Universidade Federal de São João del Rei - UFSJ
Departamento de Matemática e Estatística
Câmpus São João del Rei

A utilização do software Geogebra no ensino de Geometria: uma experiência em uma turma do 3º ano do Ensino Médio

Ana Paula Silva

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Federal de São João del Rei - UFSJ , Campus São João del Rei.

Orientadora
Profa. Dra. Andréia Malacarne

2019

Silva, Ana Paula
A utilização do software Geogebra no ensino de Geometria: uma experiência em uma turma do 3º ano do Ensino Médio/ Ana Paula Silva- São João del Rei: [s.n.], 2019.
82 f.: fig., tab.

Orientadora: Andréia Malacarne

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de São João del Rei - UFSJ , Departamento de Matemática e Estatística.

1. Educação Matemática. 2. GeoGebra. 3. Geometria. 4. Tecnologias. I. Título

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca do DEMAT
UFSJ - Câmpus de São João del Rei

TERMO DE APROVAÇÃO

Ana Paula Silva

A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA EM UMA TURMA DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Federal de São João del Rei - UFSJ , pela seguinte banca examinadora:

Profa. Dra. Andréia Malacarne
Orientadora

Profa. Dra. Andrea Cristiane dos Santos Delfino
Departamento Matemática e Estatística - UFSJ

Profa. Dra. Andreza Cristina Beezão Moreira
Departamento de Ciências Exatas - UFLA

São João del Rei, 25 de março de 2019

Aos meus pais,
filho,
esposo e
irmã.

Agradecimentos

A Deus, primeiramente, pelo dom da vida e por Sua presença tão marcante em todos os meus passos.

Aos meus pais, Moisés e Bibiana, por todo o incentivo em todos os meus sonhos, pelo apoio incondicional dedicado não só durante todo o período do mestrado, mas em toda minha vida, pelo carinho e presença tão marcantes.

Ao meu filho, Felipe Gabriel, pelo sorriso encantador que me encoraja a cada manhã.

Ao meu esposo, Marlon, pela parceria de sempre e estímulo diário.

À minha irmã, Valéria, por todo o estímulo e companheirismo.

À minha orientadora, Andréia Malacarne, por toda a ajuda para que esse trabalho fosse realizado.

Aos professores do PROFMAT da UFSJ, pelos ensinamentos.

Aos colegas do PROFMAT da UFSJ, por todo o companheirismo.

"A Matemática apresenta invenções tão sutis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos como também para auxiliar as artes e poupar trabalho aos homens."

Descartes

Resumo

Diante das dificuldades apresentadas na maior parte do ensino público brasileiro e do grande avanço e disponibilização da tecnologia, o objetivo desse trabalho é apresentar resultados de uma pesquisa realizada com alunos do 3º ano do Ensino Médio sobre o uso do *software* GeoGebra para estudo de Geometria. Para a realização da pesquisa, foram propostas atividades a serem desenvolvidas com a utilização do GeoGebra sobre os conteúdos de distância entre dois pontos, ponto médio entre dois pontos ou de um segmento e posição relativa entre duas retas. Questionários foram aplicados aos alunos e aos professores da escola com o objetivo de obter relatos de experiências e opiniões acerca da utilização de tecnologias na aula de Matemática. Os resultados mostram que, professores e alunos, sugerem que a utilização do *software* pode muito contribuir para o ensino e aprendizagem de Geometria.

Palavras-chave: Educação Matemática, GeoGebra, Geometria, Tecnologias.

Abstract

In view of the difficulties presented in most Brazilian public education and the great advance and availability of technology, the objective of this work is to present results of a research carried out with students in the last year of High School on the use of GeoGebra software for Geometry study. For the accomplishment of the research, were proposed activities to be developed with the use of GeoGebra on the contents of distance between two points, average point between two points or a segment and relative position between two lines. Questionnaires were applied to the students and teachers of the school in order to obtain reports of experiences and opinions about the use of technologies in the Mathematics class. The results show that teachers and students suggest that the use of such software can greatly contribute to the teaching and learning of Geometry.

Keywords: GeoGebra, Geometry, Mathematics Education, Technology.

Lista de Figuras

Sumário

1 Introdução

Muito se tem falado a respeito da situação atual da educação pública brasileira. Índices, pesquisas e estudos mostram que o nível de aprendizado dos alunos na maioria das escolas públicas tem ficado baixo. Temos, como exemplo, os dados disponíveis no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), que mostram que apenas três estados alcançaram a meta estipulada para a rede estadual de ensino para o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), que é um índice obtido a partir do fluxo escolar e do resultado dos alunos na avaliação do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

Diante disso, aparecem vários questionamentos acerca da eficácia do ensino público. Muitas vezes culpam a escola e professores pelos resultados. Mas, ao observarmos com cuidado o que tem acontecido ao ensino público, percebemos que o mesmo tem enfrentado alguns desafios, como por exemplo: a estagnação do sistema de ensino, a desvalorização do professor, as estruturas muitas vezes precárias, dentre outros, que são entendidos como motivos para essa possível ineficácia.

Ao fazer uma observação apenas sobre o ensino de Matemática, este é apontado muitas vezes como o mais difícil, o que cria certo preconceito e torna o insucesso ainda maior. Além dos desafios apontados para o ensino público em geral, acredita-se que talvez o ensino da Matemática tenha ainda mais desafios. Comumente é encontrada uma resistência dos alunos quanto a essa área, assim faz-se necessária a busca de novos meios a fim de contribuir para a facilitação do ensino e aprendizagem nas escolas.

Ao mesmo tempo, as tecnologias avançam rapidamente. São novidades e mais novidades no meio do entretenimento. Cada dia é mais comum o uso de computadores, *tablets*, *smartphones*. Sendo esses dispositivos de bastante interesse de crianças, adolescentes e jovens, surge o questionamento: por que não inserí-los no ambiente escolar de forma a contribuir para com o ensino e aprendizagem? Mas qual seria a forma de realizar essa inserção? É só deixar o aluno usar o celular? É só colocá-los em frente a um computador? São, portanto, necessárias pesquisas e estudos de meios para que essa inserção aconteça. Como há um vasto número de Tecnologias da Informação e da Comunicação, ou TIC's, que podem de alguma maneira nos ajudar na sala de aula, é preciso identificar aquela que mais poderá contribuir. Em seguida, de que maneira ela pode fazer isso.

Para o ensino de Geometria, uma dessas tecnologias se destaca: o *software* GeoGebra. Trata-se de um *software* de Geometria dinâmica, gratuito e de fácil acesso. Podemos utilizá-lo como *software* no computador, em aplicativo de *smartphone* e também na plataforma online do próprio site do GeoGebra. Considera-se que seu uso pode trazer benefícios para o ensino de Geometria devido à interação da parte algébrica com a geométrica, o que muitas vezes facilita a visualização de propriedades.

Nesse sentido, o objetivo dessa pesquisa é mostrar que o uso do GeoGebra pode contribuir para um melhor processo de ensino e aprendizagem das posições relativas entre retas, conteúdo previsto para o 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Minas Gerais, à qual foi proposta a realização de atividades com o uso deste *software*. Para o desenvolvimento da pesquisa com os alunos, inicialmente foram apresentados o *software* e suas funções básicas. Em seguida, foram propostas atividades sobre cálculo da distância entre dois pontos, determinação do ponto médio de um segmento ou entre dois pontos e, por fim, posição relativa entre retas, todas para serem executadas com o uso do GeoGebra. Paralelamente à pesquisa com os alunos, os professores de Matemática da escola foram convidados a responderem a um questionário sobre a utilização das TIC's na aula de Matemática.

No Capítulo 2, intitulado Referencial teórico, será abordado um pouco da situação do ensino nas escolas públicas, destacando os desafios encontrados atualmente no âmbito escolar. Seguidamente, será feita uma análise do cenário escolar mais restrito ao ensino de Matemática e quais as dificuldades e adversidades encontradas pelos professores. Ainda no Capítulo 2, falaremos sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) na aula de Matemática, considerado por muitos um possível contribuinte para uma melhoria do ensino e aprendizagem na área da Matemática. Como há um vasto campo de TIC's, será ressaltado o uso do GeoGebra. Faremos uma apresentação do *software* e exibiremos suas funções básicas. Após, serão apresentados alguns conceitos de Geometria Analítica que serão necessários para a realização das atividades, como ponto médio entre dois pontos ou de um segmento, distância entre pontos e posição relativa entre retas. Ao fim do capítulo, faremos uma análise da situação do ensino de Geometria nas escolas e sobre como este tem sido desenvolvido.

No Capítulo 3, Metodologia, será feita a caracterização da pesquisa. Exporemos o campo de investigação a ser utilizado e a descrição dos sujeitos que executarão as atividades propostas.

No Capítulo 4, Resultados e discussão, inicialmente apresentaremos com detalhes os questionários aplicados aos alunos e aos professores, e as cinco atividades propostas para a turma. Posteriormente, descreveremos as observações feitas durante a execução das mesmas, tanto na parte comportamental dos alunos, quanto na parte dos resultados obtidos por eles. Além da análise das atividades propostas, será feita também a análise dos dois questionários aplicados aos discentes, um no momento anterior à realização das atividades e outro ao término das mesmas. E também do questionário aplicado aos professores.

Para finalizar, no Capítulo 5, Considerações finais, será feita uma avaliação dos resultados obtidos com a pesquisa após a aplicação das atividades e dos questionários propostos.

Essa pesquisa tem como objetivo comprovar os benefícios da utilização do *software* GeoGebra no ensino e aprendizagem de Geometria por meio de atividades propostas, da observação dos alunos durante a realização das mesmas, da avaliação dos alunos quanto ao uso do *software* e do questionário aplicado aos professores sobre a utilização das tecnologias em sala de aula. Objetiva-se, também, sugerir atividades para professores interessados em investigar mais o assunto.

2 Referencial teórico

2.1 O ensino nas escolas públicas

Para quem acompanha as escolas públicas há algum tempo, é muito claro como a relação escola, professor e aluno mudou. De um ambiente onde o professor era a autoridade na sala de aula, passou a um ambiente onde os alunos, em sua maioria, não têm muito interesse pelas aulas, nem respeito pelo professor e pelo meio em que estão inseridos.

Para alguns pesquisadores esta situação vem acontecendo devido à estagnação do sistema de ensino brasileiro, em que o método didático é o mesmo de muitos anos atrás: alunos enfileirados e professor como o dono do conhecimento. A respeito dessa estagnação, disse Rubem Alves (2008): "As rotinas e repetições têm um curioso efeito sobre o pensamento: o paralisam. A nossa estupidez e a nossa preguiça nos levam a acreditar que, aquilo que sempre foi feito de um jeito, deve ser o jeito certo a fazer."

Os motivos para as dificuldades do ensino e aprendizagem nas escolas públicas brasileiras vão muito além disso. A Constituição Federal Brasileira (1988) traz em alguns de seus artigos a necessidade de colaboração entre escola e família para o melhor desenvolvimento da educação:

> Art. 205. A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 2016, p. 123).
>
> [...]
>
> Art. 227. É dever da família, da sociedade e do Estado assegurar à criança, ao adolescente e ao jovem, com absoluta prioridade, o direito à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária, além de colocá-los a salvo de toda forma de negligência, discriminação, exploração, violência, crueldade e opressão (BRASIL, 2016, p. 132).
>
> [...]
>
> Art. 229. Os pais têm o dever de assistir, criar e educar os filhos menores, e os filhos maiores têm o dever de ajudar e amparar os pais na velhice, carência ou enfermidade (BRASIL, 2016, p. 133).

A elaboração do Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA) reforçou ainda mais essa necessidade de parceria entre escola e família:

> Art. 4º É dever da família, da comunidade, da sociedade em geral e do poder público assegurar, com absoluta prioridade, a efetivação dos direitos referentes à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao esporte, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária. (BRASIL, 2014, p. 11).
>
> [...]
>
> Art. 53. A criança e o adolescente têm direito à educação, visando ao pleno desenvolvimento de sua pessoa, preparo para o exercício da cidadania e qualificação para o trabalho [...] (BRASIL, 2014, p. 32).
>
> Parágrafo único. É direito dos pais ou responsáveis ter ciência do processo pedagógico, bem como participar da definição das propostas educacionais. (BRASIL, 2014, p. 33).
>
> [...]
>
> Art. 55. Os pais ou responsável têm a obrigação de matricular seus filhos ou pupilos na rede regular de ensino. (BRASIL, 2014, p. 33).
>
> [...]
>
> Art. 129. São medidas aplicáveis aos pais ou responsável:
> V - obrigação de matricular o filho ou pupilo e acompanhar sua frequência e aproveitamento escolar (BRASIL, 2014, p. 58).

Além de clara, é prevista em leis a necessidade da participação da família ou responsáveis no desenvolvimento escolar de seus filhos. Participação ativa, de maneira que estejam sempre cientes da situação escolar, participando de reuniões quando convocados e dispostos a realizar ações para com seus filhos para um melhor desenvolvimento do ensino e aprendizagem. Porém, o que vemos muitas vezes nas escolas são pais que deixam a educação de seus filhos somente a cargo da escola. A maioria deles não participa de reuniões e muitas vezes não acompanha notas e o comportamento de seus filhos. Alguns sequer vão à escola quando são chamados. Para Casarin e Ramos (2007):

> Os pais mostram um distanciamento na vida dos filhos no que diz respeito à escola. Para muitos, não participar é mais interessante, uma vez que têm outras atividades que não podem deixar de assumir. (CASARIN; RAMOS, 2007, p.189)

Pezzini e Szymanski destacam que:

> Dentre todas as dificuldades pelas quais passa a educação no Brasil, destaca-se, atualmente, um grande desinteresse por parte de muitos alunos, por qualquer atividade escolar. Frequentam as aulas por obrigação, sem, contudo, participar das atividades básicas. Ficam apáticos diante de qualquer iniciativa dos professores, que se confessam frustrados por não conseguirem atingir totalmente seus objetivos.(PEZZINI; SZYMANSKI, 2008, p.1)

Estruturas precárias também são um agravante para a situação. Escolas que não recebem reformas há anos, falta de carteiras para os alunos, controle do número de cópia das atividades com limite muito baixo, laboratórios de informática que, quando presentes na escola, não possuem quantidade suficiente de computadores para uma aula com a participação de toda uma turma e falta de materiais didáticos, em geral. Uma pesquisa feita pelo Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br) revela que 81% das escolas públicas possuem laboratório de informática, porém apenas 14% tem entre 16 e 20 computadores funcionando, o que seria um bom número para trabalhar com turmas entre 30 e 40 alunos. A maioria, cerca de 55%, possui menos que 15 computadores em funcionamento (disponível em https://cetic.br/pesquisa/educacao/indicadores).

Um dos indicadores educacionais do Inep é o número médio de alunos por turma. No ano de 2017, o Ensino Médio teve uma média de 30,4 alunos por turma, chegando ao número de 32 no 1° ano do Ensino Médio (dados disponíveis em http://portal.inep.gov.br/web/guest/ind icadores-educacionais). Para Duso e Sudbrack (2009), o atendimento individualizado, a interação entre professor e alunos, a aprendizagem e a avaliação ficam prejudicados quando a turma possui um número elevado de alunos. Essa superlotação das salas de aula brasileiras também é um fator que prejudica o trabalho do professor. Facilmente encontramos salas com trinta e cinco, quarenta alunos, e isso impede que sejam realizadas aulas mais dinâmicas, onde a participação dos alunos seja mais eficaz e a aprendizagem se torne mais simples. Impedem, também, que o professor atenda aos alunos de forma individualizada, auxiliando cada um em suas dificuldades particulares. A Finlândia, país que tem a educação considerada a melhor do mundo, tem média de 18 alunos por turma, por exemplo.

Em síntese, os desafios escolares são muitos e cada vez mais presentes nas variadas escolas. Muitas vezes, fogem do ambiente escolar e estão presentes no âmbito familiar. Tudo isso tem contribuído cada vez mais para as dificuldades e a desmotivação dos alunos no processo de ensino e aprendizagem.

2.2 O ensino de Matemática

O conhecimento matemático amplia-se a partir do conhecimento anterior. Segundo D'Ambrósio (1986), "Tradicionalmente, o ensino de Matemática é feito pelo acúmulo de conteúdo." Podemos descrevê-lo como a construção de um edifício, o qual necessita de um alicerce muito bem construído e a partir dele, andar após andar, culminando num trabalho maravilhoso e seguro. Felicetti (2010) faz uma analogia dessa particularidade da Matemática com um trabalho artesanal, onde o princípio deve ser bem delineado, pois a beleza final depende dele, e ainda, com a teia de uma aranha que se amplia a partir da estrutura inicial. Porém, os alunos não estão acumulando esse conhecimento necessário para formar a base para os próximos conteúdos. Isso tem tornado muito complicado o ensino e aprendizagem dessa disciplina.

A dificuldade dos alunos com a aprendizagem de Matemática é ainda mais agravada pelo esteriótipo criado pela sociedade, em geral de que a Matemática é difícil e acessível somente para gênios. Tatto e Scapin (2003) relatam a influência dos pais, irmãos ou amigos mais velhos na aprendizagem de Matemática. Segundo eles, antes mesmo de entrar na escola a criança já ouve que Matemática é difícil e que não gostam dela, e isso vai ficar sempre na cabeça da criança. Assim, na primeira dificuldade encontrada na aprendizagem ela conclui que realmente é difícil e já desenvolve um sentimento de rejeição à disciplina.

Fato também relatado por Vitti (1999):

> É muito comum observarmos nos estudantes o desinteresse pela matemática, o medo da avaliação, pode ser contribuído, em alguns casos, por professores e pais para que esse preconceito se acentue. Os professores na maioria dos casos se preocupam muito mais em cumprir um determinado programa de ensino do que em levantar as ideias prévias dos alunos sobre um determinado assunto. Os pais revelam aos filhos a dificuldade que também tinham em aprender matemática, ou até mesmo escolheram uma área para sua formação profissional que não utilizasse matemática. (VITTI, 1999, p.32)

Braghirolli (1995) relaciona essa rejeição aos mecanismos de defesa, pois:

> ...o indivíduo frustrado pode reagir com inquietação, agressão, apatia, fantasia, estereotipia e regressão. Mas há outras formas de se tentar resolver os problemas ligados aos conflitos, frustrações e ansiedades. São os mecanismos de defesa. São assim chamados, porque visam proteger a auto-estima do indivíduo e eliminar o excesso de tensão e ansiedade. (...) A principal função dos mecanismos de defesa é ajudar-nos a manter a ansiedade e a tensão em níveis que não sejam tão dolorosos para nós. (..) Segundo Freud os mecanismos de defesa são inconscientes. (BRAGHIROLLI et al., 1995, p. 195).

