

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL-PROFMAT

Gilciane de Quevedo Flôres

**ESTATÍSTICA: UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA NO ENSINO
MÉDIO**

Santa Maria, RS
2019

Gilciane de Quevedo Flôres

ESTATÍSTICA: UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Matemática**.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Fusieger

Santa Maria, RS
2019

Flôres, Gilciane de Quevedo
Estatística: Um abordagem diferenciada no Ensino Médio
/ Gilciane de Quevedo Flôres.- 2019.
65 p.; 30 cm

Orientador: Pedro Fusieger
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de
Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, RS, 2019


1. Estatística 2. Ensino Médio 3. Sequência Didática
I. Fusieger, Pedro II. Título.

Gilciane de Quevedo Flôres

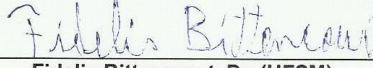
ESTATÍSTICA: UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Matemática**.

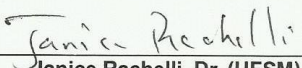
Aprovado em 25 de março de 2019:



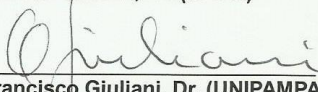
Pedro Fusieger, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)



Fidelis Bittencourt, Dr. (UFSM)



Janice Rachelli, Dr. (UFSM)



Osmar Francisco Giuliani, Dr. (UNIPAMPA)

Santa Maria, RS
2019

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos estudantes que fazem parte da minha vida, inspiração de todas as minhas buscas por conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço infinitamente a Deus, por me dar força sempre que não me senti capaz de ir adiante.

A minha família, por todo apoio e incentivo para que eu continuasse sempre buscando meus objetivos.

A todos os professores que fizeram parte de minha trajetória até aqui, destacando os professores do PROFMAT da UFSM, por todos os ensinamentos. Em especial, agradeço ao meu orientador, professor Dr. Pedro Fusieger, pela oportunidade de ser sua orientanda, e por toda ajuda que permitiu a realização desta dissertação.

Aos meus colegas e amigos, agradeço carinhosamente, por todos os momentos de aprendizagem compartilhados.

RESUMO

ESTATÍSTICA: UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA NO ENSINO MÉDIO

AUTORA: Gilciane de Quevedo Flôres

ORIENTADOR: Pedro Fusieger

Este trabalho tem como objetivo a elaboração, a aplicação e a validação de uma sequência didática que contribua para o ensino e aprendizagem do conteúdo de Estatística no Ensino Médio, recorrendo à Engenharia Didática como metodologia. Inicialmente foi realizada uma pesquisa sobre a normatização e as orientações curriculares para o ensino da Estatística na Educação Básica. Na sequência, foram apresentadas as principais definições para o estudo de Estatística no Ensino Médio, bem como alguns exemplos para ilustrar tais definições. Em seguida, discorre-se sobre a Engenharia Didática como metodologia norteadora da sequência didática, cujo objetivo foi que os estudantes realizassem pesquisas dentro e fora da escola, aplicando o conhecimento adquirido sobre Estatística para simplificar e analisar os dados coletados nas pesquisas. Por fim, é apresentada uma avaliação, observando-se os objetivos que foram atingidos e os aspectos que precisam ser melhorados na proposta.

Palavras-chave: Estatística. Sequência Didática. Ensino Médio.

ABSTRACT

STATISTICS: A DIFFERENTIATED APPROACH IN HIGH SCHOOL

AUTHOR: Gilciane de Quevedo Flôres

ADVISOR: Pedro Fusieger

The objectives of this work are the elaboration, application and validation of a didactic sequence. This sequence can be contribute to the teaching and learning of the content of Statistics in High School. Didactic Engineering were used as a methodology. Initially, a study was carried out on standardization and curricular guidelines for the teaching of Statistics in Basic Education. Following, the main definitions for the study of Statistics in High School were presented, as well as some examples to illustrate such definitions. Afterwards, it is discussed the Didactic Engineering as a guiding methodology of the didactic sequence. Consequently, the goal was to carry out research inside and outside the school, applying the knowledge acquired on Statistics to simplify and analyze the data collected by the student researches. As a conclusion, an evaluation is presented, recording the objectives that have been achieved and the aspects that need to be improve in the proposal.

Keywords: Statistic. Didactic Sequence. High school.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de quadro utilizado para organizar dados estatísticos.....	19
Figura 2 – Exemplo de gráfico de linhas.	22
Figura 3 – Exemplo de gráfico de barras verticais.	23
Figura 4 – Exemplo de gráfico de barras horizontais.	24
Figura 5 – Exemplo de gráfico de setores.	25
Figura 6 – Exemplo de histograma.....	26
Figura 7 – Resposta dos estudantes A, B e C.....	39
Figura 8 – Resultados obtidos pelo grupo D	43
Figura 9 – Resultados obtidos pelo grupo C	45
Figura 10 – Histograma feito pelo grupo C.....	46
Figura 11 – Gráfico Grupo A	48
Figura 12 – Cálculos de medidas de tendência central e dispersão (Grupo B).....	49
Figura 13 – Parte do texto produzido pelo grupo C	50
Figura 14 – Slide da apresentação do grupo C	51

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
NCR	Núcleo Comunitário Rural
PCNEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	BASE PEDAGÓGICA	12
3	DEFINIÇÕES	15
3.1	ESTATÍSTICA.....	15
3.2	POPULAÇÃO	15
3.3	AMOSTRA.....	16
3.4	VARIÁVEL	16
3.5	CLASSES (OU INTERVALOS) DE VALORES	18
3.6	FREQUÊNCIAS.....	18
3.7	TABELAS ESTATÍSTICAS	18
3.8	TABELA DE FREQUÊNCIAS	19
3.9	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA.....	21
3.10	MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	26
4	A ENGENHARIA DIDÁTICA	36
5	PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE ENSINO CONFORME A ENGENHARIA DIDÁTICA	38
5.1	CARACTERÍSTICAS DA TURMA E ANÁLISE PRÉVIA.....	38
5.2	A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A ANÁLISE A PRIORI.....	39
5.3	EXPERIMENTAÇÃO, ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO.....	42
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
	REFERÊNCIAS	56
	APÊNDICES	57
	ANEXOS	60

1 INTRODUÇÃO

Nas aulas de Matemática, na Educação Básica, não raro ocorrem situações em que, inicialmente, os estudantes afirmam que aprenderam o conteúdo, julgando-o até mesmo fácil, mas ao fazerem as atividades, principalmente durante as provas, não sabem por onde começar. Isso acontece porque entender exemplos e exercícios resolvidos é bem diferente de aprender. Fala-se muito que os estudantes não sabem interpretar os enunciados dos exercícios, mas muitas vezes o que não está claro para eles é o próprio conteúdo, seus conceitos, suas definições e principalmente sua aplicabilidade.

A falsa sensação de que o estudante aprendeu a matéria causa-lhe uma futura decepção, fortalecendo a ideia de que Matemática é extremamente difícil. Pensando na real aprendizagem do estudante, buscou-se abordar o conteúdo de Estatística de maneira diferenciada, com o intuito de tornar os estudantes capazes de utilizar os conteúdos não apenas em sala de aula, mas também no seu dia a dia.

A escolha do tema deu-se pela observação de que a Estatística está muito presente na atualidade, através dos mais variados meios de comunicação, que apresentam diariamente resultados obtidos estatisticamente. É essencial, portanto, desenvolver a habilidade de interpretar adequadamente as informações expostas por tais meios. Além disso, questões envolvendo conteúdos de Estatística são encontradas em diversos processos avaliativos e seletivos, como, por exemplo, o Exame Nacional de Ensino Médio (Enem), sendo pré-requisito para o sucesso acadêmico das pessoas que o realizam. Também é possível encontrar Estatística na grade curricular de vários cursos de graduação, não só na área de exatas, mas também nos áreas de humanas e da saúde, por exemplo.

Considerando-se as diferentes possibilidades de aplicabilidade que a Estatística oferece, não é pertinente trabalhá-la no Ensino Médio de forma superficial e descontextualizada. Desse modo, esta dissertação tem como objetivo geral elaborar, aplicar e avaliar, segundo os preceitos da Engenharia Didática, uma sequência didática sobre os conteúdos de Estatística trabalhados no Ensino Médio, visando a aprendizagem através de atividades práticas, como realização de pesquisas.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- i) apresentar as principais definições pertinentes para o estudo de estatística, indispensáveis para realização deste trabalho;
- ii) propor aos estudantes atividades práticas em que possam aplicar os conteúdos de Estatística;
- iii) desenvolver nos estudantes a habilidade de organizar, interpretar e representar de diferentes formas dados coletados em pesquisas;
- iv) utilizar temas que atraiam a atenção dos estudantes e que façam parte do seu cotidiano;
- v) avaliar a eficácia do método utilizado.

Esta dissertação está estruturada em seis capítulos, sendo o primeiro capítulo a introdução. O segundo capítulo contém a fundamentação pedagógica e informações sobre a normatização curricular do ensino de Estatística nos níveis fundamental e médio. No terceiro capítulo estão as principais definições que a Estatística engloba, trazendo detalhes sobre construções de tabelas e gráficos, além de exemplificações. No quarto capítulo consta a metodologia utilizada, que é a Engenharia Didática. No quinto capítulo é feita a descrição da sequência didática elaborada, através da qual busca-se atingir os objetivos específicos ii), iii) e iv) citados acima. Na sequência do mesmo capítulo, são apresentados os relatos da aplicação e da avaliação do trabalho desenvolvido. O quinto capítulo refere-se às considerações finais.

2 BASE PEDAGÓGICA

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que visa normatizar a aprendizagem dos estudantes ao longo das diferentes etapas e modalidades da Educação Básica, apresentando uma sequência aconselhável para o andamento dos conteúdos (BRASIL, 2018). Na BNCC são apresentados objetivos a serem alcançados na Educação Infantil e aprofundados no Ensino Fundamental, com o intuito de facilitar essa transição.

Entre os objetivos relativos à Educação Infantil, consta no documento: “Identificar e registrar quantidades por meio de diferentes formas de representação (contagens, desenhos, símbolos, escrita de números, organização de gráficos básicos etc.)” (BRASIL, 2018, p. 55). Tal objetivo de aprendizagem notavelmente contribui para a introdução do ensino de Estatística.

No que se refere à etapa do Ensino Fundamental, conforme a BNCC, a Matemática está dividida em quatro campos: Aritmética, Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidade. Os objetos de conhecimento, dentro de sua unidade temática, bem como as habilidades a serem desenvolvidas, estão organizadas de acordo com as séries. Os estudos de Probabilidade e Estatística se dão logo no 1º ano, com a “noção de acaso, leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples, coleta e organização de informações e, registros pessoais para comunicação de informações coletadas” (BRASIL, 2018, p. 280), evoluindo ao longo de todos os demais anos do Ensino Fundamental.

Da mesma forma como ocorre nos Anos Iniciais, de acordo com a BNCC, durante todos os anos do Ensino Fundamental deve haver um avanço no estudo de Probabilidade e Estatística, passando pela análise e construção de diferentes tipos de gráficos, cálculo de medidas de tendência central e de dispersão, coleta, análise e organização de dados, tendo o estudante ao final do 9º ano um significativo conhecimento de Estatística, sendo capaz de aplicá-lo em diferentes situações cotidianas.

No que diz respeito ao Ensino Médio, a BNCC tem como objetivo que as aprendizagens desenvolvidas no Ensino Fundamental sejam consolidadas, ampliadas e aprofundadas, “a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à

realidade” (BRASIL, 2018, p. 527). O estudo de Estatística é essencial para o desenvolvimento das habilidades requeridas nesse nível, quais sejam:

Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas. Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos. Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão). (BRASIL, 2018, p. 546).

Além dos objetivos estipulados pela BNCC, vale citar também as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM), material que visa a contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente. Assim como a BNCC, tal documento divide os conteúdos básicos em blocos, propondo articulação entre eles.

Ao fazer uma comparação entre PCNEM e BNCC, nota-se que não há divergências significativas quanto ao conteúdo de Estatística a ser trabalhado. Nesse sentido, o PCNEM, que é um material bem anterior à BNCC, sugere que “durante o ensino médio, os alunos devem aprimorar as habilidades adquiridas no ensino fundamental no que se refere à coleta, à organização e à representação de dados.” (BRASIL, 2006, p. 78). Dessa forma, considera-se que o estudo da Estatística deve ter início ainda no Ensino Fundamental, revendo e aprofundando os conteúdos no Ensino Médio.

Além disso, o PCNEM faz referência ao estudo dos gráficos, e destaca a “necessidade de se intensificar a compreensão sobre as medidas de posição (média, moda e mediana) e as medidas de dispersão (desvio médio, variância e desvio padrão), abordadas de forma mais intuitiva no ensino fundamental” (BRASIL, 2006, p. 79).

O PCNEM, assim como a BNCC, defende que os estudantes, além de saber calcular valores, devem saber interpretá-los, como consta no seguinte trecho do documento: “[...] os estudantes precisam ser capazes de explicar como o ponto médio é influenciado por valores extremos num intervalo de dados, e o que acontece com o ponto médio e a mediana em relação a esses valores” (BRASIL, 2006, p. 79).

Outro material ofertado aos professores, com o intuito de favorecer a formação continuada através de discussões sobre a prática docente, é o desenvolvido pelo Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio, ou simplesmente Pacto, como ficou mais conhecido. O material do Pacto enfatiza a formação integral do estudante, e quando se refere ao ensino de Estatística, diz que “a importância do estudo de estatística no Ensino Médio reside muito mais em favorecer a leitura adequada e crítica de informações do que a simples construção de tabelas e gráficos” (BRASIL, 2014, p.31).

Por vezes os professores se limitam à meta de vencer os conteúdos preestabelecidos antes do começo do ano letivo, sem ao menos conhecer as individualidades dos estudantes com quem irão trabalhar, deixando de lado o que realmente interessa: que o estudante compreenda o significado do que estuda.

