dessa.

Problema 2: De autoria da pesquisadora, este problema expõe dados de marcas de tinta conhecidas (Suvinil e Coral), coletados dos sites de ambas, como mostrado na figura 43.

Figura 43 – Dados das Marcas de Tinta

MARCA 1		MARCA 2	
			
<b>INFORMAÇÕES:</b> Capacidade: 3,6 litros Quantidade de Demão: 2 a 3 demãos Rendimento: Aproximadamente 5,7m <sup>2</sup> /l Valor: R\$114,99	<b>INFORMAÇÕES:</b> Capacidade: 18 litros Quantidade de Demão: 2 a 3 demãos Rendimento: Aproximadamente 5,7m <sup>2</sup> /l Valor: R\$349,90	<b>INFORMAÇÕES:</b> Capacidade: 3,2 litros Quantidade de Demão: 2 demãos Rendimento: Aproximadamente 4m <sup>2</sup> /l Valor: R\$ 85,45	<b>INFORMAÇÕES:</b> Capacidade: 18 litros Quantidade de Demão: 2 demãos Rendimento: Aproximadamente 4m <sup>2</sup> /l Valor: R\$349,90

Fonte: [www.suvinil.com.br](http://www.suvinil.com.br)

A partir desses dados questiona-se qual das marcas seria uma opção mais econômica para se pintar a parte interna (as quatro paredes e o teto) da sala deles, sem informar medidas. Para resolver esse problema os alunos precisam inicialmente fazer as medições na sala, utilizando trenas e fitas métricas. Depois, precisam representar essas medidas em desenho, trabalhando aí a ideia de modelagem para calcular a área da parte da sala que será pintada, utilizando estratégias de composição e decomposição de figuras, além das fórmulas necessárias. Nesta resolução, fica permitido o uso de calculadoras como recurso contribuinte no processo de investigação.

Problema 3: Com o intuito de reforçar o que foi trabalhado no problema 2, o de número 3 é bem parecido. Nele deseja-se pintar as paredes de uma certa sala e seu teto,

sendo que em uma das paredes está uma porta retangular e em outra, uma janela também retangular. Neste problema pede-se a área que deverá ser pintada. Diferentemente do problema anterior, as dimensões das paredes, porta e janela foram fornecidas.

#### 4.1.4.11 Atividade 11: Desafio das Áreas

**Objetivo:** Utilizar estratégias de composição e decomposição de figuras para calcular a área de figuras não convencionais.

**Organização da Turma:** Equipes de 4 alunos.

**Tempo Estimado:** 2 horas-aula de 50 min.

**Recursos Materiais:** Figuras feitas de cartolina colorida, folhas de caderno, régua e calculadora.

**Desenvolvimento:** Nessa atividade, cada equipe recebe uma figura diferente, sem medidas indicadas e é desafiada a calcular sua área, sendo necessário medi-las e a criar estratégias. Após os cálculos, as equipes trocam de figuras, para calcular novamente suas áreas, sendo 7 figuras no total. Após os cálculos, as equipes comparam os resultados obtidos. A equipe com mais acertos ganha o jogo.

## Capítulo 5

# Desenvolvimento e Análise de Dados

Inicia-se agora o processo de constatação, o último dos três eixos que regem uma pesquisa científica, de acordo com [Quivy e Campenhoudt \(1995\)](#). Eixo no qual se faz a experimentação e verificação da eficácia do modelo de análise construído. Neste capítulo, estarão presentes as etapas 5 e 6 de desenvolvimento de uma pesquisa, que referem-se à coleta de dados, e à análise das informações, respectivamente.

### 5.1 Etapa 5: A coleta de dados

Após construído o modelo de análise (a sequência didática), torna-se necessário testá-lo para que assim, se verifique numa etapa posterior, se este contribuiu para uma melhora no processo de ensino-aprendizagem de áreas de figuras planas, ou seja, se este modelo de análise serve como resposta para a questão inicial desta pesquisa. A coleta de dados é a etapa onde se recolhe essas informações e resultados referentes às fases de um experimento.

A coleta de dados desta pesquisa se deu na aplicação das atividades e oficinas da sequência e do pós-teste, com as mesmas questões do pré-teste e com objetivo de verificar se a sequência conseguiu desenvolver nos alunos as habilidades que estavam em déficit no pré-teste.

Destaca-se que a turma em que se aplicou o pré-teste, sequência didática e pós-teste foi a mesma na qual se foi pensada a atividade, isto é, os sujeitos da pesquisa, que foram os alunos no 9º ano do Ensino Fundamental II do Colégio Estadual de São Fidélis no ano de 2017.

#### 5.1.1 Aplicação da Sequência Didática

Como já foi mostrado no quadro 2 do capítulo 3, a aplicação da sequência didática iniciou-se um mês após a aplicação o pré-teste, realizada no dia 11/10 e durou

aproximadamente três semanas.

O Quadro 3 apresenta o cronograma detalhado da aplicação das das atividades da sequência didática, com o número de presenças e faltas dos alunos. Observando-o, verifica-se que a presença dos alunos foi maior que 76% em todos os dias da aplicação. A presença de mais de 3/4 dos alunos nas atividades foi um fator que ajudou bastante no bom desenvolvimento da sequência que se mostrou muito produtiva tanto para aluno, quanto para professor.

Quadro 3 – Cronograma de Aplicações de Atividades.

Data	Atividade	Presenças	Faltas
14/11	1 - Medindo Superfícies	37	1
21/11	2 - Unidade Padrão: solução para toda confusão!	35	3
22/11	3 - Desvendando o Metro Quadrado	38	0
22/11	4 - Por que base x altura?	38	0
27/11	5 - Fixando e Praticando	37	1
28/11	6 - Descobrimo outras áreas (parte 1)	33	5
29/11	7 - Descobrimo outras áreas (parte 2)	35	3
01/12	8 - Descobrimo outras áreas (parte 3)	35	3
04/12	9 - Tá tudo dominado!	32	6
05/12	10 - Pintando o sete!	29	9
06/12	11 - Desafio das áreas	38	0

Fonte: Elaboração Própria

Na Figura 44 encontram-se alguns registros das aplicações das atividades com os alunos.

Figura 44 – Aplicação de Sequência Didática



Fonte: Elaboração Própria

Sobre o desenvolvimento da aplicação, vale ressaltar a preocupação da professora em estar sempre fazendo um feedback com os alunos. Por exemplo, a cada atividade

aplicada, na aula seguinte, antes de se iniciar uma outra atividade, a professora recorda bastante na conexão dos assuntos trabalhados.

### 5.1.2 Aplicação de Pós-Teste

**Data da aplicação:** 07/12/2017

**Duração:** 2 horas-aula (1h 40min)

**Alunos Presentes:** 35 alunos

**Alunos Ausentes:** 3 alunos

Assim como no pré-teste, os alunos foram orientados a entregarem as avaliações apenas 1h após o início. Observou-se que o número de alunos que ficaram até o tempo final foi maior do que no pré-teste, um sinal de que os alunos fizeram a avaliação e provavelmente com um conhecimento maior. No mais, a aplicação do pós-teste ocorreu sem transtornos e como pode ser notado, o número de alunos presentes tanto no pré-teste quanto no pós-teste foi o mesmo. A Figura 45 apresenta os alunos realizando o pós-teste.

Figura 45 – Aplicação de Pós-Teste



Fonte: Elaboração Própria

## 5.2 Etapa 6: A análise das Informações

Quivy e Campenhoudt (1995) definem análise de informações como:

(...) a etapa que faz o tratamento das informações obtidas pela coleta de dados para apresentá-la de forma a poder comparar os resultados esperados pelas hipóteses.

Nas subseções a seguir estão registrados a participação, o empenho e a evolução dos alunos no decorrer da sequência didática e na resolução do pós-teste.

### 5.2.1 Análise da Aplicação da Sequência Didática

- **Atividade 1**

Dando início à aplicação das atividades, foram apresentadas aos alunos, na tv da sala multimídia as imagens da Figura 46, cuja palavra superfície encontrava-se destacada.

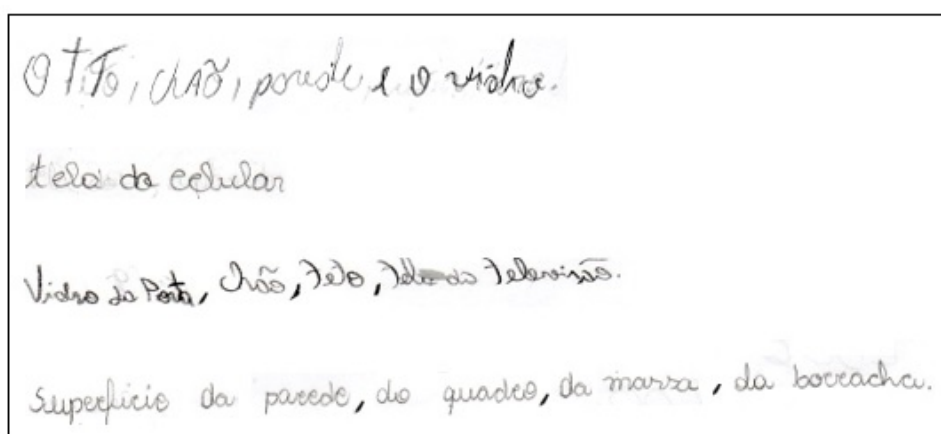
Figura 46 – Superfícies.



Fonte: Elaboração Própria

Após observarem e lerem os textos presentes nas imagens, foi pedido para os alunos citarem exemplos de superfícies que eles observavam na sala de aula naquele momento. Observe alguns exemplos dados na Figura 47.

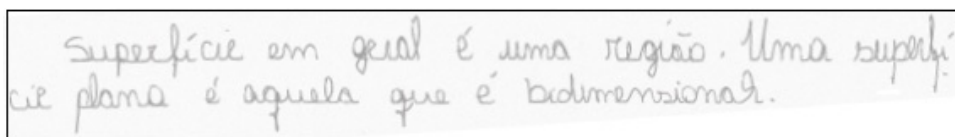
Figura 47 – Exemplos dos alunos.



Fonte: dados da pesquisa

Em seguida, inicia-se um diálogo sobre superfícies, onde a professora pergunta aos alunos o que seria uma superfície. Dentre as respostas: *a casca de alguma coisa, algo liso, parte de cima de alguma coisa*. À medida que os alunos iam dando suas opiniões, a professora vai direcionando esses exemplos a uma definição para superfície plana, onde juntos, professora e alunos a definem, como mostrado na Figura 48.

Figura 48 – Definição de Superfície



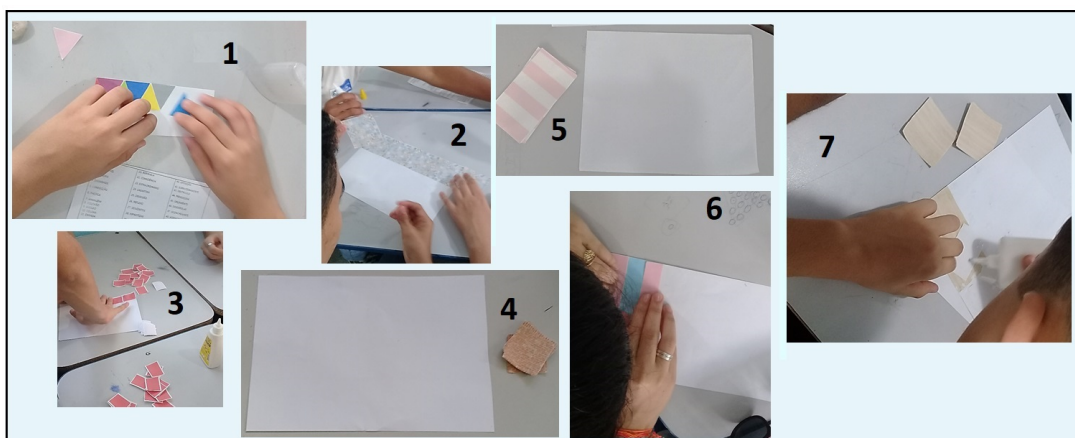
Fonte: dados da pesquisa

Depois de definido superfície, começam-se as tarefas para se definir área. Cada uma das sete equipes recebe uma proposta diferente mas com mesmo objetivo: preencher uma superfície com superfícies menores idênticas, sendo disponibilizado o material. Propostas nas quais encontram-se contextualizadas e listadas a seguir:

1. Lulu está enfeitando a parte superior de uma caixa de presentes com adesivos triangulares coloridos de mesmo formato e tamanho. Quantos adesivos serão necessários para preencher toda a parte superior? (OBS.: superfície superior da caixa – papel maior; adesivos – papeis menores)
2. Joana pretende revestir uma parede de sua cozinha com azulejos coloridos. Quantos azulejos serão necessários? (OBS.: parede – papel maior; azulejos – papeis menores)
3. Lucas pediu a sua mãe que trocasse os pisos do seu quarto para pisos vermelhos. Quantos pisos serão necessários para revestir o chão do quarto de Lucas? (OBS.: chão – papel maior; chão – papeis menores)
4. Marcos pretende revestir uma parede de sua varanda com azulejos. Quantos azulejos serão necessários? (OBS.: chão – papel maior; azulejos – papeis menores)
5. Júlia pretende revestir uma parede de seu quarto com papeis de parede. Quantas folhas de papeis de parede serão necessárias? (OBS.: parede – papel maior; folhas de papel de paredes – papeis menores)
6. Helena terá um casal de gêmeos e está decorando com muito carinho o cantinho deles. Ela pretende colocar papeis de parede rosa e azul em uma das paredes. Quantas “tiras” de papel de parede serão necessárias? (OBS.: parede – papel maior; tiras de papel de parede – papeis menores)
7. Marcela trocará os pisos de sua sala. Quantos pisos serão necessários para revestir todo o chão da sua sala? (OBS.: chão – papel maior; pisos – papeis menores)

A Figura 49 contém os registros do material e de alguns alunos efetuando a tarefa.

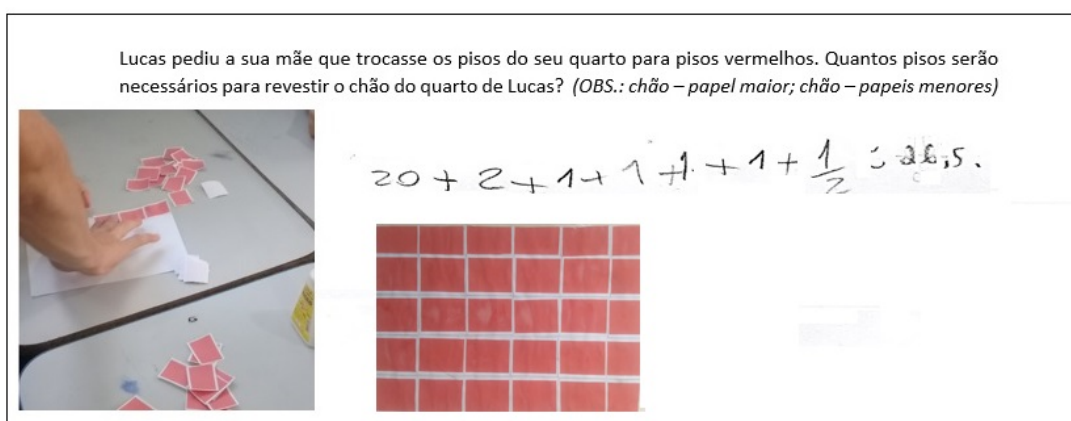
Figura 49 – Registros da Atividade 1



Fonte: Elaboração própria

Em algumas das propostas, o número de superfícies menores a serem encaixadas na superfície maior não era inteiro. Observe o caso da equipe representada na Figura 50, onde foi questionado o número de pisos vermelhos que seriam necessários para revestir um chão (proposta 3). Para obter a resposta, os alunos utilizaram estratégias para determinar a quantidade de pisos, verificando os encaixes e sobras.

Figura 50 – Registro da Proposta 3/ Atividade 1



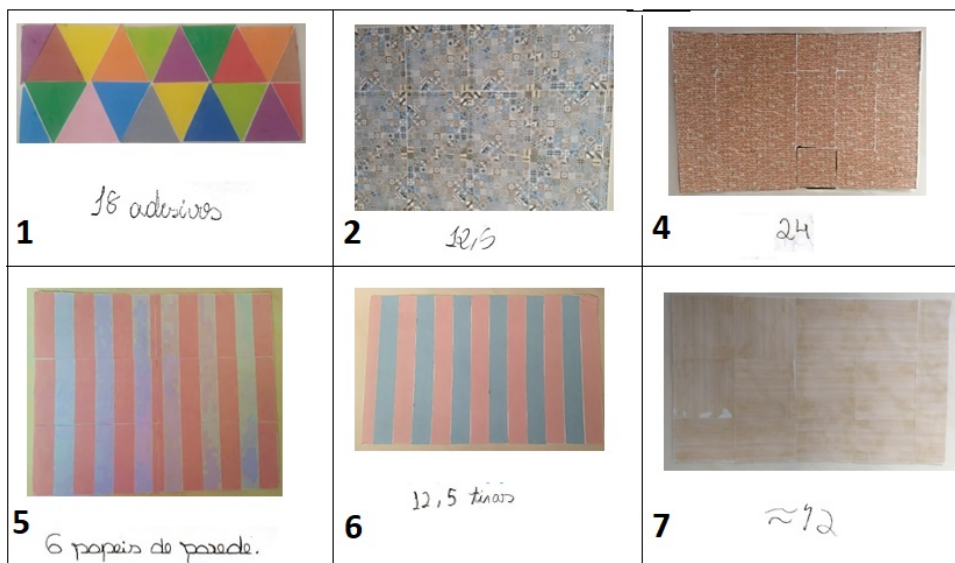
Fonte: dados da pesquisa

Como esta foi uma atividade em que era necessário atenção na montagem de maneira a preencher todo o espaço vazio, todos os integrantes das equipes se envolveram, dando suas opiniões e contribuições. Alunos que até então não participavam muito nas aulas, nesta atividade se mostraram interessados e disponíveis pra ajudar.

A Figura 51 mostra as montagens realizadas pelas outras equipes.



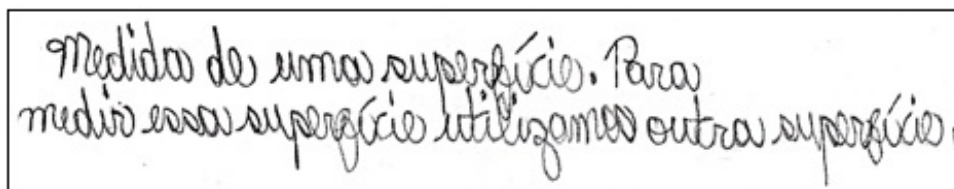
Figura 51 – Montagens/Atividade 1



Fonte: dados da pesquisa

Depois de realizadas as montagens, as respostas foram compartilhadas entre a turma em forma de diálogo. Em seguida, a professora esclarece aos alunos que eles haviam determinado a área das regiões. Alguns questionaram: *mas para calcular a área de uma região não precisa de contas e fórmulas?* A professora diz que em muitas vezes sim, que as fórmulas ajudam muito, mas tudo depende da unidade de medida considerada e lança mais uma pergunta: *vocês sabem o que significa área?* Muitos não souberam responder e houve um momento de silêncio na sala, mas logo depois alguns alunos responderam questionando: *área é o espaço de dentro de uma figura?* Levando em conta essa resposta e aperfeiçoando-a, inicia-se uma conversa cujo objetivo é definir a área como uma medida de superfície. Na Figura 52 encontra-se a definição de área, feita pelo professora e alunos.

Figura 52 – Definição de Área.



Fonte: Dados da pesquisa

Após essa definição, a primeira atividade da sequência didática é dada por concluída.

• **Atividade 2**

A atividade 2 inicia-se com a formação de 7 equipes, diferentes das formadas na atividade anterior. Cada equipe recebe um papel na forma de quadrado de lado 20cm e

são propostos a definirem a área desse quadrado considerando as unidades de medida disponibilizadas, sendo estas diferentes por equipe, como mostrado na Figura 53.

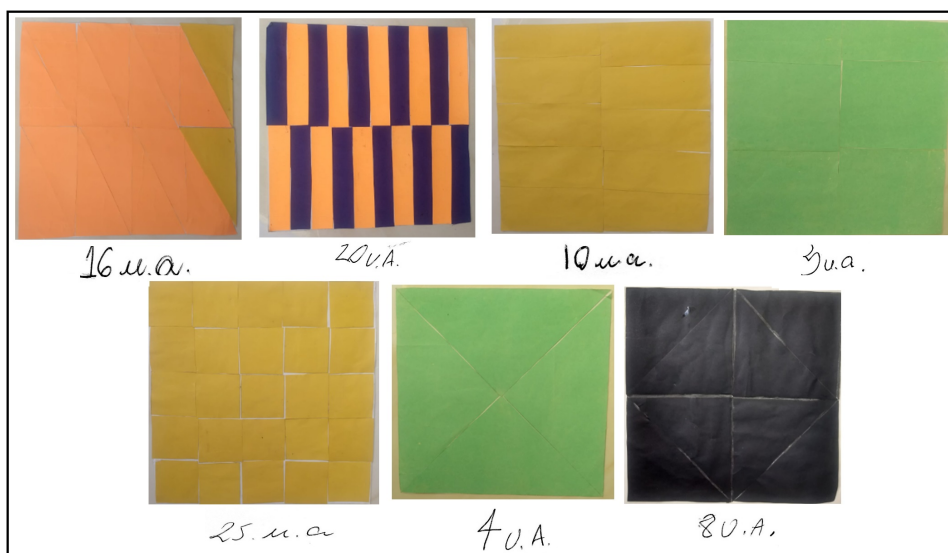
Figura 53 – Registros da Proposta 1/Atividade 2



Fonte: Elaboração própria

Ao informarem a área, os alunos foram orientados a descrever a área da região recebida considerando cada unidade de medida recebida como uma unidade de área, isto é, u.a.. As montagens realizadas pelos alunos encontram-se na Figura 54. Nela, pode-se verificar as unidades de medidas utilizadas pelas equipes, como regiões retangulares e triangulares de tamanhos diferentes para cada equipe.

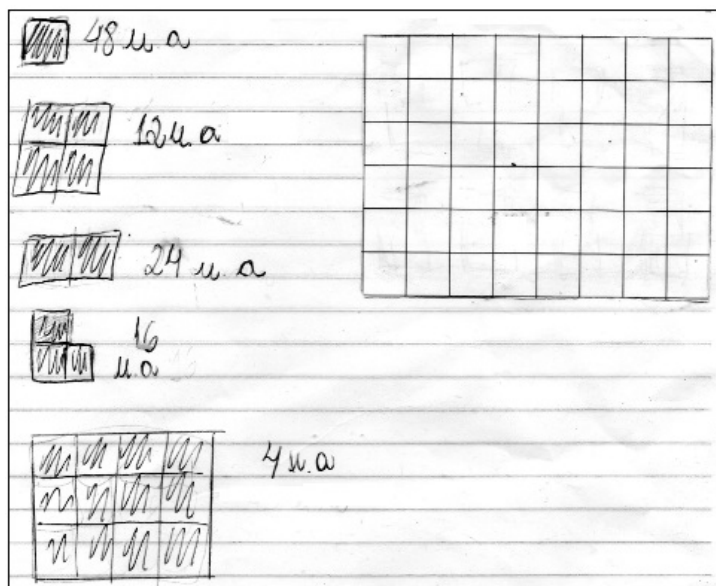
Figura 54 – Montagens da Proposta 1/Atividade 2



Fonte: Elaboração própria

Ao divulgarem os resultados obtidos, a professora chama a atenção dos alunos para o fato de uma mesma superfície assumir áreas diferentes quando consideradas unidades de medida diferentes. Para confirmar essa ideia, as equipes recebem um pedaço retangular de papel quadriculado e são solicitados a informarem a área desse papel considerando com unidade de medida de área um, dois, três, quatro e doze quadradinhos, como mostrada uma resolução na Figura 55.

Figura 55 – Resolução de Proposta 2/Atividade 2



Fonte: Dados da pesquisa

A professora o tempo todo perguntava, em forma de curiosidade, a área obtida nas figuras, e, no intuito de valorizar todos os alunos, perguntava àqueles que tinham mais dificuldades nas aulas: *e aí, quantos couberam na sua?*, quando observava que eles estavam realizando a atividade corretamente. Essa é uma forma de mostrar esses alunos que a contribuição deles é importante.

Após a realização das duas propostas da atividade, a professora pergunta à turma qual a relação que elas observaram entre essas duas propostas. Muitos responderam de acordo com o objetivo da atividade. Quando uma unidade de medida era maior que outra utilizada, eles já comentavam: *vai caber menos quantidade dessa figura*.

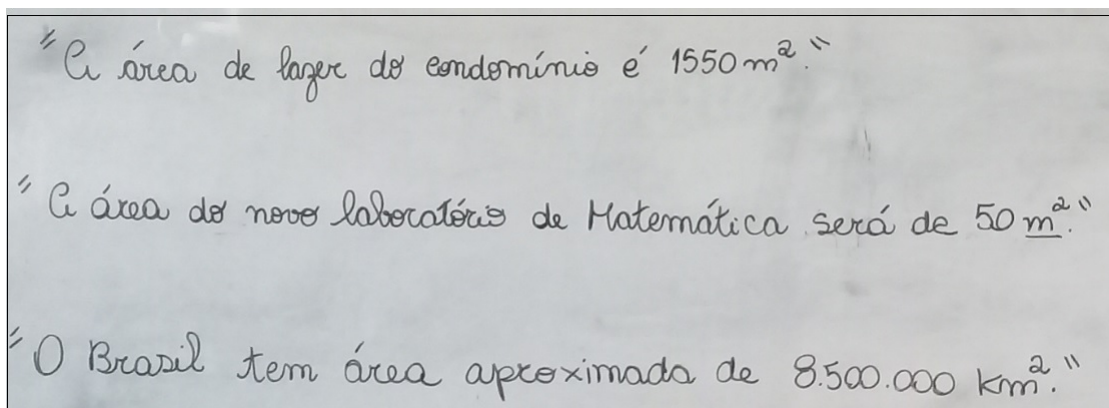
Fazendo referências aos povos antigos que utilizavam as partes do corpo como unidade de medida de comprimento (palmos, pegadas, jardas, entre outros), a professora ressalta que essas unidades de medida, apesar, de terem sido muito úteis, não eram unidades tão precisas para uma boa comunicação, pois essas medidas variam de acordo com as pessoas. Daí, a necessidade de se criar uma unidade de medida padrão, para facilitar a troca de informações. O metro por exemplo, é a unidade de medida padrão, segundo o Sistema Internacional de Medidas. Para unidade de medidas de áreas, acontece o mesmo. Quando não se estabelece uma unidade de medida padrão, a comunicação entre pessoas, cidades, países, torna-se mais difícil.