Papert (1988) citou o medo da Matemática como um agente causador da dificuldade do processo de ensino e aprendizagem:

> A Matofobia, endêmica à cultura contemporânea, impede muitas pessoas de aprenderem qualquer coisa que reconheçam como Matemática, embora elas não tenham dificuldade com o conhecimento matemático quando não o percebem como tal. (PAPERT, 1988, p.21).

Os alunos acumulam defasagem e isso faz com que eles não consigam aprender o conteúdo. A partir daí, passam a ter cada vez mais medo da disciplina e acreditam na incapacidade de aprender.

A estagnação da metodologia do ensino de Matemática na sequência: copia - responde - copia - responde faz com que os alunos não se interessem pela disciplina, dificultando o trabalho do professor. Segundo Pavanelo (1994):

> A prática pedagógica presente nas aulas de Matemática reserva ao aluno um papel passivo: a ele cabe apenas ouvir e registrar o que o professor expõe; efetuar exercícios semelhantes ao resolvido na lousa pelo mestre; memorizar regras, das quais nem sempre entende o significado, para a resolução de questões que não despertam seu interesse e que, em geral, admitem uma única solução: responder corretamente questões propostas nas provas. (PAVANELO, 1994, p.7)

E ainda:

> Enquanto o trabalho com a Matemática continuar privilegiando o ensino de fórmulas e de técnicas que serão usados posteriormente para resolver os exercícios propostos, a escola não passará de uma instituição transmissora de informações. (STAREPRAVO, 2004 p.19)

Libâneo ressalta que

> É que o professor "passa" a matéria, os alunos escutam, respondem o "interrogatório" do professor para reproduzir o que está no livro didático, praticam o que foi transmitido em exercícios de classe ou tarefas de casa e decoram tudo para a prova. Esse tipo de ensino é o que se costuma chamar de ensino tradicional. (LIBÂNEO, 1994, p. 78).

O ensino de Matemática talvez seja um dos mais difíceis atualmente. Trata-se de uma área cumulativa de conhecimento. Como o aluno vai prosseguindo para as séries subsequentes sem ter o real domínio do conteúdo, este problema vira uma "bola de neve", com muitas vezes o aluno chegando ao Ensino Médio sem sequer saber as operações básicas. Fato, esse, comprovado pelo Ideb, criado em 2007, que reúne, em um só indicador, os resultados de dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: o fluxo escolar e as médias de desempenho nas avaliações. O Ideb é calculado de acordo com o censo escolar e com o resultado das avaliações do Saeb e da Prova Brasil. De acordo com os dados divulgados em 2016, o Brasil não atingiu a meta para o ano de 2015 nos anos finais do Ensino Fundamental nem no Ensino Médio. O resultado foi de 4,2 contra uma meta de 4,5 nos anos finais do Ensino Fundamental e de 3,5 contra uma meta de 4,0 no Ensino Médio. Reflexo de toda a realidade da educação básica pública. (disponível em http://inep.gov.br/ideb)

Outro resultado para o ensino de Matemática nada bom para o Brasil é o do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, na sigla em inglês). No último resultado divulgado em dezembro de 2016, de 70 países para os quais a prova foi aplicada, o Brasil ficou em 65º lugar na disciplina, atrás de Colômbia, México e Uruguai, por exemplo. (disponível em http://inep.gov.br/web/g uest/acoes-internacionais/pisa/resultados)

O movimento Todos Pela Educação, fundado em 2006, é um movimento da sociedade civil brasileira que tem como missão contribuir para que até 2022, ano do bicentenário da Independência do Brasil, o país assegure a todas as crianças e jovens Educação Básica de qualidade. O movimento tem metas a serem cumpridas e divulga dados de acompanhamento dessas metas. Em 2015 foi apresentado um resultado que mostra mais uma vez a defasagem dos alunos em Matemática. Para o 5º ano do Ensino Fundamental, 42,9% dos alunos apresentaram nível de aprendizagem adequado, enquanto no 9º ano, 18,2% e no Ensino Médio apenas 7,3%. (disponível em https://www.todospelaeducacao.org.br/pag/cenarios-da-educacao)

A capacidade de memorização de crianças e jovens é amplamente desenvolvida, enquanto o raciocínio é descartado. Observando-os no dia-a-dia, percebemos que os mesmos sabem escalações de times de futebol, nomes de personagens de inúmeras séries de televisão, cantam músicas das mais variadas letras e ritmos, tudo de forma muito mecânica. Ouvem e reproduzem sem entenderem o que estão dizendo, sem ter um pensamento crítico a respeito de cada assunto. Segundo Pedrinho Guareschi (1993):

> A conclusão a que chegamos é a de que uma coisa existe, ou deixa de existir, na medida em que é comunicada, veiculada. É por isso, consequentemente, que a comunicação é duplamente poderosa: tanto porque pode criar realidades, como porque pode deixar que existam pelo fato de serem silenciadas. (GUARESCHI, 1993, p. 14).
>
> [...]
>
> Os meios de comunicação apresentam, hoje, de maneira sofisticada e instantânea, explicações para todos os problemas, soluções rápidas e eficientes para todas as necessidades, respostas prontas para todos os questionamentos. Mas tem-se a impressão de que isso vai levando, aos poucos, a uma apatia e massificação, onde deixam de existir possibilidades, onde não se produz mais o "novo".(GUARESCHI, 1993, p21).

Sobre a influência da televisão na capacidade de racionar, Sartori (2001) nos diz que

> Na realidade, a televisão produz imagens e apaga os conceitos; mas desse modo atrofia a nossa capacidade de abstração e com ela toda nossa capacidade de compreender. [...] Portanto, o que nós vemos e percebemos concretamente não produz "ideias", mas se insere nas ideias (ou conceitos) que o classificam e "significam". É justamente este o processo que vem sendo atrofiado [...] (SARTORI, 2001, p.33).

E ainda, na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) é relatada essa situação de passividade que a cultura digital tem gerado.

> Por sua vez, essa cultura também apresenta forte apelo emocional e induz ao imediatismo de respostas e à efemeridade das informações, privilegiando análises superficiais e o uso de imagens e formas de expressão mais sintéticas, diferentes dos modos de dizer e argumentar característicos da vida escolar. (BRASIL, 2016, p. 59).

Isso tudo nos mostra que a mídia cria uma situação de passividade, cobrando apenas memorizações. Quando o aluno se depara com o ensino de Matemática, onde tem que usar o raciocínio pra entender, tem que dispor de tempo para assimilar conteúdos, ele não consegue. Assim, acaba criando uma rejeição ao conteúdo de Matemática.

"Matemática é uma palavra de origem grega MATHEMATIKOS que significava "disposto a aprender", Mathema era "uma lição" e Manthanein era o verbo aprender" (PAPERT, 1997, p.79). Portanto, quando não se está disposto a aprender não há quem consiga ensinar. Talvez este seja o maior problema encontrado, hoje, no ensino de Matemática.

2.3 O Ensino de Geometria

Quando se fala em Geometria logo se pensa em formas, imagens e conceitos. Segundo Ferreira (1999), a Geometria é:

> ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos ou ainda um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades, ou ainda, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (geometria plana) e dos sólidos (geometria no espaço) (FERREIRA, 1999, p. 983).

É possível perceber como a Geometria encontra-se em tudo à nossa volta: nas artes, na arquitetura, nos jogos infantis, na natureza, nos objetos que utilizamos. Sua importância é facilmente percebida.

O que se vê nas escolas é que a Geometria é um pouco deixada de lado. Os alunos, quando veem, veem muito pouco conteúdo. Alguns fatores podem explicar essa situação. Segundo Lorenzato (1995), existem duas causas principais para essa omissão do ensino de Geometria:

> são inúmeras as causas dessa omissão, porém duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula, a primeira é que muitos professores não detém conhecimentos geométricos necessários a suas práticas pedagógicas. Considerando que o professor também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar geometria sem conhecê-la ou então, não ensiná-la (LORENZATO, 1995, p. 3).
>
> A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. [...] Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo (LORENZATO, 1995, p. 4).

Pesquisas mais atuais ainda retratam o abandono do ensino de Geometria. É o que faz Almouloud e Manrique (2001) ao dizer que o ensino de Geometria tem menos atenção do que os demais. Fica restrito ao estudo de medidas e fica em fase inicial. Ou seja, o professor cita rapidamente o conteúdo. Isso faz com que os alunos acabem tendo conclusões precipitadas, causando problemas para sua aprendizagem.

E, ainda, Poi (2010):

> No cenário atual da matemática verifico que a Geometria vem de modo muito evidente perdendo adeptos. O que se destaca de grave nesse processo é o abandono daquela área do conhecimento não apenas pelos educandos, mas também pelos educadores e de forma mais acentuada pelas instituições de ensino básico e superior (POI, 2010, p. 31).

A importância do ensino de Geometria vai muito além da necessidade em Matemática. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) citam a importância da mesma nas outras áreas de conhecimento:

> O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Importância também reconhecida por Figueira (2007): "a compreensão aprofundada da Geometria tem implicações noutras áreas do currículo pela possibilidade de se estabelecerem conexões fundamentais para uma construção mais sólida do conhecimento matemático." (FIGUEIRA, et al., 2007, p. 5).

O estudo de Geometria faz com que sejam desenvolvidos pensamentos geométricos e raciocínios visuais. Sem esse estudo, a resolução de problemas geométricos do dia-a-dia fica prejudicada.

> A Geometria está por toda parte..., mas é preciso conseguir enxergá-la... Mesmo não querendo, lida-se no cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: Seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente se está envolvido com a Geometria (LORENZATO, 1995, p. 5).

A Geometria é considerada uma ciência que tem função essencial na formação dos indivíduos pois, como nos diz Lorenzato (1995), com ela é possibilitada uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão mais equilibrada da Matemática.

Devido a toda essa importância que a Geometria tem, na vida escolar e na vida cotidiana de cada um, professores e pesquisadores têm se preocupado com esse abandono do ensino de Geometria. Em uma pesquisa feita por Clemente *et al* (2015), foram observados 18 artigos que entre os anos de 2000 a 2014 tratavam do ensino de Geometria, sendo 11 deles publicados entre os anos de 2010 e 2014, o que mostra uma maior preocupação de pesquisadores com o tema. Fato esse também relatado por Fonseca (2001):

> A preocupação em resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino (FONSECA, 2001, p. 91).

Uma possível melhora no ensino pode estar no uso das tecnologias, como nos diz Gravina e Basso (2012, p. 12) "Nossas rotinas em sala de aula também deveriam incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir." Para Passos e Nacarato (2003),

> Programas de computadores que permitem a representação tridimensional de objetos espaciais, possibilitando aos usuários manipular esses objetos dinamicamente, através de transformações como rotações, translações, dilatação ou secções por planos, deverão ser usados nas salas de aula com mais frequência (PASSOS e NACARATO, 2003, p. 121).

Com a preocupação quanto ao ensino e às alternativas que estão surgindo, é possível acreditar que haverá uma melhora quanto ao ensino de Geometria na escola, visto que sua importância já é notada por muitos e cada vez mais há pessoas interessadas nesse sentido.

2.4 O uso das TIC's na aula de Matemática

> Em um mundo no qual a informação e os conhecimentos se acumulam e circulam através de meios tecnológicos cada vez mais sofisticados e poderosos, o papel da escola deve ser definido pela sua capacidade de preparar para o uso consciente, crítico, ativo dos aparatos que acumulam a informação e o conhecimento. (TEDESCO, 2002, p.27)

Assim como diz Tedesco (2002), a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação na sala de aula atualmente tem se tornado de muita importância. Os alunos têm muito acesso a tecnologias por meio da internet, app's, redes sociais, músicas, tudo isso praticamente já é item indispensável para crianças, adolescentes e jovens. Há sempre uma novidade mais interessante que as outras nesse meio. A escola tem ficado cada vez mais em segundo plano, pois muitas vezes não tem se adaptado a essas novas tecnologias.

A necessidade de mudanças no ensino encontra-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

> Há que se considerar, ainda, que a cultura digital tem promovido mudanças sociais significativas nas sociedades contemporâneas. Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, tablets e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil (BRASIL, 2016, p. 59).

As Diretrizes Curriculares Nacional de Educação para o Ensino Médio também indicam o uso das tecnologias em sala de aula:

> Concretamente, o projeto político-pedagógico das unidades escolares que ofertam o Ensino Médio deve considerar: VIII - utilização de diferentes mídias como processo de dinamização dos ambientes de aprendizagem e construção de novos saberes (Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio 4/5/2011 - Projetos Políticos Pedagógicos/Cap. VIII).

As tecnologias vão muito além do uso da internet. "São consideradas Tecnologias da Informação e Comunicação, as redes de informáticas e dispositivos que interagem com elas" (TEDESCO, 2004, p. 96). As novas tecnologias da informação e comunicação devem ser vistas como fortes aliadas para uma nova escola na era digital. Essas tecnologias, quando usadas de maneira correta, trazem inúmeros benefícios ao ensino. As aulas se tornam mais atrativas e, consequentemente, os alunos mais interessados.

No mesmo sentido, Scheffer (2002) diz:

> Trabalhar a informática na escola na perspectiva de produzir conhecimentos permite ao aluno fazer análises de modo a poder refletir sobre seus procedimentos de solução, testes e conceitos empregados na resolução de problemas (SCHEFFER, 2002, p. 23).

Atualmente grande parte dos alunos tem encontrado muita dificuldade no ensino e aprendizagem de Matemática. Acredita-se que o uso das TIC's durante as aulas seja de grande importância e muita ajuda. Isso é observado por Vicente e Paulino (2013):

> Mas é sobretudo, na disciplina de Matemática que as TIC's tem ajudado e funcionado como alavanca e motor no aprofundamento de conhecimentos, de sistematização de noções e conteúdos, de desenvolvimento da capacidade de observação, comunicação e investigação matemática, contribuindo para despertar e estimular para a disciplina, olhar para a Matemática como uma disciplina atrativa, interessante e necessária desfazendo a ideia de que a matemática é uma disciplina de sucesso, só para alguns alunos (VICENTE; PAULINO, 2013, p. 46).

Duval (1996 aput RITTER, 2011) acredita que a não visualização das propriedades de um determinado conteúdo da Matemática é a grande problemática e maior dificuldade dos alunos na aprendizagem, visto que essa visualização é de muita importância no processo cognitivo.

> [...] o processo cognitivo é constituído por três fases: a visualização (presente na representação espacial ou gráfica), a construção (quando se utiliza ferramentas) e o raciocínio (comprovação e demonstração). Essas três fases estão interligadas e são necessárias ao processo cognitivo para a aprendizagem de Matemática. (DUVAL, 1996 aput RITTER, 2011, p. 22).

A inserção das TIC's na sala de aula pode favorecer essa visualização das propriedades nas aulas de Matemática, pois o uso das mesmas faz com que um novo mundo se abra ao educando. Dessa maneira o aluno pode compreender melhor a construção do conhecimento e assim produzir significado ao que lhe está sendo apresentado. E assim, fazendo a junção dos conteúdos matemáticos com as tecnologias, pode-se conseguir que os alunos tenham menores dificuldades no aprendizado.

Com o avanço da tecnologia, as TIC's estão cada vez mais acessíveis aos professores e às escolas. E cada vez mais acredita-se que sua utilização para o ensino seja de suma importância e grande valia. Mesmo sabendo que somente seu uso não garante um ensino e aprendizagem sem problemas, é um caminho diferente a ser trilhado no sentido de conseguir essas mudanças. Segundo Gómez (1997):

> mesmo que o uso das tecnologias não seja a solução para os problemas de ensino e aprendizagem da Matemática, há indícios de que ela se converterá lentamente em um agente catalisador do processo de mudança na educação matemática. Graças às possibilidades que oferece para manejar dinamicamente os objetos matemáticos em múltiplos sistemas de representação dentro de esquemas interativos, a tecnologia abre espaço para que os estudantes possam viver novas experiências matemáticas (difíceis de conseguir com recursos tradicionais como o lápis e o papel). (GOMEZ, 1997, p. 93)

Muitos desafios ainda cercam a utilização das tecnologias na sala de aula. Talvez o primeiro deles seja a resistência por parte dos professores, que muitas vezes não querem deixar a chamada "zona de conforto", onde quase tudo é conhecido e previsível, para a "zona de risco", que "aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador" (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 55). Masetto (2000) ressalta essa resistência:

> Para nós, professores, essa mudança de atitude não é fácil. Estamos acostumados e sentimo-nos seguros com o nosso papel de comunicar e transmitir algo que conhecemos muito bem. Sair dessa posição, entrar em diálogo direto com os alunos, correr risco de ouvir uma pergunta para a qual no momento talvez não tenhamos resposta, e propor aos alunos que pesquisemos juntos para buscarmos resposta – tudo isso gera um grande desconforto e uma grande insegurança (MASETTO, 2000, p. 142).

Nesse sentido é preciso que o professor seja capaz de responder dúvidas e problemas que surgem durante a aula, dúvidas que talvez não surgiriam em aulas sem o uso das tecnologias. Ainda Borba e Penteado (2001), dizem:

> Por mais que o professor seja experiente é sempre possível que uma combinação de teclas e comandos leve a uma situação nova que, por vezes, requer um tempo mais longo de análise e compreensão. Muitas dessas situações necessitam de exploração cuidadosa ou até mesmo de discussão com outras pessoas (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 55).

Superada essa resistência, é necessária a preparação dos professores, que precisam estar em constante capacitação e atualização. É necessário um conhecimento bem aprofundado da tecnologia a ser utilizada, como diz Kenski (2012):

> É preciso que esse profissional tenha tempo e oportunidade de familiarização com as novas tecnologias educativas, suas possibilidades e seus limites, para que, na prática, faça escolhas conscientes sobre o uso das formas mais adequadas ao ensino de um determinado tipo de conhecimento, em um determinado nível de complexidade, para um grupo específico de alunos e no tempo disponível (KENSKI, 2012, p. 48-49).