3 DEFINIÇÕES

Estruturar uma sequência coerente e clara das definições do conteúdo de Estatística é essencial para sanar as incertezas que surgem entre os estudantes do Ensino Médio. Dessa forma, espera-se que a compreensão do conteúdo bem sucedida, para que após ser colocado em prática, haja uma real aprendizagem.

3.1 ESTATÍSTICA

Conforme Triola (2017, p. 4), “Estatística é a ciência do planejamento de estudos e experimentos, da obtenção de dados e, em seguida, de sua organização, resumo, apresentação, análise e interpretação e, então, estabelecimento de conclusões com base nesses dados”.

A fim de exemplificar as definições que seguem, considere-se o Exemplo 1 e o Exemplo 2 abaixo, observando que os dados apresentados são todos fictícios:

Exemplo 1: Vinte pessoas foram entrevistadas para ser avaliada a preferência pela marca A, B ou C de determinado produto. Oito pessoas disseram ter preferência pela marca A, cinco pessoas pela marca B e sete pessoas pela marca C.

Exemplo 2: Um criador de coelhos decidiu obter, em quilogramas, a massa de cada um de seus coelhos. Para isso ele utilizou uma balança e uma folha, onde anotou os seguintes resultados: 2,18 kg; 3,15 kg; 2,9 kg; 5,64 kg; 4,82 kg; 8,9 kg; 4,24 kg; 6,73 kg; 1,07 kg; 2,42 kg; 3,04 kg; 5,33 kg; 7,01 kg; 6 kg; 5,12 kg; 3,78 kg; 4,98 kg; 4,61 kg; 3,92 kg; 5 kg; 7,22 kg; 7,73 kg; 2,59 kg; 1,99 kg; 5,23 kg; 3,08 kg; 2,81 kg; 3,6 kg.

3.2 POPULAÇÃO

Para Costa (2015, p. 2), “População é o conjunto de elementos portadores de pelo menos uma característica comum de interesse para ser estudado estatisticamente”.

No Exemplo 1, a população é o conjunto de todas as pessoas que utilizam o produto em questão, sendo a característica em comum o fato de utilizarem tal

produto. Já no Exemplo 2 a população é formada pelos vinte e oito coelhos do criador, e a característica de interesse é a massa dos coelhos.

3.3 AMOSTRA

Conforme Costa (2015, p. 2), amostra “É um subconjunto finito da população, selecionado adequadamente para representá-la”. A amostra pode ser um conjunto menor ou igual à população.

Há casos em que se faz pertinente a análise da amplitude da amostra, “que é a diferença entre o maior e o menor elemento da amostra” (PAIVA, 2009, p. 13).

A escolha da amostra deve ser feita de maneira que os resultados representem a toda população, para isso existem alguns critérios para a definição da amostra, que pode ser probabilística, ou não probabilística. Em alguns casos a amostra é escolhida de forma aleatória, em outros por sorteio, ou ainda pela subdivisão da população em subgrupos denominados estratos.

Existem ainda métodos, que não serão explorados neste trabalho, que permitem determinar a margem de erro referente as características obtidas para uma população, por meio de uma amostra selecionada.

No Exemplo 1, a amostra é o subconjunto da população utilizado para a realização da pesquisa, ou seja, as vinte pessoas entrevistadas.

A amostra do Exemplo 2 é igual à população, ou seja, todos os coelhos pesados. A amplitude dessa amostra é a diferença entre o maior e o menor valor obtido para a massa dos coelhos, ou seja: $8,9 - 1,07 = 7,83$.

3.4 VARIÁVEL

A variável “É uma característica de interesse que associamos à população para ser estudada estatisticamente” (COSTA, 2015, p. 11).

De acordo com Dante (2017, p. 33), as variáveis podem ser classificadas como variáveis quantitativas ou variáveis qualitativas. As variáveis quantitativas subdividem-se em variáveis quantitativas discretas e variáveis quantitativas contínuas. Já as variáveis qualitativas subdividem-se em variáveis qualitativas nominais e variáveis qualitativas ordinais.

3.4.1 Variáveis quantitativas

Variáveis quantitativas “São aquelas em que as possíveis realizações são valores numéricos” (COSTA, 2015, p. 12).

Variáveis quantitativas discretas “São aquelas que resultam de contagens. Só podem assumir valores inteiros” (COSTA, 2015, p. 12). São exemplos de variáveis quantitativas discretas: número de estudantes que gostam de uma determinada matéria, número de animais de estimação de um prédio, quantidade de assinantes de uma revista.

Variáveis quantitativas contínuas “São aquelas que resultam de medição. Não são necessariamente inteiras, dependem da precisão adotada e do instrumento de medida” (COSTA, 2015, p. 13). Assim, a altitude de um avião, a distância entre duas cidades, a altura das pessoas de um grupo, o peso dos coelhos do exemplo 2 são exemplos de variáveis quantitativas contínuas.

3.4.2 Variáveis qualitativas

As variáveis qualitativas “Apresentam como possíveis resultados uma qualidade (ou atributo) do elemento pesquisado” (COSTA, 2015, p. 11).

Variáveis qualitativas ordinais são identificadas quando “Existe certa ordem ou hierarquia entre as realizações de cada variável” (COSTA, 2015, p. 12).

Pode-se tomar como exemplos de variáveis qualitativas ordinais o grau de escolaridade de uma pessoa, a qualidade de um produto (ruim, regular, bom, ótimo), etc.

Há variáveis qualitativas nominais quando “Não existe nenhuma ordenação possível nas realizações das categorias” (COSTA, 2015, p. 12). No exemplo 1 a variável analisada é a marca do produto, que pode assumir os valores marca A, marca B ou marca C. Por não assumir valores numéricos, a variável é qualitativa, e como não se pode estabelecer uma ordem natural em seus valores, trata-se de uma variável qualitativa nominal. Outros exemplos de variáveis qualitativas nominais são a cor dos olhos de uma pessoa, a profissão de alguém, etc.

3.5 CLASSES (OU INTERVALOS) DE VALORES

Classes “são intervalos reais usados para agrupar os valores de uma variável quantitativa, quando estes são demasiadamente diversificados, não havendo praticamente repetição de valores” (IEZZI, et al; 2016, p.120).

No caso do Exemplo 2, podemos organizar as massas dos coelhos em classes, sendo uma alternativa agrupar os valores nos seguintes intervalos: $[1, 3[$, $[3, 5[$, $[5, 7[$ e $[7, 9[$.

3.6 FREQUÊNCIAS

“O número de vezes que um valor da variável é citado representa a frequência absoluta daquele valor” (DANTE, 2017, p. 34). Segundo Costa (2015, p. 74), “[...] embora esses dados traduzam um resultado exato e fiel, não têm a virtude de ressaltar de imediato suas comparações numéricas”.

Frequência relativa, por sua vez, “é o quociente obtido pela divisão da frequência absoluta dessa classe pelo total de dados da tabela de frequências” (ROCHA, 2015, p. 22). Para Costa (2015, p. 75), as frequências relativas “têm por finalidade realçar ou facilitar as comparações entre quantidades”.

Para exemplificar, recorre-se ao Exemplo 1: supondo que a marca A tenha sido eleita como preferida por oito consumidores, a partir de um total de vinte entrevistados, 8 é a frequência absoluta para o valor marca A, considerando a variável marca do produto. A frequência relativa desse mesmo valor é, por sua vez, dada pelo quociente $\frac{8}{20}$, podendo ser representada na forma decimal 0,4, ou ainda pela porcentagem de 40%.

3.7 TABELAS ESTATÍSTICAS

A utilização de tabelas ou quadros para representar dados obtidos em pesquisas e observações permite que informações relevantes sejam observadas com mais facilidade, podendo ser feitas comparações entre os valores, além de simplificar o trabalho de construção de gráficos.

As tabelas utilizadas para organizar dados estatísticos possuem algumas características. Vejamos a descrição feita por Rocha (2015, p. 14):

Após o levantamento e análise dos dados oriundos de uma pesquisa, os dados numéricos são colocados em tabelas (ou quadros), as quais devem ser compostas de:

Cabeçalho: Corresponde ao título, o qual deve explicar o conteúdo de cada linha da tabela. [...]

Corpo: É formado por linhas e colunas nas quais são colocados os dados apurados na pesquisa. O cruzamento de uma linha com uma coluna é chamado de casa ou célula. [...]

Rodapé: É o espaço localizado no final da tabela, onde é colocada a indicação da fonte (responsável pelos dados apresentados na tabela). Também podem ser acrescentadas as notas de natureza informativa, quando as casas, linhas e colunas exigirem maiores esclarecimentos.

Utilizando os dados disponíveis no exemplo 1, foi possível produzir o quadro da Figura 1 abaixo:

Figura 1 – Exemplo de quadro utilizado para organizar dados estatísticos

Preferencia dos consumidores com relação à marca do produto	
Marca do produto	Número de consumidores
Marca A	8
Marca B	5
Marca C	7

Fonte: pesquisa

Fonte: a autora

3.8 TABELA DE FREQUÊNCIAS

Os dados coletados referentes a uma determinada variável são dispostos nas tabelas, informando o número de vezes que cada valor da variável se repete. Assim, “[...] a tabela que mostra a variável e suas realizações (valores), com as frequências absoluta (FA) e relativa (FR), é chamada tabela de frequências.” (DANTE, 2017, p. 34).

A distribuição das frequências dos valores de uma variável em estudo pode ser feita de duas formas. Uma é através da distribuição das frequências simples, em que todos os valores obtidos para a variável estão explícitos na tabela. No entanto, há casos em que a variável apresenta muitos valores distintos, sendo melhor compreendida quando a distribuição de frequências é feita com classes representadas por intervalos reais.

Deve-se decidir o número de classes a serem utilizadas em uma distribuição levando em consideração a amplitude da amostra. É necessário ter certo cuidado para não haver distorção dos dados, como orientam Morettin e Bussab (2017, p. 16): “[...] com um pequeno número de classes, perde-se informação, e com um número grande de classes, o objetivo de resumir os dados fica prejudicado”.

Segundo Triola (2017, p. 43), depois de fixadas as classes, cada uma delas possui limite inferior e superior, indicados pelo menor e maior número da classe respectivamente. A diferença entre o limite superior e inferior de uma classe resulta na amplitude da classe. Há ainda o ponto médio de cada classe, que corresponde aos valores no centro da classe.

Os extremos das classes podem ser identificados observando o símbolo entre eles, que podem ser os seguintes:

- ⊢: inclui a esquerda e exclui a direita
- ⊣: exclui a esquerda e inclui a direita

Com os dados do Exemplo 1, pode-se construir uma tabela de distribuição de frequências simples (Tabela 1):

Tabela 1 – Exemplo de tabela de frequências referente ao Exemplo 1

Marca Preferida Pelos Consumidores do Produto		
Preferência	Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)
Marca A	8	40%
Marca B	5	25%
Marca C	7	35%
Total	20	100%

Pode-se também criar uma tabela de frequências organizando os dados do Exemplo 2, mas, por se tratar de muitos valores diferentes, a distribuição de frequências é feita em classes (Tabela 2):

Tabela 2 – Exemplo de tabela de frequências referente ao Exemplo 2

Massa dos Coelhos (em kg)		
Massa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)
1 – 3	7	25%
3 – 5	10	35,71%
5 – 7	7	25%
7 – 9	4	14,29%

Fonte: a autora

3.9 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

A representação gráfica é uma forma de apresentar resultados obtidos por meio de estudos, observações e pesquisas. Os tipos de gráficos mais usados são os gráficos de linhas (Figura 2), os gráficos de barras (Figura 3 e Figura 4), os gráficos de setores (Figura 5) e os histogramas (Figura 6).

Entre as finalidades da utilização de gráficos como um recurso na Estatística, destacam-se as seguintes, conforme Costa (2015, p. 83): “Apresentar os dados de modo agradável e claro; poupar tempo e esforço na análise; dispor os dados de modo a focalizar as comparações num relance; tornar claros os fatos que possam ser objetos de confusão”.

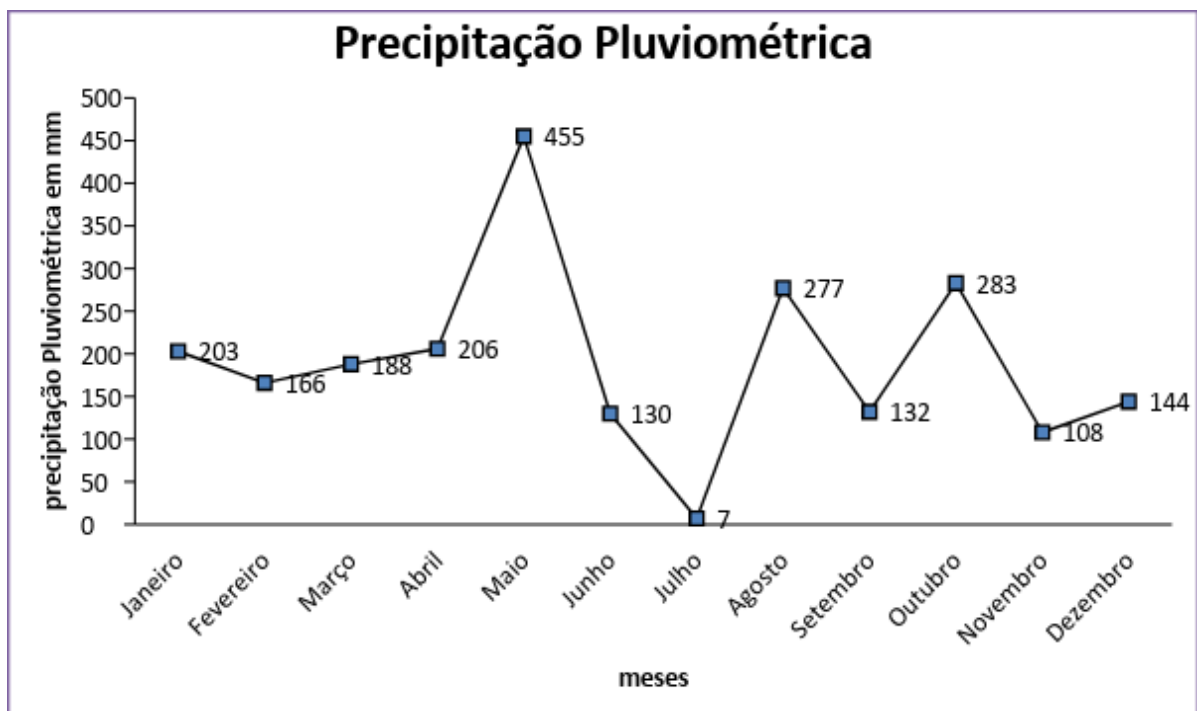
A seguir, serão apresentadas as definições de gráficos de linha, de barras, de setores e histogramas, observando-se alguns detalhes quanto às suas construções. Os exemplos que os acompanham, baseados em dados coletados pela autora, são referentes aos volumes de chuva registrados mensalmente no Núcleo Comunitário Rural Figueira, localizado no município de Quevedos/RS, durante o ano de 2017. A variável precipitação pluviométrica é classificada como quantitativa contínua.