Assim termina a atividade 2, deixando o caminho aberto para a próxima, que falará sobre a unidade de medida padrão da área: o metro quadrado.

### • Atividade 3

Como descrito no capítulo 3, os alunos se deparam com frases no quadro que continham medidas envolvendo o metro quadrado e seus múltiplos e submúltiplos, como mostrado na Figura 56.

Figura 56 – Frases/Atividade 3



Fonte: Dados da pesquisa

A professora recorda com os alunos o assunto discutido na aula anterior, sobre a necessidade de uma unidade de medida padrão para o cálculo de áreas e, em seguida, pede que os alunos leiam as frases no quadro iniciando o seguinte diálogo:

A professora pergunta: *O que ambas as frases possuem em comum?* A maioria não hesitou e disse: *Elas informam áreas de regiões.* Dando continuidade, ela pergunta: *Já que elas informam áreas de regiões, quais foram as unidades de medida informadas nas áreas?* Alguns alunos se silenciaram enquanto outros responderam, sendo alguns deles com dúvidas: *O m² e o km².* A professora questiona: *Muito bem! Mas vocês sabem o que seria um metro quadrado?* Alguns alunos não entendem a necessidade da pergunta: *Uma unidade de medida, "uê".* A professora orienta e volta com mais uma pergunta: *Sim, mas nós vimos nas atividades anteriores que as unidades de medida de área são também superfícies, certo?* Nesse momento existe silêncio na sala, onde os alunos estavam tentando entender o que a professora havia acabado de falar. A professora então relembra das atividades feitas com colagens, em que as áreas das regiões eram calculadas verificando quantas outras idênticas entre si "cabiam" nessas regiões. Os alunos se mostraram atentos mas nenhum chegou à conclusão de que o m² e o km² são superfícies. A professora então deu aquele empurrãozinho: *O m² e o km² são superfícies.* Alguns alunos perguntaram: *Como assim?* Para facilitar a compreensão dos alunos, a professora mostra um cartaz com forma de quadrado de lado de um metro e apresenta-o aos alunos: *Prazer, este é o metro quadrado!*

Como mostrado na Figura 57, os alunos verificaram que um metro quadrado é uma superfície quadrada, cujo lado mede um metro.

Figura 57 – O metro quadrado/Atividade 3



Fonte: Elaboração própria

A partir daí os próprios alunos começaram a questionar: *então um  $km^2$  seria um quadrado de lado 1 km?*, entre outras perguntas. A partir daí, a professora pôde falar dos múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.

Essa atividade permite aos alunos visualizarem o que é muito falado quando se estuda área. O  $m^2$  para eles nada mais era que uma "burocracia", ou seja, uma obrigação na hora de informar a área de uma figura. Quando eles tem conhecimento do que significa essas unidades de medida eles verificam a importância de informá-las.

Além disso, saber o que significa geometricamente um metro quadrado permite um entendimento maior da sociedade em que se vive, pois este é um campo muito aplicável. Com esse conhecimento, eles podem ter uma noção maior sobre o espaço de uma casa, um terreno ou uma cidade, por exemplo, entre outras aplicações.

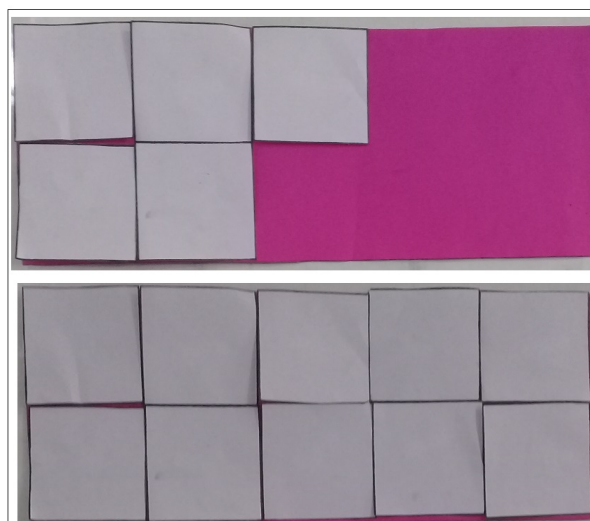
#### • Atividade 4

Esta atividade, aplicada no mesmo dia da Atividade 3, teve como objetivo, demonstrar a fórmula do cálculo de áreas de regiões retangulares.

Como mostrado na Figura 58, a professora colou no quadro uma cartolina de forma retangular e pediu para que os alunos calculassem a sua área utilizando como unidades de medida quadrados de 1dm de lado, fornecidos pela professora. O tamanho da cartolina torna o processo de colagem simples, sendo a área ser informada em pouco tempo.

A segunda proposta teve o mesmo objetivo, determinar a área de uma região retangular. Esta região era um papel quadriculado de dimensões 21cm e 30cm, cujos quadrados possuem 1 cm de lado. O papel também foi colado no quadro e foi pedido aos

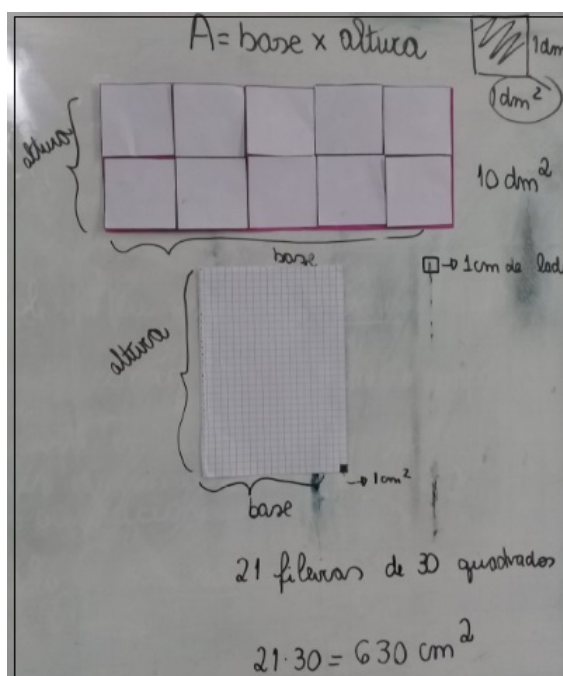
Figura 58 – Proposta 1/Atividade 4



Fonte: Elaboração própria

alunos para que calculassem sua área considerando como unidade de medida um quadrado de área  $1\text{cm}^2$ , como mostra a Figura 59.

Figura 59 – Atividade 4



Fonte: Dados da pesquisa

Neste caso, os alunos tiveram que criar uma estratégia para determinar a sua área e, assim fizeram: verificaram que haviam 21 fileiras verticais de 30 quadradinhos de  $1\text{cm}^2$  e assim fizeram a multiplicação de 21 por 30, obtendo a área do papel. Logo, define-se a área de uma região retangular como a multiplicação da medida de seu comprimento pela

medida de sua largura, ou, como eles mesmos dizem : *base x altura*.

### • Atividade 5

Essa atividade resume-se na aplicação de uma lista de atividades, realizadas em duplas, cujas questões abordavam assuntos desenvolvidos nas atividades anteriores (definição de área, cálculo de áreas com diferentes unidades de medida, área de regiões retangulares) e desafios.

Durante a realização da atividade, a professora colabora tirando dúvidas e incentivando os alunos a descobrirem as respostas. A Figura 60 mostra os alunos realizando a atividade.

Figura 60 – Aplicação da Atividade 5



Fonte: Elaboração própria

As questões 1 e 2 da atividade abordava o conceito de área. Como pode ser visto na Figura 61, ao serem questionados sobre área, os alunos deram respostas diferentes mas com o mesma ideia. Quando questionados do que precisavam para calcular a área de uma figura, todos tiveram uma única resposta: *de uma unidade de medida*.

Figura 61 – Questões 1 e 2/Atividade 5

1. Após as discussões em sala de aula, como você define ÁREA?
<p>medida de uma superfície</p> <p>Área é o espaço total de uma figura plana</p> <p>é o espaço que uma figura ocupa</p> <p>Área é a medida do espaço de uma região.</p> <p>é tudo que preenche uma superfície</p>
2. De que depende o resultado da medição de área de uma figura plana?
De uma unidade de medida.

Fonte: Dados da pesquisa

Dando continuidade, as questões 3, 4 e 5 exploravam o cálculo de área de figuras em malhas quadriculadas e triangulares, com diferentes unidades de medida. Exercícios esses

cujas estratégias de cálculo de áreas remetem às utilizadas nas oficinas das atividades 1 e 2. A Figura 62 mostra a resolução de um aluno. Questões como essa ajudam a trabalhar o conceito de área como medida de superfície ideias de composição e decomposição de figuras.

Figura 62 – Questões 3, 4 e 5/Atividade 5

3. (ANGLO - Adaptada) Considerando cada quadradinho como unidade de medida de área (u.a.), determine a área de cada uma das figuras.

A=8 u.a.  
 B=8 u.a.  
 C=6 u.a.  
 D=9 u.a.  
 E=8 u.a.  
 F=3 u.a.  
 G=15 u.a.

4. (ANGLO - Adaptada) Considere as figuras a seguir:

a) Determine a área de cada uma das figuras, utilizando o como unidade de área.  
 $A=20 \text{ u.a.}$   $B=24 \text{ u.a.}$   $C=24$   $D=20$

b) Determine a área de cada uma das figuras, utilizando o como unidade de área.  
 $A=20 \text{ u.a.}$   $B=32 \text{ u.a.}$   $C=32 \text{ u.a.}$   $D=30 \text{ u.a.}$

5. (PB 2011) Paulinho desenhou um peixe na malha quadriculada como mostra a figura abaixo. Considerando um quadradinho como unidade de área, a área da figura é:

a) 30  
 b) 35  
 ● 31  
 d) 39

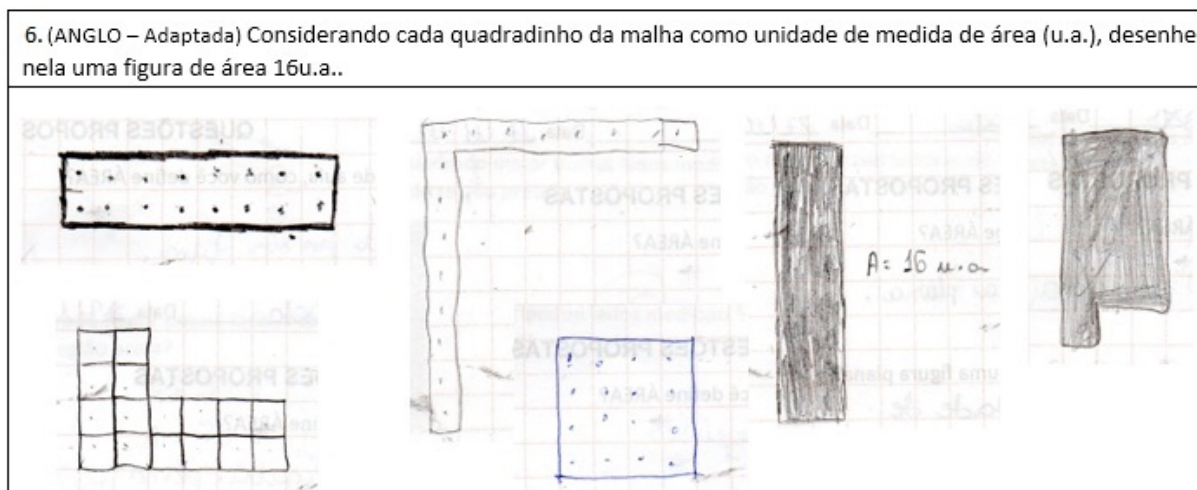
Fonte: Dados da pesquisa

A questão 6 é um processo contrário às questões 3, 4, e 5. É fornecida uma malha quadriculada pede-se para construir uma figura que possua 16 u.a. de área, sabendo que cada quadradinho representava uma unidade de área (u.a.). Na Figura 63, encontram-se



diferentes e criativas resoluções feitas pelos alunos para atingir essa proposta. Nota-se que eles já tem em mente que a área é o espaço que uma figura ocupa no plano, independente de seu formato.

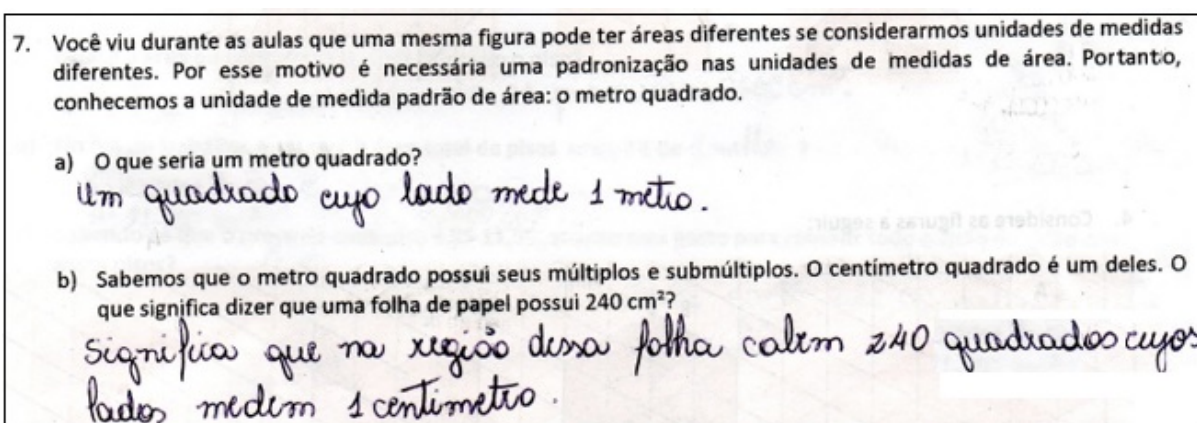
Figura 63 – Questão 6/Atividade 5



Fonte: Dados da pesquisa

Focando na importância a interpretação geométrica do metro quadrado e dos seus múltiplos e submúltiplos, a questão 7, na qual a resolução de um aluno encontra-se na Figura 64 reforça o objetivo da professora nesta lista de exercícios: estimular a compreensão dos conceitos e não a mecanização.

Figura 64 – Questão 7/Atividade 5



Fonte: Dados da pesquisa

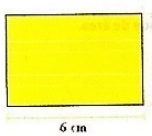
As questões 8,9,10 e 11 da lista, focam na área de regiões retangulares dadas suas dimensões. Para isto, a questão 8 recorda com os alunos a fórmula que permite o cálculo das áreas dessas regiões, cuja "demonstração" foi trabalhada em sala na Atividade 4. A questão 9 apresenta duas figuras retangulares, sendo uma delas um quadrado, com


as medidas de suas dimensões informadas e pede-se o cálculo das áreas. As questões 10 e 11 não apresentam figuras, mas as descrevem em seus enunciados. Neste caso, a professora orientou aos alunos que tinham dúvidas a fazer o desenho das mesmas pra facilitar a compreensão, como mostrado na Figura 65, na resolução de um aluno.

Figura 65 – Questões 8, 9, 10 e 11/Atividade 5


8. Descobrimos também em sala como calculamos a área de regiões retangulares, entendendo o porquê da fórmula já conhecida. E essa fórmula é:  $b \times h$ , *base vezes altura*.

9. Determine a área das seguintes regiões retangulares:


a)   $a = b \times h$   
 $a = 6 \times 4$   
 $a = 24 \text{ cm}^2$

b)   $a = l \times l$   
 $a = 4 \times 4$   
 $a = 16 \text{ m}^2$

10. Determine a área de uma região retangular cujas dimensões são 2cm e 4cm

  $a = b \times h$   
 $a = 2 \times 4$   
 $a = 8 \text{ cm}^2$

11. Determine a área de um terreno quadrado de lados medindo 40m.

  $a = l \times l$   
 $a = 40 \times 40$   
 $a = 1600 \text{ m}^2$

Fonte: Dados da pesquisa

Na sequência, a Figura 66 mostra uma resolução das questões 12 e 13. Para resolver essas questões torna-se necessário o cálculo de área de regiões retangulares e estratégias de composição e decomposição de figuras, além, é claro, de interpretação.

Figura 66 – Questões 12 e 13/Atividade 5

12. (ANGLO) Para vender um terreno que ocupava todo o quarteirão, o senhor Sérgio decidiu dividi-lo em cinco lotes retangulares, cujas dimensões são dadas na figura.

a) Calcule a área de cada um dos lotes.

$1 = 3200 \text{ m}^2$   $2 = 3200 \text{ m}^2$   $3 = 3200 \text{ m}^2$   $4 = 3800 \text{ m}^2$   $5 = 3800 \text{ m}^2$

$30 \times 40 = 1200$   $30 \times 30 = 900$   $30 \times 30 = 900$   $30 \times 30 = 900$   $30 \times 30 = 900$

$30 \times 30 = 900$   $30 \times 30 = 900$   $30 \times 30 = 900$   $30 \times 30 = 900$   $30 \times 30 = 900$

b) Uma pessoa pretende adquirir os lotes 3 e 5. Nesse caso, qual é a área do terreno que essa pessoa irá adquirir?

$3200 + 3800 = 7000$   $R = 3.000 \text{ m}^2$

13. (ANGLO) Em um terreno retangular, cujos lados medem 40m e 25m, será construído um canteiro com a forma de um quadrado com 10m de lado, como mostra a figura.

a) Qual é a área total do terreno?

$R = 1000 \text{ m}^2$

b) Calcule a área do canteiro a ser construído.

$10 \times 10 = 100 \text{ m}^2$

c) Que área do terreno ainda ficará disponível para outros fins após a construção do canteiro?

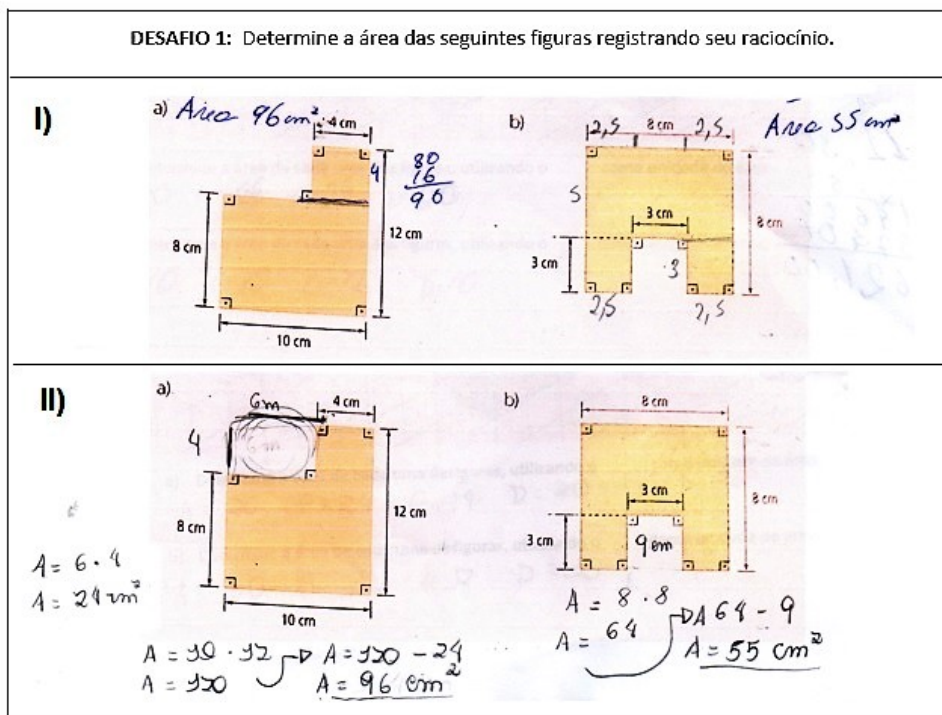
$1000 - 100 = 900 \text{ m}^2$

Fonte: Dados da pesquisa

A atividade finaliza com três desafios. O primeiro contém duas figuras para se determinar a área, que podem ser observadas na Figura 67, que contém a resoluções de dois alunos nos itens a e b da questão. Cada um determinou a área utilizando estratégias de

composição e decomposição de figuras diferentes. Verifica-se que o aluno da resolução I decompôs as figuras em retângulos, determinando a área de cada e em seguida, somando-as. O aluno da resolução 2, transformou as figuras em uma única região retangular, determinou a área e, em seguida, subtraiu a área da região retangular que não pertence à figura.

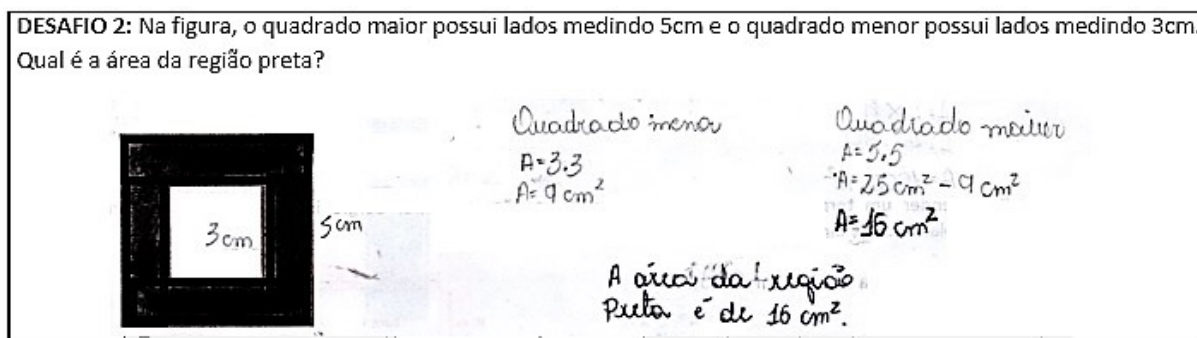
Figura 67 – Desafio 1/Atividade 5



Fonte: Dados da pesquisa

O segundo desafio também explora a habilidade de compor e decompor figuras, como mostrado na Figura 68.

Figura 68 – Desafio 2/Atividade 5



Fonte: Dados da pesquisa

O terceiro, também problema de interpretação, fala sobre pisos de um salão de festa, dados seu formatos, dimensões, cores e preços. A partir dos dados são feitas pergunta tais

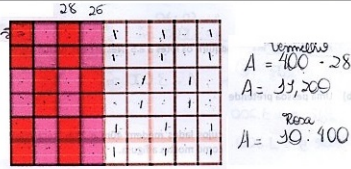
quais a quantidade de pisos de cada cor necessárias, a área que será revestida, o valor gasto com os pisos, entre outros. A Figura 69 mostra a resolução dessa questão feita por dois alunos. Pode-se observar que ambos interpretaram corretamente a questão, o aluno da resolução I resolveu as atividades pedida, considerando a área de cada quadradinho inicialmente. Já o aluno da resolução II percebeu que dois pisos de mesma cor formavam um retângulo, logo, resolveu a questão com base nas dimensões desse retângulo.

Figura 69 – Desafio 3/Atividade 5

DESAFIO 3: A figura representa o chão de um salão de festas que será revestido com pisos rosas e vermelhos, seguindo um certo padrão. Parte dos pisos já foram colocados, como mostrado na figura. Esses pisos têm a forma de um quadrado de lado medindo 20cm.

(Adaptação de questão encontrada no link: <https://brainly.com.br/tarefa/9484712>.)

I)



$A = 400 \cdot 28$   
 $A = 11.200$   
 $A = 30 \cdot 400$

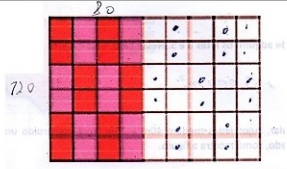
a) Qual é a área do chão em que já foi colocado o piso?  
 $A = 400 \cdot 24 = 9.600 \text{ cm}^2$

b) No fim do trabalho, qual será a área total de pisos vermelhos? E rosas?  
 Vermelhos =  $30 \cdot 400$   
 Rosas =  $400$

c) Sabendo-se que o preço de cada piso é R\$ 11,50, quanto será gasto para revestir todo o chão do salão com esses pisos?  
 $30,50 \cdot R: \text{gastará } R\$ 623,00 //$

$$\begin{array}{r} 30,50 \\ \times 21 \\ \hline 623 \end{array}$$

II)



$A = 120 \cdot 80 = 9.600 \text{ cm}^2$   
 $A.P.R = 800 \cdot 73 = 70.400$   
 $A.P.V = 800 \cdot 74 = 77.200 \text{ cm}^2$

a) Qual é a área do chão em que já foi colocado o piso?  
 $A = 120 \cdot 80 = 9.600 \text{ cm}^2$

b) No fim do trabalho, qual será a área total de pisos vermelhos? E rosas?  
 $A.P.R = 800 \cdot 73 = 70.400$   
 $A.P.V = 800 \cdot 74 = 77.200 \text{ cm}^2$

c) Sabendo-se que o preço de cada piso é R\$ 11,50, quanto será gasto para revestir todo o chão do salão com esses pisos?  
 $77,50$   
 $54$   
 $627$   
 Será gasto R\$ 627,00

Fonte: Dados da pesquisa

Durante toda a resolução da atividade 5, a professora orientou os alunos quando estes apresentavam dúvidas e, a medida que elas iam surgindo e os alunos que entendiam o problema também ajudavam os demais. Sobre dificuldades, uma parte da turma se desenvolveu muito bem, porém outros tiveram mais dificuldades na interpretação, outras nos cálculos e nesse caso, a professora orientava-os. Nas explicações, a professora evitou dar respostas e sim incentivo: fazia questionamentos que os levavam a tirar suas próprias conclusões a respeito de como proceder na resolução das questões. A proposta desta atividade era fazer com que alunos se aproximassem de questões que explorassem o conceito de área e em situações-problemas na qual o cálculo de áreas está inserido.