E, ainda, Moran (2006):

> O professor precisa aprender a trabalhar com tecnologias sofisticadas e tecnologias simples; com internet de banda larga e com conexão lenta; com videoconferência multiponto e com teleconferência; com *software*s de gerenciamento de cursos comerciais e com *software*s livres. Ele não pode se acomodar, porque a todo o momento, surgem soluções novas para facilitar o trabalho pedagógico (MORAN, 2006, p. 47).

Mesmo com toda essa necessidade de capacitação, muitas vezes o professor não consegue fazê-la, e isso na maior parte das vezes está ligado à má remuneração, à sobrecarga de trabalho e a falta de incentivo.

> Os professores têm sentido o seu trabalho sofrer, além da referida intensificação, um processo crescente de proletarização com consequências no aumento de seu ritmo de trabalho e no volume das atividades em contraponto com uma maior precarização de suas condições de trabalho, incluindo salários. Tal situação conduz os professores à insegurança, refletindo na sua prática no cotidiano escolar. O estresse e outros problemas de saúde, a impossibilidade de se aperfeiçoar constantemente e a falta de tempo para preparar e refletir criticamente sobre o seu trabalho são consequências deste quadro (OLIVEIRA; VIEIRA, 2012, p. 11).

Francklin e Lourencetti (2016) reafirmam a falta de tempo do professor:

> A quantidade de avaliações para elaborarem e corrigirem, a produção de planejamentos bimestrais e anuais, o preenchimento de diários escolares e fichas de avaliação de desempenho são algumas das tarefas que os docentes desempenham e que em muitas situações consomem um tempo maior que o dedicado ao ensino. Desse modo, o tempo que possuem para se apropriarem de novos recursos tecnológicos tem sido insuficiente (FRANCKLIN; LOURENCETTI, 2016, p. 49).

Além do tempo para a realização de capacitações e atualizações, uma aula com o uso de novas tecnologias necessita de uma elaboração mais minuciosa e a prática com o uso desses recursos acaba exigindo mais prazo, o que muitas vezes é difícil conseguir pois o currículo das escolas na maioria das vezes é extenso e há uma cobrança excessiva de que o mesmo seja cumprido. Como nos diz Prado e Valente (2003): "Além das amarras pessoais, existem as amarras institucionais. Os aspectos constituintes da realidade da escola: a organização de tempo, espaço, currículo, entre outros, podem dificultar o desenvolvimento de uma nova prática pedagógica."

A grande necessidade de capacitação do professor se deve, na maioria das vezes, ao fato do mesmo não ter tido uma formação voltada para o avanço da tecnologia. Assim, Nacarato e Passos (2003) enfatizam a necessidade de adequação dos cursos de formação de professores ao avanço tecnológico:

> Com o avanço da Ciência e da Tecnologia, faz-se necessário um redimensionamento na concepção dos cursos de formação de professores, concepção essa que deve assumir dimensões que transcendem uma formação tradicional, a qual dá prioridade à técnica de ensino, em detrimento de uma reflexão consciente e crítica sobre a utilização da tecnologia no processo ensino/aprendizagem. Além disso, considera-se importante refletir sobre uma nova dimensão do processo de formação continuada de professores, isto é, uma dimensão que concebe o “aprender fazendo”, que concebe a ação educativa como um processo de construção, onde os sujeitos serão aprendizes e construtores de sua própria formação (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 129) .

A realidade nos mostra dificuldades para a implantação do uso das tecnologias em sala de aula e isso talvez não seja um problema a ser resolvido somente pelo professor, como nos diz Imbérnom (2010):

> Para que o uso das TIC signifique uma transformação educativa que se transforme em melhora, muitas coisas terão que mudar. Muitas estão nas mãos dos próprios professores, que terão que redesenhar seu papel e sua responsabilidade na escola atual. Mas outras tantas escapam de seu controle e se inscrevem na esfera da direção da escola, da administração e da própria sociedade (IMBÉRNOM, 2010, p. 36).

No mesmo sentido, Valente (1999) destaca que, além do professor, a implantação das tecnologias nas escolas implica mudanças na escola com o envolvimento de toda a comunidade escolar – alunos, professores, coordenadores, diretores e pais. E, ainda, Moran (1999):

> As mudanças na educação dependem também de termos administradores, diretores e coordenadores mais abertos, que entendam todas as dimensões que estão envolvidas no processo pedagógico, além das empresariais ligadas ao lucro; que apoiem os professores inovadores, que equilibrem o gerenciamento empresarial, tecnológico e o humano, contribuindo para que haja um ambiente de maior inovação, intercâmbio e comunicação (MORAN, 1999, p. 3).

Ao gestor é necessário que organize e articule ações que favoreçam o uso das TIC's. É crucial que ele conduza o processo educativo para o desenvolvimento pedagógico no âmbito da utilização das mesmas.

> Essa visão mais ampla do trabalho escolar evidencia a figura do gestor e a importância de seu papel como responsável pelos resultados finais – personagem central na condução do processo educativo no âmbito da escola. No entanto, torna-se evidente que não basta prepará-los para suas tarefas estritamente burocráticas às novas tecnologias. É preciso mais do que isso. É necessário que eles atentem para o significado desse trabalho, como meio para realização dos objetivos educacionais de natureza pedagógica, razão última da existência da escola (MARTINO, 2004, p. 3).

Ainda sobre o gestor, é preciso que ele lidere, incentive e envolva a comunidade escolar no uso das novas tecnologias. Para Voltarelli (2015),

> Ao gestor escolar cabe a capacidade de planejamento, liderança, iniciativa, de criação de espaços e clima de reflexão e experimentação, pois a gestão escolar consiste num espaço de mobilização da competência e do envolvimento das pessoas coletivamente para que por sua participação ativa e competente, promovam a realização dos objetivos educacionais (VOLTARELLI, 2015, p. 4).

No que cabe às escolas, são necessários mais investimentos em infraestrutura. A realidade dos laboratórios de informática nas escolas brasileiras é que a maior parte dos computadores não funciona, fazendo com que não existam em número suficiente para todos os alunos.

Sabendo da importância das novas tecnologias e com todo o envolvimento da escola quanto ao seu uso, cabe ao professor decidir a melhor forma de utilizar as TIC's, seja para apresentar um conteúdo, seja para exemplificar, para aplicar ou simplesmente para complementar suas aulas. Afinal, quando se trata de sala de aula, temos uma grande variedade de turmas que se desenvolvem de forma muito diferente umas das outras e, o professor, que está todo dia trabalhando com estas turmas, é que tem maior capacidade de escolher o melhor caminho pedagógico a seguir. Nesse sentido Barreto (2014) nos diz:

> Apesar de existir, entre os educadores, um consenso sobre o uso adequado do computador para melhoria da Educação, também há um consenso sobre o papel do professor, que é, de fato, definir a melhor tecnologia a ser usada e como ela pode ser útil na formação do aluno, já que a tecnologia por si só não resolve os problemas educacionais (BARRETO, 2014, p. 19).

Bittar (2010) corrobora com a responsabilidade do professor em perceber o melhor momento e a melhor tecnologia para uso em sala, pois é ele quem tem o conhecimento sobre a disciplina, seus objetivos, metodologia de trabalho e alunos.

> Defendemos que o computador deve ser usado e avaliado como um instrumento como qualquer outro, seja o giz, um material concreto ou outro. E esse uso deve fazer parte das atividades rotineiras de aula. Assim, integrar um *software* à prática pedagógica significa que o mesmo poderá ser usado em diversos momentos do processo de ensino, sempre que for necessário e de forma a contribuir com o processo de aprendizagem do aluno (BITTAR, 2010, p. 220).

Ainda sobre a escolha do *software*, Cláudio e Cunha (2001, apud Piccoli, 2006) afirmam que:

> a escolha do *software* deve se fundamentar na proposta pedagógica de matemática da escola, o professor deve escolher um tipo de *software* adequado para possibilitar que o aluno construa seu conhecimento, sem deixar de lado o profundo domínio que precisa ter tanto do conteúdo abordado como do programa que utilizará (CLÁUDIO; CUNHA 2001, apud PICCOLI, 2006, 45).

Como foi visto, o rápido avanço das tecnologias exige das escolas uma adaptação a essa nova realidade. Acredita-se, de fato, que seja preciso a inserção dessas tecnologias no meio escolar. Porém, para essa inserção é preciso que escola, gestores e professores, se capacitem e entendam as potencialidades dessas novidades. Assim, como nos diz Moran (2013), "Não são os recursos que definem a aprendizagem, são as pessoas, o projeto pedagógico, as interações, a gestão. Mas não há dúvida de que o mundo digital afeta todos os setores, as formas de produzir, de vender, de comunicar-se e de aprender."

2.5 O GeoGebra

O GeoGebra é um *software* livre de Matemática dinâmica que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. Foi desenvolvido pelo alemão Markus Hohenwarter em 2001 na

Universidade de Salzburg, na Áustria, com o intuito de aprender e ensinar Matemática nas escolas. O *software* encontra-se disponível em *www.geogebra.org/cms/pt_ BR.*

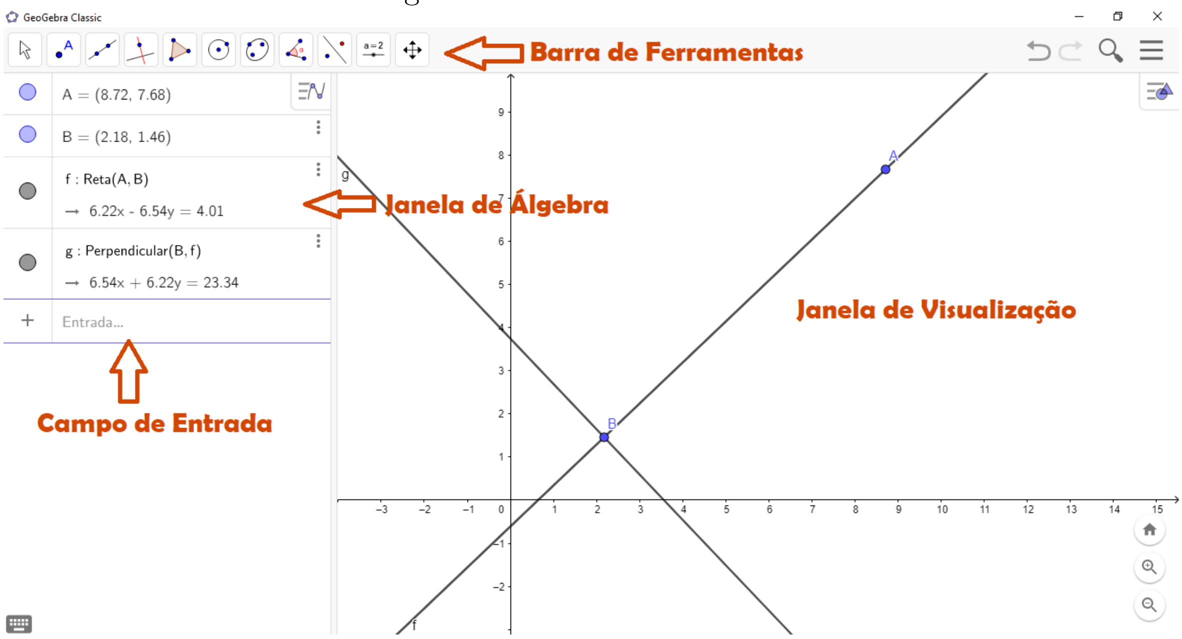
A escolha do GeoGebra se deve ao fato de que, ao mesmo tempo, o objeto é representado na forma geométrica e algébrica. Por isso ele é chamado de *software* de Matemática dinâmica.

> O GeoGebra possibilita a representação de pontos, vetores, segmentos, retas, circunferências, bem como transportar distâncias, encontrar paralelas e perpendiculares e construir gráficos. Conjecturas são feitas a partir da criação de objetos geométricos e, desse modo, pode-se introduzir os conceitos matemáticos a partir de uma nova visão. (BELLEMAIN, 2001)

2.5.1 Conhecendo um pouco do GeoGebra

Em sua interface, o GeoGebra apresenta uma Barra de Ferramentas, uma Janela de Visualização, uma Janela de Álgebra e um Campo de Entrada. Na Figura 2.1 podemos visualizar uma construção na interface do GeoGebra 6.

Figura 2.1: Interface GeoGebra



Fonte: Print Geogebra (adaptado) (2018)

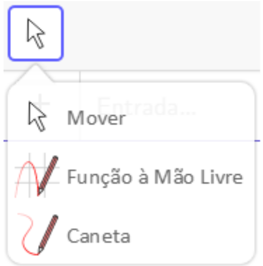
A barra de ferramentas do GeoGebra é composta por 11 ícones (Figura 2.2).

Figura 2.2: Barra de Ferramentas

Fonte: Print Geogebra (adaptado) (2018)

Cada ícone apresenta um conjunto de ferramentas, que podem ser visualizadas clicando sobre o mesmo. Veremos alguns exemplos das ferramentas e sua descrição. Começaremos pelo ícone mover (Figura 2.3).

Figura 2.3: Ícone mover



Fonte: Print Geogebra (2018)

- **Mover:** é possível mover e arrastar qualquer objeto livre ou quase livre que esteja na Janela de Visualização, além de fazer alterações nos objetos da Janela de Álgebra.
- **Função à Mão Livre:** é possível desenhar uma função ou objeto geométrico.
- **Caneta:** é possível escrever ou desenhar na Janela de Visualização.

Na Figura 2.4 temos as ferramentas do ícone ponto.

Figura 2.4: Ícone ponto

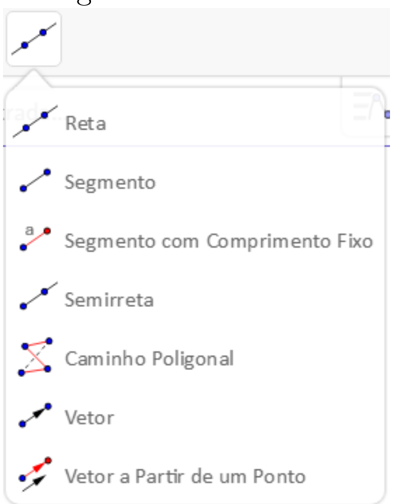
Fonte: Print Geogebra (2018)

- **Ponto:** é possível criar pontos livres ou dependentes, como, por exemplo, na interseção de objetos.
- **Ponto em Objeto:** permite criar um ponto dependente de um objeto. O ponto criado só poderá ser movido dentro do objeto.
- **Vincular / Desvincular Ponto:** para anexar ou remover um ponto a um objeto.

- **Interseção de Dois Objetos:** pode se criar os pontos de interseção de dois objetos, selecionando dois objetos, e assim todos os ponto de interseção serão criados; ou então, clicando sobre a interseção de duas linhas, assim o ponto de interseção será criado.
- **Ponto Médio ou Centro:** é possível obter o ponto médio entre dois pontos ou de um segmento; além disso, é possível obter o centro de uma secção cônica.
- **Número Complexo:** cria um ponto no plano imaginário, onde o eixo das abscissas x é o eixo real Re e o eixo das ordenadas y é o imaginário Im.
- **Otimização:** determina pontos de máximo e mínimo de funções.
- **Raízes:** determina raiz(es) de funções.

Ao lado do ícone ponto está o ícone reta (Figura 2.5).

Figura 2.5: Ícone reta



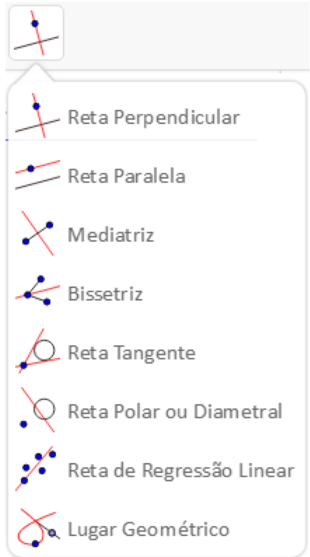
Fonte: Print Geogebra (2018)

- **Reta:** cria reta a partir de dois pontos.
- **Segmento:** cria segmento a partir de dois pontos.
- **Segmento com Comprimento Fixo:** selecionando inicialmente um ponto e depois especificando o comprimento, é criado um segmento com uma extremidade no ponto escolhido e com o comprimento especificado. Depois usando a ferramenta mover é possível girar o segmento em torno do ponto inicial, além de movê-lo.
- **Semirreta:** cria uma semirreta a partir de dois pontos, onde sua origem é no ponto marcado inicialmente.
- **Caminho Poligonal:** calcula o caminho poligonal, selecionando-se todos os pontos, ou vértices, desejados. A linha poligonal deverá ser fechada ao clicar novamente no ponto inicial, assim o valor da soma das distâncias entre os pontos, ou vértices, será exibido.

- **Vetor:** cria um vetor a partir de dois pontos, onde o primeiro será a origem e o segundo o extremo final.
- **Vetor a Partir de um Ponto:** cria um vetor escolhendo-se um ponto e um vetor.

Na Figura 2.6 estão indicadas as ferramentas do ícone reta perpendicular.

Figura 2.6: Ícone reta perpendicular



Fonte: Print Geogebra (2018)

- **Reta Perpendicular:** cria uma reta perpendicular a partir de um ponto e uma reta, ou semirreta.
- **Reta Paralela:** cria uma reta paralela selecionando um ponto e uma reta.
- **Mediatriz:** cria a mediatriz a partir de dois pontos ou de um segmento.
- **Bissetriz:** cria a bissetriz do ângulo formado a partir de três pontos; ou então selecionando duas retas, semirretas, segmentos de retas ou vetores.
- **Reta Tangente:** cria a reta tangente a uma circunferência, cônica ou função a partir de um ponto.
- **Reta Polar ou Diametral:** cria a reta polar ou diametral a uma cônica selecionando-se um ponto e uma cônica; ou uma linha ou vetor e uma cônica.
- **Reta de Regressão Linear:** encontra a reta que melhor se ajusta a um conjunto de pontos.
- **Lugar Geométrico:** constrói o lugar geométrico determinado pelo movimento de um objeto (ponto, reta, etc.) ao longo de uma trajetória.

Ao lado do ícone reta perpendicular está o ícone ângulo (Figura 2.7).