3.4.3 Gráfico de linhas

Gráfico de linhas ou gráfico de segmentos, segundo Costa (2015, p. 84), “É a representação das informações por meio de uma linha. Para a construção de um gráfico de linhas, usam-se dois eixos perpendiculares: um representará, em ordem crescente, a frequência (absoluta ou relativa) e o outro representará a variável em estudo. Esclarece Paiva (2009, p. 10): “Marcamos os pontos determinados pelos pares ordenados (classe, frequência) e os ligamos por segmentos de reta”. Conforme Dante (2017, p. 40), “A posição de cada segmento indica crescimento, decréscimo ou estabilidade, já a inclinação do segmento sinaliza a intensidade do crescimento ou do decréscimo”.

Na Figura 2, há um exemplo de gráfico de linhas, onde é possível observar o aumento ou a diminuição, em milímetros, do volume de chuvas entre os meses.

Figura 2 – Exemplo de gráfico de linhas.



Fonte: a autora

3.4.4 Gráfico de barras

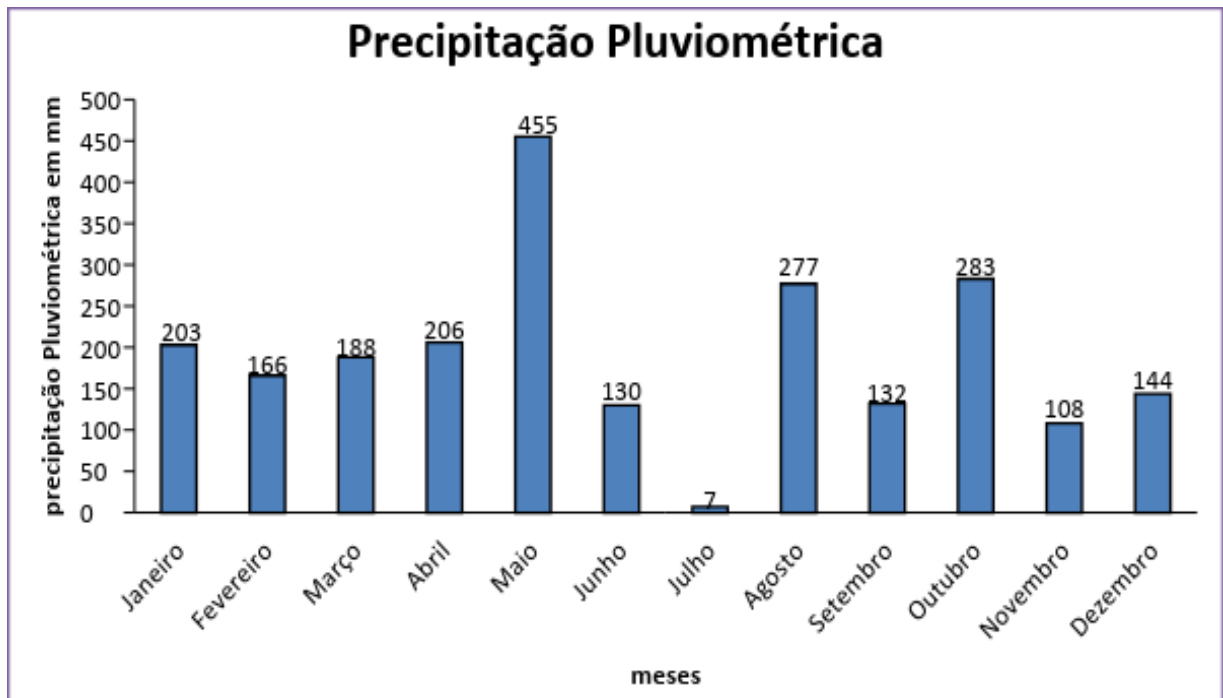
Como o próprio nome diz, esse tipo de gráfico utiliza barras para representar as frequências dos valores das variáveis, ou seja,

O gráfico em barras consiste em construir retângulos ou barras, em que uma das dimensões é proporcional à magnitude a ser representada (n_i ou f_i) [frequência absoluta ou frequência relativa], sendo a outra arbitrária, porém igual para todas as barras. Essas barras são dispostas paralelamente umas às outras, horizontal ou verticalmente. (MORETTIN; BUSSAB, 2017, p. 18).

Além disso, entende-se que: “As barras podem, ou não, ser separadas por um pequeno espaço” (TRIOLA, 2017, p. 62).

O gráfico abaixo (Figura 3) é um exemplo de gráficos de barras verticais, também conhecido como gráficos de colunas.

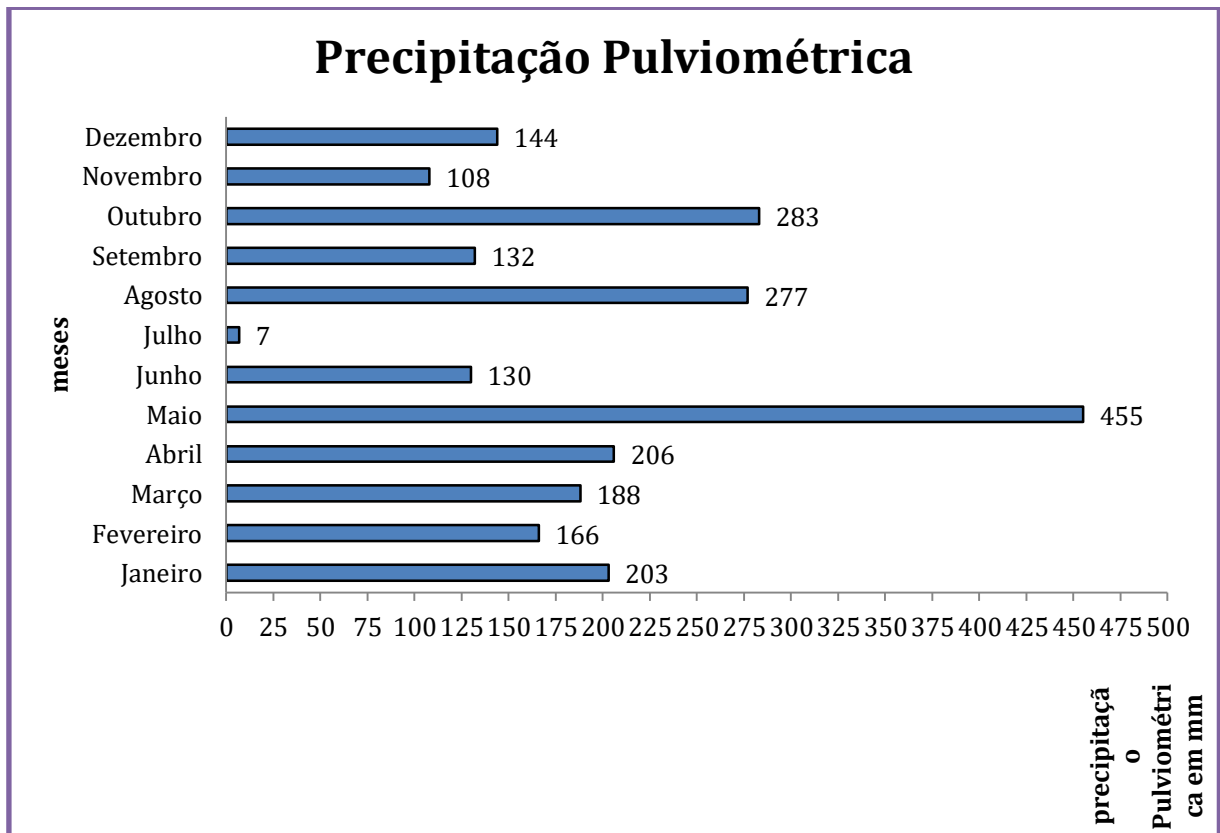
Figura 3 – Exemplo de gráfico de barras verticais.



Fonte: a autora

O gráfico da Figura 4 é também um exemplo de gráfico de barras, mas, neste caso, com barras horizontais.

Figura 4 – Exemplo de gráfico de barras horizontais.



Fonte: a autora

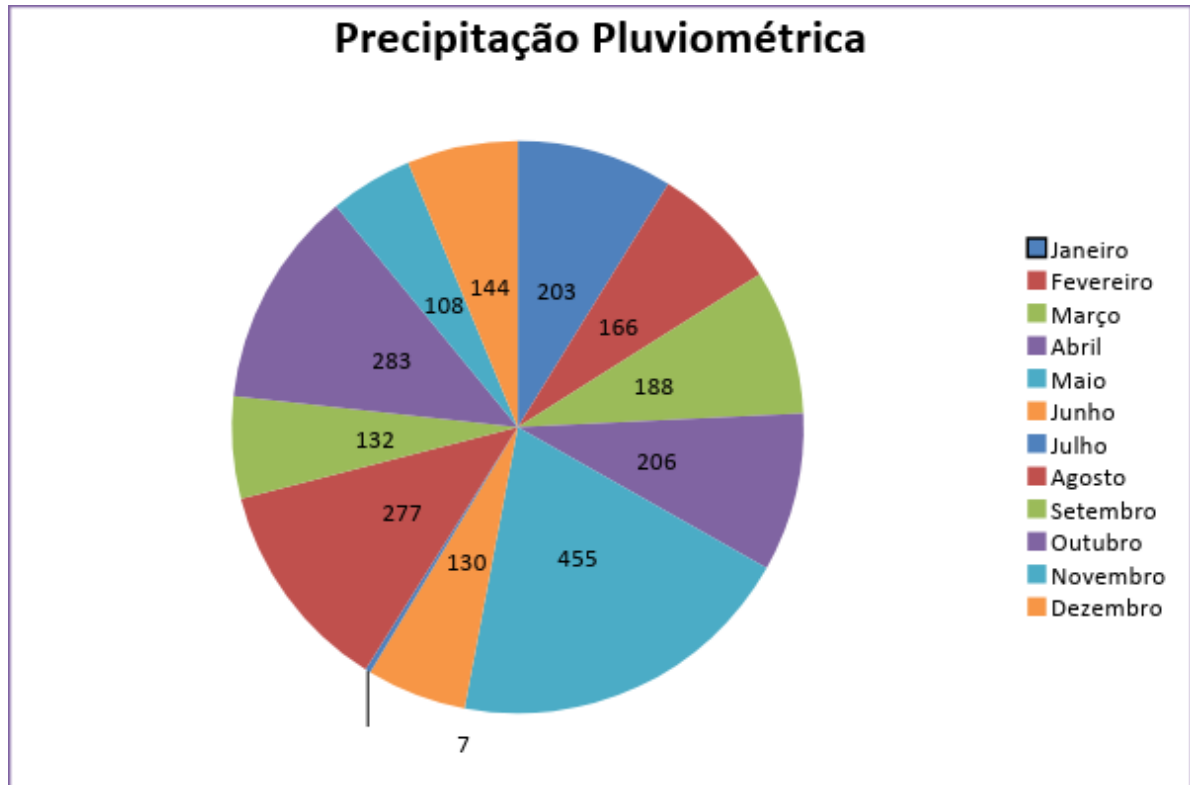
Nos dois gráficos anteriores (Figura 3 e Figura 4) foram utilizadas as frequências absolutas, no entanto, poderia ter sido feito o uso das frequências relativas.

3.4.5 Gráfico de setores

Conforme Triola (2017, p. 63), “Um gráfico de setores (ou gráfico de pizza) é um gráfico que retrata dados categóricos como setores de um círculo, no qual cada setor é proporcional à contagem de frequência para a categoria”.

Na Figura 5 está apresentado um exemplo de gráfico de setores no qual é possível observar a precipitação pluviométrica, em milímetros, relativa a cada mês do ano. Esse gráfico permite verificar a parcela de chuva que cada mês representa em relação às chuvas do ano todo.

Figura 5 – Exemplo de gráfico de setores.