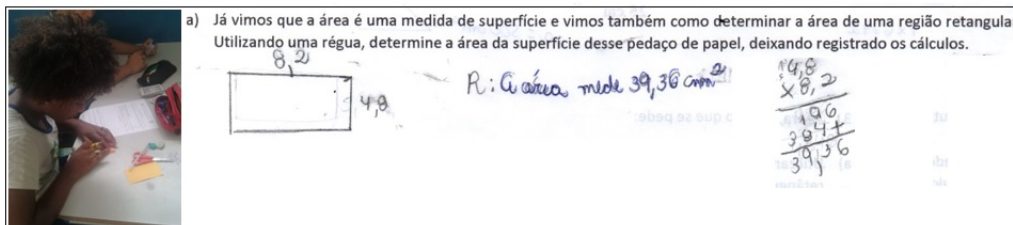
• **Atividade 6**

A atividade 6, como descrita no capítulo 3, tem como objetivo, através de construções com recortes, colagens e sobreposições obter a fórmula para o cálculo de áreas de regiões em forma de paralelogramos e triângulos. Para a execução da atividade, os alunos se organizaram em duplas e receberam uma listas de questões, que serviu como roteiro para a "conjectura" das fórmulas, além de dois retângulos avulsos.

Inicialmente, na questão 1, item a, os alunos são encarregados de informar a área de um dos retângulos cedidos. Como as dimensões do retângulo não estão informadas,

os alunos terão de medi-las com régua. A Figura 70, registra uma aluna fazendo essas medições e sua respectiva resolução.

Figura 70 – Questão 1a/Atividade 6



Fonte: Dados da pesquisa

A partir da área obtida na questão 1, item a, o item b propõe o roteiro de construção presente na Figura 71.

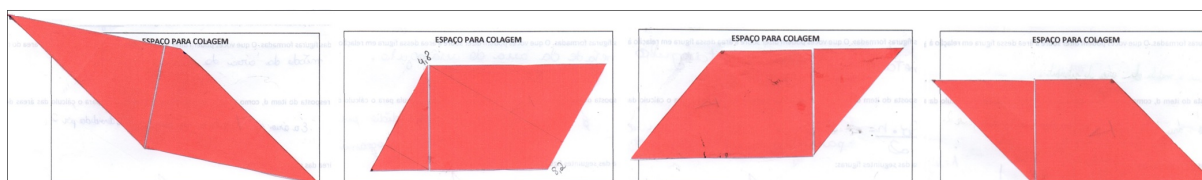
Figura 71 – Roteiro de Construção - Questão 1b/Atividade 6

- b) Utilizando ainda o pedaço de papel, sigam os seguintes passos:
- 1- Escolham um ponto qualquer da base desse retângulo.
  - 2- Com uma régua e um lápis, tracem um segmento de reta que ligue esse ponto à um dos vértices do lado oposto à base do retângulo.
  - 3- Passem a tesoura sobre esse segmento de reta, dividindo o retângulo em duas figuras.
  - 4- Colem, no espaço vazio, as figuras uma ao lado da outra, de maneira a formar um paralelogramo que não seja retângulo.

Fonte: Dados da pesquisa

Como pode ser observado, o objetivo dessa construção é formar, com o mesmo retângulo no qual se calculou a área, um paralelogramo não retângulo. A Figura 72 mostra os paralelogramos obtidos pelos alunos.

Figura 72 – Registro de Construção - Questão 1b/Atividade 6



Fonte: Elaboração própria

Em seguida, são feitas perguntas que induzem à conclusão de que a fórmula para cálculo da área de uma região delimitada por um paralelogramo qualquer é a mesma utilizada para o cálculo de área de regiões retangulares.

A letra c questiona o que se pode concluir sobre o espaço ocupado pelo retângulo cedido e a figura formada. Se os alunos já tem o conhecimento que a área de uma

figura plana é o espaço ocupado por ela num plano, eles podem afirmar que a área do paralelogramo obtido é a mesma do retângulo cedido. E assim foi, muitos alunos responderam que as áreas continuam a mesma. Tiveram também alunos que não chegaram a essa conclusão tão rapidamente, mas os próprios alunos que haviam entendido tentaram explicar aos colegas nas suas próprias linguagens e a professora também esclarecia as dúvidas. A Figura 73 mostra as respostas de algumas duplas à essa questão.

Figura 73 – Questão 1c/Atividade 6

c) O que vocês podem dizer sobre o espaço ocupado no plano pelo retângulo original e o espaço ocupado pela nova figura formada?

O espaço será o mesmo...  
 Não acrescentou em nada, apenas mudou um pedaço de lugar partindo de um lado para o outro.  
 O espaço que ele ocupou será o mesmo, porém de jeito diferente.  
 Mudou a forma, porém ocupa o mesmo espaço.  
 Ele ocupou o mesmo espaço, se não, tem a mesma área, só mudou o seu formato.

Fonte: Dados da Pesquisa

A letra d solicita a medida da base e respectiva altura da figura formada, tendo como instrumento de medição a régua. Em seguida, a letra e questiona relação existente entre as dimensões do retângulo cedido e do paralelogramo formado e, por fim, a letra f formaliza o cálculo de áreas de regiões delimitadas por paralelogramos. As perguntas, organizadas passo a passo ajudaram no desenvolvimento de construção dos conceitos por parte dos alunos. A Figura 74 mostra a resolução dessas questões por uma dupla de alunos.

Figura 74 – Registro de Conjectura dos Alunos /Atividade 6

d) quais são as medidas da base e respectiva altura desse paralelogramo? Utilize régua para a medição.

Base: 8,2 cm  
 Altura: 4,8 cm

e) o que vocês notaram em relação às dimensões do retângulo e do paralelogramo formado?

Tanto a base quanto a altura continuaram as mesmas //

f) com base nas respostas do item c e do item e, quais as suas conclusões em relação ao cálculo de áreas de um paralelogramo qualquer?

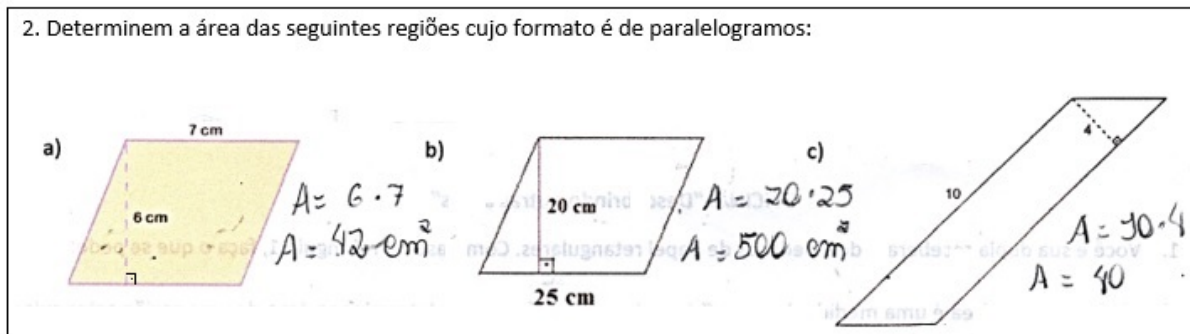
$A = b \cdot h$  Calcula da mesma forma, do retângulo.  
 Basta multiplicar a medida da base pela da altura

Fonte: Dados da Pesquisa

A questão de número 2 apresenta três regiões com formato de paralelogramos não retângulos junto com as medidas de suas dimensões e pede-se suas áreas. Após o estudo da fórmula de cálculo de área de regiões em forma de paralelogramo, os alunos

resolveram tranquilamente esta questão, com atenção nas unidades de medida, como mostra a resolução de uma das duplas, na Figura 75.

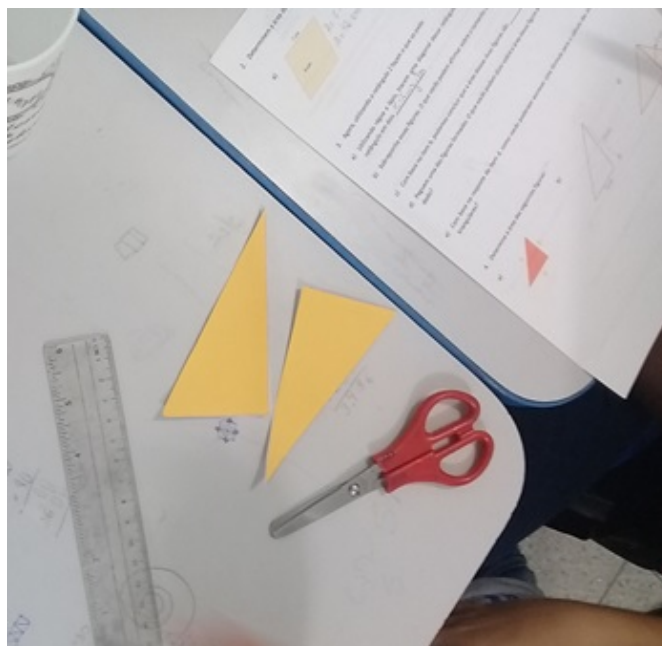
Figura 75 – Questão 2 /Atividade 6



Fonte: Dados da Pesquisa

Após o estudo da área de regiões com formato de paralelogramo, a questão 3 propõe uma espécie de demonstração da fórmula do cálculo de áreas de regiões triangulares. Para a realização dessa questão, foi necessário o uso do segundo retângulo cedido no início da atividade. No item a, pede-se para traçar uma diagonal desse retângulo, com régua e lápis e, em seguida passar a tesoura sobre pela diagonal traçada, dividindo a figura em dois triângulos, como mostrado na Figura 76.

Figura 76 – Registro de Aplicação /Atividade 6



Fonte: Elaboração própria

Pede-se então, no item b, que os alunos sobreponham os triângulos obtidos para que assim possam verificar que os mesmos são congruentes. Questiona-se no item c sobre

a área dos triângulos obtidos, na qual eles respondem que são iguais. Dando sequência, no item *d*, se pergunta qual a relação entre a área de um dos triângulos obtidos e do retângulo utilizado no início da questão. Neste último questionamento, os alunos respondem que a área do triângulo é a metade da área do retângulo. Finaliza-se no item *e* a questão, com a fórmula do cálculo de área de regiões retangulares. A Figura 77 mostra a resolução de uma dupla nesta questão.

Figura 77 – Questão 3/Atividade 6

3. Agora, utilizando o retângulo 2 façam o que se pede:

a) Utilizando régua e lápis, tracem uma diagonal desse retângulo. Passe a tesoura sobre essa diagonal, dividindo o retângulo em dois triângulos.

b) Sobreponha essas figuras. O que vocês podem afirmar sobre elas?  
São iguais, possuem o mesmo tamanho

c) Com base no item b, podemos concluir que a área dessas duas figuras são iguais.

d) Peguem uma das figuras formadas. O que vocês podem dizer sobre a área dessa figura em relação à área do retângulo dado?  
É a metade da área do retângulo.

e) Com base na resposta do item d, como vocês poderiam escrever uma fórmula para o cálculo das áreas de regiões triangulares?  
 $A = \frac{b \cdot h}{2}$  É a área do retângulo dividido por 2.  
ou  
paralelograma.

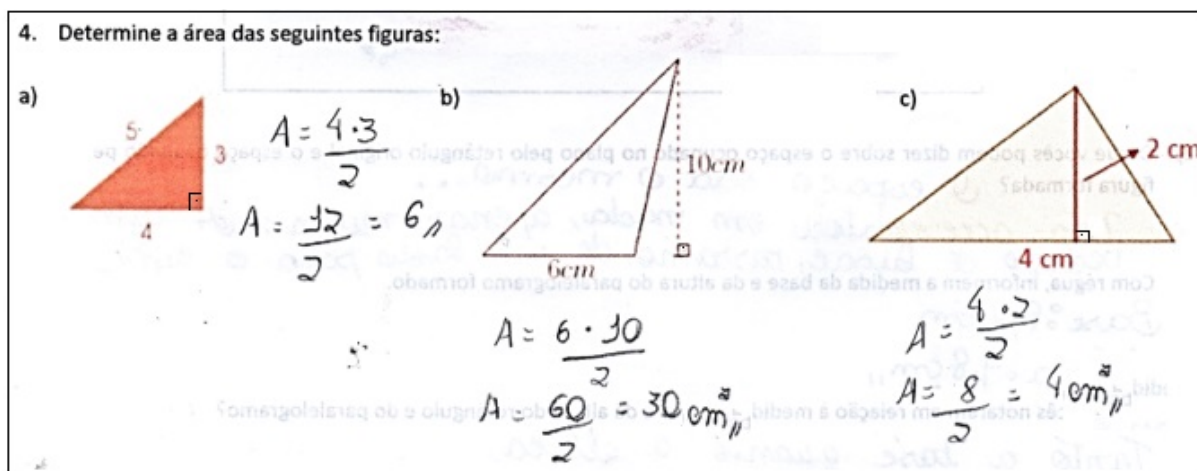
Fonte: Dados da Pesquisa

Como pode ser observado, ao serem questionados sobre os triângulos sobrepostos, os alunos disseram que eles eram iguais e tinham o mesmo tamanho. Apesar de não terem dito que os triângulos eram congruentes, eles perceberam que o tamanho era o mesmo e utilizaram a palavra "iguais" para dizer que tinham o mesmo formato e, com isso, puderam informar que a área dos dois eram iguais. Logo, o objetivo da questão foi trabalhado, e a professora recordou com os alunos o que são figuras congruentes.

Finalizando a atividade, a questão 4 apresenta figuras triangulares com suas respectivas dimensões e pede-se que se calcule suas áreas (como mostra a Figura 78, na resolução de uma dupla). A maioria dos alunos resolveu a questão, porém a figura do item *a* despertou dúvida entre alguns alunos, pelo fato de estarem disponíveis mais de duas medidas. Nesta situação, a professora precisou recordar um pouco sobre a interpretação e definição de altura relativa a um segmento, no caso, o que eles chamam de *base*. Exemplos como esse do item *a* são importantes para que os alunos não caiam na mecanização de utilização de fórmulas sem terem conhecimento dos valores que estão sendo substituídos nas mesmas.



Figura 78 – Questão 4/Atividade 6

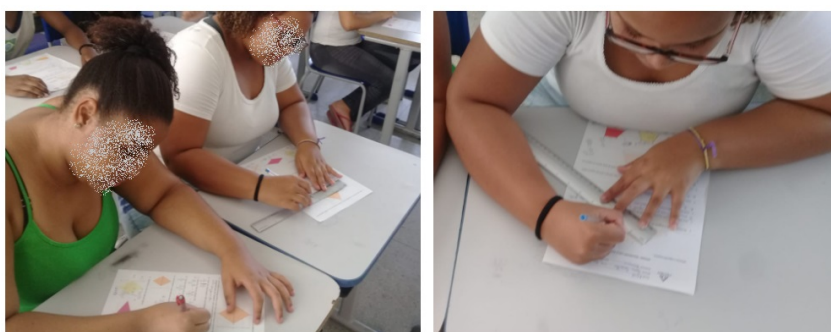


Fonte: Dados da pesquisa

- **Atividade 7**

Assim como na Atividade 6, a atividade 7 tem como o objetivo construir fórmulas de cálculos de áreas de figuras e, neste caso, serão desenvolvidas estratégias para se obter as das regiões em forma de trapézio e de losango. Como foi visto no pré-teste, os alunos possuem muita dificuldade de se recordar da fórmula do cálculo de áreas de regiões delimitadas por losangos e, principalmente por trapézios. Acredita-se que, com essa atividade, onde eles verificam de onde aparece essa fórmula, eles tenham mais facilidade de compreendê-la e, conseqüentemente, relembra-la. A Figura 79 mostra alguns alunos realizando essa atividade.

Figura 79 – Registro de Aplicação/Atividade 7



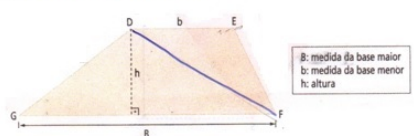
Fonte: Elaboração própria

Dando início, a questão 1 desta atividade trabalhou com os alunos a fórmula do cálculo de área de regiões delimitadas por trapézios. O processo de construção da fórmula abrange construções geométricas, conhecimento do cálculo de áreas de figuras triangulares e desenvolvimento matemático. Todo o processo inicia-se traçando uma diagonal do trapézio,

separando-o em dois triângulos não congruentes e, a partir daí, tendo conhecimento de como se calcula área de regiões triangulares, pode-se então construir a fórmula do trapézio que, neste caso, é a soma das áreas os triângulos obtidos. A Figura 80 mostra a questão 1, desenvolvida por uma dupla de alunos.

Figura 80 – Questão 1/Atividade 7

1. (ANGLO - ADAPTADA) Observe o seguinte trapézio:



$B$ : medida da base maior  
 $b$ : medida da base menor  
 $h$ : altura

a) Traçando a diagonal DF, obtem-se dois triângulos. Quais são eles?  
 R: DEF e GDF.

b) Que relação vocês podem observar entre a área do trapézio e a área dessas duas figuras formadas?  
 R: A área do trapézio será igual a área dos dois triângulos juntos.

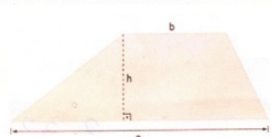
c) Qual expressão representa a área do triângulo DFG?  
 R:  $A = \frac{B \cdot h}{2}$

d) Qual expressão representa a área do triângulo DEF?  
 R:  $A = \frac{b \cdot h}{2}$

e) Com base nos itens anteriores, obtenham uma expressão algébrica que permita calcular a área do trapézio DEFG.  
 R:  $A \Delta = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{B \cdot h + b \cdot h}{2} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

f) Concluindo, a expressão que permite calcular a área de um trapézio de base maior B, base menor b e altura h é:

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$



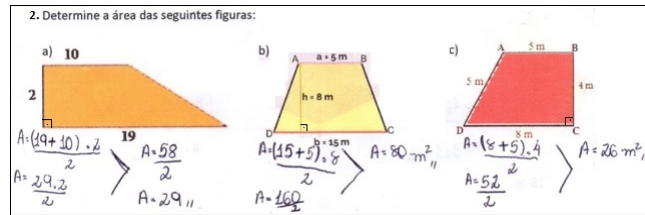
Fonte: Dados da pesquisa

Na resolução dos itens, os alunos conseguiram perceber que a área do trapézio seria a soma das áreas dos triângulos obtidos, o que leva-se à conclusão de que o conceito de área foi absorvido pelos alunos e estes já associam área à espaço ocupado por uma figura no plano, não necessitando de ajuda de terceiros. A dificuldade apresentada foi no desenvolvimento da expressão matemática obtida pela soma das áreas dos dois triângulos. Embora já tenham estudado como operar com frações, dentre outros requisitos matemáticos necessários para o desenvolvimento dessa questão, a professora precisou mediar o processo de construção da fórmula. Como muitos estavam com dúvidas, a professora fez junto com eles, no quadro. Essa resolução foi feita com a participação de todos os alunos, onde a professora, o tempo todo questionava como proceder no desenvolvimento matemático das equações montadas e abria o espaço para os próprios alunos tirarem suas conclusões.

A questão 2 é uma proposta de aplicação simples da fórmula construída. Nela, são apresentadas três figuras em formato de trapézios não paralelogramos com suas respectivas medidas e pede-se para que os alunos calculem sua área, como mostrado na Figura 81.

Dando sequência, a questão 3 da atividade tem como objetivo desenvolver a cons-

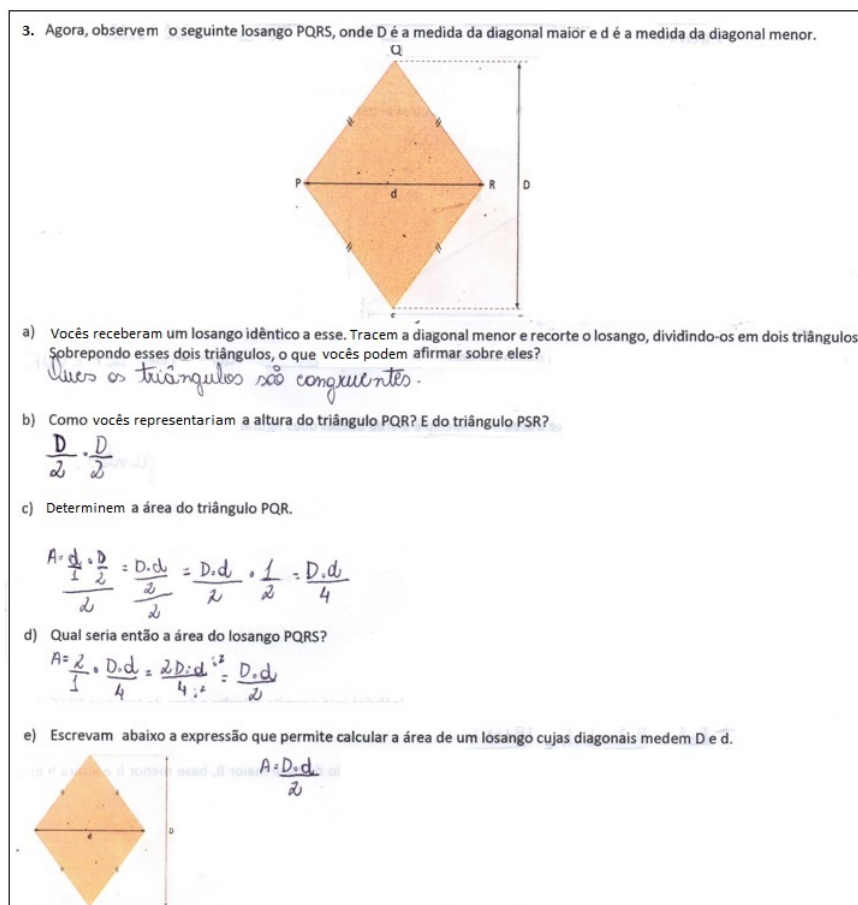
Figura 81 – Questão 2/Atividade 7



Fonte: Dados da pesquisa

trução da fórmula de regiões em formato de losango. Construção na qual foi realizada sendo necessários os seguintes materiais: régua, lápis, tesoura e losango cedido em material manipulável (papel separado). A construção inicia-se com o recorte do losango cedido pela sua diagonal menor, dividindo-o em dois triângulos, que, sobrepondo-os verifica-se que são congruentes entre si. Daí, calcula-se a área do losango efetuando-se a soma das áreas dos triângulos obtidos. A Figura 82 mostra a construção realizada por uma dupla de alunos.

Figura 82 – Questão 3/Atividade 7



Fonte: Dados da pesquisa

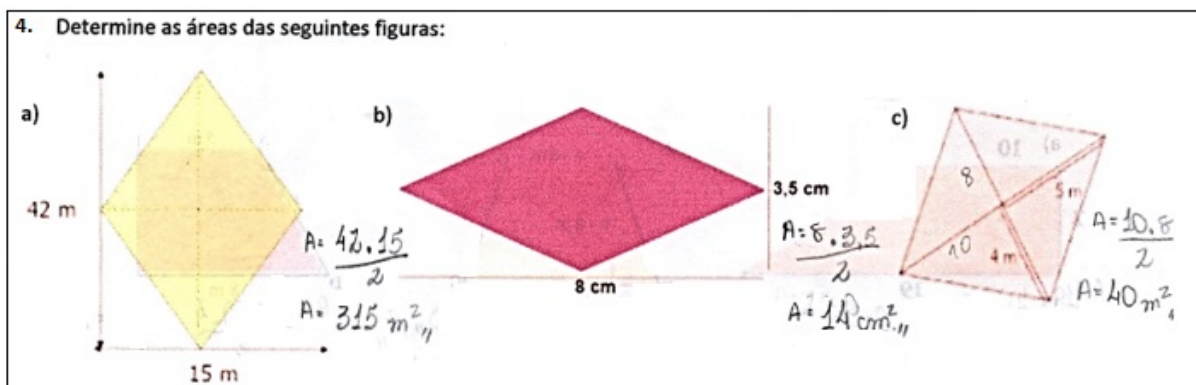
Pode-se notar que no item a dessa questão, os alunos já definem os triângulos obtidos após o recorte como congruentes, diferente da atividade 6, em que ao informarem

sobre triângulos congruentes utilizaram o termo *mesmo formato e tamanho*. Isto mostra que o aprendizado é um processo e que aos poucos as concepções vão se formando quando trabalhadas de forma sequencial e investigativa.

Assim como na questão 2, a professora orientou os alunos quando estes apresentavam dúvida no desenvolvimento das expressões matemáticas, porém, as dificuldades da questão 3 foram menores. Nesta, os alunos tomaram mais iniciativa na resolução, baseando-se no que foi discutido na questão anterior.

Para fechar, a questão de número 4 explora a aplicação da fórmula obtida, propondo o cálculo das áreas de três losangos, disponibilizados com suas respectivas medidas. O item c, por sua vez, continha a medida da metade das diagonais do losango, logo, os alunos precisariam recordar da propriedade dos losangos que diz que suas diagonais se interceptam em seu ponto médio. Muitos alunos disseram que a diagonal media dobro por simples visualização da figura, outros não souberam resolver de início e precisaram de intervenção da professora. Esta que, por sua vez, recordou a propriedade alertando que, em Geometria não se deve afirmar que uma medida é metade da outra só porque "dá a impressão", se não houver nenhuma propriedade ou informação que justifique, não se pode afirmar medidas por simples aparências. A Figura 83 mostra a resolução por uma das duplas.

Figura 83 – Questão 4/Atividade 7



Fonte: Dados da pesquisa

### • Atividade 8

Última atividade na qual o objetivo é construir a fórmula do cálculo de área de figuras planas, esta desenvolve etapas, utilizando recortes, colagens e uma ideia de limite para se chegar à fórmula do cálculo de áreas de regiões circulares. A presente atividade apresenta aos alunos um método utilizado por Leonardo da Vinci, no século XVI, por japoneses no ano de 1698, e, segundo Beckmann (1993), provavelmente por povos mais antigos para determinar a área do círculo.



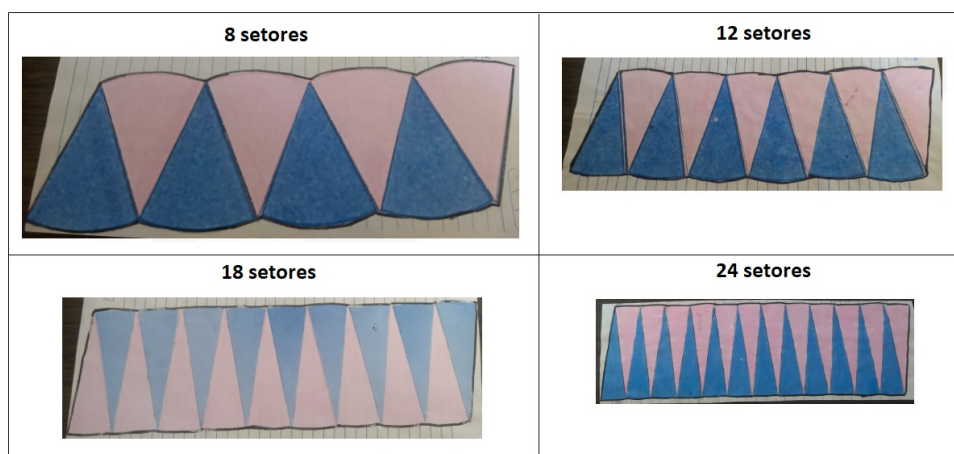
Figura 86 – Registro de Participação dos Alunos/Atividade 8



Fonte: Elaboração própria

Após terminarem de confeccionar as montagens, os alunos apresentam o material obtido para os demais colegas. A Figura 87 mostra algumas das montagens obtidas pelos alunos.

