

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT**

JUCIMARA RUFATO CORÁ

**ANÁLISE DA INSERÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
IDENTIFICADA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

DISSERTAÇÃO

**PATO BRANCO
2019**

JUCIMARA RUFATO CORÁ

**ANÁLISE DA INSERÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
IDENTIFICADA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO
ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo

PATO BRANCO

2019

C787a Corá, Jucimara Rufato.
Análise da inserção da resolução de problemas identificada em livros didáticos de matemática do ensino fundamental / Jucimara Rufato -- 2019.
144 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Pato Branco, PR, 2019.
Bibliografia: f. 138 - 144.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Matemática - Metodologia. 3. Aprendizagem. 4. Solução de problemas. 5. Livros didáticos. I. Colombo, Janecler Aparecida Amori, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD (22. ed.) 510

Ficha Catalográfica elaborada por
Suélem Belmudes Cardoso CRB9/1630
Biblioteca da UTFPR Campus Pato Branco

Título da Dissertação Nº 35

“ANÁLISE DA INSERÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS IDENTIFICADA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL”

por

Jucimara Rufato Corá

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, sob a orientação da Prof^ª Dr^ª Janecler Aparecida Amorin Colombo, pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 14:00hs do dia 04 de abril de 2019. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Prof^ª. Janecler Aparecida Amorin
Colombo, Dr^ª
(Presidente – UTFPR/Pato Branco)

Prof. André Pereira Pedroso, Dr.
(UNIOESTE/ Francisco Beltrão)

Prof^ª. Cleonis Viater Figueira, Dr^ª
(UTFPR/Pato Branco)

Prof. Adilson da Silveira, Dr.
(Coordenador do PROFMAT/UTFPR)

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR”

*Dedico este trabalho,
À minha família, meu alicerce.
À minha orientadora.
E a todas as pessoas que lutam pela
educação.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço, à minha orientadora, Prof.^a Dr.^a Janecler Aparecida Amorin Colombo, primeiramente por aceitar me guiar nesta pesquisa, pelos conhecimentos que me transmitiu, pela atenção dedicada, pelo amparo, pela paciência, pela compreensão, por acreditar em mim... obrigada por ser esse ser humano maravilhoso e uma excelente profissional, pessoa que me inspira profundamente.

Ao Prof. Dr. André Pereira Pedroso, à Prof.^a Dr.^a Cleonis Viater Figueira, membros da banca examinadora, por terem atendido ao convite para desempenhar este papel, dispondo de seu tempo e conhecimento para analisar este trabalho.

À minha família, que sempre acreditou e me deu força. Minha mãe, Cecenei, pelo exemplo de mulher batalhadora, que nunca desiste dos seus objetivos. Meu pai, Francisco, por ter me ensinado a trabalhar e valorizar cada conquista. Às minhas irmãs, Jocilde e Giovana, por me enxergarem sempre melhor do que eu sou, por apoiarem as minhas decisões, por vibrarem com as minhas conquistas.

A TODOS os meus amigos, pela compreensão e torcida em todos os momentos, pela paciência, por compreenderem a necessidade dos meus isolamentos, embora muitas vezes acreditando que eu aproveitasse os estudos como um grande álibi, para desfrutar do prazer do isolamento. Em especial, os meus amigos, Joel, Geovani, Renan, Jehan, por serem meus conselheiros, por me fazerem rir nas situações mais improváveis, por me apoiarem, por estarem sempre presentes, por serem exemplos de lealdade e bondade. À minha amiga e colega de trabalho, Cristiane, e à minha amiga e prima, Eromilta, por me ajudar em momentos de total desespero. À minha amiga, Paola, pelos momentos alegres, angustiantes e produtivos que compartilhamos, por partilhar seu enorme conhecimento acadêmico comigo, por me auxiliar de diversas maneiras.

À todos os meus professores, que foram muito importantes na minha vida acadêmica.

Aos meus colegas de profissão, da Escola Futura, por acreditarem e valorizarem a docência.

À todos os professores, pelo comprometimento, pelo respeito à profissão Professor e por acreditarem no ser humano.

Aos meus alunos que, mesmo sem saber, contribuíram para a minha pesquisa, por serem pessoas que acreditam e lutam por um mundo melhor.

À Deus, por permitir que os Mentores espirituais e Espíritos Instrutores conduzam a minha caminhada.

“Nossa maior fraqueza está em desistir. O caminho mais certo de vencer é tentar mais uma vez.” (Thomas Edison)

RESUMO

CORÁ, Jucimara Rufato. Análise da inserção da resolução de problemas identificada em livros didáticos de matemática do ensino Fundamental. 2019. 144 f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, PR, 2019.

A utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas tem sido apontada por diversos autores e também por documentos oficiais que norteiam a educação básica brasileira, como uma possibilidade de potencializar e dinamizar as aulas de Matemática. Nesse sentido, nos propomos a analisar a presença dessa tendência metodológica em livros didáticos de Matemática, já que estes são, inquestionavelmente, um dos principais materiais de apoio do professor brasileiro no exercício da docência. Especificamente, o objeto de análise foi a coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental escolhida pela maioria dos professores em todo o Brasil, dentre as coleções aprovadas pelo PNLD 2017, no caso, a coleção “Praticando Matemática - 6º ao 9º ano”. Desse modo, o estudo pretendeu responder à seguinte questão: Os livros didáticos da Coleção “Praticando Matemática - 6º ao 9º ano”, oferecem subsídios para o desenvolvimento de aulas de Matemática com foco na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas na perspectiva de Onuchic e Allevato (2014)? Para atingirmos os objetivos e responder à problemática enunciada, buscamos, por meio de uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa: identificar as unidades temáticas que iniciavam a partir da exploração de um problema gerador e a partir dele, construía os conceitos e definições; identificar as subseções do livro didático e mapeá-las com relação à configuração dos problemas, se estavam presentes no início de cada conteúdo ou se estavam presentes nas tarefas complementares dos livros didáticos. Constatamos que os livros didáticos analisados apresentam quantidade insignificante de subseções que iniciam com problemas geradores, fator este que pode corroborar para o não uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas por parte de alguns professores. Contudo, as existentes podem fornecer subsídios ao docente que se propuser a trabalhar a partir da metodologia. Concluímos também que durante o processo de escolha de livros didáticos, seria importante o professor considerar as coleções que abordam tal metodologia como uma aliada para a aprendizagem e que apresentam um maior número de tarefas que podem ser categorizadas como problemas, potencializando deste modo o seu uso.

Palavras-chave: Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Livro didático. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

CORÁ, Jucimara Rufato. Analysis of the insertion of problem solving identified in textbooks of Mathematics of Elementary School. 2019. 144 f. Master's Dissertation - Postgraduate Program in Mathematics in National Network - PROFMAT. Federal Technological University of Paraná. Pato Branco, PR, 2019.

The use of the Teaching-Learning-Evaluation Methodology through Problem Solving has been pointed out by several authors and also by official documents that guide Brazilian basic education, as a possibility to potentialize and stimulate Mathematics classes. In this sense, we propose to analyze the presence of this methodological tendency in Mathematics didactic books, since these are unquestionably one of the main support materials of the Brazilian teacher in the exercise of teaching. Specifically, the object of analysis was the collection of Basic Mathematics textbooks chosen by most teachers throughout Brazil, among the collections approved by PNLD 2017, in this case, the collection "Practicing Mathematics - 6th to 9th grade". Thus, the study aimed to answer the following question: The didactic books of the "Practicing Mathematics - 6th to 9th grade", offer subsidies for the development of Mathematics classes focusing on Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving from the perspective of Onuchic and Allevato (2014)? In order to reach the objectives and to respond to the problematic stated, through a bibliographic research of a qualitative nature, we seek to identify the thematic units that started from the exploration of a generating problem and from it, they constructed the concepts and definitions; identify the subsections of the textbook and map them in relation to the configuration of the problems, whether they were present at the beginning of each content or if they were present in the supplementary tasks of the textbooks. We found out that the textbooks analyzed had insignificant amounts of subsections that begin with generative problems, which can intensify the non-use of the Teaching-Learning-Evaluation Methodology through Problem Solving by a few teachers. However, the subsections that are in the textbooks can provide support to teachers who intend to work using this methodology. We also concluded that, during the process of choosing textbooks, teachers should consider those collections which bring up such methodology as an ally for learning, and also those that provide a greater number of activities that can be categorized as problems. Therefore, their use would be optimized.

Keywords: Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving. Textbook. Mathematics Teaching.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: PÁGINA DO LIVRO EXAME DE ARTILHEIRO	42
FIGURA 2: COLEÇÃO LIVROS DIDÁTICOS-PRATICANDO MATEMÁTICA...	75
FIGURA 3: POTENCIAÇÃO.....	96
FIGURA 4: SEQUÊNCIA DOS MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO	97
FIGURA 5: QUANDO OS MÚLTIPLOS SE ENCONTRAM.....	99
FIGURA 6: DIVISORES COMUNS E O MDC	101
FIGURA 7: VOLUMES	103
FIGURA 8: LETRAS E PADRÕES.....	106
FIGURA 9: NOVOS PROBLEMAS E EQUAÇÕES.....	109
FIGURA 10: EQUAÇÕES COM DUAS INCÓGNITAS	111
FIGURA 11: MÉTODO DA ADIÇÃO	113
FIGURA 12: EQUAÇÕES	116
FIGURA 13: PROBLEMA GERADOR SOBRE MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)	123
FIGURA 14: EXERCÍCIO SOBRE O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL	124
FIGURA 15: PROBLEMA DE EQUAÇÃO	126
FIGURA 16: EXERCÍCIO ENVOLVENDO FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS	127
FIGURA 17: PROBLEMA-SISTEMA DE EQUAÇÕES.....	129
FIGURA 18: EXERCÍCIO- EQUAÇÕES	129
FIGURA 19: PROBLEMA-RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	131
FIGURA 20: EXERCÍCIO- PORCENTAGEM.....	131

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA.....	23
QUADRO 2: CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS	23
QUADRO 3:CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS COMPLEMENTARES	24
QUADRO 4: MODELO DE PRÁTICAS PEDAGÓGICAS.....	69
QUADRO 5: CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS	71
QUADRO 6: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (6ºANO)	79
QUADRO 7:FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (7ºANO)	81
QUADRO 8: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (8ºANO)	85
QUADRO 9: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (9ºANO)	88
QUADRO 10: CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS- LIVRO 6º ANO	94
QUADRO 11: CLASSIFICAÇÃO QUANTO ÀS TAREFAS LIVRO 7º ANO.....	104
QUADRO 12: CLASSIFICAÇÃO QUANTO ÀS TAREFAS LIVRO 8º ANO.....	107
QUADRO 13: CLASSIFICAÇÃO QUANTO ÀS TAREFAS LIVRO 9º ANO.....	114
QUADRO 14: CLASSIFICAÇÃO DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA DO 6º ANO	120
QUADRO 15: CLASSIFICAÇÃO DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA DO 7º ANO	125
QUADRO 16: CLASSIFICAÇÃO DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO EXERCÍCIOS MATEMÁTICA DO 8º ANO	127
QUADRO 17: CLASSIFICAÇÃO DOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA DO 9º ANO.....	130

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 6º ANO	90
GRÁFICO 2: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 7º ANO	90
GRÁFICO 3: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 8º ANO	91
GRÁFICO 4: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 9º ANO	91
GRÁFICO 5: CATEGORIZAÇÃO DAS SUBSEÇÕES DA COLEÇÃO DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA- 6º AO 9º ANO.....	92
GRÁFICO 6: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 6º ANO	117
GRÁFICO 7: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 7º ANO	117
GRÁFICO 8: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 8º ANO	118
GRÁFICO 9: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 9º ANO	118
GRÁFICO 10: SUBSEÇÕES QUANTO À ABORDAGEM INICIAL- 6º AO 9º ANO	119
GRÁFICO 11: TAREFAS COMPLEMENTARES- 6º ANO	132
GRÁFICO 12: TAREFAS COMPLEMENTARES- 7º ANO	132
GRÁFICO 13: TAREFAS COMPLEMENTARES- 8º ANO	132
GRÁFICO 14: TAREFAS COMPLEMENTARES- 9º ANO	132
GRÁFICO 15: TAREFAS COMPLEMENTARES CATEGORIZADAS EM EXERCÍCIOS E PROBLEMAS	133

LISTA DE SIGLAS

CNLD	Comissão Nacional do Livro Didático
COLTED	Comissão do Livro Técnico e Didático
FAE	Fundação de Assistência ao Estudante
FENAME	Fundação Nacional do Material Escolar
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
INL	Instituto Nacional do Livro
IPT	Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de SP
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MRP	Metodologia Resolução de Problemas
PCN	Parâmetros Nacionais Curriculares
PCNEF	Parâmetros Nacionais Curriculares Ensino Fundamental
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
RP	Resolução de Problemas
USAID	Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento
Internacional	

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1. MOTIVAÇÃO, JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DE PESQUISA	17
1.2. OBJETIVOS	19
1.2.1. Objetivo Geral	19
1.2.2. Objetivos Específicos	20
1.3. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	20
1.4. ESTRUTURA DA PESQUISA	25
2. O LIVRO DIDÁTICO	26
2.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DO LIVRO DIDÁTICO NA ESCOLA	26
2.2. TRAJETÓRIA HISTÓRICA DO LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL	27
2.3. A FUNÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO NA SALA DE AULA	38
2.4. O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA	40
2.4.1 O livro didático de Matemática e a Resolução de problemas: Interseções?	46
3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	49
3.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	49
3.2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DO ENSINO -APRENDIZAGEM - AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	52
3.3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O CURRÍCULO ESCOLAR DE MATEMÁTICA: O QUE DIZEM OS DOCUMENTOS OFICIAIS	55
3.4. OS PROBLEMAS E OS TIPOS DE PROBLEMAS	64
4. ANÁLISE DA INSERÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS IDENTIFICADA NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL	75
4.1 APRESENTANDO A COLEÇÃO	75
4.2. A ANÁLISE	76
4.2.1- Análise da Presença das Tarefas no Início das Subseções do Livro didático	78
4.2.2- Análise de como se caracterizam as Tarefas identificadas no início das subseções	92
4.2.3- Análise das Tarefas Complementares	120
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	135

6. REFERÊNCIAS.....	138
----------------------------	------------

1. INTRODUÇÃO

Nesta introdução, justificamos a realização desta pesquisa e apresentamos os principais motivos que impulsionaram a realização da mesma, delineando a problemática a ser investigada e os objetivos que pretendemos atingir. Além disso, mostramos o caminho metodológico adotado neste percurso e uma visão geral dos capítulos que compõem a presente dissertação.

1.1. MOTIVAÇÃO, JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DE PESQUISA

Este trabalho conta como motivação o meu interesse pela Metodologia Resolução de Problemas ainda quando estudante de graduação de Licenciatura em Matemática-UTFPR- Pato Branco, quando cursei a disciplina de Resolução de Problemas, ministrada pela Prof. Dr^a. Janecler Aparecida Amorin Colombo, a qual demonstrou interesse em pesquisar sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas na perspectiva de Allevato e Onuchic. A partir desse contexto, surgiu o tema de pesquisa dessa dissertação de mestrado.

A pesquisa sobre a qualidade dos livros didáticos se faz necessária por se tratar de uma política pública, financiada pelo governo, ou seja, dinheiro de impostos oriundo da contribuição da população. É evidente, portanto, a necessidade de verificar como os Livros Didáticos (LD) vêm sendo estruturados, não só quanto aos seus conteúdos, mas também quanto a questões e abordagens metodológicas.

A distribuição gratuita de livros didáticos é feita por meio do PNLD (Programa Nacional do Livro didático) desde o ano de 1929, segundo informações da página da *web* do FNDE (Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação). Essa ação do PNLD movimenta um número expressivo de livros comprados e distribuídos no Brasil, consumindo substanciais verbas públicas (somente em 2017 o governo investiu cerca de R\$ 1.295.910.769,73 em livros consumíveis e reutilizáveis). Esse fator, por si só, já justificaria a vigilância em torno dos conteúdos e da forma com que esses são apresentados no Livro Didático.

Atualmente existe uma grande diversidade de fontes contendo material de apoio pedagógico, porém sabe-se que algumas escolas têm acesso somente ao livro didático.

Com isso, é importante o papel que o LD exerce na vida educacional de crianças e jovens nas salas de aula brasileiras. Nele estão os conteúdos apresentados conforme cada série, com eixos específicos para serem trabalhados com os educandos. Thomaz (2013, p. 66) menciona que,

Para muitos professores o livro didático é o único recurso para o seu trabalho didático, passando a assumir até mesmo a função de currículo e de definidor das estratégias de ensino. O livro torna-se assim um importante suporte de conhecimentos e de métodos para o ensino, servindo como orientação para as atividades de produção e reprodução de conhecimento.

O fato de o LD ser um material de grande influência na educação brasileira requer que os professores, assim como a sociedade em geral, fiquem atentos à qualidade desse material, já que pode prejudicar o processo de ensino-aprendizagem, principalmente, se o professor não associa outra forma de trabalho ao uso desse.

Os livros aprovados pelo PNLD são avaliados por critérios previamente discutidos pelo MEC (Ministério da Educação), porém, muitas vezes, são aprovados com pouca qualidade. Os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN (1998, p. 22), apontam que “os professores apoiam - se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória”.

Vale destacar que, depois de aprovadas pelo PNLD, as coleções/guias dos livros didáticos são encaminhadas a cada escola para a seleção e escolha baseados no plano político-pedagógico de cada instituição.

É recomendado pelo MEC que o processo de seleção de cada coleção seja feito pelos professores e pela equipe pedagógica de cada escola. Porém, nem sempre a escolha é baseada em fundamentos teóricos, uma vez que, muitas vezes, é feita a partir de conhecimento empírico.

Um documento importante para o ensino é a DCE, o qual nos traz as tendências que servem de base para abordar os conteúdos, sendo assim, os professores deveriam usá-la para a escolha do livro didático, conforme descrito na Diretrizes Curriculares Da Educação Básica Matemática; DCE (2008, p.63):

Os conteúdos propostos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que fundamentam a prática docente, das quais

destacamos: resolução de problemas; modelagem matemática; mídias tecnológicas; etnomatemática; história da Matemática; investigações matemáticas.

O que acontece, às vezes, é falta de conhecimento e entendimento em relação às tendências metodológicas. Muitos professores até conhecem, porém não as interpretam de maneira correta. E segundo o PCN (1998, p.22):

A interpretação equivocada de concepções pedagógicas também tem sido responsável por distorções na implementação das ideias inovadoras que aparecem em diferentes propostas. Assim, por exemplo, a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas - ainda bastante desconhecida da grande maioria - quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos.

Nesse sentido, avançamos para um estudo que pudesse responder à seguinte questão de pesquisa: Os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental escolhidos pela grande maioria das escolas públicas brasileiras no PNLD - 2017 para utilização no triênio 2017-2019 oferecem subsídios para o desenvolvimento de aulas de Matemática com foco na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas na perspectiva de Allevato e Onuchic (2014)?

1.2. OBJETIVOS

Destacamos antecipadamente que, em hipótese alguma, temos como objetivo criticar a organização de conteúdos e aspectos metodológicos que é proposta nos livros didáticos, muito menos os autores desta coleção, mas sim compreender “se” e “como” é inserida a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas -, não sendo do escopo deste estudo, portanto, avaliar a abordagem conceitual dos livros didáticos.

1.2.1. Objetivo Geral

Nosso objetivo geral é analisar a coleção de livros didáticos de Matemática aprovada em 2017 pelo PNLD, que foi a mais escolhida pelos professores de Matemática e, portanto, com mais exemplares adquiridos no território nacional, identificando “se” e

“como” a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de Problemas de Allevato e Onuchic (2014), é inserida nesses livros didáticos.

1.2.2. Objetivos Específicos

Temos como objetivos específicos:

1. Identificar a coleção de livros de Matemática do Ensino Fundamental que tiveram a maior quantidade de exemplares adquiridos pelas redes de ensino público brasileiro.
2. Analisar, classificar e discutir como as unidades e as subseções das unidades se configuram, apresentando os conteúdos a partir de problemas, de exercícios, aspectos históricos e/ou definição/conceito.
3. Analisar, classificar e discutir como se configuram as tarefas complementares do livro didático, utilizando critérios pré-estabelecidos.
4. Identificar, analisar e discutir se a coleção de livros escolhida em 2016, pela grande maioria das escolas públicas do Brasil para o triênio 2017-2019, possibilita a abordagem dos conteúdos matemáticos a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

1.3. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A fim de obtermos uma resposta para o nosso problema de estudo, a opção escolhida foi a de realizarmos uma pesquisa bibliográfica que, de acordo com Gil (2008), é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído, principalmente, de livros e artigos científicos. Nesta investigação, esse material constituiu-se da coleção de livros didáticos de Matemática escolhida pela grande maioria das escolas públicas brasileiras no PNL -2017.

A busca pelas respostas a nossa questão investigativa nos levou então a uma pesquisa de natureza qualitativa, uma vez que buscamos analisar os livros didáticos a partir de aspectos teóricos e categorias que identificassem esses aspectos nos dados

coletados. Os conhecimentos desvelados a partir desses procedimentos descritivos, podem carregar uma certa interferência de subjetividades, dinamicidade e ser passível de mudança, o que, de acordo com Borba (2004), também caracteriza uma pesquisa qualitativa.

GIL (2008) sugere que as pesquisas qualitativas podem ocorrer em três etapas: redução, apresentação e conclusão/verificação.

A redução dos dados se dá pela seleção e simplificação e a transformação dos dados é necessária para que a pesquisa encontre delimitação e sentido de acordo com o objetivo anterior da pesquisa. Nessa etapa, é importante tomar decisões acerca da maneira como codificar as categorias, agrupá-las e organizá-las para que as conclusões se tornem razoavelmente construídas e verificáveis.

A apresentação consiste na organização dos dados selecionados que pode ser constituída por textos, diagramas, mapas ou matrizes que permitam uma nova maneira de organizar e analisar as informações. Nesta etapa, geralmente são definidas outras categorias de análise que vão além daquelas descobertas na etapa de redução dos dados.

A elaboração da conclusão requer uma revisão para considerar o significado dos dados, suas regularidades, padrões e explicações. A verificação, intimamente relacionada à elaboração da conclusão, requer a revisão dos dados tantas vezes quantas forem necessárias para verificar as conclusões emergentes.

Nesta pesquisa, os dados coletados foram as tarefas apresentadas pelos livros didáticos da coleção “Praticando Matemática - 6º ao 9º ano (edição renovada)” de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos - Editora do Brasil 4ª Edição – 2015.

Para a seleção do nosso objeto de estudo, solicitamos e recebemos uma planilha do Núcleo Regional de Educação de Pato Branco com a informação sobre as escolhas dos livros didáticos do Núcleo Regional de Educação de Pato Branco, escolha PNL D – 2017.

Constatamos que as instituições de ensino tiveram maior adesão pelos exemplares da coleção “Praticando Matemática - Edição Renovada”. Também

averiguamos que essa coleção foi a mais escolhida no território nacional, com 2.808.812 exemplares distribuídos, informação obtida através do site do MEC. Sendo assim, julgamos que, analisando essa coleção, teríamos uma amostra significativa para o nosso estudo e uma justificativa coerente para termos analisado os livros de uma única coleção.

Na coleção em foco, os livros estão organizados em unidades, subdivididas em itens, nas quais são desenvolvidos os conteúdos matemáticos, seguidos de exemplos e de exercícios propostos.

Todas as unidades apresentam, no seu final, as seções: “Revisando” e “Autoavaliação”. Existem também algumas seções que estão presentes em algumas unidades apenas, como: “Desafios” e “Vale a pena ler”, que apresentam textos referentes à história da Matemática ou de ampliação do conteúdo; e “Seção Livre”, com curiosidades, situações do cotidiano ou questões interdisciplinares.

No final de cada volume, encontram-se sugestões de livros e sites para o estudante, referências bibliográficas, moldes e malhas para as atividades, além de respostas de atividades propostas nas unidades. O livro do professor também conta com o Manual do Professor e é nesse manual que os autores Andrini e Vasconcellos (2015.p.314-15) enfatizam a importância da resolução de problemas:

E pensamos que o aprendizado da Matemática ganhará muito se caminhos diferenciados forem trilhados desde que fundamentos teóricos e metodológicos do trabalho habitual nessa área do conhecimento sejam revistos, aplicados e refletidos. A nossa proposta diferenciada é a resolução de problemas. Ressaltamos que essa metodologia de trabalho não é, com certeza, simples de ser implantada, em razão de nossa própria formação. Mas os programas que vêm sendo desenvolvidos com a finalidade de concretizá-la mostram que a paixão do estudante por resolver problemas com seus próprios meios, a imagem que ele vai construindo de si mesmo, como alguém capaz de solucionar problemas, de “fazer matemática”, a imagem de si diante do saber escolar, do mundo adulto, do futuro, valem a pena.

Sendo assim, esperamos encontrar nesses livros subsídios para o trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através de Resolução de Problemas.

Para a fase da coleta de dados foi organizado um conjunto de quadros que auxiliaram o fichamento dos livros e forneceram a base empírica que, juntamente com o referencial teórico, deu suporte para a construção das análises.

Na primeira etapa da Análise, utilizamos um quadro elaborado por nós, onde exibiremos o fichamento de cada volume do livro didático “Praticando Matemática”, 6º, 7º, 8º e 9º ano, respectivamente, quanto à forma de apresentação do conteúdo na Unidade e nas subseções.

QUADRO 1: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA

Ano				
Unidade	Subseção	Inicia a subseção com:		
		Tarefa	Aspectos Históricos	Definição/Contextualização

Fonte: Elaborada pela autora (2019)

O termo tarefa é entendido como em PONTE (1997) citado por Meneghetti e Redling (2012, p. 197):

...uma dada situação de aprendizagem proposta pelo professor – problemas, investigações, exercícios etc. – a qual aponta para certo conteúdo matemático, e que proporciona o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade matemática. O termo atividade é designado, por esses autores, como sendo aquilo que o aluno faz num dado contexto, ou seja, suas ações na execução de determinada tarefa.

Por aspectos históricos, se entenderá toda presença de fatos históricos, e por Definição/Contextualização, serão elencadas explicações do conteúdo que levem direto ao conceito do que será estudado.

Na coluna unidade, será listada cada unidade do livro didático e, na coluna subseção, será listada cada subseção presente na unidade. Na coluna “inicia a subseção com: tarefa/atividade, história, definição”, será marcada com um “x” no espaço correspondente em cada início de subseção, identificando a forma de apresentação dos conteúdos tratados em cada uma.

Na segunda etapa da análise, as subseções que foram categorizadas como tarefa na etapa anterior serão classificadas quanto às subdivisões, Exercício e Problema, conforme o quadro abaixo:

QUADRO 2: CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS

Ano		
Unidade	Subseção	Inicia a Subseção com Tarefa do tipo

		Exercício	Problema

Fonte: Elaborada pela autora (2019).

Para a caracterização do que é um problema ou os seus sinônimos um bom problema/problema gerador, usaremos as seguintes características listadas e melhor esclarecidas, no capítulo 3:

Característica 1: O problema contribui para o desenvolvimento conceitual

Característica 2: o problema deve ser desconhecido

Característica 3: Podem conter incorporadas ideias matemáticas importantes e úteis;

Característica 4: O caminho da resolução é desconhecido,

Característica 5: o problema está em um nível adequado de dificuldade,

Característica 6: o problema permite ao professor avaliar a aprendizagem/desenvolvimento/interação dos alunos para encontrar a sua solução.

As tarefas que não forem consideradas como problemas, ou seja, que não apresentarem as 6 características acima, serão categorizadas como exercícios.

Após a realização dessas duas etapas iniciais, que consideram a apresentação dos conteúdos no início das unidades e subseções, partiremos para a 3ª etapa, na qual analisaremos as tarefas propostas no restante do livro, apresentadas nas seções intituladas como: “Exercícios”, “Revisando”, “Seções livres”, “Desafios e Autoavaliação”. A análise, nessa etapa, é dada em torno de classificar tais tarefas também em dois grupos: Exercício ou Problemas.

QUADRO 3: CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS COMPLEMENTARES

Categorização Das Tarefas Complementares- Ano			
Unidade	Exercício	Problema	Total de Tarefas

Fonte: Elaborada pela autora (2019).

1.4. ESTRUTURA DA PESQUISA

Este relatório de pesquisa foi estruturado em quatro capítulos: Livro Didático, Resolução de Problemas no Ensino da Matemática, Análise da Inserção da Resolução de Problemas Identificada no Livro Didático de Matemática no Ensino Fundamental, Considerações Finais.

No primeiro capítulo, apresentamos o objeto de estudo, a saber, o livro didático, e as concepções em relação a esse material curricular devido ao impacto que este causa no ensino. Abordaremos a respeito do Programa Nacional do livro Didático e sua abrangência nacional e apresentaremos a trajetória do livro de Matemática no Brasil bem como suas etapas, sua função e sua influência na sociedade. Além disso, apresentaremos as interseções entre o livro didático e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

No segundo capítulo, apresentaremos a Resolução de Problemas no Ensino da Matemática, seus Aspectos Históricos, abordaremos, ainda, a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação, explicitaremos o que o currículo e os documentos oficiais comentam sobre a Resolução de Problemas. Por fim, será discutido o conceito de problemas e exercícios.

No terceiro capítulo, será feita a análise de como se dá a inclusão da resolução de problemas no livro didático de Matemática no ensino fundamental. Sendo assim, apresentaremos a coleção de livros escolhida, depois analisaremos tal coleção de acordo com os critérios pré-estabelecidos.