Figura 2.7: Ícone ângulo

Fonte: Print Geogebra (2018)

- **Ângulo:** determina um ângulo a partir de três pontos ou duas retas, semirretas, segmentos de reta ou vetores.
- **Ângulo com Amplitude Fixa:** determina um ângulo a partir de um ponto, um vértice e uma amplitude.
- **Distância, Comprimento ou Perímetro:** indica a distância entre dois pontos, ou entre um ponto e uma reta. Indica também o comprimento de um segmento, e o perímetro de um polígono, circunferência ou elipse.
- **Área:** indica o valor da área de um polígono, círculo ou elipse.
- **Inclinação:** indica a inclinação de uma reta.
- **Lista:** cria uma lista com os objetos selecionados, como pontos, segmentos de reta, polígonos entre outros.
- **Relação:** indica a relação entre dois objetos.
- **Inspetor de Funções:** inspeciona funções em um determinado intervalo, explicitando máximo e mínimo, raízes, comprimento, área, etc.

2.6 Geometria Analítica: ponto e reta - conceitos básicos

O estudo de um objeto pode ser facilitado com a representação deste por mais de um registro, como desenhos, equações, símbolos, etc, e, a partir daí, uma análise desses registros de forma que um complete o outro.

A Geometria Analítica é um exemplo onde essa prática ocorre com frequência. Usando os conhecimentos de Álgebra e Geometria Euclidiana, a Geometria Analítica usa a representação de figuras geométricas por meio de coordenadas, equações ou inequações.

Nesta seção, serão apresentados alguns conceitos básicos de Geometria Analítica como plano cartesiano, ponto médio e distância entre pontos, além de equações de retas e posições relativas entre retas. Estes conteúdos darão embasamento teórico para a realização das atividades práticas propostas com o uso do GeoGebra. Para a elaboração dos conteúdos foram utilizados as referências [15], [37] e [48].

2.6.1 O Plano Cartesiano

No estudo de Geometria Analítica, utilizaremos o plano cartesiano xOy. O plano cartesiano é um sistema formado por duas retas perpendiculares entre si no ponto O. A reta horizontal orientada para a direita é chamada de eixo das abscissas, representado por Ox e a reta vertical orientada para cima, eixo das ordenadas, representado por Oy. As coordenadas do eixo Ox são chamadas primeira coordenada ou abscissa, enquanto que as coordenadas do eixo Oy são chamadas segunda coordenada ou ordenada.

O sistema de eixos ortogonais permite estabelecer uma correspondência biunívoca entre os pontos do plano e os pares ordenados de números reais do conjunto $\mathbb{R}^2 = \{(x, y); x, y \in \mathbb{R}\}$ da seguinte maneira:

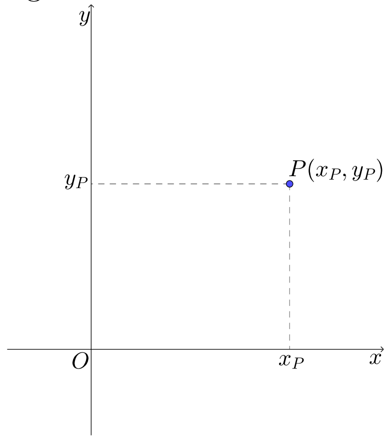
Ao ponto P do plano fazemos corresponder o par ordenado (x_P, y_P) se P não está sobre os eixos, x_P é a abscissa do pé da perpendicular ao eixo Ox por P e y_P é a ordenada do pé da perpendicular ao eixo Oy por P.

Os números $x_P, y_P \in \mathbb{R}$ do par ordenado (x_P, y_P) associado ao ponto P são as coordenadas cartesianas do ponto P, x_P é a abscissa ou primeira coordenada de P e y_P é a ordenada ou segunda coordenada de P.

Reciprocamente, ao par ordenado $(x_P, y_P) \in \mathbb{R}^2$ associamos o ponto P do plano dado pela interseção da perpendicular ao eixo Ox que passa pelo ponto de abscissa x_P com a perpendicular ao eixo Oy que passa pelo ponto de ordenada y_P.

Um ponto P no plano é definido como um par de números reais (x_P, y_P), onde x_P e y_P são chamadas coordenadas cartesianas de P. A coordenada x_P é chamada abcissa de P e a coordenada y_P de ordenada. A representação de P no plano cartesiano dá-se do seguinte modo: traça-se a reta r perpendicular ao eixo Ox que passa pelo ponto x_P, traça-se a reta s perpendicular ao eixo Oy que passa pelo ponto y_P. O ponto P é representado no plano cartesiano como o ponto de interseção das retas r e s (Figura 2.8).

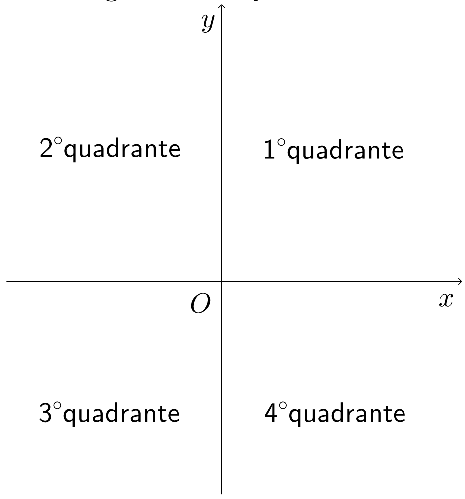
Figura 2.8: Plano Cartesiano



Fonte: Autora

Os dois eixos dividem o plano cartesiano em quatro regiões, chamadas de quadrantes representados na Figura 2.9. Os pontos pertencentes ao 1° quadrante possuem as duas coordenadas positivas, enquanto os do 3° quadrante possui as duas negativas.

Figura 2.9: Quadrantes



Fonte: Autora

O ponto médio de um segmento de reta é o ponto que separa o segmento em duas partes com medidas iguais.

Teorema 2.1. *Se $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ são pontos distintos, então o ponto médio $M(x_M, y_M)$ do segmento $\overline{AB}$ é tal que:*

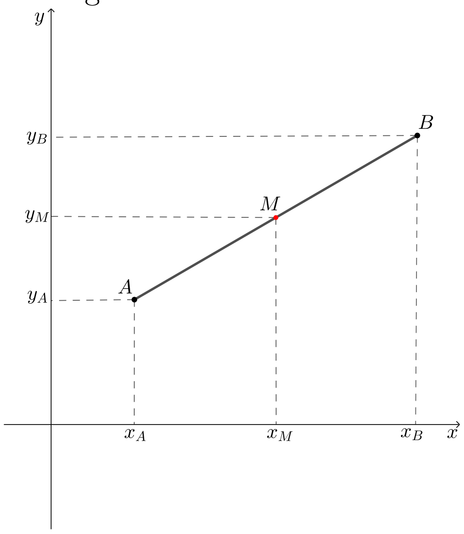
$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ e } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

Demonstração:

Seja $M(x_M, y_M)$ o ponto médio de $\overline{AB}$ (Figura 2.10).

Suponhamos que $\overline{AB}$ não seja paralelo a nenhum dos eixos x ou y. Como M é ponto médio, temos $AM = MB$ e, usando o Teorema de Tales, a abscissa x_M está a igual distância de x_A e x_B, ou seja, x_M é a média aritmética de x_A e x_B. Analogamente, a

Figura 2.10: Ponto Médio



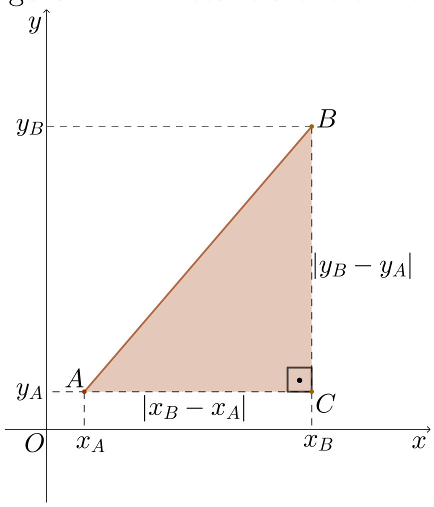
Fonte: Autora

ordenada y_M está a igual distância de y_A e y_B, ou seja, y_M é a média aritmética de y_A e y_B.

No caso em que $\overline{AB}$ é paralelo ao eixo x temos $y_A = y_B$, e assim a conclusão é óbvia. O mesmo ocorre quando $\overline{AB}$ é paralelo ao eixo y. ■

Sejam os pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ representados no gráfico representado na Figura 2.11.

Figura 2.11: Distância entre A e B



Fonte: Autora

Queremos calcular a distância entre A e B.

Suponhamos que $x_A \neq x_B$ e $y_A \neq y_B$. O segmento AC mede $|x_B - x_A|$ e o segmento BC mede $|y_B - y_A|$. A distância entre A e B é igual à medida da hipotenusa do triângulo ABC retângulo em C.

Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$(\overline{AB})^2 = (\overline{AC})^2 + (\overline{BC})^2$$

$$(\overline{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Se $x_A = x_B$ é fácil ver que a distância entre A e B é igual a

$$|y_B - y_A| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

O caso em que $y_A = y_B$ é análogo.

Assim, acabamos de provar o seguinte resultado:

Teorema 2.2. *A distância d_{AB} entre dois pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ é dada por:*

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Exemplo: Determinar a distância entre os pontos $A(-1, 3)$ e $B(4, -2)$.

Solução: Usando o Teorema 2.2:

$$d_{AB} = \sqrt{(4 - (-1))^2 + (-2 - 3)^2}$$
$$d_{AB} = \sqrt{5^2 + (-5)^2}$$
$$d_{AB} = \sqrt{25 + 25}$$
$$d_{AB} = \sqrt{50}.$$

Logo a distância entre os pontos A e B é igual à $\sqrt{50}$.

2.6.2 Coeficiente angular de uma reta

Seja r uma reta e α sua inclinação em relação ao eixo x, ou seja, o ângulo formado entre a reta r e o eixo x.

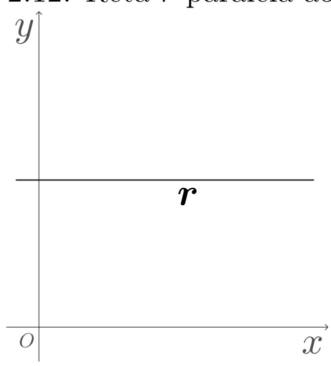
Se a inclinação da reta r é α, $\alpha \neq 90°$, definimos o coeficiente angular ou declividade de r o número real m tal que

$$m = tg\alpha.$$

Considerando $0° \leq \alpha < 180°$, $\alpha \neq 90°$, vejamos alguns exemplos:

1)

Figura 2.12: Reta r paralela ao eixo x



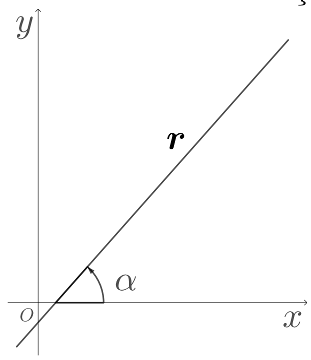
Fonte: Autora

Para $\alpha = 0°$ (Figura 2.12), temos $m = tg\ 0° = 0$.

2)

Para $0° < \alpha < 90°$ (Figura 2.13), temos $tg\ \alpha > 0 \Longrightarrow m > 0$.

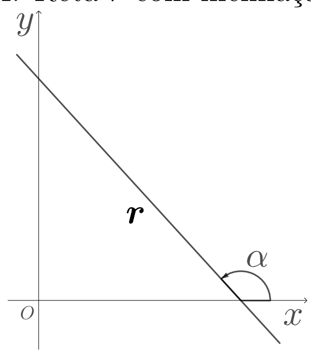
Figura 2.13: Reta r com inclinação positiva



Fonte: Autora

3)

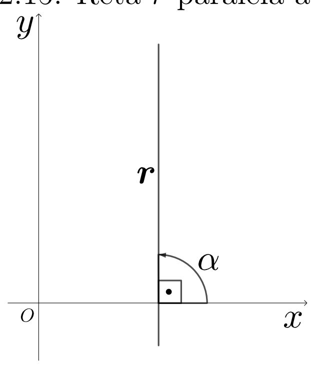
Figura 2.14: Reta r com inclinação negativa



Fonte: Autora

Para $90° < \alpha < 180°$ (Figura 2.14), temos $tg\ \alpha < 0 \Longrightarrow m < 0$.
4)

Figura 2.15: Reta r paralela ao eixo y



Fonte: Autora

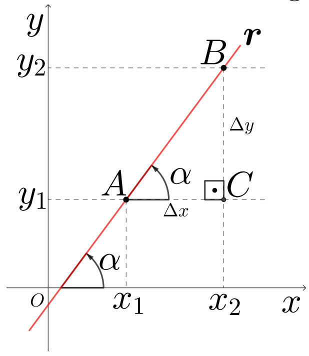
Para $\alpha = 90°$ (Figura 2.15), $tg\ \alpha$ não está definida. Assim, a reta não tem coeficiente angular.

Consideremos a reta r determinada por dois pontos distintos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ e seja $C(x_2, y_1)$. Analisaremos dois casos: $0° < \alpha < 90°$ e $90° < \alpha < 180°$.

1º caso: $0° < \alpha < 90°$ (Figura 2.16)

Observando o triângulo retângulo ABC reto em C, temos:

Figura 2.16: Cálculo do coeficiente angular para $\alpha < 90°$



Fonte: Autora

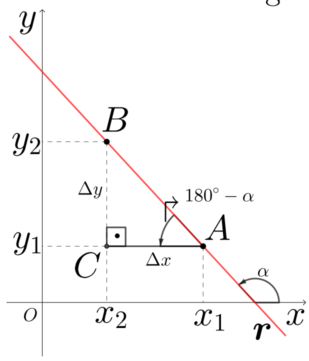
$$tg\alpha = \frac{d(C,B)}{d(A,C)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Assim:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

2º caso: $90° < \alpha < 180°$ (Figura 2.17)

Figura 2.17: Cálculo coeficiente angular para $\alpha > 90°$



Fonte: Autora

Observando o triângulo retângulo ABC reto em C, temos:

$$tg(180° - \alpha) = \frac{d(C,B)}{d(A,C)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Como $tg(180° - \alpha) = -tg\alpha$, temos:

$$-tg\ \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} \Longrightarrow tg\ \alpha = \frac{y_2 - y_1}{-(x_1 - x_2)} \Longrightarrow m = tg\ \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Assim:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Concluímos que, se $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ são dois pontos distintos de r e r não é paralela ao eixo y, o coeficiente angular (ou declividade de r) indicado por m, é dado por:

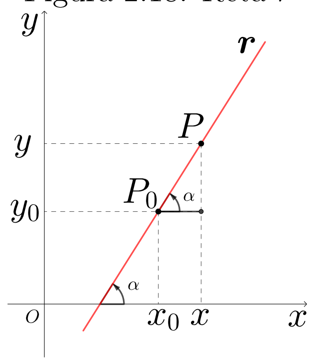
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Observação: No caso em que $\alpha = 0°$ temos $y_1 = y_2$, de modo que a fórmula ainda é satisfeita.

2.6.3 Equação da reta

Um ponto $P_0(x_0, y_0)$ e o coeficiente angular m determinam uma única reta r que passa pelo ponto P_0 e tem coeficiente angular m. Determinaremos uma equação para essa reta r. Consideremos um ponto $P(x, y)$ qualquer de r e $tg\ \alpha = m$ (Figura 2.18).

Figura 2.18: Reta r



Fonte: Autora

Temos:

$$tg\alpha = \frac{d(C,P)}{d(P_0,C)} \Longrightarrow m = \frac{y-y_0}{x-x_0} \Longrightarrow y - y_0 = m(x-x_0).$$

Assim, se r é a reta que passa pelo ponto $P(x_0, y_0)$ e tem coeficiente angular m, então dizemos que a equação geral da reta r é dada por:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

.

Observações:

1) Se r é paralela ao eixo x, temos $m = 0$ e sua equação será dada por $y = y_0$.

2) Se r é paralela ao eixo y, todos os pontos de r possuem a mesma abscissa e sua equação será dada por $x = x_0$.

Uma reta r que passa pelo ponto $P(x_0, y_0)$ com coeficiente angular igual a m é dada por $y - y_0 = m(x - x_0)$. Isolando y nessa equação, temos:

$$y = mx + y_0 - mx_0.$$

Como $y_0 - mx_0$ é uma constante, podemos indicá-la por n:

$$y = mx + n.$$

Essa equação é chamada equação reduzida da reta r, onde m é o coeficiente angular de r e n é a ordenada do ponto de intersecção da reta r com o eixo das ordenadas, ao qual damos o nome de coeficiente linear da reta r.

Exemplo: Determinar a equação da reta r que passa pelo ponto $A(3, 0)$ e tem coeficiente angular $m = 2$.

Solução: Usando a fórmula da equação geral da reta temos:

$$y - 0 = 2(x - 3)$$
$$y = 2x - 6.$$

Portanto, $y = 2x - 6$ é a equação reduzida da reta r que passa pelo ponto A e tem coeficiente angular $m = 2$.

2.6.4 Posições relativas de duas retas no plano

No plano, duas retas r e s podem ser paralelas ou concorrentes. Duas retas no plano serão ditas concorrentes quando possuírem um único ponto em comum e paralelas caso contrário, ou seja, tiverem todos os pontos em comum ou nenhum ponto em comum. A partir de seus coeficientes angulares e lineares, determinaremos suas posições relativas.

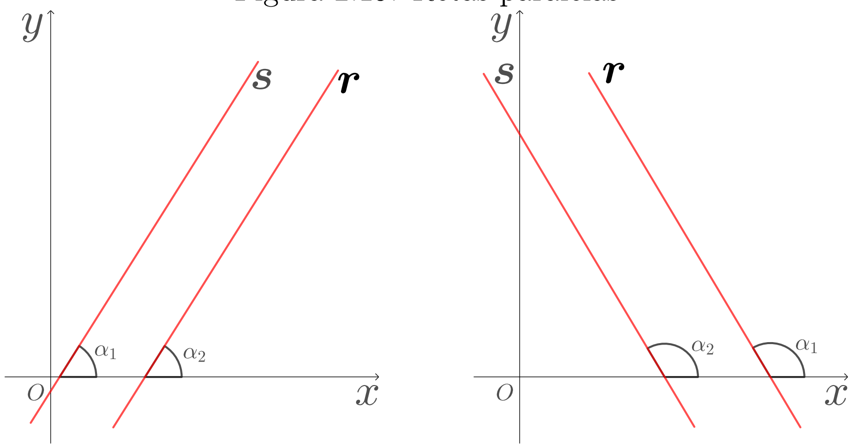
Retas paralelas

Sejam r e s duas retas não perpendiculares ao eixo x com inclinações α_1 e α_2, respectivamente, e $m_r = tg\ \alpha_1$ e $m_s = tg\ \alpha_2$ seus coeficientes angulares. Temos:

$m_r = m_s \Leftrightarrow tg\ \alpha_1 = tg\ \alpha_2 \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2$ (α_1 e α_2 estão entre $0°$ e $180°$).