Fonte: autora

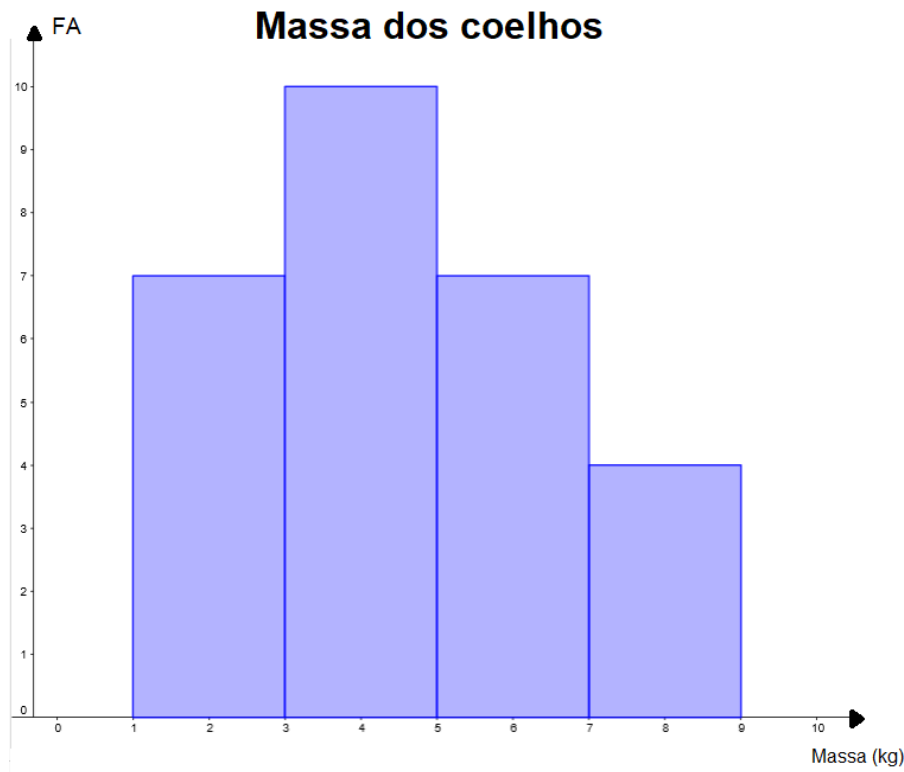
3.4.6 Histograma

Para Dante (2017, p. 45), “Quando uma variável tem seus valores indicados por classes (intervalos), é comum o uso desse tipo de gráfico conhecido por histograma”. Assim, os histogramas permitem explicitar as classes em seu eixo horizontal, de modo que:

Um **histograma** é um gráfico que consiste em barras de mesma largura e desenhadas adjacentes umas às outras (a menos que haja lacunas nos dados). A escala horizontal representa classes de valores de dados quantitativos e a escala vertical representa frequências. As alturas das barras correspondem aos valores das frequências. (TRIOLA, 2017, p.52, grifo do autor)

Na Figura 6 está apresentado um exemplo de histograma, no qual foram utilizados os valores do Exemplo 2. Os valores estão agrupados em quatro classes, cada uma com amplitude 2.

Figura 6 – Exemplo de histograma



Fonte: a autora

É preciso tomar certo cuidado na escolha do tipo de gráfico a ser usado em cada situação, pois, de acordo com suas características, alguns tipos permitem uma melhor compressão, dependendo da variável em estudo. Segundo Lima et al. (2013, p. 168), “[...] gráficos de setores são bons para mostrar a fração do total correspondente a cada categoria. Já os gráficos de barras permitem facilmente comparar a frequência das diversas categorias”. O gráfico de linhas, de acordo com Dante (2017, p. 40), “são utilizados principalmente para mostrar a evolução das frequências dos valores de uma variável durante certo período”. Ainda: “Quando uma variável tem seus valores indicados por classes (intervalos), é comum o uso de um tipo de gráfico conhecido por histograma”. (DANTE, 2017, p. 45).

3.10 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Na apresentação do resultado de uma pesquisa, por vezes é adequado resumir-lo em poucos números que caracterizam as variáveis em estudo, recorrendo

às medidas de tendência central. Com isso, faz-se necessário o estudo da média aritmética, da mediana e da moda.

Considere-se os exemplos 1 e 2, descritos anteriormente, e os exemplos 3 e 4, enunciados abaixo, para exemplificar as medidas de tendência central:

Exemplo 3: Em uma tarde agradável, um avô de oitenta anos levou seus quatro netos para passear. Seus netos têm as respectivas idades: cinco anos, seis anos, seis anos e sete anos.

Exemplo 4: Um grupo de cinco colegas se reuniu para realizar um trabalho. Dois desses colegas têm vinte anos, outros dois têm vinte e um anos e o mais velho tem vinte e dois anos.

3.4.7 Média aritmética

A média aritmética é a mais usada entre as medidas de tendência central. Triola (2017, p. 79) explica que “a média aritmética, ou simplesmente média, de um conjunto de valores é a medida de centro encontrada pela adição dos valores e divisão do total pelo número de valores.”

Assim, usando \bar{x} para denotar média aritmética, e sendo $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, os n valores, o cálculo da média aritmética é dado por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Triola (2017) observa algumas propriedades da média aritmética: uma delas é que a média tende a ter uma menor variação, em comparação com outras medidas de centro, quando as amostras são retiradas de uma mesma população. Outra propriedade da média é que todos os valores dos dados são levados em consideração. Ainda cita uma desvantagem, que é o fato de não ser uma medida resistente de centro, ou seja, a média pode ser consideravelmente afetada quando apresenta um ou mais valores extremos, atípicos em relação aos demais valores.

Morettin e Bussab (2017, p. 40) explicam que “se tivermos n observações da variável X , das quais n_1 são iguais a x_1 , n_2 são iguais a x_2 etc., n_k iguais a x_k , então a média de X pode ser escrita:”

$$\bar{x} = \frac{n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + \dots + n_k x_k}{n}$$

Essa forma de calcular a média é conhecida como média aritmética ponderada, em outras palavras, calcula-se a média fazendo o produto entre cada valor que a variável pode assumir e sua respectiva frequência absoluta. Na sequência, divide-se a soma desses produtos pelo número total de observações ($n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$).

Nos casos em que os valores das variáveis são representados por intervalos, para calcular a média aritmética, de acordo com Paiva (2009), deve-se tomar o ponto médio x_M de cada classe [intervalo], atribuindo a cada um o peso igual à respectiva frequência da classe e, por fim, calcular a média aritmética ponderada entre os valores x_M .

Lima et al. (2013, p. 177) ressaltam que “a média aritmética é uma medida de tendência central que se aplica somente a variáveis numéricas [variáveis quantitativas]”, não sendo possível o cálculo de média aritmética para variáveis qualitativas.

A seguir, veem-se alguns exemplos do uso da média aritmética:

No Exemplo 1, em que a variável é qualitativa, a média aritmética não se aplica.

No Exemplo 2, em que a variável é quantitativa, é possível calcular a média aritmética. Nesse caso, há duas formas de calcular a média: considerando os dados agrupados em classe ou não. Para os dados não agrupados, deve-se somar a massa de todos os coelhos e dividir por 28, que é o número total de coelhos.

Soma da massa dos coelhos:

$$2,18 + 3,15 + 2,9 + 5,64 + 4,82 + 8,9 + 4,24 + 6,73 + 1,07 + 2,42 + 3,04 + 5,33 + 7,01 + 6 + 5,12 + 3,78 + 4,98 + 4,61 + 3,92 + 5 + 7,22 + 7,73 + 2,59 + 1,99 + 5,23 + 3,08 + 2,81 + 3,6 = 125,09.$$

Assim, a média aritmética das massas dos coelhos é:

$$\bar{x} = \frac{125,09}{28} \cong 4,47 \text{ kg}$$

Se for preferível usar os dados agrupados, podemos considerar os intervalos já sugeridos para essa situação, onde o ponto médio da primeira classe é 2, da segunda classe é 4, da terceira classe é 6 e da quarta e última classe é 8. Essas classes possuem 7; 10; 7; e 4 como suas respectivas frequências absolutas.

Deste modo, a média aritmética ponderada das massas dos coelhos dada por:

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 4 \cdot 8}{7 + 10 + 7 + 4} = \frac{125,09}{28} \cong 4,57 \text{ kg}$$

Comparando as duas formas de calcular a média, obtém-se valores bem próximos.

Para o Exemplo 3, a média das idades do avô e de seus quatro netos é calculada da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{80 + 5 + 6 + 6 + 7}{5} = \frac{104}{4} = 20,8 \text{ anos}$$

Por último, no Exemplo 4, a média das idades do grupo de colegas pode ser calculada de forma semelhante ao exemplo 3:

$$\bar{x} = \frac{20 + 20 + 21 + 21 + 22}{5} = \frac{104}{4} = 20,8 \text{ anos}$$

Notemos que a média de idades do grupo de pessoas do Exemplo 3, assim como a média de idades do grupo de pessoas do Exemplo 4 é a mesma. 20,8 anos é um bom valor para caracterizar a idade das pessoas do grupo de colegas do Exemplo 4. Porém, no Exemplo 3, como a idade do avô é um valor atípico em relação à idade dos netos, a média acabou sendo afetada, sendo assim, para esse caso, utilizar apenas a média não é aconselhável, sendo necessário recorrer a demais medidas de centro.

3.4.8 Mediana

Conforme Dante (2017), para calcularmos a mediana (Me) de n números dados, primeiramente devemos ordená-los em ordem crescente ou decrescente. Desse modo, podem ocorrer duas situações: quando o n é um número ímpar, a mediana é o número que ocupa a posição central. No caso de n ser um número par, a mediana é dada pela média aritmética dos dois números que estiverem no centro.

Lima et al. (2013, p. 177) levantam uma questão sobre qual medida de tendência central seria mais apropriada, a média ou a mediana, destacando que “a mediana pode ser uma medida mais confiável de tendência central de uma variável, por ser menos afetada pelos valores extremos não típicos das observações”. Ainda fazem uma importante observação sobre a mediana, segundo a qual “ela faz sentido mesmo para variáveis qualitativas, desde que elas sejam ordinais” (LIMA et al., 2003, p. 178).

Deve-se atentar que, de maneira análoga ao procedimento para o cálculo da média aritmética, quando os valores das variáveis são representados por intervalos, deve-se tomar o ponto médio x_M de cada intervalo para então determinar a mediana.

No Exemplo 1, não é possível determinar a mediana, visto que se trata de uma variável qualitativa nominal, o que impossibilita de organizar os valores em ordem crescente ou decrescente.

No Exemplo 2, temos 28 valores para a variável massa dos coelhos, que é um número par, portanto a mediana é dada pela média dos valores que ocupam as 14ª e 15ª posições quando esses valores estiverem ordenados, pois são os números que estão no centro. Considerando os dados agrupados em classes, temos 7 valores na primeira classe e 10 na segunda, logo os dois valores centrais pertencem à segunda classe, cujo ponto médio é $x_M = 4$.

Assim, a mediana das massas dos coelhos é:

$$Me = \frac{4 + 4}{2} = 4 \text{ kg}$$

Nos exemplos 3 e 4, há 5 valores, ou seja, um número ímpar de valores, então basta ordená-los em ordem crescente ou decrescente, que a mediana será o

número que ocupa a posição central: 80; 7; **6**; 6; 5 e 22; 21; **21**; 20; 20. Desse modo, $Me = 6 \text{ anos}$ é a mediana para o exemplo 3 e $Me = 21 \text{ anos}$ é a mediana para o exemplo 4.

Comparando a mediana com a média determinadas para cada exemplo, vemos que ambas são próximas e caracterizam adequadamente os valores do Exemplo 4. Porém, devido ao fato de que no exemplo 3 há um valor atípico, a mediana caracteriza melhor os valores do grupo.

3.8.3 Moda

Para Triola (2017, p. 81) “A moda de um conjunto de dados é o valor que ocorre com a maior frequência”. Em outras palavras, podemos dizer que a moda (Mo) é o valor que mais se repete.

Quando os valores estão organizados em tabelas de frequências, identifica-se a moda como o valor que possui maior frequência absoluta (pode-se utilizar, também, a frequência relativa).

Uma alternativa para calcular a moda quando os valores estão organizados em intervalos é aplicar a moda bruta, que, conforme Costa (2015, p. 99), “É o ponto médio da classe modal”. Ou seja, verifica-se qual classe tem maior frequência, sendo que o ponto médio dessa classe é a moda.

Há casos em que são identificadas mais de uma moda em um único conjunto de dados, sendo assim, Triola (2017) classifica como bimodal quando dois valores ocorrem com maior frequência e multimodal quando mais de dois valores ocorrem com maior frequência; afirma, ainda, que não há moda quando nenhum valor se repete. Quando não há moda, pode-se dizer que o conjunto de dados é amodal.

Quanto ao uso dessa medida de tendência central, Lima et al. (2013, p. 178) explica que:

A moda é uma medida menos interessante que as duas anteriores para variáveis numéricas, especialmente quando o número de observações é pequeno relativamente ao número de valores possíveis para a variável. Ela é de maior interesse para variáveis qualitativas, variáveis numéricas discretas e para variáveis numéricas agrupadas em classes.

A marca A é a moda no Exemplo 1, visto que é a marca preferida por um maior número de consumidores.

Os valores obtidos para as massas dos coelhos, no Exemplo 2, são todos distintos, sendo o conjunto de dados amodal. Porém, considerando os dados agrupados em classe, o intervalo $[3, 5[$ é a classe modal, pois há um maior número de valores pertencentes a essa classe. A moda, por sua vez, é $Mo = 4 \text{ kg}$, ponto médio da classe modal.

No Exemplo 3 a moda é $Mo = 6 \text{ anos}$, e no Exemplo 4 a moda é $Mo = 20 \text{ anos}$ e $Mo = 21 \text{ anos}$ (bimodal), pois são os valores que mais se repetem.

3.9 MEDIDAS DE DISPERSÃO

Quando é utilizada a média aritmética para se caracterizar um conjunto de observações, por exemplo, é importante saber a homogeneidade dos valores registrados, pois, conforme visto em exemplos anteriores um único valor atípico pode comprometer a visão geral do objeto em estudo. Recorre-se, então, às medidas de dispersão, que “[...] têm por objetivo avaliar quão espalhadas estão as observações de uma variável, em torno de seus valores centrais” (LIMA et al, 2013, p. 181). As medidas de dispersão mais utilizadas são a variância e o desvio padrão.

