



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



GLAUCE RIBEIRO DE SOUZA MENDONÇA

**A ELABORAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MATERIAL PEDAGÓGICO COMO
METODOLOGIA DO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E
PRODUTOS NOTÁVEIS**

Catalão

2019

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFV**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFV) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFV), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: Dissertação Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

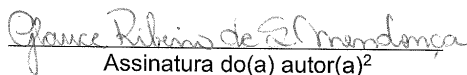
Nome completo do autor: **Glauce Ribeiro de Souza Mendonça**

Título do trabalho: **A Elaboração e Construção de Material Pedagógico como Metodologia do Processo Ensino Aprendizagem de Frações e Produtos Notáveis**


3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:


Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 26/04/2019

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

Glauce Ribeiro de Souza Mendonça

**A ELABORAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MATERIAL PEDAGÓGICO COMO
METODOLOGIA DO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E
PRODUTOS NOTÁVEIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico
Orientador: Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior

Catalão

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Ribeiro de Souza Mendonça, Glauce
A ELABORAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MATERIAL PEDAGÓGICO
COMO METODOLOGIA DO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM
DE FRAÇÕES E PRODUTOS NOTÁVEIS [manuscrito] / Glauce Ribeiro
de Souza Mendonça. - 2019.
ci, 101 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade
Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, PROFMAT -
Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional -
Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Catalão, 2019.

Bibliografia. Anexos. Apêndice.
Inclui siglas, abreviaturas, gráfico, lista de figuras.

1. Aprendizagem. 2. Fração. 3. Material Pedagógico. 4. Metodologia.
I. Azevedo dos Santos Júnior, Porfírio, orient. II. Título.

CDU 51



Ata de Defesa da Dissertação

Em 26 de abril de 2019, às 15 h 27 min, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores(as) Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior (orientador), Dr. Flávio Raimundo de Souza, Dr. Fernando da Costa Barbosa para, em sessão pública realizada por Webconferência no Bloco J - Sala 03, da Regional Catalão (RC), da Universidade Federal de Goiás (UFG), procederem com a avaliação da Qualificação intitulado "A ELABORAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MATERIAL PEDAGÓGICO COMO METODOLOGIA DO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E PRODUTOS NOTÁVEIS", de autoria de Glauce Ribeiro de Souza Mendonça, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo(a) presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida ao discente que, em 34 min procedeu a apresentação da Qualificação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Qualificação, que foi considerado: () **Aprovado** (unanimidade) ou () **Reprovado**. Cumpridas as formalidades de pauta, às 16 h 40 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Porfírio Azevedo dos Santos Júnior, lavrei a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente.

Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG
Presidente da Banca

Dr. Flávio Raimundo de Souza
IFG/Câmpus Goiânia – Goiânia

Dr. Fernando da Costa Barbosa
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

Glauce Ribeiro de Souza Mendonça
Discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT/RC/UFG

Aos meus familiares, em especial aos meus filhos, que mesmo precisando de mim, entenderam as minhas ausências necessárias e estiveram sempre ao meu lado, me apoiando, participando das lutas e vitórias alcançadas neste período!

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus que me permitiu chegar até aqui!!!!!! Deus sabe todas as coisas, cada batalha, choro, alegria e luta.

Agradeço ao meu marido, com sua paciência, compreensão e dedicação nos dias difíceis e nos dias de glória.

Aos meus filhos Laura, Cauã e os gêmeos Júlia e Renzo, que souberam me esperar em cada momento de ausência e reclusão e também rir e comemorar a cada conquista e batalha vencida nesse longo período.

À minha querida e amada mãe, sempre companheira e dedicada, que torce por mim em todos os momentos e aos meus irmãos, que me acompanharam de longe.

Ao meu pai, já falecido, que não teve muito estudo, mas sempre foi muito sábio e guerreiro, um homem batalhador e fã dos números.

Ao meu orientador e meus professores do PROFMAT pelos ensinamentos e pelas contribuições para a minha carreira docente.

Aos meus colegas de curso pelo companheirismo, em especial a Ivanete, uma amiga sempre presente que dividiu comigo muitas alegrias e tristezas.

RESUMO

Esta pesquisa aborda o ensino de frações e produtos notáveis, através de uma metodologia aplicada, utilizando a elaboração e construção de material concreto, como discos, régua de frações e quadrados de tamanhos variados. O público alvo foram os alunos selecionados, através de um Questionário Inicial, de uma turma do Primeiro Ano do Ensino Médio de uma Escola Pública da cidade de Itumbiara-GO, tendo em vista as dificuldades apresentadas por eles na realização de atividade e/ou tarefas que necessitem destes conteúdos prévios. A partir da seleção, foi escolhido um grupo de alunos que apresentavam maiores dificuldades nesses conteúdos para participarem da pesquisa no laboratório de matemática, onde estes alunos tiveram a oportunidade de participarem das oficinas, onde foram construídos os materiais concretos, permitindo assim a visualização dos conceitos teóricos e práticos relacionados ao tema, compreendendo a teoria, as definições e regras. Através de abordagens qualitativas, os resultados obtidos se mostraram satisfatórios, o que nos permitiu constatar uma melhora significativa no desempenho final dos alunos.

Palavras-chave: Aprendizagem. Fração. Material Pedagógico. Metodologia.

ABSTRACT

This research deals with the teaching of fractions and notable products, through an applied methodology, using the elaboration and construction of concrete material, such as disks, fractional rulers and squares of varying sizes. The target audience was the students selected, through an Initial Questionnaire, from a class of the First Year of High School of a Public School in the city of Itumbiara-GO, in view of the difficulties presented by them in carrying out activity and / or tasks that need these previous contents. From the selection, a group of students who presented greater difficulties in these contents were chosen to participate in the research in the mathematics laboratory, where these students had the opportunity to participate in the workshops, where the concrete materials were constructed, thus allowing the visualization of the concepts theoretical and practical related to the subject, including theory, definitions and rules. Through qualitative approaches, the results obtained were satisfactory, which allowed us to observe a significant improvement in students' final performance.

Keywords: Learning. Fraction. Pedagogical Material. Methodology.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistemas de Medidas por Cordas.....	39
Figura 2 - Escrita Egípcia das Frações e Suas Correspondentes.....	40
Figura 3 - Olho de Horus.....	41
Figura 4 - Representação Geométrica $(a + b)^2$	45
Figura 5 - Representação Geométrica $(a - b)^2$	45
Figura 6 - Representação Geométrica $(a - b)^2$	45
Figura 7 - Disco de Frações com Várias Subdivisões.....	58
Figura 8 - Disco de Frações com Várias Subdivisões.....	61
Figura 9 - Disco de Frações com Várias Subdivisões.....	61
Figura 10 - Disco de Frações com Várias Subdivisões.....	61
Figura 11 - Exercício Envolvendo Soma e Subtração de Frações	62
Figura 12 - Exercício Envolvendo Soma e Subtração de Frações	62
Figura 13 - Exercício Para Identificar Desigualdade de Frações	62
Figura 14 - Quadro com Régua de Frações	63
Figura 15 - Quadro com Régua de Frações	63
Figura 16 - Transformando Fração Mista em Fração Imprópria.....	64
Figura 17 - Transformando Fração Imprópria em Fração Mista	64
Figura 18 - Régua de Frações	64
Figura 19 - Quadrado com Lado Medindo 20 Centímetros.....	65
Figura 20 - Produtos Notáveis: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	66
Figura 21 - Produtos Notáveis: $a^2 + ab + ab + b^2$	66
Figura 22 - Produtos Notáveis: $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$	66
Figura 23 - Exercícios Envolvendo Produtos Notáveis	67
Figura 24 - Exercícios Envolvendo Produtos Notáveis	67

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Interesse pelos Estudos em Geral.....	53
Gráfico 2 - Interesse pelos Estudos da Matemática.....	53
Gráfico 3 - Dificuldades Apresentadas em Matemática.....	54
Gráfico 4 - Facilidade em Aprender Matemática Através de Jogos e Materiais concretos.....	71
Gráfico 5 - Dificuldades Apresentadas nas Aulas de Matemática.....	72
Gráfico 6 - Informações sobre o Aprendizado após a Pesquisa Segundo os Alunos.....	72
Gráfico 7 - Quantidade de Acertos na Primeira Questão.....	73
Gráfico 8 - Quantidade de Acertos em Produtos Notáveis.....	74
Gráfico 9 - Exercícios Contextualizados Envolvendo Frações.....	74

LISTA DE APÊNDICES

Apêndice A - Questionário Inicial.....	82
Apêndice B - Questionário Final.....	84
Apêndice C - Aula 1.....	86
Apêndice D - Aula 2.....	87
Apêndice E - Aula 3.....	88
Apêndice F - Aula 4.....	89
Apêndice G - Aula 5.....	90
Apêndice H - Aula 6.....	91
Apêndice I - Aula 7.....	92
Apêndice J - Oficina 1.....	93
Apêndice K - Oficina 2.....	94
Apêndice L - Oficina 3.....	95
Apêndice M - Oficina 4.....	96
Apêndice N - Oficina 5.....	97

LISTA DE ANEXO

ANEXO I - Parecer do CEP/UFG Aprovação da Aplicação da Pesquisa	99
---	----

LISTA DAS ABREVIATURAS E SIGLAS

a.C.	Antes de Cristo
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio
E.V.A.	Espuma Vinílica Acetinada
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio
PDE	Plano de Desenvolvimento da Educação
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SAEB	Sistema de Avaliação da Escola Básica
UFG	Universidade Federal de Goiás