Portanto, duas retas r e s, não perpendiculares ao eixo x, são paralelas se, e somente se, têm o mesmo coeficiente angular (Figura 2.19).

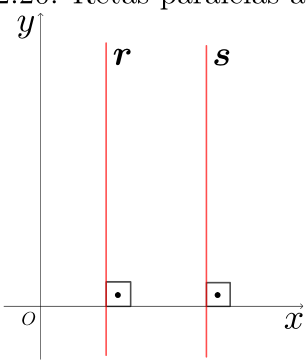
Figura 2.19: Retas paralelas



Fonte: Autora

Se r e s são duas retas que não tem coeficientes angulares, então são paralelas, pois são perpendiculares ao eixo x (Figura 2.20).

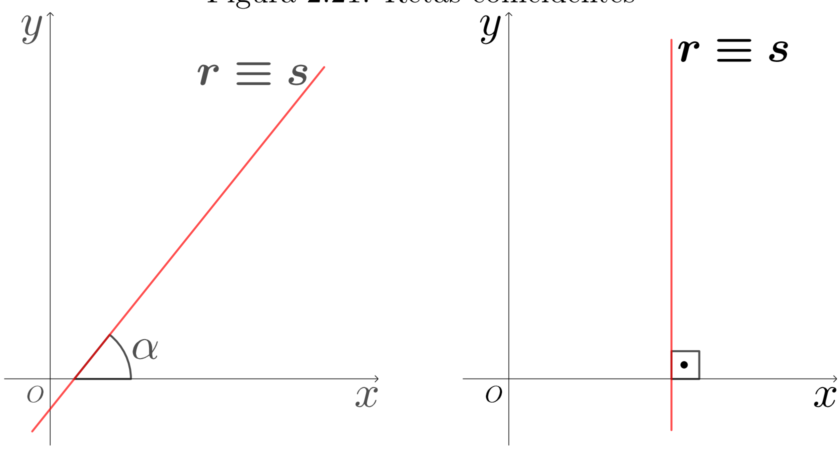
Figura 2.20: Retas paralelas ao eixo y



Fonte: Autora

Retas paralelas serão coincidentes se, além do mesmo coeficiente angular, elas tiverem o mesmo coeficiente linear. De fato, se r e s são duas retas que possuem o mesmo coeficiente angular m e linear n, elas terão a mesma equação reduzida $y = mx + n$, ou seja, possuirão os mesmos pontos (Figura 2.21).

Figura 2.21: Retas coincidentes



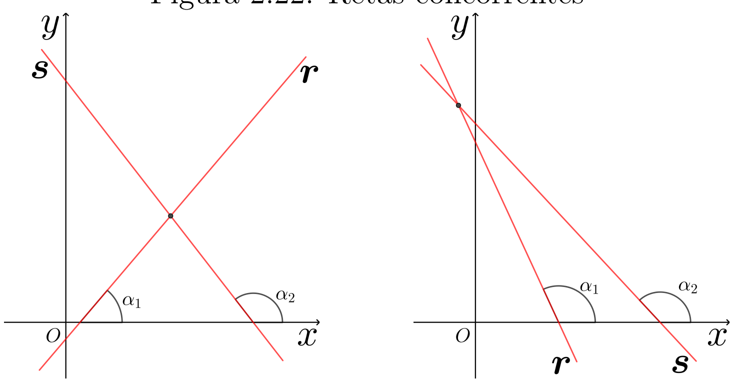
Fonte: Autora

Retas concorrentes

Sejam r e s duas retas distintas e não perpendiculares ao eixo x com inclinações α_1 e α_2, respectivamente (Figura 2.22). Temos:

$\alpha_1 \neq \alpha_2 \Leftrightarrow tg\ \alpha_1 \neq tg\ \alpha_2 \Leftrightarrow m_r \neq m_s \Leftrightarrow r$ e s: concorrentes

Figura 2.22: Retas concorrentes



Fonte: Autora

Retas perpendiculares

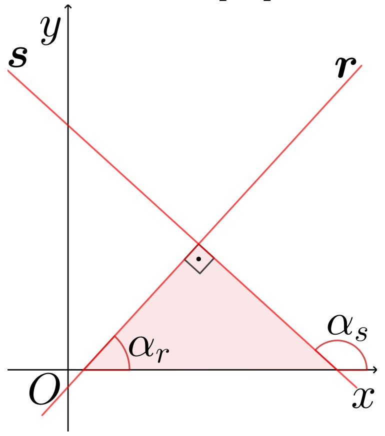
Sejam r e s duas retas distintas com coeficientes angulares $m_r = tg\,\alpha_r$ e $m_s = tg\,\alpha_s$, respectivamente. Suponhamos que r e s sejam perpendiculares entre si. Então, no triângulo assinalado na Figura 2.23, temos:

$$\alpha_s = \frac{\pi}{2} + \alpha_r \Rightarrow tg\,\alpha_s = tg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_r\right)$$

Mas $tg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_r\right) = -tg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_r\right) = -\dfrac{sen\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_r\right)}{cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_r\right)} = -\dfrac{cos\,\alpha_r}{sen\,\alpha_r} = -\dfrac{1}{\dfrac{sen\,\alpha_r}{cos\,\alpha_r}} =$

$= -\dfrac{1}{tg\,\alpha_r}$.

Figura 2.23: Retas perpendiculares



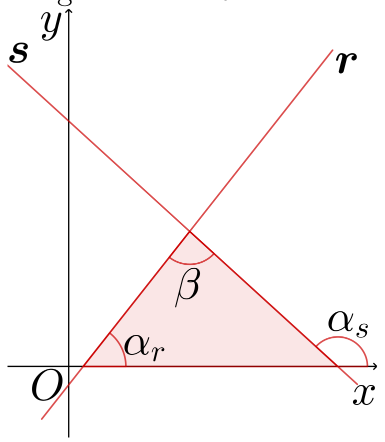
Fonte: Autora

Logo, $tg\,\alpha_s = -\dfrac{1}{tg\,\alpha_r} \Rightarrow m_s = -\dfrac{1}{m_r} \Rightarrow m_r.m_s = -1.$
Portanto, $r \perp s \Rightarrow m_r.m_s = -1.$ (1)

Por outro lado, suponhamos que $m_r.m_s = -1$.
Sendo β um dos ângulos formados por r e s na Figura 2.24, temos:

$$\alpha_s = \alpha_r + \beta. \qquad (i)$$

Figura 2.24: Retas r e s



Fonte: Autora

De $m_r.m_s = -1$, temos:

$$m_s = -\frac{1}{m_r} \Rightarrow tg\,\alpha_s = -\frac{1}{tg\,\alpha_r}.$$

Agora,

$$tg\,\alpha_s = -\frac{1}{tg\,\alpha_r} = -\frac{cos\,\alpha_r}{sen\,\alpha_r} = -\frac{sen\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_r\right)}{cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_r\right)} = -tg\,\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_r\right) = tg\,\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_r\right).$$

Como $\dfrac{\pi}{2} < \alpha_s < \pi$ e $\dfrac{\pi}{2} < \dfrac{\pi}{2} + \alpha_r < \pi$, temos:

$$\alpha_s = \frac{\pi}{2} + \alpha_r. \qquad (ii)$$

De (i) e (ii), segue $\beta = \dfrac{\pi}{2}$.
Portanto, $m_r \,.\, m_s = -1 \Rightarrow r \perp s$.
Assim podemos escrever:

$$r \perp s \Leftrightarrow m_r \,.\, m_s = -1$$

ou ainda:

$$m_r = -\frac{1}{m_s}.$$

3 Metodologia

3.1 Caracterização da pesquisa

Para o desenvolvimento do trabalho usou-se o método misto para tentar identificar algum avanço na aprendizagem dos alunos com o uso do GeoGebra. Inicialmente os métodos mistos foram definidos por Greene, Caracelli e Graham (1989) como:

> Neste estudo, definimos os projetos de métodos mistos como aqueles que incluem pelo menos um método quantitativo (destinado a coletar números) e um método qualitativo (destinado a coletar palavras). (GREENE; CARACELLI; GRAHAM, 1989, p.256, apud CRESWELL; CLARK, 2013, 21).

Nesse sentido, Johnson e colaboradores afirmam que:

> A pesquisa de métodos mistos é o tipo de pesquisa em que um pesquisador ou um grupo de pesquisadores combina elementos de abordagens de pesquisa qualitativa e quantitativa (p. ex., o uso de pontos de vista qualitativos e quantitativos, coleta de dados, análise e técnicas de inferência) para o propósito de ampliar e aprofundar o entendimento e a corroboração. (JOHNSON *et. al*, 2007, 123, apud CRESWELL; CLARK, 2013, 21).

O método usado pretende observar as emoções, comportamento e análise de sentimentos por meio de questionários e observação da turma durante as atividades e, além disso, quantificar respostas como forma de avaliar o uso de tecnologias no ensino de Geometria.

Primeiro foi feita uma pesquisa de caráter exploratório para observar a influência do uso do GeoGebra na aprendizagem do conteúdo de Geometria Analítica pelos alunos. Depois na forma de pesquisa descritiva, de modo a relatar os fatos observados durante as atividades realizadas. Semelhante à pesquisa feita com os alunos, o questionário aplicado aos professores primeiro teve um caráter exploratório e descritivo.

3.2 Campo de investigação

O campo de investigação escolhido foi a Escola Estadual Ari da Franca situada no bairro Santa Mônica na cidade de Belo Horizonte - MG. O motivo da escolha foi o fato dessa ser o local de trabalho da autora desse trabalho. É uma escola que funciona nos três turnos. Na época da realização das atividades, a escola possuía turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, turmas do Ensino Médio e turmas da Educação de Jovens e Adultos (EJA).

O trabalho foi realizado durante o ano de 2018, marcado por uma greve de professores que durou 42 dias, além de diversas outras paralisações.

A escola possui um laboratório de informática com 30 computadores, porém apenas 16 estavam em funcionamento nas datas em que as atividades foram desenvolvidas. Não há auxiliares no laboratório de informática.

3.3 Sujeitos da investigação

Os alunos escolhidos para participar da pesquisa foram os alunos do 3º ano do Ensino Médio, Turma 9, pois são alunos da única turma de 3º ano na qual a autora leciona. É uma turma composta por 38 alunos. Além dos discentes, seis professores de Matemática da escola responderam à um questionário a respeito da utilização de tecnologias em sala de aula.

3.4 Descrição das atividades

Foram elaboradas cinco atividades com o objetivo de trabalhar os conceitos de ponto médio, distância entre dois pontos e posição relativa entre retas com o uso do GeoGebra no laboratório de informática. Os alunos também responderam a um questionário inicial, antes das atividades, e a um questionário final após a conclusão das mesmas. Também foi elaborado um questionário para os professores de Matemática da escola onde foi realizada a pesquisa acerca da utilização de tecnologias na aula de Matemática. A seguir será feita uma apresentação de cada uma delas.

3.4.1 Questionário inicial

1. Qual sua idade?

2. Você gosta de Matemática? Por quê?

3. Como você considera sua dificuldade em assimilar conteúdos de Matemática?

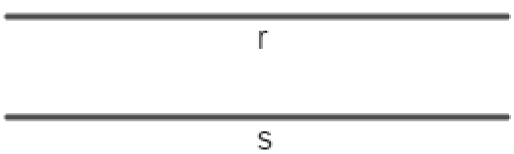
   ( )Tenho muita dificuldade. ( )Tenho pouca dificuldade. ( )Não tenho dificuldade.

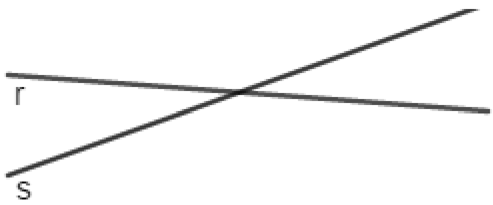
4. Você gosta de Geometria? Por quê?

5. Já estudou ponto, reta e circunferência? Se sim, o que você lembra?

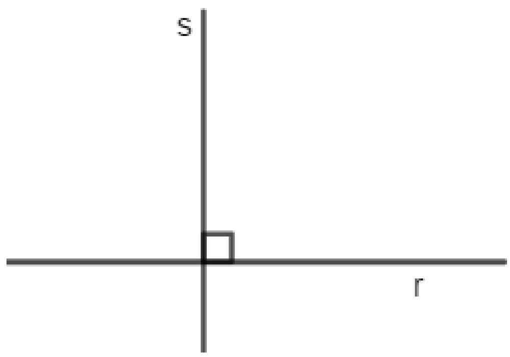
6. O que é ponto médio de um segmento?

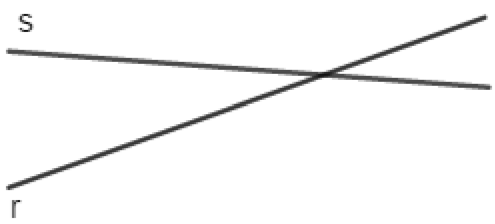
7. Classifique as retas abaixo em concorrentes ou paralelas.





8. Classifique as retas abaixo em perpendiculares ou não perpendiculares.





3.4.2 Atividade 1

Objetivo: traçar pontos e segmentos no plano cartesiano; tentar deduzir a fórmula para distância entre dois pontos no plano e tentar deduzir a fórmula para determinar o ponto médio de um segmento.

1. Construir os pontos $A = (1, 1)$, $B = (5, 1)$, $C = (-5, -2)$, $D = (-3, -3)$, $E = (3, -6)$, $F = (3, -3)$, $G = (-8, 3)$, $H = (-8, 0)$, $I = (-5, 1)$, $J = (-1, 3)$, $K = (-7, -6)$ e $L = (-5, -6)$.

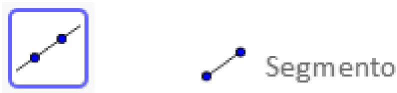
   Exemplo: para construir o ponto A, digite no *campo de entrada* (Figura 4.1) o seguinte comando: $A = (3, 1)$.

Figura 3.1: Campo de Entrada

Fonte: Print GeoGebra

2. Traçar os segmentos AB, CD, EF, GH, IJ e KL. Exemplo: clique sobre o ícone *reta* (Figura 4.2) e, em seguida, sobre a *função segmento* na aba que aparecerá (Figura 4.2) e sobre os pontos A e B para traçar o segmento AB. Faça o mesmo para os outros segmentos.

Figura 3.2: Ícone Reta e Função Segmento



Fonte: Print GeoGebra

3. Determinar o ponto médio de cada segmento criado no item 2. Exemplo: clicar sobre o ícone *ponto* (Figura 4.3) e, em seguida, sobre a *função ponto médio ou centro* (Figura 4.3) e sobre os pontos A e B para determinar o ponto médio do segmento AB. Repetir o processo para determinar o ponto médio de cada um dos outros segmentos.

Figura 3.3: Ícone Ponto e Função Ponto Médio

Fonte: Print GeoGebra

4. O que podemos dizer sobre as coordenadas de cada ponto médio em relação às coordenadas dos pontos que são os extremos do segmento?

5. Calcular a distância entre os extremos de cada segmento. Para isso, clicar sobre o ícone *ângulo* (Figura 4.4) e, em seguida, sobre a *função distância, comprimento ou perímetro* (Figura 4.4) e sobre os pontos A e B para calcular a distância entre os extremos do segmento AB. Fazer o mesmo para cada um dos segmentos criados no item 2.

6. É possível encontrar uma fórmula para o cálculo da distância entre dois pontos no plano?

Figura 3.4: Ícone Ângulo e Função Distância, Comprimento ou Perímetro

Fonte: Print GeoGebra

3.4.3 Atividade 2

Objetivo: analisar a variação do coeficiente angular; analisar a relação entre posições relativas de retas com seus coeficientes angulares.

1. No *campo de entrada* (Figura 4.5) digite: $y = x$ e o gráfico da reta será traçado. Faça o mesmo para as retas $y = 1/2x$; $y = 2x$; $y = 3/2x$; $y = 3x$.

Figura 3.5: Campo de Entrada

Fonte: Print GeoGebra

2. Analisando o gráfico das retas traçadas, o que acontece com as retas quando o valor do coeficiente angular aumenta?

3. O que acontece com as retas quando o valor do coeficiente angular diminui?

4. Clique no ícone *menu* (Figura 4.6) e selecione *Novo* (Figura 4.6) na aba que se abrirá para abrir um novo documento. Na caixa de diálogo que aparecerá, clique em *não gravar* (Figura 4.7) para descartar o documento que estava em uso.

Figura 3.6: Ícone Menu e Ícone Novo

Fonte: Print GeoGebra

5. Da mesma maneira que no item 1, trace o gráfico das seguintes retas: $y = x$; $y = 2x + 1$.

6. Analisando as retas traçadas, qual a posição relativa entre r e s? O que se pode dizer de seus coeficientes angulares?

7. Abra um novo documento utilizando os passos do item 4.

8. Da mesma maneira que no item 1, trace o gráfico das seguintes retas: $y = x$; $y = x + 1$; $y = x - 1$; $y = x + 2$; $y = x - 2$.

9. Analisando as retas traçadas, o que acontece quando os coeficientes angulares das retas são iguais? Qual a posição entre elas?

10. Abra um novo documento utilizando os passos do item 4.

Figura 3.7: Caixa de Diálogo Gravar

Fonte: Print GeoGebra

11. Da mesma maneira que no item 1, trace o gráfico da reta $y = \frac{1}{2}x - 3$. Usando a *função reta perpendicular* (Figura), trace uma reta perpendicular à reta traçada. Para isso escolha um ponto qualquer e clique sobre a reta à qual quer traçar a perpendicular. Qual a relação entre os coeficientes angulares das duas retas?