No último capítulo será retomada a problemática da pesquisa para respondê-la a partir das compreensões que deram margem à investigação. Também serão sugeridos caminhos para futuros trabalhos relacionados à mesma temática.

2. O LIVRO DIDÁTICO

O presente capítulo tem o intuito de apresentar algumas considerações acerca do livro didático, tais como sua relevância e importância no contexto educacional, suas funções, seu processo de aquisição e utilização pelos professores. Abordamos também um breve histórico sobre o PNLD – Programa Nacional do Livro Didático.

2.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DO LIVRO DIDÁTICO NA ESCOLA

O livro, tal como o conhecemos hoje, pode ser considerado um grande instrumento de divulgação do conhecimento em todas as áreas. Antes mesmo de se produzir o papel, já havia registros escritos.

O homem na Antiguidade, mesmo antes de utilizar-se dos materiais mais conhecidos como suporte para escrita, como tecidos ou fibras vegetais, já registrava seus escritos em barro cozido, dando origem aos primeiros “livros” que posteriormente foram sendo modificados até chegarmos às atuais formas de impressão mecanizadas. (ALVES,2005, p.11)

A ideia que temos de livro didático e que vamos utilizar durante esta pesquisa está de acordo com o conceito que Lajolo (1996, p.4) apresenta: “Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática.”

É inegável a importância do livro didático na educação escolar e sua popularização ocorreu quase que conjuntamente ao crescimento das escolas no Brasil e à popularização do ensino. De um modo ou outro, o livro didático estará presente na formação acadêmica dos estudantes, principalmente, se forem originários de escolas públicas. Sobre isso, Lopes (2000) coloca que o livro didático é ainda o recurso instrucional que ultrapassa as barreiras de tempo, de mudanças tecnológicas e tendências educacionais, confirmando a sua influência como instrumento pedagógico no processo da educação escolar.

Atualmente o livro didático se constitui como uma das mais importantes políticas públicas no âmbito educacional, refletindo nos processos educacionais, ao passo que o livro didático (LD) é uma ferramenta de trabalho do professor e vem sendo um material de apoio muito utilizado por ele e pelos alunos.

O Ministério da Educação, em uma de suas publicações, afirma que:

[...] o livro didático brasileiro, ainda hoje, é uma das principais formas de documentação e consulta empregados por professores e alunos. Nessa condição, ele às vezes termina por influenciar o trabalho pedagógico e o cotidiano da sala de aula (BRASIL, 2003, p.8).

Ao longo do tempo, o livro didático vem tornando-se um instrumento com a capacidade de orientar e provocar mudanças e aprimoramento no exercício da prática pedagógica, graças a ele o sistema educacional vem sofrendo diversas mudanças positivas.

Desse modo, a qualidade dos livros destinados aos jovens estudantes deve ser adequada, tanto em relação ao conhecimento científico historicamente consolidado como também em relação às inovações decorrentes do desenvolvimento da sociedade.

No Brasil, a partir do Decreto-Lei nº 93, de 21 de dezembro de 1937, que cria o Instituto Nacional do Livro (INL), a produção e a distribuição de livros julgados de interesse para a formação cultural da população começam a ganhar destaque. Esse programa inicial passou por inúmeras alterações durante os anos e, atualmente, pode-se dizer que essa política está consubstanciada no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), sendo este, então, o mais antigo dos programas voltados à análise e distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino.

Na próxima seção apresentamos uma retrospectiva histórica sucinta das políticas públicas do livro didático no Brasil, tendo por base as informações contidas no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE, (BRASIL, 2018). Longe de ser uma análise complexa, o texto procura demonstrar a trajetória histórica da inserção do livro didático na educação brasileira.

2.2. TRAJETÓRIA HISTÓRICA DO LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL

O Decreto-Lei nº 93, de 21 de dezembro de 1937, cria o Instituto Nacional do Livro. De acordo com o Art. 6º, as publicações do Instituto Nacional do Livro não serão distribuídas gratuitamente senão às bibliotecas públicas a ele filiadas, mas se colocarão à venda em todo o país por preços que apenas bastem para compensar total ou

parcialmente o seu custo. Cabe ao Instituto a edição de livros no país bem como facilitar a importação de livros estrangeiros.

Por meio do Decreto-Lei nº 1.006, de 30/12/38, é instituída a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no país, que conferia se os livros didáticos cumpriam os programas oficiais de ensino, sem levar em conta a qualidade daqueles.

A autorização para uso do livro didático deveria ser requerida pelo interessado, autor ou editor, importador ou vendedor em petição dirigida ao Ministro da Educação, à qual se juntariam exemplares da obra, impressos ou datilografados.

Na composição da CNLD, inicialmente, não podia haver membro interessado em requerer autorização para uso de obras de sua própria autoria. Posteriormente, essa exigência é desconsiderada e, no que se refere ao membro da CLND que solicitou autorização para utilização de obra de sua autoria, cabe a outros membros nomeados fazer a análise do material por ele apresentado e emitir parecer.

Segundo o Decreto-Lei, cabia à Comissão avaliar os livros didáticos, ficando a cargo dos professores e diretores a escolha dos livros para uso dos alunos desde que esses livros constassem da relação oficial das obras autorizadas. De acordo com o artigo 9º, cabia às Caixas Escolares subsidiar a compra dos livros para as crianças em situação de pobreza e necessidade.

A autorização era negada se o livro didático apresentasse ideologia contra o regime político adotado pela nação. Como o livro didático não era gratuito, cabia à comissão avaliar o preço da venda, podendo negar sua autorização caso o preço de venda fosse excessivo em face do seu custo. Também não era autorizado o uso do livro didático que, escrito em língua nacional, não adotasse a ortografia estabelecida pela lei.

A questão da fiscalização e do mercado do livro didático passou a ter destaque nessa época. Por meio das palavras de Filgueiras (2011), tal ideia se esclarece:

Com a ampliação e obrigatoriedade do ensino primário, a reforma do ensino secundário – sua seriação e os novos programas das disciplinas (seus conteúdos e métodos) -, a obrigatoriedade da ortografia oficial e o aumento do número de crianças e jovens nas escolas, a questão do controle dos livros didáticos e de seu

mercado passou a ser destacado. As reformas educacionais beneficiaram o mercado editorial que se expandiu. Entre a segunda metade dos anos de 1930 e os anos de 1940, o número de editoras em atividade no Brasil cresceu 50%. Portanto, era preciso regulamentar e padronizar esse instrumento didático (FILGUEIRAS,2011, p. 18.19).

Continuando com nosso breve histórico, temos o Decreto-Lei nº 8460, de 26 de dezembro de 1945, segundo o qual, os critérios para a autorização dos livros didáticos passaram por poucas modificações. Alguns termos até foram modificados, porém, de maneira geral, os artigos mantiveram-se os mesmos. As alterações mais relevantes foram quanto à produção, importação e escolha dos livros didáticos:

Art. 1º. É livre, no país, a produção ou importação de livros didáticos, salvo daqueles total ou parcialmente escritos em língua estrangeira, quando destinados a uso de alunos nas escolas primárias (...);

Art. 5º. Os poderes públicos não poderão determinar a obrigatoriedade de adoção de um só livro ou de certos e determinados livros para cada grau ou ramos de ensino nem estabelecer preferência entre os livros didáticos de uso autorizado, sendo livre aos professores de ensino primário, secundário, normal e profissional a escolha de livros para uso dos alunos, uma vez que constem da relação oficial das obras de uso autorizado (Decreto-lei nº 8.460, de 26/12/1945).

Em relação ao Art.5º. do decreto-lei nº 8460/45, não temos menção aos direitos que estavam presentes no decreto-lei nº 1.006/38, os quais estabeleceram a liberdade de escolha dos professores.

A Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961, torna obrigatório o ensino primário e, em seguida, a Constituição de 1967 ampliou a obrigatoriedade até os 14 anos.

A LDB/61 traz no Art.27:

O ensino primário é obrigatório a partir dos sete anos e só será ministrado na língua nacional. Para os que o iniciarem depois dessa idade poderão ser formadas classes especiais ou cursos supletivos correspondentes ao seu nível de desenvolvimento.

(Decreto-Lei N 4.024, de 20 de dezembro de 1961. 1961. p. 5)

A Constituição de 1967, Art 3º Inciso II revela que:

O ensino dos sete aos quatorze anos é obrigatório para todos e gratuito nos estabelecimentos primários oficiais. (BRASIL. 1967. p. 131)

Com a obrigatoriedade do ensino primário e de forma gratuita, o Estado passou a intervir no mercado editorial incentivando o seu crescimento. Nesse contexto, o livro didático era considerado o instrumento emergencial de instrução de alunos e professores, pois, com as novas políticas do livro didático, o Estado pretendia barateá-los e distribuí-los gratuitamente aos alunos carentes das escolas brasileiras.

Nesse contexto, surge um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (Usaid), permitindo a criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (Colted):

Art. 1º Fica instituída, diretamente subordinada ao Ministro de Estado, a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático (COLTED), com a finalidade de incentivar, orientar, coordenar e executar as atividades do Ministério da Educação e Cultura relacionados com a produção, a edição o aprimoramento e a distribuição de livros técnicos e de livros didáticos.

(DECRETO Nº 59.355, de 4 de outubro de 1966)

Segundo o site do FNDE, “O acordo assegurou ao MEC recursos suficientes para a distribuição gratuita de 51 milhões de livros no período de três anos. Ao garantir o financiamento do governo a partir de verbas públicas, o programa adquiriu continuidade.”

Segundo Filgueiras (2011), as atividades do INL referentes ao livro didático foram transferidas para outro órgão, a Fundação Nacional de Material Escolar:

Em fevereiro de 1976, por meio do Decreto nº. 77.107, as atribuições do INL quanto ao Programa do Livro Didático foram transferidas para a Fundação Nacional de Material Escolar (Fename). Inicialmente, de acordo com seu estatuto, a Fename deveria produzir: cadernos escolares e blocos de papel diversos; cadernos de exercícios; peças, coleções e aparelhos para estudo das diversas disciplinas dos currículos escolares; guias metodológicos e manuais sobre matérias ou disciplinas consideradas de maior interesse; dicionários, atlas, enciclopédias e outras obras de consulta; material para ensino audiovisual de disciplinas de cursos de grau elementar, médio e superior; material em geral, de uso frequente por alunos e professores (Decreto nº 62.411, de 15/3/1968). A partir de 1976, a Fename passou a também ser responsável por coeditar e distribuir os livros didáticos para 1º e 2º grau.

(FILGUEIRAS, 2011. p.222)

“Devido à insuficiência de recursos para atender a todos os alunos do ensino fundamental da rede pública, a grande maioria das escolas municipais é excluída do programa.” (FNDE, 2019)

Em 1983, é criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), que incorpora o Plidef, substituindo, assim a Fename.

Com a edição do Decreto nº 91.542, de 19/8/85, o Plidef dá lugar ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que traz diversas mudanças tais como:

- 1º Indicação do livro didático pelos professores;
- 2º Reutilização do livro, implicando a abolição do livro descartável e o aperfeiçoamento das especificações técnicas para sua produção, visando maior durabilidade e possibilitando a implantação de bancos de livros didáticos;
- 3º Extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª série das escolas públicas e comunitárias;
- 4º Fim da participação financeira dos estados, passando o controle do processo decisório para a FAE e garantindo o critério de escolha do livro pelos professores. (FNDE. 2019)

O ano de 1992 tem a distribuição dos livros comprometida pela contenção de gastos e há um recuo na abrangência da distribuição, restringindo-se o atendimento até a 4ª série do ensino fundamental.

Em 1993, o MEC divulgou o *Plano Decenal de Educação para Todos* que abordou, entre outros temas, o problema da qualidade dos livros didáticos que eram comprados pelo governo federal.

O livro didático constitui um dos principais insumos da instituição escolar. Os aspectos referentes à sua política, economia, gerência e pedagogia são indissociáveis das demais características da questão educacional brasileira. Embora existam no mercado editorial livros de inegável qualidade, o País ainda não conseguiu formular uma política consistente para o livro didático que enfatize o aspecto qualitativo. O princípio da livre escolha pelo professor esbarra em sua insuficiente habilitação para avaliar e selecionar. (MEC, 1993)

No mesmo ano foi criado um grupo para analisar a qualidade do livro didático:

Em 5 de agosto de 1993, o MEC, através da Portaria n. 1.130 (BRASIL/MEC, 1993), instituiu, não uma Comissão do Livro Didático, mas um Grupo de Trabalho para analisar os conteúdos programáticos e os aspectos pedagógico-metodológicos dos livros destinados às séries iniciais do Ensino Fundamental. (OLIVEIRA. 2006. p.31)

Eidelwein e Lopes (2012) lembram que:

A Resolução FNDE nº 6 vinculou, em julho de 1993, recursos para a aquisição dos livros destinados aos alunos das redes públicas de ensino, estabelecendo-se, assim, um fluxo regular de verbas para a aquisição e distribuição do livro didático de forma gradativa, até 1995. Em 1996, deu-se início ao processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos inscritos para o PNLD de 1997. Esse procedimento foi aperfeiçoado, sendo aplicado até hoje (Eidelwein e Lopes. 2012. p.88)

Correia (2016) salienta que, a partir do PNLD de 2002, os livros didáticos passaram a ser escolhidos por coleções, não podendo ser escolhidos um ou dois livros de cada coleção como era anteriormente. Isso porque tal modo causava alguns descompassos no processo, visto que, algumas vezes, um determinado livro de uma coleção era bem avaliado, enquanto outro da mesma coleção era excluído, isso impossibilitava a compra do livro pelo FNDE.

Para o PNLD 2005 foram adquiridos e distribuídos livros didáticos para os alunos de 1ª a 4ª série, para reposição e complementação, e a última reposição e complementação do PNLD 2002 aos alunos de 5ª a 8ª série. Também o Ensino Médio passou a ser atendido progressivamente. Em 2004, seu primeiro ano de execução, foram adquiridos livros de Matemática e Português para os alunos do 1º ano do Norte e do Nordeste.

Também no mesmo ano, criou-se uma ferramenta importante para a execução do PNLD, o Siscort, sistema direcionado a registrar e controlar o remanejamento de livros e a distribuição da Reserva Técnica. Em 2004, o Siscort foi implantado em todos os estados para atender às turmas de 1ª a 4ª série.

Pela Resolução nº 38 do FNDE, foi implantado o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM), o qual prevê a universalização de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o país.

Em 2009, são publicadas duas importantes resoluções. A primeira, a resolução CD FNDE nº. 51, de 16/09/2009, regulamentando o Programa Nacional do Livro Didático para a Educação de Jovens e Adultos (PNLD EJA). O programa abrange o PNLA, visto que atende estudantes jovens e adultos também em sua fase de alfabetização. São publicadas duas importantes resoluções. A primeira, a resolução CD FNDE nº. 51, de 16/09/2009, regulamentando o Programa Nacional do Livro Didático para a Educação de

Jovens e Adultos (PNLD EJA). O programa abrange o PNLA, visto que atende estudantes jovens e adultos também em sua fase de alfabetização.

Em 2010, é publicado o Decreto nº 7.084, de 27/01/2010, que dispõe sobre os procedimentos para execução dos programas de material didático: o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE).

Porém, esse decreto foi revogado pelo Decreto nº 9.099, de 17/07/2017, o qual determina algumas providências:

Art. 1º O Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD, executado no âmbito do Ministério da Educação, será destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

§ 1º O PNLD abrange a avaliação e a disponibilização de obras didáticas e literárias, de uso individual ou coletivo, acervos para bibliotecas, obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros materiais de apoio à prática educativa, incluídas ações de qualificação de materiais para a aquisição descentralizada pelos entes federativos. § 2º As ações do PNLD serão destinadas aos estudantes, aos professores e aos gestores das instituições a que se refere o caput, as quais garantirão o acesso aos materiais didáticos distribuídos, inclusive fora do ambiente escolar, no caso dos materiais didáticos de uso individual (...) (Brasil, 2018)

O que podemos observar é que o programa do livro didático está em constante aprimoramento. Almeida (2018) declara que a nova lei do PNLD (Decreto nº 9.099/2017), praticamente refunda o programa, dando a ele, inclusive, novo nome: Programa Nacional do Livro e do Material Didático, passando a compreender não somente o livro, mas outros materiais didáticos, tais como obras literárias.

O Decreto nº 9.099/2017, em seu artigo 2º, determina, ainda, sobre os objetivos do PNLD:

I - aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a conseqüente melhoria da qualidade da educação; II - garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica; III - democratizar o acesso às fontes

de informação e cultura; IV - fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes; V - apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor; e VI - apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018)

É indiscutível que os programas do Material Didático têm grande importância e expandem-se cada vez mais. À medida em que crescem e se estabilizam, são aperfeiçoados de modo que a implementação - produção, distribuição e consumo do livro didático seja mais transparente, com custo reduzido e tempo de entrega nas escolas, minimizado.

O Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD) é uma iniciativa do Ministério da Educação (MEC). Informações disponíveis no portal do MEC nos trazem os seus objetivos, segundo os quais, o programa é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio, à prática educativa, de maneira ordenada, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

Efetiva-se por meio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), órgão vinculado ao MEC e responsável pela captação de recursos para o financiamento de programas voltados para o ensino.

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) compra e distribui obras didáticas aos alunos do ensino fundamental e médio, na modalidade regular ou Educação de Jovens e Adultos (EJA). Os passos do processo desse programa são descritos no site do MEC:

As escolas federais e os sistemas de ensino estaduais, municipais e do Distrito Federal, que desejem participar dos programas de material didático, deverão manifestar-se formalmente, enviando o termo de adesão. Vale lembrar que a adesão deve ser atualizada até o mês de maio do ano anterior ao que se deseja fazer parte, também deve-se atentar quanto aos regulamentos estabelecidos pelo Ministério da Educação. Além disso, a instituição que não deseja mais fazer parte do programa precisa solicitar a suspensão dos materiais.

Os editais que estabelecem o prazo e os regulamentos para a habilitação e a inscrição das obras pelas empresas detentoras de direitos autorais são publicados no Diário Oficial da União e disponibilizados no portal do FNDE na internet.

O Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT) é responsável pela triagem das obras inscritas, que se enquadram nas exigências técnicas e físicas do edital. Os livros selecionados são encaminhados à Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC), responsável pela avaliação pedagógica. A SEB escolhe os especialistas para analisarem as obras conforme os critérios divulgados no edital. Esses profissionais elaboram resenhas dos livros aprovados que passam a compor o guia de livro didáticos.

O FNDE disponibiliza o guia de livros didáticos em seu portal na internet e envia o mesmo material impresso às escolas cadastradas no censo escolar. O guia orientará a escolha dos livros a serem adotados pelas escolas. “No Guia, você encontra as **Resenhas** das coleções de livros de 6º ao 9º ano, aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático 2017. Elas são o componente principal do Guia e são apresentadas segundo a ordem de inscrições das obras no PNLD.” (Brasil, 2017)

O site do FNDE esclarece que, nas resenhas, encontra-se a chamada *Visão Geral*, que é uma síntese da avaliação da obra, destacando suas principais características quanto à abordagem dos conteúdos e à metodologia de ensino aprendizagem. Logo em seguida, a resenha apresenta a *Descrição* e um *Sumário*, dos conteúdos desenvolvidos em cada ano letivo.

A *Análise da coleção* apresenta como é a distribuição dos campos matemáticos e como os conteúdos são explorados. São indicadas as dificuldades que podem ser enfrentadas na abordagem de determinados tópicos. Essas resenhas apresentam, ainda, a opção predominante na obra no que diz respeito à *Metodologia de ensino e aprendizagem* nas coleções.

É possível encontrar, ainda, o item *Contextualização e formação da cidadania* e também o que informa sobre *Linguagem e Aspectos Gráfico-editoriais da coleção*. As

coleções são acompanhadas do *Manual do Professor*. No texto das resenhas, há uma breve descrição desse Manual, seguida de uma síntese avaliativa em que se observa a qualidade dos seguintes aspectos: fundamentos teóricos; orientações para uso do livro; sugestões de atividades complementares; resolução das atividades; orientações para avaliação da aprendizagem; sugestões de leituras para os estudantes e indicações para formação docente. Algumas das coleções aprovadas contêm um *Manual do Professor Multimídia*, que também é descrito e avaliado na resenha.

Por fim, na seção *Em Sala de Aula*, são encontradas recomendações que visam a contribuir para um melhor aproveitamento dos conteúdos desenvolvidos na obra.

O Guia é finalizado com a **Ficha de Avaliação**, a qual contém todos os requisitos de análise, detalhados e classificados. Ela é o instrumento-base de coleta de informações referentes a cada coleção.

Os livros didáticos passam por um processo democrático de escolha, com base no guia de livros didáticos e, algumas vezes, dispondo do livro completo, os quais algumas editoras enviaram para as instituições. Diretores, professores e equipe pedagógica analisam e escolhem as obras que serão utilizadas pelos alunos em sua escola.

De posse de senha previamente enviada pelo FNDE às escolas, professores fazem a formalização da escolha, via internet, em aplicativo específico para esse fim, disponível na página do FNDE.

Após a compilação dos dados referentes aos pedidos realizados pela internet, o FNDE inicia o processo de negociação com as editoras. A aquisição é realizada de maneira clara por meio de licitação, prevista na Lei 8.666/93, tendo em vista que as escolhas dos livros são efetivadas pelas escolas e que são editoras específicas que detêm o direito de produção de cada livro.

Concluída a negociação, o FNDE firma o contrato e informa as quantidades de livros a serem produzidos e as localidades de entrega para as editoras. Assim, inicia-se o processo de produção, que tem supervisão dos técnicos do FNDE.

O (IPT) também acompanha o processo de produção, coletando amostras e analisando as características físicas dos livros, de acordo com especificações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), normas ISO e manuais de procedimentos de ensaio pré-elaborados.

A distribuição dos livros é feita por meio de um contrato entre o FNDE e a Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos (ECT), que leva os livros diretamente da editora para as escolas. Essa etapa do PNLD conta com o acompanhamento de técnicos do FNDE e das secretarias estaduais de educação.

Os livros chegam às escolas entre outubro do ano anterior ao atendimento e o início do ano letivo. Nas zonas rurais, as obras são entregues nas sedes das prefeituras ou das secretarias municipais de educação, que devem efetivar a entrega dos livros.

Os livros didáticos distribuídos pelo FNDE são confeccionados com uma estrutura física resistente para que possam ser utilizados por três anos consecutivos, beneficiando mais de um aluno. Cada educando tem direito a um exemplar de cada disciplina e deve devolvê-lo no final do ano letivo. Nos intervalos das compras integrais, são feitas reposições, por extravios ou perdas, e complementações, por acréscimo de matrículas. Os livros consumíveis são adquiridos e distribuídos anualmente.

Dados estatísticos, disponíveis também no portal *online* da FNDE, nos informam que o “Programa do livro didático” tem investimento dos cofres públicos. Somente em 2017, foram gastos R\$1.295.910.769,73 na aquisição de livros didáticos, dos quais R\$ 639.501.256,49 foram gastos somente com ensino fundamental - 6º ao 9º ano.

O livro didático é muito valioso no sentido de investimento para o governo, mas também é um material muito valioso para o trabalho do professor em sala de aula, pois direciona os conteúdos básicos que serão abordados e apoia a prática de ensino-aprendizagem.

As políticas públicas do livro didático fazem parte da história da educação e mostram-se como um produto de grande importância econômica no mercado editorial. Além disso,

por exporem ideias e valores em seus textos e elementos gráficos, os livros possuem um papel político-ideológico relevante. Apresentaremos, na próxima seção, o que compreendemos com a função pedagógica do livro didático na sala de aula.

2.3. A FUNÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO NA SALA DE AULA

Sabemos que o livro didático é um apoio para a sala de aula, não um manual a ser seguido, sendo assim, a responsabilidade quanto ao seu uso é de cada professor. No entanto, algumas instituições apresentam deficiências de outros materiais didáticos, insuficientes em qualidade e/ou em quantidade e, assim, muitas vezes, o livro didático é único material ao qual o aluno e o professor têm acesso.

Ademais, por ser um material ao qual todos os alunos têm acesso, de certa forma, facilita o planejamento do professor que leciona em várias escolas, tendo que dispor de muito tempo para o deslocamento entre elas, ficando assim, com pouco tempo hábil para planejar suas aulas (ABRIL, 2013; BRITO, 2007; GUEDES, 2015). E nesse contexto, o livro didático torna-se o instrumento aglutinador para o alcance dos fins básicos do processo ensino-aprendizagem-avaliação, relativos tanto aos conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos, quanto às metodologias e estratégias de ensino a serem utilizadas pelo professor.

O livro didático indica sequência, intensidade e fluidez do desenvolvimento dos conteúdos e é um importante instrumento de auxílio na sala de aula, tendo um papel fundamental quando usado de maneira apropriada.

E qual seria a maneira mais adequada para seu uso? Hamine, Ratier e Soares (2015. p. 1) fornecem uma resposta para essa pergunta:

Diante desse ponto de vista, vale a pergunta: como usar o livro didático com equilíbrio? A indagação transfere às mãos do professor a decisão sobre o aproveitamento do recurso. Na metáfora do livro como guia, significa dizer que ele pode assumir diferentes formas: uma bússola, que indica o norte ao viajante, mas deixa por sua conta a trajetória e o destino; um mapa em papel, no qual se vê a autopista sugerida, mas também atalhos e estradinhas vicinais que é possível tomar; ou um GPS, que seleciona a rota por você e ordena, detalhadamente, o caminho até o destino.

Como Hamine, Ratier e Soares postulam, acreditamos que não existe uma maneira ou regras gerais a serem seguidas, mas sim um bom senso do professor que irá fazer uso do livro, como um apoio e não como um manual a ser seguido.

O livro didático é, sem dúvida, um instrumento valioso para o sistema educacional:

Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina. (LAJOLO, 1996.p.4)

Além disso, há outras razões para o livro didático ser considerado de papel fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem. Autores como Dante (1996), Neto e Fracalanza (2003) colocam que nem sempre só a explicação do professor consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno, uma parte deles como problemas, exercícios e atividades pode ser coberta recorrendo-se ao livro didático.

Outra razão, segundo Dante (1996) e Soares (2008), é que o professor tem uma longa jornada de trabalho, de manhã, tarde e por vezes até a noite, com afazeres e atividades extracurriculares, o que dificulta o planejamento e a elaboração de questões desafiadoras sem a ajuda de materiais didáticos acessíveis, tal como o livro didático.

Por outro lado, há também que se considerar que uma formação deficiente pode acabar levando o professor, no exercício da sua profissão, a se apoiar de forma expressivamente exagerada no conteúdo dos livros didáticos. Desse modo, um bom livro didático, correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir essa deficiência e essa necessidade. (DANTE, 1996; SILVA, 1996).

Seria ideal, se dentre todos os recursos didáticos, plataformas *online*, recursos visuais, internet, jogos, o livro fosse apenas um suporte para a realização das aulas, porém, fica evidente que por motivos diversos tais como, falha na formação do docente, carga horária excessiva do professor, muitas vezes, comodidade por parte do docente, e por ser o único material impresso ao qual o professor e o aluno têm acesso livremente, o livro acaba por se tornar um manual para o ensino.

Nesse sentido, Soares (2002), corrobora ao afirmar que devido às dificuldades enfrentadas pelos professores, o livro didático torna-se a diretriz básica para o ensino:

Há o papel ideal e o papel real. O papel ideal seria que o livro didático fosse apenas um apoio, mas não o roteiro do trabalho dele. Na verdade isso dificilmente se concretiza, não por culpa do professor, mas de novo vou insistir, por culpa das condições de trabalho que o professor tem hoje. Um professor hoje nesse país, para ele minimamente sobreviver, ele tem que dar aulas o dia inteiro, de manhã, de tarde e, frequentemente, até a noite. Então, é uma pessoa que não tem tempo de preparar aula, que não tem tempo de se atualizar. A consequência é que ele se apoia muito no livro didático. Idealmente, o livro didático devia ser apenas um suporte, um apoio, ISSN: 1984-1175 – ANAIS ELETRÔNICOS Universidade Federal de Pernambuco NEHTE – Núcleo de Estudos de Hipertexto e Tecnologias na Educação 261, mas na verdade ele realmente acaba sendo a diretriz básica do professor no seu ensino. (SOARES, 2002)

2.4. O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

A trajetória dos livros didáticos de Matemática nos dá também uma dimensão sobre o percurso da Educação Matemática no Brasil. Em diferentes épocas, diversas reformas e vários programas foram implantados no nosso cenário educacional. É notória a presença marcante do livro didático em todas as épocas, como um instrumento que norteia os conteúdos escolares.

Segundo Valente (2008), na época do Brasil colônia no ano de 1699, a coroa portuguesa, com o intuito de proteger as terras conquistadas, sentiu a necessidade de investir na formação de militares, pois a imensidão da costa brasileira exigia a construção de inúmeros fortes para proteger o território e as riquezas aqui encontradas. Houve então a criação da Aula de Artilharia e Fortificações, um Curso de Artilharia, o qual inicialmente enfrentou algumas dificuldades para a sua implantação, entre elas, a principal foi a carência de livros adequados para a instrução militar.

A falta de livros foi um obstáculo, tanto que, em 1710, ainda não havia iniciado a Aula de Fortificações. Os livros existentes sobre artilharia, morteiros e bombas não eram escritos em português e, de acordo com Valente (2008, p.13), tinham a característica de serem:

Verdadeiros tratados, pesados e sob a forma de volumosos tomos, que tinham como conteúdo um curso de matemática, seguido de instruções de manuseio de armas. Pode-se imaginar quão inviável teria sido trazer à Colônia caixas

desses tratados estrangeiros, caríssimos, e confiá-los às mãos de alunos que mal sabiam ler.