Figura 87 – Montagens de Alunos / Atividade 8



Fonte: Elaboração própria

Dando sequência, pergunta-se aos os alunos sobre o formato das figuras. O objetivo é que os alunos percebam que, quanto maior for a quantidade de setores escolhidas para se dividir um círculo, mais próximos do formato de triângulos esses setores estarão e, conseqüentemente, as montagens se aproximarão do formato de paralelogramos. Após discussões em equipe sobre as ideias formadas, estas são socializadas na turma. Após perceberem que as montagens se aproximam de um paralelogramo e tendo o conhecimento de como se calcula a área de regiões em forma de paralelogramos, são encaminhados para a resolução da questão 3.

A questão 3 formaliza o cálculo de áreas de regiões circulares. Para sua resolução foi necessária a utilização da montagem feita com a colagem de 24 setores pela equipe. A partir daí, considerando  $r$  como a medida do raio dos setores, os itens da questão encaminham os alunos para a definição da fórmula do cálculo de áreas de regiões circulares. A Figura 88

mostra a resolução de uma equipe de alunos.

Figura 88 – Questão 3/ Atividade 8

3. Peguem agora a montagem realizada com o círculo dividido em 24 setores congruentes. Como vocês puderam notar, essa montagem se aproxima de um paralelogramo.

a) Sendo  $r$  a medida do raio do círculo, como vocês poderiam indicar a medida da base desse paralelogramo?

$\cancel{24 \cdot \pi \cdot r} = \pi \cdot r$

b) E a medida da altura relativa?

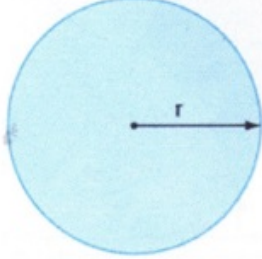
raio

c) Calculem, em função de  $r$ , a área desse paralelogramo.

$\pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$

d) Considerando os cálculos e a explicação acima, escrevam, no espaço a seguir, a área de um círculo de raio medindo  $r$ .

$A = \pi \cdot r^2$



The diagram shows a light blue circle with a center point. A horizontal line segment with arrows at both ends extends from the center to the right edge of the circle, labeled with the letter 'r'.

Fonte: Dados da pesquisa

No 3º bimestre os alunos já haviam estudado, com a professora, sobre o cálculo do comprimento e da área de regiões circulares, porém este processo de construção da fórmula da área não havia sido desenvolvido com os alunos. No entanto, como haviam estudado há pouco tempo sobre circunferências e círculos, os alunos não demoraram para recordar como se calcula o comprimento de uma circunferência, que foi necessário após a professora abrir caminho para que os alunos visualizassem que os arcos dos setores formam a circunferência do círculo. Aos alunos que ainda não conseguiam visualizar, a professora, disponibilizada dos 24 setores avulsos, os encaixava, reconstruindo o círculo.

#### • Atividade 9

Encerrada as atividades voltadas às demonstrações e construções de fórmulas do cálculo de área de figuras planas, a atividade 9 destaca-se pela investigação e resolução de problemas, onde os conceitos estudados são aplicados.

A atividade inicia-se com uma conversa. A professora, em tom investigativo, pergunta aos alunos, organizados em dupla, se eles poderiam dizer quantas pessoas caberiam, por exemplo no maracanã para um show. Uns chutam 100.000, outros 500.000, outros

ficam na dúvida e alguns dizem que não tem noção. A professora retorna com outra pergunta: *quais seriam os dados necessários para se responder a essa pergunta?* Alguns alunos respondem: *depende do tamanho do local*. A professora aproveita o gancho da resposta certa e parabeniza o aluno: *corretíssimo, quanto maior o local, mais pessoas cabem*. Mas como seria feito esse cálculo da estimativa de quantidade de pessoas? Neste momento, os alunos não souberam responder. Percebendo a dúvida, a professora faz uma nova pergunta, tentando facilitar a compreensão dos alunos: *muito bem, todos já sabemos que o metro quadrado é um quadrado de lado 1 metro, certo? Pois bem, quantas pessoas vocês acham que cabem em um metro quadrado?* Uns alunos responderam 4, 5, 10, entre outras respostas. Desse último questionamento, a professora efetua a primeira proposta da atividade: verificar, através de experimentação, quantas pessoas cabem em um metro quadrado. Para isso, foram disponibilizados trena e fita crepe para que os alunos construíssem um metro quadrado no chão da escola e fazerem assim suas verificações. E assim foi feito e, como mostrado na Figura 89, os alunos verificaram que em um metro quadrado cabem seis pessoas dispostas verticalmente.

Figura 89 – Investigação/Atividade 9



Fonte: Elaboração própria

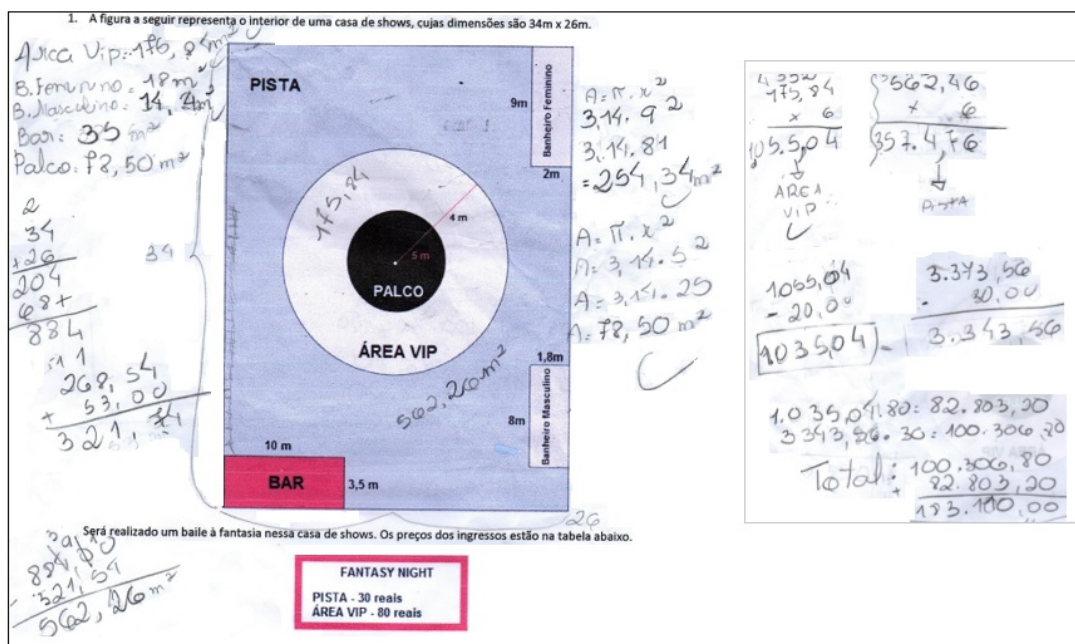
Os alunos foram orientados que, na hora da escolha das pessoas para fazer a experimentação não se indica escolher aquela muito acima do peso ou muito abaixo para se fazer esse tipo de experimento, porque se foge do padrão comum. É necessário optar pelo "meio termo", lembrando que essa pesquisa busca uma generalização.

Após a verificação e medições, as duplas retornam aos seus lugares e recebem em folha uma com algumas situações-problema para serem resolvidas. A questão de número 1, problema de autoria da pesquisadora, apresenta aos alunos uma planta da região interna de uma casa de shows. O item *a* do problema pedia o maior valor possível que essa casa



de festas poderia arrecadar com a venda de ingressos para a pista e área de vip, num baile à fantasia, sendo notificados os respectivos valores e as pessoas que entravam de cortesia, isto é, não pagavam pelos ingressos. Couberam às duplas criarem estratégias para a resolução da situação proposta, sendo atendidos quando necessário, pela professora. Após a resolução, as ideias foram socializadas com o intuito de unir as ideias para se chegar a uma conclusão final. A Figura 90 mostra a resolução desse item por uma dupla de alunos.

Figura 90 – Questão 1-a/Atividade 9



Fonte: Dados da pesquisa

Essa questão, além de exigir bastante atenção e interpretação dos alunos, elas tornam necessárias as estratégias de composição e decomposição de figuras para os cálculos da área do local que será ocupado por pessoas. Para se calcular o espaço da área vip por exemplo, uma caminho é calcular o círculo formado pela área vip e o palco e excluir a área do palco.

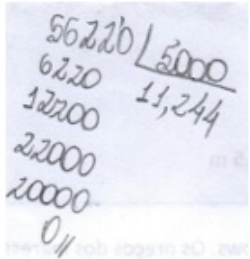
O processo de construção dessa situação-problema se baseou na realidade dos alunos. Como a maioria era adolescentes e jovens, o assunto de festas, matinês, baile à fantasia, pista e área vip era comum entre eles, mesmo muitos deles não sendo frequentadores de casas de shows por conta da idade. Durante a resolução do problema eles se mostraram bastante interessados e até questionaram que os donos dessas casas devem ganhar um bom dinheiro, além de questionarem valores de shows e demais gastos.

O item b da mesma questão pede o número de seguranças necessários para trabalharem nessa casa de shows de acordo com as necessidades e regras do local, apresentados no enunciado. A figura ?? mostra a resolução de uma outra dupla a esta questão.

Figura 91 – Questão 1-b/Atividade 9

b) A segurança nesses lugares é algo essencial. Nesta casa de show, ficam sempre dois seguranças na entrada, 2 na área vip e 1 segurança a cada 50m<sup>2</sup> de pista. Quantos seguranças trabalham nessa casa de shows?

O total de seguranças é de  $4 + 11 = 15$



Fonte: Dados da pesquisa

Verifica-se na sua resolução a necessidade de se descobrir quantos 50m<sup>2</sup> cabem na pista da casa de shows para se definir o total de seguranças necessários. Para isso, a dupla efetuou a divisão da área da pista por 50 e obteve a quantidade de seguranças necessários para a pista.

Dando continuidade e, explorando ainda mais a ideia, a questão 2 lança aos alunos dois desafios: item *a* - verificar quantas pessoas o pátio da escola deles suportam e item *b* - verificar quantas pessoas a quadra de esportes da escola suporta, sabendo que na arquibancada elas se dispõem uma ao lado da outra. Sem a informação das áreas dos locais mas com a disponibilidade de recursos materiais como trenas e fitas métricas, os alunos precisaram definir primeiramente a área desses locais.

A Figura 92 mostra o processo de medição do pátio e da quadra de esportes da escola, realizado pelos alunos.

Figura 92 – Medição do pátio e da quadra da escola/Atividade 9



Fonte: Elaboração própria

Para calcular a área do pátio, os alunos precisaram fazer uma espécie de modelagem, representando o pátio em um desenho com suas respectivas medidas necessárias para o cálculo da área. A Figura 93 mostra a imagem do pátio (que encontra-se virada ao avesso intencionalmente, para facilitar a modelagem e comparação). A representativa do mesmo, feita no quadro da sala de aula a partir dos desenhos feitos pelos alunos em suas

anotações durante a medição.

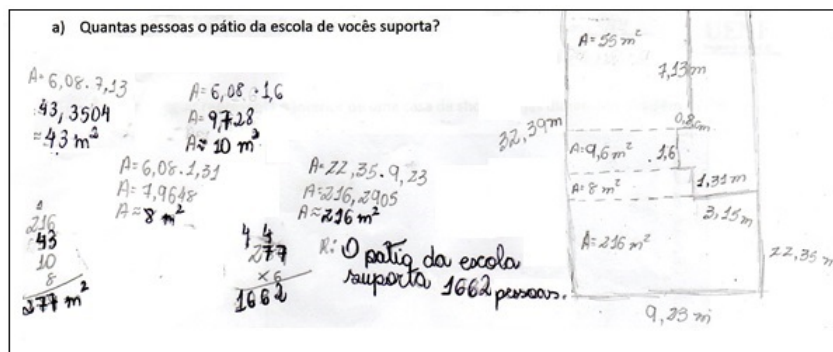
Figura 93 – Modelagem do Pátio/Atividade 9



Fonte: Elaboração própria

Ao se fazer a representação gráfica do pátio, é possível assim definir sua área a partir de composição e decomposição de figuras. No caso da área do pátio, ela pode ser calculada apenas utilizando o cálculo de áreas de retângulos, como mostra a resolução de uma das duplas dessa questão, na Figura 94, onde se divide o pátio em 4 retângulos. Sendo a área do pátio, a soma das áreas dessas regiões retangulares.

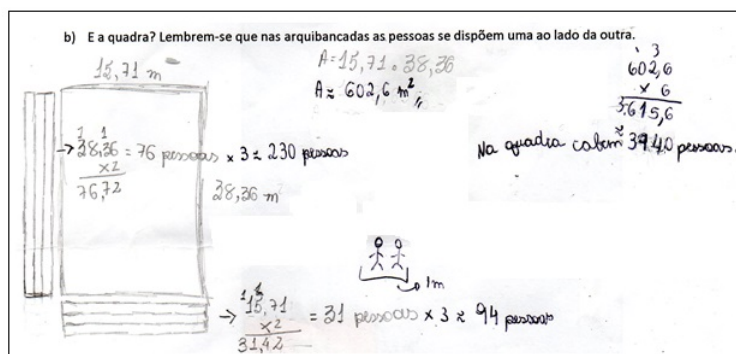
Figura 94 – Questão 2-a/Atividade 9



Fonte: Dados da pesquisa

Encerrada a estimativa de pessoas que o pátio suporta, chega a vez de fazer a estimativa da quadra de esportes. Assim como foi feito no item a, para se resolver o item b também foi feito um desenho representando a quadra, como mostrado na resolução de uma dupla apresentada na Figura 95. No caso da quadra, foi preciso atenção nas arquibancadas em que as pessoas ficam dispostas uma ao lado da outra, cabendo em cada arquibancada apenas uma fileira de pessoas.

Figura 95 – Questão 2-b/Atividade 9



Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se observar que os alunos recorreram à experiência feita no início dessa atividade, onde foi verificado quantas pessoas cabiam em um metro quadrado. Na mesma experiência é possível verificar que, dispostas horizontalmente, cabem, aproximadamente duas pessoas.

Durante toda a atividade, os alunos foram bastante participativos, se mostrando dispostos nas tarefas que envolviam medições e colaborando nas ideias para resolução das atividades. Mesmo assim, na hora de se calcular as áreas, neste caso com figuras um pouco mais complexas, os alunos tiveram mais dificuldades. O que já era esperado pois os alunos estavam saindo de suas zonas de conforto e neste momento o nível dos problemas já era maior, além de serem aplicações da realidade, no caso dos ambientes das escolas em que era necessário fazer aproximações e ter pensamentos estratégicos. A professora se preocupou em esclarecer todas as dúvidas nunca fugindo da ideia principal do problema.

O que vale destacar é que, mesmo com dificuldades, os alunos tinham consciência do objetivo dos problemas, sabendo o que eles estavam procurando, o que é um grande avanço. No mais, os alunos se ajudaram, e se mostraram interessados em obter a resposta do problema.

A aula durou mais do que o tempo estimado. No total, foram 4 horas-aulas utilizadas para a aplicação.

#### • Atividade 10

A atividade 10 também explora a resolução de problemas. Nesta atividade, todas as questões estão voltadas para o tema de pinturas.

A questão 1, como já descrita no capítulo 3, é um problema introdutório, que questiona quantas latas de certa tinta são necessárias para pintar os dois lados de um muro, sabendo suas dimensões e a quantidade de metros quadrados que se pode pintar com cada lata de tinta dessa. A Figura 96 mostra a resolução de uma dupla de alunos.

Figura 96 – Questão 1/Atividade 10

1. (ANGLO-ADAPTADA) Carlos precisa pintar os dois lados de 4 muros retangulares idênticos, cada um deles com 8 metros de comprimento por 3 metros de altura. Ele sabe que, com uma lata de tinta, pode-se pintar 30m<sup>2</sup> de superfície.

$A = b \cdot h = 8 \cdot 3 = 24 \text{ m}^2$   
 $24,2 = 48 \text{ m}^2$

a) Qual a área a ser pintada de cada muro?

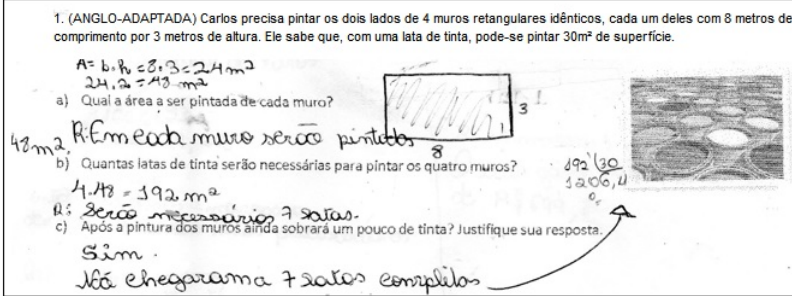
R: Em cada muro serão pintados 48 m<sup>2</sup>

b) Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar os quatro muros?

R:  $4 \cdot 48 = 192 \text{ m}^2$   
 São necessárias 7 latas.

c) Após a pintura dos muros ainda sobrá um pouco de tinta? Justifique sua resposta.

Sim.  
 Não chegaram a 7 latas completas



Fonte: Dados da pesquisa

A resolução dessas questões não levou muito tempo. Nota-se que, o trabalho em cima das dificuldades apresentadas pelos alunos na atividade anterior, os deixou mais preparados para a atividade 10.

A questão 2, problema de autoria da pesquisadora, expõe dados de marcas de tinta conhecidas (Suvinil e Coral), coletados dos sites de ambas e, a partir desses dados, se pergunta aos alunos no item b) quais das marcas seria mais econômica para se pintar a região interna da sala de aula deles (as quatro paredes e o teto), dando duas demãos de tinta. Para a resolução do problema, os alunos precisariam, primeiramente, medir o local a ser pintado. A Figura 97 mostra o processo de medição realizado pelos alunos.

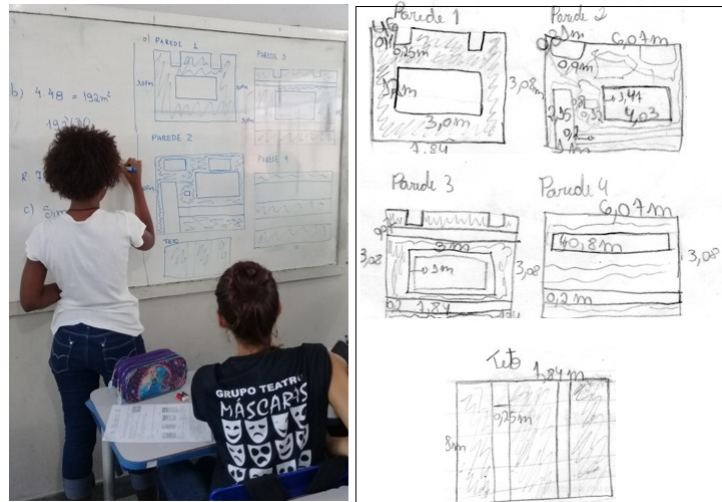
Figura 97 – Medição da Sala/Atividade 10



Fonte: Elaboração própria

Como na atividade anterior, torna-se necessário as representações dos locais a serem pintados em forma de figuras para que assim seja possível o cálculo de suas áreas. O item a) da questão pede que os alunos façam essas representações. A Figura 98 mostra uma aluna registrando essas figuras com suas respectivas medidas no quadro, com a ajuda dos colegas e o registro na folha de atividades feito por uma dupla de alunos.

Figura 98 – Modelagem das partes da sala que serão pintadas/Atividade 10



Fonte: Dados da pesquisa

Após os registros, os alunos tiveram o tempo para que, junto com suas respectivas duplas pudessem discutir a melhor maneira de se calcular as áreas necessárias. Para essa resolução, que requer um pouco de tempo devido às inúmeras partes que não serão pintadas como porta, quadro branco, a parte que tem a janela, entre outros. A Figura 99 mostra o cálculo da área realizado por uma dupla de alunos.

Figura 99 – Cálculo de região para pintura/Atividade 10

<p>Parede 1</p> $A = b \cdot h$ $A = 7,84 \cdot 3,08$ $A = 24,13472 \text{ m}^2$	<p>Parede 2</p> $A = b \cdot h$ $A = 6,07 \cdot 3,08$ $A = 18,6956 \text{ m}^2$	<p>Parede 3</p> $A = b \cdot h$ $A = 7,84 \cdot 3,08$ $A = 24,13472 \text{ m}^2$	<p>Parede 4</p> $A = b \cdot h$ $A = 6,07 \cdot 3,08$ $A = 18,6956 \text{ m}^2$
<p>Waga 1</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,46 \cdot 0,25$ $A = 0,1155$ $0,1155 \cdot 2 = 0,231$	<p>Arquitetura do 2</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,3 \cdot 0,9$ $A = 0,27 \text{ m}^2$ $0,27 \cdot 2 = 0,54 \text{ m}^2$	<p>Waga 3</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,46 \cdot 0,25$ $A = 0,1155$ $0,1155 \cdot 2 = 0,231 \text{ m}^2$	<p>Janelão 4</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,8 \cdot 6,0$ $A = 4,8 \text{ m}^2$
<p>Quadro 1</p> $A = b \cdot h$ $A = 1,2 \cdot 3$ $A = 3,6 \text{ m}^2$	<p>Waga 2</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,3 \cdot 0,9$ $A = 0,27 \text{ m}^2$	<p>Detalhe 3</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,07 \cdot 7,84$ $A = 0,5488 \text{ m}^2$	<p>Arquitetura 4</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,2 \cdot 6,0$ $A = 1,2 \text{ m}^2$
<p>Total paredes 1</p> $24,13472 + 18,6956 + 24,13472 + 18,6956 = 85,66064$	<p>Janela 2</p> $A = b \cdot h$ $A = 3,48 \cdot 1,03$ $A = 3,5844 \text{ m}^2$	<p>Mural 3</p> $A = b \cdot h$ $A = 3 \cdot 1$ $A = 3 \text{ m}^2$	<p>Área total</p> $85,66064 - 4,8$ $= 80,86064$
<p>Total das paredes</p> $24,13472 + 18,6956 + 24,13472 + 18,6956 = 85,66064$	<p>Porta 2</p> $A = b \cdot h$ $A = 2,15 \cdot 1$ $A = 2,15 \text{ m}^2$	<p>Madeira 3</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,2 \cdot 7,84$ $A = 1,568 \text{ m}^2$	<p>Tela</p> $A = b \cdot h$ $A = 7,84 \cdot 3,08$ $A = 24,13472 \text{ m}^2$
<p>Total da parede 3</p> $24,13472 - 0,231 - 0,54 - 3,5844 - 2,15 = 17,62957$	<p>Madeira 2</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,4 \cdot 0,9$ $A = 0,36 \text{ m}^2$	<p>Total da parede 3</p> $24,13472 - 0,231 - 0,54 - 3,5844 - 2,15 = 17,62957$	<p>Waga</p> $A = b \cdot h$ $A = 0,2 \cdot 0,1$ $A = 0,02$ $0,02 \cdot 2 = 0,04$
<p>Total da parede 2</p> $18,6956 - 0,231 - 0,54 - 3,5844 - 2,15 = 12,1803$	<p>Total da parede 2</p> $18,6956 - 0,231 - 0,54 - 3,5844 - 2,15 = 12,1803$	<p>Total da parede 2</p> $18,6956 - 0,231 - 0,54 - 3,5844 - 2,15 = 12,1803$	<p>Total da tela</p> $24,13472 - 0,04 = 24,09472$

Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se notar que essa dupla calculou a área das paredes e do teto por completo e das partes que não seriam pintadas, todas com formas retangulares. Em seguida, a dupla diminuiu as áreas das regiões que não seriam pintadas, obtendo a área da região a ser pintada.

Para se responder ao item *b*, que questiona qual a opção de tinta mais econômica, os alunos fizeram verificações com as marcas e o rendimento de cada uma, vindo de todas as possibilidades, qual é a mais barata. A Figura 100 mostra a resolução de uma dupla de alunos.

Figura 100 – Questão 2-b/Atividade 10

b) Sabendo que serão pintadas duas demãos de tinta, qual a opção de tinta em que o gasto será menor? Deixe registrado seu raciocínio.

marca 1 2 demãos: 166,6 m<sup>2</sup>

5,7 m<sup>2</sup>/l

Quant. de litros lit.

166,6	157	57
526	29,22	x8
530		456
160...		57
		513

aprox 29,2 litros

3,60 → lata menor (9 latas: R\$ 503,93)

19,2 : 3,6 = 8,333...

18l → lata maior (2 latas: R\$ 699,80)

2 latas da maior R\$ 699,80

marca 2 4 m<sup>2</sup>/l

166,6	190	180
66	41,65	38,0
200		-6,4
200		42,4

43,65 litros

3,2l →

43,65 : 3,2 = 13,65 → 14 latas

14 latas : 14 · 85,45 = R\$ 1196,30

3 latas de 38l : R\$ 3049,70

2 latas de 38l e 2 latas de 3,2l

R\$ 870,70

R: a marca 1 é a mais econômica  
O valor total será R\$ 699,80.

Fonte: Dados da pesquisa

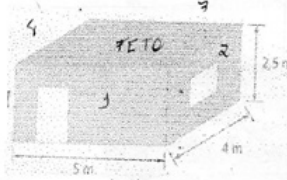
Ao se pensar nesta questão foi levado em conta o fato de uma aluna ser filha de donos de uma loja de tintas na cidade e pelo fato de obras ser um assunto bastante presente no cotidiano das pessoas. Durante a resolução a aluno reconheceu que os preços das tintas batiam com os da realidade.

Acredita-se que esta questão também tem um papel social. Esta orienta os alunos a verificarem qual a tinta mais econômica, quais os tamanhos das latas a se comprar para evitar desperdício, logo, é a associação da Geometria com aspectos formativos de um cidadão.