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1	Aspectos Históricos do Ensino da Matemática	22
2.2	Dificuldades na Aprendizagem da Matemática	31
2.3	A Formação do Pensamento Lógico-Matemático	35
2.4	A Construção do Conhecimento Através da Matemática Lúdica	36
2.5	Os Números Fracionários	41
2.6	Utilização de Materiais Concretos no Ensino de Frações	45
2.7	Os Produtos Notáveis	47
2.8	Ressignificando os Produtos Notáveis Através de Materiais Concretos.....	49
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	52
3.1	Metodologia	52
3.2	Público Alvo	53
3.2.1	Alunos Selecionados.....	55
3.2.2	Dados Coletados Para a Aplicação da Pesquisa.....	57
4	APLICAÇÃO DA PESQUISA	56
4.1	Atividades Desenvolvidas na Pesquisa.....	63
5	ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS E DAS ATIVIDADES APLICADAS.....	74
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	79
	REFERÊNCIAS	79
	APÊNDICES.....	82
	ANEXOS	98

1. INTRODUÇÃO

A escola é o caminho natural que todos deveriam seguir na busca pelo conhecimento e integração à sociedade. Infelizmente não é assim que acontece. Muitos alunos abandonam a escola ainda na fase de alfabetização, antes mesmo de concluírem o ensino fundamental. Existe um número considerável de alunos que não apresentam uma boa integração na escola e vários são os motivos, entre eles: falta de base familiar, de incentivo dos pais em relação à continuidade dos estudos, falta de apoio financeiro, de domínio dos próprios pais em relação aos estudos, necessidade de trabalhar para contribuir como orçamento familiar, problemas nutricionais que levam à dificuldade e/ou lentidão de aprendizado e entre tantos motivos tem também a dificuldade com o desempenho escolar em geral ou em determinadas matérias, principalmente a Matemática. Alguns alunos apresentam um rendimento insatisfatório em operações básicas, tais como dividir, repartir um inteiro, particionar, calcular espaços, áreas, dentre outras dificuldades apresentadas.

Para os alunos com tais dificuldades relacionadas aos conteúdos da Educação Básica, nível I, o aprendizado na Educação Básica nível II se torna um desafio, aumentando a barreira para seguir em frente no processo de desenvolvimento do conhecimento. São vários os motivos que tornam a escola desinteressante para os alunos e entre esses está a dificuldade em raciocínio lógico e a desenvoltura com os números. A Matemática é uma matéria que pode ser considerada pesada para alguns alunos que não conseguem dominar o básico, como adição e subtração, compreensão de espaço e proporções, causando desconforto para alunos e professores, fazendo com que essa disciplina esteja presente entre as justificativas para o abandono escolar, para a evasão ainda no Ensino Fundamental.

Percebe-se atualmente, pelo método tradicional de ensino, quase sempre quadro e giz, no qual o professor é detentor do conhecimento e o aluno apenas replica as regras, mecanicamente, acompanhando o processo e nem sempre entendendo o que está acontecendo, a porcentagem de alunos que adquire aprendizagem satisfatória é pequena. Alguns alunos necessitam de uma metodologia diferente.

Dentre os conteúdos da Matemática, podemos citar a fração como um conteúdo no qual o aluno apresenta grandes problemas no aprendizado. O ensino de fração se inicia ao final do primeiro nível do Ensino Fundamental e se estende por todos os anos seguintes. Mesmo tendo sido ensinada e utilizada ao longo desse período, alguns alunos chegam ao Ensino Médio sem saber as operações básicas envolvendo frações e, dessa forma, não conseguem resolver os exercícios. Esse mesmo aluno que não entende a fração escrita, não consegue fazer as contas

no caderno, não sabe reconhecer o significado do número e sua representação, a qual parte esse número pertence, qual o seu valor equivalente; muitas vezes entende na prática, quando manuseia dinheiro, moedas, divide tarefas, partilha uma pizza, um bolo com seus colegas; ou seja, o aluno conhece a prática mas não consegue transferir esse conhecimento para o caderno, é notório que falta para ele uma metodologia adequada de estudo ou de aprendizagem. A dificuldade normalmente é na escrita, na operação matemática feita em sala. Outro conteúdo com grande índice de baixa absorção pelos alunos são os produtos notáveis, que é de grande importância no cálculo de áreas e são representados por produtos de expressões algébricas, em forma de polinômios, e que facilita e simplifica o cálculo. Esse conteúdo é apresentado no oitavo ano e explorado melhor no ano seguinte. Mesmo assim, alguns alunos também chegam ao Ensino Médio sem dominar e sem saber qual a importância desses produtos notáveis.

Com a expectativa de melhorar o desempenho e o domínio de frações e produtos notáveis pelos alunos que apresentam tais dificuldades, a proposta da presente pesquisa é investigar o quanto a participação efetiva desse aluno na construção e manipulação de material concreto contribui para reduzir a deficiência em relação aos conteúdos trabalhados e na busca de tal objetivo, pretende responder a pergunta norteadora: “Será que colocar o aluno para desenvolver a construção e manipulação de materiais concretos pode ajudar no ensino aprendizagem?”

A proposta é estimular os alunos em relação ao aprendizado desses conteúdos, mostrar que são capazes de aprender sob um novo olhar, pois são beneficiados com uma metodologia que amplia a absorção e compreensão da Matemática, um estímulo na busca do aprendizado e um agente facilitador para o entendimento dos conceitos, regras e fórmulas. No exercício da minha profissão, ao longo dos anos, tenho observado a importância de conscientizar os alunos para a necessidade de aprender e não decorar, pois dessa forma facilita o desempenho dele na aplicação dos conteúdos, que é essencial para um bom resultado na disciplina. Com base nas dificuldades apresentadas, foi despertado o interesse dos alunos para que participem da pesquisa, conscientizando-os da necessidade de uma forma diferenciada de aprender para melhorar o rendimento escolar e ampliar o conhecimento tanto em Matemática quanto em outras disciplinas que envolvem números, através do benefício que uma nova metodologia pode contribuir para o desenvolvimento de cada um.

Trabalho com o Ensino Médio desde 2004. Pela experiência em sala de aula como professora, lecionando nas turmas de primeiro ao terceiro ano do Ensino Médio e pelos resultados das avaliações aplicadas constantemente, vejo, a cada ano, que está aumentando a distância entre a matéria dada e a matéria apreendida de fato pelo aluno. Esses dados podem

ser visualizados nos resultados do Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) de 2011. O Ideb é calculado a partir dos dados sobre aprovação obtidos no Censo Escolar e das médias de desempenho no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e os resultados são apresentados bianualmente, desde 2007 (BRASIL, 2016, p.25).

Essa dificuldade na aprendizagem é nítida em alguns conteúdos do Ensino Fundamental, como por exemplo: potenciação, radiciação, produtos notáveis e frações; entre outras.

De acordo com Silva (2006)

Os conteúdos de Matemática trabalhados no Ensino Médio dependem de conceitos trabalhados no Ensino Fundamental. O aluno, ao chegar no Ensino Médio, já deveria ter elaborado o significado de conceitos como: frações, números decimais, porcentagem, radicais, propriedades da potenciação, sistema de numeração, múltiplos, divisores, equações, inequações, sistemas de equações. Por exemplo, ao trabalhar com sequências numéricas, o aluno compreende com certa facilidade o que vem a ser uma Progressão Aritmética ou Geométrica, mas ao resolver problemas que envolvam essas sequências, ele esbarra em dificuldades como operações com frações ou nas propriedades da potenciação (SILVA, 2006, p.19).

É difícil para o aluno levar o estudo adiante apresentando dificuldade em conteúdos básicos e a Matemática é uma disciplina que abrange grande parte desses conteúdos. Alguns alunos chegam ao Ensino Médio sem dominar o básico da Matemática vista no Ensino Fundamental.

Será que esses conteúdos foram ensinados de maneira satisfatória ou foram apenas apresentados pelos docentes? Alguns conteúdos, como a radiciação, podem ter sido apresentados por um período pequeno ou ainda superficialmente e esses alunos não conseguiram uma aprendizagem intensiva. Mas é verdade também que alguns tópicos são trabalhados ao longo de alguns anos, como a fração; que é inserida no Ensino Fundamental e é aplicada pelos próximos anos e, mesmo assim, esses alunos apresentam uma dificuldade enorme em trabalhar com fração. Parece algo impossível de aprender.

Não se sabe de que modo foi trabalhado determinado conteúdo, ou ainda pode ter sido só apresentado, pois não justifica tanto tempo de aprendizagem e mesmo assim, completa falta de desempenho e habilidade. Existe uma grande distância entre como se ensina e como o aluno aprende a Matemática.

É desconfortável toda vez que se coloca uma fração no quadro, pois é certo que essa fração vem acompanhada de algumas reclamações. Será que é algo tão difícil de aprender? Sabe-se que não é, pois enquanto alguns alunos reclamam muito, outros não reclamam nada.

Pela minha experiência em sala de aula, fica evidente a diferença no nível de aprendizagem entre os alunos que chegam ao primeiro ano do Ensino Médio, e isso torna bem complexo o trabalho do professor de Matemática, tornando um desafio lecionar numa sala com tamanha diferença de bagagem, pois a dificuldade está presente nos conteúdos vistos a cada aula.

Dentre os fatores que atrapalham o rendimento em sala de aula, pode-se citar: dificuldade de concentração, alunos de diferentes níveis de conhecimento, cada um no seu tempo e ao seu modo, com seus interesses e capacidades distintas. É preciso encontrar, mediante essa nova sala de aula, estratégias de adaptação e desenvolvimento de atividades que envolvam todos; isso só já é um desafio.

Os alunos que apresentam dificuldades, mesmo depois de algum período trabalhando com determinado conteúdo, ficam cada vez mais desmotivados e, conseqüentemente, perdem o interesse e a vontade de aprender, diminuindo consideravelmente o seu desempenho em sala de aula.