3.9.1 Variância

lezzi et al (2016, p. 141) descrevem os procedimentos para o cálculo da variância (V):

Sejam $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ a relação de valores assumidos por uma variável quantitativa X e \bar{x} a média aritmética desses valores. Para cada x_i ($i = 1, 2, \dots, n$), calculamos o quadrado da diferença entre esse valor e a média, ou seja, $(x_i - \bar{x})^2$, que é chamado desvio quadrático. A variância [...] é a média aritmética dos desvios quadráticos, isto é:

$$V = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Quanto maior o valor da variância, maior a dispersão entre os valores da variável. Para o cálculo da variância, de dados tabelados, assim como na média aritmética ponderada, é preciso usar as frequências absolutas. Ou seja, após

calcular o desvio quadrático, deve-se multiplicá-lo pela respectiva frequência de cada classe, e só depois dividir por n .

Uma desvantagem da variância é que por ela ser calculada como soma de quadrados, sua unidade de medida é dada pelo quadrado da unidade de medida da variável, podendo gerar algumas incoerências. Explica Paiva (2009, p. 23):

Por exemplo, quando os elementos da amostra indicam capacidade em litros (L), a variância representa o resultado em L^2 . Como essa unidade não tem significado físico, não é conveniente utilizar a variância nesse caso.

A variância não se aplica ao Exemplo 1.

Para calcular a variância no Exemplo 2, deve-se começar determinando o desvio quadrático relativo a cada classe; para tal, considera-se a média calculada anteriormente para dados agrupados, que é $\bar{x} = 4,57 \text{ kg}$:

$$(2 - 4,57)^2 = (-2,57)^2 = 6,6049$$

$$(4 - 4,57)^2 = (-0,57)^2 = 0,3249$$

$$(6 - 4,57)^2 = (1,43)^2 = 2,0449$$

$$(8 - 4,57)^2 = (3,43)^2 = 11,7649$$

Em seguida, calcula-se o produto do desvio quadrático pelas respectivas frequências absolutas de cada classe, e por fim divide-se pelo número de valores.

$$V = \frac{7 \cdot 6,6049 + 10 \cdot 0,3249 + 7 \cdot 2,0449 + 4 \cdot 11,7649}{7 + 10 + 7 + 4}$$

$$V = \frac{46,2343 + 3,249 + 14,3143 + 47,0596}{28} = \frac{110,8572}{28} \cong 3,9592 \text{ kg}^2$$

O resultado da variância nesse exemplo indica que há variação entre os valores, porém, a variância, por se tratar de uma medida de dispersão, tem melhor significado quando utilizada para comparar grupos de dados.

Em relação ao Exemplo 3, já se descobriu que a média das idades do avô e de seus quatro netos é $\bar{x} = 20,8 \text{ anos}$. Assim, os desvios quadráticos referentes a cada valor são dados por:

$$(80 - 20,8)^2 = 59,2^2 = 3504,64$$

$$(5 - 20,8)^2 = (-15,8)^2 = 249,64$$

$$(6 - 20,8)^2 = (-14,8)^2 = 219,04$$

$$(6 - 20,8)^2 = (-14,8)^2 = 219,04$$

$$(7 - 20,8)^2 = (-13,8)^2 = 190,44$$

Dando continuidade ao cálculo da variância tem-se:

$$V = \frac{3504,64 + 249,64 + 219,04 + 219,04 + 190,44}{5} = \frac{4382,8}{5} = 876,5 \text{ (anos)}^2$$

No Exemplo 4, lembrando que a média das idades dos colegas é também $\bar{x} = 20,8 \text{ anos}$, calcula-se os desvios quadráticos referente a cada valor, e em seguida a média dos desvios quadráticos, determinando-se a variância:

$$(20 - 20,8)^2 = (-0,8)^2 = 0,64$$

$$(20 - 20,8)^2 = (-0,8)^2 = 0,64$$

$$(21 - 20,8)^2 = (0,2)^2 = 0,04$$

$$(21 - 20,8)^2 = (0,2)^2 = 0,04$$

$$(22 - 20,8)^2 = (1,2)^2 = 1,44$$

$$V = \frac{0,64 + 0,64 + 219,04 + 0,04 + 1,44}{5} = \frac{2,8}{5} = 0,56 \text{ (anos)}^2$$

Agora é possível comparar as variâncias calculadas nos exemplos 3 e 4, verificando que mesmo os dois grupos apresentando a mesma média de idades, os dados não apresentam características semelhantes. Ainda que não fosse possível conhecer as idades de cada pessoa dos grupos, seria possível saber que para o Exemplo 4 as idades são valores bem mais próximos à média que os valores do Exemplo 3, pois a variância no Exemplo 3 é um número maior.

3.9.2 Desvio padrão

Para Costa (2015, p. 111), desvio padrão “É raiz quadrada da variância, definida para que a medida de variabilidade fique na mesma escala da variável original”.

Assim,

$$DP = \sqrt{V}$$

Dante (2017) faz a importante observação de que o desvio padrão apenas resulta em 0 (zero) no caso de todos os valores da variável serem iguais. Aponta, ainda, que “Quanto mais próximo de 0 é o desvio padrão, mais homogênea é a distribuição dos valores da variável” (DANTE, 2017, p. 54).

Considerando as variâncias determinadas anteriormente, o cálculo do desvio padrão, com o uso de calculadora, é simples. No Exemplo 3 a variância encontrada foi $V = 876,56$, então nesse exemplo, o desvio padrão é:

$$DP = \sqrt{876,56} \cong 29,6067 \text{ anos}$$

Já a variância no Exemplo 4 é $V = 0,56$, assim o desvio padrão é:

$$DP = \sqrt{0,56} \cong 0,7483 \text{ anos}$$

Comparando os desvios padrão calculados acima, podemos notar que os dados do Exemplo 4 são mais regulares que os dados do Exemplo 3, visto que o desvio padrão do Exemplo 4 é um valor mais próximo de zero. Embora seja possível observar a regularidade dos valores de um grupo apenas utilizando a variância, observa-se que a unidade de medida do desvio padrão, por ser a mesma dos valores, é mais adequada.

4 A ENGENHARIA DIDÁTICA

Com o intuito de compreender a metodologia da Engenharia Didática, recorreu-se a um texto de Artigue (1996), cujas informações são apresentadas a seguir.

Comparável ao trabalho de um engenheiro, segundo Artigue (1996, p. 193), “A noção de engenharia didáctica emergiu em didáctica da matemática no início da década de 1980”, abordando ligações entre a investigação e a ação no sistema de ensino e a função que as realizações didáticas devem ter em se tratando de metodologias da investigação didática.

Ainda de acordo com Artigue (1996), a engenharia didática é caracterizada por ser um esquema experimental que se baseia “na concepção, na realização e na análise de sequências de ensino”. A validação da experimentação de sequências de ensino apoiadas na Engenharia Didática é essencialmente interna, fundamentada na comparação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*.

A metodologia de Engenharia Didática apresenta quatro fases, sendo elas: a fase das análises prévias; a fase da análise *a priori*; a fase da experimentação e a fase da análise *a posteriori*. As análises prévias apoiam-se num quadro teórico didático geral e em conhecimentos didáticos já adquiridos, além de análises, que podem ser:

- a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino,
- a análise do ensino habitual e dos seus efeitos;
- a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução;
- a análise do campo de constrangimentos no qual virá a situar-se a realização didática efectiva;
- e, naturalmente, tendo em conta os objectivos específicos da investigação. (ARTIGUE, 1996, p. 198).

A fase da concepção e análise *a priori* dá-se quando, a partir das investigações, decide-se agir sobre variáveis macrodidáticas (globais) e microdidáticas (locais). O objetivo dessa fase é entender os aspectos do ensino que podem ser modificados e como isso se reflete para os estudantes. Na análise *a priori* formulam-se hipóteses que, posteriormente, entrarão em confronto com a análise *a posteriori*.

Segundo Artigue (1996, p. 205), a análise *a priori* tradicionalmente comporta uma parte descritiva e uma parte preditiva e está “centrada nas características de uma situação a-didática que se prometeu constituir e que vai procurar se desenvolver aos alunos”. Os passos apontados por Artigue (1996) para a análise *a priori* são os seguintes:

- a) descrevem-se as opções feitas ao nível local, podendo remeter para escolhas globais, e as características da situação a-didática resultante dessas escolhas.
- b) analisa-se a influência que esta situação pode ter para o estudante, especialmente em função das possibilidades de ação, de escolhas, de decisão e validação.
- c) preveem-se os campos de comportamentos possíveis e mostra-se de que forma a análise feita pode influenciar nesses campos. Além disso, verifica-se se, havendo intervenção, os comportamentos esperados serão resultantes da aplicação do conhecimento pretendido pela aprendizagem.

A experimentação é a fase que consiste em aplicar em sala de aula a sequência de ensino. Logo após a experimentação, há a fase de análise *a posteriori* e a validação, “[...] que se apoia no conjunto de dados recolhidos aquando da experimentação: observações realizadas nas seções de ensino, mas também produções dos alunos na sala de aula ou fora dela” (ARTIGUE, 1996, p. 208).

Os dados que permitem a avaliação *a posteriori* frequentemente são complementados por metodologias externas (questionários, testes, etc.), que podem ser realizadas durante ou no final da experimentação. Por fim, “[...] é no confronto das duas análises, *a priori* e *a posteriori*, que se funda essencialmente a validação das hipóteses envolvidas na investigação” (ARTIGUE, 1996, p. 208).

5 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE ENSINO CONFORME A ENGENHARIA DIDÁTICA

5.1 CARACTERÍSTICAS DA TURMA E ANÁLISE PRÉVIA

A escola onde foram realizadas as atividades é a Escola Estadual de Educação Básica Dom Pedro I, situada na Cidade de Quevedos (RS). Por ser a única escola de Ensino Médio do município, atende não só as estudantes da zona urbana, mas também de todas as localidades da zona rural.

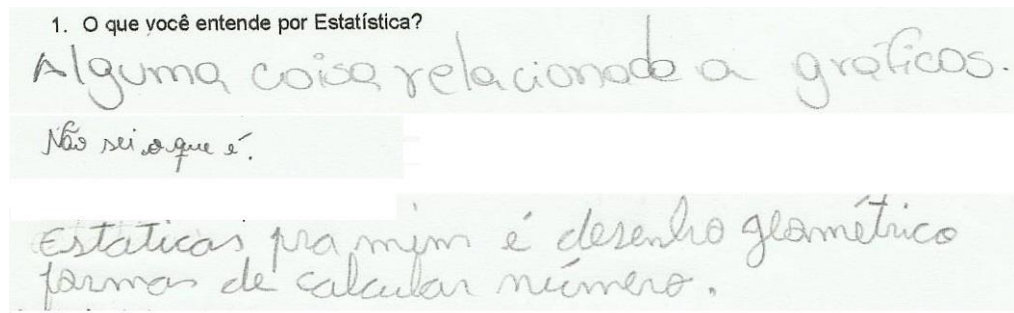
Na escola em questão, o conteúdo de Estatística é trabalhado no 1º ano do Ensino Médio, por isso, a sequência didática foi aplicada nessa série. Com o objetivo de conhecer a turma selecionada, realizando as investigações previstas pela engenharia didática, na primeira aula, após uma conversa e apresentação, os estudantes responderam um questionário (Apêndice A) com perguntas referentes ao conhecimento de Estatística adquirido no Ensino Fundamental.

No primeiro encontro com a turma, estavam presentes 32 estudantes, com idades que variam entre 15 e 20 anos. Quatro deles estavam repetindo o 1º ano do Ensino Médio na mesma escola, quatorze haviam concluído o Ensino Fundamental na referida escola e os demais vinham de outras duas escolas do interior do município. Ao serem questionados sobre as carreiras que desejariam seguir após a conclusão do Ensino Médio, a maior parte respondeu que pretende seguir carreira militar, um grupo um pouco menor disse que pretende fazer faculdade ou curso técnico e o restante teve respostas diversas.

Para alguns estudantes dessa turma, estar na escola não é uma escolha, eles frequentam as aulas apenas por determinações legais, e quando completam 18 anos, abandonam os estudos. Muitos desses estudantes justificam que trabalham na lavoura, ou como serventes de pedreiros, ou em outras atividades, e o fato de terem que ir para a escola acaba prejudicando-os financeiramente.

Quando questionados sobre o que entendiam por Estatística, muitos estudantes afirmaram não saber do que se tratava, outros responderam que é “alguma coisa relacionada a gráficos” e alguns disseram acreditar que estatística é desenho geométrico (Figura 7). Mostra-se, assim, uma turma que não possui uma adequada concepção do que se estuda em Estatística, conforme atestam as figuras a seguir:

Figura 7 – Resposta dos estudantes A, B e C



Fonte: acervo da autora

Analisando as demais respostas do questionário (Apêndice A), reafirmou-se o que a primeira resposta já sugeria: os estudantes viram poucos conteúdos relacionados à Estatística no Ensino Fundamental. Alguns deles relataram que fizeram pesquisas e representações gráficas dos resultados na disciplina de Educação Física e que já analisaram diferentes gráficos, mas nada específico em Matemática.

O trabalho dos conteúdos de Estatística para turmas com esse perfil é extremamente desafiador, reforçando a convicção da necessidade de propostas alternativas de ensino, como a que se pretendeu desenvolver neste trabalho.

5.2 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A ANÁLISE A PRIORI

Após as investigações realizadas na turma, em que foram considerados os conhecimentos prévios dos estudantes, o número de estudantes na sala e outras características da turma, foi previamente elaborada uma sequência didática.

As respostas para a pergunta 1 do questionário (Apêndice A) deixaram claro que o conhecimento de Estatística previsto que um estudante do Ensino Fundamental já tenha desenvolvido não se verifica na realidade pesquisada. Logo, nesse caso, não se trata de aprofundar o conhecimento dos estudantes, propondo atividades mais elaboradas, e sim de partir do princípio, mantendo o objetivo, ainda assim, de que os estudantes concluam o Ensino Médio com os requisitos esperados para essa etapa.