Ainda, segundo o autor, as intenções portuguesas, em relação à formação de militares, construtores de fortificações e adestrados na artilharia, puderam ser realizadas graças ao deslocamento de um militar português, José Fernandes Pinto Alpoim, ao Brasil. E graças à Ordem Régia de 19 de agosto de 1738, o ensino militar conhece uma nova fase: torna-se obrigatório a todo oficial, ou seja, nenhum militar poderia ser promovido ou nomeado se não tivesse aprovação na Aula de Artilharia e Fortificações.

E graças à vinda ao Brasil do português José Fernandes Pinto Alpoim, surge o primeiro livro de Matemática escrito no Brasil, documentado por D`Ambrósio:

Em 1744 temos o primeiro livro de matemática escrito no Brasil, por José Fernandes Pinto Alpoim (1700-1765), o Exame de Artilheiro, seguido em 1748 por outra obra do mesmo autor, Exame de Bombeiro. Ambas foram impressas na Europa, respectivamente em Lisboa e Madrid, pois não havia imprensa no Brasil colonial. São livros elementares e metodologicamente inovadores, com o objetivo de preparar para os exames de admissão à carreira militar, como os próprios títulos sugerem.
(1999, p.5)

Abaixo temos a imagem de uma página do livro Exame de Artilheiro, escrito por José Fernandes Pinto Alpoim:

FIGURA 1: PÁGINA DO LIVRO EXAME DE ARTILHEIRO



Fonte: Livro: Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930. p.45¹

Os livros de Alpoim foram os primeiros a serem escritos no Brasil, porém levou-se mais alguns anos para serem impressos livros no Brasil. Neves (2005, p.29) descreve que foi no ano de 1808 que o Brasil começou fazer a impressão de livros

A impressão Régia começou a imprimir livros no Brasil, no ano de 1808, com Observações sobre o Comércio Franco no Brasil, de Silva Lisboa. Em 1809, foram realizadas várias traduções de textos europeus de matemática, sendo os primeiros livros de matemática, traduzidos, impressos no Brasil: Os Elementos de Geometria, de Legendre, tradução de Araújo Guimarães; Tratado de Trigonometria, do mesmo Legendre, os Elementos de Álgebra, de Leonhard Euler. Em 1810, foi lançado o Tratado de Aritmética, de Lacroix e traduzido por Silva Torres. No ano de 1812, os Elementos de Geometria Descritiva, de Gapard Monge e traduzido por José Vitorino dos Santos e Souza.

Ainda segundo Neves (2005), é a partir do início de 1900 que são inauguradas as editoras especializadas em livros didáticos. O mercado torna-se bastante atraente com as concorrências pelo comércio do livro didático. Muitos matemáticos ilustres tiveram

¹Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=rfsqnQod21wC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>, acesso 07/01/19.

suas obras editadas, entre eles, como Otto de Alencar (1874-1912) e M. Amoroso Costa (1885-1929).

Neves (2005) explica que é no ano de 1907 que começa a história do livro didático de Matemática com a existência mais longa, o livro de Antônio Trajano para ensino primário, intitulado *Aritmética Elementar Ilustrada*. No período de 1920 a 1930, sobressai o compêndio de Matemática de Euclides Roxo, professor de Matemática. Na década de 1950, novos conteúdos foram inseridos ao currículo de Matemática com o objetivo de envolver o aluno em uma aprendizagem que fosse mais ativa.

Tal mudança teve início no exterior com o movimento de renovação no ensino da Matemática. Chegando ao Brasil, foi amplamente divulgada nos congressos nacionais de ensino da Matemática. A partir daí, surgiram adeptos à ideia apresentando propostas de novos conteúdos e novos métodos de trabalho.

No início da década de 1960, o Grupo de Estudos do Ensino de Matemática de São Paulo foi de grande importância, desenvolvendo pesquisas e experiências. Dele participava o professor Osvaldo Sangiorgi, do Instituto de Educação “Padre Anchieta” e Assistente de Geometria Analítica da Faculdade de Filosofia da Universidade Mackenzie.

Osvaldo Sangiorgi definiu uma nova linha para transmitir os conteúdos matemáticos de modo que fossem mais eficientes para o desenvolvimento do aluno. Ele conquistou efetivamente seguidores dessa linha que buscavam ajustar os livros a um esquema de “curso moderno de Matemática”.

Esses “novos livros” ganharam novo aspecto gráfico. Tornaram-se mais atraentes, com a presença de ilustrações, destaque para as definições, cores novas e tamanho novo, entre outras inovações.” (SOARES, 2001, p.58)

É inegável a influência dos livros didáticos no processo educacional brasileiro, “No movimento da Matemática moderna, o livro didático desempenhou também um papel fundamental. Ele foi responsável em grande parte pelos “²exagerosⁱ” cometidos em nome da Matemática Moderna.” (SOARES, 2001, p.58)

² Introdução da Teoria dos conjuntos e Estruturas Matemáticas

O autor ainda comenta que “Com a chegada da Matemática Moderna às escolas, autores editores de livros didáticos sentiram a necessidade de reformular seus livros em função dos novos conteúdos e das novas tendências do ensino.” (SOARES, 2001, p.58)

O Movimento da Matemática Moderna espalhou-se por todo o Brasil. Esse sistema se instalou em contrapartida ao ensino tradicional, porém recebia diversas críticas.

Dentre as reformas do ensino de Matemática, pode-se dizer que o Movimento da Matemática Moderna foi a que se tornou mais conhecida. Ao contrário das Reformas Campos e Capanema, a Matemática Moderna não foi implantada por nenhum decreto, o que não impediu que ela fosse amplamente divulgada e adotada em todo o território nacional. No Brasil, a Matemática Moderna veio como uma alternativa ao ensino tradicional que, apesar de demonstrar certa estabilidade de conteúdo e metodologia em livros e programas de ensino, recebia críticas por adestrar os alunos em fórmulas e cálculos sem aplicações; apresentar a Matemática em ramos estanques e isolados, entre outras. (SOARES, 2005, p.2)

No entanto, em relação à produção e divulgação de livros didáticos, pode-se dizer que gerou muitos frutos, muitos livros foram produzidos, ora por um professor isolado, ora por grupos de professores, ao menos no cenário nacional.

O professor Osvaldo Sangiorgi, segundo Soares (2005) foi um dos autores que mais produziu livros didáticos nesta época. El liderava o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) – que fora criado em São Paulo no ano de 1961. No ano seguinte, apresentou uma proposta de currículo de Matemática para a escola secundária totalmente engajada ao MMM.

O GEEM tinha, entre suas publicações, livros didáticos, guias e manuais que orientavam a prática dos professores:

O GEEM publicou guias para professores do Ensino Secundário, em quatro fascículos, intitulados Matemática – Curso Moderno, sob autoria do professor Sangiorgi e publicados pela Companhia Editora Nacional. (CEN). De acordo com os professores Ruy Madsen Barbosa e Irineu Bicudo, esses Guias e toda a publicação do GEEM eram escritas não somente pelo professor Sangiorgi, mas com a colaboração de outros membros do Grupo (Lima, 2006, p.102)

A produção de livro didático teve grande representatividade por parte do Movimento de Matemática Moderna, mas longe de representar toda a produção de livros didáticos.

Ao longo de 1964, a CEN, considerada na época como sendo a principal editora de livros didáticos no Brasil, fez doze publicações de livros de matemática para os então cursos ginasial e colegial. Para a clientela do primeiro ano ginasial só editou o novo livro de Sangiorgi, sendo que este foi responsável por 51,8% do total de livros de matemática produzidos em 1964 para todo o ginasial e colegial. Vê-se dessa forma que este livro deflagrou uma avalanche na vendagem e na mudança de rumos de livros didáticos de matemática desta editora: se Sangiorgi já contribuía em muito para os lucros da editora, agora passou a ser responsável por uma fatia muito maior. Com o MMM, surgiram novos horizontes para o mercado editorial brasileiro (VILLELA, 2009, p.125)

Em seu trabalho, Soares (2001, p. 13) discute que o fracasso do Movimento da Matemática Moderna se deu pela má preparação dos professores para trabalhar com os conteúdos indicados pelo movimento:

Nesse trabalho procuramos mostrar que o ponto de vista de muitos professores hoje em dia é que esse fracasso não se deve tanto às ideias da Matemática Moderna, mas sim a um conjunto de fatores que levaram a uma distorção das propostas de mudança. A falta de espírito crítico para analisar que as adaptações deveriam ser feitas para cada país, aliadas à má formação dos professores fizeram com que o Movimento tomasse o rumo contrário ao proposto inicialmente.

José Antônio Lopes (2006) (Bigode), em entrevista ao “Jornal do Brasil” também comenta sobre as críticas ao movimento MMM:

Vamos pensar quem é o professor de matemática médio, hoje. Tem por volta de 37 anos, fez o primário no final dos anos 60, terminou o ensino médio nos anos 70 e foi, por isso, vítima de um tipo de padrão curricular marcado pelo movimento da Matemática Moderna, que chegou ao Brasil em 1961, foi bastante polêmica, hoje é moda criticá-la, embora tenha sido trazida por mãos sérias e com propósitos nobres. Mas o currículo estava impregnado mais das perspectivas dos matemáticos que dos educadores. Teve vantagens e desvantagens. A experiência da MM ampliou o fracasso escolar, porque carregou o currículo de conteúdos sem significado, deu ênfase na linguagem formal e no rigor. Uma das características da Matemática Moderna era pensar que, se déssemos os fundamentos da estrutura - conjunto, elementos, suas relações e suas propriedades - o aluno construiria o restante do edifício, como se fosse um algebrista puro da universidade. Mas a Matemática Moderna - e os puristas vão odiar isto - fez coisas boas. As expressões que tomavam o quadro todo, os chamados carroções desapareceram e isso foi bom. No entanto, a ideia que estava por trás do currículo da Matemática Moderna era a de servir para pescar alguns futuros matemáticos, e um currículo voltado para formar cientistas estava longe da matemática para todos que defendemos hoje. Só agora se tenta corrigir os desvios de então e assume-se que tratar do jeito que se tratavam tópicos como a teoria dos conjuntos no ensino fundamental é um tanto obsoleto. (Lopes, 2006, *online*)

Apesar do MMM ter fracassado por diversos motivos, ele não foi de um insucesso total, segundo Vitti (1998) apud Silva (2007, p. 19):

Vitti conclui em seu trabalho que, apesar do fracasso do Movimento, este apresentou aspectos extremamente positivos. Um desses aspectos positivos foi fazer com que os profissionais da educação repensassem o ensino diante das mudanças sociais que estavam acontecendo. Além disso, o Movimento proporcionou à comunidade brasileira a consolidação da figura do educador matemático, o que possibilitou uma renovação do ensino da Matemática.

Para Pires (2008) os livros de didáticos de Matemática passaram por três períodos distintos no que diz respeito aos conteúdos e currículos. O primeiro, caracterizado pela influência do Movimento Matemática Moderna (de 1965 a 1980); o segundo, caracterizado por reformas que buscavam se contrapor às ideias do Movimento Matemática Moderna (de 1980 a 1994) e o terceiro, consolidado num documento divulgado ao conjunto das escolas brasileiras, denominado Parâmetros Curriculares Nacionais (a partir de 1995).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais da área de Matemática para o ensino Fundamental – PCNEF- (1998) visavam a orientar e subsidiar a produção de livros e outros materiais didáticos. Consideravam como objetivos do ensino fundamental levar o aluno a identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo a sua volta e encarar a Matemática como um empenho intelectual, o qual estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Possivelmente, com a publicação da nova Base Curricular Nacional, um novo período venha a ocorrer na elaboração e análise de livros didáticos.

2.4.1 O livro didático de Matemática e a Resolução de problemas: Interseções?

A distribuição e a utilização dos livros didáticos foi um grande avanço na aprendizagem e ensino da Matemática, uma das ferramentas indispensáveis à aprendizagem significativa dos alunos. O livro didático realiza um papel muito importante na prática docente. Como vimos anteriormente, o MEC elabora um edital em que estabelece critérios para a seleção dos livros didáticos. Também é elaborado um guia de

orientação do livro didático para que o professor possa ter subsídios para escolher o livro de acordo com suas expectativas.

O edital do PNLD estabelece alguns critérios que auxiliam o governo no processo de adoção do livro didático, “ao lado da observação dos conteúdos matemáticos e do modo como eles são abordados, a avaliação de um livro didático ocupa-se, também, da análise da metodologia de ensino e aprendizagem nele adotada.”(BRASIL, 2016)

Quanto à metodologia de ensino de aprendizagem adotada, o edital do PNLD 2016 faz referência à Metodologia de Resolução de Problemas:

Um princípio metodológico amplamente reconhecido hoje como relevante é o de que o ensino e a aprendizagem da Matemática devem estar baseados na resolução de problemas. Sem dúvida, contribui com o desenvolvimento da autonomia do aluno, um livro didático que proponha ao estudante, de modo sistemático e consistente, problemas para que ele procure resolvê-lo. (BRASIL.2016, p.16)

Entendemos o livro didático como uma das ferramentas fundamentais para o ensino, tanto para o aluno quanto para o professor. De tal modo, que nele estejam presentes metodologias atualizadas, que permitam suprir as necessidades dos alunos e professores de acordo com a atualidade.

Afinal, a avaliação das obras didáticas submetidas à inscrição no PNLD deve atender à política de incentivo à produção e qualificação de materiais didáticos no país e está orientada pelos pressupostos apresentados nas Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental de 9 anos. É importante escolher um livro didático, que esteja de acordo com o PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) e o contexto social no qual o aluno está inserido. Baseadas nas diretrizes e nos PCN, foi criada a base nacional comum curricular (BNCC), que tem como um dos seus objetivos nortear as avaliações e a elaboração de livros didáticos e de outros documentos pedagógicos.

A BNCC também faz referência ao uso da resolução de problemas

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático

(raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional.
(BRASIL, 2017. p.264)

A Resolução de Problemas se faz presente nos documentos que norteiam o ensino brasileiro e o livro didático, assim, surge a necessidade dos autores tratarem os assuntos nessa perspectiva e cabe a nós analisarmos como esta metodologia é abordada nestes livros. Por esse motivo, o próximo capítulo, abordará aspectos sobre a Resolução de Problemas.

3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Apresentamos, neste capítulo, algumas considerações acerca da Resolução de Problemas (RP), tanto no campo da pesquisa, quanto na possibilidade de encaminhamento metodológico para o ensino da matemática preconizado por estas pesquisas e também indicado por documentos que orientam a Educação Básica brasileira.

3.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Matemática surgiu e se desenvolveu basicamente a partir de problemas enfrentados pelo homem. Para resolver situações em que foi necessário contar, somar, agrupar, medir, surgiu a necessidade de criar e desenvolver conceitos matemáticos, e com isso, resolver problemas tornou-se essencial para o desenvolvimento dessa ciência.

A Resolução de Problemas, como uma forma sistemática de pensar o ensino da Matemática, surgiu nos Estados Unidos por volta de 1960. De acordo com Onuchic (1999, p. 203, 204):

[...] O ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática, começou a ser investigado de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos 1960. No fim dos anos 1970, a Resolução de Problemas ganhou espaço no mundo inteiro. Começou o movimento a favor do ensino de resolução de problemas. Em 1980 é editada, nos Estados Unidos, uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's¹, que chamava todos os interessados, pessoas e grupos, para juntos, num esforço cooperativo massivo, buscar uma melhor educação matemática para todos.

Esse documento recomendava uma modificação na forma de ensinar a Matemática às crianças, sugerindo aos educadores/professores que valorizassem a compreensão e a resolução de problemas em detrimento da memorização e mecanização de métodos e procedimentos.

Organizar o currículo escolar em torno da resolução de problemas; estruturar uma definição da linguagem de resolução de problemas em matemática; elaborar estratégias, processos e modos de apresentação que mostrassem o grande potencial de aplicações

matemáticas; organizar ambientes favoráveis para a resolução de problemas prosperar na escola; desenvolver materiais didáticos para o uso no ensino de resolução de problemas nos diferentes níveis escolares são algumas das ações indicadas, nos anos 80, pelos NCTM, que propunham mudanças significativas no modo de ensinar Matemática (ONUCHIC, 1999).

Porém, somente na década seguinte, a Resolução de Problemas passou a ser estudada com mais afinco e sob uma nova perspectiva:

Na década de 90, começou-se a discutir as perspectivas didático pedagógica na resolução de problemas. No Brasil e no mundo, a resolução de problemas teve sua maior ênfase como metodologia de ensino, sendo o problema um gerador no processo da construção do conhecimento. (ARAUJO, 2015, p. 23)

As recomendações indicadas pelo NCTM tinham uma estreita ligação com orientações para o ensino da Matemática, com e por meio da Resolução Países, inclusive no Brasil, com a publicação, na década de 90, dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN.

Desde o início dos trabalhos envolvendo a RP até a disseminação de pesquisas, materiais instrucionais e experiências de sala de aula geradas pela publicação dos NCTM, três diferentes perspectivas foram identificadas: ensinar Matemática *sobre* resolução de problemas, ensinar *para* resolver problemas e ensinar *via* Resolução de Problemas (MORAIS, ONUCHIC, 2014).

Em relação à primeira perspectiva, ensinar Matemática *sobre* resolução de problemas, Onuchic (1999, p. 206) descreve que “o professor que ensina sobre resolução de problemas procura ressaltar o modelo de resolução de problemas de *Polya* ou alguma variação dele”. O modelo de *Polya* (1995) nos apresenta quatro fases para resolver problemas matemáticos, sendo eles: compreender o problema proposto, estabelecer um plano para a solução do problema proposto, executar o plano de resolução e voltar ao problema original proposto examinando a solução.

Em relação à segunda perspectiva, ensinar *para* resolver problemas, Onuchic (1999, p. 206) coloca que “o professor se concentra na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada na solução de problemas rotineiros e não

rotineiros”. Nessa perspectiva, o professor, inicialmente, ensina o conteúdo matemático para depois apresentar problemas para os estudantes resolverem. Essa perspectiva é muito comum nos livros didáticos nos quais são exibidos os conteúdos matemáticos e, em seguida, os problemas.

Já a terceira perspectiva, ensinar matemática *via* resolução de problemas, propõe que os problemas tenham o objetivo de suscitar a capacidade do estudante de “fazer matemática” para além do propósito de aprender matemática.

Esta última perspectiva, de interesse particular também desta pesquisa, foi considerada a mais consistente em relação às recomendações enunciadas pelo NCTM (MORAIS, ONUCHIC, 2014). É a partir disso que os educadores matemáticos começam a pensar na resolução de problemas como uma possibilidade metodológica para o ensino da matemática.

Onuchic (1999, p. 207) ressalta que “a Resolução de Problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática”. Dessa forma, o problema é tomado como um meio para a aprendizagem.

Nessa perspectiva, os problemas são sugeridos de maneira que forneçam subsídios para a formalização de conceitos. Essa perspectiva coloca o aluno em ação, tornando-o protagonista do ensino. Assim, o ensino de um determinado tópico matemático é iniciado com uma situação-problema, ou seja, o problema gerador, que apresenta aspectos-chave deste determinado tópico e, a partir disso, são desenvolvidos procedimentos matemáticos para chegar a solução.

Através desta abordagem Onuchic (1999, p. 207) descreve que “o aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos)”.

A partir disso, os estudantes podem e devem buscar caminhos diversos para solucionar os problemas, utilizando seus conhecimentos prévios e buscando outros

conhecimentos necessários, procurando administrar as informações ao seu redor com as orientações específicas do professor.

Nesse sentido, Onuchic (1999, p. 208) frisa que “quando os professores ensinam Matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão”.

Ensinar Matemática através da resolução de problemas é, pois, uma forma de fazer Matemática em que o aluno é um construtor de seu conhecimento. Nessa abordagem, os problemas apresentados geram novos conceitos, procedimentos ou conteúdos matemáticos, sendo assim, nossa pesquisa será pautada nessa metodologia.

3.2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DO ENSINO - APRENDIZAGEM - AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

O ensino de Matemática conta com a Resolução de Problemas como uma tendência atual tanto de pesquisa na área de Educação Matemática, quanto como uma metodologia de ensino, a qual se apresenta como uma estratégia que traz significado ao conhecimento. Nela são propostas ao aluno situações desafiadoras que o motivam para a compreensão e emprego adequado de conceitos matemáticos.

Conforme os PCN'S, a Matemática deve desenvolver no aluno competências e habilidades:

A resolução de problemas na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que tem dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p. 40).

Por muito tempo, o processo de ensino foi concebido como se o professor fosse a figura central, o detentor de todo o saber e o aluno fosse apenas coadjuvante, reproduzindo de maneira mecânica aquilo que o professor explicara. Em contraposição a esse modelo, a metodologia de Resolução de Problemas procura colocar o aluno em

ação, fazendo com que o professor crie a motivação necessária para o educando protagonizar o processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Adotar a metodologia de ensino de Matemática, Resolução de Problemas, requer muita dedicação por parte do professor, uma avaliação contínua e minucioso planejamento na escolha das situações-problema (problema gerador) que despertem a curiosidade dos estudantes para a construção de novos conceitos.

Onuchic e Allevato (2009) entendem por problema gerador aquela situação em que o aluno teve o contato com ela sem necessariamente ter o conhecimento matemático formal necessário para a sua resolução, porém, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção de um novo conceito, princípio, procedimento, conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

Segundo Onuchic e Allevato (2004, p. 221),

Ensinar matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que a mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase do “durante”, os alunos trabalham e o professor observa e avalia o trabalho. Na terceira, “depois”, o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-los e conduz a discussão enquanto os alunos justificam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos.

De acordo com Onuchic e Allevato (2009), ensinar Matemática através da resolução de problemas é uma abordagem na qual o professor deve cumprir o papel de observador, analisando e estimulando o trabalho colaborativo. Para isso, as autoras organizaram nove etapas para orientar o professor que pretende trabalhar nesta perspectiva metodológica.

1) Preparação do problema – é o processo de escolha de um problema tendo em vista a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Tal problema será chamado problema gerador, o conteúdo matemático necessário para a resolução desse problema não deve ter sido trabalhado em aula. O problema gerador é aquele que, ao

longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo, o qual o professor planejou para aquela aula.

2) Leitura individual – nessa etapa, é entregue para cada aluno uma cópia do problema e solicitado que seja feita sua leitura.

3) Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar a leitura do problema agora nos grupos. Caso houver incompreensão do texto por parte do grupo, o professor pode auxiliá-lo.

4) Resolução do problema - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, buscam resolvê-lo, num trabalho cooperativo e colaborativo.

5) Observar e incentivar – nesta etapa, enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos mesmos e incentiva o trabalho colaborativo. Dessa forma, o professor age como um mediador, levando os alunos a pensar e a trocar ideias entre eles. O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto, acompanha suas explorações e os ajuda, quando necessário, caso surjam problemas secundários: notação, passagem da língua portuguesa para a linguagem matemática, conceitos relacionados e técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuação do trabalho. Porém, é importante que o professor saiba das dificuldades que podem surgir nos seus alunos, dispondo-se como interventor e questionador.

6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) Plenária – nessa etapa, todos os alunos são convidados para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e elucidarem suas dúvidas. O professor se coloca como orientador e mediador

das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) Busca do consenso – Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) Formalização do conteúdo – Nesse momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

Destaca-se ainda que, na metodologia proposta por Onuchic e Allevato (2009), o contato com o problema por parte dos alunos deve ser sem conhecer de maneira formal o conteúdo matemático necessário para a resolução do mesmo. Este é um dos motivos pelos quais essa metodologia gera o debate, a interação e a descoberta por parte do aluno, sem resolver de forma mecânica através de fórmulas e soluções sugeridas pelo professor.

3.3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O CURRÍCULO ESCOLAR DE MATEMÁTICA: O QUE DIZEM OS DOCUMENTOS OFICIAIS

O papel da Matemática na evolução da sociedade é de grande valor, pois a Matemática é indispensável em diversas atividades humanas. Isso faz com que os problemas matemáticos ocupem um lugar fundamental no currículo escolar desde a Antiguidade até nossos dias.

A história nos mostra que nós, seres humanos, sempre apresentamos a necessidade de explorar e resolver problemas não somente de natureza matemática, mas também problemas da vida cotidiana. Esse fato está presente no cotidiano do ser humano desde os primórdios da civilização e é descrito por Stanic e Kilpatrick (1989, p. 2)

Os problemas nos currículos remontam, pelo menos, tão longe como os antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 A. C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa coleção de problemas.

Os problemas aparecem com frequência nos currículos de Matemática até meados do século XX, porém a resolução de problemas ainda não aparece como uma forma de pensar e ensinar matemática, é o que Stanic e Kilpatrick (1989, p. 1) expressam no seguinte trecho:

Os problemas ocupam um lugar central nos currículos desde a Antiguidade, mas a resolução de problemas não. Só recentemente apareceram educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção.

Durante muito tempo, se trabalhava os problemas de forma mecânica, apenas com o intuito de que se criasse um método para resolvê-los, caracterizando-os com um papel abreviado sobre o ensino. Nos registros de Stanic e Kilpatrick (1989, p. 4), grande parte dos exemplos encontrados nos livros de Matemática teriam uma visão muito restrita da aprendizagem matemática, pois “Até muito recentemente, ensinar a resolução de problemas significava apresentar problemas e talvez incluir um exemplo de uma solução técnica específica”.

Andrade e Nascimento (2011, p.6), destacam que a Resolução de Problemas era apenas um artifício para resolver problemas, não era vista como uma metodologia:

Antes da década de 70 tinha-se a Resolução de Problemas como uma mera aplicação de estratégia, centrado num exaustivo exercício de resolver problemas. Não havia preocupação com o processo. O ensino da resolução de problemas se limitou em desenvolver bons resolvidores de problemas, quando na verdade não se tinha a preocupação, como já falei, com o processo. Vale salientar a influência do pensamento da corrente da Matemática Moderna (60/70), onde apresentava um currículo que enfatizava a Teoria dos Conjuntos e a Álgebra Booleana tornando o ensino de matemática preocupada com as estruturas abstratas

Essa proposta, entretanto, não fez muito sucesso, uma vez que estava distante da realidade dos professores e alunos, pois o ensino passou a ter ênfase teórica e deixou a prática de lado. O grande problema foi que os professores não estavam suficientemente preparados para tal proposta, fazendo com que se agravassem ainda mais os problemas

no ensino da Matemática. Porém, como tudo na vida, o movimento da Matemática Moderna trouxe alguns benefícios, como destaca D'Ambrósio:

Se a matemática moderna não produziu os resultados pretendidos, o movimento serviu para desmistificar muito do que se fazia no ensino da matemática e mudar – sem dúvida para melhor – o estilo das aulas e das provas e para produzir muitas coisas novas, sobretudo à linguagem moderna de conjuntos. Claro que houve exageros e incompetência, como em todas as inovações. Mas o saldo foi altamente positivo. Isso se passou, com essas mesmas características em todo o mundo. [...] (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 57-58).

Para mudar esse cenário, surge então, em 1980, na reunião do Conselho Nacional de Superiores de Matemática, o documento “Agenda para a Ação”. Essa agenda é um documento que traz algumas propostas relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, recomendando que a Resolução de problemas seja o foco do ensino de Matemática nas escolas nos anos de 1980, assumindo um papel direto entre a resolução de problemas nas aulas de Matemática e a resolução de Matemática em outros momentos da nossa vida.

Eis aí que surge um novo marco na educação, nas palavras de Andrade (1998, p. 8):

Daí nasce a experiência de ensinar matemática não para resolver problemas e sim através da resolução de problemas. Torna-se uma via, caminho este que gerará significado na aplicação de tal metodologia de ensino. Essa década é considerada a “década de ouro”, por vários motivos, dentre eles a de perceber muitos pesquisadores voltando seus olhares para o estudo da resolução de problemas como uma metodologia de ensino, gerando assim muitos trabalhos publicados. Para culminar essa década, vale salientar que o livro da década tratava -se justamente sobre resolução de problemas.

Agora a prioridade não seria apenas treinar os alunos, mas sim construir um processo na qual passariam a ter um papel ativo na aprendizagem, como diz Onuchic (1999, p. 208):

[...] o papel da Resolução de Problemas no currículo passaria de uma atividade limitada para engajar os alunos, depois da aquisição de certos conceitos e determinadas técnicas, para ser tanto um meio de adquirir novo conhecimento como um processo no qual pode ser aplicado aquilo que previamente havia sido construído.

Os professores fizeram da resolução de problemas o ponto central de sua atuação, mesmo havendo dificuldades por professores para “ensinar” e por alunos para “aprender”, essas dificuldades passaram a ser estudadas pelos educadores e pesquisadores na educação matemática. Porém, havia uma discordância entre as linhas de pesquisa por eles defendidas.

Mesmo sendo desenvolvidos muitos estudos sobre o assunto, o processo de Resolução de Problemas, talvez por não ter sido compreendido por diversos professores, continuou estacionado. Onuchic (1999, p. 10) nos conta:

Durante a década de 1980, muitos recursos em resolução de problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho em sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas

Segundo Onuchic e Allevato (2004), ao final da década de 1980, o NCTM em busca de uma nova reforma para a educação matemática publicou: Curriculum and evaluation standards for school mathematics, em 1989; Professional standards for teaching mathematics, em 1991; e Assessment standards for school mathematics, em 1995.