A questão de número 3 é um problema parecido com o da questão dois, mas que não se necessita realizar medições. O problema, junto com uma resolução da dupla, encontra-se na Figura 101.

Figura 101 – Questão 3/Atividade 10

3. (ANGLO-ADAPTADA) Uma sala com forma de paralelepípedo deverá ser pintada. Ela possui 5m de comprimento, 4m de largura e 2,5m de altura, como mostra o esquema a seguir. Deverão ser pintadas apenas as quatro paredes e o teto. Uma das paredes tem uma porta retangular, de dimensões 2m por 0,8m e outra parede tem uma janela quadrada, cujos lados medem 1m. Calcule a área total a ser pintada.



Parede 1  $A = 5 \cdot 2,5 = 12,5$   
 $A = 2 \cdot 0,8 = 1,6$   
 $A = 1,6$   
 $A = 12,5$   
 $A = 1,6$   
 $A = 10,9$   
 Área total =  $10,9 \text{ m}^2$

Parede 2  $A = 4 \cdot 2,5 = 10$   
 $A = 10$   
 Área total =  $9 \text{ m}^2$

Parede 3  $A = 5 \cdot 2,5 = 12,5$   
 $A = 12,5$   
 Área total =  $12,5 \text{ m}^2$

Parede 4  $A = 4 \cdot 2,5 = 10$   
 $A = 10$   
 Área total =  $10 \text{ m}^2$

Teto  $A = 5 \cdot 4 = 20$   
 $A = 20$   
 Área total =  $20 \text{ m}^2$

Área a ser pintada:  $10,9 \text{ m}^2 + 9 \text{ m}^2 + 12,5 \text{ m}^2 + 10 \text{ m}^2 + 20 \text{ m}^2 = 62,4 \text{ m}^2$

Fonte: Dados da pesquisa

Após uma socialização de tudo o que foi trabalhado com essas situações-problemas, encerra-se a atividade 10.

### • Atividade 11

A atividade 11 é um desafio. Os alunos inicialmente foram divididos em sete equipes. Cada uma recebeu uma figura de formato não convencional e foi desafiada a calcular suas áreas. Após calculadas, as áreas devem ser anotadas num papel sem deixar que a outra equipe saiba o valor encontrado e, por fim, passam a figura para outra e recebe uma nova de uma outra equipe. Assim se procedeu até as sete equipes terminarem de calcular as áreas das sete figuras. A Figura 102 mostra os alunos executando esse desafio e as figuras utilizadas.



Figura 102 – Desafio das Áreas/Atividade 10



Fonte: Elaboração própria

Após o cálculo das áreas, os alunos apresentam seus resultados. A equipe com mais acertos foi considerada campeã do desafio. No caso, tiveram mais de uma equipe campeã. No mais, esta atividade ajuda a desenvolver a criatividade para compor e decompor figuras para o cálculo de áreas, além do trabalho em equipe.


### 5.2.2 Análise da Aplicação do Pós-Teste

O atitude dos alunos na realização do pós-teste foi um pouco diferente de quando foi aplicado o pré-teste. Eles se demonstraram mais concentrados e dispostos a resolver a atividade.

Destaca-se nesse pós-teste, a questão 3, item b, na qual no pré-teste nenhum aluno havia acertado. Nesta questão, perguntava-se o que era um metro quadrado. A Figura 103 mostra as respostas de um aluno nessa questão, feita corretamente.

Figura 103 – Questão 3/Pós-Teste

QUESTÃO 3: Observe o seguinte anúncio:



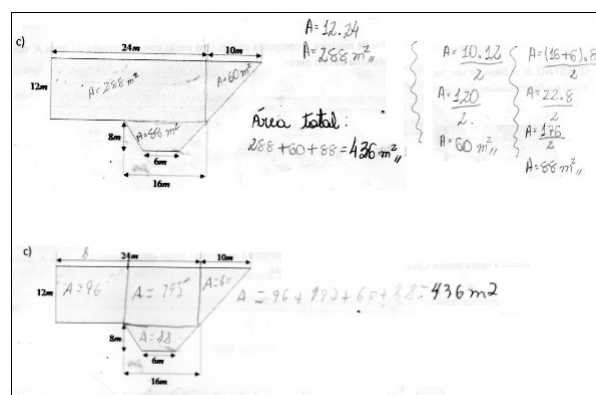
a) Você já deve estar acostumado(a) a ver anúncios como este. A medida  $650 \text{ m}^2$  é a medida de quê do terreno?  
*É a medida da área do terreno.*

b) O que é um metro quadrado?  
*É um quadrado com 1 metro de lado.*

Fonte: Dados da pesquisa

Outra questão que merece ser observada é a 4, na qual era preciso calcular a área de figuras utilizando o método de composição e decomposição de figuras. O item c dessa questão, que no pré-teste teve apenas 1 acerto e 19 respostas em branco, no pós-teste teve 6 acertos e 6 respostas em branco. Mesmo o número de acertos não sendo muito grande, verifica-se que o número de respostas em branco caiu significativamente, isto é, os alunos tentaram resolver a questão, coisa que eles não faziam. Muitas das questões erradas estavam incompletas, ou seja, eles começavam com uma linha de pensamento correta, mas não conseguiam continuar. A Figura 104 mostra a resolução de dois alunos nessa questão, que responderam corretamente utilizando estratégias diferentes.

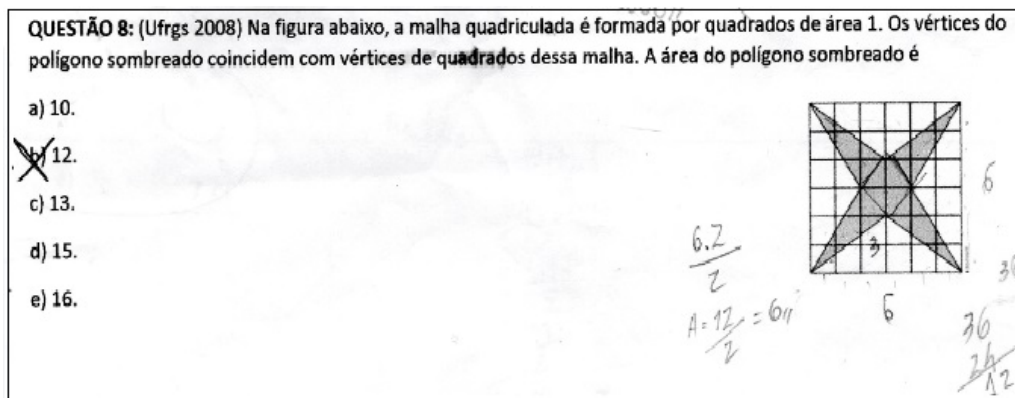
Figura 104 – Questão 4c/Pós-Teste



Fonte: Dados da pesquisa

A questão 8, que no pré-teste foi resolvida contando os quadradinhos que cabiam na figura, ganhou uma resolução diferente, por composição e decomposição de figuras. Como pode se observar na Figura 105, o aluno determinou a área do quadrado maior e subtraiu as áreas dos triângulos para se obter a área desejada.

Figura 105 – Questão 8/Pós-Teste

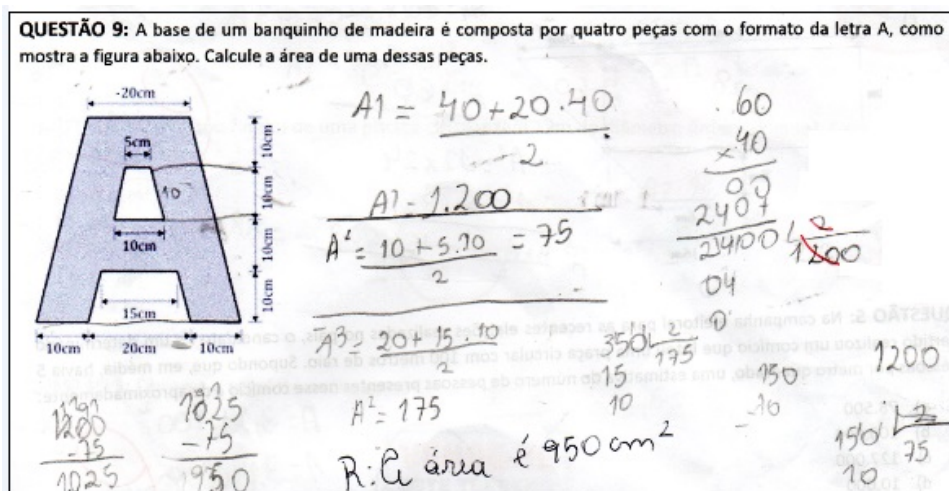


Fonte: Dados da pesquisa

Dando continuidade à análise do pós-teste, a questão 9, que não havia sido respon-

dida por nenhum aluno, também adquiriu 6 acertos e uma queda no número de respostas em branco. A Figura 106 mostra a resolução de uma aluna nessa questão.

Figura 106 – Questão 9/Pós-Teste



Fonte: Dados da pesquisa

Ao se comparar o desempenho dos alunos no pré e no pós-teste, cujas questões cobradas foram as mesmas, verifica-se uma melhora no desempenho em todas as questões. A Figura 107 apresenta o número de resoluções corretas, erradas e em branco dos alunos no pré e pós-teste.

Pré-Teste				Pós-Teste			
Questões	Acertos	Erros	Em Branco	Questões	Acertos	Erros	Em Branco
1-a	29	6	0	1-a	33	2	0
1-b	30	4	1	1-b	33	2	0
1-c	4	24	7	1-c	12	20	3
1-d	5	23	7	1-d	27	7	1
1-e	1	20	14	1-e	28	6	1
1-f	14	18	3	1-f	26	8	1
2	21	13	1	2	22	11	2
3-a	20	14	1	3-a	25	10	0
3-b	2	24	9	3-b	22	12	1
4-a	4	21	10	4-a	13	20	2
4-b	2	4	29	4-b	5	29	1
4-c	1	15	19	4-c	6	23	6
5	14	18	3	5	16	19	0
6	9	16	10	6	12	19	4
7	1	28	6	7	2	27	6
8	11	9	15	8	20	14	1
9	0	23	12	9	6	20	9
10	3	26	6	10	12	23	0

Figura 107 – Desempenho dos Alunos

Fonte: Elaboração própria

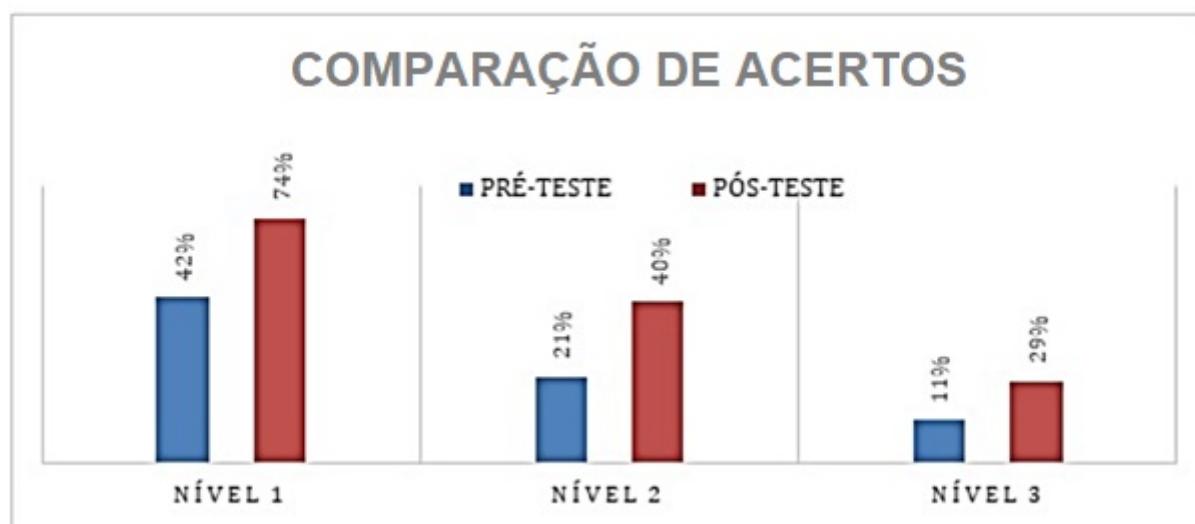
Verifica-se que o número de acertos em geral aumentou e que o número de respostas

em branco diminuiu, sinal de que os alunos tentaram resolver mais questões, mesmo que, em alguns casos, de forma errada. Das erradas, muitas resoluções tiveram um início

Ainda é grande o número de erros em problemas que exigem interpretação e criação de estratégias, como pode ser observado na Figura 107, onde os alunos ainda apresentam erros em questões do Nível 2 e 3. Porém, verifica que foram poucas as questões desses níveis deixadas em branco, logo, os alunos se desafiaram a resolvê-las e esse é o primeiro passo.

A fim de tornar mais clara a conclusão de que estratégias de ensino investigativas colaboram para a melhoria do aprendizado, o Gráfico 2 mostra a porcentagem de acertos dos alunos nos diferentes níveis, tanto no pré, quanto no pós-teste.

Gráfico 2 – Comparativo entre acertos no pré e pós-teste



Fonte: Elaboração própria

## Capítulo 6

### Considerações Finais

Pela comparação do desempenho dos alunos no pré e pós-teste e pela observação do crescimento deles no decorrer das atividades, pode-se concluir que a sequência didática aplicada colaborou para uma melhora no aprendizado dos discentes, pois em todos os níveis de habilidades avaliados, foi possível perceber um avanço no desempenho dos alunos.

A ideia de transformar a sala de aula num campo de investigação fez com que muitos alunos, que até então não participavam ou já se "conformavam" que não sabiam Matemática se interessassem um pouco mais por ela.

É preciso pensar em estratégias como utilização do concreto e investigação matemática seguida por uma constante mediação do professor. Aulas como essas exigem muito dos professores, pois precisam ficar o tempo todo atentos aos alunos e a seus questionamentos. Aquela forma de ensinar em que o professor fica só a frente do quadro e os alunos sentados é ilusória. É preciso lançar desafios para o desenvolvimento do pensamento investigativo, pois é a partir da dúvida e do questionamento que o aprendizado se faz.

Foi possível observar que, nos níveis 2 e 3, a melhora no desempenho dos alunos nas avaliações diagnósticas não foi tão acentuada quanto no nível 1. Vale ressaltar que esses níveis continham questões e problemas que exigiam dos alunos estratégias de raciocínio e habilidades para interpretar e resolver problemas que até o início da aplicação da sequência didática não estavam desenvolvidas nos alunos. Logo, a melhora no número de resoluções e acertos, embora não tenha sido muita, já é de grande significado, visto que a aplicação da sequência didática durou apenas dois meses.

Como atividades futuras, fica a proposta para que projetos como esse sejam trabalhados ao decorrer de todo o ano letivo, ou até mesmo esse seja estendido, com a elaboração de novos problemas que estimulem a investigação matemática na escola, visto que estes ajudam a desenvolver as habilidades e competências necessárias para que o aluno seja capaz de compreender e interpretar problemas, desenvolvendo seu pensamento

matemático.

Desenvolver o pensamento matemático nos dias de hoje é um grande desafio do professor, porém, pelo resultado das atividades pode-se notar que, apesar de difícil, é possível promover melhoras na educação quando se pensa em estratégias para tornar a aula de Matemática mais interessante e produtiva. Conclui-se que a Aula Expositiva Dialogada, Resolução de Problemas e Investigação Matemática são estratégias que, de fato, contribuem para o aprendizado significativo do aluno. Espera-se que as atividades e os problemas presentes nesse trabalho possam servir como material de apoio para professores nessa luta por uma Educação Matemática de qualidade.

## Referências

- ANASTASIOU L.G.C. & ALVES, L. P. Processos de ensinagem na universidade; pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. *8ed. Joinville, SC. UNIVILLE*, 2009. Citado na página 31.
- AUSUBEL, D. P. Aquisição e retenção de conhecimento: Uma perspectiva cognitiva. *Lisboa: Plno*, 2003. Citado na página 55.
- BECKMANN, P. A history of pi. *Nova York; Barnes & Noble Books*, 1993. Citado 3 vezes nas páginas 50, 51 e 107.
- BEZERRA, M. J. *Geometria 1*. [S.l.]: Brasília, 1994. Citado na página 37.
- BOIAGO, C. E. P. *Area de Figuras Planas: uma proposta de ensino com modelagem matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2015. Citado na página 21.
- BRASIL. *Brasil no PISA 2015*. [S.l.], 2015. Citado 3 vezes nas páginas 21, 25 e 72.
- BRASIL, M. da Educação do. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, DF: MEC/SE, 1998. Citado 10 vezes nas páginas 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 30, 55 e 72.
- DUHALDE, M. E. Encontros iniciam com a matemática: contribuições à educação infantil. *Porto Alegre: Artes Mas,*, 1998. Citado na página 32.
- FACCO, S. R. *Conceito de Área. Uma proposta de ensino-aprendizagem*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo., 2003. Citado na página 21.
- FERREIRA, A. B. d. H. Novo dicionário aurélio da língua portuguesa. 2.ed. *Curitiba: Nova Fronteira*, 1999. Citado na página 24.
- GIL, A. *Como elaborar projetos de pesquisa*. [S.l.]: Atlas, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.
- INEP. *Análise dos Resultados do SAEB 2017*. [S.l.], 2018. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 25.
- LIMA, E. L. Medida e forma em geometria. 4. ed. *Rio de Janeiro: SBM*, 2011. Citado 11 vezes nas páginas 24, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 47, 48 e 49.
- LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria*. [S.l.]: Campinas São Paulo, 1995. Citado na página 24.
- LUZ, A. A. B. S. L. A geometria na disciplina de matemática: a abordagem dos livros didáticos. 2007. Citado na página 26.

MALAGUETTA, P. C. *Geometria e Topologia das Superfícies através de Recorte e Colagem*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2010. Citado na página 35.

MIRANDA, R. R. *Uma abordagem sobre calculo de areas na decomposição de figuras*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São João Del-Rei, 2017. Citado na página 21.

OLIVEIRA, M. M. Sequência didática interativa no processo de formação de professores. *Petrópolis, RJ: Vozes*, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 73 e 74.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. *Rio de Janeiro: Interciência*, 1978., 1978. Citado na página 32.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA. *Investigações matemáticas na sala de aula*. [S.l.]: Autêntica, 2016. Citado na página 33.

POZO, J. *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Artmed, 1998. ISBN 9788573073560. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=hXJUAAAACAAJ>>. Citado na página 32.

QUIVY, R.; CAMPENHOUDT, L. V. Manuel de recherche en sciences sociales. *Paris: Dunod*, 1995. Citado 7 vezes nas páginas 22, 52, 53, 54, 56, 82 e 84.

RAMOS, T. C. A importância da matemática na vida cotidiana dos alunos do ensino fundamental ii. *Cairu em Revista*, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

SEERJ. *Curriculo Minimo de Matematica*. [S.l.], 2012. Citado 5 vezes nas páginas 25, 26, 28, 55 e 72.

YOUSSEF, A. N. *Matemática: ensino médio, volume único*. [S.l.]: São Paulo, 2005. Citado na página 37.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. *Porto Alegre: Artmed*, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 72, 73 e 74.



# Apêndices

# **APÊNDICE A**

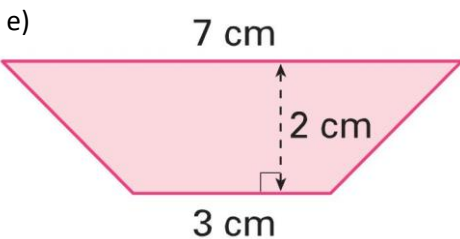
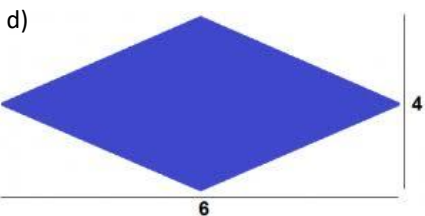
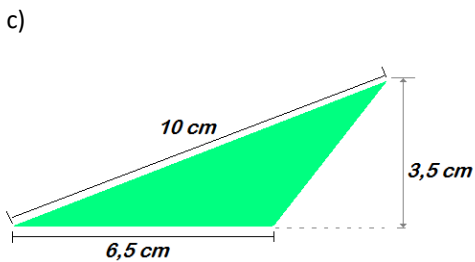
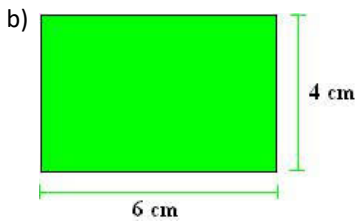
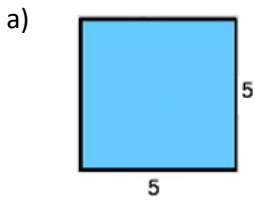
## **Avaliação Diagnóstica**

**ORIENTAÇÕES:**

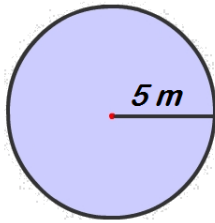
- Caro aluno, avaliação deve ser feita utilizando-se caneta azul ou preta.
  - Deixe registrado o seu raciocínio para a resolução das questões, inclusive nas de múltipla escolha.
- 

**BOA ATIVIDADE!**

**QUESTÃO 1:** Determine a área das seguintes figuras:



f)



**QUESTÃO 2:** O piso (ou fundo) de uma piscina circular tem 12m de diâmetro (internamente). Calcule a área do piso desta piscina.

- A)  $12\pi \text{ m}^2$
- B)  $144\pi \text{ m}^2$
- C)  $36\pi \text{ m}^2$
- D)  $6\pi \text{ m}^2$
- E)  $24\pi \text{ m}^2$

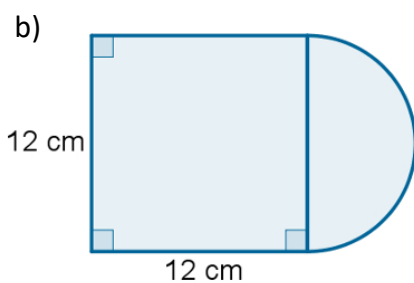
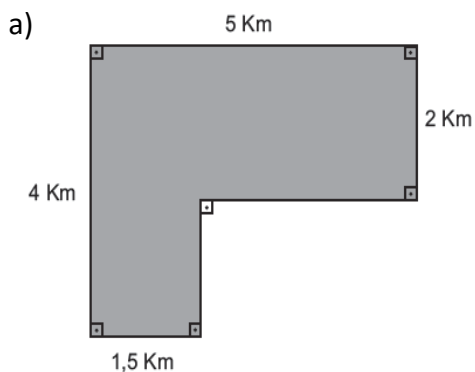
**QUESTÃO 3:** Observe o seguinte anúncio:

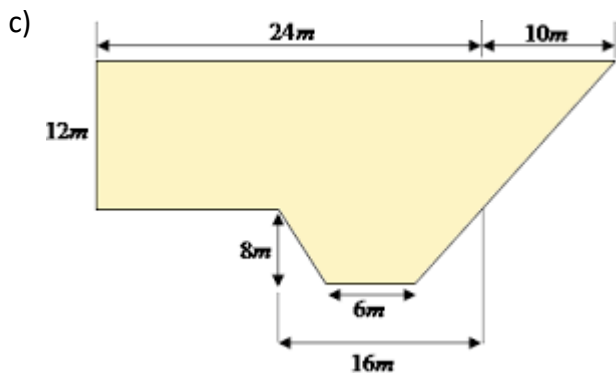


Fonte: [http://sinatran.com.br/loja/index.php?route=product/product&product\\_id=5737](http://sinatran.com.br/loja/index.php?route=product/product&product_id=5737)

- a) Você já deve estar acostumado(a) a ver anúncios como este. A medida  $650 \text{ m}^2$  é a medida de quê do terreno?
- b) O que é um metro quadrado?

**QUESTÃO 4:** Determine a área das figuras a seguir:





**QUESTÃO 5:** Na campanha eleitoral para as recentes eleições realizadas no país, o candidato de um determinado partido realizou um comício que lotou uma praça circular com 100 metros de raio. Supondo que, em média, havia 5 pessoas por metro quadrado, uma estimativa do número de pessoas presentes nesse comício é de aproximadamente:

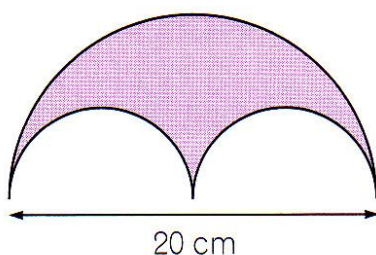
Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/8941066>

- a) 78.500
- b) 100.000
- c) 127.000
- d) 10.000
- e) 157.000

**QUESTÃO 6:** Um terreno retangular tem 8,4 m por 15 m e está sendo gramado. Sabendo que um quilo de semente de grama é suficiente para gramar  $3 \text{ m}^2$  de terreno, quantos quilos de semente de grama são necessários para gramar o terreno todo?

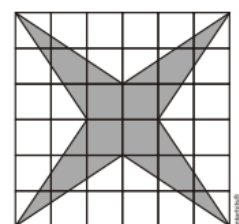
Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/176515>

**QUESTÃO 7:** Quantos centímetros quadrados possui a região rosa?



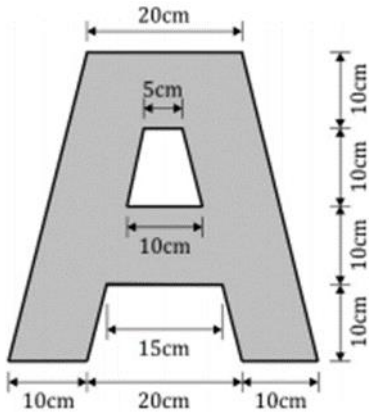
**QUESTÃO 8:** (Ufrgs 2008) Na figura abaixo, a malha quadriculada é formada por quadrados de área 1. Os vértices do polígono sombreado coincidem com vértices de quadrados dessa malha. A área do polígono sombreado é

- a) 10.
- b) 12.
- c) 13.
- d) 15.
- e) 16.



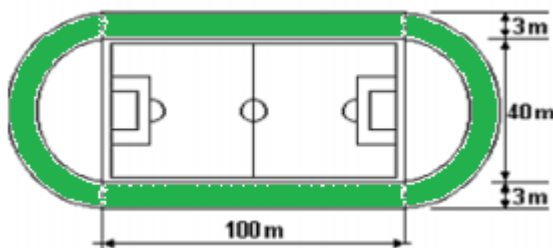
**QUESTÃO 9:** A base de um banquinho de madeira é composta por quatro peças com o formato da letra A, como mostra a figura abaixo. Calcule a área de uma dessas peças.