Segundo Jesus; Silva:

As dificuldades podem ser por outros motivos também. Vale salientar que a ênfase, muitas vezes, colocada no desempenho do estudante pode dar a impressão de que seu progresso ou o seu fracasso depende exclusivamente dele. Entretanto, isso não é uma afirmativa que expressa à verdadeira realidade. O problema pode estar na relação entre as características e o método empregado pela escola; nas características do professor; nos colegas de sala e, muitos outros, contudo, estes fatores poderão criar boas condições para o aprendizado dos estudantes, todavia, também, podendo dificultar (JESUS; SILVA, 2012, p. 3)

Esse grupo de alunos com dificuldades em aprendizagem precisa de estratégias e metodologias apropriadas que se tornem facilitadores na compreensão do conteúdo, contribuindo para que aumentem a autoconfiança e motivação para seguir em frente.

Essas dificuldades citadas justificam a escolha de trabalhar com materiais diversificados para o ensino e aprendizagem de fração e produtos notáveis com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio, justamente porque demonstram claramente a necessidade de se trabalhar com outra metodologia, criando mais uma possibilidade desses alunos aprenderem o conteúdo de fato.

São muitos os desafios que envolvem a educação e acabam afetando diretamente o docente e suas atuações em sala de aula. A conclusão do Ensino Superior não dá suporte para esses desafios. Tal formação não deve limitar-se à Graduação, pois é necessário buscar mais qualificação para ampliar seus conhecimentos, para atender cada vez mais os desafios que surgem ao longo da carreira docente. Precisa-se sempre de um novo olhar, uma outra maneira

de ensinar, para realmente fazer a diferença. De acordo com Carvalho; Alonso (1999):

Formar professores é trabalhar numa situação muito particular, na qual o conhecimento que se domina tem de ser constantemente redimensionado, reelaborado, devido às mudanças que ocorrem na sociedade em que se vive, consequência, em grande parte, dos avanços da ciência e da tecnologia, tendo em vista que o processo de formação não cessa, envolvendo sempre novos contingentes de professores (CARVALHO; ALONSO, 1999, p.47).

Em 24 de abril de 2007, foi aprovado o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), com a finalidade de melhorar a Educação no País em todas as suas etapas, em um prazo de quinze anos. A prioridade é a Educação Básica, que inclui o Ensino Infantil, Fundamental I e II e Médio. O PDE prevê várias ações que visam identificar e solucionar os problemas que afetam diretamente a Educação Brasileira, mas vai além, por incluir ações de combate a problemas sociais que inibem o ensino e o aprendizado com qualidade. O PDE permite ao professor uma formação continuada, e ele é instigado a pensar, repensar, construir e reconstruir através do conteúdo e da sua aplicação em sala de aula; rever sua didática, mudar, atualizar. É necessária uma busca por educação de qualidade, procurando caminhos diferentes para pesquisas e meios de aprendizagem em contextos distintos. Há muitos anos vem sendo cobrado uma mudança de metodologia, ensinar algo que seja mais interessante, vinculado ao cotidiano do aluno, mas enfrenta-se a dificuldade em fazer essa mudança. Em geral, no ensino de hoje, tem muito pouco dessa mudança. Os professores que estão na ativa precisam passar por uma formação, uma capacitação e as escolas precisam de estrutura para receber esse professor capacitado, apto a trabalhar metodologias diferenciadas, com materiais adequados e laboratórios equipados. É necessária essa mudança, é necessária a capacitação do professor, mas ela acontece muito sutilmente em ambos os lados, professor e escola.

Notando a falta de domínio referente aos conteúdos de frações e produtos notáveis e sabendo da extrema importância destes para a sequência de aprendizagem do aluno do Ensino Médio, a presente pesquisa se propõe a trabalhar uma metodologia diferente para esses alunos aprenderem tais conteúdos, envolvendo jogos, régua e outros materiais didáticos diversos.

Após a aplicação da metodologia proposta, espera-se obter a resposta da seguinte pergunta norteadora: “Ao trabalhar o ensino de frações e produtos notáveis através da elaboração e construção de materiais concretos, os alunos terão um melhor desempenho nos exercícios envolvendo tais conteúdos?”.

Esse trabalho é dividido em capítulos, sendo o primeiro com a Introdução e os próximos capítulos da seguinte forma: O Capítulo 2 vem com a fundamentação teórica, mostrando o

ensino da Matemática ao longo do tempo e os autores que trabalham com metodologias diferenciadas no ensino de Matemática. O Capítulo 3 mostra os procedimentos metodológicos aplicados na pesquisa, desde a seleção do público alvo até a coleta de dados para o trabalho. O Capítulo 4 traz a aplicação da pesquisa, com o passo a passo das aulas e análise dos materiais construídos em sala. O Capítulo 5 possui uma análise dos questionários e das atividades aplicadas em sala, representando os resultados de cada questão através de gráficos. O Capítulo 6 traz as considerações finais do trabalho e recomendações para pesquisas futuras.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Aspectos Históricos do Ensino da Matemática

O processo de aprendizagem acontecia desde antigamente até o século 19, predominantemente por meio de repetições, com o aluno sendo passivo e o professor, detentor do conhecimento. Apesar de ainda hoje a grande maioria dos professores ensinarem dessa forma nas escolas, existe a preocupação, a busca em adotar métodos diferentes, mais atrativos e funcionais para facilitar a aprendizagem. O aluno praticamente memorizava as informações, era submisso a esse método de ensino e compreendia o conteúdo, mas o aprendizado era, e é, feito mecanicamente, o aluno ia resolvendo exercícios repetitivamente e o professor ia aumentando o nível de dificuldade, e, conseqüentemente, ampliando o aprendizado. Hoje, com o mundo moderno, os alunos têm vários atrativos que não existiam antigamente, como jogos, TV's, celulares, eletrônicos em geral, aulas de inglês, vários tipos de esporte e isso ocupa seu dia de forma prazerosa e muitos alunos reduzem o tempo de dedicação ao estudo. Nesse método tradicional de ensino, o processo de avaliação era e é feito por questionários simples, com os alunos respondendo de forma direta. Não havia muitas questões aplicadas. O filósofo Sócrates (século V a.C.) defendia que o mestre tinha como função nortear seu discípulo, orientá-lo a descobrir a verdade por si só e que os mestres deveriam ter calma com erros e dúvidas de seus discípulos, já que o erro ajudava na aprendizagem. É interessante o aluno, ao errar, descobrir qual foi o seu erro ou ainda, o que o levou a interpretar ou seguir aquele raciocínio erroneamente. Essa descoberta do que o levou a cometer o erro é essencial para que o aluno avance no aprendizado, maximizando seu conhecimento.

No final do século XX, início do século XXI, houve uma mudança significativa nesse processo de ensino e aprendizagem, com uma preocupação cada vez mais frequente com a compreensão da aprendizagem. Alguns educadores concordam que educar é um processo dialógico, no qual o professor e aluno trocam de lugar o tempo todo: o aluno aprende e ensina o seu professor, e este ensina e aprende com seu aluno.

A partir da época em que a Matemática se transformou em uma área de conhecimento, nos tempos de Platão e Pitágoras, foi imediatamente associada a uma classe social privilegiada enquanto ciência nobre, pois relacionavam o domínio da Matemática a pessoas mais inteligentes, com um conhecimento diferenciado dos demais. Esse status recebido se manteve no decorrer do tempo e ainda hoje, para alguns, quem tem facilidade para aprender seus conteúdos, em relação às demais disciplinas, é considerado privilegiado, até mesmo superior.

Esse conceito de disciplina de aprendizado complexo é preocupante para alguns professores, pois não ajuda o aluno que já apresenta alguma dificuldade, tornando o processo de aprender ainda mais complexo. Alguns professores começaram a buscar novas práticas de ensino, um novo olhar para o aprendizado, algo que trouxesse o interesse do aluno para a Matemática, que o fizesse entender a teoria sob outro aspecto, como o uso de jogos. De acordo com Ribeiro (2009), o uso de estratégias é altamente impactante para o aluno, já que potencializa o raciocínio matemático, enriquecendo seu conhecimento matemático. A dúvida hoje consiste em decidir sobre a dualidade presente na questão: levar à compreensão do conhecimento da Matemática enquanto ciência incontestável ou buscar sua aplicação prática quanto aos problemas cotidianos. Nessa pesquisa trataremos as duas questões de forma amplamente importantes, conforme mostra Miorim (1999), na trajetória do ensino da Matemática ao longo do tempo, mostrando o desenvolvimento histórico ocorrido desde a antiguidade até a modernização do ensino.

Essa modernização do ensino já nos mostra uma preocupação com o processo ensino aprendizagem tradicional, buscando uma proposta para facilitar o aprendizado do aluno atual, algo que o atrai e o leva a compreender, de fato, o que está sendo ensinado na teoria; para que esse aluno possa ver a prática do que está sendo explicado teoricamente.

Essa já era uma preocupação em épocas anteriores à Era Cristã, uma vez que a Matemática teve seu surgimento ligado às necessidades que o homem tinha quanto à resolução de seus problemas cotidianos, em um período onde o comércio já era expressivo, existia um crescimento de construções mais elaboradas e também para medir terras. Essa utilidade da Matemática levou a sua categorização em duas vertentes: enquanto aplicada à necessidade popular, não tinha meios que levassem ao engrandecimento do espírito e não contribuía para o desenvolvimento do raciocínio lógico da população. A outra Matemática, predominante entre a elite intelectual, era superior e distante da aplicação popular. Conforme Gomes (2012), houve a necessidade de adaptação da Matemática praticada no Brasil, na década de 50, passando então a ter uma preocupação por uma transformação no ensino procurando aproximar a Matemática da realidade dos estudantes, buscando introduzir exercícios aplicados, envolver problemas do cotidiano. Essa preocupação com a transformação do ensino existe até hoje e apesar de ter melhorado os exercícios aplicados, ainda não chegou ao ponto ideal, que seria toda a aplicação da Matemática no cotidiano do aluno, aliando ainda mais a teoria com a prática, buscando uma educação profissional. Essas discussões sobre a estruturação do ensino existem até hoje e fazem parte da preocupação dos pesquisadores da área.