Esses Standards (padrões) não eram “receitas” de como trabalhar, mas sugeriam que as práticas curriculares pudessem ser revisadas. Também tinham como finalidade incitar os políticos educacionais, pais, professores, administradores, comunidade em geral e conselhos escolares a propor melhores programas de matemática em todos os níveis educacionais.

Segundo (ONUCHIC, 2013):

A partir de 1995, começou, nos Estados Unidos, uma verdadeira “guerra matemática”. Houve uma série de críticas à reforma proposta pelos Standards, mas a luta continuou. O NCTM, então, após uma década de aplicação das ideias defendidas nesses documentos, trabalhou sobre críticas e sugestões recebidas e produziu a publicação Principles and standards for school mathematics, a qual foi lançada em abril de 2000, sendo conhecida como os Standards 2000.

Apoiado em ideias dos Standards do NCTM, no Brasil surgem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) - Matemática: 1º e 2º ciclos - 1ª a 4ª séries - 1997; 3º e

4º ciclos - 5ª a 8ª séries - 1998; ensino médio – 1999 orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias – 2002.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs constituem uma série de documentos editados pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto, a qual tem a seguinte função:

Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menos contato com a produção pedagógica atual (PCN- Introdução, 1º e 2º ciclos, 1997, p. 13)

A concepção da Resolução de Problemas, assumida nos PCNs, firma-se, do seguinte modo:

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (PCN- Matemática- 1º e 2º ciclos.1997, p. 29)

A escola pública brasileira passou a atender um número cada vez maior de estudantes provenientes de diferentes classes sociais e diversas origens étnicas e culturais, assumindo essa função, intensificando, assim, os debates sobre o papel do

ensino básico na sociedade, a escola contribui para determinar o tipo de participação de cada indivíduo na sociedade.

Sendo assim, as reflexões sobre currículo têm, em sua natureza, um forte caráter político, desta forma, durante o período de 2004 a 2008, a Secretaria de Estado da Educação promoveu vários encontros, os quais resultaram na elaboração dos textos das Diretrizes curriculares do estado do Paraná - Matemática, publicado em 2008. As diretrizes têm a expectativa de fundamentar o trabalho pedagógico e contribuir de maneira decisiva para o fortalecimento da Educação Pública Estadual do Paraná.

A proposta das diretrizes curriculares é a reorientação na política curricular com a finalidade de construir uma sociedade justa, onde as oportunidades sejam iguais para todos. Os conteúdos disciplinares devem ser tratados, na escola, de modo contextualizado, estabelecendo-se, entre eles, relações interdisciplinares e colocando sob suspeita tanto a rigidez com que tradicionalmente se apresentam quanto o estatuto de verdade atemporal dado a eles.

Desse modo, a escola deve incitar a prática pedagógica baseada em metodologias diferenciadas, valorizando compreensões do ensino da aprendizagem e de avaliação que permitam a conscientização dos docentes e dos discentes quanto a necessidade de uma educação transformadora e libertadora.

Nesse sentido, as diretrizes curriculares da educação básica de Matemática Paraná (2008) propõem que os conteúdos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que fundamentam a prática docente, destacando a resolução de problemas; modelagem matemática; mídias tecnológicas; etnomatemática; história da Matemática; investigações matemáticas.

Segundo as diretrizes curriculares da educação básica de Matemática, Paraná (2008), a etnomatemática tem o papel de reconhecer e registrar questões de relevância social que produzem o conhecimento matemático, levando em conta que não existe um único, mas vários e distintos conhecimentos e todos são importantes. O trabalho pedagógico deverá relacionar o conteúdo matemático com a questão do ambiente do indivíduo e suas manifestações culturais e relações de produção e trabalho.

As diretrizes citadas anteriormente também trazem que a modelagem matemática tem como pressuposto a problematização de situações do cotidiano do aluno. À medida que propõe a valorização do aluno no contexto social, também procura-se levantar problemas que sugerem questionamentos sobre situações de vida.

Para Bassanezi (2004):

a modelagem matemática é descrita como um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2004, p. 24).

As diretrizes também caracterizam as mídias tecnológicas, como espaços motivados por aplicativos informáticos que dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o processo pedagógico. O uso de recursos tecnológicos, como o software, a televisão, as calculadoras, os aplicativos da Internet, entre outros, favorecem as experimentações matemáticas e potencializam formas de resolução de problemas. Auxiliam estudantes e professores a visualizarem, generalizarem e representarem o fazer matemático; abordar atividades matemáticas com os recursos tecnológicos enfatiza um aspecto fundamental da disciplina, que é a experimentação. A Internet é um recurso que favorece a troca e ganhos de aprendizagem. O uso das mídias tecnológicas possibilita várias formas de ensinar e aprender, valorizando o processo de produção de conhecimentos.

A história da Matemática também é abordada pelas diretrizes curriculares da educação básica de Matemática, Paraná (2008), segundo a qual a abordagem histórica deve vincular as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época.

A história da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. A história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática.

As investigações matemáticas também são caracterizadas pelas diretrizes curriculares da educação básica de Matemática, Paraná (2008), onde coloca que podem ser provocadas a partir da resolução de um simples exercício, se relacionando com a resolução de problemas. Na investigação matemática, o aluno é chamado a agir como um matemático, não apenas porque encontrará soluções para as questões, mas, especialmente, porque formula conjecturas a respeito do que está investigando. Esse é exatamente o processo de construção da matemática pelos matemáticos e, portanto, o espírito da atividade matemática genuína está presente na sala de aula.

Também entre as tendências metodológicas que esse documento destaca está a metodologia de Resolução de Problemas, a qual será mais fortemente abordada em nosso trabalho, aludindo que a metodologia leva o estudante a aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações e possibilita a compreensão dos argumentos matemáticos. Essa metodologia possibilita uma discussão, levando os alunos a pensarem na solução dos problemas, elaborando estratégias, levantando hipóteses e registrando a solução encontrada.

As diretrizes curriculares da educação básica de Matemática, Paraná (2008), também enfatizam que nenhuma das tendências metodológicas apresentadas esgota todas as possibilidades para realizar com eficácia o complexo processo de ensinar e aprender Matemática, por isso, sempre que possível, o ideal é promover a articulação entre elas. A abordagem dos conteúdos específicos pode, portanto, para atingir um melhor resultado, transitar por todas as tendências da Educação Matemática, já que nenhuma das metodologias se configuram de maneira estanque.

Para elevar o padrão de Ensino da Educação Básica, o Ministério da Educação, que tem por objetivo promover ações para a melhoria da qualidade das escolas do ensino fundamental, com o intuito de dialogar com outras políticas públicas, lançou recentemente o documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A Base Nacional Comum Curricular pondera que a Matemática é uma ciência de caráter hipotético-dedutiva, pois as demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, mas também julga fundamental considerar o papel de investigação das experimentações na aprendizagem da Matemática. Essa ciência precisa assegurar

que os alunos relacionem o mundo real a representações e associem à Matemática fazendo induções e conjecturas.

A BNCC (2018, p. 266) acredita no poder do ensino básico para fazer com que os alunos desenvolvam competências e habilidades:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

O desenvolvimento dessas competências e habilidades está indiretamente relacionado com a forma como se dispõe o ensino e aprendizagem da Matemática. A BNCC cita a Resolução de problemas como uma das metodologias que conduzem ao caminho para o desenvolvimento dessas competências e habilidades.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BNCC, 2018, p. 266)

Baseando-se nesses documentos oficiais, percebe-se que a Resolução de Problemas é mencionada nos documentos norteadores da educação brasileira e destacada como um importante recurso na sala de aula. Dessa forma, é recomendável a utilização desta metodologia, em vários aspectos: para dinamizar as aulas, para aproximar o ambiente escolar de um movimento mais atual da sociedade, para promover o desenvolvimento de estratégias diversas de solução, para possibilitar o desenvolvimento de aprendizagens ativas.

3.4. OS PROBLEMAS E OS TIPOS DE PROBLEMAS

Da mesma forma que qualquer atividade humana, a Matemática pode ser encarada como uma procura para a solução de problemas que surgem na luta pela sobrevivência. Quando se fala em Resolução de Problemas, conseqüentemente, surge a pergunta: o que é considerado um problema?

Para responder essa questão, é importante salientar o relativismo implícito na definição do que é um problema, assim também como na classificação dos problemas. Assim, se adotarmos como referência a relação do indivíduo (estudante) com a situação (tarefa proposta pelo professor), pode ser considerado problema, para uns, e exercício, para outros. Até o próprio indivíduo pode assumir as duas classificações em fases de aprendizagem distintas.

Para utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, temos que ter uma definição coerente com a proposta, sobre “problema”. A metodologia é ativa, ela procura colocar o aluno em atividade, então o problema deve ser uma tarefa que o professor escolhe/elabora/organiza para colocar o aluno em atividade cognitiva, ou seja, para pensar sobre os aspectos do conteúdo que se quer abordar naquela aula.

Utilizamos neste estudo o termo “tarefa”, pois os problemas podem ser considerados como tipos de tarefas matemáticas que “proporcionam [aos alunos] o ponto de partida para o desenvolvimento da sua *atividade matemática*” (PONTE et al., 1997, p. 73).

Na presente pesquisa, o termo tarefa será entendido da mesma forma que PONTE (1997) citado por Meneghetti e Redling (2012, p. 197):

...uma dada situação de aprendizagem proposta pelo professor – problemas, investigações, exercícios etc. – a qual aponta para certo conteúdo matemático, e que proporciona o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade matemática. O termo atividade é designado, por esses autores, como sendo aquilo que o aluno faz num dado contexto, ou seja, suas ações na execução de determinada tarefa.

Para Van de Walle (2001), um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.

Conforme as Diretrizes Curriculares de Matemática para Educação Básica do Paraná:

Resolução de exercícios e resolução de problemas são metodologias diferentes. Enquanto na resolução de exercícios os estudantes dispõem de mecanismos que os levam, de forma imediata, à solução, na resolução de problemas isso não ocorre, pois, muitas vezes, é preciso levantar hipóteses e testá-las. Dessa forma, uma mesma situação pode ser um exercício para alguns e um problema para outros, a depender dos seus conhecimentos prévios (PARANÁ, 2006, p. 43).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam que é de extrema importância eliminar o sistema de ensino mecânico, indica a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática.

O professor precisa ser o mediador dessa atividade, escolher bem o problema gerador e colocar o aluno em atividade.

A intervenção do professor precisa, então, garantir que o aluno conheça o objetivo da atividade, situe-se em relação à tarefa, reconheça os problemas que a situação apresenta, e seja capaz de resolvê-los. Para tal, é necessário que o professor proponha situações didáticas com objetivos e determinações claros, para que os alunos possam tomar decisões pensadas sobre o encaminhamento de seu trabalho, além de selecionar e tratar ajustadamente os conteúdos. A complexidade da atividade também interfere no envolvimento do aluno. Um nível de complexidade muito elevado, ou muito baixo, não contribui para a reflexão e o debate, situação que indica a participação ativa e comprometida do aluno no processo de aprendizagem. As atividades propostas precisam garantir organização e ajuste às reais possibilidades dos alunos, de forma que cada uma não seja nem muito difícil nem demasiado fácil. Os alunos devem poder realizá-la numa situação desafiadora. (BRASIL, 1997, p. 65).

Os PCN (1998) enfatizam que “Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.” (BRASIL, 1998, p. 41).

Analisando os PCN (Brasil, 1997, p. 33), tem-se a definição de problema em Matemática como sendo “uma situação que demanda a realização de uma sequência de

ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la”.

Para analisar as informações que se pretende desenvolver nesse trabalho, e orientar na compreensão do leitor, é preciso optar por uma linha teórica que auxilie a caracterização dos problemas apresentados no livro didático.

Vários autores conceituam de maneira similar o que seria um problema. Dante (1998) conceitua um problema como qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-lo.

Para completar esse pensamento, Onuchic (1999, p. 85): compreende que “um problema pode ser enunciado como sendo tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que existe interesse em resolver, isto é, qualquer situação que leve o aluno a pensar e que lhe seja desafiadora e não trivial”. Essa definição de problema nos parece coerente com a proposta desta pesquisa, no entanto, para analisar o livro didático e inferir se as tarefas propostas poderiam ser classificadas como problemas, precisamos de alguns critérios mais específicos. Nesse sentido, buscamos na literatura as definições e diferentes classificações acerca de “problema” apresentadas por pesquisadores desta temática.

Levando em consideração as características apresentadas nos problemas, alguns autores criaram classificações quanto aos tipos de problemas matemáticos que podemos nos deparar.

O precursor da resolução de problemas, considerado como o pai da Resolução de Problemas, o matemático Polya (1995), classifica as tarefas, as quais ele chama de problemas, em quatro tipos diferentes:

1-Problemas auxiliares - são utilizados como auxílio para resolver outros problemas.

2-Problemas de Determinação, Problemas de Demonstração - nos problemas de determinação o objetivo é encontrar a incógnita do problema; já os problemas de demonstração devem mostrar se uma afirmativa é verdadeira ou falsa.

3-Problema Rotineiro - é um problema que exige do aluno apenas o desempenho mecânico das operações matemáticas rotineiras, ou seja, para cuja resolução segue-se um algoritmo, uma rotina.

4-Problemas Práticos - são problemas aplicados em situações da sociedade. "...os conhecimentos necessários e os conceitos utilizados são mais complexos e menos definidos nos problemas práticos do que nos problemas matemáticos".

De maneira muito similar, nos deparamos com a classificação de Charles e Lester (1989) apud Silva:

- Exercícios de Treinamento- são exercícios para o treinamento de determinado algoritmo já conhecido.

- Problema de tradução simples-são problemas que para resolvê-los basta traduzir as palavras em uma simples expressão matemática.

- Problema de tradução complexa- esse tipo de problema é bastante parecido com o de tradução simples, mas envolve pelo menos dois passos.

- Problema Processo- as soluções desse tipo de problemas não requerem a aplicação direta de um algoritmo ou fato matemático, mas sim o uso do raciocínio mais elaborado, que leve à compreensão e à escolha de um caminho a seguir.

- Problema de Aplicação- são situações do dia a dia, cuja solução, além de requerer o uso de fatos, conceitos e procedimentos matemáticos, também se utiliza de conhecimentos de outra natureza.

- Problemas Quebra-cabeça- esse tipo de problema é importante para que os alunos percebam várias maneiras de atacar um mesmo problema e o valor de analisá-lo sob diferentes perspectivas.

O autor Butts (1997, p. 33-36), considera 5 categorias de tarefas, ele nomeia essas tarefas por problemas:

- Exercício de Reconhecimento- é o que normalmente pede ao aluno para reconhecer, recordar, definir ou enunciar um teorema, de fato específico.

- Exercícios de Algoritmos- exercícios que podem ser resolvidos usando procedimento passo-a-passo.

- Problemas de Aplicação- a característica desses problemas é que seu enunciado contém uma estratégia para resolvê-los, e a manipulação de símbolos através de algoritmos diversos.

- Problema de Pesquisa Aberta- são problemas cujo enunciado não há estratégia de como resolvê-los.

- Situações Problemas- neste conjunto não estão inclusos problemas propriamente ditos, mas situações nas quais os alunos precisam identificar o(s) problema(s) inerente(s) à situação, cuja solução irá melhorá-la.

Dante (2003, p. 16-21) enfatiza alguns tipos desses problemas, são eles:

- Exercício de Reconhecimento- tem como objetivo a identificação ou lembrança de um conceito.

- Exercício de Algoritmos- são resolvidos passo-a-passo, tem como objetivo reforçar conhecimentos anteriores.

- Problemas Padrão- não exige estratégia, apenas desenvolvimento de algoritmos aprendidos anteriormente.

- Problemas Processo ou Heurístico- para a resolução destes problemas deve ser elaborado um plano de ação, uma estratégia.

- Problemas Aplicação- são problemas reais do cotidiano que a matemática pode resolver. Organizam-se os dados em tabelas, gráficos, etc. Geralmente exigem pesquisa com levantamento de dados.

- Problemas Quebra-cabeça são problemas-desafio, a solução depende da percepção de algum truque ou de um golpe de sorte. Fazem parte da Matemática Recreativa.

Pereira (2002, p. 6) divide as tarefas as quais chama de problemas matemáticos, em quatro tipos:

- Problemas de sondagem: para introduzir um novo conceito de maneira natural e intuitiva;
- Problemas de aprendizagem: para reforçar e familiarizar o aluno com um novo conceito;
- Problemas de análise: para a descoberta de novos resultados derivados de conceitos já aprendidos e mais fáceis que os problemas de sondagem;
- Problemas de revisão e aprofundamento: para revisar os tópicos já vistos e aprofundar alguns conceitos.

Diante destas classificações, Skovsmose (2000) coloca a existência de dois modelos a Educação Matemática Tradicional (marcada pela prática da resolução de exercícios) e a Educação Matemática Crítica (que prevê práticas pedagógicas voltadas para a investigação em sala de aula).

O quadro nº4, apresenta as principais ideias desses dois modelos.

QUADRO 4: MODELO DE PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	Referências à matemática pura
Referências à semi-realidade	Referências à semi-realidade
Referências à realidade	Referências à realidade

Fonte: Skovsmose (2000, p. 8) - modificado.

O significado de cada um está descrito abaixo:

Exercícios com Referência à Matemática Pura: neste caso temos a ocorrência mais tradicional de exercícios, apenas com finalidade matemática de prática de algum conceito. Predominam exercícios com utilização de fórmulas, em geral com enunciados como: resolva, calcule, efetue, etc, ou seja, exercícios “siga o modelo”.

Cenário para a investigação com Referências à Matemática pura: se refere a algo puramente matemático como produto final, mas a abordagem é diferente, levando o aluno a investigar alguns fatos para concluir algo de utilidade puramente matemática. Esse

ambiente envolve números e figuras geométricas, vai além da sistematização de regras e fórmulas pré - estabelecidas. Abrem caminho para que os alunos considerem outros aspectos, outros conceitos matemáticos.

Exercícios com Referências à semi - realidade: Remete a atividades que trazem elementos da vida real, mas apenas com o intuito de contextualizar o problema, sem levar em conta a coerência do enunciado com a realidade de fato, ou seja, uma realidade artificial.

Cenário para a investigação com Referências à semi- realidade: contém referências a situações contextualizadas, mas que não são efetivamente reais. A situação é aberta a argumentações, usada como recurso para que o aluno explore, questione, formule suas ideias e suas hipóteses.

Exercícios com Referências à realidade: trata-se de atividades que se encontram no dia a dia das pessoas, os dados vêm da vida real oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre o professor e o aluno. São utilizadas informações contidas em jornais, revistas e sites, bem como gráficos.

Cenário para a investigação com Referências à realidade: as referências também são à realidade, tornando possível aos alunos produzir diferentes significados para as atividades, em linhas gerais, a ideia é implementar a matemática crítica, é criar nos alunos um senso crítico.

No quadro abaixo, sintetizamos as ideias dos autores, Skovsmose (2000), Polya (1995), Charles e Lester (1989), Butts(1997), Dante (2003) e Pereira (2002) quanto a classificação de exercícios. Optamos pela classificação do autor Skovsmose, pois apesar da quantidade de enfoques, podemos classificar todos em duas perspectivas: Exercícios e Cenários para investigação. Porém, adotaremos o termo “problema” para substituir “cenários para a investigação”, visto que, no nosso trabalho, o termo utilizado é “problema”. E pode-se dizer que os cenários de investigação possibilitam que os alunos elaborem as próprias estratégias de resolução e defendam seus argumentos em um processo de exploração investigativa, bem como pensamos o problema.

QUADRO 5: CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS

	Exercícios	Problemas
Skovsmose	Exercícios	Cenário Para a Investigação
Polya	Problemas auxiliares; Problema Rotineiro;	Problemas de Determinação, Problemas de Demonstração; Problemas Práticos;
Charles e Lester	Exercícios de Treinamento; Problema de tradução simples; Problema de tradução complexa	Problema Processo; Problema de Aplicação; Problemas Quebra-cabeça;
Butts	Exercício de Reconhecimento; Exercícios de Algoritmos; Problemas de Aplicação;	Problema de Pesquisa Aberta; Situações Problemas;
Dante	Exercício de Reconhecimento; Exercício de Algoritmos; Problemas Padrão;	Problemas Processo ou Heurístico; Problemas Aplicação; Problemas Quebra-cabeça;
Pereira	Problemas de aprendizagem; Problemas de revisão e aprofundamento.	Problemas de sondagem; Problemas de análise;

Fonte: Elaborado pela autora(2019).

Percebe-se que as ideias dos autores são atreladas no que diz respeito à apresentação dos problemas. Independentemente da classificação, os problemas devem ser desafiadores, interessantes, desconhecidos por parte do sujeito (estudante), não ter solução evidente, a partir de aplicação direta e um ou mais conceitos matemáticos, apresentar um nível adequado de dificuldade, possibilitar a abordagem de um novo conceito matemático, ou seja, ser apropriado para realizar os passos estabelecidos por ONUCHIC.

No que se refere a um bom problema, o Currículo Básico para a Escola Pública do Paraná nos diz que, “O que se deve é evitar, a todo custo, o uso de problemas modelo, “problemas tipo”, uma vez que a resolução de problemas implica o uso de raciocínio e depende do domínio que o aluno possui dos conteúdos.” (PARANÁ, 1990, p. 66-67).

Sugerir aos alunos problemas “modelo”, que seguem um roteiro, não contribui inteiramente para que o aluno desenvolva a sua habilidade para resolução. Já os problemas diferenciados, o aluno terá que utilizar o seu raciocínio lógico, desenvolver estratégias e principalmente o seu conhecimento.

Com o intuito de auxiliar-nos na classificação das tarefas como problemas potenciais, ou seja, que coloquem os estudantes em atividade cognitiva e possibilitem o trabalho com a metodologia da Resolução de Problemas, trazemos aqui o posicionamento de alguns autores sobre o que seria um bom problema.

Dante (1991) pontua algumas características que um bom problema deve conter: a primeira é ser desafiador para o aluno: geralmente os instigando à motivação, à curiosidade para querer solucioná-los; a segunda característica é ser real para o aluno: quando os problemas não são relacionados com a vida real tornam-se desmotivadores, distante do contexto dos alunos, tanto na veracidade das informações contidas, como nos valores numéricos estabelecidos; a terceira característica é ser interessante para o aluno: a motivação é considerada fator principal no envolvimento dos alunos com o problema; a quarta característica é ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido: o elemento escondido o qual se busca no problema, deve ser mesmo desconhecido para que o aluno precise e almeje descobrir; a quinta característica é não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas: é indispensável que os problemas induzam o aluno a processos de pensamentos elevados, que elaborem hipóteses e esquematizem várias estratégias para que se chegue à solução; a sexta característica é um nível adequado de dificuldade: devem ser desafiadores, mas passíveis de serem resolvidos pelos alunos da série em que estão sendo aplicados, para que não se sintam frustrados. Tal frustração pode prejudicar a relação desses alunos com a resolução de problemas, assim também com a Matemática de um modo geral e desmotivá-los até nas atividades escolares.

Referindo-se a um bom problema matemático, Toledo (2010) afirma que o problema deve ser uma situação em que o estudante esteja sempre levado à investigação, provocado a desvendar e a resolver determinadas indagações. Segundo ele, os problemas matemáticos apresentam características entre as quais cabem destacar:

- (1) O caminho da resolução é desconhecido;
- (2) Precisam ser analisados de várias formas diferentes, ou seja, esgotar todas as suas possibilidades;
- (3) Exigem paciência, pois devemos analisar até descobriremos padrões, regularidades que permitam traçar estratégias de resolução;
- (4) Podem conter informações ocultas, que só percebemos se analisarmos corretamente as informações dadas;
- (5) Não têm resposta única: podemos nos deparar com situações em que existem várias maneiras de resolver o mesmo problema, outras em que não exista uma melhor solução ou até mesmo encontrar problemas sem solução, pois resolver um problema não é a mesma coisa que identificar somente a resposta (TOLEDO, 2010, p. 6).

Para ajudar o professor a selecionar, adaptar ou desenvolver problemas que valam a pena, Cai e Lester (2010) definem dez critérios a que deve obedecer um problema, considerando, no entanto, os quatro primeiros como sendo critérios *sine qua non* (condição necessária):

- (1) tem incorporadas ideias matemáticas importantes e úteis;
- (2) requer pensamento de ordem elevada;
- (3) contribui para o desenvolvimento conceitual;
- (4) permite ao professor avaliar a aprendizagem dos alunos;
- (5) permite múltiplas formas de abordagem e estratégias de resolução;
- (6) tem várias soluções e permite opiniões ou tomadas de decisão;
- (7) envolve os alunos e fomenta o seu discurso;
- (8) conecta-se com outras ideias matemáticas importantes;
- (9) desenvolve a habilidade para usar a matemática; e
- (10) é uma oportunidade para praticar destrezas importantes.

Logo, um problema dito como “bom” deve despertar o interesse do solucionador, despertar a vontade por aprender mais e desenvolver o raciocínio lógico-matemático.

Onuchic (1998, apud SOUZA, NUNES, 2007, p. 6) propõe um conjunto de questionamentos que o docente deve se fazer ao escolher um problema para aplicar em sala de aula:

- Será que isso é um problema? Por quê?
- Qual conteúdo matemático poderá ser iniciado com este determinado problema?
- Há necessidade de se considerar problemas secundários associados ao problema principal?
- Para qual série é adequado esse tipo de problema?
- Que caminhos podem ser percorridos pelos alunos para obterem a solução?
- Como observar o raciocínio e as respostas dos alunos?
- Qual grau de dificuldade os alunos poderão ter diante deste problema?

- Como professor, quais as próprias dificuldades para resolver o problema?
- Como relacionar o problema com aspectos sociais e culturais?

Levando em consideração os questionamentos que a autora Onuchic nos faz anteriormente e as visões dos autores Dante (1991), Toledo (2010) e Cai e Lester(2010) quanto ao que caracteriza um bom problema, e também a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, compactamos os conceitos e decidimos que para a nossa análise, um problema gerador deve conter certas características:

Característica 1: O problema contribui para o desenvolvimento conceitual, ou seja, a partir de um problema pode-se iniciar um conteúdo;

Característica 2: o problema deve ser desconhecido, para que se torne desafiador e interessante para o aluno.

Característica 3: Podem conter informações ocultas, que só percebemos se analisarmos corretamente as informações dadas, ou seja, ter incorporadas ideias matemáticas importantes e úteis;

Característica 4: O caminho da resolução é desconhecido, sua solução não consiste na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas: é indispensável que os problemas envolvam os alunos nas discussões, exijam processos de pensamentos elevados, que elaborem hipóteses e esquematizem várias estratégias para que se chegue à solução;

Característica 5: o problema está em um nível adequado de dificuldade, devem ser desafiadores, mas capazes de serem resolvidos pelos alunos da série em que estão sendo aplicados para que aqueles não se sintam frustrados;

Característica 6: o problema permite ao professor avaliar a aprendizagem/desenvolvimento/interação dos alunos para encontrar a sua solução.

A MRP- é um dos principais caminhos para ensinar, aprender e avaliar a Matemática trabalhada em sala de aula pois, a maioria dos conceitos e procedimentos

matemáticos importantes, podem ser melhor ensinados através da resolução de problemas.

A nossa análise levará em consideração que o conceito de problema, de problema gerador e de um bom problema (6 características listadas acima), são consideradas sinônimos, e as tarefas que não se apresentam como problema serão consideradas como exercícios.

Como observamos, o recurso didático mais utilizado na sala de aula é o livro didático, então, seria importante que o livro trouxesse subsídios para a utilização da Metodologia da Resolução de Problemas, e com base na teoria abordada até aqui, faremos a análise, apresentada no próximo capítulo.

4. ANÁLISE DA INSERÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS IDENTIFICADA NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo, apresentamos o nosso objeto de estudo, a coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental - PRATICANDO MATEMÁTICA (EDIÇÃO RENOVADA) (ÁLVARO ANDRINI e MARIA JOSÉ VASCONCELLOS)- 4ª edição, uma das coleções aprovadas no PNL 2015, em seguida fazemos a análise qualitativa dos livros didáticos.

4.1 APRESENTANDO A COLEÇÃO

FIGURA 2: COLEÇÃO LIVROS DIDÁTICOS-PRATICANDO MATEMÁTICA



Fonte: Acervo próprio (2019)

Na coleção PRATICANDO MATEMÁTICA (EDIÇÃO RENOVADA) (ÁLVARO ANDRINI e MARIA JOSÉ VASCONCELLOS)- 4ª edição, os conteúdos são abordados com base em exemplos que levam a uma sistematização adequada dos temas abordados. Porém, muitas vezes, após essas sistematizações são acompanhadas de uma quantidade excessiva de atividades que visam, prioritariamente, a verificação ou a aplicação imediata dos conceitos trabalhados.

Em diversas ocasiões, destaca-se o valor dos conhecimentos matemáticos para a solução de problemas enfrentados no dia a dia. Também há muitas conexões da Matemática com diferentes áreas do conhecimento, porém essas conexões são pouco aprofundadas.

Os livros são organizados em unidades, cada unidade tem suas subseções, as quais são desenvolvidos os conteúdos matemáticos, seguidos de exemplos e de exercícios propostos, as seções Revisando e Auto avaliação finalizam a unidade.

As unidades ainda contam com algumas seções, como: Desafios e Vale a pena ler, que apresentam textos referentes à história da Matemática ou de ampliação do conteúdo, e Seção Livre, com curiosidades, situações do cotidiano ou questões interdisciplinares.