Visto que Estatística é um conteúdo praticamente desconhecido pelos estudantes, pelo menos de maneira formal, inicialmente devem ser apresentadas e discutidas as suas principais definições, verificando como podem ser úteis para a aprendizagem. Essas definições devem ser complementadas por explicações às quais os estudantes possam recorrer sempre que houver necessidade.

Em um segundo momento, a ideia é de que os estudantes apliquem na prática os conceitos estudados, desenvolvendo habilidades de pesquisa, organização e interpretação de dados, bem como de apresentação dos resultados em diferentes formatos. Para isso, é sugerido um trabalho em grupo, composto de duas partes, cujas etapas estão descritas abaixo.

Primeira parte:

1. Organizar seis grupos com no mínimo cinco e no máximo seis integrantes.
2. Elaborar, juntamente com a professora, um questionário composto de seis perguntas a ser aplicado nas turmas do Ensino Médio da Escola. O questionário deve apresentar questões com diferentes tipos de variáveis, que permitam elaborar um perfil dos estudantes.
3. Aplicar o questionário.
4. Sortear uma questão do questionário para cada grupo, ficando este responsável por desenvolver os conteúdos de Estatística, apresentando os seguintes itens:
 - a) Classificar a variável em questão;
 - b) Construir a tabela de frequências;
 - c) Construir um ou mais gráficos para apresentar os dados obtidos.
 - d) Quando possível, calcular as medidas de tendência central (média, mediana e moda), especificando qual caracteriza melhor a questão estudada.
 - e) Quando possível, calcular as medidas de dispersão, explicando o que significam os valores encontrados.
5. Escrever um texto descrevendo os resultados obtidos com a pesquisa, as características observadas e demais considerações que possam ser importantes.

Segunda parte:

1. Mantendo os grupos da primeira parte do trabalho, elaborar um único questionário a ser aplicado aos estudantes das turmas que concluíram o Ensino Médio regular nos últimos seis anos (de 2012 a 2017), na Escola Dom Pedro I.
2. Sortear uma turma para cada grupo.
3. Aplicar o questionário.
4. Assim como na primeira parte, para cada pergunta do questionário, apresentar os seguintes itens.
 - a) Classificar a variável em questão;
 - b) Construir a tabela de frequências;
 - c) Construir um ou mais gráficos para apresentar os dados obtidos.
 - d) Quando possível, calcular as medidas de tendência central (média, mediana e moda), especificando qual caracteriza melhor a questão estudada.
 - e) Quando possível, calcular as medidas de dispersão, explicando o que significam os valores encontrados.
5. Escrever um texto descrevendo os resultados obtidos com a pesquisa, as características observadas e demais considerações que julgar importante.
6. Realizar uma apresentação do trabalho.

Apesar da semelhança entre as duas partes da sequência didática proposta, a primeira parte é mais simples, visto que cada grupo trabalha com apenas um tipo de variável e a pesquisa é realizada dentro da própria escola. Já a segunda parte requer mais dedicação, pois há mais de um tipo de variável, é mais extensa e envolve pessoas que não frequentam mais a escola.

Na primeira parte, optou-se por sortear a questão porque as variáveis qualitativas não permitem o cálculo de médias ou medidas de dispersão, o que diminui o trabalho do grupo. Na segunda parte, optou-se por sortear a turma (concluintes de 2012, 2013, 2014, 2015, 2016 ou 2017) porque elas apresentam diferentes números de integrantes, evitando-se, assim, discussões por possível favorecimento de algum grupo.

A sequência didática está organizada de maneira que todos os estudantes possam aplicar seus conhecimentos sobre Estatística de forma semelhante, levando em consideração que os itens solicitados para os trabalhos dos seis grupos são os mesmos. Porém, o fato de cada grupo trabalhar com uma questão diferente, na primeira parte, e com uma turma diferente, na segunda parte, permite que todos os trabalhos contenham informações distintas, e, portanto, sejam únicos.

O objetivo, conforme prevê a Engenharia Didática, é que a validação da sequência didática seja feita ao longo do seu desenvolvimento, observando a participação diária dos estudantes nas atividades propostas, a evolução da sua aprendizagem e a entrega dos materiais nas datas estipuladas.

5.3 EXPERIMENTAÇÃO, ANÁLISE A *POSTERIORI* E VALIDAÇÃO

A sequência didática foi proposta na turma como um trabalho avaliativo, dando-se início à sua aplicação logo após o estudo dos conteúdos de Estatística. Assim, foram disponibilizadas aos estudantes as orientações para a realização da primeira parte do trabalho, dando-se início imediato às atividades práticas.

A primeira parte foi feita quase toda em sala de aula, possibilitando melhor interação entre os participantes dos grupos e proporcionar oportunidade para o esclarecimento de dúvidas.

A segunda parte das atividades teve início antes mesmo de a primeira parte ser concluída, visto que havia a necessidade de um maior intervalo de tempo para a conclusão das pesquisas. Essa etapa foi realizada principalmente em horários extraclasse, para promover a autonomia dos grupos. Porém, algumas aulas foram marcadas exclusivamente para questionamentos sobre o desenvolvimento do trabalho.

Não houve dificuldade na divisão dos grupos, e as questões foram elaboradas conforme a opinião da maioria, obtendo o questionário disponível no Apêndice B. Sendo assim, os temas sorteados para a primeira parte do trabalho foram altura, idade, atividade de lazer preferida, escola onde o Ensino Fundamental foi cursado, área de conhecimento preferida e pretensão profissional após a conclusão do Ensino Médio.

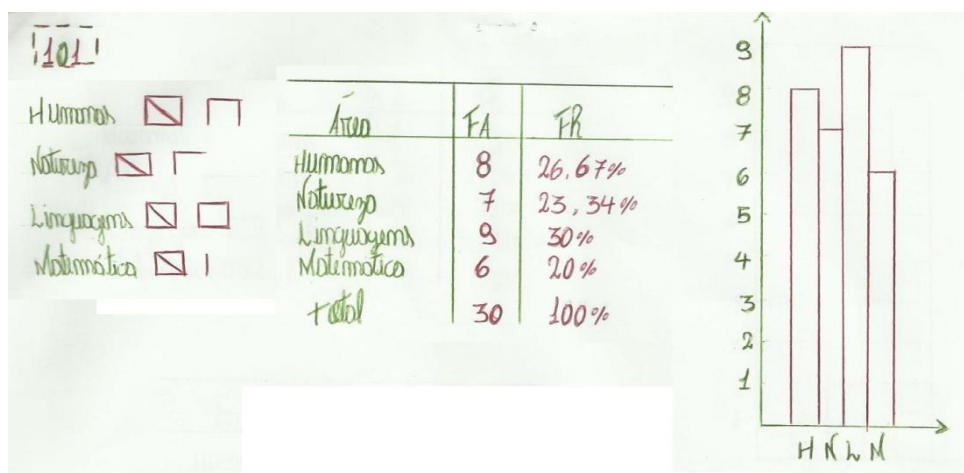
Primeiramente, os estudantes da turma responsável pela pesquisa responderam ao questionário (Apêndice B). Em seguida, um representante de cada

grupo encaminhou-se para as turmas de segundo e terceiro ano, a fim de expor o trabalho a ser realizado e coletar as respostas aos questionários dadas pelos estudantes dessas duas turmas.

Cada estudante respondeu às seis perguntas em uma única folha, repassando-a entre os grupos, de modo que cada grupo retirou apenas as informações necessárias para a realização do seu trabalho.

Os seis grupos construíram, de forma correta, as tabelas de frequências relativas à primeira parte da pesquisa, porém os gráficos, mesmo apresentando a ideia principal, apresentaram falhas. Observando parte do trabalho do grupo D (Figura 8), percebemos que alguns cuidados não foram tomados.

Figura 8 – Resultados obtidos pelo grupo D



Fonte: acervo da autora

Na Figura 8 é mostrado como o grupo D, que pesquisou sobre a área de conhecimento preferida pelos estudantes de cada turma, organizou os dados coletados na turma do primeiro ano. Desse modo, notamos que os estudantes fizeram corretamente a contagem do número de estudantes que prefere cada área. Porém, na construção da tabela de frequências, observou-se em sala de aula que apresentaram dificuldades para chegar aos resultados das frequências relativas, por não realizarem corretamente as divisões entre números reais. Por consequência dessa dificuldade observada nos estudantes, desenvolver a habilidade de realizar operações entre números reais passou mais um objetivo do trabalho.

Quanto ao gráfico, com exceção do grupo que apresentou o resultado sobre as idades dos estudantes, os demais grupos optaram por utilizar gráficos de barras. O grupo D tomou cuidado com a escala utilizada para a construção do gráfico e para que as barras tivessem a mesma largura, porém não fez legenda explicando o que significam as letras H, N, L, e M, além de não esclarecer o que cada eixo representa.

Ainda com relação ao gráfico apresentado na Figura 8, percebe-se que, assim com esse, os demais gráficos de barras apresentados pelo grupo D trazem as barras justapostas, ou seja, não há um espaço entre as barras. Observando esse fato, foi necessário pesquisar para verificar se ainda assim tal representação poderia ser considerada a de um gráfico de barras.

Recorrendo às definições de gráficos de barras apresentadas em livros, inicialmente de Ensino Médio, e posteriormente em livros específicos de Estatística e em demais materiais relacionados ao assunto, notou-se que as definições não costumam informar com exatidão as características desse tipo de gráfico, apesar de apresentarem ilustrações de gráficos com as barras disjuntas. Depois de muita busca, encontrou-se que: “As barras podem, ou não, ser separadas por um pequeno espaço” (TRIOLA, 2017, p. 62), resolvendo tal questão.

Na Figura 9, que foi extraída do trabalho final entregue pelo grupo C, constam resumidamente os dados estatísticos obtidos referentes à altura dos estudantes da turma do primeiro ano.

Figura 9– Resultados obtidos pelo grupo C

Altura dos alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Tabela de frequência:

Altura (m)	F.A	F.R
1,50-1,60	<u>9</u>	30%
1,60-1,70	16	51%
1,70-1,80	<u>6</u>	19%
TOTAL	31	100%

MODA= 1,60-1,70

MÉDIA ARITMÉTICA= 1,64

MEDIANA = 1,60-1,70

VARIÂNCIA = 0,0047451613

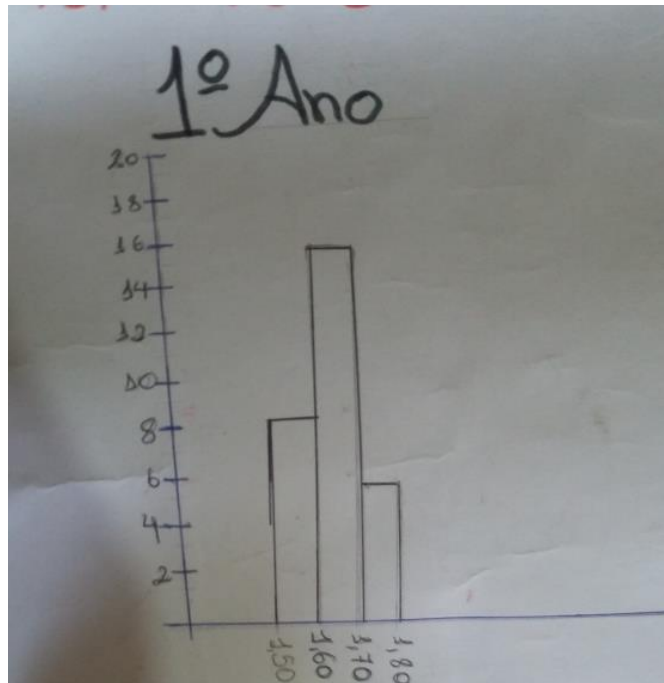
DESVIO PADRÃO = 0,068556546

Fonte: acervo da autora

Por se tratar de uma variável qualitativa contínua, o grupo fez a escolha certa ao dividir os valores em classes e representá-los graficamente por um histograma (Figura 9). Porém, ao entregarem o trabalho impresso, surgiu um erro no símbolo que define as classes: na forma original a classe incluía o valor da esquerda e excluía o da direita. Os valores das medidas de tendência central e dispersão, expostos apenas como resultados finais foram obtidos pelo grupo C em sala de aula, onde foi possível observar a cooperação entre os estudantes, a discussão por valores absurdos encontrados e o empenho em chegar a resultados que todos concordassem estar corretos.

Na Figura 10 pode-se observar que o grupo C, tão cuidadoso com os cálculos, não teve a mesma preocupação com os gráficos: alguns eixos ficaram desalinhados e sem nome, além de aparecerem escalas desproporcionais.

Figura 10 – Histograma feito pelo grupo C



Fonte: acervo da autora

Os demais grupos procederam de forma semelhante, alguns apresentando falhas em itens diferentes, como ao deixarem de utilizar a régua para a construção das barras, o que resultou em um gráfico com aparência desagradável, que tornava difícil a compreensão das informações que deveriam se transmitidas por meio dele.

Houve dificuldade, também, por parte dos grupos, em expressar seus resultados em forma de texto, porém esse item será analisado mais adiante, no final da avaliação da segunda parte, visto que os grupos optaram por um único texto, que relatasse todas as fases do trabalho.

Durante a execução da primeira parte do trabalho, deu-se início à segunda parte. Em um primeiro momento, foi definida qual a turma de egressos, entre as seis últimas que concluíram o Ensino Médio regular na Escola Dom Pedro I, em que cada grupo deveria realizar a pesquisa. Em seguida, os grupos receberam a listagem nominal desses ex-estudantes da escola.

Um novo questionário foi montado (Apêndice C), composto por quatro perguntas elaboradas especificamente para os estudantes que já concluíram o Ensino Médio, as quais todos os grupos utilizaram.