Desse contexto, decorreu a prioridade dos estudos teóricos sobre a aplicação prática,

vindo, no decorrer de séculos, influenciar a forma como a Matemática seria desenvolvida como disciplina escolar, de acordo com Ribeiro (2009), mantendo ênfase ao contexto euclidiano, tradicional.

Nos anos de transição entre os séculos XIX e XX houve um movimento que passava a compreender a Educação Matemática como uma área que deveria ser prioridade na educação, traduzida como aplicação de boa didática, obediência aos programas de ensino e aplicação de exames rigorosos cuja finalidade era medir e comprovar a aprendizagem dos conteúdos transmitidos, segundo Borba (2004), fazendo um levantamento quantitativo dos dados coletados ao longo da pesquisa.

Nesse período, houve uma preocupação com o ensino, uma necessidade de mudança nas escolas, objetivando modernizar e atender às novas exigências e os professores se movimentaram também, buscando capacitação para o ensino, levando em consideração as dificuldades dos alunos e melhorando a prática pedagógica. Essas transições ocorridas trouxeram uma mudança parcial, sutil no ensino de Matemática, com a perspectiva de facilitar a aprendizagem e compreensão da Matemática. A escola também precisa passar por mudanças na estruturação, se equipar para receber o professor e suas novas práticas pedagógicas, com laboratórios e materiais necessários para aplicar novas metodologias.

A prática pedagógica nos dá informações relevantes ao longo dos anos de trabalho. Através da observação e desempenho dos alunos, podemos e devemos mudar nossa prática pedagógica, alterar a ordem de algum conteúdo, sempre no sentido de melhorar o entendimento e a compreensão do aluno, fazendo com que este consiga, com outra linguagem ou prática de ensino, absorver determinado conteúdo da melhor forma possível.

Há atualmente alguns desafios que não existiam antigamente. Um desses desafios é a tecnologia de fácil acesso. Quase todos os alunos têm essa tecnologia em suas mãos, como celulares, computadores, calculadoras. É interessante trazer essa tecnologia para a sala de aula sempre que for possível alinhar o conteúdo trabalhado com essa ferramenta tecnológica tão utilizada pelos alunos. Temos também a oportunidade de usar materiais manipulados em sala de aula, como jogos, cartas, recortes, caixas, cartolinas, entre outros, de forma que enriqueça o conteúdo trabalhado, envolva a teoria e desperte o interesse do aluno.

É consenso que as três maiores revoluções da modernidade, representadas pela Revolução Industrial, a Revolução Americana e a Revolução Francesa, foram responsáveis pelo surgimento de maior atenção para a Educação Matemática dos jovens, apontando para a adoção de rumos próprios. Tais revoluções são consideradas marcos porque surgia uma nova educação para os trabalhadores que tinham que lidar com a ciência moderna e a construção de

máquinas aceleradoras da produção industrial. A necessidade de ensinar aos trabalhadores levou à universalização da educação e novas formas de ver e atuar sobre a relação existente entre trabalho e educação, gerando também novos temas para discussões educacionais.

No Brasil, até o final do século XIX, a influência maior para a educação eram aquelas preconizadas pelos jesuítas, para os quais prevalecia a educação religiosa sobre as demais, porém, de acordo com Borba (2004), no resto do mundo surgia um clima propício para mudanças em torno da educação e dos métodos utilizados no ensino até então.

Em âmbito nacional, somente a partir de 1920 é que as discussões acerca das reformas educacionais começaram a ser ampliadas de forma jamais vista, em paralelo às concepções pedagógicas oriundas da Escola Nova, movimento das classes média e burguesa, onde era dado grande valor ao ramo da psicologia. Por outro lado, os religiosos da Igreja Católica defendiam a manutenção da Pedagogia Tradicional, vigente até então (D'AMBRÓSIO, 1990).

A proposta da Escola Nova defendia métodos mais ativos para o ensino e aprendizagem, dando importância à liberdade e interesse do educando, adotando métodos de trabalho em grupos, incentivando que trabalhos manuais fossem desenvolvidos regularmente nas escolas; paralelamente, valorizava os estudos de psicologia experimental e, no centro do processo educativo, o aluno tomou o lugar do professor. Anísio Teixeira, um dos ícones das discussões educacionais do período, propôs que o Distrito Federal realizasse reformas nas quais a Educação Matemática partisse dos problemas reais, que observassem as ocupações e interesses cotidianos, valorizando os cálculos que as crianças realizavam no seu dia a dia.

Segundo D'Ambrósio (1990), no mesmo período, entre os anos finais do século XIX e iniciais do século XX, nos Estados Unidos e em alguns países europeus, aconteceram algumas reformas no ensino da Matemática, tendo como precursor de um grande movimento de professores rumo à modernização dos programas e métodos do ensino da disciplina, o alemão Felix Klein.

Essa preocupação com mudanças no ensino da Matemática e a busca por modernidade, por inovações e novas metodologias aconteceu simultaneamente em vários países, mostrando uma nova tendência em relação ao ensino.

Ao final da década de 1920 tais iniciativas começaram a ser discutidas por vários países no IV Congresso Internacional de Matemática, realizado em Roma, ocasião em que foi constituída a Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique e, de acordo com Miorim (1999), as propostas ali sugeridas repercutiram enfaticamente na Educação Matemática no Brasil.

Seis anos depois tem início o Primeiro Movimento Internacional para a Modernização

do Ensino de Matemática, dando continuidade ao congresso de Roma. Houve uma fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria na educação matemática, visando a extinção do desequilíbrio presente entre os estudos científicos e tecnológicos até então e o ensino de Matemática, conforme era desenvolvido nas escolas secundárias, portais de acesso às universidades.

No decorrer desses seis anos entre o Congresso de Roma e o Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática ocorreram inúmeros encontros, mas a única participação do Brasil como convidado foi em 1912, no V Congresso Internacional da Matemática, realizado em Cambridge, dando-se de forma superficial, fazendo com que esse único encontro, de acordo com Gomes (2012), não trouxesse influências para o ensino nacional da Matemática. A mudança no ensino, nesse período, já estava ocorrendo em outros países, mas o Brasil ainda estava atuando de forma antiga, pois não teve uma participação ativa nos Congressos.

É comum constatar a ideia de que tenha sido o professor Euclides Roxo do Colégio Pedro II, em 1927, o principal responsável pela reforma que deu origem ao primeiro programa de Matemática brasileiro voltado para o ensino secundário, mais especificamente para a 1ª série do ensino secundário de então, hoje equivalente à 5ª série ou ao 6º ano no Ensino Fundamental de 9 anos. Na ocasião, sua proposta era a unificação dos ramos Aritmética, Álgebra e Geometria como componentes da Matemática, referindo-se ao movimento internacional como orientado por Felix Klein. De acordo com Werneck (2003), essa unificação também foi influenciada pelo americano Ernest Breslich, matemático defensor da união desses ramos na Matemática.

Quanto à proposta, o Departamento Nacional de Ensino e a Associação Brasileira de Educação foram favoráveis apoiando a iniciativa de Euclides Roxo. O aval do primeiro órgão possibilitou a implantação dos novos programas no Colégio Pedro II. Em seguida, o Decreto 18.564 de 15 de janeiro de 1929 tornou oficial a proposta modernizadora e, a partir daí o ensino da Aritmética, Álgebra e Geometria seria realizado por meio da criação de uma nova disciplina escolar, a Matemática. Rapidamente, o Decreto 19.890 de 18 de abril de 1931, conhecido como Reforma Francisco Campos, acelerou o processo de unificação instituindo um programa nacional para o ensino de Matemática.

Nesse período, vários grupos de estudos, em vários países, estavam se movimentando em busca de novos métodos de ensino, vindo a criar uma nova proposta, que está em prática até hoje, visando a modernidade do ensino, um novo método de ensinar, dando origem à Matemática Moderna. Apesar de já existir essa preocupação com a modernidade do ensino e essas novas propostas desde essa época e também possuírem materiais concretos para o ensino

de Matemática, pouco ou quase nunca, se vê o uso desses materiais em sala para ajudar a construir o raciocínio do aluno. Havia muita preocupação e pouca prática.

Em meados da década de 1950 aconteceu o Congresso Nacional de Ensino organizado pela professora Martha Dantas no estado da Bahia, seguido de outros no Rio Grande do Sul, Rio de Janeiro e no Pará, surgindo as primeiras ideias futuramente defendidas pelo Movimento Internacional da Matemática Moderna, porém, segundo Miorim (1999), não obtiveram grandes resultados. Nesse mesmo período, no decorrer da década de 1950, um movimento tomava expressão nos Estados Unidos em defesa do Movimento da Matemática Moderna e esse movimento, segundo Werneck (2003), veio influenciar nas propostas brasileiras.

Mais adiante, acontece uma reação contrária à Reforma Francisco Campos, denominada de Reforma Capanema datada de 1940 e o programa de Matemática do secundário retrocede para a Matemática Tradicional ainda preferida por alguns, orientando o ensino de Matemática até o ano de 1961.