No final de cada volume, encontram-se sugestões de livros e sites para o estudante, referências bibliográficas, moldes e malhas para as atividades; e respostas de atividades propostas nas unidades.

O volume do 6º ANO conta com 14 unidades e 288 páginas, já o volume do 7º ANO com 11 unidades e 288 páginas, o 8º ANO com 15 unidades e 304 páginas, e por fim o 9º ANO com 10 unidades e 272 páginas.

Na próxima seção, apresentamos as etapas utilizadas na análise dos livros.

4.2. A ANÁLISE

Para chegarmos às unidades de análise, primeiro selecionamos o nosso objeto de estudo, de forma que solicitamos e recebemos uma planilha do Núcleo Regional de Educação de Pato Branco, esta planilha, com a informação da escolhas dos livros

didáticos do Núcleo Regional de Educação de Pato Branco, escolha PNLD 2017, não há necessidade de nos preocuparmos com os anos 2018 e 2019, já que as escolas fizeram a escolha em 2016, e o livro escolhido ficará vigente por 3 anos, sendo apenas repostos alguns livros da mesma coleção durante esse processo.

Constatamos que as instituições de ensino tiveram maior adesão pelos exemplares da coleção “Praticando Matemática- Edição Renovada”, esta coleção aprovada pelo PNLD 2017, também averiguamos que esta coleção foi a mais escolhida no território nacional com 2.808.812 exemplares distribuídos, o que corresponde a 26,05% de todos os livros distribuídos pelo PNLD 2017, informação obtida pelo site do MEC.

De posse da informação que a coleção “Praticando Matemática - Edição Renovada”, teve maior adesão no território nacional e também no Núcleo Regional de Educação de Pato Branco, acreditamos que esta coleção é uma boa amostra para realizarmos a análise e respondermos o nosso problema de pesquisa que é observar se os livros didáticos escolhidos oferecem subsídios para iniciar uma aula baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas - na perspectiva da autora Lourdes de La Rosa Onuchic.

Depois de escolhido nosso objeto de estudo, ou seja, a coleção “Praticando Matemática- Edição Renovada”, 6º ao 9º ano- Ensino Fundamental, para alcançarmos nossos objetivos faremos nossa primeira análise, apresentada na subseção 4.2.1. Nosso primeiro contato dar-se-á por observar e registrar como se inicia cada subseção do livro didático, se ela traz uma tarefa, se inicia-se com aspecto histórico, ou começa com a definição/conceito. Para realizarmos a análise na subseção 4.2.2, levamos em consideração à análise feita na subseção 4.2.1, de forma que as subseções do livro didático que julgamos iniciarem com tarefas, foram submetidas à duas categorias: “Exercício” e “Problema.”

Na nossa última etapa da análise, subseção 4.2.3, avaliamos as tarefas complementares dos livros didáticos, estas tarefas se intitulam como Exercícios, Revisando, Seções livres, Desafios e Autoavaliação. Esta análise é dada em torno de classificar as tarefas em duas categorias: Exercício, Problemas.

4.2.1- Análise da Presença das Tarefas no Início das Subseções do Livro didático

No primeiro contato com o livro, usamos a primeira etapa da pesquisa qualitativa que é a redução dos dados, ou seja, atentamos para os livros didáticos, buscando categorizar a forma que se inicia cada subseção do livro didático.

Observando os livros didáticos, conseguimos identificar três categorias em que se classificam o começo de cada subseção do livro didático, tais categorias são: Tarefas, Aspecto histórico, Definição/Contextualização.

Nosso entendimento da categoria “Tarefa” se dá, assim como o entendimento de PONTE(1997) citado por Meneghetti e Redling (2012, p. 197): “uma dada situação de aprendizagem proposta pelo professor – problemas, investigações, exercícios etc.”

Consideramos “Aspecto histórico”, como sendo as subseções que iniciam com uma abordagem da história da Matemática. Já para a categoria “Definição/contextualização”, compreendemos todo início de subseção que contenha um conceito/explicação do conteúdo a ser estudado.

Primeiramente fizemos a análise do livro didático *Praticando a Matemática-Edição Renovada- 6º ano*, utilizamos quadros e elaboramos gráficos para uma melhor percepção dos resultados.

Como podemos observar abaixo, no Quadro 6- Fichamento do livro didático *Praticando Matemática (6ºano)*, que de um total de 14 capítulos, subdivididos em 71 subseções o livro didático *Praticando Matemática-Edição Renovada- 6º ano*, apresenta 43 subseções que iniciam com definição/contextualização, apenas 3 com aspectos históricos e 25 subseções começam com tarefas, e são essas subseções que foram caracterizadas como tarefas, que iremos analisá-las na subseção 4.2.1. Em primeiro momento é uma quantidade expressiva de tarefas, o que possibilita a chance de encontramos num segundo momento, uma quantidade significativa de problemas

geradores, para iniciarmos a aula com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

QUADRO 6: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (6º ANO)

6º Ano				
Unidade	Subseção	Inicia a subseção com:		
		Tarefa	Aspectos históricos	Definição/Contextualização
1-Sistema de numeração decimal	1.Um pouco da história dos números		x	
	2.Criando símbolos e Regras		x	
	3.O sistema de numeração decimal e os algarismos indo-arábicos			x
	4.Leitura e escrita de números no sistema de numeração decimal			x
2-Números naturais	1. Os números naturais e o processo de contagem			x
	2.A reta numérica e os números naturais			x
3-Adição e subtração de números naturais	1.As ideias da adição e da subtração			x
	2.Cálculo mental nas adições e nas subtrações			x
	3.Estimando por arredondamento	x		
4-Multiplicação e divisão de números naturais	1.As ideias da multiplicação	x		
	2.As ideias da divisão	x		
	3.Expressões numéricas	x		
	4.Propriedade distributiva da multiplicação	x		
	5.Vamos resolver mais problemas?	x		
	6.Medindo o tempo		x	
5-Potenciação e raiz quadrada de números naturais	1.Potenciação	x		
	2.Quadrados, cubos e potências			x
	3.O expoente 0 e o expoente 1			x
	4.Raiz quadrada	x		
6-Múltiplos e divisores	1.Sequência dos múltiplos de um número.	x		
	2.Fatores ou divisores de um número natural			x
	3.Critérios de divisibilidade-economizando cálculos	x		
	4.Números primos			x

	5.Quando os múltiplos se encontram	x		
	6.Divisores comuns e o mdc	x		
7- Dados, tabelas e gráficos de barras	1.Para que servem os gráficos?	x		
	2.Vamos fazer uma pesquisa estatística?	x		
8-Observando formas	1.As formas da natureza e as formas criadas pelo ser humano			x
	2.Formas planas e não planas	x		
	3.Investigando os blocos retangulares			x
	4. Perspectivas e vistas			x
9-Ângulos	1.Falando um pouco sobre ângulos			x
	2.Ângulos- elementos e representação			x
	3.Medidas de ângulos			x
	4.Utilizando o transferidor	x		
	5.Retas perpendiculares e retas paralelas			x
	6.Os esquadros	x		
10-Polígonos e circunferências	1.Polígonos	x		
	2.Triângulos	x		
	3.Quadriláteros			x
	4.Polígonos regulares			x
	5.Perímetro			x
	6.Circunferências			x
	7.Simetria nos polígonos e no círculo			x
11-Frações	1.Inteiro e parte do inteiro			x
	2.Frações de uma quantidade	x		
	3.Números mistos e frações impróprias			x
	4.Frações equivalentes	x		
	5.Comparações de frações			x
	6.Operações com frações	x		
	7.Inversa de uma fração			x
	8.Potenciação e raiz quadrada de frações			x
12-Números decimais	1.A notação decimal			x
	2.Números decimais e o registro de medidas			x
	3.Números decimais na forma de fração			x
	4.Comparando números decimais			x
	5.Adição e subtração de números decimais			x

	6. Multiplicação por 10, 100, 1000			x
	7. Multiplicação de números decimais	x		
	8. Divisão de números naturais com quociente decimal			x
	9. Divisão de números decimais			x
13- Porcentagens	1. O que é porcentagem?			x
	2. Calculando porcentagens			x
	3. A forma decimal das porcentagens			x
14- Medidas	1. O que é medir?			x
	2. Comprimentos no sistema métrico decimal			x
	3. Medindo superfícies			x
	4. A área do retângulo	x		
	5. Volumes	x		
	6. Quando usamos cada unidade?			x
	7. Medidas de massa			x
TOTAL	71	25	3	43

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O Quadro 7- Fichamento Do Livro Didático Praticando Matemática (7ºano), sintetiza as informações do livro didático do 7º ano quanto às 3 categorias: inicia a subseção com uma tarefa, inicia a subseção com Aspectos históricos, inicia a subseção com Definição/Contextualização, e dos 11 capítulos subdivididos em 73 subseções, encontramos a maior parte deles, 52 iniciando com Definição/Contextualização, e apenas um iniciando com Aspectos históricos, e 20 apresentando o início com uma tarefa. Vale lembrar que a tarefa abre duas possibilidades, ser exercício ou ser problema, analisaremos isso mais tarde.

QUADRO 7: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (7ºANO)

7º Ano				
Unidade	Subseção	Inicia A Subseção Com:		
		Tarefa	Aspectos Históricos	Definição/ contextualização
1-Números naturais	1. A sequência dos números naturais			x
	2. Representação na reta e comparação entre números naturais			x
	3. Leitura e escrita			x

	4.Múltiplos e divisores	x		
	5.Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum	x		
2-Frações e números decimais	1.Fração e divisão			x
	2.Frações equivalentes			x
	3.Frações e números decimais na reta numérica			x
	4.Expressões numéricas	x		
	5.Potenciação e raiz quadrada de números decimais	x		
	6.O tempo e suas medidas		x	
3-Números negativos	1.Onde encontramos números negativos?			x
	2.Comparando números	x		
	3.Reta numérica			x
	4.Distâncias na reta numérica			x
	5.Adição envolvendo números negativos			x
	6.Subtração envolvendo números negativos			x
	7.Simplificando registros			x
	8.Multiplicação com números negativos			x
	9.Divisão envolvendo números negativos			x
	10.Potenciação com base negativa			x
	11.Raiz quadrada			x
	12.Expressões numéricas			x
4-Proporcionalidade	1.O que é grandeza?			x
	2.Escalas, plantas e mapas			x
	3.Aplicações das razões	x		
	4.Grandezas diretamente proporcionais			x
	5.Grandezas inversamente proporcionais			x
5-Razões e porcentagens	1.Porcentagens: representação e cálculo			x
	2.Calculando o percentual			x
	3.Da parte para o todo	x		

	4.Cálculo direto de descontos e acréscimos			x
6-Construindo e interpretando gráficos	1.Porcentagens e gráficos			x
	2.Construindo um gráfico de setores			x
	3.Pictogramas			x
	4.Média			x
	5.Moda e mediana			x
	6.Estudando um orçamento familiar	x		
7- Sólidos Geométricos	1.Poliedros			x
	2.Prismas e pirâmides			x
	3.Poliedros regulares			x
	4.Cilindros, cones e esferas			x
8-Áreas e Volumes	1.Uma, duas, três dimensões			x
	2.Unidade de medida de superfície			x
	3.Conversões entre as unidades de medida de superfície	x		
	4. Comparando áreas	x		
	5.Área do retângulo e do quadrado	x		
	6. Área de polígonos			x
	7.Mais cálculos de áreas	x		
	8. Relações entre as unidades de medida, de volume e de capacidade			x
9-Equações	1.Letras e padrões	x		
	2.O que é uma equação?			x
	3.Algumas operações com letras	x		
	4.Balanças em equilíbrio e equações	x		
	5.Mais problemas e equações	x		
10-Inequações	1.Desigualdades – símbolo e propriedades			x
	2.Inequações	x		
	3.Inequações e problemas	x		
	4.Exercitando a resolução de inequações			x

11- Ângulos e triângulos	1.Recordando			x
	2.Congruência de segmentos e de ângulos			x
	3.Ângulos suplementares			x
	4.Ângulos complementares			x
	5. Ângulos opostos pelo vértice			x
	6. Ângulos, problemas e equações			x
	7.Grau e subdivisões do grau			x
	8.Bissetriz de um ângulo			x
	9.Existência de triângulos	x		
	10.Classificação e construção de triângulos			x
	11.Simetria no triângulo isósceles			x
	12.Simetria no triângulo equilátero			x
	13. Ângulos internos dos triângulos	x		
	14.Soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero			x
TOTAL	73	20	1	52

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O livro didático 8º ano – Praticando Matemática-Edição Renovada, avaliado com o auxílio do Quadro 8. Fichamento Do Livro Didático Praticando Matemática (8ºano), onde temos 15 capítulos divididos em 72 subseções, das quais a maior parte delas 51 subseções iniciam-se com Definição/contextualização, a menor parte com apenas 1 subseção iniciando com Aspectos históricos e 20 destas subseções começando com Tarefas, estas, que poderão se apresentar em forma de problemas.

QUADRO 8: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (8º ANO)

8º Ano				
Unidade	Subseção	Inicia a Subseção com:		
		Tarefa	Aspectos Históricos	Definição/ Contextualização
1-Conjuntos numéricos	1.Números, uma criação humana		x	
	2.Números naturais			x
	3.Números inteiros	x		
	4.Números racionais			x
	5.Representação dos números racionais			x
	6.Números irracionais			x
	7.Pi- um número irracional			x
	8.Números reais			x
	9.Os números reais e as operações			x
2-Potenciação e notação científica	1. Expoentes inteiros	x		
	2.Propriedade das potências	x		
	3.Potências de base 10	x		
	4.Multiplicação por potências de base 10			x
	5.Notação científica			x
3-Radiciação	1.Mais sobre raízes			x
	2.Raízes exatas	x		
	3.Raízes não exatas			x
4-Cálculo algébrico	1.Revendo equações			x
	2.Variáveis			x
	3.Expressões algébricas			x
	4.Monômios e polinômios			x
	5.Operações e expressões algébricas			x
	6.Multiplicação de polinômios			x
5-Produtos notáveis	1.Quadrado da soma de dois termos			x
	2.Quadrado da diferença de dois termos			x
	3.Produto da soma pela diferença de dois termos			x
6-Fatoração	1.Fator comum			x

	2.Agrupamento			x
	3.Trinômio quadrado perfeito			x
	4.Diferença de quadrados			x
7- Frações algébricas	1.Letras no denominador	x		
	2.Resolvendo problemas	x		
	3.Simplificando frações algébricas			x
	4.Adição e subtração com frações algébricas			x
	5.Novos problemas e equações	x		
8-Sistemas de equações	1.Equações com duas incógnitas	x		
	2.O método da adição	x		
	3.Sistemas indeterminados	x		
9-Razões, proporções e regra de três	1.Razões			x
	2.Algumas razões importantes			x
	3.Porporções			x
	4.Porporções e regra de três			x
10-Retas e ângulos	1.Posição relativa entre retas			x
	2.Ponto médio de um segmento			x
	3.Construção de retas perpendiculares e de retas paralelas			x
	4.Distância entre dois pontos			x
	5.Distância de ponto à reta			x
	6.Ângulos formados por retas paralelas cortadas por um transversal			x
11-Triângulos	1.Elementos, perímetro e classificação			x
	2.Soma dos ângulos internos de um triângulo			x
	3.Propriedade do ângulo externo			x
12-Triângulos: congruência e pontos notáveis	1.Congruência de figuras planas			x
	2.Casos de congruência de triângulos			x
	3.Mediana, bissetriz e altura num triângulo			x

	4. Propriedades dos triângulos isósceles			x
	5. Maior lado e maior ângulo de um triângulo			x
13- Quadriláteros e outros polígonos	1. Nomenclatura- polígonos convexos			x
	2. Elementos dos quadriláteros			x
	3. Classificação dos quadriláteros			x
	4. Propriedades dos paralelogramos			x
	5. Propriedades dos trapézios isósceles			x
	6. Ângulos de um polígono			x
14- Circunferência e círculo	1. Caracterização			x
	2. Posição relativa de duas circunferências			x
	3. Posição relativa entre reta e circunferência			X
	4. Propriedade da mediatriz de uma corda			X
	5. Arco e ângulo central			X
	6. Comprimento de um arco			X
	7. Construindo polígonos regulares			X
	8. Ângulo inscrito			X
15- Possibilidade e estatística	1. Contando possibilidades	x		
	2. Os gráficos estatísticos			X
TOTAL	72	12	1	59

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O último livro a ser analisado nesta etapa é o livro do 9º ano- Praticando Matemática- Edição Renovada, assim como os outros livros, 6º, 7º e 8º analisados nesta fase, ele apresenta maior parte das subseções, 38 de um total de 48 subseções, iniciando

com Definição/Contextualização, apenas umas começando com Aspectos históricos, e 9 subseções apresentam tarefas no início.

QUADRO 9: FICHAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO PRATICANDO MATEMÁTICA (9ºANO)

9º Ano				
Unidade	Subseção	Inicia A Subseção Com:		
		Tarefa	Aspectos Históricos	Definição/Contextualização
1-Potenciação e radiciação	1.Revendo a potenciação	x		
	2.Propriedades das potências			X
	3.Revendo a radiciação			X
	4.Expoentes racionais			X
	5.Propriedades dos radicais			X
	6.Simplificação de radicais	x		
	7.Adição e subtração de radicais			X
	8.Cálculos com radicais			X
	9.Racionalização			X
2-Equações do 2º grau	1.Equações	x		
	2.Resolvendo equações do 2º grau	x		
	3.Forma geral de uma equação do 2º grau			X
	4.Trinômios quadrados perfeitos e equações do 2º grau			X
	5.Fórmula geral de resolução da equação do 2º grau			X
	6.Resolvendo problemas	x		
	7.Soma e produto das raízes de uma equação do 2º grau			X
	8.Equações fracionárias que recaem em equações do 2º grau			X
	9.Equações biquadradas			X
	10.Equações irracionais			X
3-Sistema cartesiano	1.Localização			X
	2.Sistema cartesiano			X
	3.Coordenadas geográficas			X
4-Funções	1.Conceito de funções			X

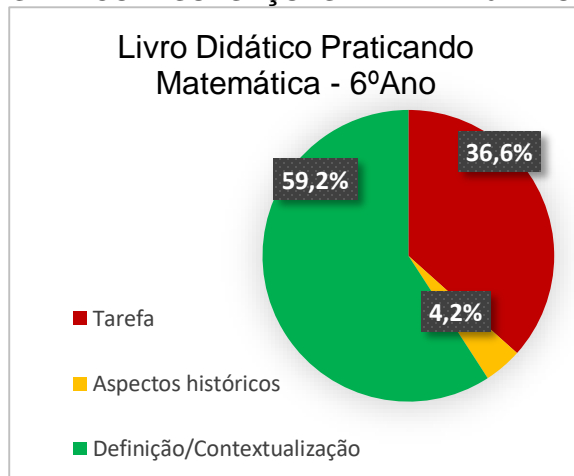
	2.As funções e suas aplicações			X
	3.Da tabela para a lei de formação da função			X
	4.Interpretando gráficos			X
	5. Construindo gráficos de funções			X
	6.Função constante			X
	7.Função linear e proporcionalidade direta			X
	8.Funções do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau			X
5-Noções de probabilidade	1.Qual é a chance?	x		
	2.As probabilidades e a estatística			X
	3.População e amostra			X
6-Teorema de Tales e semelhança de triângulos	1.Razões, proporções e segmentos proporcionais			X
	2.Teorema de Tales			X
	3.Teorema de Tales nos triângulos			X
	4.Semelhança			X
	5.Semelhança de triângulos			X
	6.Aplicando a semelhança de triângulos	x		
7- Relações métricas nos triângulos retângulos	1.O teorema de Pitágoras		x	
	2.Teorema de Pitágoras, quadrados e triângulos			X
	3.Relações métricas nos triângulos retângulos	x		
8-Trigonometria no triângulo retângulo	1.As razões trigonométricas			X
	2. As razões trigonométricas e os ângulos de 30°, 45° e 60°			X
9-Círculo e cilindro	1.Área do círculo			X
	2.Área da superfície e volume de um cilindro			X
	1.Revendo porcentagens, descontos e acréscimos	x		

10- Porcentagem e juro	2.Juro	x		
TOTAL	48	9	1	38

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

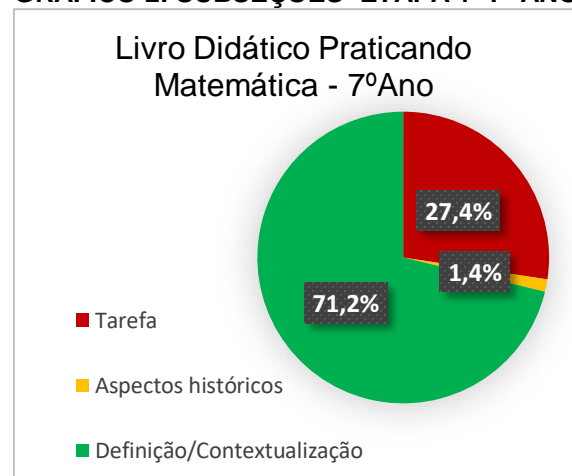
Abaixo estão os gráficos dos livros 6^o ao 9^o ano referente ao início de cada subseção, podemos dizer que o que predomina em todos os livros analisados, é que todos apresentam a maior parte das subseções iniciando com Definição/Contextualização, ou seja, a maioria das subseções partem da definição ou da explicação do conteúdo em questão, o segundo colocado é a categoria tarefas, que são as subseções que iniciam com uma dada situação de aprendizagem proposta pelo professor, os quais posteriormente classificaremos em problemas e exercícios, e o que menos aparece é a categoria Aspectos históricos, que são as subseções que iniciam com uma menção à fatos da história da matemática.

GRÁFICO 1: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 6º ANO

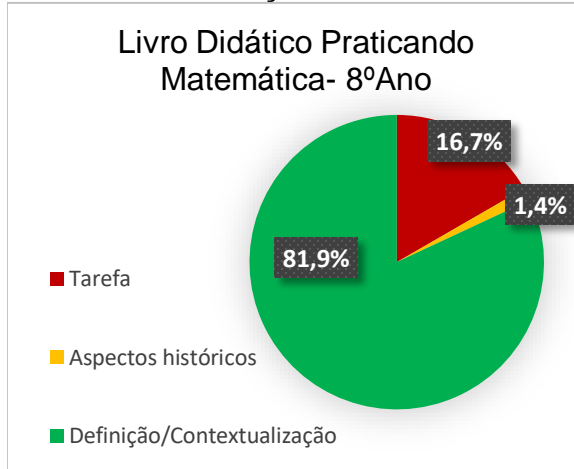


Fonte: Elaborado pela autora (2019).

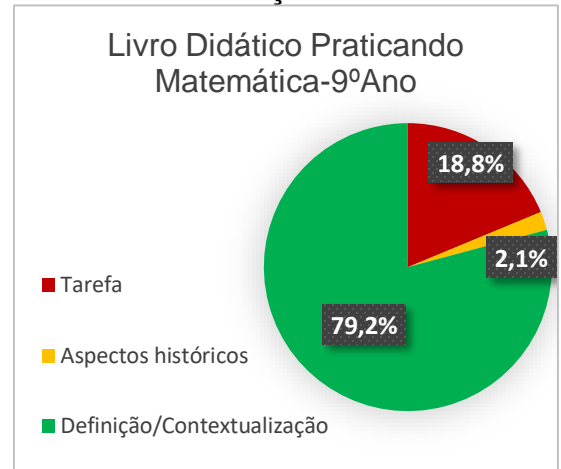
GRÁFICO 2: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 7º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

GRÁFICO 3: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 8º ANO

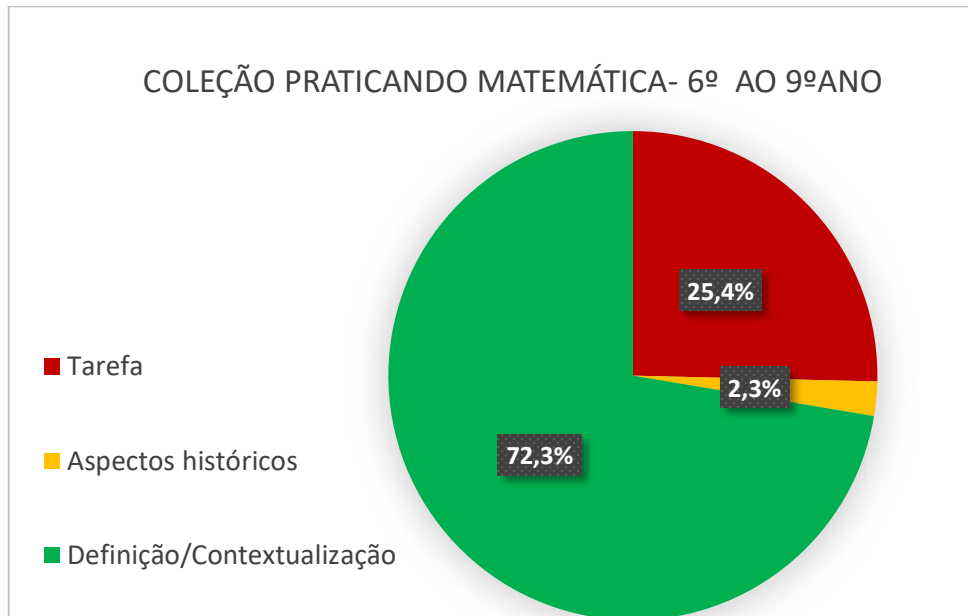
Fonte: Elaborado pela autora (2019).

GRÁFICO 4: SUBSEÇÕES- ETAPA 1- 9º ANO

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Para enxergarmos a coleção como um todo, agrupamos os dados referentes aos livros didáticos da coleção “Praticando Matemática”, 6º ao 9º ano, observamos que têm um total de 264 subseções, estão assim divididas, 68 iniciam com tarefas, apenas 6 iniciam-se com aspectos históricos e a grande maioria 190 começa com a definição/contextualização. Ou seja, tem o início caracterizado mais por definição/contextualização, representando assim 72,3 % da coleção- que seriam os casos que se iniciam com exemplos explicativos ou com a definição/conceito do conteúdo do qual se trata. Logo, em segundo lugar com 25,4%, aparecem as tarefas como sendo o ponto de partida das subseções, essas tarefas entendidas como exercícios e problemas, como citado no capítulo anterior. Ficando em 2,3 %, as subseções que se iniciam com aspectos históricos, adentrando no conteúdo a ser estudado.

GRÁFICO 5: CATEGORIZAÇÃO DAS SUBSEÇÕES DA COLEÇÃO DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA- 6º AO 9º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

4.2.2- Análise de como se caracterizam as Tarefas identificadas no início das subseções

Nossa segunda parte da análise, leva em conta as subseções que apresentaram as tarefas como ponto de partida na etapa anterior, subseção 4.2.1, em nossa análise a tarefa será subdividida em apenas duas subcategorias, exercício e problema, essa subdivisão permite analisarmos as subseções do livro didático que apresentam como ponto de partida os problemas geradores, ou seja, para analisarmos quais subseções apresentam elementos que proporcionam a abordagem do conteúdo por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas

Para a caracterização do que é um problema ou os seus sinônimos um bom problema/problema gerador, usaremos os seguintes características listadas no capítulo 3:

Característica 1: O problema contribui para o desenvolvimento conceitual, ou seja, a partir de um problema pode-se iniciar um conteúdo;

Característica 2: o problema deve ser desconhecido, para que se torne desafiador e interessante para o aluno.

Característica 3: Podem conter informações ocultas, que só percebemos se analisarmos corretamente as informações dadas, ou seja, ter incorporadas ideias matemáticas importantes e úteis;

Característica 4: O caminho da resolução é desconhecido, sua solução não consiste na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas: é indispensável que os problemas envolvam os alunos nas discussões, exijam processos de pensamentos elevados, que elaborem hipóteses e esquematizem várias estratégias para que se chegue à solução;

Característica 5: o problema está em um nível adequado de dificuldade, devem ser desafiadores, mas capazes de serem resolvidos pelos alunos da série em que estão sendo aplicados, para que não se sintam frustrados;

Característica 6: o problema permite ao professor avaliar a aprendizagem/desenvolvimento/interação dos alunos para encontrar a sua solução.

As tarefas que não forem consideradas como problemas, serão consideradas como exercícios.

Iniciamos nossa análise com o livro *Praticando Matemática-Edição Renovada- 6º ano*, levando em conta à análise anterior, subseção 4.2.1, onde classificamos as subseções iniciam com tarefas, agora caracterizamos estas tarefas em dois grupos: exercícios, problemas.

Julgamos importante caracterizarmos como problema, somente as tarefas que apresentem todas as características listadas anteriormente.

Na segunda etapa, analisamos as subseções do livro do 6º ano que classificamos como iniciando com tarefa, e voltamos a olhar os livros didáticos, agora com o rigor do que é tarefa e é caracterizado como problema, e do que é tarefa e caracterizado como exercício. De um total de 25 subseções que iniciam com tarefas, apenas 5 apresentaram todas as 6 características, e os 20 restantes classificados como exercícios, pois são tarefas de fácil resolução, tipo siga o modelo, resolvidos com operações básicas.