Fonte: [https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma092/MA092\\_ex5.pdf](https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma092/MA092_ex5.pdf)



**QUESTÃO 10:** Em torno de um campo de futebol, construiu-se uma pista de atletismo (região preenchida) com 3 metros de largura, cujo preço por metro quadrado é de R\$ 500,00.

Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/3527757>



O custo total desta construção é:

- a) R\$ 300.000,00
- b) R\$ 202.530,00
- c) R\$ 464.500,00
- d) R\$ 502.530,00
- e) R\$ 667.030,00 0

## **APÊNDICE B**

### **Atividade 1: Medindo Superfícies**



Escola \_\_\_\_\_

Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_



## OFICINA : MEDINDO SUPERFÍCIES

1) Definindo **SUPERFÍCIE**:

2) Cite 4 exemplos diferentes de superfície que vocês observaram na sala de aula.

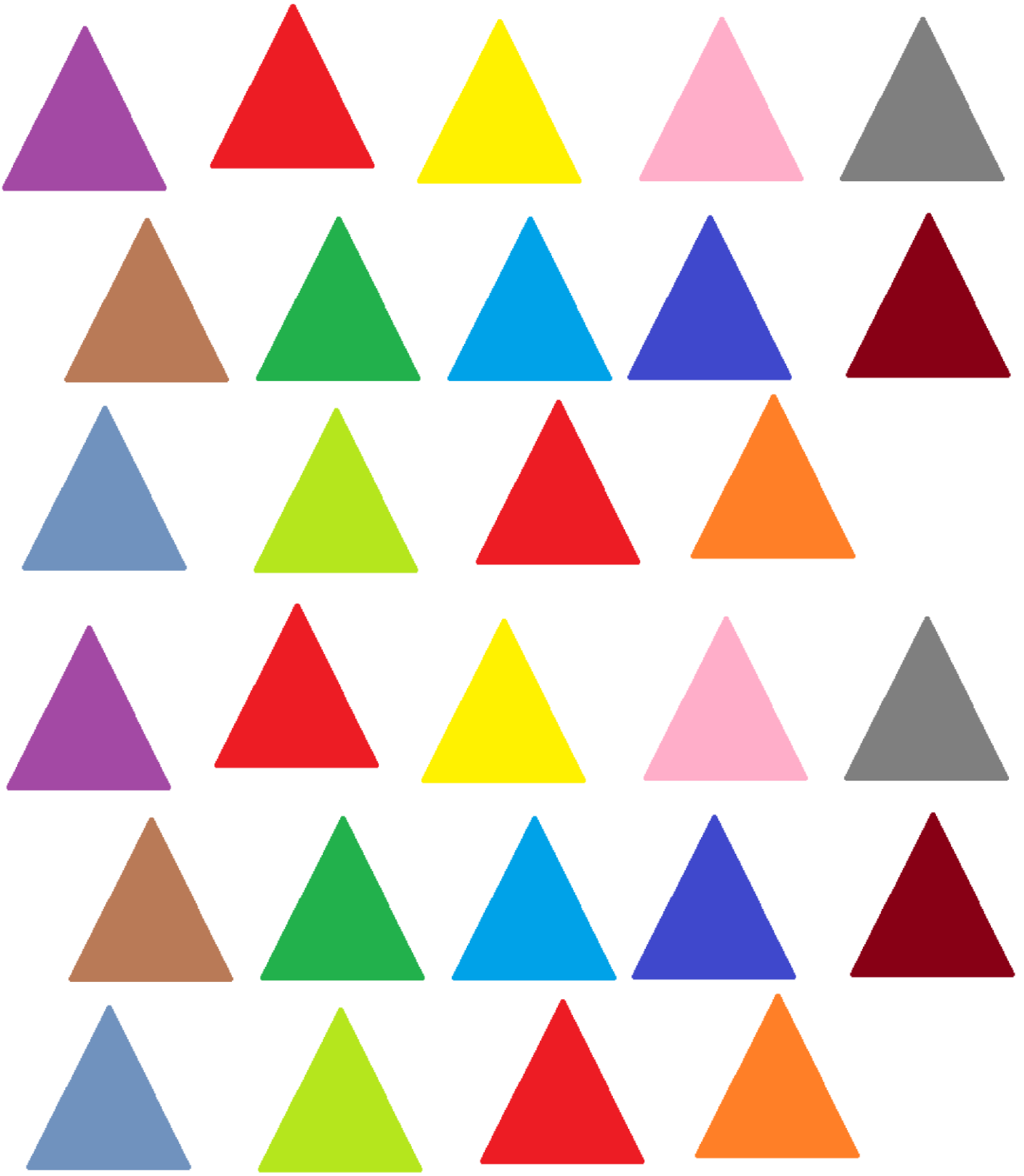
**Caros alunos, vocês receberam uma folha em branco e vários pedaços menores iguais de papel. Esse material será necessário para responder à pergunta a seguir.**

3) Lulu está enfeitando a parte de cima de uma caixa de presentes com adesivos triangulares coloridos de mesmo tamanho. Quantos adesivos serão necessários?

*(Obs: superfície superior da caixa – papel maior e adesivos– pedaços menores)*

4) Definindo **ÁREA**:







Escola \_\_\_\_\_  
Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_



## OFICINA : MEDINDO SUPERFÍCIES

1) Definindo **SUPERFÍCIE**:

2) Cite 4 exemplos diferentes de superfície que vocês observaram na sala de aula.

**Caros alunos, vocês receberam uma folha em branco e vários pedaços menores iguais de papel. Esse material será necessário para responder à pergunta a seguir.**

3) Joana pretende revestir uma parede de sua cozinha com azulejos coloridos. Quantos azulejos serão necessários? (*OBS.: parede – papel maior; azulejos – papeis menores*)

4) Definindo **ÁREA**:





Escola \_\_\_\_\_  
Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_



## OFICINA : MEDINDO SUPERFÍCIES

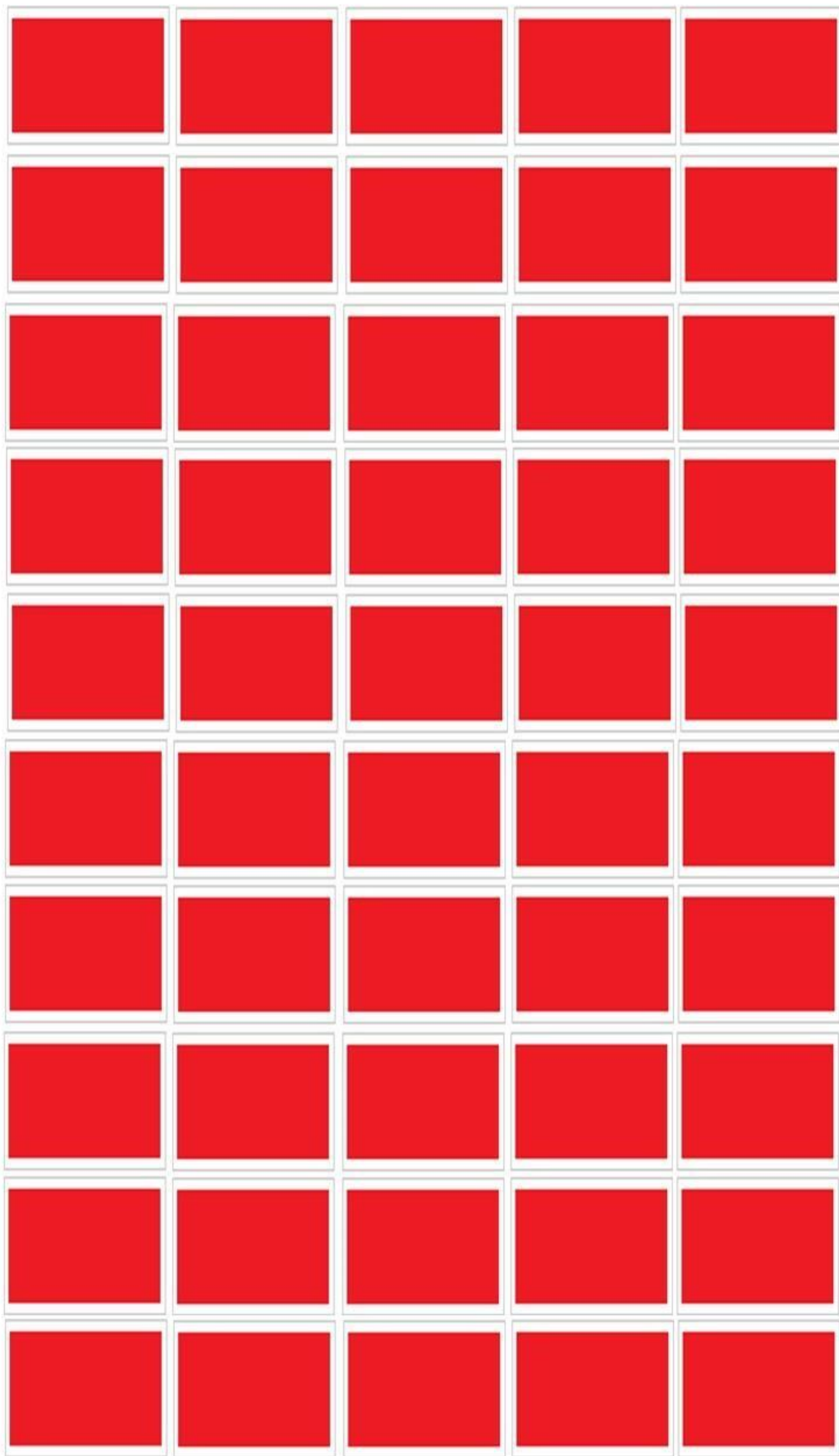
1) Definindo **SUPERFÍCIE**:

2) Cite 4 exemplos diferentes de superfície que vocês observaram na sala de aula.

**Caros alunos, vocês receberam uma folha em branco e vários pedaços menores iguais de papel. Esse material será necessário para responder à pergunta a seguir.**

3) Lucas pediu a sua mãe que trocasse os pisos do seu quarto para pisos vermelhos. Quantos pisos serão necessários para revestir o chão do quarto de Lucas? (*OBS.: chão – papel maior; chão – papéis menores*)

4) Definindo **ÁREA**:





Escola \_\_\_\_\_  
Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_



## OFICINA : MEDINDO SUPERFÍCIES

**1) Definindo SUPERFÍCIE:**

**2) Cite 4 exemplos diferentes de superfície que vocês observaram na sala de aula.**

**Caros alunos, vocês receberam uma folha em branco e vários pedaços menores iguais de papel. Esse material será necessário para responder à pergunta a seguir.**

**3) Marcos pretende revestir uma parede de sua varanda com azulejos. Quantos azulejos serão necessários? (OBS.: chão – papel maior; azulejos – papéis menores)**

**4) Definindo ÁREA:**





Escola \_\_\_\_\_  
Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_



## OFICINA : MEDINDO SUPERFÍCIES

1) Definindo **SUPERFÍCIE**:

2) Cite 4 exemplos diferentes de superfície que vocês observaram na sala de aula.

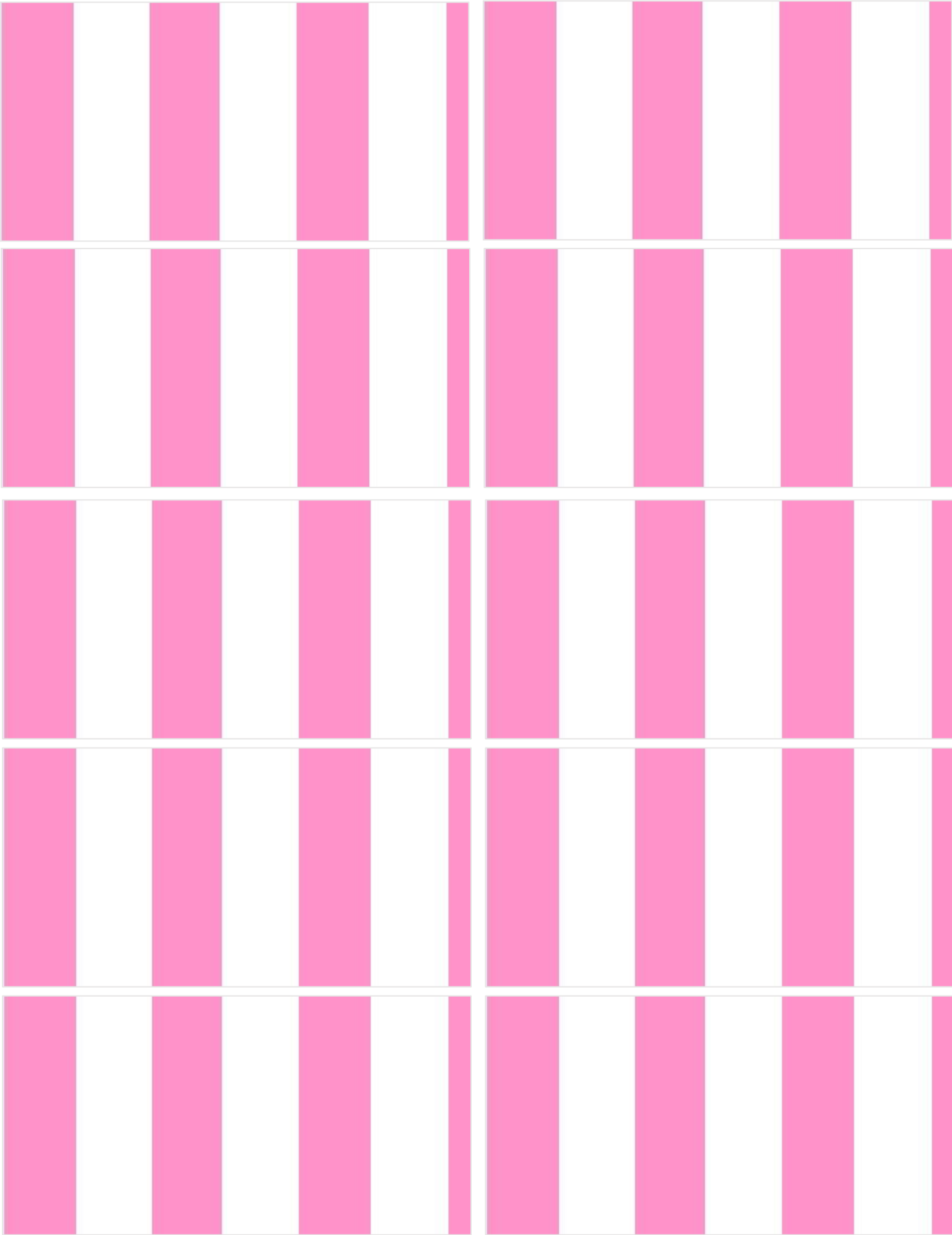
**Caros alunos, vocês receberam uma folha em branco e vários pedaços menores iguais de papel. Esse material será necessário para responder à pergunta a seguir.**

3) Júlia pretende revestir uma parede de seu quarto com papeis de parede. Quantas folhas de papeis de parede serão necessárias?

*(OBS.: parede – papel maior; folhas de papel de paredes – papeis menores)*

4) Definindo **ÁREA**:







Escola \_\_\_\_\_  
Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_



## OFICINA : MEDINDO SUPERFÍCIES

1) Definindo **SUPERFÍCIE**:

2) Cite 4 exemplos diferentes de superfície que vocês observaram na sala de aula.

**Caros alunos, vocês receberam uma folha em branco e vários pedaços menores iguais de papel. Esse material será necessário para responder à pergunta a seguir.**

3) Helena terá um casal de gêmeos e está decorando com muito carinho o cantinho deles. Ela pretende colocar papeis de parede rosa e azul em uma das paredes. Quantas “tiras” de papel de parede serão necessárias?

*(OBS.: parede – papel maior; tiras de papel de parede – papeis menores)*

4) Definindo **ÁREA**:





Escola \_\_\_\_\_  
Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_



## OFICINA : MEDINDO SUPERFÍCIES

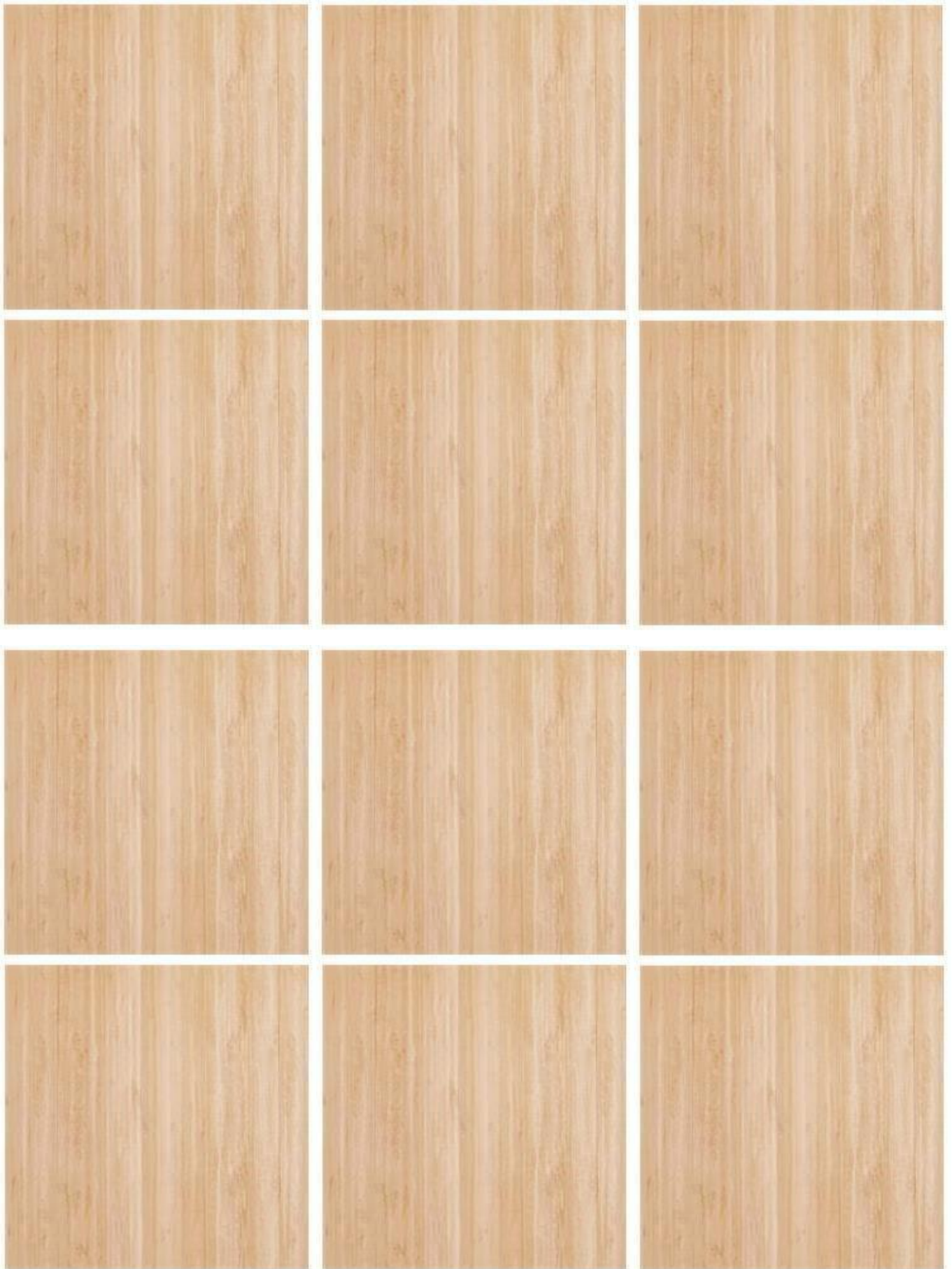
1) Definindo **SUPERFÍCIE**:

2) Cite 4 exemplos diferentes de superfície que vocês observaram na sala de aula.

Caros alunos, vocês receberam uma folha em branco e vários pedaços menores iguais de papel. Esse material será necessário para responder à pergunta a seguir.

3) Marcela trocará os pisos do chão de sua sala. Quantos pisos serão necessários para revestir todo o chão? (*OBS.: chão – papel maior; pisos– papeis menores*)

4) Definindo **ÁREA**:

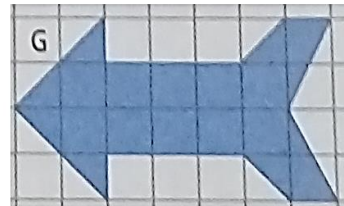
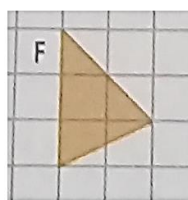
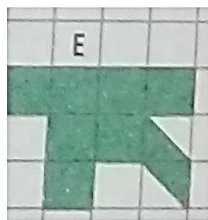
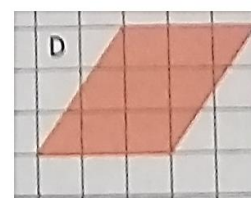
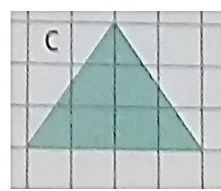
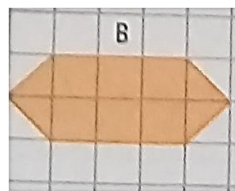
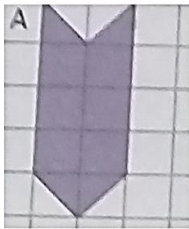


## **APÊNDICE C**

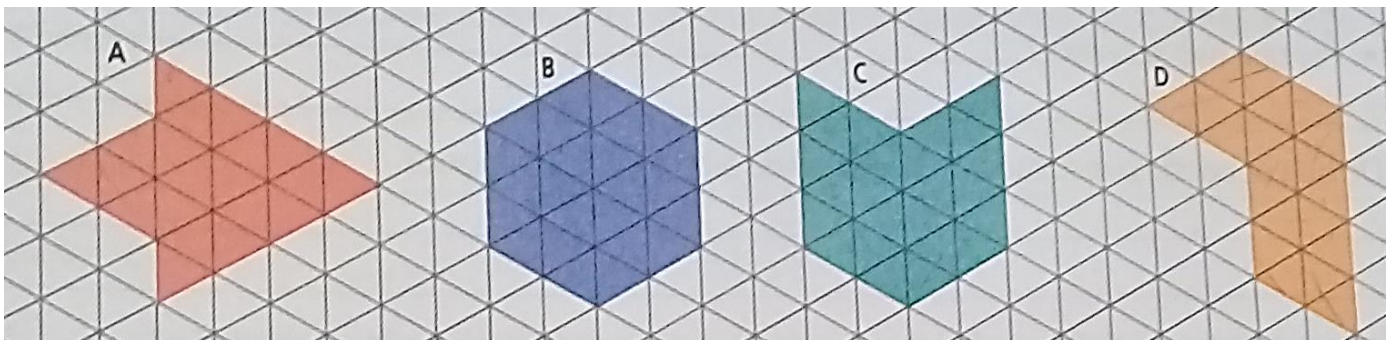
### **Atividade 5: Fixando e Praticando**


### QUESTÕES PROPOSTAS


1. Após as discussões em sala de aula, como você define ÁREA?
2. De que depende o resultado da medição de área de uma figura plana?
3. (ANGLO-ADAPTADA) Considerando cada quadradinho como unidade de medida de área (u.a.) determine a área de cada uma das figuras.



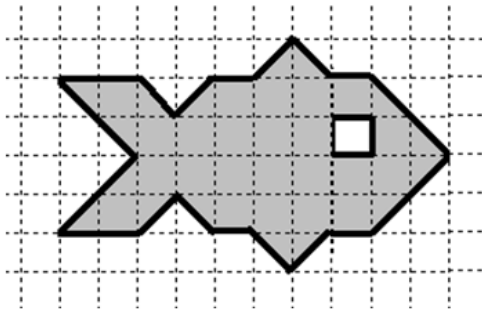
4. (ANGLO-ADAPTADA) Considere as figuras a seguir:



a) Determine a área de cada uma das figuras, utilizando o  como unidade de área.

b) Determine a área de cada uma das figuras, utilizando o  como unidade de área.

5. (PB 2011). Paulinho desenhou um peixe na malha quadriculada como mostra a figura abaixo. Considerando um quadradinho como unidade de área. A área da figura é:



- a) 30  
b) 35  
c) 31  
d) 39

6. (ANGLO-ADAPTADA) Considerando cada quadradinho da malha como unidade de medida de área (u.a.), desenhe nela uma figura com 16 u.a.



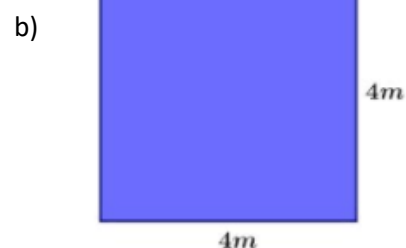
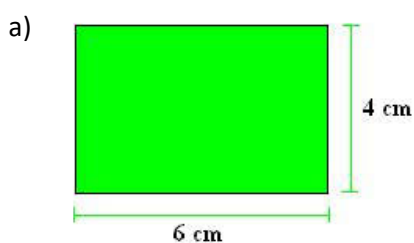
7. Você viu durante as aulas que uma mesma figura pode ter áreas diferentes se considerarmos unidades de medidas diferentes. Por esse motivo é necessária uma padronização nas unidades de medidas de área. Portanto, conhecemos a unidade de medida padrão de área: o metro quadrado.

a) O que seria um metro quadrado?

b) Sabemos que o metro quadrado possui seus múltiplos e submúltiplos. O centímetro quadrado é um deles. O que significa dizer que uma folha de papel possui  $240 \text{ cm}^2$ ?

8. Descobrimos também em sala como calculamos a área de regiões retangulares, entendendo o porquê da fórmula já conhecida. E essa fórmula é: \_\_\_\_\_.