Um fato que, isolado, não tem relação com o tema, tornou-se um marco para a necessidade de mudar o ensino da Matemática, que foi o lançamento do primeiro foguete soviético, Sputnik, em 1957. Esse feito despertou o governo americano rumo à busca de solução para sua desvantagem tecnológica em relação aos russos, levando à análise do ensino de Matemática e de Ciências, pontos estratégicos para o desenvolvimento tecnológico americano. Essa análise resultou na abertura de financiamentos, criação de grupos americanos para o estudo de novas propostas de currículo mais adequado à escola média, de acordo com as necessidades do país. Segundo Borba (2004), no biênio 1958-1959 foram compostos os grupos School Mathematics Study Group e o Physical Science Study Commitee, com a proposta de promover melhorias no ensino da Matemática e de Ciências por meio de experimentos, acarretando novamente na separação entre a Matemática pura e aplicada, fracionando a disciplina em correntes distintas.

Essas mudanças ocorreram buscando uma melhoria no ensino da Matemática, uma melhor didática, passando por adaptações, experiências e pesquisas, com a finalidade de beneficiar os alunos em relação ao aprendizado, oferecendo uma melhor prática pedagógica e buscando a proposta de trazer, sempre que possível, a Matemática para o cotidiano, com exemplos voltados para o convívio dos alunos, como jogos de dominó com cálculos de frações e de expressões numéricas, o uso de recortes para cálculo de áreas, de volumes, entre outros.

Nas décadas de 60/70 do século passado, o ensino de Matemática, em muitos países, foi influenciado por esse movimento que ficou conhecido como Matemática Moderna que nasceu como movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi

posta na linha de frente por se considerar, junto às Ciências Naturais, via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Nesse período, a Matemática ensinada era aquela concebida como lógica, compreendida a partir das estruturas, conferindo papel fundamental à sua linguagem. Ribeiro (2009) retrata que, já nessa época os formuladores dos currículos insistiam na necessidade de uma reforma pedagógica, incluindo a pesquisa de materiais novos e métodos de ensino renovados – fato desencadeador da preocupação com a Didática da Matemática, intensificando a pesquisa nessa área.

De acordo com o mesmo, o ensino passou a ter preocupação excessiva com abstrações internas à própria Matemática, mais voltadas à teoria que a prática. Dessa forma a Matemática ficou muito teórica e Borba (2004) diz que a linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, foi introduzida com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia interminável que comprometeu o ensino do cálculo, da geometria e das medidas.

É notado um movimento nacional voltado para a nova metodologia de ensino da Matemática, pois essa proposta é inovadora, seus métodos são estudados e estão sendo aperfeiçoados, pesquisados e aplicados nas escolas; voltados para o saber, para a prática pedagógica, ficando o professor no papel de mediador, mas a prática de tais métodos é lenta, algo muito sutil em sala de aula.

De acordo com Ribeiro (2009), o movimento pela Matemática Moderna tomou força no Brasil a partir das atividades desenvolvidas pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM -, criado por professores paulistas, em 1961, ano em que foi publicado o primeiro livro sobre Matemática Moderna, “Matemática Dinâmica Números e Cores” e outros de autoria do grupo de estudo de Matemática de São Paulo.

Depois de conhecer a proposta modernizadora dos Estados Unidos para o ensino da Matemática, Werneck (2003) afirma que o professor Osvaldo Sangiorgi lançou, no Brasil, a proposta de realização de um curso de aperfeiçoamento para os professores de Matemática, preparando-os para a introdução da Matemática Moderna.

Apesar da Revolução de 1964 ter impedido a realização de outros Congressos, de acordo com Borba (2004), não impediu a formação de vários grupos de estudo como o Grupo de Estudos Matemáticos do Estado da Guanabara, Grupo de Estudos Matemáticos do Estado de Porto Alegre, de São Paulo e outros, como o grupo da Bahia com liderança do professor Omar Catunda, todos voltados para estruturar a nova prática de ensino.

Contrariando as instituições obrigatórias pelas quais passou o ensino da Matemática no Brasil, a Matemática Moderna foi decretada, seguindo a direção da divulgação nacional. Entretanto, concretamente, mostrava a falta de preparo dos professores obrigados a ensinar a

disciplina sem conhecer os métodos necessários para tal. Novamente, segundo D'Ambrósio (1990), a Matemática Moderna falhou na resolução do problema representado pelo ensino da matéria agravando a situação, pois os professores não foram preparados para a nova prática pedagógica e não conseguiram atingir o objetivo, que era facilitar o conhecimento, alinhando teoria e prática. Esses professores ainda hoje não estão devidamente preparados, seja por falta de capacitação ou por falta de estruturação escolar.

No Brasil, a Matemática Moderna foi veiculada principalmente pelos livros didáticos e teve grande influência. Esse movimento teve seu refluxo a partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação. Na década de 80 no Brasil, seguindo a tendência mundial, Werneck (2003) afirma que o foco do ensino e da aprendizagem Matemática é transferido para o desenvolvimento de habilidades que possibilitem a resolução de problemas e a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, imprimindo novos rumos às discussões curriculares.

Como surgiu durante a Ditadura Militar, Miorim (1999) afirma que a Matemática Moderna não foi diretamente questionada, pois não era possível contrariar as ideias dominantes e a educação predominante era a tecnicista.

No final da década de 1970, críticas contra o método de ensino da Matemática se intensificaram, fortalecendo novamente o Movimento de Educação Matemática e, nos anos finais da década seguinte, aumentou o número de pessoas que lutavam por um novo rumo para a Educação Matemática; surgindo então a Sociedade Brasileira de Educação Matemática, agregando todos que quisessem participar de discussões sobre a Educação Matemática brasileira. Nesse mesmo período foram criados cursos acadêmicos de especialização, mestrado e doutorado em Educação Matemática.

Duas décadas depois foi realizado o Encontro Brasileiro de Pós-Graduação em Educação Matemática, segundo Gomes (2012), para discutir sobre as pesquisas em andamento, compartilhando as experiências que estavam sendo desenvolvidas nos centros de estudos matemáticos, criando um intercâmbio de ideias, levando ao conhecimento de novas abordagens.

Em 1996 é publicada a atual Lei nº 9.394, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), onde são apresentados os principais parâmetros relacionados à educação nacional, trazendo novas recomendações para o ensino da Matemática e, no ano seguinte, tais recomendações são mais detalhadas e orientadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental que sugere a incorporação das tecnologias, jogos e materiais concretos nas práticas pedagógicas escolares, como instrumentos e estratégias de significação dos

conhecimentos matemáticos na escola básica, abandonando a postura do ensino da Matemática como mera preparação para as carreiras profissionais. Essas sugestões não foram amplamente aplicadas, apesar das orientações nos PCN's. Poucos professores aderiram às orientações e as levaram para as salas de aula, como tecnologias, jogos e materiais concretos para auxiliar a formação do aluno, ajudar nos conceitos e teorias. Com o intuito de atender à necessidade de compreender o conhecimento matemático como fruto de um processo do qual fazem parte a imaginação, as críticas, os erros e os acertos de maneira contextualizada, temporal e específico foram elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para a área de Matemática do Ensino Fundamental que estão pautados por princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos desde a década de 60. Em suas pesquisas, Werneck (2003) afirma que, ao considerar a pluralidade de modos de vida, valores, crenças e conhecimentos prévios, esses parâmetros dirigem o estudo da Matemática para a formação de capacidades intelectuais, estruturação do pensamento, agilização do raciocínio dedutivo, resolução de problemas, situações cotidianas e atividades do mundo do trabalho de forma integrada à construção de habilidades necessárias a outras áreas do conhecimento.

Para o Ensino Médio foram elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL/MEC, 1999) dividindo o conhecimento em áreas - Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias – tendo como base a reunião dos conhecimentos que tenham objetos de estudo comuns. Esses parâmetros foram detalhados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - DCNEM, elaborados no ano de 2006, tais documentos apresentam referências pedagógicas que favorecem métodos de ensino capazes de promover a construção do conhecimento por meio das atividades dos alunos, nas quais a resolução de problemas e aplicação de raciocínios específicos são intrínsecos.

De acordo com Gomes (2012), sob essa nova ótica, a organização da aprendizagem não pode ser conduzida isoladamente, por cada professor, priorizando a articulação interdisciplinar entre as disciplinas, no sentido de promover competências que atendam aos objetivos da área de conhecimento em questão.

O ensino da Matemática passou por mudanças após um período de estudos, pesquisas e experiências, fazendo com que várias formas de ensinar fossem praticadas, estudadas, buscadas, com o intuito de facilitar a aprendizagem, tornando a teoria e prática cada vez mais próximas para um melhor entendimento e compreensão. Práticas novas foram inseridas em algumas escolas, com o uso de jogos, materiais concretos e eletrônicos em geral. Devemos nos adequar a uma nova metodologia, fazendo com que nossos alunos se tornem cada vez mais

participativos e interessados no ensino em geral, inclusive no ensino da Matemática, pois é uma disciplina que conta com uma quantidade razoável de alunos que não dominam suas fórmulas e regras, fazendo com que fique prejudicado com o rendimento acadêmico.

Temos uma escola um pouco diferente atualmente, após algumas normas adotadas para a melhoria do ensino. Essa escola atual se preocupa com o aluno e seu melhor aproveitamento do ensino, com a compreensão e a didática usada para uma otimização do rendimento, mesmo que essas melhorias não aconteçam com a intensidade que os pesquisadores gostariam. Com todas essas informações sobre novas metodologias no ensino da Matemática e a absorção desse conteúdo sob uma nova ótica, após algumas experiências, é interessante observar como o aluno interpreta a Matemática ensinada de modo tradicional e a Matemática ensinada através de manipulação de materiais concretos.