Dentro dessas 5 tarefas que intitulamos como sendo problemas, apenas 1 não apresenta a resposta em sequência, porém, mesmo assim, os demais possibilitam a abordagem utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

QUADRO 10: CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS- LIVRO 6º ANO

6º Ano			
Unidade	Subseção	Inicia a subseção com tarefa:	
		Exercício	Problema
3-Adição e subtração de números naturais	3.Estimando por arredondamento	x	
4-Multiplicação e divisão de números naturais	1.As ideias da multiplicação	x	
	2.As ideias da divisão	x	
	3.Expressões numéricas	x	
	4.Propriedade distributiva da multiplicação	x	
	5.Vamos resolver mais problemas?	x	
5-Potenciação e raiz quadrada de números naturais	1.Potenciação		x
	4.Raiz quadrada	x	
6-Múltiplos e divisores	1.Sequência dos múltiplos de um número.		x
	3.Critérios de divisibilidade-economizando cálculos	x	
	5.Quando os múltiplos se encontram		x
	6.Divisores comuns e o mdc		x
7- Dados, tabelas e gráficos de barras	1.Para que servem os gráficos?	x	
	2.Vamos fazer uma pesquisa estatística?	x	
8-Observando formas	2.Formas planas e não planas	x	
9-Ângulos	4.Utilizando o transferidor	x	
	6.Os esquadros	x	
10-Polígonos e circunferências	1.Polígonos	x	
	2.Triângulos	x	
11-Frações	2.Frações de uma quantidade	x	
	4.Frações equivalentes	x	
	6.Operações com frações	x	
12-Números decimais	7.Multiplicação de números decimais	x	
14-Medidas	4.A área do retângulo	x	
	5.Volumes		x
TOTAL	25	20	5

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Podemos observar que o livro todo do 6º ano é subdividido em 71 subseções e destas, apenas 5 iniciam com problemas, estes que podem gerar uma aula baseada na metodologia Ensino Aprendizagem Avaliação através da Resolução de Problemas, ou seja, apenas 7% das subseções possibilitam de imediato o uso da metodologia.

Por serem apenas 5 subseções que iniciam com problemas, optamos por trazê-los na sequência.

O primeiro problema- figura 3, que se caracteriza como problema é a tarefa do Capítulo 5- Potenciação e raiz quadrada de números naturais- subseção 1-Potenciação.

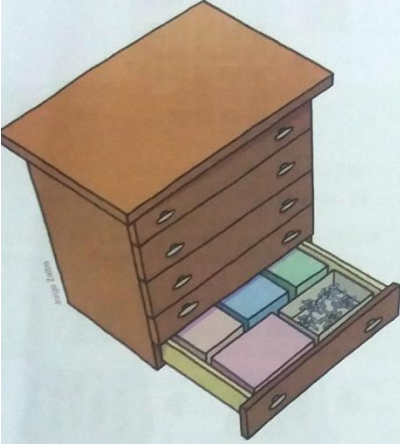
Características:

- 6- Facilmente o professor pode desenvolver o conteúdo de potenciação.
- 7- É um problema desconhecido, pelo menos no âmbito escolar, já que não é visto potenciação nos anos anteriores.
- 8- Usa o conteúdo de multiplicação.
- 9- O aluno terá que buscar estratégias par resolvê-lo, entender que terá que multiplicar sucessivamente.
- 10-O problema é de nível adequado, pois o aluno do sexto ano, sabe resolver a operação de multiplicação.
- 11-Seguindo a sequência de Allevato e Onuchic, enquanto os alunos resolvem o problema, o professor faz o papel de mediador do conhecimento.

FIGURA 3: POTENCIAÇÃO

1. Potenciação

Vamos calcular quantas chaves estão guardadas no armário a seguir?
Observe:



- ♦ o armário tem cinco gavetas;
- ♦ em cada gaveta há cinco caixas;
- ♦ em cada caixa há cinco chaveiros;
- ♦ cada chaveiro tem cinco chaves.

Para responder a essa pergunta devemos efetuar uma multiplicação de fatores iguais:

$$\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4 \text{ fatores iguais a } 5} = 625$$

Estão guardadas no armário 625 chaves.

Uma multiplicação de fatores iguais chama-se potenciação e pode ser escrita de forma simplificada. Veja:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

(Lemos: cinco elevado à quarta potência.)

↑ número de fatores
↓ fator que se repete

potência
Em $5^4 = 625$, temos que:

- ♦ 5 é a base;
- ♦ 4 é o expoente;
- ♦ 625 é o valor da potência.

Fonte: Andrini; Vasconcellos(6ºano, 2015, p.79)

A figura 4, é do problema do Capítulo 6- Múltiplos e divisores, subseção1- Sequência dos múltiplos de um número.

Características:

1- Pode-se iniciar o conteúdo de múltiplos de um número.

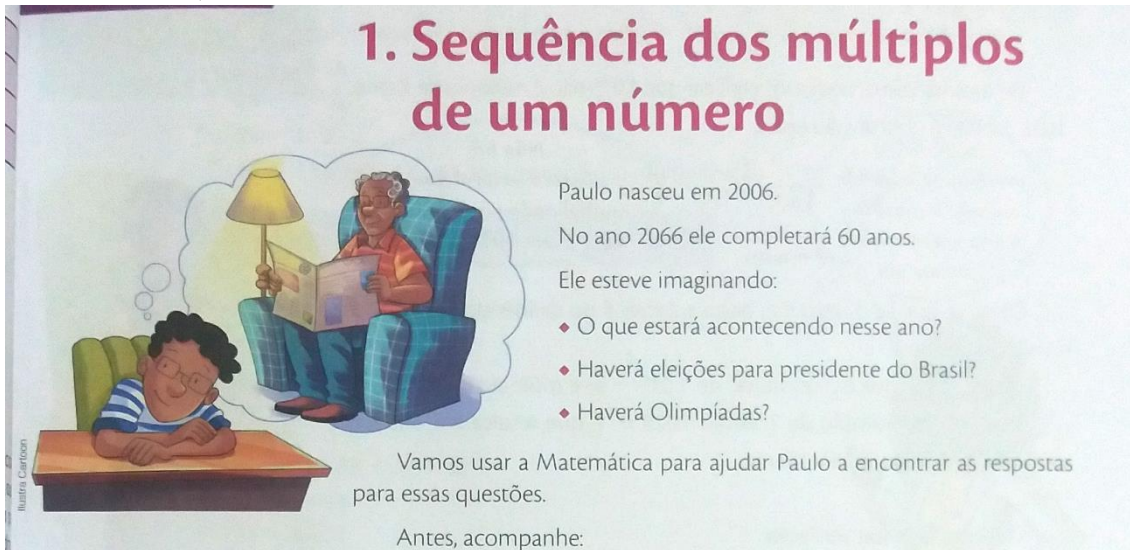
2 e 3- O problema é desconhecido, já que não estudaram anteriormente e também pelo fato de não deixar explícito que as olimpíadas e as eleições acontecem de 4 em 4 anos, porém, não simultaneamente, o que colocará o aluno em atividade, pois terá que buscar em outra fonte estas informações.

4- Os alunos não tiveram contato na vida escolar com o conteúdo de múltiplos, por isso a resposta não será imediata, fazendo com que eles elaborem estratégias discutam possíveis soluções.

5- O problema está em um nível adequado, já que utilizando conceitos de multiplicação, conceito já apresentado à eles, e buscando informações de quando ocorrem os eventos e elaborando estratégias, conseguirão chegar à solução.

6- Neste processo de busca de informações e elaboração de estratégias, discussões com o grupo, o professor estará fazendo o papel de mediador do conhecimento, podendo assim avaliar o processo de aprendizagem dos alunos.

FIGURA 4: SEQUÊNCIA DOS MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO



1. Sequência dos múltiplos de um número

Paulo nasceu em 2006.
No ano 2066 ele completará 60 anos.
Ele esteve imaginando:

- ◆ O que estará acontecendo nesse ano?
- ◆ Haverá eleições para presidente do Brasil?
- ◆ Haverá Olimpíadas?

Vamos usar a Matemática para ajudar Paulo a encontrar as respostas para essas questões.
Antes, acompanhe:

Fonte: Andrini, Vasconcellos(6ºano, 2015, p.91)

A Figura 5- do capítulo 6-Múltiplos e divisores, encontra-se na subseção- 5- Quando os múltiplos se encontram.

Características:

1- O problema permite o desenvolvimento do conteúdo de mínimo múltiplo comum.

- 2- No âmbito escolar, o problema é desconhecido nesta etapa, pois os alunos não tiveram embasamento matemático sobre o assunto.
- 3- Envolve ideias de múltiplos de um número natural.
- 4- O processo de solução exige que os alunos elaborem estratégias, visando utilizar o conceito de múltiplos, encontrando o primeiro múltiplo comum aos dois números, e a partir desta conclusão, encontrar um padrão para determinar os outros, ou mesmo, listar uma sequência de múltiplos tanto de um número quanto de outro e depois encontrar os que aparecem nas duas listas, ou seja, os comuns aos dois.
- 5- O problema está em um nível adequado para o 6º ano, pois, anteriormente à este conteúdo, seguindo o livro didático, deveria ser a abordagem do conteúdo de múltiplos, o que garante a eles um conhecimento capaz de elaborarem estratégias para a resolução do problema.
- 6- O desenvolvimento por parte dos alunos, permite ao professor, fazer o papel de mediador do conhecimento.

FIGURA 5: QUANDO OS MÚLTIPLOS SE ENCONTRAM

5. Quando os múltiplos se encontram

Numa estrada de 200 km, a partir do km 0 serão colocados:

- ♦ um telefone para emergências a cada 9 km;
- ♦ um radar para fiscalização de velocidade a cada 12 km.

Em quais quilômetros da estrada haverá simultaneamente telefone de emergência e radar?

Os telefones serão instalados nos quilômetros múltiplos de 9:

0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108,
117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189, 198

Os radares serão colocados nos quilômetros múltiplos de 12:

0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132,
144, 156, 168, 180, 192

Observe
que há números que são
múltiplos de 9 e também de
12. Eles são múltiplos comuns
de 9 e 12.



Fonte: Andrini; Vasconcellos(6ºano, 2015, p.103)

A Figura 6, apresenta o problema do capítulo 6-Múltiplos e divisores, subseção-6.Divisores comuns e o mdc.

Características:

- 1- O problema pode ser usado para introduzir o conceito de máximo divisor comum.
- 2- O problema é desconhecido, pois os alunos não tiveram contato científico sobre o assunto.
- 3- O conceito de divisores de um número natural, está presente no problema.
- 4- Para solucioná-lo, os alunos necessitam elaborar estratégias, já que sem o auxílio do algoritmo para descobrir o mdc, o qual será abordado a partir deste problema, os alunos poderiam optar pela listagem dos divisores naturais dos números em questão, e encontrar maior divisor presente nas duas listagens.

- 5- O problema é desafiador, já que sua solução não se dá de maneira imediata, porém, usando o conceito de divisores de um número natural (nesta etapa, eles já tem conhecimento deste conceito), e elaborando estratégias, conseguiriam chegar à solução.
- 6- O professor faz o papel de mediador do conhecimento, enquanto vai analisando o desenrolar da atividade dos alunos.

FIGURA 6: DIVISORES COMUNS E O MDC

6. Divisores comuns e o mdc

Vamos resolver este problema?
Um teatro está em fase final de construção. Ele terá três setores para acomodar o público.

- ♦ setor A, de frente para o palco, com 135 lugares;
- ♦ setor B, na lateral direita do palco, com 105 lugares;
- ♦ setor C, na lateral esquerda do palco, com 90 lugares.

O número de poltronas por fileira será o mesmo nos três setores e esse número deve ser o maior possível.

Quantas fileiras de quantas poltronas haverá em cada setor?

Como o número de poltronas em cada fileira deve ser o mesmo nos três setores, ele deve ser ao mesmo tempo divisor de 135, 105 e 90.

- ♦ Divisores de 135: 1, 3, 5, 9, 15, 27, 45, 135.
- ♦ Divisores de 105: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105.
- ♦ Divisores de 90: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.

Os números 1, 3, 5 e 15 são os **divisores comuns** de 135, 105 e 90.

Como queremos que esse divisor seja o maior possível, escolhemos o 15. Então, 15 é o **máximo divisor comum** de 135, 105 e 90.

Escrevemos abreviadamente assim: $\text{mdc}(135, 105, 90) = 15$

Logo, as fileiras devem ter 15 poltronas.
E quantas serão as fileiras?

Setor A: 9 fileiras de 15 poltronas cada. $135 : 15 = 9$

Setor B: 7 fileiras de 15 poltronas cada. $105 : 15 = 7$

Setor C: 6 fileiras de 15 poltronas cada. $90 : 15 = 6$



Também podemos determinar o mdc de dois ou mais números por meio da decomposição em fatores primos.

$\text{mdc}(120, 84) = ?$

120	2	84	2
60	2	42	2
30	2	21	3
15	3	7	7
5	5	1	
1			

Marcamos os fatores primos comuns a 120 e 84.

O mdc será o produto destes fatores: $\text{mdc}(120, 84) =$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Se a forma fatorada for escrita usando potências, o mdc será o produto dos fatores comuns, tomados com o menor expoente.

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{mdc}(120, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Experimente usar o processo no cálculo do mdc (135, 105, 90).



Registrem no caderno.

1. Um número é divisor de outro. Qual será o mdc desses números?
O número que é divisor do outro.
2. Qual o máximo divisor comum de dois números primos?
3. Por que não consideramos o zero ao determinar o mmc de dois ou mais números?
Porque zero é múltiplo de todos os números.
4. Qual o mínimo múltiplo comum de dois números primos? O produto deles.
5. Indique pares de números cujo mmc seja igual ao produto desses números.
Por exemplo: 4 e 5; 3 e 7.
6. Encontre um valor possível para x, tal que $\text{mmc}(35, x) = 2 \cdot 5 \cdot 7$.
Por exemplo: 14.

A Figura 7- é o problema do capítulo 14-Medidas, que encontra-se na subseção 5-Volumes.

Características:

- 1- O problema pode ser usado para conceituar volume de um paralelepípedo.
- 2- O problema pode provocar no aluno a curiosidade, de identificar quantas caixas estão empilhadas.
- 3- Utiliza-se da noção de multiplicação e do conceito de área de polígonos.
- 4- O caminho para a resolução não é imediato desde que se cobre uma maneira matemática para resolver, e não seja resolvido apenas por observação.
- 5- O problema está em um nível adequado, já que os alunos, nesta etapa, já tiveram a abordagem dos assuntos de área de polígonos e multiplicação de números naturais.
- 6- Enquanto os alunos discutem as estratégias, o professor faz uso do processo de mediador, auxiliando na aprendizagem dos alunos.

FIGURA 7: VOLUMES

5. Volumes

Nos supermercados é comum encontrarmos produtos empilhados.

Quantas caixas de sabão em pó há nesta pilha?

- ◆ A pilha tem 2 camadas.
- ◆ Cada camada tem $8 \cdot 3 = 24$ caixas.

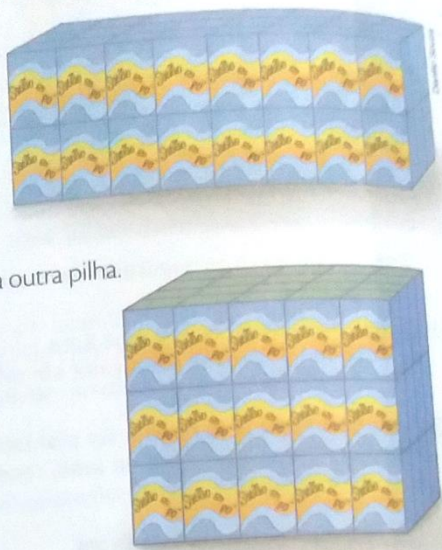
Então temos no total 48 caixas de sabão, pois $2 \cdot 24 = 48$.

Usando o mesmo raciocínio, calcule o número de caixas desta outra pilha.

Qual dos dois empilhamentos ocupa maior **volume**?

- ◆ Volume da 1ª pilha: 48 caixas.
- ◆ Volume da 2ª pilha: 60 caixas.

A segunda pilha tem maior volume.



Fonte: Andrini; Vasconcellos(6ºano, 2015, p.256)

Todos os problemas elencados apresentam as 6 características que pré-definimos para ser um bom problema, ou seja, para ser um problema gerador, eles possibilitam os 9 passos da Metodologia Ensino Aprendizagem Avaliação através da Resolução de problemas, os quais foram descritos por Allevato e Onuchic.

Dos problemas encontrados, apenas a subseção “Sequência dos múltiplos de um número”, não apresenta a resposta, as demais subseções trazem o problema e logo em seguida a resposta do problema, além disso todas as subseções iniciam com um título sugerindo o que será estudado na sequência, porém, nada disso impede que o professor utilize de uma dinâmica que permita a abordagem do conteúdo segundo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

O que podemos observar da análise do livro do 6º ano- Praticando Matemática, é que ele apresenta uma quantidade anódina de subseções que iniciam com problemas geradores, das 71 subseções encontradas no livro didático apenas 5 subseções apresentaram com um problema gerador, dificultando ainda mais a possibilidade do uso da Metodologia Ensino Aprendizagem Avaliação, através da Resolução de Problemas.

Continuando com a segunda etapa da análise, buscamos na seção 4.2.1 as subseções do livro didático do 7º ano que iniciam com tarefas e destas elaboramos um quadro reduzido, contendo as subseções que apresentaram as tarefas como ponto de partida, nesta etapa classificamos as tarefas em problema, caso apresente as 6 características pré-definidas e em exercício as tarefas que não se configuram como problema.

O quadro 11, apresentado logo abaixo, é referente à essa classificação, e exibe um total de 20 tarefas, onde apenas 1 se configura como problema gerador, apresentando as 6 características elencadas anteriormente, ou seja, um problema que dê embasamento para iniciar uma aula utilizando-se da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas- Neste livro algumas tarefas poderiam ser consideradas problemas, se já não tivessem sido trabalhados assuntos ou até mesmo problemas similares no ano anterior, o que é o caso, por exemplo do capítulo 1- subseção 4- Múltiplos e divisores, do capítulo 1-subseção 5- Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum, que foi trabalhado no 6º ano, porém com abordagem referente ao conjunto dos números naturais.

QUADRO 11: CLASSIFICAÇÃO QUANTO ÀS TAREFAS LIVRO 7º ANO

7º Ano			
Unidade	Subseção	Inicia a subseção com tarefa:	
		Exercício	Problema
1-Números naturais	4.Múltiplos e divisores	x	
	5.Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum	x	
2-Frações e números decimais	4.Expressões numéricas	x	
	5.Potenciação e raiz quadrada de números decimais	x	
3-Números negativos	2.Comparando números	x	
4-Proporcionalidade	3.Aplicações das razões	x	
5-Razões e porcentagens	3.Da parte para o todo	x	
6-Construindo e interpretando gráficos	6.Estudando um orçamento familiar	x	
8-Áreas e Volumes	3.Conversões entre as unidades de medida de superfície	x	

	4. Comparando áreas	x	
	5. Área do retângulo e do quadrado	x	
	7. Mais cálculos de áreas	x	
9-Equações	1. Letras e padrões		x
	3. Algumas operações com letras	x	
	4. Balanças em equilíbrio e equações	x	
	5. Mais problemas e equações	x	
10-Inequações	2. Inequações	x	
	3. Inequações e problemas	x	
11- Ângulos e triângulos	9. Existência de triângulos	x	
	13. Ângulos internos dos triângulos	x	
TOTAL	20	19	1

Fonte: elaborado pela autora (2019).

Por haver apenas 1 problema no livro didático do 7º ano, julgamos interessante exibi-lo.

A figura 8, configura o problema do capítulo 4-Proporcionalidade, situado na subseção 3- Aplicações das razões.

Características:

- 1- O problema contribuí para desenvolver a ideia de padrão de regularidade, de ordem lógica.
- 2- O problema é desconhecido, pois somente neste momento é que se dá a introdução à álgebra.
- 3- O problema traz intuitivamente à ideia de sequência, a ideia de multiplicação por 2.
- 4- O problema exige processo de pensamento elevado, já que para encontrar o padrão, deverão fazer uso intuitivo da álgebra.
- 5- O problema é adequado para alunos do 7º ano, pois auxilia no desenvolvimento do raciocínio ordenado, desenvolvendo a organização dos pensamentos e a rapidez.

- 6- O problema permite avaliar como e o processo de construção do pensamento abstrato do aluno.

FIGURA 8: LETRAS E PADRÕES

1. Letras e padrões

Observe a sequência de figuras no quadro.
 Descubra o padrão que relaciona a quantidade de bolinhas e o número da figura.
 Mantendo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá a figura 5? E a figura 8?

Podemos generalizar esse padrão usando palavras:

- o número de bolinhas da figura é igual a duas vezes o número da posição que ela ocupa na sequência.

Também podemos utilizar a linguagem matemática. Como? Representando pela letra p a posição da figura e pela letra n o número de bolinhas, escrevemos:

$$n = 2 \cdot p$$

Observe que a linguagem matemática é mais sintética e pode ser compreendida por pessoas que não conhecem a nossa língua.

Na figura 17 teremos $p = 17$. Então, $n = 2 \cdot 17$ ou seja, $n = 34$.

Fonte: Andrini; Vasconcellos (7ºano, 2015, p.203)

O único problema encontrado, apresentou os 6 critérios pré-estabelecidos elencados acima, caracterizando-se assim, como problema gerador, apresenta título sugestivo do objeto de estudo, também expõe a solução na sequência, porém, nada disso impede o uso da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, já que o professor pode utilizar-se de uma dinâmica sem expor de imediato a resolução citada pelo livro.

O livro do 7º ano apresenta apenas 1 das subseções iniciando com o problema gerador, se tornando insignificante, já que o livro apresenta um total de 73 subseções, isso faz com que fique ainda mais distante o uso da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação utilizando a Resolução de problemas.

Agora o livro do 8º ano- Praticando Matemática é que será avaliado na perspectiva da segunda parte da análise, ou seja, as subseções que foram avaliadas como tarefas

na seção 4.2.1 (parte 1 da análise), foram submetidas à uma nova análise, de forma que as tarefas que apresentam as 6 características anteriormente abordadas serão classificadas como problemas e as demais tarefas que não se configurarem com o problemas, serão consideradas como exercícios.

Vimos que foram 12 subseções iniciando com tarefas, destas, 3 apresentam as 6 características, ou seja, são consideradas problemas, tais problemas possibilitam a inserção da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação utilizando da Resolução de Problemas.

QUADRO 12: CLASSIFICAÇÃO QUANTO ÀS TAREFAS LIVRO 8º ANO

8º Ano			
Unidade	Subseção	Inicia a subseção com tarefa:	
		Exercício	Problema
1-Conjuntos numéricos	3.Números inteiros	x	
2-Potenciação e notação científica	1. Expoentes inteiros	x	
	2.Propriedade das potências	x	
	3.Potências de base 10	x	
3-Radiciação	2.Raízes exatas	x	
7- Frações algébricas	1.Letras no denominador	x	
	2.Resolvendo problemas	x	
	5.Novos problemas e equações		x
8-Sistemas de equações	1.Equações com duas incógnitas		x
	2.O método da adição		x
	3.Sistemas indeterminados	x	
15-Possibilidade e estatística	1.Contando possibilidades		x
TOTAL	12	9	3

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Como tivemos apenas 3 subseções onde abordam o problema como início, optamos por apresentar todos esses problemas, eles estão exibidos na sequência.

Iniciamos com a figura 9, que expõe o problema do capítulo 7- Frações algébricas, encontrado na subseção 5 - Novos problemas e equações.

Características:

- 1- A partir deste problema pode ser trabalhado o conceito de equações algébricas.
- 2- O problema é matematicamente desconhecido, pois ainda não estudaram equações algébricas.
- 3- Equações do 1º grau, frações equivalentes são alguns conceitos importantes presentes neste problema
- 4- Para resolver este problema é necessário elaborar estratégias, utilizando-se de conhecimentos básicos de frações equivalentes e equações do primeiro grau.
- 5- O problema é passível de solução, já que pode se utilizar de conceitos estudados e uma boa estratégia para assim resolvê-lo
- 6- Enquanto os alunos elaboram planos para a solução, o professor faz o papel de mediador, auxiliando e avaliando a atividade.

FIGURA 9: NOVOS PROBLEMAS E EQUAÇÕES

5. Novos problemas e equações

1. Um desafio:


Luís gastou R\$ 36,00 comprando cadernos e R\$ 27,00 comprando canetas. Ele contou que:

- o número de canetas é igual ao dobro do número de cadernos;
- o preço de um caderno mais o preço de uma caneta é R\$ 16,50.

Vamos descobrir juntos:

- quantos cadernos e quantas canetas Luís comprou;
- qual é o preço de cada caneta e de cada caderno.

Você e seus colegas podem interromper a leitura e tentar resolver o problema. Depois, acompanhem a nossa resolução.



Número de cadernos: n

Número de canetas: $2n$
(dobro do número de cadernos)

Se n cadernos custaram R\$ 36,00, cada caderno custou $\frac{36}{n}$.

Se $2n$ canetas custaram R\$ 27,00, cada caneta custou $\frac{27}{2n}$.

Um caderno e uma caneta custam juntos R\$ 16,50. Então:

$$\frac{36}{n} + \frac{27}{2n} = 16,50$$

Lembre-se: para que essas frações existam, devemos ter $n \neq 0$.

Para resolver a equação, procuramos frações equivalentes que tenham o mesmo denominador:

$$\frac{2 \cdot 36}{2n} + \frac{27}{2n} = \frac{2n \cdot 16,50}{2n}$$

$$\frac{72}{2n} + \frac{27}{2n} = \frac{33n}{2n}$$

$$\frac{99}{2n} = \frac{33n}{2n}$$

Multiplicamos ambos os membros da equação por $2n$.

$$2n \cdot \frac{99}{2n} = 2n \cdot \frac{33n}{2n}$$

$$99 = 33n$$

$$\frac{99}{33} = n$$

$$n = 3 \quad \text{Como } n \neq 0, \text{ a solução é válida!}$$

Determine com os colegas o preço de cada caderno e de cada caneta.

Cada caderno custou R\$ 12,00 e cada caneta custou R\$ 4,50

Assim, n corresponde ao número de cadernos e $2n$ ao número de canetas. Descobrimos que Luís comprou 3 cadernos e 6 canetas.

Fonte: Andrini; Vasconcellos (8ºano, 2015, p.137)

A figura 10, trata-se do problema do Capítulo 8 - Sistemas de equações, localizado na Subseção 1 - Equações com duas incógnitas.

Características:

1. Por meio do problema pode-se iniciar o conteúdo de equação do 1º grau com 2 incógnitas.
2. A matemática necessária para resolver o problema é desconhecida até o presente momento.
3. O problema remete à ideia de equação do 1º grau com duas variáveis.
4. Para resolvê-lo é necessário elaborar estratégias, discutirem possíveis soluções e constatarem que se encontra mais do que uma solução.
5. Este problema é adequado para o 8º ano, já que traçando planos com o conhecimento adquirido até o momento, podem chegarem até a solução.
6. O professor faz o papel de mediador do conhecimento, analisando o desenvolvimento da atividade


FIGURA 10: EQUAÇÕES COM DUAS INCÓGNITAS

1. Equações com duas incógnitas


Forme dupla com um colega para acompanhar as duas situações propostas.

1. Oito alunos do 8º ano formaram um grupo de estudos. Quantas moças e quantos rapazes há nesse grupo?

Pode ser cinco moças e três rapazes...



Pode ser duas moças e seis rapazes...



No caderno, copie e complete a tabela com as possíveis soluções para o problema.

Moças	Rapazes	Moças + Rapazes = 8
0	8	$0 + 8 = 8$
1	7	$1 + 7 = 8$
2	6	$2 + 6 = 8$
3	5	$3 + 5 = 8$

$$x + y = 8$$

↙

número de moças

↘

número de rapazes

Esta equação apresenta duas incógnitas e não possui solução única, como vimos na tabela. No entanto, as incógnitas representam o número de moças e de rapazes, o que nos leva a considerar somente valores naturais para x e y .

4	4	$4 + 4 = 8$
5	3	$5 + 3 = 8$
6	2	$6 + 2 = 8$
7	1	$7 + 1 = 8$
8	0	$8 + 0 = 8$

SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Fonte: Andrini; Vasconcellos(8ºano, 2015, p. 143)

A figura 11, exibe o problema do capítulo 8-sistemas de equações, presente na subseção 2- O método da adição.

Características:

- 1- O problema permite a conceituação de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

- 2- O problema é desconhecido, nesta etapa escolar.
- 3- O problema contém ideias que remetem ao conceito de equações do 1º grau com duas variáveis, a representação geométrica de uma equação do primeiro grau com duas variáveis.
- 4- A solução não é imediata, necessitando de um plano envolvendo conceitos já estudados.
- 5- O problema está em nível adequado para o 8º ano, já que antes desse conteúdo, seguindo este livro didático, o conteúdo estudado é de equações do 1º grau com duas variáveis.
- 6- Enquanto os alunos encontram-se em atividade, ao tentar solucionar o problema, o professor faz o papel de mediador do conhecimento.


FIGURA 11: MÉTODO DA ADIÇÃO

2. O método da adição

Veja as situações:

1. Lia e Mariana foram à papelaria. Lia comprou três canetas e um lápis, gastando R\$ 12,20. Mariana comprou duas canetas e um lápis, gastando R\$ 8,60. As canetas eram do mesmo tipo e os lápis também. Quanto custou cada caneta? E cada lápis?

Lia: $3 \text{ canetas} + 1 \text{ lápis} \longrightarrow 12,20$
 Mariana: $2 \text{ canetas} + 1 \text{ lápis} \longrightarrow 8,60$



Já sei! Comparando o que cada uma comprou, vemos que Lia comprou uma caneta a mais.

A diferença entre os valores pagos corresponde ao preço dessa caneta!