Para a realização da pesquisa, houve muito esforço por parte da maioria dos integrantes dos grupos, que utilizaram diversificados métodos para a obtenção dos dados necessários. Alguns egressos que ainda moram na cidade foram entrevistados pessoalmente ou por telefone; em alguns casos, foi necessário pedir ajuda para parentes e vizinhos. As redes sociais contribuíram significativamente para a localização e a obtenção das respostas daqueles que não moram mais na cidade. Apenas seis egressos não foram localizados ou optaram por não responder as perguntas.

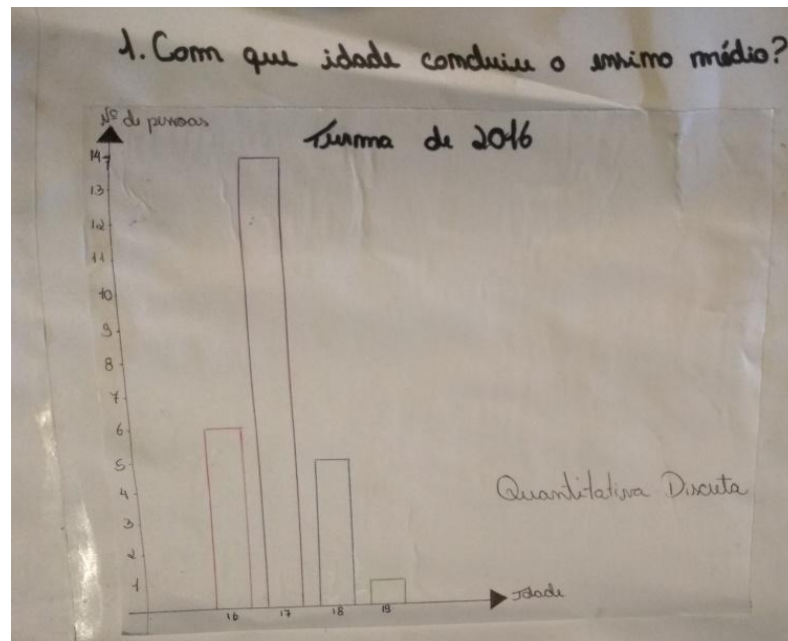
Alguns grupos decidiram entregar o trabalho final impresso, outros o escreveram a mão. Como os trabalhos entregues apresentavam mais os resultados finais, do que o processo de desenvolvimento da pesquisa, para que fosse possível analisar melhor a construção de cada trabalho, ou seja, o desenvolvimento do conteúdo de Estatística, foram recolhidos também alguns rascunhos utilizados ao longo das pesquisas.

Nessa segunda fase, alguns grupos optaram por fazer os gráficos no computador, já que, segundo os estudantes, ficaria mais bonito, pois eles tinham a possibilidades de montar a apresentação final no PowerPoint. Então, com auxílio da professora, os estudantes tiveram a oportunidade de criar os gráficos utilizando o Excel. Assim, o grupo B e o grupo F construíram os gráficos da segunda parte apenas no Excel, o grupo C e o grupo E grupos mantiveram os gráficos para a apresentação em folhas de cartolina, o grupo A decidiu utilizar as duas alternativas e o grupo D, apesar de concluir a pesquisa com os egressos, não entregou a segunda parte do trabalho.

Nota-se que foi possível integrar o uso de tecnologias às aulas, fazendo com que os estudantes que já utilizavam meios como as redes sociais para entretenimento agora pudessem utilizá-las em favor da aprendizagem. Além disso, recursos como Excel e PowerPoint, que muitos desconheciam, ao serem utilizados por alguns estudantes, acabaram despertando curiosidade nos demais colegas, o que fez com que mais estudantes se interessassem pelo uso de tecnologias.

A partir das correções feitas na primeira parte do trabalho, notou-se que, mesmo tendo sido realizada com menor interferência da professora, na segunda parte do trabalho, os estudantes tiveram maior atenção aos detalhes nas construções dos gráficos, como demonstra o gráfico do grupo A apresentado na Figura 11.

Figura 11 – Gráfico Grupo A



Fonte: acervo da autora

A segunda parte do trabalho exigiu de todos os grupos os cálculos das medidas de tendência central e das medidas de dispersão. Com exceção do grupo que não entregou, todos conseguiram determinar tais valores, prevalecendo como maior dificuldade nessa fase a operação de divisão, principalmente envolvendo números decimais.

Quanto aos itens específicos de Estatística, surgiram alguns questionamentos quanto ao cálculo da variância e do desvio padrão e a validade dos resultados. Entretanto, ao observar detalhadamente, foi possível compreender o porquê de o desvio padrão se aproximar de zero quando os valores das variáveis são mais homogêneos. Para complementar, ao final das apresentações foi possível comparar os desvios padrão determinados por cada grupo para a variável idade, verificando-se que nas turmas em que os estudantes concluíram o Ensino Médio com idades mais regulares, o desvio padrão é um número menor.

O rascunho utilizado pelo grupo B (Figura 12) exemplifica os cálculos realizados pelos estudantes para chegar aos resultados das medidas de tendência central e dispersão.

Figura 12 – Cálculos de medidas de tendência central e dispersão (Grupo B)

1. Com quantos anos terminam o Curso Médico?
 18 alunos
 15 entrevistados

Média da idade:

Idade	F.A.	F.R.
17 = 13	13	87%
18 = 2	2	13%
Total	15	100%

Média Aritmética Média: 17,13

17	18	225	25715	Mediana: 17
x13	x2	+36	15 17,13	
51	36	257	167	Moda: 17
17			105	
225			0020	
			-35	
			050	
			45	
			05...	

Variança Quantitativa DISCRETA

$$V = \frac{13 \cdot (17 - 17,13)^2 + 2 \cdot (18 - 17,13)^2}{15}$$

$$13 \cdot 0,0569 + 2 \cdot 0,7569$$

$$\frac{0,2197 + 1,5138}{15} = 0,1155666667$$

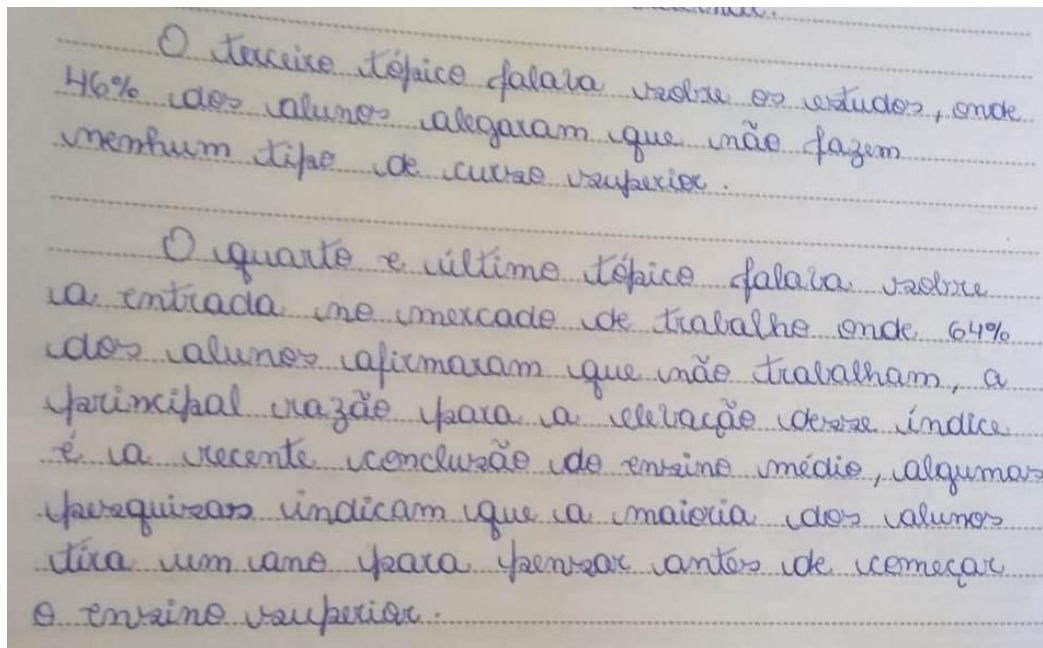
DP = $\sqrt{0,1155666667}$ DP = 0,3399509769

Fonte: acervo da autora

Em relação aos textos solicitados no item 5 de cada parte do trabalho, a maioria dos grupos apenas reproduziu em forma de palavras os dados obtidos nas pesquisas. Poucos foram mais completos, complementando os resultados com

informações dadas pelos ex-estudantes que responderam ao questionário, e com a própria opinião. A Figura 13 contém dois parágrafos do texto do grupo C, que foi considerado um texto médio.

Figura 13 – Parte do texto produzido pelo grupo C



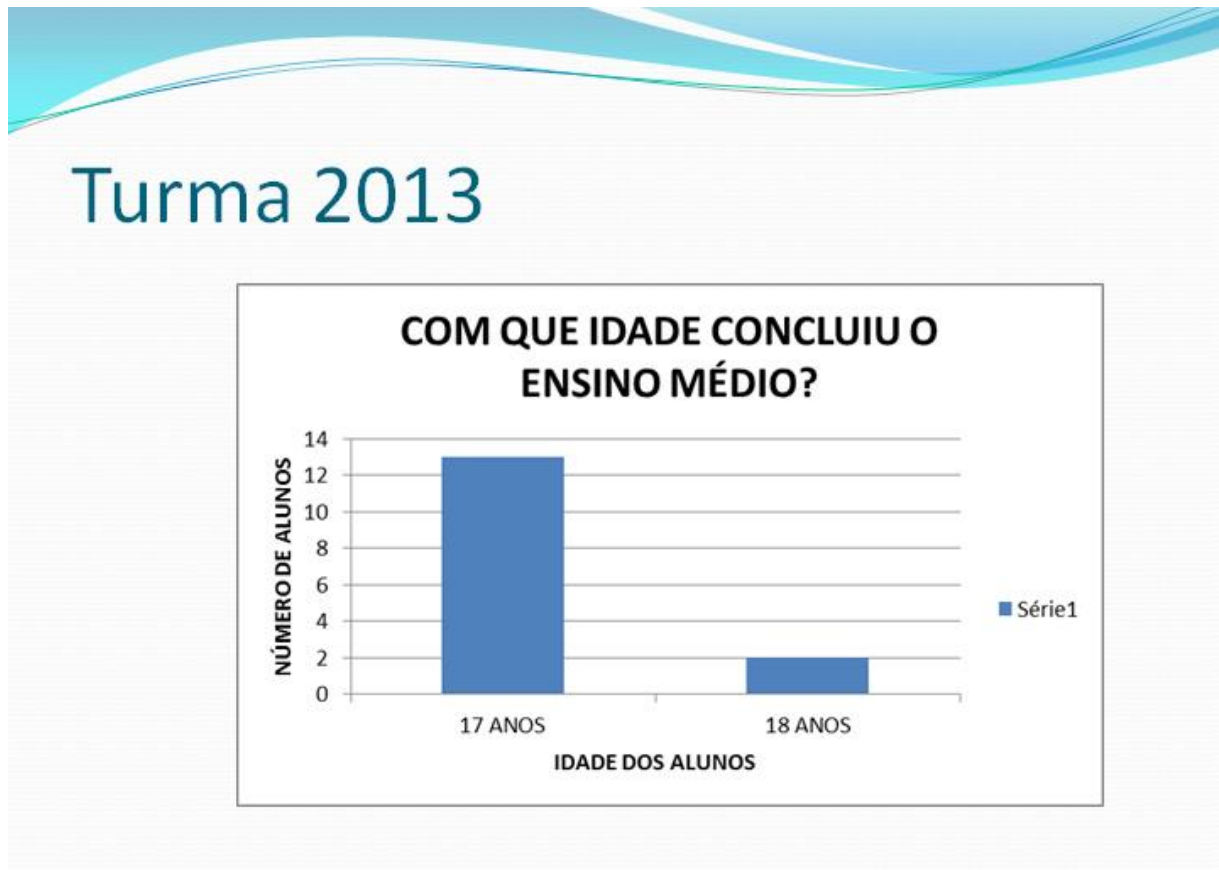
Fonte: acervo da autora

Por fim, o último item do trabalho: a apresentação. Mesmo havendo um projetor na sala de aula, optou-se por utilizar a sala de audiovisual, que é mais ampla, ficando os estudantes dispostos de forma que todos pudessem visualizar as apresentações.

Mesmo tendo acompanhado a evolução dos trabalhos, as apresentações surpreenderam positivamente. Tanto quem estava assistindo quanto quem estava apresentando encarou o momento com seriedade. Os grupos, em sua maioria, explicaram com clareza cada tópico da pesquisa e os resultados obtidos. Além disso, interpretaram as medidas de dispersão e de tendência central e trocaram perguntas entre os grupos, demonstrando que estavam preparados para tal atividade.

Na Figura 14 está um slide da apresentação do grupo B, cujos gráficos foram construídos com a utilização do Excel.

Figura 14 – Slide da apresentação do grupo C



Fonte: acervo da autora

Infelizmente não foram todos os estudantes que se destacaram pela ótima apresentação: o grupo D, que não entregou a segunda parte do trabalho, foi representado por apenas um integrante. O grupo E perdeu uma parte do trabalho, deixando uma lacuna no trabalho final. Nos demais grupos, poucos estudantes demonstraram desinteresse.

Logo após a conclusão de todas as atividades propostas na sequência didática, foi solicitado aos estudantes que escrevessem, individualmente, uma análise de todo o trabalho realizado na turma, destacando pontos positivos e negativos. Enfatizou-se que esta análise não teria um caráter avaliativo, e não era necessário que os estudantes se identificassem, tendo apenas o objetivo de buscar a opinião dos estudantes para aprimorar a sequência didática.