2.2 Dificuldades na Aprendizagem da Matemática

Ao longo do tempo e ainda hoje para muitos, a Matemática vem sendo considerada como uma verdade absoluta a ser assimilada pelo aprendiz; enquanto absoluta seria, então, uma ciência morta. Entretanto, é uma ciência viva, presente a todo momento no cotidiano, seja no âmbito social ou nos centros de pesquisas e produção de novos conhecimentos, essenciais para a resolução de problemas científicos e tecnológicos nas mais diferentes áreas do conhecimento. A Matemática nos leva a raciocinar, respirar e filosofar com grande entusiasmo e, dada a sua abrangência, não é possível que este processo fique limitado ao ato de decorar definições e regras e aprender a aplicar as técnicas, pois o ensinar e aprender da sociedade contemporânea presume construção de conhecimento pelo professor e aluno.

Dentro da sala de aula, a Matemática ainda é vista como a linguagem que traduz a realidade em números, estabelecendo suas claras diferenças. Entretanto, essa Matemática decorada não dará subsídios para que o aluno faça sua aplicação em contextos alheios à escola, pois muitos alunos não conseguem visualizar a aplicação do conteúdo aprendido em sala de aula com situações extraclasse. Na vida real será necessário que o aluno consiga dominar conceitos, ter raciocínio flexível, analisar e abstrair criticamente, como acontece com algumas disciplinas, onde o aluno consegue subtrair do seu cotidiano, a teoria aprendida em sala. A sugestão de que o ensino seja fundamentado na dimensão social do aluno pressupõe o respeito às possibilidades do aluno quanto ao entendimento e à organização de situações que auxiliem no desenvolvimento desse raciocínio, é fundamental o estabelecimento de relações entre o

conteúdo dado, método utilizado e os processos cognitivos em ação. Para tal é preciso que o professor tenha domínio do conteúdo e tenha ainda a preocupação em reduzir, minimizar a deficiência na aprendizagem do aluno, e para isso, devem sempre verificar se os conceitos básicos do assunto discutido são conhecidos e ser capaz de estabelecer claras relações entre os conceitos e conteúdos em desenvolvimento, ou seja, correlacionar o que foi ensinado com aquilo que será aprendido.

Essa busca dos professores e pesquisadores pelo novo saber, pela aprendizagem do aluno vem, a muito tempo, sendo estudada e pesquisada, procurando sempre uma nova maneira de ensinar, uma novo olhar do aluno para o conhecimento, para o aprendizado, enriquecendo sua base escolar.

Diante de novas opções de ferramentas de trabalho que possibilitam auxiliar o aluno a compreender a Matemática e melhorar seu desempenho, o ideal é que o professor traga para a sala de aula materiais alternativos que facilitam a aprendizagem, pois o professor é o responsável pelo planejamento de situações significativas para os estudantes, devendo escolher materiais que enriqueçam as aulas e que permitam que o aluno manuseie e interprete as relações existentes, facilitando a percepção do aluno.

Será que trabalhar com esses materiais concretos na sala de aula, tendo sido selecionados conforme o conteúdo teórico a ser ensinado, observando sempre as habilidades relativas à Matemática, com o objetivo de despertar o aluno pelo desafio, pela situação provocadora e estimulante é viável? Não é possível aprender sem o estímulo que faça surgir no aluno, a vontade de desvendar a situação, de resolver o problema? Sabemos que é possível aprender sim sem estímulos, mas será que é mais prazeroso receber esses estímulos, essas indagações prévias? Alguns alunos gostam de novidades, de algo diferente que o provoque, que o faça querer sair da posição de conforto. Quantos alunos em sala de aula reagem positivamente quando são expostos a desafios? Vejo alguns alunos que se sentem totalmente satisfeitos quando são provocados, instigados a pensar diferente. Para muitos deles, a leitura e a explicação oral não são suficientes.

Quando se fala em situação, fala-se em despertar no aluno a compreensão de que o que se mostra desafiador faz parte de sua vida e pode se apresentar de modos diferenciados e ainda mostrar que apenas decorar fórmulas não basta, o ideal é entender. Nesse contexto, os PCNs, na versão atualizada, apontam que:

O fato do aluno ser estimulado a formular sua própria resposta, a questionar o problema e transformar esse problema numa fonte de dados, evidencia uma concepção

de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimento, mas pela via da ação refletida que constrói o conhecimento (PCN, 2001, p.18).

Dessa forma, a reprodução do conhecimento não tem compreensão para o aluno. O exposto leva a entender que o professor precisa conhecer a realidade na qual vai desenvolver a prática pedagógica. Nesse ponto, o ensino aproxima-se da Teoria Construtivista de Vygotsky, para a qual não é possível que o professor ensine sem considerar os valores e saberes que o aluno traz de seu grupo de convivência. Aponta-se o ensino e a aprendizagem como construção feita a partir da troca verbal ou de experiências, dessa forma o aluno aprende muito conversando e trocando experiências com os seus colegas, formando uma linha de raciocínio crítico, sendo norteado pelo professor, que orienta com explicações e demonstrações.

O apontado anteriormente é considerado adequado, mas, o ensino da Matemática, em grande parte das escolas e dos professores, ainda atua como um instrumento de disciplina e, principalmente, de exclusão. Ainda prevalece aquele professor cujo único objetivo é ensinar a Matemática sem dar significado ao conhecimento, até porque muitos deles têm dificuldades em relacionar o conteúdo teórico à prática educacional, talvez porque um percentual significativo dos programas de formação não utilize as situações práticas durante a vida acadêmica, mantendo uma lacuna na formação do professor, conforme defende Santos (2016), e essa lacuna atrapalha a aprendizagem do aluno no momento em que o próprio professor não consegue relacionar a teoria com a prática, com a vivência fora da sala de aula.

O professor de Matemática é prejudicado em sua formação acadêmica, pois os currículos de Matemática, as metodologias e os livros didáticos estão em descompasso com o mundo moderno. Enquanto o mundo vive uma era de alta tecnologia, com tantos recursos novos, materiais de apoio, material concreto para auxiliar o ensino; os currículos, livros didáticos e metodologias educacionais mostram-se ultrapassados. A forma como é feito o ensino de todas as disciplinas, inclusive a Matemática, não facilita a conexão com esse novo mundo, altamente tecnológico e cheio de novos recursos; em muitas disciplinas prevalecem a metodologia educacional de forma ultrapassada, sem oferecer aos muitos professores, a capacitação para aprender a usar os recursos que têm à disposição no mercado, e não são todos os recursos que possuem fácil acesso. Ainda hoje, quando crianças cada vez menores são capazes de operar tablets e celulares, antes de aprender a ler e escrever, recursos básicos como a calculadora e o computador deveriam estar presentes na sala de aula diariamente. Outro fato que se pode observar é que não existe uma atualização de conteúdos, ensinando aqueles mesmos de décadas atrás, nada atrativo, sem novidades, de forma que, muitas vezes o que o aluno

aprende na escola não atende ao que o mundo exterior espera dele e este mesmo aluno perde, a cada dia mais, o interesse pelo que é ensinado pelo professor.

De acordo com Santos et al.,

Existe a necessidade de fuga dos padrões metodológicos meramente demonstrativos. A evolução tecnológica atual faz com que os cidadãos devam estar preparados para as mais diversas situações tanto no universo profissional quanto na sua própria vida diária. Problemas surgem a todo instante e devemos estar preparados e preparar os alunos para raciocinar e agir prontamente. O exercício mental e a capacidade de responder aos estímulos sociais devem estar aguçados. A resolução de problemas, a capacidade de decisão, a escolha da melhor alternativa, enfim, tudo o que a vida moderna exige (SANTOS et al., 2016, p.2).

Uma das alternativas mais indicadas para ajudar o aluno na abstração dos conteúdos é a utilização de materiais concretos em sala de aula, entre eles estão os jogos matemáticos. Os jogos estimulam o raciocínio-lógico, despertando a curiosidade, atraindo para a participação. Há também os materiais concretos que auxiliam no entendimento do conteúdo, na visualização do conteúdo envolvido, facilitando a aprendizagem. No entanto, não é a solução de nenhum problema; é apenas um recurso e, como todo recurso tem que mostrar-se adequado e viável, mantendo-se em segundo plano. O objetivo aqui é evitar a aprendizagem mecânica e exigir ação reflexiva, significado.

As dificuldades para aprender Matemática podem vir dos primeiros anos escolares. Como os conteúdos vão se aprofundando e ampliando, o aluno que teve dificuldade nos primeiros anos escolares e, se essa dificuldade não foi extinta, com certeza, não terá uma aprendizagem tão facilitada quanto aquele outro aluno que aprendeu de maneira fácil a Matemática dos anos Iniciais do Ensino Fundamental.

O ensino da Matemática pressupõe o desenvolvimento do raciocínio lógico, estímulo do pensamento autônomo, da criatividade e da capacidade de resolução de problemas. As estratégias e recursos servem para motivar a aprendizagem, desenvolver ou consolidar a autoconfiança, construir o senso de organização, a capacidade de concentração, atenção, ampliação do raciocínio lógico-dedutivo e do senso cooperativo. Além disso, promove a socialização do grupo estimulando as interações sociais.

É essencial que haja dinamismo nas relações entre o professor de Matemática, o aluno e os conteúdos que são trabalhados, considerando sempre as realidades e necessidades que os alunos vivem e trazem para a escola.