Figura 3.8: Ícone Reta Perpendicular e Função Reta Perpendicular

Fonte: Print GeoGebra

12. Abra um novo documento utilizando os passos do item 4 e repita o item 11 para cada uma das seguintes retas: $x + 1$; $y = -2x + 2$.

3.4.4 Atividade 3

Objetivo: Determinar a posição relativa entre retas com a observação dos coeficientes angulares. Escrever equação de reta paralela à reta dada em um ponto também dado.

1. Sem o uso do GeoGebra, somente observando o coeficiente angular de cada par de retas, determine a posição relativa entre elas.

   a) $y = 2x$ e $y = 3x + 1$. As retas são: ____________________________

   b) $y = -\frac{1}{3}x$ e $y = 3x$. As retas são: ____________________________

   c) $y = -x - 3$ e $y = x + 3$. As retas são: ____________________________

   d) $y = -\frac{1}{3}x$ e $y = -\frac{1}{3}x + 5$. As retas são: ____________________________

2. Usando o GeoGebra, trace cada par de retas do item anterior e verifique se sua resposta está correta. Assinale quais você determinou a posição corretamente.

   ( )*a* ( )*b* ( )*c* ( )*d*

3. Determine a equação reduzida da reta r que passa pelo ponto P e é paralela à reta s nos seguintes casos:

   a) $P(2, 5)$ e $s : 3x + y - 2 = 0$

b) $P(0,1)$ e $s : y = -4x + 2$

c) $P(0,0)$ e $s : 2x - 3y + 1 = 0$

4. Usando o GeoGebra, trace:

   a) A reta $3x + y - 2 = 0$ e marque o ponto $P(2,5)$. Clique sobre o *ícone Reta Perpendicular* (Figura 4.9) e, em seguida, sobre a *função reta paralela* (Figura 4.9) para traçar a reta paralela à reta que criou, passando pelo ponto P. A reta paralela traçada é a mesma que encontrou no item a da questão 3? __________

   Figura 3.9: Ícone Reta Perpendicular e Função Reta Paralela

   Fonte: Print GeoGebra

   b) A reta $y = -4x + 2$ e marque o ponto $P(0,1)$. Clique sobre o *ícone Reta Perpendicular* (Figura 4.9) e, em seguida, sobre a *função reta paralela* (Figura 4.9) para traçar a reta paralela à reta que criou, passando pelo ponto P. A reta paralela traçada é a mesma que encontrou no item b da questão 3? __________

   c) A reta $2x - 3y + 1 = 0$ e marque o ponto $P(0,0)$. Clique sobre o *ícone Reta Perpendicular* (Figura 4.9) e, em seguida, sobre a *função reta paralela* (Figura 4.9) para traçar a reta paralela à reta que criou, passando pelo ponto P. A reta paralela traçada é a mesma que encontrou no item c da questão 3? __________

3.4.5 Atividade 4

Objetivo: Determinar a posição relativa entre retas com a observação dos coeficientes angulares. Escrever equação de reta perpendicular à reta dada em um ponto também dado.

1. Sem o uso do GeoGebra, somente observando o coeficiente angular de cada par de retas, determine a posição relativa entre elas.

   a) $y = 2x$ e $y = -\frac{x}{2} + 1$. As retas são: ____________________

b) $y = 3x + 30$ e $y = 3x$. As retas são: ____________________

c) $y = -x - 8$ e $y = x + 8$. As retas são: ____________________

d) $y = -5x$ e $y = 5x + 5$. As retas são: ____________________

2. Usando o GeoGebra, trace cada par de retas do item anterior e verifique se sua resposta está correta. Assinale quais você determinou a posição corretamente.

   ( )a ( )b ( )c ( )d

3. Determine a equação reduzida da reta r que passa pelo ponto P e é perpendicular à reta s nos seguintes casos:

   a) $P(2, 5)$ e $s : 3x + y - 2 = 0$

   b) $P(0, 1)$ e $s : y = -4x + 2$

   c) $P(0, 0)$ e $s : 2x - 3y + 1 = 0$

4. Usando o GeoGebra, trace:

   a) A reta $3x + y - 2 = 0$ e marque o ponto $P(2, 5)$. Clique sobre o *ícone Reta Perpendicular* (Figura 4.10) e, em seguida, sobre a *função Reta Perpendicular* (Figura 4.10) para traçar a reta perpendicular à reta que criou, passando pelo ponto P. A reta perpendicular traçada é a mesma que encontrou no item a da questão 3? ____________________

Figura 3.10: Ícone Reta Perpendicular e Função Reta Perpendicular

Fonte: Print GeoGebra

   b) A reta $y = -4x + 2$ e marque o ponto $P(0, 1)$. Clique sobre o *ícone Reta Perpendicular* (Figura 4.10) e, em seguida, sobre a *função Reta Perpendicular*

(Figura 4.10) para traçar a reta perpendicular à reta que criou, passando pelo ponto P. A reta perpendicular traçada é a mesma que encontrou no item b da questão 3? ____________________

c) A reta $2x - 3y + 1 = 0$ e marque o ponto $P(0, 0)$. Clique sobre o *ícone Reta Perpendicular* (Figura 4.10) e, em seguida, sobre a *função Reta Perpendicular* (Figura 4.10) para traçar a reta perpendicular à reta que criou, passando pelo ponto P. A reta perpendicular traçada é a mesma que encontrou no item c da questão 3? ____________________

3.4.6 Atividade 5

Objetivo: Resolver exercícios usando o GeoGebra aplicando os conceitos de Geometria estudados. Por se tratar da 5ª atividade com o uso do GeoGebra, não foi colocado na atividade todos os passos para a realização, visto que as ferramentas já eram todas conhecidas.

Use o GeoGebra para resolver as seguintes questões.

1. Calcule a distância entre os pontos dados:

   a) $A(3, 7)$ e $B(1, 4)$ ____________________

   b) $E(3, -1)$ e $F(3, 5)$ ____________________

   c) $H(-2, -5)$ e $O(0, 0)$ ____________________

   d) $M(0, -2)$ e $N(5, -2)$ ____________________

   e) $P(3, -3)$ e $Q(-3, 3)$ ____________________

   f) $C(-4, 0)$ e $D(0, 3)$ ____________________

2. Sendo $A(3, 1)$, $B(4, -4)$ e $C(-2, 2)$ vértices de um triângulo, classifique-o quanto aos seus lados e ângulos.

3. Calcule a distância do ponto $P(3, -4)$ à origem do sistema cartesiano.

4. Calcule o perímetro do triângulo ABC, sendo dados $A(3,1)$, $B(-1,1)$ e $C(-1,4)$.

5. Prove que o triângulo cujos vértices são $A(2,2)$, $B(-4,-6)$ e $C(4,-12)$ é retângulo.

6. Dados $A(5,-2)$ e $B(4,-1)$, vértices consecutivos de um quadrado, determine os outros dois vértices.

7. Determine M, ponto médio de AB, nos seguintes casos:
   a) $A(3,-2)$ e $B(-1,-6)$ ________________
   b) $A(1/2,1/3)$ e $B(-1,2/3)$ ________________
   c) $A(1,-7)$ e $B(3,-5)$ ________________
   d) $A(-1,5)$ e $B(5,-2)$ ________________
   e) $A(-4,-2)$ e $B(-2,-4)$ ________________

8. Calcule os comprimentos das medianas de um triângulo de vértices $A(2,-6)$, $B(-4,2)$ e $C(0,4)$.

9. Considerando uma reta r que passa pelos pontos $A(-1,-2)$ e $B(4,2)$ e intersecta o eixo y no ponto P, determine as coordenadas do ponto P.

10. Dados $A(-3,4)$, $B(2,9)$, $C(2,7)$ e $D(4,5)$, obtenha a interseção das retas AB e CD.

3.4.7 Questionário final

1. Nos anos anteriores, algum professor utilizou recursos tecnológicos na aula de Matemática?

   ☐ Sim ☐ Não

   Em caso afirmativo, indique quais recursos foram utilizados.

2. Você considera que a utilização de recursos tecnológicos torna o aprendizado de Matemática mais significativo? ☐ Sim ☐ Não. Justifique.

3. Antes dessa disciplina, você já conhecia o *software* GeoGebra? ☐ Sim ☐ Não

   Em caso afirmativo, diga em qual situação conheceu o *software*.

4. Você conhece algum outro *software* matemático? ☐ Sim ☐ Não Em caso afirmativo, cite qual.

5. Você considera que a utilização do *software* GeoGebra contribuiu no processo de aprendizagem de Geometria? ☐ Sim ☐ Não Justifique.

6. Você utilizou o GeoGebra em casa? ☐ Sim ☐ Não

   Em caso afirmativo, comente como foi essa experiência.

7. Cite pontos positivos do uso do GeoGebra nas aulas de Geometria.

8. Cite pontos negativos do uso do GeoGebra nas aulas de Geometria.

3.4.8 Questionário para os professores

Este questionário faz parte de uma pesquisa sobre a utilização de novas tecnologias nas escolas. Tal pesquisa tem como finalidade a elaboração de uma dissertação de mestrado.

1. Nome: (opcional)

2. Há quanto tempo leciona?

3. Em seu curso de graduação, você cursou disciplina(s) voltada(s) para o uso de tecnologias em sala de aula?
   ( ) SIM ( ) NÃO

4. Em algum momento da sua vida você já usou algum *software* matemático? Se sim, cite qual(is).

5. Você acha que o uso de tecnologias pode favorecer o ensino e aprendizagem de seus alunos? Justifique.

6. Já utilizou tecnologias em suas aulas? Se sim, como foi? Caso contrário, por que nunca utilizou?

7. Já utilizou o laboratório de informática em alguma aula com seus alunos? Se sim, como foi essa experiência? Caso contrário, por qual(is) motivo(s) nunca utilizou o laboratório de informática?

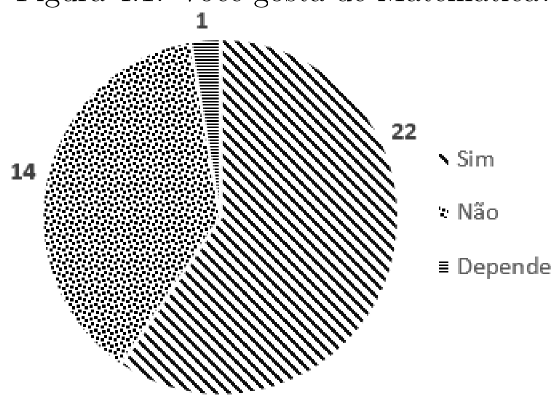
4 Resultados e discussão

As atividades propostas foram aplicadas durante o 4º bimestre de 2018. Inicialmente, foi pedido que os alunos respondessem a um questionário sobre a relação deles com a disciplina de Matemática, mais precisamente com o conteúdo de Geometria. Em seguida, os alunos resolveram as 5 atividades no laboratório de informática e, por fim, responderam a outro questionário, este de opinião às atividades realizadas.

4.0.1 Questionário inicial

Com relação à primeira pergunta *"Você gosta de Matemática?"* o resultado está expresso na Figura 4.1.

Figura 4.1: Você gosta de Matemática?



Fonte: Autora

Dos 37 alunos que responderam à pergunta, 22 alunos disseram que gostam da disciplina, 14 não gostam e 1 aluno respondeu que *"Depende"*. Mesmo não sendo a maioria a responder que não gosta de Matemática, 14 alunos é um número alto em uma turma com 37. Algumas justificativas para essas respostas merecem destaque. O aluno que respondeu *"Depende"* justificou que o professor tem a capacidade de deixar a disciplina mais interessante ou não, fazendo-o gostar ou não. Isso pode ser notado observando sua justificativa:

- *"Os professores tem a capacidade de mudar o ambiente e deixá-la mais interessante. Então depende do professor.*

Dentre os alunos que responderam *"Sim"*, várias justificativas foram devido à Matemática ser uma disciplina capaz de desenvolver o raciocínio, se tornando mais interessante e instigante. Vale ressaltar as seguintes justificativas:

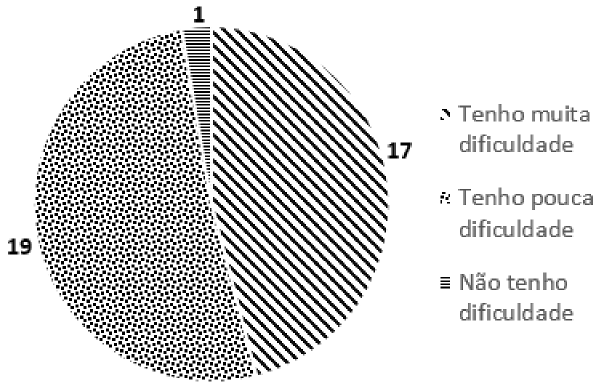
- *"Porque quando começo a aprender novas maneiras de calcular e desenvolver meu raciocínio isso me deixa feliz"*;
- *"pois ela nos estimula a pensar mais"*, *"eu gosto da forma como as respostas quase sempre são exatas e acho legal os exercícios"*;
- *"me faz sair da preguiça, é necessário praticar para aprender"*;
- *"porque a matemática é uma ciência exata. Ou está certo, ou está errado."*;
- *"facilidade nos cálculos, beleza das contas, exatidão dos resultados e prazer ao conseguir resolver"*;
- *"pois é uma matéria que te tira do comum, nos faz pensar"*

A maioria das justificativas para a resposta *não* foi por achar difícil ou não entender. As justificativas que se destacaram para a resposta *"Não"* foram:

- *"eu já gostei e fui muito boa mas hoje em dia não é algo que eu entenda ou me identifique"*;
- *"pois sinto mais dificuldade nessa matéria, apesar dela ser essencial"*

Para a pergunta *Como você considera sua dificuldade em assimilar conteúdos de Matemática?* as respostas estão ilustradas na Figura 4.2.

Figura 4.2: Como você considera sua dificuldade em assimilar conteúdos de Matemática?



Fonte: Autora

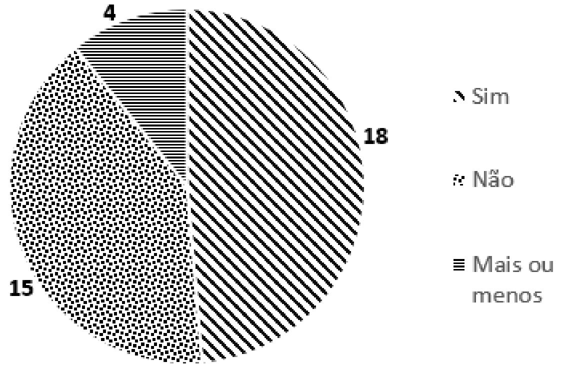
Analisando o questionário, percebe-se que praticamente todos os alunos consideram que têm dificuldade em assimilar conteúdos de Matemática. Apenas 1 aluna assinalou que não tem dificuldade.

Em seguida os alunos foram perguntados se gostam de Geometria. O resultado foi expresso na Figura 4.3. Dentre as justificativas para suas respostas, a maioria dos alunos citou que tem dificuldade em aprender Geometria, mesmo alguns que responderam que gostam da disciplina. Algumas justificativas merecem destaque:

- *"Sim, pois se pararmos para observar as coisas ao nosso redor tudo são coisas geométricas."*;

- *"Sim, porém tenho muita dificuldade, pois se trata de uma matéria complexa por um lado e fácil por outro."*;
- *"Mais ou menos, tive poucas aulas."*
- *"Não, pois tive poucas oportunidades de estudar sobre."*
- *"Sim, acho legal trabalhar com formas geométricas do nosso dia-a-dia."*

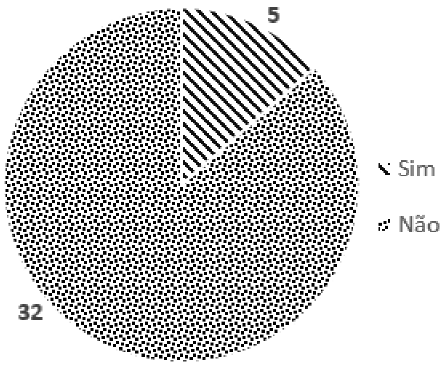
Figura 4.3: Você gosta de Geometria?



Fonte: Autora

Quanto a pergunta *"Já estudou ponto, reta e circunferência?"*, o resultado segue na figura 4.4.

Figura 4.4: Já estudou ponto, reta e circunferência?



Fonte: Autora

Pelo resultado percebe-se que a grande maioria, 32 alunos, estudaram os conteúdos de Geometria (ponto, reta e circunferência), porém a maior parte deles, 22, não se lembram do que viram.

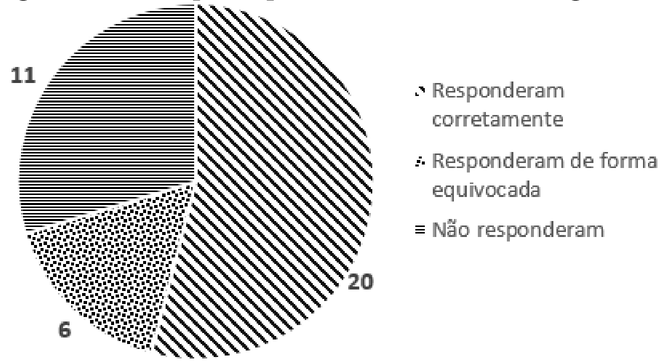
A pergunta seguinte foi *"O que é ponto médio de um segmento?"*. O resultado obtido está representado na Figura 4.5.

Analisando as respostas, 20 alunos responderam à pergunta de forma correta. Dentre os alunos que erraram, destacam-se as respostas:

- *"ponto inicial"*.;
- *"30°"*;

- *"ponto de equilíbrio de um segmento"*;
- *"o ponto onde duas retas se encontram"*;
- *"ponto médio de um segmento é o zero porque ele divide as duas retas x e y."*

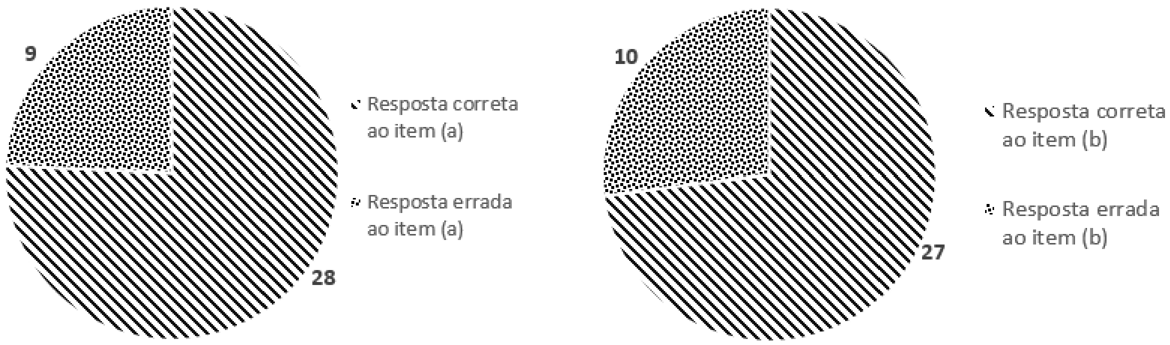
Figura 4.5: O que é ponto médio de um segmento?