Realmente,
 $12,20 - 8,60 = 3,60$
 então, duas canetas custam $2 \cdot 3,60 = 7,20$.
 Um lápis e duas canetas custam R\$ 8,60.
 $8,60 - 7,20 = 1,40$
 Descobrimos que cada lápis custa R\$ 1,40.

Resolvemos o problema sem usar equações. Mas, como já dissemos, nem sempre essa tarefa é fácil. Nesses casos, as equações podem nos ajudar.

A seguir, apresentaremos a resolução desse mesmo problema usando um sistema de equações. Aplicaremos outro método de resolução chamado **método da adição**. Você verá o porquê desse nome. Assim como o método da substituição, ele visa à eliminação de uma incógnita.

Primeiro, veremos uma propriedade. Começamos com um exemplo numérico:

♦ $3 + 4 = 7$ e $9 - 3 = 6$ são igualdades verdadeiras.

Vamos somá-las membro a membro:

$$\begin{array}{r} 3 + 4 = 7 \\ 9 - 3 = 6 \\ \hline 12 + 1 = 13 \end{array} \longrightarrow \text{Obtivemos uma nova igualdade verdadeira.}$$

Este exemplo não é um caso particular. Esta propriedade das igualdades vale sempre.

Sejam a, b, c, d números reais tais que $a = b$ e $c = d$.

$$\begin{array}{r} a = b \\ c = d \\ \hline a + c = b + d \end{array}$$

Dizemos que somamos as igualdades membro a membro.

SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Fonte: Andrini; Vasconcellos (8ºano, 2015, p. 151.)

Os problemas exibidos anteriormente, presentes no livro didático do 8º ano, são assim categorizados, pois, apresentam as 6 características pré-estabelecidas, eles possibilitam a abordagem pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, a qual se dá em 9 passos, estes elaborados pelas autoras Allevalo e Onuchic, as subseções apresentam um título sugestivo, caracterizando o que será estudado, após o problema encontramos sua resposta, como já dito anteriormente, isso não impossibilita a utilização da metodologia, já que o professor pode encontrar uma maneira do aluno só ver a resposta que o livro traz, após o mesmo encontrar a solução.

Nota-se que o livro do 8º ano, assim como o do 6º e 7º apresenta uma quantidade nada significativa de subseções, apenas 3 subseções de um total de 72 subseções, iniciam-se com um problema gerador, o que faz com que, dificulte ainda mais o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, pois partimos do fato, que se a subseção apresenta o problema, tem mais chance de ser utilizado.

O nosso último livro a ser analisado neste trabalho é o livro didático do 9º ano-Praticando Matemática, para analisarmos este livro, voltamos aos dados coletados na subseção 4.2.1, onde separamos apenas as subseções que iniciaram com tarefas, e estas subseções que se configuram como tarefa, agora nesta etapa da análise, verificaremos como essas tarefas se comportam, classificando-as em problemas se apresentam as 6 características pré-estabelecidas e em exercícios as que não se configuram como problema.

Podemos observar que no livro do 9º ano, que apenas 1 das 9 tarefas, apresentam as 6 características para um bom problema gerador.

QUADRO 13: CLASSIFICAÇÃO QUANTO ÀS TAREFAS LIVRO 9º ANO

9º Ano			
Unidade	Subseção	Inicia a subseção com tarefa:	
		Exercício	Problema
1-Potenciação e radiciação	1.Revendo a potenciação	x	
	6.Simplificação de radicais	x	
2-Equações do 2º grau	1.Equações		x
	2.Resolvendo equações do 2º grau	x	

	6.Resolvendo problemas	x	
5-Noções de probabilidade	1.Qual é a chance?	x	
6-Teorema de Tales e semelhança de triângulos	6.Aplicando a semelhança de triângulos	x	
7- Relações métricas nos triângulos retângulos	3.Relações métricas nos triângulos retângulos	x	
10- Porcentagem e juro	1.Revendo porcentagens, descontos e acréscimos	x	
TOTAL	9	8	1

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Como classificamos somente 1 das tarefas do livro do 9º ano, como problemas, ou seja, um número pequeno resolvemos mostrá-las a seguir:


A figura 12, configura o problema do capítulo 2 - Equações do 2º grau, presente na subseção 1- Equações.

Características:

- 1- O problema pode ser utilizado para abordar o conteúdo de equação do segundo grau com uma incógnita.
- 2- O problema é desconhecido, pois, o conteúdo de equações do 2º grau não foram explanados antes.
- 3- O problema envolve a ideia de expressões algébricas e igualdade de uma equação.
- 4- A solução não é imediata, necessitando de elaboração de estratégias, envolvendo os conteúdos de expressões algébricas e igualdade de uma equação.
- 5- O problema está adequado para o 9º ano, já que se utiliza de conceitos vistos nos anos anteriores.
- 6- O problema possibilita que o professor avalie o processo de aprendizagem.

FIGURA 12: EQUAÇÕES

1. Equações



Você já sabe como as equações são úteis na representação e resolução de problemas.

Então, acompanhe a situação a seguir.

Na loja ao lado, um kit-presente com duas bermudas e três camisas custa o mesmo que um kit-presente com uma bermuda e duas camisas.

Qual é o preço de uma bermuda?

Com um colega, tentem resolver o problema antes de prosseguir com a leitura. A seguir, leia a resolução que apresentamos. Observe que ela utiliza a álgebra.

Representaremos o preço da bermuda por x .

Duas bermudas e três camisas custam $2x + 108$.

Uma bermuda e duas camisas custam $x + 190$.

Como os preços dos kits são iguais, temos que:

$$2x + 108 = x + 190$$

Subtraindo x de ambos os membros da equação:

$$2x + 108 - x = x + 190 - x$$

$$x + 108 = 190$$

$$x = 190 - 108$$

$$x = 82$$

A bermuda custa R\$ 82,00.

Escrevemos uma equação na incógnita x para representar a situação. Vamos resolver a equação para descobrir o valor de x , que é o preço da bermuda.

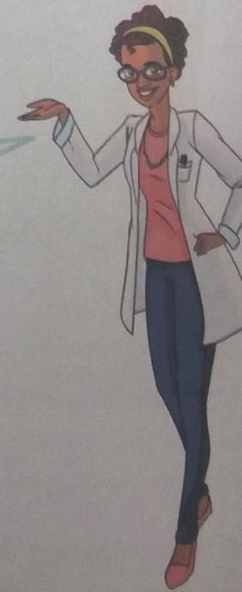
Para verificar se a solução está correta, substituímos x por 82 na equação

$$2x + 108 = x + 190$$

$$2 \cdot 82 + 108 = 82 + 190 \longrightarrow 164 + 108 = 82 + 190$$

$$272 = 272 \text{ (igualdade verdadeira)}$$

Logo, 82 é a solução da equação.



Fonte: Andrini; Vasconcellos (7ºano, 2015, p. 41)

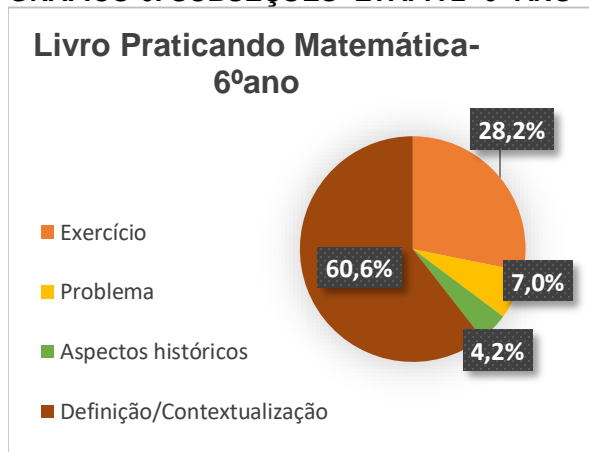
O livro didático do 9º ano, assim como os demais livros da coleção 6º, 7º, 8º anos, apresenta uma quantidade insignificante de problemas, o livro conta apenas com uma subseção que inicia com problema, da mesma forma que a maioria dos problemas encontrados nos demais livros analisados, o problema apresenta a solução na sequência, porém, como já apontado anteriormente, se trabalhado de maneira que o aluno tenha acesso somente ao problema, sem ter conhecimento da resposta exposta pelo livro

didático, pode-se tranquilamente trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Para facilitar a compreensão, elaboramos gráficos referentes à forma de abordagem de cada subseção, como nesta segunda etapa da análise, desvinculamos a categoria Tarefas, em dois grupos, problemas e exercícios, nossos gráficos são referentes às categorias: Exercício, Problema, Aspectos históricos, Definição/Contextualização.

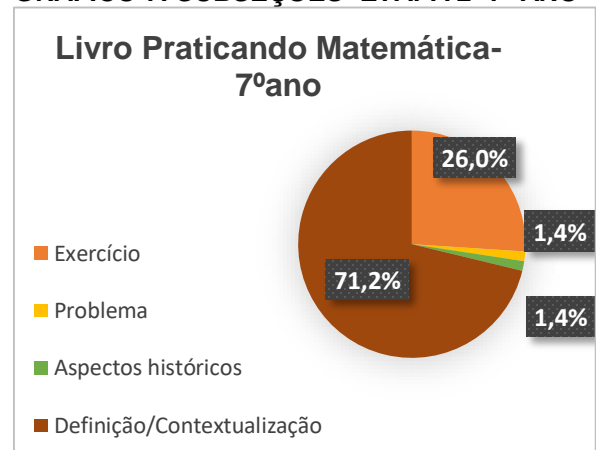
É notório que em todos os exemplares analisados, da coleção *Praticando Matemática*, a categoria das subseções que iniciam com Problemas, se faz pouco presente, no livro do 6º ano apenas 7%; no livro do 7º ano, apenas 1,4%, no livro do 8º ano, 4,2% e no livro do 9º ano, 2,1%, assim podemos deduzir que este fato dificulta ainda mais o uso da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, já que, se o problema não se faz presente no livro e a maioria dos professores, utiliza-se dele como suporte para as suas aulas, ele teria que buscar um problema gerador em outro material, e muitas vezes não o faz, pois dispõe de pouco tempo para preparar suas aulas, ou até mesmo por comodismo continua perpetuando as mesmas estratégias metodológicas triviais.

GRÁFICO 6: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 6º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

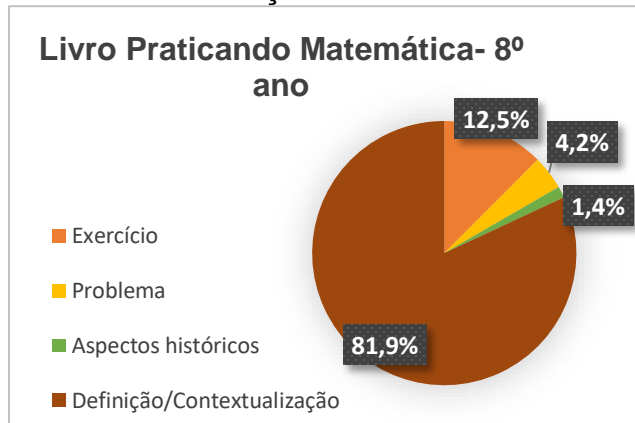
GRÁFICO 7: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 7º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

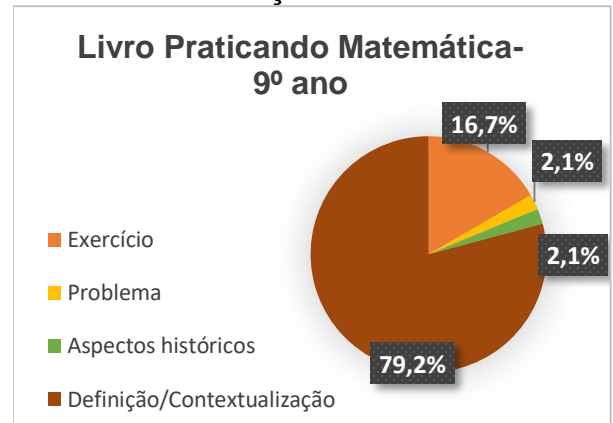
Para ter uma visão geral do que acontece com a coleção analisada, agrupamos os dados coletados, dos livros didáticos do 6º, 7º, 8º e 9º anos, no gráfico abaixo, o qual nos mostra nitidamente, que os problemas geradores estão presentes em menos de 4% das subseções analisadas, a abordagem na forma de Definição/Contextualização, se faz presente em maior número de subseções em todos os livros analisados, totalizando 72,7% das subseções da coleção Praticando Matemática.

GRÁFICO 8: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 8º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

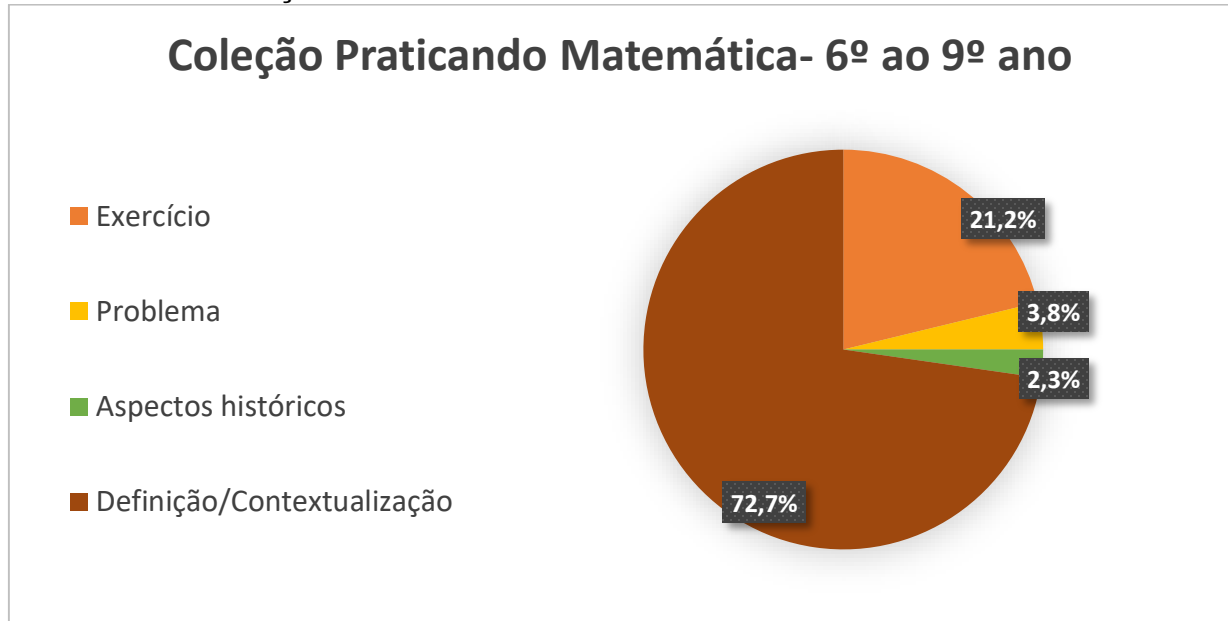
GRÁFICO 9: SUBSEÇÕES- ETAPA 2- 9º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Para ter uma visão geral do que acontece com a coleção analisada, agrupamos os dados coletados, dos livros didáticos do 6º, 7º, 8º e 9º anos, no gráfico abaixo, o qual nos mostra nitidamente, que os problemas geradores estão presentes em menos de 4% das subseções analisadas, a abordagem na forma de Definição/Contextualização, se faz presente em maior número de subseções em todos os livros analisados, totalizando 72,7% das subseções da coleção Praticando Matemática.

GRÁFICO 10: SUBSEÇÕES QUANTO À ABORDAGEM INICIAL- 6º AO 9º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A análise, até o momento, nos permite apontar, que a coleção Praticando Matemática não favorece o docente no sentido de abordar o conteúdo utilizando a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, pois raramente apresentou subseções que partem do problema, e as que partem do problema ainda trazem a resposta em seguida, ou seja, não é específica para fazer a abordagem através desta metodologia, somente os professores que tem conhecimento, o fazem, esta conclusão vai de encontro com os autores Stanic e Kilpatrick, onde dizem que os problemas ocupam um lugar importante nos currículos à muitos anos, mas a resolução de problemas não.

Para atingir o objetivo pretendido, faremos também a análise das Tarefas Complementares, ou seja, as tarefas que estão presentes no decorrer de cada unidade do livro didático, analisaremos a presença de tarefas que se apresentam como problemas geradores, mesmo que estes problemas exijam do professor um trabalho maior para serem encontrados, se existem no livro, ele poderão ser usados como incentivadores para o uso da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

4.2.3- Análise das Tarefas Complementares

Esta etapa trata-se da análise das tarefas complementares dos livros didáticos, essas tarefas complementares a qual nos referimos, os autores consideram como Exercícios, Revisando, Seções livres, Desafios e Autoavaliação, julgamos necessário realizar essa etapa, pois, temos a possibilidade de encontrarmos problemas geradores também nestas seções, pois em nosso problema de pesquisa, procuramos saber se o livro didático fornece subsídios para utilizar-se da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, e se existe problemas também nestas seções, estes também podem ser utilizados para iniciar uma aula com a abordagem na metodologia.

Em um primeiro momento cogitou-se a análise por subseção, porém, quando adentramos à análise percebemos que algumas tarefas poderiam ser usadas como um problema gerador de outra subseção, diferente da que foi encontrada, também pelo fato das seções Revisando, Seções livres, Desafios e “Autoavaliação” serem seções desconexas, que não estavam vinculadas a nenhuma subseção, no caso da “Autoavaliação” referindo à Unidade toda do livro didático.

Sendo assim optamos por fazer a categorização destas tarefas, por Unidade, para classifica-las usamos duas grandes categorias: Exercícios e Problemas.

Começamos por analisar o livro Praticando Matemática- 6º ano, das 15 unidades avaliadas encontramos problemas geradores em apenas 5 destas unidades, a unidade que encontramos mais problemas geradores foi a Unidade 6-Múltiplos e divisores, das 64 tarefas, 8 foram considerados problemas, o que corresponde a aproximadamente 12,5%.

O livro todo conta com 937 tarefas, e somente 23 destas, foram consideradas como problemas geradores, ou seja, uma quantidade de problemas pouco significativa.

QUADRO 14: CLASSIFICAÇÃO DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA DO 6º ANO

Categorização das tarefas complementares-6ºAno			
Unidade	Exercícios	Problemas	Total de Tarefas
1-Sistema de numeração decimal	66	0	66

2-Números naturais	38	0	38
3-Adição e subtração de números naturais	59	0	59
4-Multiplicação e divisão de números naturais	123	3	126
5-Potenciação e raiz quadrada de números naturais	58	7	65
6-Múltiplos e divisores	56	8	64
7- Dados, tabelas e gráficos de barras	16	0	16
8-Observando formas	34	0	34
9-Ângulos	40	0	40
10-Polígonos e circunferências	51	1	52
11-Frações	121	0	121
12-Números decimais	106	0	106
13-Porcentagens	41	0	41
14-Medidas	105	4	109
TOTAL	914	23	937

Fonte: Elaborado pela autora (2019)

Para melhor entendimento, trazemos um exemplo do que consideramos problemas e do que consideramos exercício.

O exemplo que escolhemos para representar a categoria de problemas, foi escolhido da unidade que apresentou mais problemas, ou seja, a Unidade 6- Múltiplos e divisores, o problema se encontra na subseção 6-Divisores Comuns e mdc, a escolha de um problema desta unidade é para mantermos um padrão de escolha, com os demais livros didáticos desta coleção, o problema será escolhido sempre, da unidade que apresentou mais problemas geradores.

O problema da figura 13, é considerado como tal, por apresentar as 6 características pré-estabelecidas anteriormente.

Características:

- 1- O problema pode ser utilizado para introduzir o conceito de Máximo Divisor Comum.

- 2- Nesta etapa escolar o problema é desconhecido, e pode gerar interesse dos alunos, já que, refere-se a formação de equipes em uma determinada escola, e os alunos podem de alguma maneira se identificar com a situação.
- 3- O conceito de divisores de um número, está implícito no problema.
- 4- Para solucioná-lo, é necessário fazer conexões lógicas, relacionar os divisores dos três números presentes no problema, além disso, observar que se trata do maior divisor.
- 5- O problema está em nível adequado, visto que os alunos já tiveram contato com o conceito de divisores de um número, e podem lista-los e relacioná-los para encontrar a solução.
- 6- O professor fará o papel de mediador enquanto os alunos estão em atividade, buscando solucionar o problema.

FIGURA 13: PROBLEMA GERADOR SOBRE MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

36. Todos os alunos de uma escola de Ensino Médio participarão de uma gincana. Para essa competição, cada equipe será formada por alunos de um mesmo ano com o mesmo número de participantes. Veja no quadro a distribuição de alunos por ano.

Ano	Número de alunos
1 ^ª	120
2 ^ª	108
3 ^ª	100

Responda.

- a) Qual é o número máximo de alunos por equipe?
4 alunos; $\text{mdc}(120, 108, 100) = 4$
- b) Quantas serão as equipes do 1^º ano?
30 equipes; $120 : 4 = 30$
- c) Quantas serão as equipes do 2^º ano?
27 equipes; $108 : 4 = 27$
- d) Quantas serão as equipes do 3^º ano?
25 equipes; $100 : 4 = 25$

Fonte: Andrini; Vasconcellos (6ºano, 2015, p. 107)


Da mesma forma que adotamos um padrão de escolha para o problema de cada livro didático, também adotamos para escolher o exercícios, neste caso, optamos por escolher um exercício da unidade que tem mais tarefas complementares e não apresenta nenhum problema.



O exercício escolhido do livro didático *Praticando Matemática- 6º ano*, foi o exercício da Unidade 1-Sistema de numeração decimal, da subseção 3-O sistema de numeração decimal e os algarismos Indo-arábicos.


Esta tarefa é caracterizada como exercício, pois é de fácil resolução, as letras “a”, “c” e “f” do exercício, podem ser resolvidas através da operação de adição, já as letras “b”, “d” e “e”, podem ser resolvidas através da decomposição (Unidade de milhar, Centenas, Dezenas e Unidade simples).



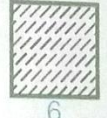
FIGURA 14: EXERCÍCIO SOBRE O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL



20. Copie e complete.


a)  = 5000 + 80 + 9
5089

b) $8435 = 8000 +$  $+ 30 +$ 

c)  = 60000 + 600 + 6
60606

d) $13076 =$  $+ 3000 +$  $+$ 

e) $50555 =$  $+ 500 +$  $+ 5$

f)  = 400000 + 30000 + 600 + 2
430602

Fonte: Andrini; Vasconcellos (6º ano, 2015, p. 15)

Aqui analisamos o livro 7º ano- Praticando Matemática, referente à presença de problemas nas Tarefas Complementares.

O livro do 7º ano, apresenta 11 unidades, das quais em 5 estão presentes tarefas consideradas problemas, ou seja, aproximadamente 45,5% das unidades têm um ou mais problemas, a Unidade 9-Equações, é a unidade que apresenta mais problemas geradores, estes problemas, oferecem elementos para iniciar uma aula dentro da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Esse livro conta com o total de 927 tarefas, das quais apenas 20 caracterizadas como problemas, mais uma vez uma quantidade inexpressiva de problemas.

QUADRO 15: CLASSIFICAÇÃO DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA DO 7º ANO

Categorização das tarefas complementares- 7º Ano			
Unidade	Exercícios	Problemas	Total de Tarefas
1-Números naturais	77	1	78
2-Frações e números decimais	131	0	131
3-Números negativos	148	0	148
4-Proporcionalidade	78	4	82
5-Razões e porcentagens	51	0	51
6-Construindo e interpretando gráficos	78	0	78
7- Sólidos Geométricos	45	0	45
8-Áreas e Volumes	74	2	76
9-Equações	85	9	94
10-Inequações	46	4	50
11- Ângulos e triângulos	94	0	94
TOTAL	907	20	927

Fonte: elaborado pela autora (2019)

Para exemplificarmos, consideramos o problema da Unidade que apresentou mais problemas que é a unidade 9-Equações, escolhemos o problema da subseção “5-Mais probabilidade e equações”, por se caracterizar como problema, ele apresenta as 6 características pré-definidas.

Características:

- 1- O problema pode ser utilizado no desenvolvimento do conteúdo de equações.
- 2- O problema é matematicamente desconhecido nesta etapa escolar.
- 3- O problema envolve a ideia de expressões algébricas
- 4- O problema exige elaboração de estratégia para solucioná-lo, já que o aluno deve relacionar a situação a uma expressão algébrica.
- 5- O problema é adequado para a turma do 7º ano, já que para a solução é necessário o conceito de expressões algébricas.

- 6- O professor deve fazer o papel de mediador, enquanto os alunos estão em atividade, traçando planos para solucionar o problema.

FIGURA 15: PROBLEMA DE EQUAÇÃO

71.(Uniube-MG) Uma empresa deseja enviar sua equipe de vendedores para visitar várias cidades, sendo cada uma visitada por apenas um vendedor. Se cada um deles fosse a 10 cidades diferentes, restariam ainda 30 cidades que não seriam visitadas. Se cada vendedor fosse a 12 cidades diferentes, mesmo assim 10 não seriam visitadas. Quantos vendedores tem a empresa?

Fonte: Andrini; Vasconcellos (7ºano, 2015, p. 220)

Para exemplificar o exercício, escolhemos da unidade do livro com mais tarefas e que não apresentou nenhum problema, portanto, da unidade 2- Frações e números decimais, escolhemos da subseção 4- Expressões algébricas.

Este exercício pode ser facilmente resolvido, utilizando a operação de adição de frações com denominadores diferentes, e com o conhecimento da conversão de números fracionários para números decimais ou vice e versa.

FIGURA 16: EXERCÍCIO ENVOLVENDO FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS

31. Calcule mentalmente.

a) $\frac{1}{7} + \frac{6}{7} = 1$ d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ e) $0,5 + \frac{1}{2} = 1$

c) $0,75 - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ f) $\frac{5}{6} + 1,3 + \frac{1}{6} + 0,7 = 3$

Fonte: Andrini; Vasconcellos (7ºano, 2015, p. 37)

Dando continuidade à terceira fase da análise, onde buscamos encontrar problemas entre as Tarefas Complementares, agora, analisamos o livro didático *Praticando Matemática- 8º ano*.

O livro contém um total de 15 unidades, destas apenas 6 apresentam problemas nas tarefas complementares, ou seja, 40% das unidades trazem 1 ou mais problemas nas Tarefas Complementares.

O livro todo conta com 1044 tarefas, das quais uma quantidade insignificativa de problemas, apenas 36.

QUADRO 16: CLASSIFICAÇÃO DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA DO 8º ANO

Categorização das tarefas complementares- 8º Ano			
Unidade	Exercícios	Problemas	Total de Tarefas
1-Conjuntos numéricos	114	0	114
2-Potenciação e notação científica	93	2	95
3-Radiciação	90	0	90
4-Cálculo algébrico	117	0	117
5-Produtos notáveis	47	0	47
6-Fatoração	51	0	51
7- Frações algébricas	68	6	74
8-Sistemas de equações	52	15	67

9-Razões, proporções e regra de três	30	2	32
10-Retas e ângulos	46	0	46
11-Triângulos	49	0	49
12-Triângulos: congruência e pontos notáveis	52	0	52
13-Quadriláteros e outros polígonos	71	0	71
14-Circunferência e círculo	68	7	75
15-Possibilidade e estatística	60	4	64
TOTAL	1008	36	1044

Fonte: Elaborado pela autora (2019)

Para exemplificar trazemos na figura 19, o problema da Unidade que mais apresentou problemas, unidade 8- Sistemas de equações, o problema se encontra na subseção 3- Sistemas Indeterminados. Este problema possui as 6 características, elencadas anteriormente.

Características:

- 1- O problema permite abordar sistemas de equações.
- 2- O problema é desconhecido; envolve o sistema monetário, o que pode causar ainda mais interesse por parte dos alunos.
- 3- O problema traz implícito o conceito de equação do 1º grau com duas incógnitas.
- 4- Para resolvê-lo, os alunos devem elaborar estratégias, relacionar as sentenças descritas no problema, com a linguagem matemática, em forma de equações.
- 5- Apesar de ser um problema desconhecido, dispondo de um bom plano e relacionando os conteúdos afins, ele é plausível de solução.
- 6- Enquanto os alunos elaboram estratégias para resolver o problema, o professor faz o papel de mediador.

FIGURA 17: PROBLEMA-SISTEMA DE EQUAÇÕES

44. (Puccamp-SP) Uma pessoa participa de um jogo em que uma moeda honesta é lançada 100 vezes. Cada vez que ocorre “cara” ela ganha R\$ 10,00 e cada vez que ocorre “coroa”, perde R\$ 5,00. Se após os 100 lançamentos a pessoa teve um ganho líquido de R\$ 25,00, quantas vezes deve ter ocorrido “cara” na moeda?

35 caras

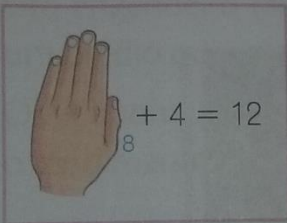
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 10x - 5y = 25 \end{cases}$$

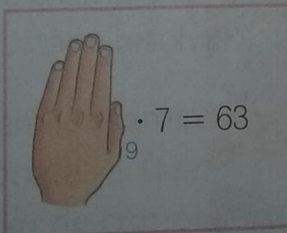
Fonte: Andrini; Vasconcellos (8ºano, 2015, p. 160)

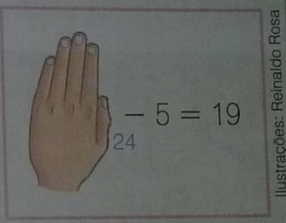
A categoria Exercícios, vem exemplificada por um exercício escolhido da unidade que tem maior número de tarefas e que não apresentou nenhum problema, esta unidade é a 4-Cálculo Algébrico, selecionamos o exercício 1 da subseção 1-Revendo as Equações. Para a resolução deste exercício exige-se do aluno somente a utilização da operação inversa dos números inteiros.