Sabendo das dificuldades dos alunos com a Matemática, é interessante propor algumas atividades diferentes em sala de aula, que promova as relações interpessoais, que traga um bom

relacionamento entre alunos e professor. Ao promover essas atividades diferentes, o professor deixa de ser o detentor do conhecimento e permite aos alunos uma oportunidade de mostrarem seus conhecimentos anteriores, sua maneira de se relacionar e ainda, a chance de serem inseridos em novos grupos em sala.

Sobre isso, os PCNs indicam que os professores devem fazer a reflexão equilibrada dos diferentes tipos de capacidades existentes, considerando os conceitos que cada conteúdo apresenta, os procedimentos e atitudes essenciais nesta relação de aprendizagem.

2.3 A Formação do Pensamento Lógico-Matemático

De acordo com Vygotsky (1998), o desenvolvimento do pensamento-lógico ocorre durante todo o decorrer da vida, pois as várias funções psicológicas superiores não são adquiridas na infância, mas sim, ao longo dos anos. Nesse aspecto, Vygotsky considera o homem como um sujeito, essencialmente, interativo. Ao longo da infância, a criança utiliza todas as interações sociais como instrumentos de acesso às informações. Isso ocorre na aprendizagem de regras de convivência, de brincadeiras e outras mais.

Vygotsky (1998) defende a aquisição do conhecimento por meio da existência de zonas de desenvolvimento, denominadas de real e proximal. A primeira, nomeada zona de desenvolvimento real, refere-se ao conhecimento já adquirido, a carga pessoal de cada um. A outra, chamada proximal, precisa de ajuda de outras pessoas mais experientes, que já possuam a habilidade desenvolvida. É interessante observar uma espécie de inclusão na observação de Vygotsky, uma preocupação com o aprendizado contínuo de cada aluno. Essas observações estão bem presentes no ensino atual, na educação inclusiva. De um modo ou de outro, a convivência com outras crianças e as experiências contribuem para o desenvolvimento infantil.

Ao chegar à idade escolar, a criança já possui uma considerável bagagem de conhecimentos construídos a partir das vivências, em sua maioria, lúdicas. Por isso é essencial que o professor considere que a criança já traz consigo aspectos individuais que refletem o convívio familiar. Para a criança, a escola é a continuação de suas aprendizagens, a oportunidade de ampliação de interações sociais, a extensão de seus conhecimentos e aprimoramento do aprendizado já existente.

A construção do conhecimento é contínua, a criança está sempre aprendendo em casa ou na escola e ela já usa estratégias para ganhar uma brincadeira, um jogo ou uma disputa. Essa estratégia é uma forma de raciocínio lógico que ela utiliza para um melhor desempenho na

brincadeira, na disputa, levando em consideração as possíveis possibilidades para vencer. A criança também desenvolve seu raciocínio lógico-matemático na escola desde cedo. Num primeiro momento, as atividades lúdicas voltadas para o ensino da Matemática são apresentadas em sala e as crianças brincam, manipulam, formando um pensamento lógico, sem questionamentos teóricos e sim com indagações e orientações feitas pelo professor. Num segundo momento, o professor retorna com as atividades, direcionando os questionamentos feitos pelos alunos, levando à criança informações mais concretas, auxiliando na formação de seu raciocínio lógico-matemático.

É muito importante a escolha do método utilizado para transmitir determinados conceitos e resoluções. Deve ser observado a interação do aluno, o seu cotidiano e seu raciocínio; a linguagem escolhida é muito importante também, pois é um dos fatores determinantes para auxiliar no aprendizado. O professor precisa considerar como é a recepção de seus alunos ao utilizarem material concreto em geral, o método de aprendizagem e o raciocínio que eles demonstram na aula lúdica e sua interpretação; para posteriormente abstrair as teorias e definições, contribuindo para ampliar o raciocínio lógico do aluno, enriquecendo seu conhecimento matemático.

O alvo principal da aula elaborada com o uso de material concreto é o aluno que apresenta dificuldades na interpretação, no raciocínio, no desenvolvimento matemático e na manipulação dos números. Esse aluno que está com essa defasagem no ensino de Matemática, precisa de engajamento, uma nova forma de visualizar, de entender, de receber essa teoria; um novo método de ensino, um novo olhar, buscando facilitar a compreensão e tornar seu desempenho mais satisfatório. Ao manipular materiais concretos em sala, espera-se que o aluno tenha um entendimento melhor, uma compreensão da aplicação da teoria na prática, com o propósito de trazer exemplos da Matemática para o seu cotidiano, tornando-a mais fácil e o ajudando a desenvolver e enriquecer seu conhecimento matemático.

2.4 A Construção do Conhecimento Através da Matemática Lúdica

Os estudos e pesquisas realizados nas duas últimas décadas em Educação Matemática - área do conhecimento que estuda a aprendizagem e o ensino da Matemática e as práticas educativas bem-sucedidas - sugere que o educador deve ter em mente alguns princípios ao ensinar a disciplina desde a Educação Infantil, segundo (MACCARINI, 2010), esta é uma das mais importantes ferramentas da sociedade moderna.

A apropriação dos conceitos e procedimentos matemáticos básicos contribui para a formação do futuro cidadão que será inserido no mundo do trabalho, das relações sociais, culturais e políticas. Para o exercício pleno da cidadania é preciso que o cidadão saiba contar, comparar, medir, calcular, resolver problemas, argumentar logicamente, conhecer formas geométricas e organizar, analisar e interpretar criticamente as informações.

A Matemática, de acordo com Aranão (2008), vista como uma maneira de pensar, como um processo em permanente evolução, permite dinamicamente, por parte do aluno, a construção e a apropriação do conhecimento ao mesmo tempo em que permite ser vista no contexto histórico e sociocultural em que foi desenvolvida e continua se desenvolvendo e essa é a condição ideal, sendo que na realidade, temos que fazer ajustes em busca de condição ideal.

Perceber que a Matemática está presente em praticamente tudo, com maior ou menor complexidade, é compreender o mundo em volta possibilitando atuação sobre ele, e a todos, indistintamente, deve ser dada essa possibilidade de compreensão e atuação como cidadão. Em casa, nas ruas, em várias profissões, na cidade, no campo e em quase todos os âmbitos sociais são necessários os conhecimentos matemáticos desenvolvidos formalmente ou não. Quando informal e cultural, é preciso que esse saber se incorpore ao trabalho escolar, diminuindo a distância que separa o cotidiano escolar da prática da vida, conforme defende Abreu; Corrêa (2011), tornando a Matemática mais prazerosa para o aluno, unindo esses conhecimentos que ele já possui.

Diante de tantas opções para ensinar Matemática, com tantas possibilidades de novos materiais para facilitar o ensino do aluno com dificuldades em desenvolver seu aprendizado, com mais formas de levar o conhecimento, de facilitar e enriquecer seu desenvolvimento crítico, venho destacar a utilização de materiais concretos em sala de aula para auxiliar o ensino da Matemática.

É imprescindível ressaltar que os conteúdos aprendidos devem ter relevância social, propiciando conhecimentos básicos essenciais para articular entre si e com outras áreas do conhecimento. O aluno tem conhecimento prático da Matemática, mas nem sempre consegue trazer esse conhecimento para a sala de aula. Uma prática de ensino que pode ser usada para um melhor desempenho deste, é trabalhar com material concreto em sala, buscando auxiliar o aluno na interpretação do conteúdo, no entendimento da teoria ou escrita, visualizando com o material concreto, de um modo exemplificado, essa Matemática que é difícil para ele. É interessante observar que alguns alunos que apresentam dificuldades em manipular números no papel, como fração por exemplo, muitas vezes o fazem de modo natural, quando vão fazer alguma divisão, devolver um troco, dividir um lanche. Algumas vezes falta a formalidade, mas

não o conhecimento.

Nesse contexto, Maccarini (2010) defende que os jogos constituem excelente recurso didático, pois possibilitam a compreensão de regras, promoção de interesses, satisfação, prazer, formação de hábitos, senso de coletividade, vivência saudável da competição, colaboração, oposição e identificação de regularidades. Aproveitar o aspecto lúdico e prazeroso desse recurso é uma das formas mais eficazes na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Enquanto joga, o aluno se expressa livremente, discutindo, contestando, descobrindo e concluindo. Aproveitar essa expressão espontânea é uma oportunidade que o professor tem para transformar brinquedo em aprendizagem, corrigindo os erros de maneira natural, criando condições para que o aluno reavalie e refaça o caminho percorrido. De acordo com Abreu; Corrêa, (2011), tanto na introdução quanto na fixação dos conteúdos, os jogos podem ser usados em todas as áreas do conhecimento, sempre objetivando o enriquecimento teórico do aluno.

Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle.

No jogo, defende Pereira (2001), mediante a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolve-se o autoconhecimento - até onde se pode chegar - e o conhecimento dos outros, o que se pode esperar e em que circunstâncias. Para crianças pequenas, os jogos são ações que elas repetem sistematicamente, mas possuem um sentido funcional, como os jogos de exercícios, isto é, são fontes de significados que possibilitam compreensão, geram satisfação e formam hábitos estruturados em um sistema. Esta repetição funcional, também deve estar presente na atividade escolar, uma vez que é importante no sentido de ajudar a criança a perceber as regularidades ocorrentes.

Ainda, os alunos, ao utilizarem jogos, passam a compreender e a usar convenções e regras que são empregadas no processo de ensino-aprendizagem favorecendo a integração num mundo social bastante complexo, proporcionando as primeiras aproximações com futuras teorizações. De acordo com Pereira (2001), em estágios mais avançados, as crianças aprendem a lidar com situações mais complexas e passam a compreender que as regras podem ser combinações arbitrárias definidas pelos jogadores.