Vinte e quatro estudantes entregaram suas colocações referentes ao trabalho realizado, sendo que seis amostras delas foram anexadas a esta dissertação

(Anexos A, B, C, D, E e F). Em tais textos, pode-se verificar que todos os estudantes disseram ter gostado da metodologia, afirmando ter aprendido mais do que se simplesmente fosse aplicada uma prova, pois para a realização do trabalho foi preciso dedicar-se, revisando várias vezes o conteúdo. Alguns estudantes consideraram as atividades um pouco difíceis, sendo citadas com maior frequência as dificuldades em realizar os cálculos e também o fato de muitos não terem acesso à internet em casa, o que tornou mais custoso entrar em contato com os egressos a serem entrevistados.

Dentre os pontos positivos citados pelos estudantes, os mais relevantes são referentes à aprendizagem não só dos conteúdos, mas também da responsabilidade, do comprometimento, e do trabalhar em grupo. Os estudantes consideraram uma boa experiência entrevistar os egressos, saber quem já passou pela escola e quais as ocupações dessas pessoas. Houve destaque em relação aos gráficos, que, de acordo com a turma, permitiram ter uma visão ampla do que estava sendo apresentado. Ainda, alguns estudantes mencionaram que, além de interessante e bom para entender a matéria, o trabalho também foi diferente e divertido.

Estudantes que passaram a fazer parte da turma ao longo da realização do trabalho relataram que a sua inserção nos grupos foi importante para a integração, e afirmam também que os colegas ajudaram a entender a matéria para que pudessem contribuir nas atividades. Assim, nota-se que o trabalho auxiliou também na socialização, que é uma função muito importante da escola.

Quanto à apresentação, as opiniões ficaram divididas, alguns dizendo gostar de apresentar trabalhos, outros considerando que ficam muito nervosos; poucos relataram nunca ter apresentado trabalhos no Ensino Fundamental, mas concordaram que foi bom desenvolver e treinar essa habilidade.

O principal ponto negativo elencado pelos estudantes foi a falta de cooperação de alguns integrantes dos grupos, em segundo lugar, a dificuldade de contatar alguns egressos.

Cada vez mais tem sido um desafio preparar aulas que não deixem a desejar quanto aos conteúdos e que, ao mesmo tempo, atraiam a atenção dos adolescentes. A elaboração e aplicação desta sequência didática apresentaram falhas, mas, ainda assim, observou-se que quando os estudantes começaram a desenvolver seus próprios trabalhos, houve uma maior preocupação em

compreender o que estava sendo estudado, além de maior atenção com detalhes que haviam passado despercebidos anteriormente. Principalmente, quando foi possível estabelecer um diálogo entre professor e estudantes e entre colegas a respeito do conteúdo trabalhado, pôde-se perceber que Estatística não era mais algo distante, pois agora a teoria fazia sentido.

Um item que precisa ser melhorado em relação à sequência didática é que seja solicitado aos estudantes que incluam aos seus trabalhos todos os cálculos realizados. Por mais que os objetivos de utilizar a Estatística para resumir os dados coletados em tabelas, gráficos, e números representativos tenham sido atingidos, é o modo como se chegou a tais resultados que revela o processo de aprendizagem de cada estudante ou grupo.

Para tentar solucionar a questão levantada pelos grupos sobre o fato de alguns colegas mostrarem-se relapsos em relação às atividades que estavam sendo desenvolvidas, uma alternativa seria diminuir o número de integrantes por grupo, evitando assim que alguns estudantes fiquem mais ociosos que outros. Considera-se, entretanto, que, reduzindo o número de integrantes por grupo, haveria perda no que diz respeito à socialização entre os colegas.

Quanto ao grupo que não entregou a segunda parte do trabalho, acredita-se que poderia ter havido maior cobrança por parte da professora para que os estudantes realizassem suas tarefas nos momentos oferecidos em aula, já que o grupo justificou que todos os integrantes moram longe uns dos outros e da escola, e que não conseguiriam se reunir em turno inverso para fazer as atividades solicitadas.

Considerando-se os objetivos iniciais, foi possível verificar que a sequência didática foi de grande valia, pois cada estudante, dentro de suas potencialidades e de suas limitações, apresentou uma evolução significativa na aprendizagem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não há regras ou receitas de como se trabalhar determinado conteúdo, mas é preciso, antes de tudo, conhecer a turma, considerar o conhecimento prévio dos estudantes, não só o adquirido em sala de aula mas também o desenvolvido em sua vivência diária, e saber quais recursos podem ser utilizados na busca de melhores resultados, adaptando-os, se necessário. Por esse motivo recorreu-se a Engenharia Didática como metodologia, pois entendeu-se que além de propor a investigação prévia acerca do que será estudado e a elaboração de hipóteses dos possíveis resultados, a Engenharia Didática também instiga o professor a refletir sobre a adequação da proposta de trabalho, sobre o alcance dos objetivos e sobre a avaliação dos pontos que ainda precisam ser melhorados.

Com o planejamento para elaboração da sequência didática, cuja experimentação está descrita nesta dissertação, foi possível perceber que mesmo sendo previsto o estudo de Estatística no Ensino Fundamental, na turma em questão, os estudantes haviam tido contato ínfimo com o conteúdo. Esse provavelmente não é um caso isolado, podendo se repetir em outras turmas e em outras áreas, o que exigirá do professor maior atenção ao direcionar os estudos das suas turmas.

A sequência didática foi elaborada visando o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa e atendendo às especificidades da turma, mas ainda assim observou-se que certos aspectos precisam ser revistos e ajustados. De um modo geral, a proposta foi bem aceita pelos estudantes, que, ao receberem tarefas que envolviam teoria e prática, e tendo autonomia para realizá-las, se sentiram encorajados a compreender e a utilizar os recursos que a Estatística oferece.

Após a realização das atividades, a análise *a posteriori* permitiu compreender a evolução da aprendizagem dos estudantes e perceber o quanto se descobriram capazes não só de entender os conteúdos, mas também de aplicá-los, interpretando diferentes situações, o que indica que os objetivos iniciais foram atingidos.

Mesmo que em um primeiro momento não fizessem parte dos objetivos pré-estabelecidos, outros itens puderam ser trabalhados com a aplicação da sequência didática, agregando conhecimento aos estudantes. Entre esses itens pode-se citar a realização de operações matemáticas com números reais; o uso de tecnologias como celular, calculadora, computador e projetor para contribuir com a

aprendizagem; a integração e socialização de estudantes com os colegas e a comunidade e o desenvolvimento da habilidade de se comunicar e se expressar.

O trabalho desenvolvido para esta dissertação não foi importante apenas para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio: sua autora, como professora e estudante, deparou-se inúmeras vezes com situações de dúvidas, que a impulsionaram a buscar soluções que contribuíram para a sua formação.

REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, Michele. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes pedagógicos, 1996, p. 193-217.
- BRASIL. **Base Nacional comum curricular**. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica, 2018. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf>. Acesso em: 08 jan 2019.
- _____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB). **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. V. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.
- _____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB). **Formação de professores do ensino médio**, Etapa II - Caderno V: Matemática. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.
- COSTA, G. G. de O. **Curso de Estatística Básica: teoria e prática**, 2. ed. rev., ampl. São Paulo: Atlas, 2015.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto & Aplicações**. V 3. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.
- IEZZI, et al. **Matemática: ciência e aplicações**. V 3. 9. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2016.
- LIMA, E. L. et al. **Temas e Problemas Elementares**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- MORETTIN, P. A; BUSSAB, W. O. **Estatística Básica**, 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.
- PAIVA, M. R. **Matemática**. V. 3. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2009.
- ROCHA, Sergio. **Estatística geral e aplicada para cursos de engenharia**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2015.
- TRIOLA, M. F. **Introdução à estatística**. Tradução e revisão técnica Ana Maria Lima de Farias, Vera Regina Lima de Farias e Flores. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

APÊNDICES**APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO PARA IDENTIFICAR O CONHECIMENTO PRÉVIO SOBRE ESTATÍSTICA**

E. E. E. B. Dom Pedro I
Matemática e suas Tecnologias

Nome: _____ Turma: _____ Data: _____

1. O que você entende por Estatística?
2. Você estudou estatística no Ensino Fundamental em quais anos?
 6º ano
 7º ano
 8º ano
 9º ano
3. Você realizou pesquisas de dados durante o Ensino Fundamental?
 Sim
 Não
4. Se sim, como organizou o resultado de sua pesquisa?
 Em tabelas
 Em gráficos
 Em textos
 Outro: _____
5. Você realizou interpretação de gráficos no Ensino Fundamental? Que tipos de gráficos?
 Sim. Tipos de gráficos _____
 Não
6. Dados valores, você sabe calcular quais das seguintes medidas?
 Média
 Mediana
 Moda
 Variância
 Desvio padrão

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO ELABORADO PARA SER APLICADO NAS TURMAS DO ENSINO MÉDIO

Pesquisa: Perfil dos Estudantes do Ensino Médio da Escola Dom Pedro I

1. Qual sua altura em metros?_____

2. Qual sua idade? (completa até o final de 2018) _____

3. Qual sua atividade de lazer preferida?
 - () Jogos eletrônicos
 - () Acompanhar redes sociais
 - () Praticar atividades físicas
 - () Ler
 - () Conversar com amigos
 - () Outro:_____

4. Onde você fez maior parte de seu Ensino Fundamental?
 - () Na Escola Dom Pedro I
 - () Em uma Escola Municipal de Quevedos
 - () Em outro Município

5. Qual sua área de conhecimento preferida?
 - () Ciências Humanas
 - () Ciências da Natureza
 - () Linguagens
 - () Matemática

6. O que pretende fazer após concluir o Ensino Médio?
 - () Cursar faculdade ou curso técnico
 - () Ingressar no mercado de trabalho
 - () Fazer carreira na área militar
 - () Ainda não sabe
 - () Outro:_____

APÊNDICE C – PERGUNTAS PARA OS ESTUDANTES QUE JÁ CONCLUÍRAM O ENSINO MÉDIO

1. Com que idade concluiu o Ensino Médio?
2. Mudou de cidade? () Não () Sim
Se sim, pretende voltar? () Não () Sim
3. Continuou estudando? () Não () Sim
Se sim, () Faculdade
() Curso técnico
() Outro: _____
4. Ingressou no mercado de trabalho?
() Não () Sim

ANEXOS

ANEXO A – CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO TRABALHO: ESTUDANTE A

11

Fazer o trabalho foi algo muito produtivo, porém estressante, pois eu me esforcei muito para fazer o melhor possível e o resto do grupo não se preocupou muito, mas eu gostei do método avaliativo, acredito que aprendi mais do que se tivesse feito uma prova. Me empenhei em fazer a pesquisa, montar o trabalho, elaborar o texto e de certa forma achei interessante. Pode dizer que esta foi a melhor forma de avaliação pois gosto de apresentar trabalhos e este tipo de avaliação pode se repetir mais vezes.

ANEXO B- CONSIDERAÇÕES REFERÊNTES AO TRABALHO: ESTUDANTE D

Eu gostei muito de fazer esse trabalho. Achei interessante porque é uma coisa diferente e legal. Por outro lado também, foi difícil de fazer, pois em um grupo de 6 pessoas apenas 4 ajudaram a realizá-lo. O que dificultou também um pouco é não ter internet e computador em casa para podermos fazer as pesquisas e mandar as perguntas para as turmas passadas.

Esse trabalho nos ensinou a ter mais responsabilidade e nos ajuda na aprendizagem em cálculos, etc.

Achei melhor fazermos esse trabalho ao invés de uma prova porque assim como uma prova ele também nos exigiu muito esforço e o nosso máximo.

A respeito da apresentação... Eu não achei fácil, pois nunca havia feito isso no ensino fundamental.

Creio que dei o meu melhor e ajudei meus colegas ao que pude!

ANEXO C – CONSIDERAÇÕES REFERÊNTES AO TRABALHO: ESTUDANTE E

eu achei interessante apesar de eu não compreender tudo, mas é algo bem legal de ser feito, achei bem produtivo ainda apesar de não compreender um pouco mais sobre graficos e porcentagens, apesar de eu não ter ajudado em tudo no trabalho eu consegui compreender um pouco do conteúdo, achei essas porcentagens sobre as outras turmas bem interessante apesar de eu não ter ajudado em todos os topicos do trabalho, as meninas me ajudaram a compreender um pouco sobre os graficos e sobre as porcentagens, esse conteúdo não é muito facil de ser feito no trabalho mas assim conseguiu compreender o que a professora quer passar para os alunos

ANEXO D – CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO TRABALHO: ESTUDANTE F

No trabalho de matemática sobre as turmas, tinha algumas coisas fáceis e algumas difíceis.

Os trabalhos com a turma de 2016, algumas pessoas foram fáceis interessantes, pois temos algum contato ou moram na cidade. As pessoas que foram difíceis, mas conseguimos pois a professora nos ajudou.

O trabalho nos ajudou a falar em público e a fazer tabelas e gráficos no computador ou a mão.

ANEXO E - CONSIDERAÇÕES REFERÊNTES AO TRABALHO: ESTUDANTE G

5 1 0 0 5 5 0

Com eu gostei de pesquisar e de entrevistar os alunos e os ^{contos} que estudam aqui, pra mim alguns ^{contos} não foi fácil porque eu sempre tive dificuldade mas com o ajuda dos meus colegas do nosso grupo consegui. Entrevistar os alunos foi meio difícil por que eu fiquei um pouco nervoso mas consegui, nesse grupo foi bem comprometido eu acho nós fizemos as tabelas os contos e foi dividido em classe.

ANEXO F – CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO TRABALHO: ESTUDANTE H

Eu acho que foi muito interessante porque nós aprendemos coisas novas e aprendemos um pouco mais sobre o mundo.

20 foi um pouco difícil porque tinha que perguntar as pessoas e umas não respondiam e da fica difícil e também que tinha que mexer nos cantos que era um pouco difícil mas deu pra entender.

Em conclusão eu acho que foi muito interessante mesmo.