9. Determine a área das seguintes regiões retangulares:



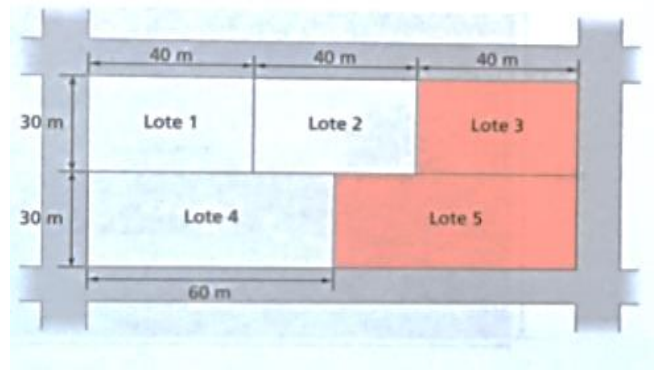


10. Determine a área de uma região retangular cujas dimensões são 2cm e 4cm.

11. Determine a área de um terreno quadrado de lados medindo 40m.

12. (ANGLO) Para vender um terreno que ocupava todo o quarteirão, o senhor Sérgio decidiu dividi-lo em cinco lotes retangulares, cujas dimensões são dadas na figura.

a) Calcule a área de cada um dos lotes.



b) Uma pessoa pretende adquirir os lotes 3 e 5. Nesse caso, qual é a área do terreno que essa pessoa irá adquirir?

13. (ANGLO) Em um terreno retangular, cujos lados medem 40m e 25m, será construído um canteiro com a forma de um quadrado com 10m de lado, como mostra a figura.

a) Qual é a área total do terreno?

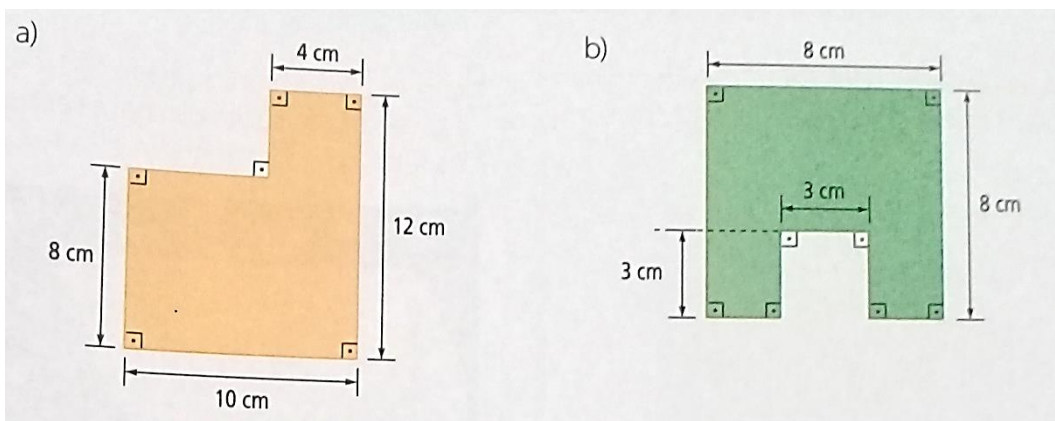
b) Calcule a área do canteiro a ser construído.



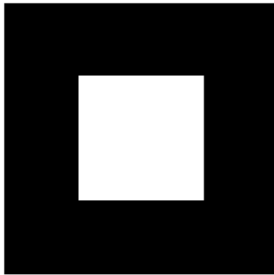
c) Que área do terreno ainda ficará disponível para outros fins após a construção do canteiro?

## DESAFIOS

DESAFIO 1: Determine a área das seguintes figuras registrando seu raciocínio.

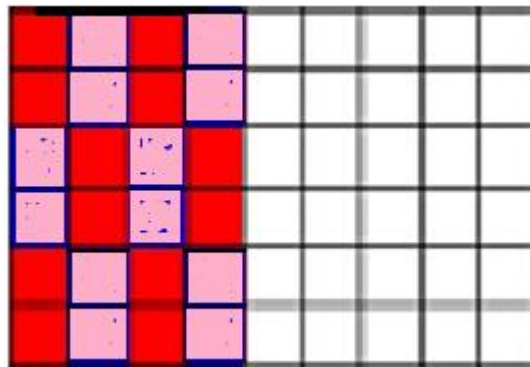


DESAFIO 2: Na figura, o quadrado maior possui lados medindo 5 cm e o quadrado menor possui lados medindo 3 cm. Qual é a área da região preta?



DESAFIO 3: A figura representa o chão de um salão de festas que será revestido com pisos rosas e vermelhos, seguindo um certo padrão. Parte dos pisos já foram colocados. Esses pisos têm a forma de um quadrado de lado medindo 20cm.

(Adaptação de questão encontrada no link: <https://brainly.com.br/tarefa/9484712>.)



- Qual é a área do chão em que já foi colocado o piso?
- No fim do trabalho, qual será a área total de pisos azuis? E de vermelhos?
- Sabendo-se que o preço de cada piso é R\$ 11,50, quanto será gasto para revestir todo o chão do salão com esses pisos?

## **APÊNDICE D**

### **Atividade 6: Descobrindo outras áreas (Parte 1)**

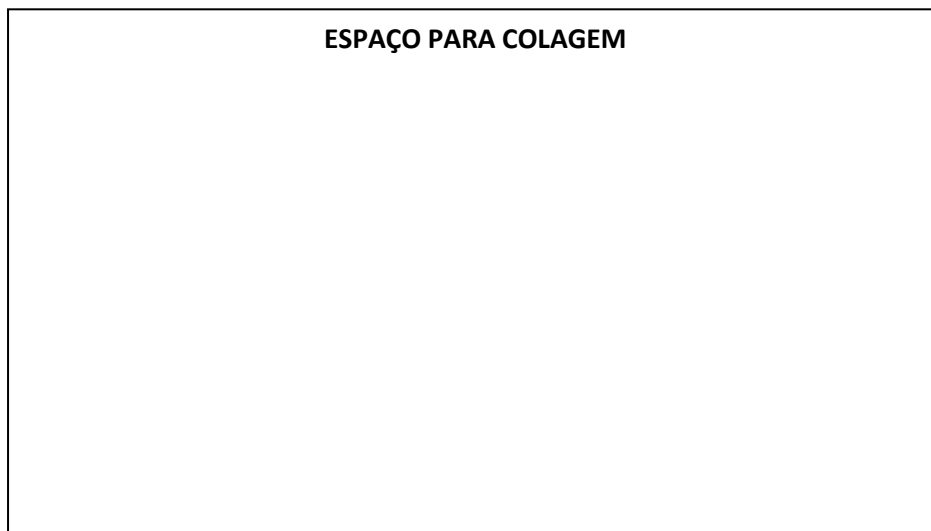


Escola \_\_\_\_\_  
Aluno(a) \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
Professora: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_



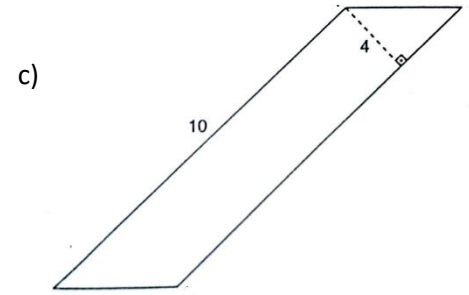
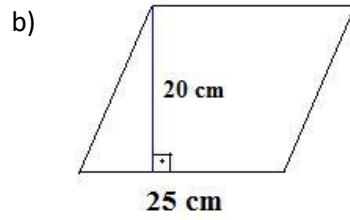
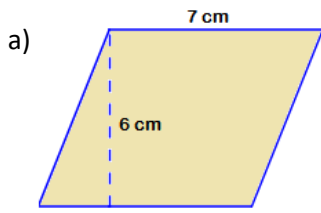
### OFICINA: “Descobrimo outras áreas”

1. (ANGLO-ADAPTADA) Você e sua dupla receberam dois pedaços de papel retangulares. Com base no retângulo 1, façam o que se pede:
  - a) Já vimos que a área é uma medida de superfície e vimos também como determinar a área de uma região retangular. Utilizando uma régua, determinem a área da superfície desse pedaço de papel, deixando registrado os cálculos.
  - b) Utilizando ainda o pedaço de papel, sigam os seguintes passos:
    - 1- Escolham um ponto qualquer da base desse retângulo.
    - 2- Com uma régua e um lápis, tracem um segmento de reta que ligue esse ponto à um dos vértices do lado oposto à base do retângulo.
    - 3- Passe a tesoura sobre esse segmento de reta, dividindo o retângulo em duas figuras.
    - 4- Cole as duas figuras obtidas no recorte anterior, de maneira a formar um paralelogramo que não seja retângulo.



- c) O que se pode dizer sobre o espaço ocupado no plano pelo retângulo original e o espaço ocupado pela nova figura formada?
- d) Com régua, informem a medida da base e da altura do paralelogramo formado.
- e) O que se pode notar em relação à medida da base e da altura relativa do retângulo e do paralelogramo?
- f) Com base nas respostas do item c e do item e, qual são as suas conclusões em relação ao cálculo da área de um paralelogramo qualquer?

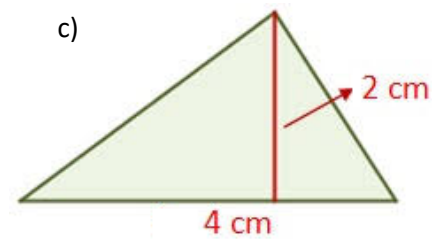
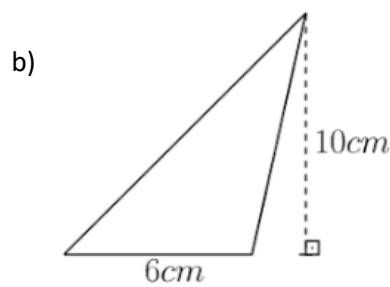
2. Determinem a área dos seguintes paralelogramos:



3. Agora, utilizando o retângulo 2 façam o que se pede:

- Utilizando régua e lápis, tracem uma diagonal desse retângulo. Passem a tesoura sobre essa diagonal, dividindo o retângulo em dois \_\_\_\_\_.
- Sobreponha essas figuras. O que se pode afirmar sobre o tamanho delas?
- Com base no item b, conclui-se que as áreas dessas duas figuras são \_\_\_\_\_.
- Pegue uma das figuras formadas. O que se pode dizer sobre a área dessa figura em relação à área do retângulo dado?
- Com base na resposta do item d, como se pode escrever uma fórmula para o cálculo das áreas de regiões triangulares?

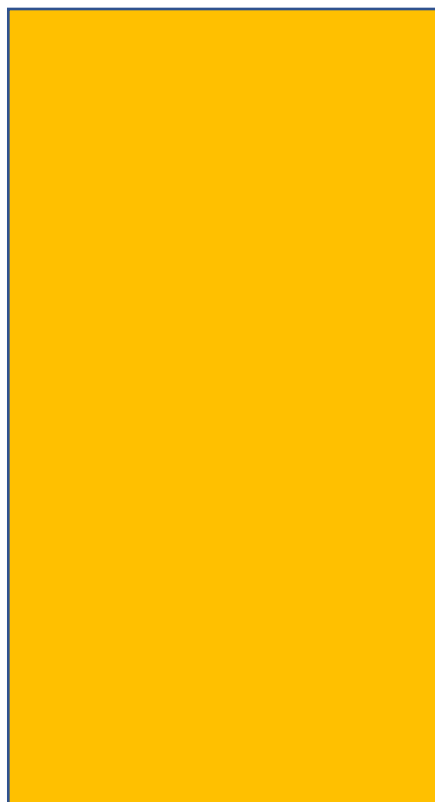
4. Determinem a área das seguintes figuras:



Retângulo 1



Retângulo 2

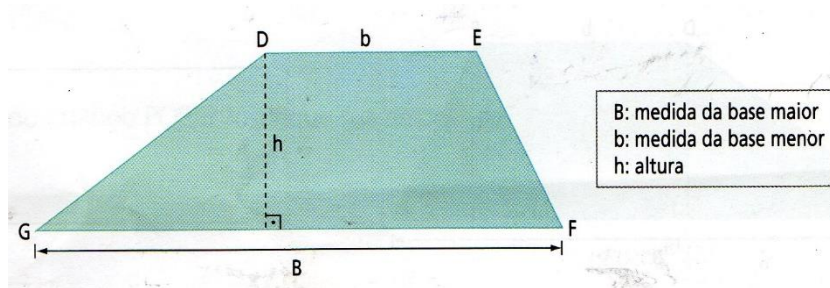


## **APÊNDICE E**

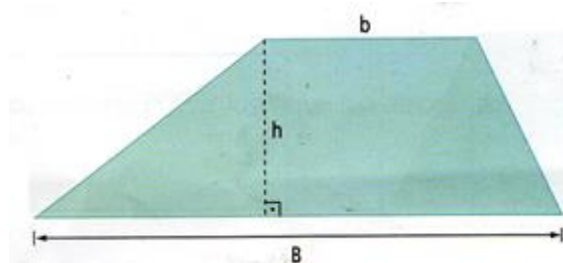
### **Atividade 7: Descobrindo outras áreas (Parte 2)**

**OFICINA: “Descobrimos outras áreas” PARTE 2**

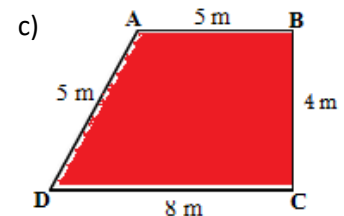
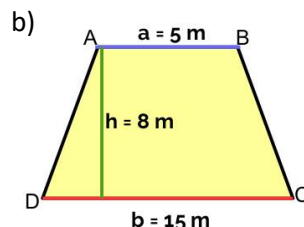
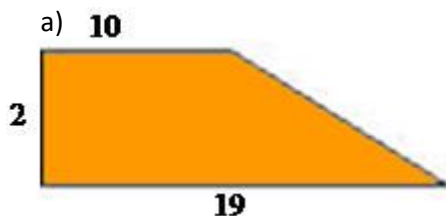
1. (ANGLO-ADAPTADA) Observem o seguinte trapézio:



- Traçando a diagonal DF, o dividimos em dois \_\_\_\_\_. Quais são eles?
- Que relação se pode observar entre a área do trapézio e a área dessas duas figuras formadas?
- Qual expressão representa a área do triângulo DFG?
- Qual expressão representa a área do triângulo DEF?
- Com base nos itens anteriores, obtenham uma expressão algébrica que permita calcular a área do trapézio DEFG.
- Concluindo, a expressão que permite calcular a área de um trapézio de base maior B, base menor b e altura h é: \_\_\_\_\_.

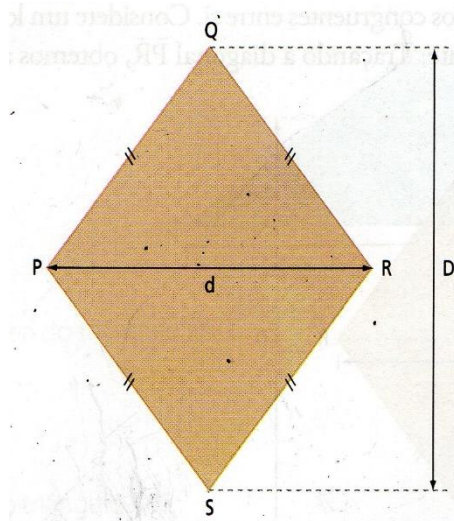


2. Determine a área das seguintes figuras:

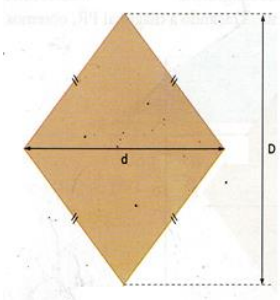




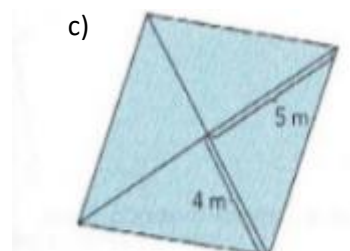
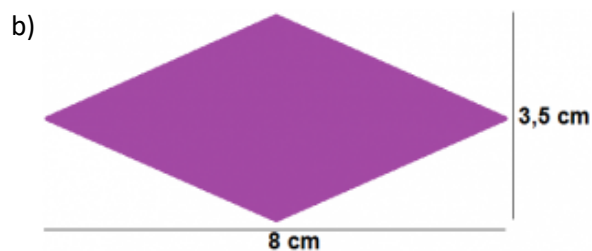
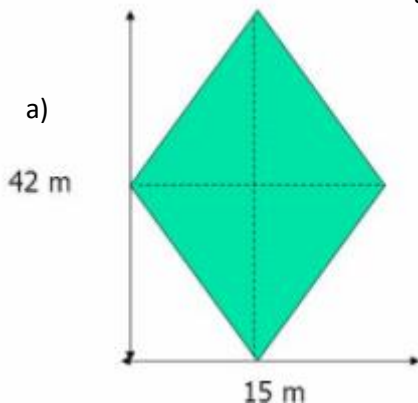
3. (ANGLO-ADAPTADA) Agora, observe o seguinte losango PQRS, onde D é a medida da diagonal maior e d é a medida da diagonal menor.



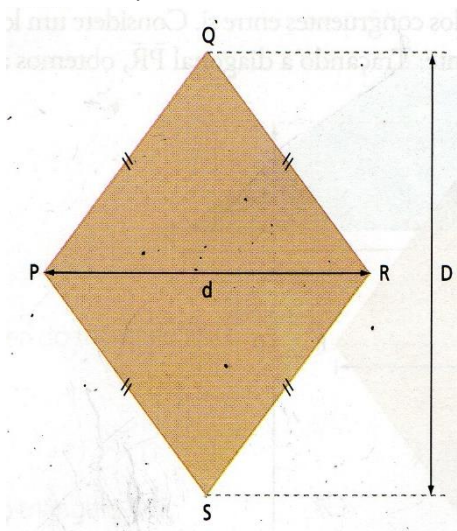
- a) Sua dupla recebeu um losango idêntico a esse. Trace a diagonal menor e recorte o losango, dividindo-os em dois triângulos. Sobrepondo esses dois triângulos, o que se pode afirmar sobre eles?
- b) Como se representaria a altura do triângulo PQR? E do triângulo PSR?
- c) Determinem a área do triângulo PQR.
- d) Qual seria então a área do losango PQRS?
- e) Escrevam abaixo a expressão que permite calcular a área de um losango cujas diagonais medem D e d.



4. Determinem as áreas das seguintes figuras:



Material para recorte

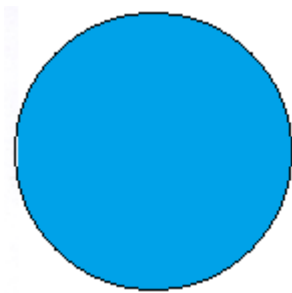


## **APÊNDICE F**

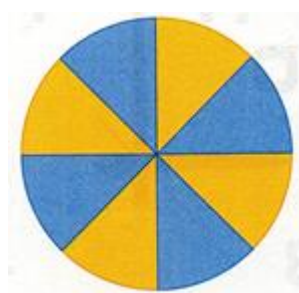
### **Atividade 8: Descobrindo outras áreas (Parte 3)**

### OFICINA: “Descobrimos outras áreas” PARTE 3

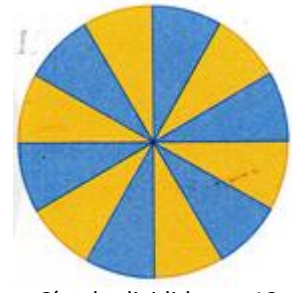
(ANGLO-ADAPTADA) Um círculo pode ser dividido em várias “fatias” iguais, isto é, em vários setores circulares congruentes. Observe:



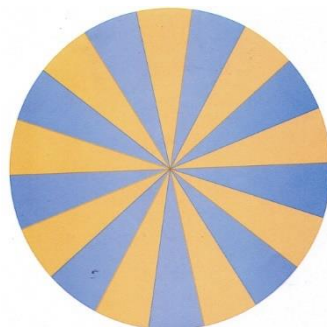
Círculo dividido em 4 setores congruentes.



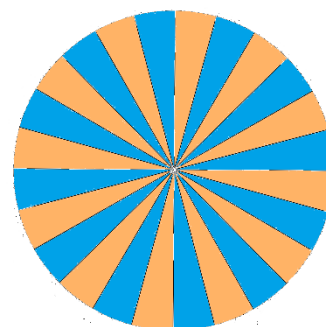
Círculo dividido em 8 setores congruentes.



Círculo dividido em 12 setores congruentes.

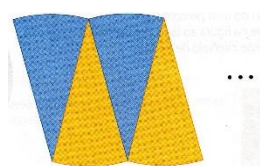


Círculo dividido em 18 setores congruentes.



Círculo dividido em 24 setores congruentes.

1. À medida em que o círculo é dividido em um número maior de setores congruentes, o que vocês podem observar em relação ao formato desses setores?
2. - Vocês receberam um mesmo círculo dividido em 8, 12, 18 e 24 setores congruentes.  
- Recorte os setores do círculo dividido em 8 setores congruentes. Em seguida cole, numa folha de papel, os setores circulares de acordo com o padrão indicado na figura abaixo.



- Faça o mesmo procedimento com os demais círculos.

a) O que vocês puderam observar sobre o formato das figuras formadas?

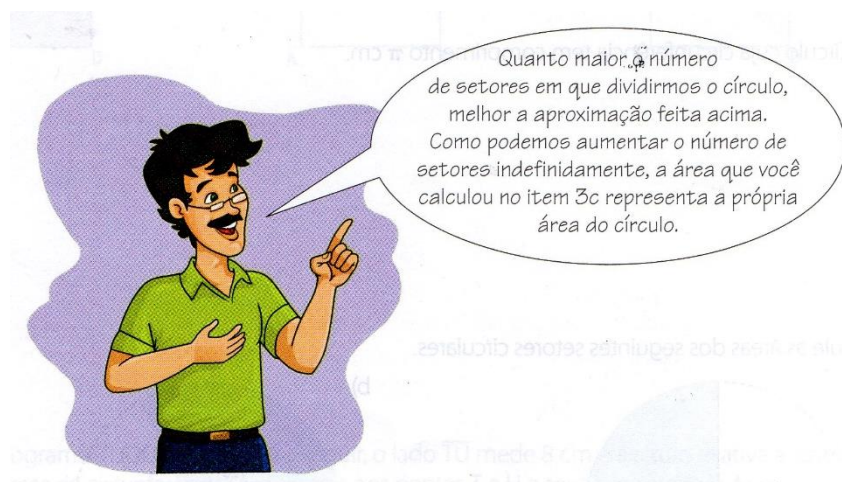
b) Como são calculadas as áreas dessas figuras?

3. Peguem agora a montagem realizada com o círculo dividido em 24 setores congruentes. Como vocês puderam notar, essa montagem se aproxima de um paralelogramo.

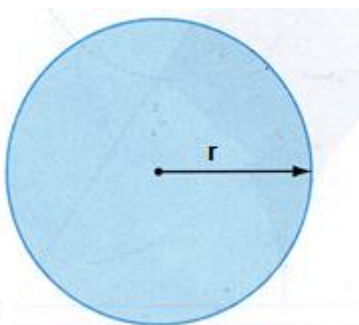
a) Sendo  $r$  a medida do raio do círculo, como vocês poderiam indicar a medida da base desse paralelogramo?

b) E a medida da altura?

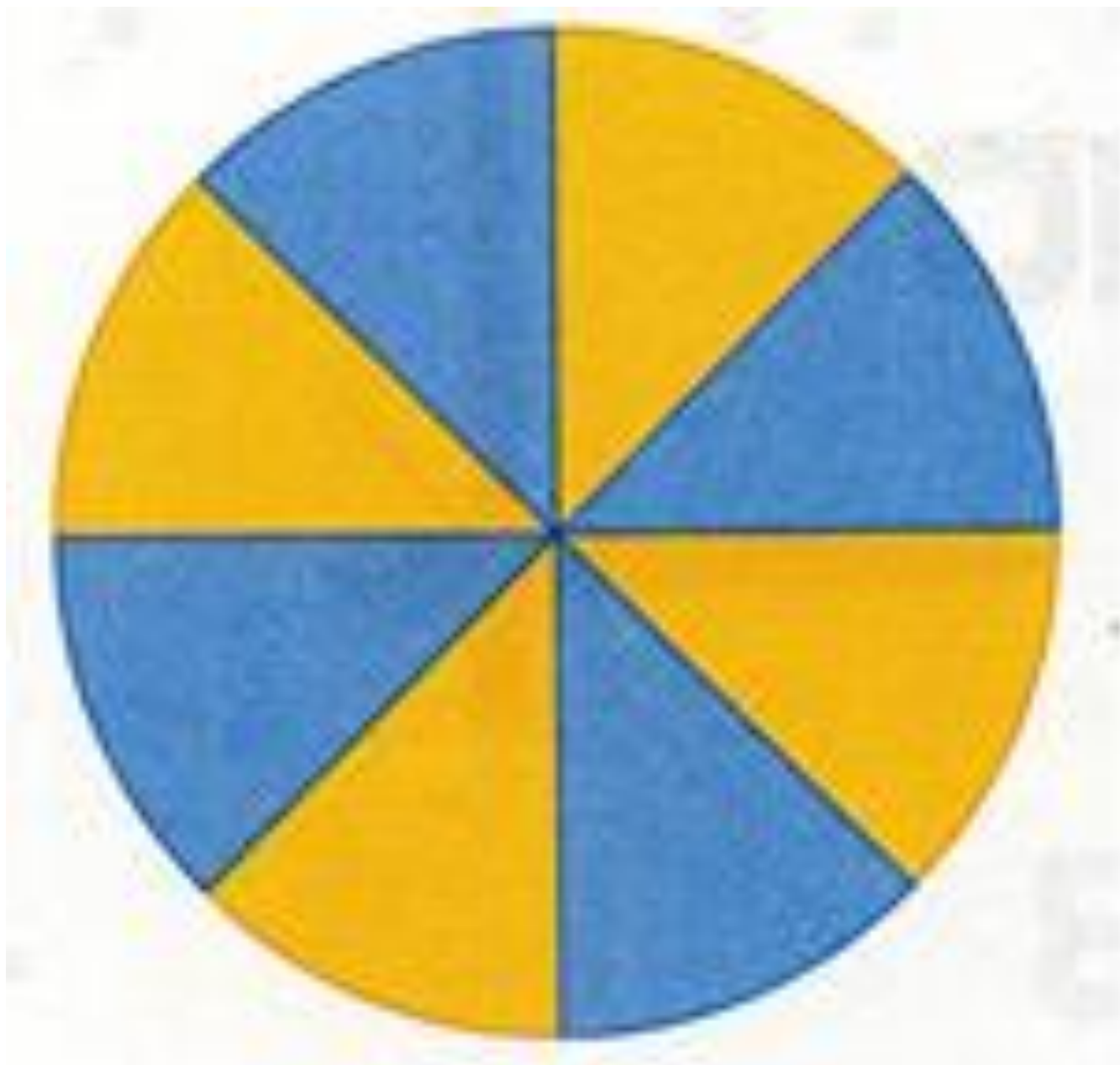
c) Calculem, em função de  $r$ , a área desse paralelogramo.