Fonte: Autora

A questão 7 pedia aos alunos que classificassem os dois pares de retas em paralelas ou concorrentes. No primeiro item em que as retas eram paralelas, foram 28 acertos e no segundo, retas concorrentes, 27 (Figura 4.6).

Figura 4.6: Respostas para a reta paralela (a) e reta concorrente (b) da questão 7.

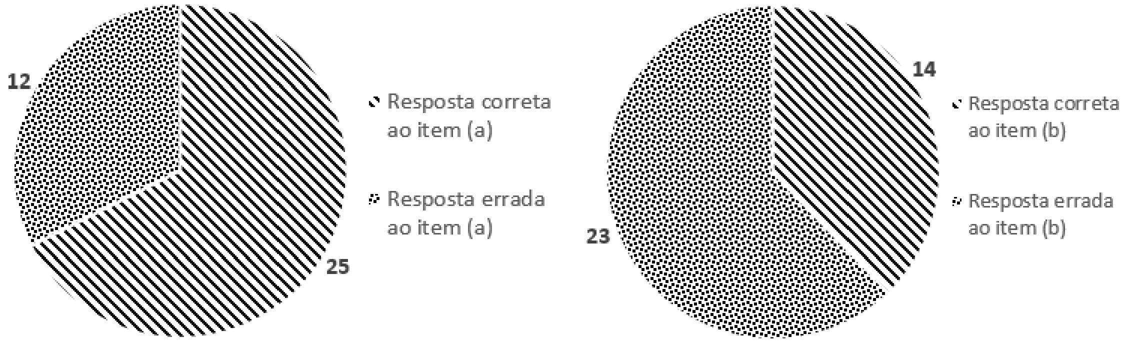


Fonte: Autora

Na questão 8, em que foi pedida a classificação dos pares de retas em perpendiculares ou não perpendiculares, foram obtidos 25 acertos no primeiro item, em que as retas eram perpendiculares e 23 no segundo, em que as retas eram não perpendiculares (Figura 4.7).

Foi observado um melhor resultado dos alunos nas questões com ilustrações em relação às questões dissertativas.

Figura 4.7: Respostas ao item reta perpendicular (a) e reta não perpendicular (b) da questão 8.



Fonte: Autora

Diante dos questionários respondidos, foi percebido que grande parte dos alunos não gosta de Matemática nem de Geometria e, praticamente a totalidade deles, tem dificuldades em assimilar os conteúdos. Além disso, foi notado em algumas justificativas que boa parte dos alunos acham a disciplina interessante mesmo tendo dificuldades em assimilá-la.

4.0.2 Atividade 1

Após a aplicação do questionário inicial, os alunos foram levados à sala de informática para execução da Atividade 1 com a utilização do GeoGebra. Eles foram induzidos à dedução das fórmulas para a determinação do ponto médio de um segmento e para cálculo de distância entre dois pontos. A sala possuía somente 16 computadores em funcionamento para a turma que continha 37 alunos. Diante disso, os alunos formaram grupos para a realização da atividade (Figura 4.8).

Figura 4.8: Realização da atividade no laboratório de informática

Fonte: Autora

Em um primeiro momento, foram apresentados aos alunos a interface do GeoGebra e alguns comandos essenciais à realização da atividade. No início da atividade os alunos demonstraram muitas dúvidas quanto à execução dos comandos mas, com o tempo, foram ficando mais interessados com o programa. Alguns alunos se sentiram mais à vontade com o *software* e começaram a utilizar mais suas ferramentas, por exemplo, trocando as cores dos objetos. Em seguida, foram passando dicas uns para os outros, se mostrando muito entusiasmados com a atividade.

Depois de traçados os objetos, houve um momento de muita concentração por parte deles, que se mostraram muito empolgados em deduzir as fórmulas solicitadas. Quando um grupo de alunos, que tentava juntos descobrir a resposta, conseguiu encontrar a fórmula para obtenção das coordenadas do ponto médio de um segmento, este se mostrou surpreso e contente. Surpreso por não se considerar capaz de encontrar uma fórmula matemática e contente por terem atingido o objetivo.

A aula não foi suficiente para a obtenção da fórmula para o cálculo da distância entre dois pontos. Na aula seguinte, continuaram a tentar encontrá-la. Novamente, houve a participação de toda a turma na busca pela resposta. Por se tratar de uma fórmula um pouco mais complexa que a primeira, foram dadas dicas para a busca. Após serem instigados a olhar para um triângulo retângulo, rapidamente entenderam as dicas e a maioria dos alunos conseguiu chegar ao resultado pedido.

Durante essas duas aulas para a realização da atividade, houve uma participação maior da turma em comparação com as atividades realizadas em sala de aula. Os alunos se mostraram mais interessados e confiantes em si mesmos. Alguns alunos chegaram a expressar o que estavam sentindo:

- *"Estou me sentindo muito bom em Matemática."*;
- *"A gente podia fazer todas as aulas aqui, professora."*

Na aula seguinte, os conceitos e fórmulas de ponto médio e distância entre dois pontos foram formalizados em sala de aula. Os alunos anotaram as fórmulas e resolveram alguns exercícios para aplicação das mesmas.

4.0.3 Atividade 2

A partir da segunda aula na sala de informática, os alunos disputavam os computadores, visto que não havia em número suficiente. A maioria queria participar ativamente da realização das atividades.

A atividade 2 buscava a análise do coeficiente angular de algumas retas traçadas. Essa atividade foi considerada mais simples pelos alunos. Depois que conheceram os comandos, a realizaram sem muito problema. Novamente se mostraram envolvidos com a aula.

No item 2 da atividade foi perguntado: *"Analisando o gráfico das retas traçadas, que acontece com as retas quando o valor do coeficiente angular aumenta?"*. A maioria das resposta foi: *"a inclinação da reta aumenta"*. Mas uma resposta, também correta porém um pouco diferente do esperado, que apareceu em grande número foi: *"Elas se aproximam do eixo y."*.

A questão seguinte foi: *"O que acontece com as retas quando o valor do coeficiente angular diminui?"*. Mais uma vez a maior parte das respostas foram: *"A inclinação* *da reta diminui."* E os alunos que responderam de forma diferente o item anterior mantiveram o modelo de resposta nesse item com: *"Se aproximam do eixo x."*.

No restante da atividade não apareceu nenhuma resposta diferente do esperado. As respostas se mantiveram todas muito parecidas. Foi notada uma empolgação dos alunos na resolução da atividade (Figura 4.9).

Figura 4.9: Realização da segunda atividade

Fonte: Autora

Após a atividade 2, os alunos tiveram uma aula teórica para a formalização dos conceitos de variação do coeficiente angular e a relação dos coeficientes angulares com a posição relativa entre duas retas.

4.0.4 Atividade 3

A atividade 3 teve como objetivo a aplicação das fórmulas encontradas na atividade 1 e dos conhecimentos ensinados nas aulas teóricas. No item 1 os alunos determinaram a posição entre quatro pares de retas observando seus coeficientes angulares. No item 2 usaram o GeoGebra para conferir suas respostas (Figura 4.10).

Trinta alunos participaram da 3ª atividade. Destes, 28 alunos acertaram pelo menos a posição entre três pares de retas. Os outros 2 alunos acertaram metade.

No item 3 foi pedido que os alunos determinassem a equação da reta paralela à reta dada passando por um ponto também dado e no, item 4, que conferissem seus resultados. O resultado dos alunos foi novamente muito bom: 24 alunos determinaram, corretamente, a reta paralela nos três casos.

Figura 4.10: Alunos no laboratório de informática

Fonte: Autora

4.0.5 Atividade 4

Prosseguindo com as atividades no laboratório, foi realizada a atividade 4 por 19 alunos. O número baixo de alunos pode ser explicado pela aula ter ocorrido no primeiro horário e muitos deles terem chegado atrasados. Esta muito parecida com a 3: no item 1 os alunos analisaram o coeficiente angular de quatro pares de reta e determinaram suas posições relativas. No item seguinte, utilizaram o GeoGebra para verificar suas respostas. Todos os alunos que realizaram a atividade acertaram a posição de pelo menos três pares de reta.

O item 3 pedia que os alunos determinassem a equação da reta perpendicular à reta dada, passando por um ponto também dado. Os alunos tiveram dificuldade em realizar a atividade no tempo proposto. Após realizarem o item 4, que pedia para traçar as retas perpendiculares no GeoGebra e compararem seus resultados, o índice de acerto foi mais baixo, apenas 9 alunos acertaram a totalidade do item 3.

Durante a realização da atividade 4, alguns alunos se mostraram desinteressados com as atividades no laboratório de informática. Foi ouvido de um aluno a seguinte afirmação: *"Nossa, ir para o laboratório de novo? É muito chato"*.

4.0.6 Atividade 5

Prosseguindo com as atividades, chegou-se à atividade 5. Alguns alunos novamente se queixaram de descer para o laboratório mais uma vez. Essa atividade consistia de uma lista de exercícios para ser realizada com o uso do GeoGebra. Houve a participação de 34 alunos. Mesmo com algumas reclamações durante o trajeto até o laboratório, de modo geral os alunos estavam mais entusiasmados com a realização da atividade, talvez por esta ser de questões mais parecidas com as que estão acostumados: questões de respostas diretas.

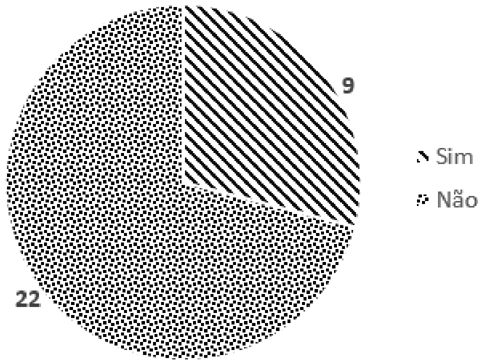
Houve grande número de sucesso nas respostas, praticamente todos os alunos responderam a atividade de forma correta. Com essa aula foram encerradas as atividades no laboratório de informática.

Com a finalização das 5 atividades foi possível perceber que os alunos dominaram o conteúdo de forma mais fácil, fazendo com que todos os alunos se envolvessem na resolução das atividades e as concluíssem quase que em totalidade de forma correta.

4.0.7 Questionário final

Na aula seguinte os alunos foram convidados a responder um questionário com relação ao uso de tecnologias na sala de aula. A primeira pergunta foi: *"Nos anos anteriores, algum professor utilizou recursos tecnológicos na aula de Matemática?"*, o resultado está na Figura 4.11.

Figura 4.11: Nos anos anteriores, algum professor utilizou recursos tecnológicos na aula de Matemática?



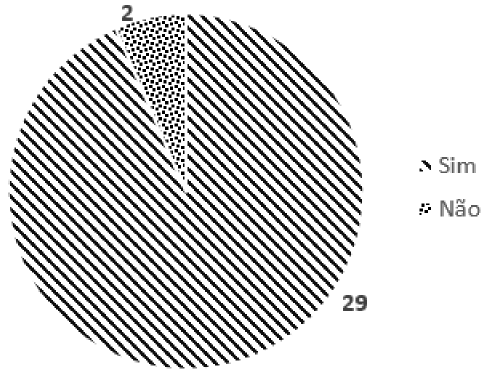
Fonte: Autora

De acordo com a Figura 4.11 pode-se perceber que aproximadamente 70% dos alunos não tiveram professores que utilizaram recursos tecnológicos na aula de Matemática. Os alunos que responderam sim, citaram os seguintes recursos tecnológicos utilizados:

- *"Computador"*;
- *"Data show"*;
- *"Vídeo aulas"*;
- *"Excel"*;
- *"GeoGebra"*.

O item 2 perguntou: *"Você considera que a utilização de recursos tecnológicos torna o aprendizado de Matemática mais significativo?"* e o resultado segue no gráfico na Figura 4.12.

Figura 4.12: Você considera que a utilização de recursos tecnológicos torna o aprendizado de Matemática mais significativo?



Fonte: Autora

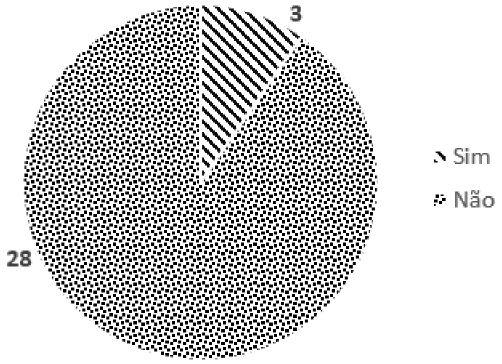
Praticamente todos os alunos acreditam que a utilização de recursos tecnológicos torna o aprendizado de Matemática mais significativo, alguns alunos justificaram suas respostas com:

- *"As aulas ficam mais didáticas e é mais fácil de aprender."*;
- *"Pois é uma ferramenta a mais."*;
- *"Pois é uma ferramenta que amplia e facilita o entendimento."*;
- *"Uma forma interativa de estudar nos prende mais."*;
- *"Pois facilita o aprendizado na questão de ser fácil e "gostoso" de usar."*;
- *"Pois é um meio de aprendizado diferente que se torna mais interessante para o aluno."*

Nenhum dos alunos que acreditam o contrário justificou sua resposta.

No próximo item: *"Antes dessa disciplina, você já conhecia o software GeoGebra?"*, o resultado segue na Figura 4.13.

Figura 4.13: Antes dessa disciplina, você já conhecia o *software* GeoGebra?



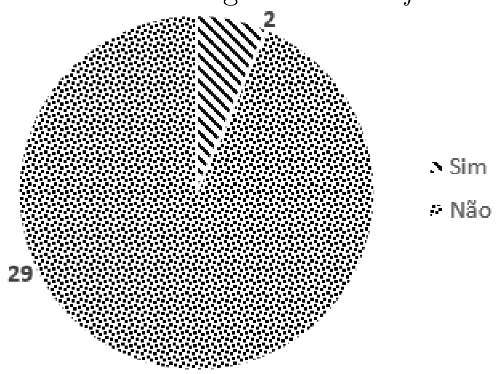
Fonte: Autora

Os alunos que responderam afirmativamente, citaram as situações nas quais conheceram o *software*:

- *"No ano passado quando estava estudando trigonometria na minha antiga escola."*;
- *"No cursinho preparatório para o ENEM."*;
- *"Em um curso."*

O item seguinte: *"Você conhece algum outro software matemático?"* teve o resultado expresso na Figura 4.14.

Figura 4.14: Você conhece algum outro *software* matemático?

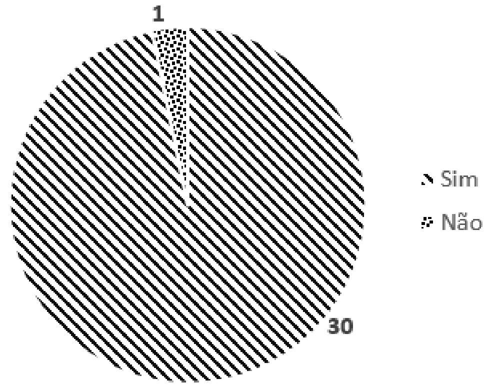


Fonte: Autora

O único *software* matemático citado como já conhecido foi o Excel.

A próxima pergunta foi: *"Você considera que a utilização do software GeoGebra contribuiu no processo de aprendizagem de Geometria?"*. Foi obtido o seguinte resultado expresso na figura 4.15.

Figura 4.15: Você considera que a utilização do *software* GeoGebra contribuiu no processo de aprendizagem de Geometria?



Fonte: Autora

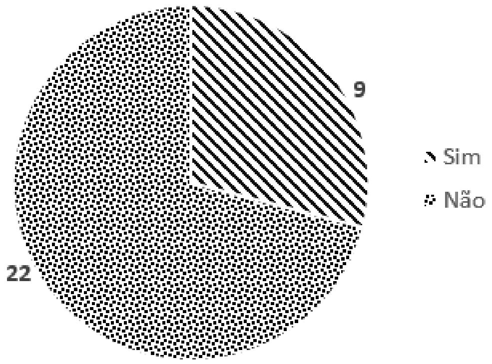
Observa-se que quase a totalidade da turma considerou como positiva a utilização do GeoGebra para a aprendizagem. O aluno que marcou de forma contrária não justificou sua resposta. Algumas das respostas positivas tiveram como justificativas as afirmações seguintes:

- *"É uma forma mais simples de aprender e que exerce um certo esforço e atenção."*;

- *"Pois é divertido aprender não somente utilizando a sala de aula ou o caderno."*;
- *"Pois a visualização é melhor."*;
- *"Pois é colocado em prática."*;
- *"Pois é um novo meio de aprendizagem."*;
- *"Pois mostra muita coisa interessante."*;
- *"Facilita muito já que tenho dificuldade na matéria."*;
- *"Porque você fazendo aprende mais."*;
- *"Eu aprendi mais usando o GeoGebra do que em sala."*

O item seguinte questionava: *"Você utilizou o GeoGebra em casa?"* e como resposta obteve-se o gráfico da Figura 4.16.

Figura 4.16: Você utilizou o GeoGebra em casa?