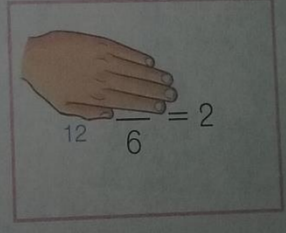
FIGURA 18: EXERCÍCIO- EQUAÇÕES

1. Descubra os números “escondidos” pelas mãos.

a)  $+ 4 = 12$

b)  $\cdot 7 = 63$

c)  $- 5 = 19$

d)  $\frac{\quad}{6} = 2$

Ilustrações: Reinaldo Rosa

Fonte: Andrini; Vasconcellos (8ºano, 2015, p. 160)

O livro do 9ºano- Praticando Matemática, é o último a ser analisado, ele será analisado quanto às tarefas complementares de todas as unidades.

O quadro 17, mostra que o livro contém 10 unidades, destas 8 apresentam problemas geradores, ou seja, 80% das unidades tem problemas geradores, os quais permitem trabalhar com a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

O livro apresenta 667 tarefas complementares, das quais apenas 50 são problemas, esse número ainda é pequeno.

QUADRO 17: CLASSIFICAÇÃO DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES POR UNIDADE DO LIVRO PRATICANDO MATEMÁTICA DO 9º ANO

Categorização das tarefas complementares- 9º Ano			
Unidade	Exercícios	Problemas	Total de Tarefas
1-Potenciação e radiciação	121	4	125
2-Equações do 2º grau	106	7	113
3-Sistema cartesiano	24	0	24
4-Funções	86	2	88
5-Noções de probabilidade	44	2	46
6-Teorema de Tales e semelhança de triângulos	43	9	52
7- Relações métricas nos triângulos retângulos	50	8	58
8-Trigonometria no triângulo retângulo	26	16	42
9-Círculo e cilindro	53	3	56
10- Porcentagem e juro	63	0	63
TOTAL	617	50	667

Fonte: elaborado pela autora (2019)

A unidade 8-Trigonometria no triângulo retângulo foi a que apresentou mais problemas dentre as 26 tarefas, 16 foram caracterizadas como problemas, ou seja, mais de 50% das tarefas, foram identificadas como problemas, por conta disso, nosso exemplo referente ao problema será da unidade 8, subseção 2- As razões trigonométricas e os ângulos de 30° , 45° e 60° .

O problema da figura 19, se configura como tal, pois possui as 6 características elencadas anteriormente.

Características:

- 1- O problema pode ser utilizado para introduzir o conceito de seno de um ângulo.
- 2- O problema é matematicamente desconhecido, pois, não foi visto em nenhum outro momento escolar.

- 3- Envolve conceitos de ângulos, triângulos.
- 4- O caminho de resolução é desconhecido, a solução depende de elaboração de estratégias.
- 5- O problema é adequado para o 9º ano.
- 6- O problema permite que o professor, avalie os alunos, quando estes estão em atividade.

FIGURA 19: PROBLEMA-RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

19. Uma escada rolante liga dois andares de um *shopping* e tem uma inclinação de 30° . Sabendo-se que a escada rolante tem 12 metros de comprimento, calcule a altura de um andar para o outro. 6 m

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{12}$$

$$0,5 = \frac{h}{12}$$

$$h = 6$$

Fonte: Andrini; Vasconcellos (9ºano, 2015, p. 220)

O livro do 9 ano conta com muitos exercícios, em um total de 617, totalizando 93% das tarefas complementares, para exemplificarmos, escolhemos um exercício da unidade com maior número de tarefas onde nenhuma se configurou como problema.

A figura 20, apresenta um exercício, onde sua resolução baseia-se em cálculo de porcentagem e de multiplicação de números fracionários.

FIGURA 20: EXERCÍCIO- PORCENTAGEM

37. O preço de um artigo triplicou. Portanto ele teve um aumento de: Alternativa **c**.

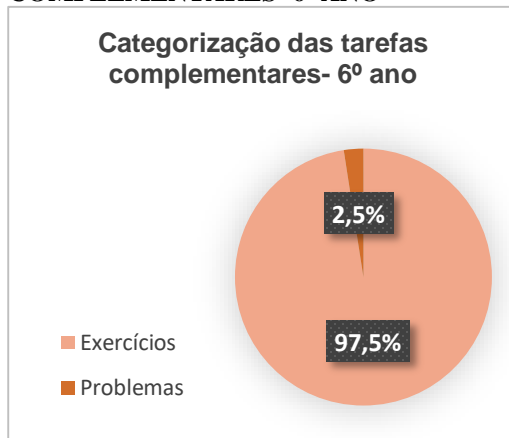
a) 3% b) 30% c) 200% d) 300%

100% + 200%
aumento

Fonte: Andrini; Vasconcellos (9ºano, 2015, p. 259)

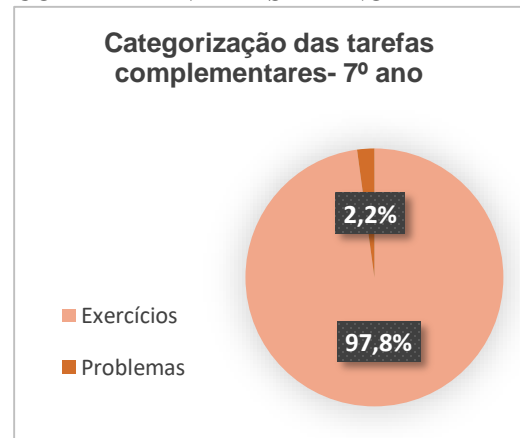
Para melhor compreensão, compilamos os dados e elaboramos gráficos, referentes à classificação das tarefas complementares de cada um dos livros analisados, e de maneira unânime, percebemos que é encontrado mais exercícios do que problemas.

GRÁFICO 11: TAREFAS COMPLEMENTARES- 6º ANO



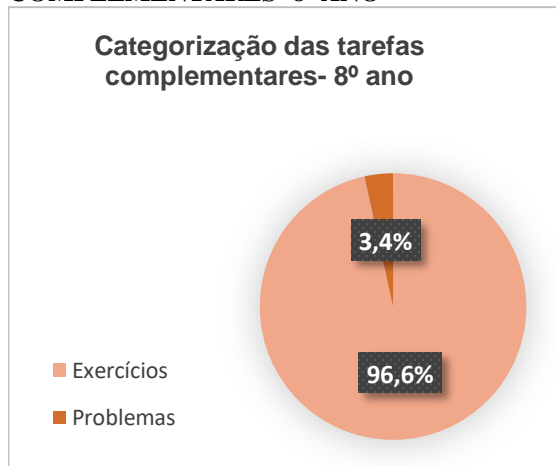
Fonte: Elaborado pela autora (2019).

GRÁFICO 12: TAREFAS COMPLEMENTARES- 7º ANO



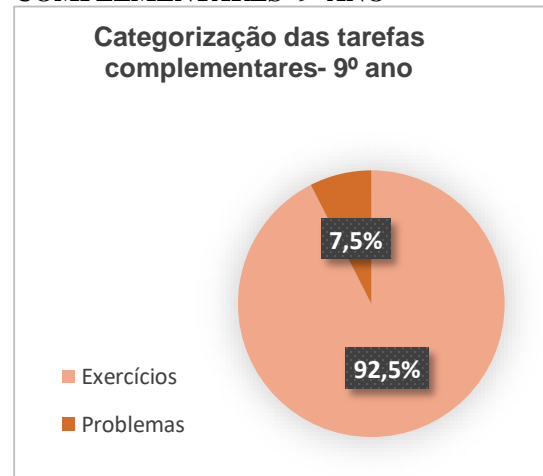
Fonte: Elaborado pela autora (2019).

GRÁFICO 13: TAREFAS COMPLEMENTARES- 8º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

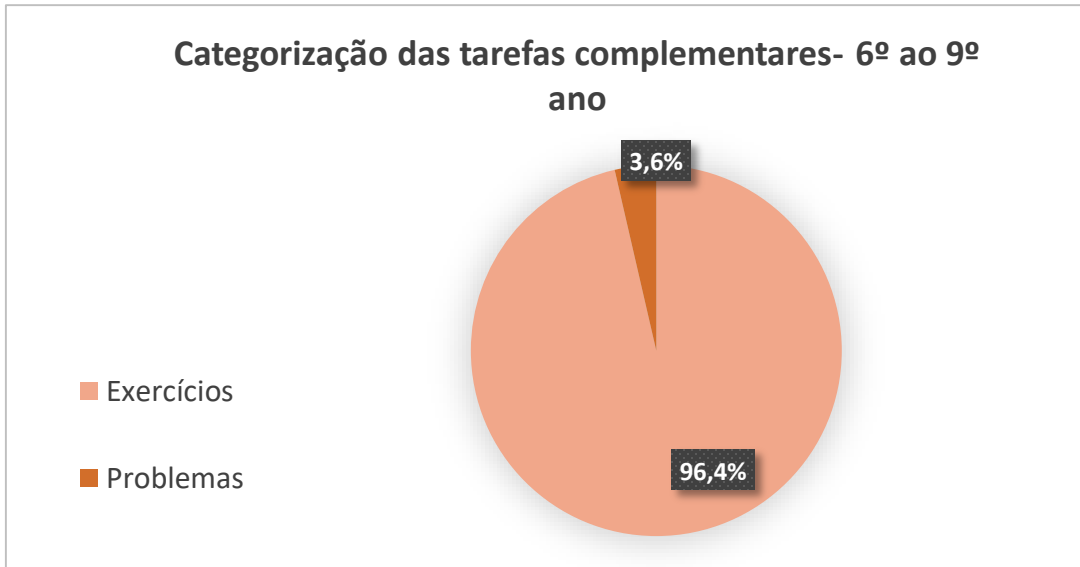
GRÁFICO 14: TAREFAS COMPLEMENTARES- 9º ANO



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

E para uma visão geral, agrupamos todos os dados da coleção *Praticando Matemática- 6º ao 9º ano*, e representamos no gráfico 16, que conta com 3.575 tarefas complementares, destas 3.446 se configuram como exercícios e apenas 129 possuem as características de um problema gerador, ou seja, menos de 4% são problemas que poderiam ser utilizados para se trabalhar segundo a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

GRÁFICO 15: TAREFAS COMPLEMENTARES CATEGORIZADAS EM EXERCÍCIOS E PROBLEMAS



Fonte: Elaborado pela autora (2019)

Embora, as tarefas complementares, apresentem problemas, que poderiam ser usados no início da aula, através da metodologia, vale lembrar que além de poucos, é necessário que o docente prepare a unidade toda para encontrá-los, dificultando assim o seu uso, mas, de uma certa forma foi encontrado bons problemas que poderiam ser utilizados, desta observação vamos ao encontro dos autores Andrade e Nascimento (2011), onde destacam que a Resolução de Problemas, foi vista por muito tempo apenas uma artifício para resolver problemas e não como uma metodologia, percebemos que até hoje, alguns autores tem essa visão.

A metodologia Resolução de Problemas ainda se constitui um desafio para a Educação, tanto na parte de material didático, como também no entendimento dos professores.

Apesar disso o governo está ciente da situação em que se encontra a educação, e a cada ano determinam metas e cobram melhorias nas escolas públicas, à medida que se cobra por melhores resultados educacionais, há também uma necessidade de se repensar a educação, transitando pelo campo de programas educacionais, incluindo o PNLD e também por que não, pela formação de docentes.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação foi desenvolvida com o intuito de analisar a inserção da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, nos livros de Matemática do Ensino Fundamental da coleção *Praticando Matemática- 6º ao 9º ano*, aprovados pelo PNLD 2017. O objetivo principal foi verificar se os livros didáticos desta coleção forneciam subsídios para ser trabalhado conforme a metodologia enunciada acima. Desse modo, dedicou-se a identificar os conteúdos matemáticos desenvolvidos utilizando a Metodologia Resolução de Problemas; identificar as tarefas que se caracterizavam como problemas e mapeá-las com relação à sua configuração, se estava presente no início de cada conteúdo e nas tarefas complementares.

A escolha do objeto de estudo se deu pela informação do Núcleo Regional de Educação de Pato Branco e posteriormente pelo site do MEC, da coleção que teve mais adesão por parte das instituições, tanto no núcleo de Pato Branco, quanto em território nacional.

De posse desta informação foi selecionado a coleção “*Praticando Matemática- Edição Renovada-6º ao 9º ano*”, pois, acreditou-se que esta coleção era uma boa amostra para realizar a análise e responder o problema de pesquisa.

Para a análise dos livros didáticos, foi usada a fundamentação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas proposta por Alevatto e Onuchic (2014).

A proposta foi procurar se (os elementos citados acima) estavam presentes no livro didático, pois este material é que as escolas públicas mais têm acesso, e na maioria das vezes o único material que os professores utilizam como ferramenta de ensino, pois dispõe de pouco tempo para preparar sua aula, visto que, necessitam e trabalham em várias escolas, ou mesmo pelo comodismo, desta forma ele acaba se tornando um manual de instruções, devido a isso, quanto melhor for o livro didático, tanto em conteúdo como em metodologias, melhor atenderá suas demandas de ensino e aprendizagem.

Após a análise, ficou constatado que a coleção de livros didáticos *Praticando Matemática*, raramente apresenta problemas geradores no início das subseções, isso pode ser um fator preponderante para que o uso da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas não seja expressivo na escola, pois o fato

dos problemas não serem apresentados no livro didático, exige que o docente vá em busca de em outras fontes. E, como resultados de pesquisa demonstram (ABRIL, 2013; BRITO, 2007; GUEDES, 2015) isto dificilmente acontece, ora pelo pouco tempo que o professor dispõe para o planejamento, ora pela comodismo por parte de alguns professores, ou até mesmo pelo desconhecimento da metodologia e dos benefícios que a mesma pode trazer para a aprendizagem.

Analisou-se, também as tarefas complementares da coleção, as quais apresentaram problemas geradores, porém, de forma muito desigual, se comparado com o número de exercícios existentes.

Se o resultado desta pesquisa fosse o oposto, ou seja, o livro oferecesse uma gama muito forte de temas matemáticos iniciando com problemas, este fato, ainda não garantiria que o docente utilizasse a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação, pois, a utilização depende de outros fatores, desde a familiaridade com a metodologia, formação do docente e também o interesse de testar uma nova metodologia. No entanto, potencializa seu uso ao fornecer elementos que podem ser utilizados no planejamento de suas aulas.

Destaca-se também, que o docente deve ter consciência que sua formação deve ser contínua, pois, grandes são os desafios que o profissional enfrenta, manter-se atualizado e desenvolver práticas pedagógicas, conhecer novas metodologias não são garantias para o sucesso absoluto, mas contribuem e muito para a melhoria da aprendizagem dos alunos.

A presente pesquisa, não teve o objetivo de criticar a metodologia e/os autores da coleção, apenas de compreendê-la a partir dos aspectos da metodologia Resolução de Problemas e os instrumentais oferecidos para a efetiva utilização desta perspectiva teórica e metodológica.

Sem dúvidas colocar um livro didático de qualidade à disposição do professor é um grande passo para melhorar a qualidade do ensino, pois o livro didático é um elemento fundamental no processo ensino e aprendizagem.

Assim, o professor precisa ter o conhecimento e o máximo de cuidado na escolha do livro que irá adotar, o docente deve ser cauteloso, buscando informações a respeito

do que a literatura traz sobre as coleções e buscar escolher o livro mais adequado à sua realidade escolar.

Como sugestões para trabalhos futuros deixamos a premissa de olhar para outras coleções, de entrevistar professores e principalmente analisar as mudanças que deverão ocorrer nos currículos e livros didáticos produzidos a partir da divulgação e implementação da BNCC.

6. REFERÊNCIAS

ABRIL, R. H. **Situações-Problema Como Introdução de Conteúdos De Ensino Médio**. CURITIBA. 2013. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/julho2013/matematica_artigos/Monografia_Roman.pdf>. Acesso em janeiro de 2019.

ALLEVATO, N. S; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHI et al. **Resolução de Problemas: teoria e prática**. São Paulo: Paco editorial, 2014. p. 35-52.

ALMEIDA, M.R. **Ensino de anatomia e fisiologia do sistema digestório humano mediado por sala ambiente**. -Volta Redonda: UniFOA, 2015. 70 p. Disponível em: <http://web.unifoa.edu.br/portal_ensino/mestrado/mecsm/a/arquivos/2015/05.pdf>. Acesso em janeiro de 2019

ALVES, A. M. M. **LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA (1943 – 1995)**, disponível em : <https://wp.ufpel.edu.br/antoniomauricio/files/2015/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Ant%C3%B4nio-Mauricio-Alves_2005.pdf>, acesso em 12 de outubro de 2018.

ANDRADE, S.**Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. 1997. Rio Claro: IGCE, UNESP, 1998. Disponível em:<< https://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2305/135>> acesso em 12 de maio de 2018.

ARAUJO, N.K.S. **Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. São Cristóvão, 2015. 140p. Disponível em: << https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5174/1/NATALIA_KELI_SANTOS_ARAUJO.pdf>> , acesso em 10 de maio de 2018.

ANDRINI, A. VASCONCELLOS, M.J. **PRATICANDO MATEMÁTICA**. Coleção **PRATICANDO MATEMÁTICA**..4ª edição renovada- São Paulo.Editora do Brasil, 2015- (Coleção Praticando matemática: v.6)

ANDRINI, A. VASCONCELLOS, M.J.**PRATICANDO MATEMÁTICA**. Coleção **PRATICANDO MATEMÁTICA**..4ª edição renovada- São Paulo.Editora do Brasil, 2015- (Coleção Praticando matemática: v.7)

ANDRINI, A. VASCONCELLOS, M. J. **PRATICANDO MATEMÁTICA**. Coleção **PRATICANDO MATEMÁTICA**..4ª edição renovada- São Paulo.Editora do Brasil, 2015- (Coleção Praticando matemática: v.8)

ANDRINI, A. VASCONCELLOS, M. J..**PRATICANDO MATEMÁTICA**. Coleção **PRATICANDO MATEMÁTICA**. 4ª edição renovada- São Paulo. Editora do Brasil, 2015- (Coleção Praticando matemática: v.9)

BRITO, J. F. **Análise do material didático elaborado por três professoras de língua inglesa de escolas públicas de Campina Grande**. Dissertação (Mestrado). Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa. 2007. Disponível em: < <http://docplayer.com.br/8666962-Analise-do-material-didatico-elaborado-por-tres-professoras-de-lingua-inglesa-de-escolas-publicas-de-campina-grande.html>>. Acesso em fevereiro de 2019

Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**-versão final- Brasília, DF, 2018. Disponível em: << <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>> . Acesso em 20 de janeiro de 2019

BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com Modelagem Matemática**. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004

BORBA, M. A pesquisa qualitativa em Educação Matemática. In: ANAIS DA 27ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED. Caxambu, 2004.

BRASIL. Brasília, INEP/REDC, 1987. 129p., disponível em : << <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me001994.pdf>>> acesso em 12 de outubro de 2018.

BRASIL. MEC Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Projeto de avaliação dos livros didáticos da 1ª à 4ª série**. v. 2. Brasília: MEC, 2003. 275p. Disponível em:<< <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/sef2001.pdf>>> , acesso em 6 de dezembro de 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia digital do PNLD 2017**. Disponível na internet via <http://www.fnde.gov.br/pnld-2017/>, acessado em 09/02/2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Histórico do Livro Didático**. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/guia3.pdf>>. Acesso em 09/02/2018.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais :Matemática**. Brasília: MEC, 1998. Disponível em << <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>> , acesso em setembro de 2018.

Brasil. Guia de livros didáticos: PNLD 2016: **Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais**. – Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015.322p. Disponível

em:<https://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/4889-edital-pnld-2016>>, acesso dia 17 de janeiro de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Histórico do Livro Didático**. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/historico>>. Acesso em 09/08/2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais(PCNs)**. Introdução. Ensino Fundamental. Brasília. MEC/ SEF. 1997.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC, 1998.

Cai, J. & Lester, F. (2010). **Why is teaching with problem solving important to student learning?** ResearchBrief, 14, 1–6. Acesso em 07 de julho de 2018, disponível em <<https://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_and_Advocacy/research_brief_and_clips/Research_brief_14_-_Problem_Solving.pdf>> , acesso em 05 de maio de 2018.

CORREIA.M.J. **O livro didático. Repositório Científico do Instituto Politécnico do Porto**.2016. Disponível em <<<https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/24063/1/JandsonBernardoSoaresDISSERT.pdf>>> .Acesso em 31 de janeiro de 2019.

D`AMBRÓSIO, Ubiratan. **História da Matemática no Brasil uma visão panorâmica até 1950**. Saber y Tiempo, vol. 2, n° 8, Julio-Diciembre 1999a; pp. 7-37. Disponível em: <<http://www.ifba.edu.br/dca/Corpo_Docente/MAT/EJS/HISTORIA_DA_MATEMATICA_NO_BRASIL_ATE_1950.pdf>>, acesso em: 2 de julho de 2018.

D`AMBRÓSIO, Ubiratan, **Educação Matemática. Da Teoria a Prática**. Campinas- São Paulo-2009. Papyrus. 17ª edição. Disponível em:<<https://drive.google.com/file/d/0BwKU10I2yX_NdDk5UIhZmdWMms/view>>, acesso dia 14 de setembro de 2018.

DANTE, L.R. **Livro de matemática: uso ou abuso?**. Em Aberto, Brasília: v.

16, n. 69, p.83-90, jan./mar, 1996. Disponível em: <<http://www.emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/download/2068/2037>>, acesso dia 10 de agosto de 2018.

DECRETO-LEI Nº 1.006, DE 30 DE DEZEMBRO DE 1938. Disponível em: <<<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-1006-30-dezembro-1938-350741-publicacaooriginal-1-pe.html>>> , acesso em 11 de outubro de 2018.

DECRETO-LEI Nº 8.460, DE 26 DE DEZEMBRO DE 1945. Disponível em: << <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-8460-26-dezembro-1945-416379-publicacaooriginal-1-pe.html>>> , acesso em 10 de outubro de 2018.

EIDELWEIN.F, LOPES.M.I. **Encontros E Des(Encontros) Entre O Livro Didático E O Ensino Apostilado** Revista destaques acadêmicos, vol. 4, n. 2, 2012 - cchj/univates.p. 87-97- Disponível em: << <http://www.univates.br/revistas/index.php/destaques/article/download/226/222>>> .Acesso em 30 de janeiro de 19.

Entrevistas ao Jornal do Brasil- **Escola sonega dos alunos a verdadeira Matemática**- 12 de agosto de 2006. Disponível em: <http://proavirtualg31.pbworks.com/w/page/18671818/Texto1?rev=1160699074>>, acesso em 08 de janeiro de 19.

FILGUEIRAS, Juliana M. **O processo de avaliação livros didáticos no Brasil (1938-1984)**. São Paulo: PUCSP, 2011. Tese (doutorado em Educação). EHPS, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Disponível em:<< <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10290>>> acesso em 10 de novembro de 2018.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. Em Aberto, Brasília, v. 16, n. 69, jan./mar. 1996. Disponível em:<< <http://revistas.unijorge.edu.br/candomba/2011-v7n1/pdf/3VanessadosAnjosdosSantos2011v7n1.pdf>>> , acesso em 12 de dezembro de 2018.

LEI N. 4.024, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1961. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em <http://www.pfc.unesp.br/~lzanata/LDB%204024-61.pdf>> acesso em 12 de janeiro de 19.

LOPES, Jairo de Araujo. **Livro didático de matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática**. 2000. 264 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253415>>. Acesso em: 7 jul. 2018.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel, REDLING, Julyette. **Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio**. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42a/10.pdf><http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42a/10.pdf>> acesso em 22 de fevereiro de 19.

NASCIMENTO, Maurício Alves. ANDRADE, Silvanio de. **Resolução e Exploração de Problemas no Ensino – Aprendizagem de Funções e a Multicontextualidade da Sala de Aula**. Paraíba. 2011. Disponível em: <<

<https://editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/8c17e6848633c853a3de1b90931f344e.pdf>>> , acesso em 12 de novembro de 2018

NETO, J.M.; FRACALANZA, H. O livro didático de Ciências: problemas e soluções. *Ciência & Educação*, Campinas, v. 9, n. 2, p. 147-157, 2003. Disponível em: << <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v9n2/01.pdf>>> , acesso em 12 de janeiro de 19.

NEVES, E. R.C. **Uma Trajetória Pela História Da Atividade Editorial Brasileira**: Livro Didático De Matemática, Autores E Editoras. Mestrado Profissional Em Ensino De Matemática Puc/Sp São Paulo 2005. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/55614697-Uma-trajetoria-pela-historia-da-atividade-editorial-brasileira-livro-didatico-de-matematica-autores-e-editoras.html>>. Acesso em 13 de abril de 2019.

OLIVEIRA, Fernanda Dias de. **Abram Seus Livros: O Discurso Sobre Diferença Nos Livros Didáticos** Juiz de Fora 2006. Disponível em :<< <http://www.livrosgratis.com.br/ler-livro-online-5533/abram-seus-livros--o-discurso-sobre-diferenca-nos-livros-didaticos>>> , acesso em 30 de janeiro de 19.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218. Disponível em: << <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n53/1980-4415-bolema-29-53-0955.pdf>>> , acesso em 2 de março de 2018.

ONUCHIC, La. Rosa.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org). *Educação Matemática - pesquisa em movimento*. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231. Disponível em << http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=000312&pid=S0103-636X201200010001000034&lng=pt>> acesso em 2 de março de 2018.

ONUCHIC, L.R. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?** Espaço pedagógico, vol.20.n.1.Passo Fundo p. 88-104, jan./jun. 2013. Disponível: << <http://anaisjem.upf.br/download/cmp-14-onuchic.pdf>>>, acesso em 12 de março de 2018.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Ensino de Primeiro Grau. *Currículo Básico para a Escola Pública do Paraná*. Curitiba: SEED, 1990.p. 66-67.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica. Curitiba: SEED, 2006.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação (SEED). Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná – Matemática, Curitiba, 2008.

PONTE, J. P. et al. Didática da Matemática. Lisboa: DES do ME. 1997. STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. **Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum**. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.). The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Reston: NCTM, 1989. p. 1-22.

PIRES. C. M. C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. In: Bolema. ano 21. n.29. Rio Claro: Unesp. 2008. Disponível em: << <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221870003.pdf>>> , acesso em 06 de janeiro de 19.

Livro didático como usá-lo com equilíbrio. 01 de Maio de 2015. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/1731/livro-didatico-como-usa-lo-com-equilibrio>>, acesso em 4 de dezembro de 2018.

Plano decenal de educação para todos. - Brasília : MEC, 1993. - versão atualizada. 120p. Disponível em:<< <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me001523.pdf>>> , acesso em 30 de janeiro de 19.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p. Disponível em:<< <https://pt.slideshare.net/VivianeAS/arte-resolver-problemas-polya>>> , acesso em 16 de julho de 2018.

SILVA, Viviane Da. Osvaldo Sangiorgi e "**O fracasso da matemática moderna**" no Brasil. 2007. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em:<< https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11130/1/dissertacao_viviane_silva.pdf>> , acesso em 02 de fevereiro de 2019.

SILVA, E. T da. **Livro didático: do ritual de passagem à ultrapassagem**. Em Aberto, Brasília, DF, ano 16, n. 69, p. 10 -15, jan./mar. 1996. Disponível em: << <http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/2062/2031>>> , acesso em 13 de janeiro de 19.

SKOVSMOSE. **O Cenários para investigação**. Publicado em Bolema, nº 14, pp. 66 a 91, 2000. Disponível em: << www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/download/807/pdf>> acesso em 15 de setembro de 2018.

SOARES.F. Os Congressos de Ensino da Matemática no Brasil nas décadas de 1950 E 1960 d as Discussões sobre a Matemática Moderna. p.2-7.2005. Disponível em:

<https://app.uff.br/riuff/bitstream/1/1113/1/SPHEM_2005_SOARES.pdf> , acesso em 05 de janeiro de 2019.

SOARES, Flávia dos Santos. O movimento da Matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso. 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2001. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/61%20Leticia%20Costa.pdf>>, acesso em 7 de janeiro de 2019.

SOARES, M.B. O livro didático e a escolarização da leitura. Entrevista, 2002. Disponível em: <<http://entrevistasbrasil.blogspot.com/2008/10/magda-soares-o-livro-diditico-e.html>> , aceso em 13 de janeiro de 2019.

THOMAZ, Dilson. **Do livro didático ao aluno: transposição**

Didática na aula de matemática do ensino médio diurno e noturno. Cuiabá – MT 2013.

TOLEDO, Maria Aparecida. **Um estudo de um modelo para solução de problemas matemáticos.** Disponível em: <http://issonaoeproblemaseu.blogspot.com.br/2010/08/um-estudo-de-um-modelopara-solucao-de.html>>. Acesso em: 18 de nov. de 2013.

VALENTE, W. R. Quem somos nós, professores de matemática? Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008. Disponível em << <http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v28n74/v28n74a02.pdf>>> , acesso em 04 de janeiro de 19.

VILLELA, Lucia Maria Aversa **GRUEMA: uma contribuição para a história da Educação Matemática no Brasil.** 2009. 223f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em :<< <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/161992?show=full> >>, acesso em 23 de outubro de 2018.