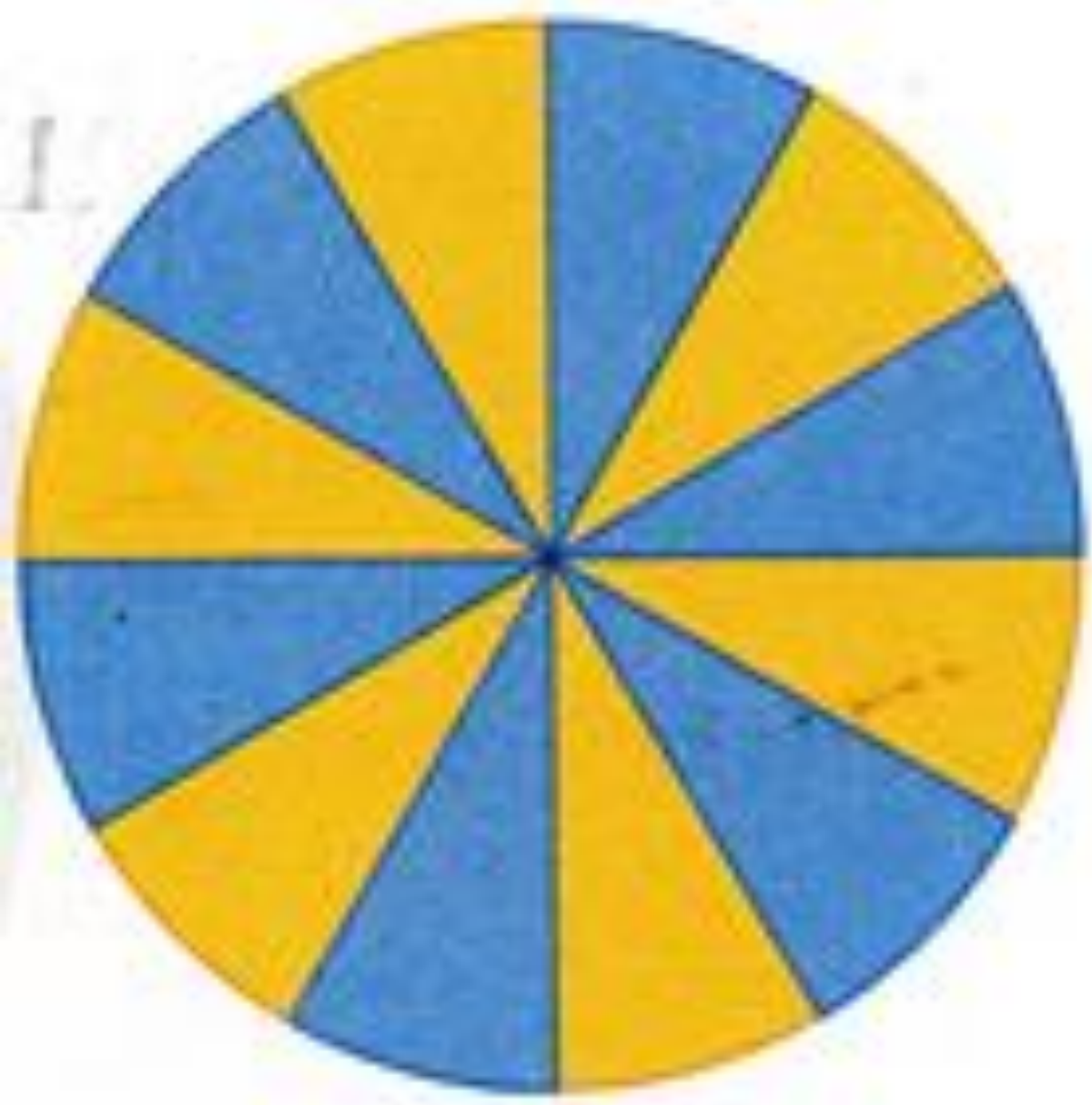
d) Considerando os cálculos e a explicação acima, escreva, no espaço a seguir, a área de um círculo de raio medindo  $r$ .

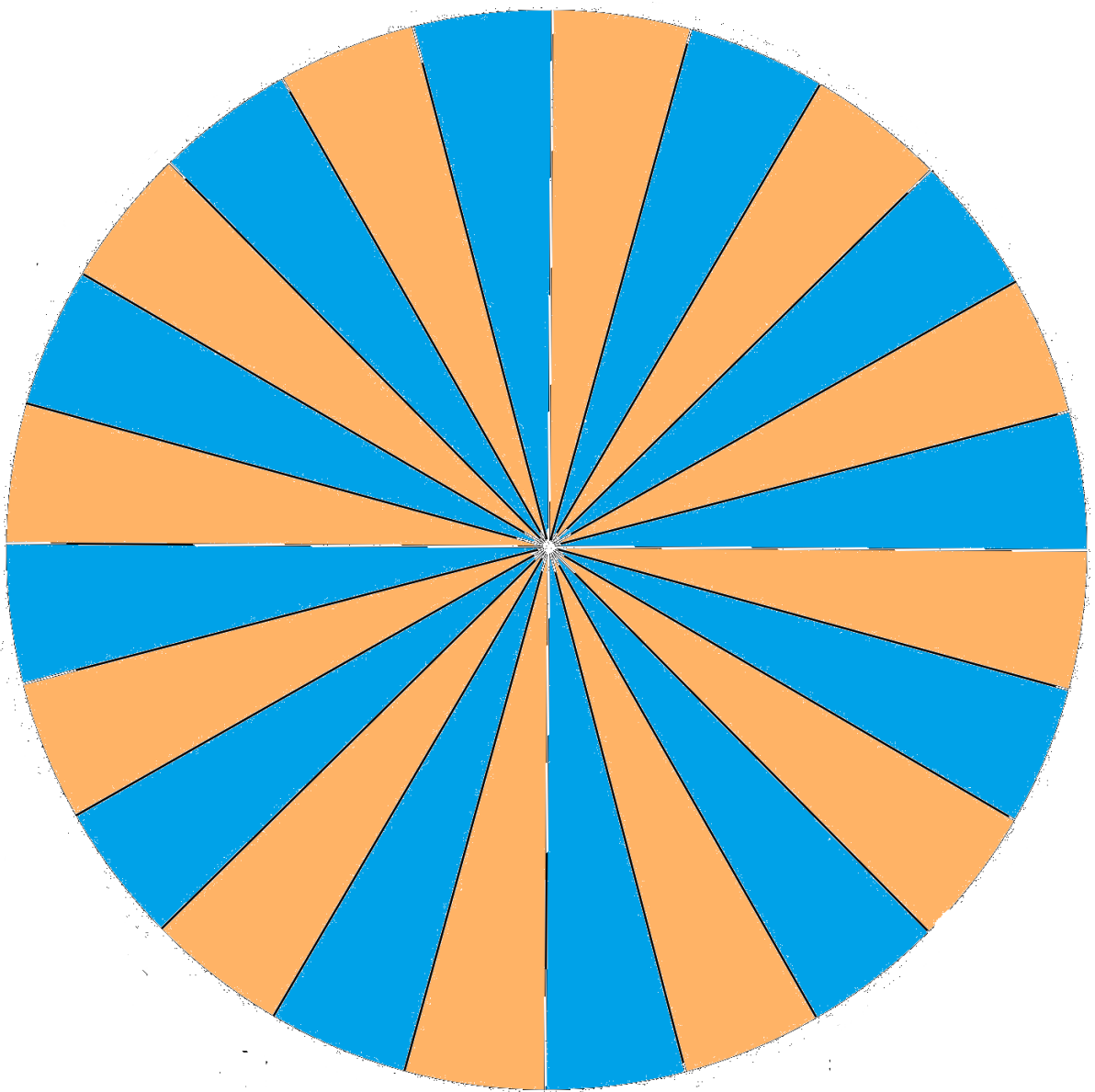


Material para recorte

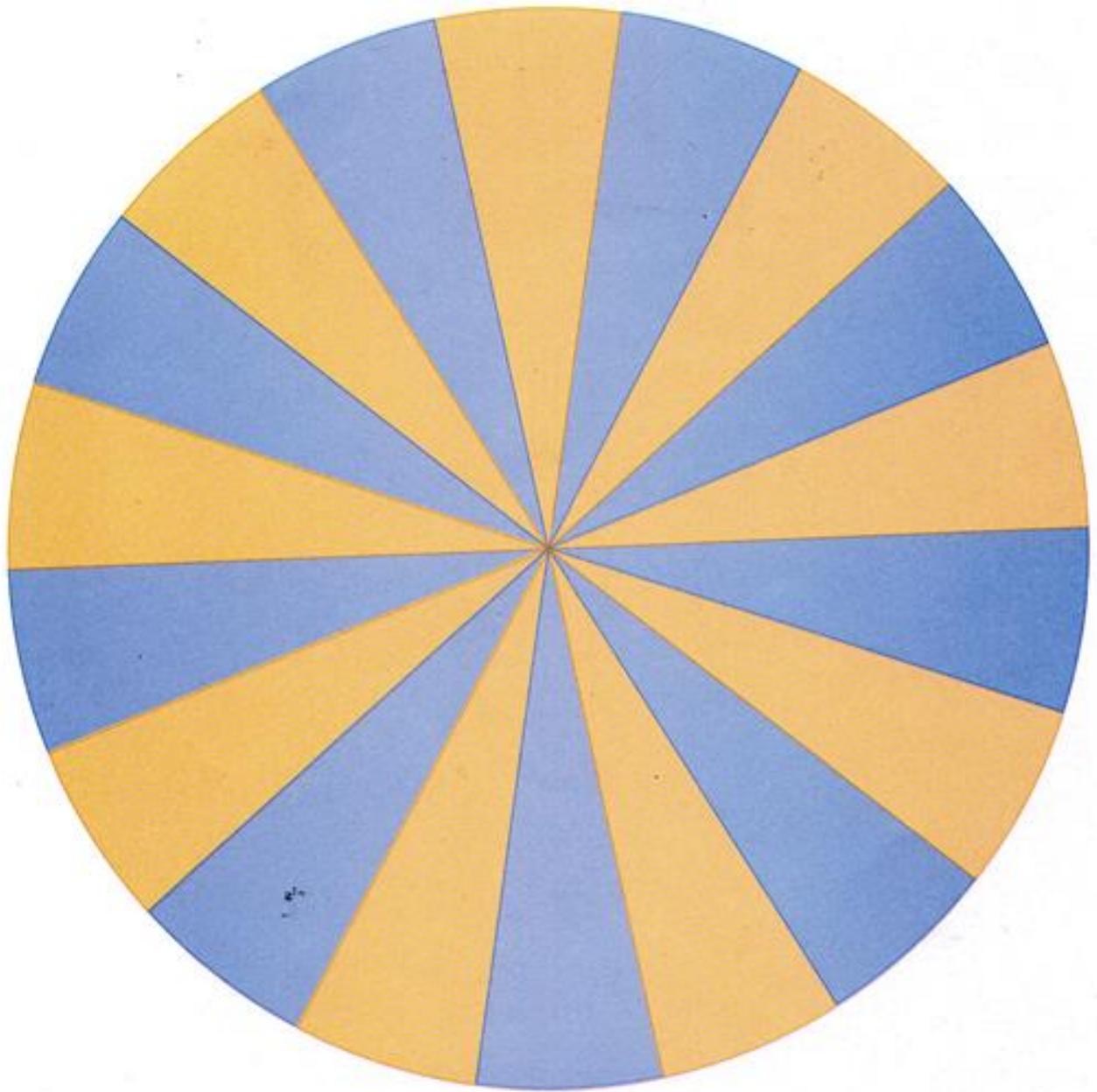


1





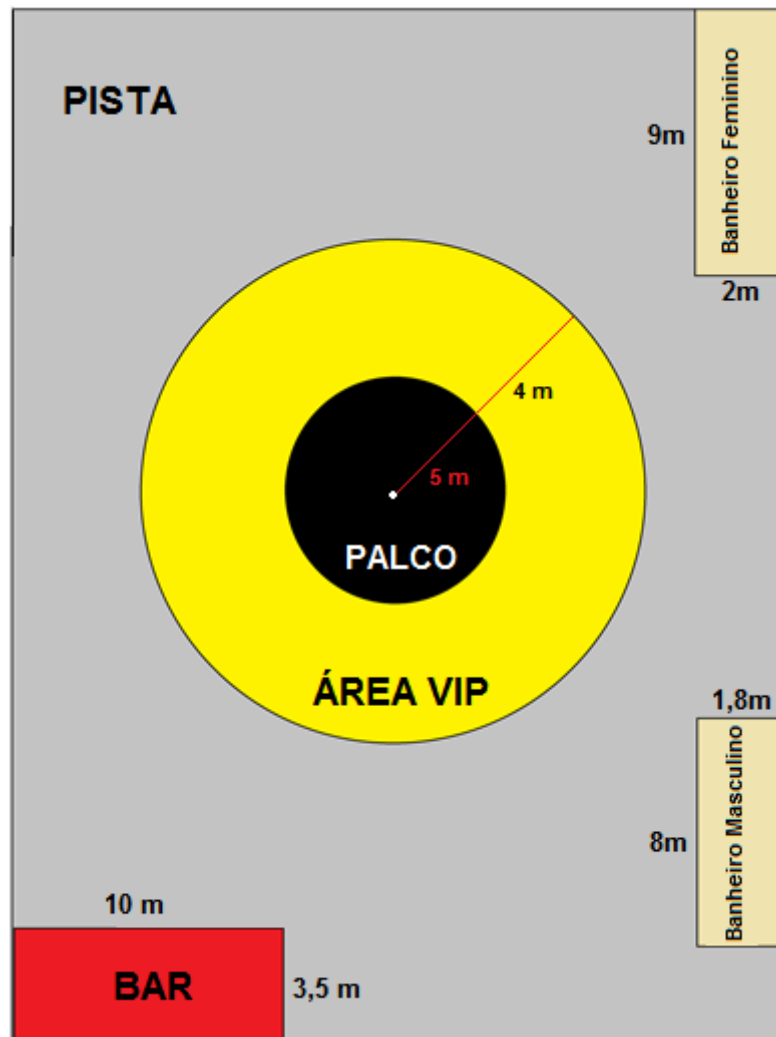




## **APÊNDICE G**

### **Atividade 9: Tá tudo dominado!**

1. A figura a seguir representa o interior de uma casa de shows, cujas dimensões são 34m x 26m.



Será realizado um baile à fantasia nessa casa de shows. Os preços dos ingressos estão na tabela abaixo.

FANTASY NIGHT	
PISTA	- 30 reais
ÁREA VIP	- 80 reais

Vocês já verificaram em sala de aula que, em um metro quadrado cabem aproximadamente \_\_\_\_\_ pessoas.

- a) Qual o valor máximo a ser arrecadado com a venda de ingressos nesse baile à fantasia, sabendo que 20 desses ingressos foram de cortesia para a área vip e 30 foram de cortesia para a pista?

Obs: Pessoas que entram com ingresso de cortesia, não pagam.

- b) A segurança nesses lugares é algo essencial. Nesta casa de show, ficam sempre dois seguranças na entrada, 2 na área vip e 1 segurança a cada 50m<sup>2</sup> de pista. Quantos seguranças trabalham nessa casa de shows?

2. Agora vamos fazer um experimento na sua escola?

a) Quantas pessoas o pátio da escola de vocês suporta?

b) E a quadra? Lembrem-se que nas arquibancadas as pessoas se dispõem uma ao lado da outra.

## **APÊNDICE H**

### **Atividade 10: Pintando o sete!**

1. (ANGLO-ADAPTADA) Carlos precisa pintar os dois lados de 4 muros retangulares idênticos, cada um deles com 8 metros de comprimento por 3 metros de altura. Ele sabe que, com uma lata de tinta, pode-se pintar 30m<sup>2</sup> de superfície.

a) Qual a área a ser pintada de cada muro?

b) Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar os quatro muros?

c) Após a pintura dos muros ainda sobrar um pouco de tinta? Justifique sua resposta.



2. Suponham que a parte interna da sala de vocês(as quatro paredes e o teto) será pintada de branco e as opções de tinta são as seguintes:

### MARCA 1

### MARCA 2



**INFORMAÇÕES:**

Capacidade: 3,6 litros

Quantidade de Demão: 2 a 3 demãos

Rendimento: Aproximadamente 5,7m<sup>2</sup>/l

Valor: R\$114,99

**INFORMAÇÕES:**

Capacidade: 18 litros

Quantidade de Demão: 2 a 3 demãos

Rendimento: Aproximadamente 5,7m<sup>2</sup>/l

Valor: R\$349,90

**INFORMAÇÕES:**

Capacidade: 3,2 litros

Quantidade de Demão: 2 demãos

Rendimento: Aproximadamente 4m<sup>2</sup>/l

Valor: R\$ 85,45

**INFORMAÇÕES:**

Capacidade: 18 litros

Quantidade de Demão: 2 demãos

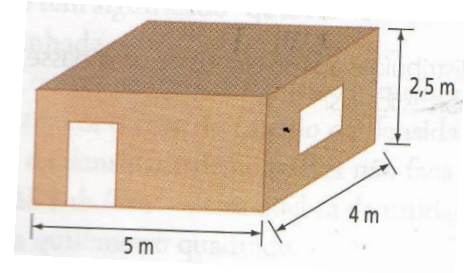
Rendimento: Aproximadamente 4m<sup>2</sup>/l

Valor: R\$349,90

a) Com o auxílio de uma trena, meçam com seus colegas as dimensões do teto e das paredes que serão pintadas. Façam um desenho abaixo para representando cada uma dessas regiões. Lembre-se que objetos como a porta, as janelas, o mural, entre outros, não serão pintados.

b) Para qual opção de tinta o gasto nessa pintura será menor? Deixem registrado seu raciocínio e seus cálculos.

3. (ANGLO-ADAPTADA) Uma sala com a forma de paralelepípedo deverá ser pintada. Ela tem 5m de comprimento, 4m de largura e 2,5m de altura, como mostra o esquema a seguir. Deverão ser pintadas apenas as quatro paredes e o teto. Uma das paredes tem uma porta retangular, de dimensões 2m por 0,8m e outra parede tem uma janela quadrada, cujos lados medem 1m. Calculem a área total a ser pintada.



# Anexos

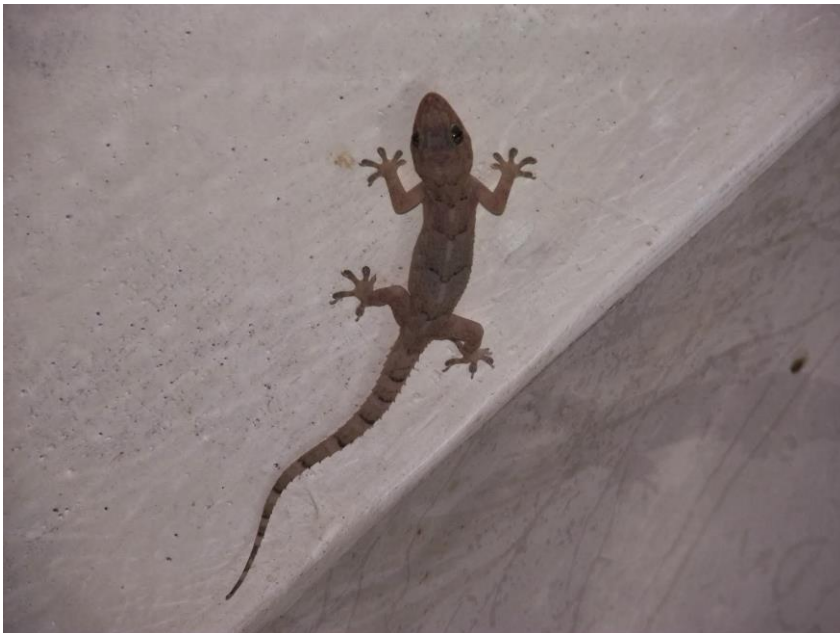


## **ANEXO A**

### **Imagens utilizadas na atividade 1**



Fonte: <https://img.ibxk.com.br/materias/4484/15631.jpg?w=700>



Fonte: [http://2.bp.blogspot.com/-obXJ7m2NntI/UxeiwP\\_IaI/AAAAAAAAAAE/1E\\_5nO1Zauw/s1600/Lagartixa+1.JPG](http://2.bp.blogspot.com/-obXJ7m2NntI/UxeiwP_IaI/AAAAAAAAAAE/1E_5nO1Zauw/s1600/Lagartixa+1.JPG)

# mar

Grande extensão de água salgada; oceano: o mar ocupa uma grande parte da superfície da Terra. Uma parte limitada ou a água que compõe essa grande extensão: o mar Cáspio; banho de mar.

 Dicio.com.br

Fonte: <https://s.dicio.com.br/mar.png>



Fonte: <https://w3.ezcdn.com.br/sages/fotos/grande/13188fg2/kit-gillette-com-3-aparelhos-body-para-o-corpo-masculino-necessaire.jpg>



## PARA RECUPERAR UMA MESA DE MADEIRA TODA MANCHADA

Misture  $\frac{1}{2}$  copo de vinagre com  $\frac{1}{2}$  copo de azeite de oliva e passe na mesa.

Os riscos desaparecem e a superfície vai parecer nova.



via: [incrivel.club](http://incrivel.club) | imagem: [styldoma.ru](http://styldoma.ru)

[sossolteiros.com](http://sossolteiros.com)

Fonte: <https://assets.almanaquesos.com/wp-content/uploads/2016/08/RECUPERAR-MESA-MANCHADA-MADEIRA.jpg>

## **ANEXO B**

### **Autorização de uso de nome das marcas Coral e Suvinil(Atividade 10)**

---

De: [barbara\\_sota@hotmail.com](mailto:barbara_sota@hotmail.com) [mailto:[barbara\\_sota@hotmail.com](mailto:barbara_sota@hotmail.com)]

Enviada em: segunda-feira, 29 de janeiro de 2018 10:09

Para: Coral, Disk

Assunto: Outros

Bárbara Sóta Quintân

28400-000

022998449504

Bom dia. Sou professora de Matemática e estou terminando o meu mestrado na área. No meu trabalho de conclusão de curso, organizei uma atividade para meus alunos utilizando as informações encontradas no site (preço, quantas demãos são necessárias, quantos metros quadrados dão pra pintar por litro, entre outros). É apenas um problema matemático, mas para usar o nome da marca de vocês, gostaria da autorização. Gostaria de saber se assim posso prosseguir, utilizando o nome da coral e as informações encontradas, pois acredito que quando usamos algo do cotidiano, os alunos se mostram mais interessados.

---

This email has been scanned by AkzoNobel for Viruses and Spam.  
For more information please contact your local IT Service Desk.

---



Coral, Disk <[disk.coral@akzonobel.com](mailto:disk.coral@akzonobel.com)>

Thu 2/15/2018, 10:09 AM

You ▾

Barbara, bom dia.

Agradecemos pela visita em nosso website e sua solicitação.

Neste caso, por serem informações de domínio público (abertamente divulgadas via site), *não entendemos necessária a autorização para prosseguir.*

Para mais informações, estamos a disposição através do 0800 011 7711 (opção 1).

Grata;

**Deysi Bitencourt**

SACC – Tintas Decorativas Brasil

T 08000 11 77 11

F 11 4543-5940

Akzo Nobel Ltda.

Av. Papa João XXIII, 2100

Sertãozinho

Mauá – SP - Brasil

CEP 09370-901

[www.akzonobel.com](http://www.akzonobel.com)

Follow AkzoNobel online at [www.akzonobel.com/followus](http://www.akzonobel.com/followus)

---

**Assunto**

**Solicitação de uso da marca**

Cliente By E-mail de CSS (Bárbara Sóta Quintãn) (29/01/2018 22:47)

Desde já, muito obrigada!

Resposta By E-mail (Fernanda) (29/01/2018 14:55)

Olá Bárbara, boa tarde!

Agradecemos a preferência e confiança em nossa marca. Você pode fazer referências ao site Suvinil, sim. Lá temos diversas ferramentas que ajudam as pessoas a se inspirar com nossas mais de 1.500 cores e escolher o produto ideal para cada situação de pintura. Nosso site é [www.suvinil.com.br](http://www.suvinil.com.br) e você pode usá-lo como hyperlink no seu texto.

Em relação ao uso da marca, você poderá usar com fins acadêmicos, apenas para ilustrar problemas matemáticos aos alunos.

Ficamos à inteira disposição.

Suvinil Basf S.A.  
Relacionamento Consumidor Suvinil

Resposta By E-mail (Fernanda) (29/01/2018 12:29)

Olá Bárbara, boa tarde!

Sua solicitação foi direcionada para a área responsável, em breve você receberá o retorno em seu e-mail.

Ficamos à inteira disposição.

Atenciosamente

Suvinil Basf S.A.  
Relacionamento Consumidor Suvinil

Resposta Automática By (Administrador) (29/01/2018 10:25)

A resposta seguinte talvez possa ajudá-lo imediatamente. (Respostas abertas em uma janela separada).

Link de Resposta: [Como posso corrigir problemas de eflorescência?](#)

Link de Resposta: [Quais ferramentas \(pincel, trincha, rolo, pistola\) devo utilizar na aplicação da tinta?](#)

Link de Resposta: [Como posso corrigir problemas de desagregamento?](#)

Link de Resposta: [Como devo pintar madeira?](#)

Link de Resposta: [Como posso solicitar um patrocínio?](#)

Cliente By Web CSS (Bárbara Sóta Quintãn) (29/01/2018 10:25)

Bom dia. Sou professora de Matemática e estou terminando o meu mestrado na área. Observando o site de vocês, vi que em cada tinta, existe a indicação de quantos metros quadrados dão para ser pintados por litro, quantas demãos são necessárias, preço etc. Na organização de meu trabalho final do mestrado, com o objetivo de contribuir para o ensino e aprendizado em matemática, pensei em elaborar um problema com esses dados, pois quando pegamos assuntos "reais" e presentes no cotidiano do aluno, eles se mostram mais interessados. Gostaria de pedir a autorização para utilizar o nome da marca e os dados das tintas no meu trabalho. Lembrando que é apenas um problema matemático, sem intenção nenhuma de fazer críticas ou propaganda.

Desde já, obrigada.