Fonte: Autora

Nota-se que poucos alunos, nove no total, utilizaram o *software* em casa. Alguns deles comentaram sua experiência:

- *"Foi interessante pois pude explorar melhor o aplicativo."*;
- *"Gostei da experiência, pude aprender como utilizar."*;
- *"É bem tranquilo de ser usado, então foi ótimo."*;
- *"Bem complicado pois tinha sido a 1ª vez."*;
- *"Difícil no começo mas me ajudou muito."*

Ao final do questionário foram citados os pontos positivos e negativos do uso do GeoGebra nas aulas de Geometria. Como pontos positivos foram citados:

- *"Facilidade em resolver as atividades."*;
- *"É bem simples, completo e ilustrativo."*;
- *"Para aprender mais claro sobre o que está sendo dado."*;

- *“É fácil de usar (sendo legal e divertido de mexer).”*;
- *“Dá pra ver melhor as coordenadas.”*;
- *“Amplia os pontos e é mais fácil de identificar as retas.”*;
- *“Interação com tecnologia.”*

Treze alunos disseram não ter encontrado pontos negativos. Outros apontaram os seguintes:

- *“Difícil utilização às vezes.”*;
- *“Não ter computador para todos.”*;
- *“Não consigo abrir no celular.”*;
- *“O uso do computador pode desviar nossa atenção.”*;
- *“Você tem que conhecer bastante o programa, senão tem dificuldade de manusear.”*

De forma geral houve mais avaliações positivas com relação a utilização do GeoGebra nas aulas de Geometria.

4.0.8 Questionário para os professores

O objetivo do questionário aplicado aos professores foi analisar como os mesmos tratavam do uso das tecnologias em sala de aula, se tiveram formação voltada para o uso das mesmas enquanto cursavam a graduação e se já experimentaram o uso em sala de aula.

O questionário foi respondido pelos seis professores de Matemática da escola em que foi feita a pesquisa, excluindo a autora do trabalho. Os professores têm entre seis e vinte anos de trabalho.

Dentre os professores, quatro deles cursaram disciplina durante a graduação voltada para o uso de tecnologias em sala de aula e citaram como *software*s matemáticos conhecidos os seguintes: MatLab, GeoGebra, Poly, Cabri, Winplot. O GeoGebra foi citado por todos os professores.

Todos os professores consideram o uso das tecnologias como meio de favorecer o ensino e aprendizagem de seus alunos. Alguns professores afirmaram:

- *“pois tem um apelo visual mais motivador e que gera uma compreensão melhor dos conteúdos.”*
- *“desperta o interesse dos alunos, se torna uma aula dinâmica e muito mais participativa.”*
- *“é uma outra abordagem, visualização precisa.”*
- *“são ferramentas que auxiliam na consolidação de conceitos.”*

Um professor, que tem a mesma opinião que os demais, salientou que o uso faz sentido quando a tecnologia seja parte do cotidiano dos alunos e que também faça parte da realidade da escola:

- *"uma vez que a tecnologia seja uma realidade da escola e dos alunos."*

Muito importante a colocação desse professor, pois muitas vezes não basta a dedicação do professor se a escola não possuir um laboratório de informática adequado para trabalhar com a turma e também se os alunos em questão não tiverem acesso às tecnologias fora da escola, pois, se caso essa for a realidade deles, terão muita dificuldade quando colocados em frente a um computador, por exemplo, para a realização de atividades escolares.

Quanto ao uso das tecnologias em sala de aula, todos os professores afirmaram que já as utilizaram. Algumas experiências foram relatadas por eles:

- *"já utilizei o GeoGebra, mas não foi muito bem usado por causa do não funcionamento das máquinas. Utilizo muitos vídeos dos conteúdos, é interessante e faz um apelo da história dos conteúdos entre outros saberes."*
- *"os alunos adoraram e participaram muito mais."*
- *"foi muito bom. Os alunos gostam muito. Se interessam mais nas aulas."*
- *"de maneira precária mas foi bem interessante pois despertou a curiosidade e interesse dos alunos."*
- *"no início satisfatória, no entanto, ao final da aula os alunos não tinham recursos nem acesso à tecnologia usada na ocasião."*

As experiências dos professores foram todas satisfatórias com relação ao interesse dos alunos. Para alguns professores que responderam ao questionário, porém, a realidade das escolas com a falta de recursos foi um fato que prejudicou o uso das tecnologias.

Sobre o uso do laboratório de informática, um professor relatou ter tido uma experiência satisfatória, em que os alunos adoraram e se interessaram pela aula. Um outro professor que também já utilizou o laboratório teve a realização da atividade prejudicada pela falta de máquinas. Os outros professores alegaram nunca terem utilizado o laboratório de informática e justificaram a não utilização:

- *"nunca usei devido a estrutura e condições das escolas que trabalhei não ofereciam condições para tal. Em alguns casos a escola nem possuía laboratório."*
- *"na maioria das vezes não tinha a grande totalidade dos computadores em funcionamento."*
- *"são poucas máquinas para muitos alunos."*
- *"por não ter computadores suficientes para toda a turma e pela impossibilidade de dividir a turma."*

Nota-se que a falta de computadores nas escolas ainda é um entrave muito grande na utilização das novas tecnologias de informação e comunicação. Ainda falta melhorar as estruturas das escolas e mantê-las, visto que muitas vezes as escolas possuem computadores mas nem todos funcionam, ou seja, não recebem nenhuma manutenção.

Os professores que responderam ao questionário concordam que o uso das tecnologias pode trazer benefícios para o ensino e aprendizagem dos alunos, porém para isso é necessário um maior investimento em infraestrutura dos laboratórios de informática das escolas para que os mesmos possam ser usados como grandes aliados à uma aprendizagem mais motivadora.

5 Considerações finais

No presente trabalho, foi desenvolvida uma proposta de ensino através de atividades sobre o conteúdo de Geometria Analítica desenvolvidas com o uso do *software* GeoGebra. A escolha do tema ocorreu, principalmente, por ser um conteúdo previsto no planejamento da turma em questão, pois 2018 foi um ano atípico, com greve e paralisações, tornando o tempo escasso e pouco produtivo. Sendo assim, dependia que nos atentássemos a um conteúdo já pertencente a grade curricular.

A escolha do *software* GeoGebra para a realização das atividades se deu como uma forma de tentar tornar o ensino de Geometria Analítica mais agradável e de entendimento mais fácil, sendo a escolha mais facilitada pelo fato do GeoGebra ser um *software* gratuito e que já se encontrava instalado nos computadores da escola.

Nos resultados obtidos pela aplicação do primeiro questionário, percebemos que a maior parte da turma escolhida gostava de Matemática, mas o número de rejeição pode ser considerado alto, visto que 14 alunos do total de 37 disseram não gostar da disciplina. Quanto à aprendizagem, quase cem por cento dos alunos relataram dificuldades em assimilar conteúdos matemáticos. No que se refere à Geometria, a turma praticamente se dividiu ao meio quanto a gostar ou não gostar. Alguns relataram ter tido poucas aulas sobre o assunto, confirmando o fato do conteúdo ser deixado de lado pelos professores, como descrito no Capítulo 2.

Ainda no primeiro questionário os alunos mostraram maior facilidade em responder as questões que apresentavam imagens em relação às perguntas teóricas, confirmando o fato de que a visualização das propriedades facilita o aprendizado, na maioria das vezes.

Com relação ao segundo questionário, foi relatado pela maioria dos alunos que os mesmos não tiveram professores que utilizaram recursos tecnológicos na aula de Matemática. Foi considerado também pela maioria, que a utilização de recursos tecnológicos torna o aprendizado mais significativo. Quanto ao GeoGebra, apenas três alunos já o conheciam e, além dele, um aluno citou o Excel como *software* matemático já conhecido.

94% dos alunos consideraram que o uso do GeoGebra contribuiu para o processo de aprendizagem de Geometria. Trinta por cento deles chegaram a utilizar o *software* em casa. Ao final do questionário, os alunos citaram pontos positivos e negativos encontrados por eles nas aulas de Geometria com o uso do GeoGebra. Foram apontados mais pontos positivos que negativos e muitos relataram que aprenderam mais durante as atividades, em relação às aulas tradicionais. Dentre os pontos negativos, foi citado o número insuficiente de computadores para os alunos, problema relatado no Capítulo 2 como um dos desafios do uso das tecnologias para o ensino na escola pública.

O questionário aplicado aos professores confirmou fatos tratados na pesquisa. Acreditam que o uso das tecnologias pode ajudar e muito no ensino e aprendizagem da

Matemática, porém há desafios para que essa utilização aconteça. O principal desafio talvez esteja nas estruturas precárias das escolas, que às vezes não tem laboratório de informática e, quando têm, a maioria dos computadores não funciona, como é o caso da Escola Estadual Ari da Franca em que as atividades foram desenvolvidas. Dos 30 computadores, apenas 16 estavam funcionando.

Com o desenvolvimento das atividades, ficou claro que, mesmo a maioria dos alunos não conhecendo o *software* GeoGebra, eles se envolveram bastante durante as aulas e não demonstraram muita dificuldade na manipulação do *software*. A empolgação deles com a conquista das respostas foi marcante.

Em algumas aulas uma pequena quantidade de alunos chegou a reclamar de ter que descer para o laboratório de informática. Mas, em sua maioria, a turma se mostrou envolvida e motivada pelas atividades.

Convém salientar que houve fatos que prejudicaram a realização das atividades: o pequeno número de computadores, disponíveis em quantidade menor que a metade da turma, e o fato de termos passado por greve e paralisações, o que deixou os alunos cansados e um pouco desmotivados a estudar. Mesmo com esses percalços, durante a realização das atividades foi possível perceber que o uso do GeoGebra facilitou a aprendizagem dos alunos, já que foi possível traçar os gráficos das retas de forma precisa, além de aumentar e diminuir o zoom para uma melhor visualização. Aprendizagem esta que foi confirmada por meio de atividades avaliativas escritas realizadas em sala de aula.

Consideramos que a realização de atividades no laboratório de informática com a utilização do GeoGebra é de grande valia para os alunos em geral. As aulas se tornam mais dinâmicas, fazendo com que o conteúdo de Matemática seja desenvolvido de uma forma diferenciada e facilitando, de fato, o ensino e a aprendizagem.

Assim, acreditamos que a inclusão das tecnologias de informação e comunicação na aula de Matemática pode se tornar um grande diferencial para a realização de um processo de ensino e aprendizagem mais significativo e prazeroso. Para isso, entendemos que o professor precisa ser mais valorizado e incentivado a receber formação e qualificação necessárias à utilização de TIC's na sala de aula. Depois disso, compete ao professor que preza por uma verdadeira aprendizagem a busca e utilização destes novos meios. Para que o mesmo tenha condições de realizá-las, é necessário que gestores se envolvam, dando o suporte necessário, buscando o envolvimento da comunidade escolar, e ainda, que as escolas tenham principalmente o recurso básico para a utilização das novas tecnologias: o computador em funcionamento.

Referências

[1] ALMOULOUD, S.; MANRIQUE, A. A geometria no ensino fundamental: concepções de professores e de alunos. In: *Encontro ANPED: Associação Nacional de Pesquisa em Educação*. Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

[2] BARRETO, F. *Informática para educação: aplicações práticas em sala de aula*. 1. ed. São Paulo: Érica, 2014.

[3] BELLEMAIN, F. Geometria dinâmica: diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In: *International Conference on Graphics engineering for arts and design*. Curitiba: USP, 2001. p. 1314–1329.

[4] BITTAR, M. A escolha do software educacional e a proposta didática do professor: estudo de alguns exemplos em matemática. In: BELINI, N. L. C. W. (Ed.). Campo Mourão: Editora da FECILCAM, 2010. p. 220.

[5] BORBA, M.; PENTEADO, M. *Informática e educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

[6] BRAGHIROLLI, E. et al. *Psicologia Geral*. Porto Alegre: Editora Vozes, 1995.

[7] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

[8] BRASIL. *Base nacional comum curricular*. 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/site/inicio>.

[9] BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Básica*. 2016. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file>.

[10] CASARIN, N.; RAMOS, B. Família e aprendizagem escolar. *Revista de Psicopedagogia*, v. 74, p. 189, 2007.

[11] CETIC. *TIC Educação - 2017*. 2017. Disponível em: <https://cetic.br/pesquisa/educacao/indicadores>.

[12] CLEMENTE, J. et al. *Ensino e aprendizagem da Geometria: um estudo a partir dos periódicos em educação matemática*. 2015. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ENSINO-E-APRENDIZAGEM-DA-GEOMETRIA-UM-ESTUDO-A-PARTIR-DOS-PERI%C3%93DICOS-EM-EDUCA%C3%87%C3%83O-MATEM%C3%81TICA.pdf>.

[13] CRESWELL, J.; CLARK, V. *Pesquisa de Métodos Mistos*. 2. ed. São Paulo: Penso, 2013.

[14] D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre a educação matemática*. 1. ed. Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

[15] DANTE, L. *Matemática, volume único*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

[16] DULLIUS, M.; HAETINGER, C. *Ensino e aprendizagem de matemática em ambientes informatizados: concepção, desenvolvimento, uso e integração destes no sistema educacional*. 2005. Disponível em: <http://ensino.univates.br/ 4iberoamericano/trabalhos/trabalho110.pdf>.

[17] DUSO, A.; SUDBRACK, E. Política Educacional: para além da racionalidade econômica - questionando a enturmação. *Revista de Ciências Humanas*, v. 10, p. 21–42, 2009.

[18] FELICETTI, V. *Linguagem na Construção Matemática*. 2010. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito/article/view/7121/5354>.

[19] FERREIRA, A. *Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*. 2. ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999.

[20] FIGUEIRA, C. et al. *Visualização e a geometria nos primeiros anos*. São Paulo: IME/USP, 2007.

[21] FONSECA, A. et al. *O ensino de Geometria na escola fundamental*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

[22] FRANCKLIN, A.; LOURENCETTI, G. *O (não) uso dos tablets educacionais pelos professores da rede pública estadual mineira*. 2016. Disponível em: <http://eft.educom.pt/index.php/eft/article/view/511>.

[23] GARNICA, A. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. *Mimesis*, v. 22, p. 35–48, 2001.

[24] GUARESCHI, P. *A realidade da comunicação: visão geral do fenômeno*. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.

[25] IMBERNÓN, F. *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

[26] INEP. *Indicadores Educacionais*. 2018. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/indicadores-educacionais>.

[27] KENSKI, V. *Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância*. 9. ed. Campinas: Papirus, 2000.

[28] LIBÂNEO, J. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

[29] LORENZATO, S. Por que ensinar geometria? *Educação Matemática em Revista, SBEM*, v. 3, p. 3–13, 1995.

[30] LUDKE, M.; ANDRÉ, M. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. 1986. Disponível em: <www.rbep.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/1605/1577>.

[31] MARTINO, M. *Desafios para a gestão escolar com o uso de novas tecnologias*. 2004. Disponível em: <http://www.eadconsultoria.com.br/matapoio/biblioteca/textos_pdf/texto05.pdf>.

[32] MORAN, J. *O Uso das Novas Tecnologias da Informação e da Comunicação na EAD - uma leitura crítica dos meios*. 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/T6%20TextoMoran.pdf>.

[33] MORAN, J.; MASETTO, M.; BEHRENS, M. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 1. ed. Campinas: Papirus, 2000.

[34] MORAN, J. *Contribuições para uma pedagogia da educação on-line*. 2. ed. São Paulo: Loyola, 2006.

[35] NACARATO, A.; PASSOS, C. *A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

[36] OLIVEIRA, D.; VIEIRA, L. O trabalho docente na educação básica no estado de Minas Gerais: conhecendo novos docentes e suas condições. In: DUARTE, A. et al. (Ed.). Belo Horizonte: Fino Traço, 2012. p. 11.

[37] PAIVA, M. *Matemática Paiva*. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

[38] PAPERT, S. *Logo: Computadores e Educação*. São Paulo: Brasiliense S.A., 1988.

[39] PAPERT, S. *A Máquina das crianças. Repensando a Escola na Era da Informática*. Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1994.

[40] PAVANELO, R. Educação matemática e criatividade. a educação matemática em revista. *Revista SBEM*, v. 3, 1994.

[41] PEZZINI, C.; SZYMANSKI, M. *Falta de desejo de aprender*. 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/853-2.pdf>.

[42] PICCOLI, L. *A construção de conceitos em Matemática: uma proposta usando Tecnologia de Informação*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2006.

[43] POI, T. *O ensino de Geometria através da expressão gráfica no currículo e formação acadêmica do professor de Matemática*. 2010. Disponível em: <https://docplayer.com.br/2109269-Uma-analise-do-ensino-da-geometria-no-curso-de-formacao-de-docentes-do-ensino-fundamental.html>.

[44] PRADO, M.; VALENTE, J. A formação na ação do professor: uma abordagem na e para uma nova prática pedagógica. In: VALENTE, J. et al. (Ed.). Campinas: UNICAMP/NIED, 2003. p. 21–38.

[45] RITTER, A. *A visualização no ensino de geometria espacial: possibilidades com o software Calques 3D*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

[46] SARTORI, G. *Homo videns: televisão e pensamento pós moderno*. Bauru: Edusc, 2001.

[47] SCHEFFER, N. *Corpo - tecnologias - matemática: uma interação possível no ensino fundamental*. Erechim: Edifapes, 2002.

[48] SMOLE, K. *Matemática: ensino médio: volume 3*. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

[49] STAREPRAVO, A. et al. O que a avaliação de matemática tem revelado aos professores: Conhecimentos construídosou informações acumuladas? In: *Congresso Internacional sobre Avaliação na Educação*. Curitiba: Futuro Congresso e Eventos Ltda, 2004.

[50] TATOO, F.; SCAPIN, I. Matemática: por que o nível elevado de rejeição? *Revista Ciências Humanas e Educação*, v. 5, p. 57–70, 2004.

[51] TEDESCO, J. Os fenômenos de segregação e exclusão social na sociedade do conhecimento. *UNESCO, Cadernos de Pesquisa*, v. 17, p. 27, 2002.

[52] TEDESCO, J. *Educação e Novas Tecnologias: esperança ou incerteza?* SÃ£o Paulo: Cortez, 2004.

[53] VALENTE, J. *O computador na sociedade do conhecimento*. 1999. Disponível em: <https://www.nied.unicamp.br/biblioteca/o-computador-na-sociedade-do-conhecimento>.

[54] VICENTE, J.; PAULINO, R. O PTE, As Tic, A Matemática e o GeoGebra. *AdolesCiência - Revista Júnior de Investigação*, v. 2, p. 45–48, 2013.

[55] VITTI, C. *Matemática com prazer, a partir da história e da geometria*. 2. ed. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1999.

[56] VOLTARELLI, S. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE*. 1. ed. Curitiba: SEED/PR, 2015.