A participação de jogos grupais também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social, um estímulo ao desenvolvimento de seu raciocínio lógico. Dessa forma, constituindo um saber e um conjunto de práticas compartilhadas pelas crianças, o brincar está estreitamente associado à sua formação como sujeitos culturais e à constituição de culturas em espaços e tempos nos quais convivem cotidianamente. Esse saber, base comum sobre a qual

as crianças desenvolvem coletivamente suas brincadeiras, é composto de elementos interiores e exteriores às comunidades infantis. É fato, diz Borba (2004), que existe assim uma dinâmica entre universalidade e diversidade que se traduz em permanências e transformações, configurando o brincar como uma complexa experiência cultural que simultaneamente une e especifica os grupos culturais.

O conhecimento sobre os materiais como recursos de ensino e possibilitadores de ensino-aprendizagem podem promover um aprender significativo no qual o aluno pode ser estimulado a raciocinar, incorporar soluções alternativas, acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, conseqüentemente, aprender. De acordo com Borba (2005), a Matemática, a partir da utilização de material concreto, torna as aulas mais interativas, assim como incentiva a busca, o interesse, a curiosidade e o espírito de investigação; instigando-os na elaboração de perguntas, criação de hipóteses e a descoberta das próprias soluções.

Ainda segundo Borba (2005), utilizar o material concreto por si só não garante aprendizagem, é fundamental o papel do professor nesse processo, enquanto mediador da ação e articulador das situações vivenciadas nas relações entre o material concreto e os conceitos matemáticos, para uma posterior abstração e sistematização.

O material concreto não é o único e nem o mais importante recurso na compreensão matemática, como usualmente se supõe. Não se deseja dizer com isso que tal recurso deva ser abolido da sala de aula, mas, de acordo com Abreu; Corrêa (2011), que seu uso seja analisado de forma crítica, avaliando-se sua efetiva contribuição para a compreensão matemática.

Existem diversas formas de ensinar Matemática, o que é determinante nesse contexto é a prática pedagógica do professor. Diante de várias informações positivas sobre o ensino de Matemática utilizando práticas pedagógicas diferentes, a pesquisa busca investigar se, ao colocar o aluno que apresenta dificuldade em frações e produtos notáveis para construir e manipular materiais pedagógicos em sala de aula, recebendo as instruções adequadas e informações necessárias para tal procedimento; haverá um resultado positivo para esse aluno? Ele conseguirá se desenvolver bem e aprender de fato tais conteúdos? Os alunos que têm essas dificuldades no primeiro ano do Ensino Médio, já trabalham com frações desde a fase inicial do segundo nível do Ensino Fundamental, será que, ao receber a aprendizagem de maneira diferente, despertará o interesse no conteúdo que possui dificuldade? Será que facilitará a aprendizagem?

É fundamental que o docente crie condições de aprendizagem que permitam a inserção dos conceitos em situações nas quais os alunos tenham maiores condições de compreender o sentido do saber, desenvolvendo uma proposta que integre o material concreto ao contexto

social dos estudantes, para que esses possam relacionar as informações com as especificidades de cada conhecimento, superando a memorização inexpressiva e aplicação direta de regras e fórmulas. Para tanto, compete ao professor elaborar atividades que favoreçam o desenvolvimento da imaginação e da criatividade e para isso retoma-se a importância da utilização do material concreto como um recurso que pode contribuir, por meio de um trabalho cooperativo, na elaboração de conceitos e na resolução de problemas.

A aprendizagem matemática deve ser relacionada ao resultado de articulações entre conceitos e símbolos, procurando trabalhar simultaneamente seus aspectos teóricos, intuitivos e experimentais, não priorizando as abstrações. Situações significativas que utilizam o material concreto possibilitam a construção de conceitos e também o entendimento significativo do algoritmo. Esse fato evidencia a importância de viabilizar espaços de formação continuada para os docentes discutirem estratégias pedagógicas para trabalhar a alfabetização matemática nos anos iniciais. Sabe-se que essa problemática é decorrente, muitas vezes, da falta de conhecimento específico por parte dos docentes sobre a origem da construção do número e das quatro operações fundamentais. É exatamente essa a proposta do curso que fazemos, o PROFMAT, que promove uma formação continuada para que nós, docentes da Educação Básica, tenhamos oportunidade de investigar e discutir novas propostas de ensino, trabalhar com novas práticas pedagógicas, buscando atender as necessidades de nossos alunos.

A prática pedagógica sem reflexão teórica é mera situação de treinamento. Por isso precisa existir um currículo articulado, diversificado, em que o embasamento teórico é fundamental, para não ficarmos apenas na prática pela prática. Ao professor cabe o papel de valorizar a Matemática, conforme defende Aranão (2008), tornando-a uma ciência prazerosa, criativa e útil, garantindo assim a participação e o interesse dos estudantes, a fim de proporcionar um aprendizado eficiente e de qualidade.

Existem alguns métodos de ensino empregados em sala de aula para auxiliar a aprendizagem, entre eles o uso de material concreto, que tem como objetivo facilitar a aprendizagem do aluno e, embora não seja regra, alguns alunos têm dificuldade em visualizar a utilização da fração no cotidiano, e não conseguem entender que a fração vista em sala é aplicada frequentemente em seu dia a dia.

Segundo Vygotsky (2005), a escola é o lugar da produção social de signos (símbolos) e é por meio da linguagem que se delinea a possibilidade da construção de ambientes educacionais com espaço para a criação, descoberta e apropriação da ciência produzida na história humana. Aí está o papel do docente, exaltando sua função, sendo mediador em sua prática de ensino e fazendo com que o aluno tenha uma participação ativa e, com a intervenção

do docente, consiga fazer a ligação da experiência social com a experiência pessoal sintética e unificadora.

O recebimento dos conceitos, ou o conhecimento das palavras, de acordo com Vygotsky (2005), interliga muitas outras etapas, como: memória lógica, abstração, condição de comparação e diferenciação entre objetos e que o conhecimento prático mostra que o ensino direto de conceitos é impossível e improdutivo. O ideal é que o aluno consiga construir o conhecimento, tornando o conceito enriquecedor para a aprendizagem do aluno.

O uso de material concreto em sala de aula, por si só, não garante o interesse e a aprendizagem. É preciso trabalhar seus conceitos e suas regras e então, o material pode auxiliar na construção do saber. O envolvimento do aluno na construção do material didático é de extrema importância para a sua aprendizagem, pois o mesmo pode visualizar a Matemática como algo acessível, possível de entendimento. Espera-se que o aluno retome o interesse nos estudos da Matemática após participar de aulas práticas fazendo uso de material concreto e entender o que foi ensinado, pois essa metodologia possibilita o aluno a como entender e aprender fazendo. É uma nova alternativa para estudar aquele conteúdo que estava longe de seu domínio e poder seguir em frente com o desenvolvimento da matéria.

2.5 Os Números Fracionários

A criança, desde cedo, tem contato com a Matemática de maneira bem natural. Logo ela aprende a contar os dedinhos, os passos, a quantidade de biscoitos, quantidade de irmãos e assim segue o seu desenvolvimento até chegar à escola e começa então a conhecer a escrita matemática, onde são apresentados aos números naturais e não há maiores problemas com relação a esses números.

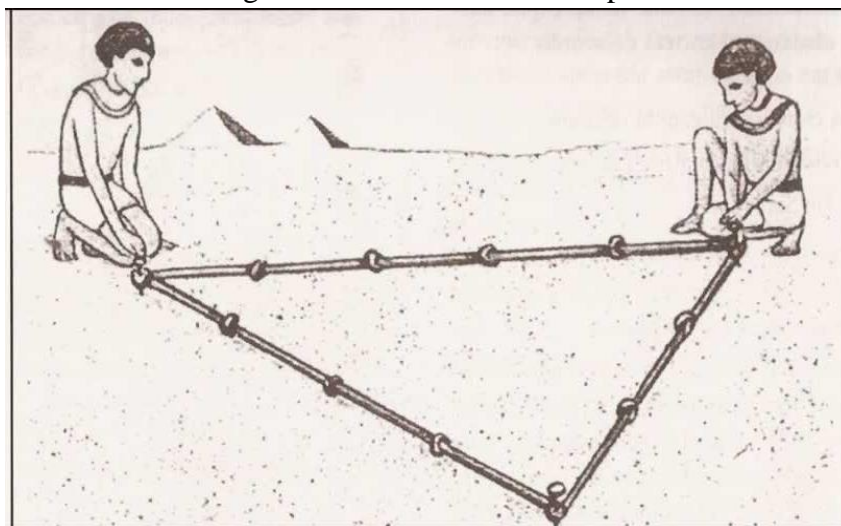
O aluno passa a apresentar dificuldade quando começa a trabalhar com números fracionários, pois é muito confuso para alguns. Eles não compreendem a escrita, o significado do denominador, apresentam muitas dúvidas ao fazerem as operações matemáticas com números fracionários. Desde que comecei a dar aulas eu acompanho essa dificuldade que os alunos têm com frações e esse é um problema sério, pois o atrapalha nos desenvolvimentos dos exercícios, prejudica seu aprendizado em todas as outras disciplinas que envolvem números, fazendo com que seu rendimento seja prejudicado constantemente. Como eles tem trabalhado a tanto tempo com frações e ainda assim não dominam, é preciso procurar um novo método de ensino para frações, algo mais atrativo, mais interessante, que prenda a atenção do aluno e traga

compreensão para os números fracionários, que possibilite um verdadeiro aprendizado, algo mais lúdico, manipulável, que envolva práticas do dia a dia do aluno e que ele consiga compreender na teoria o que de fato ele já sabe na prática; como a manipulação de materiais concretos envolvendo frações. Alguns alunos também apresentam dificuldades nos desenvolvimentos de produtos notáveis, mas é um conteúdo trabalhado bem menos do que frações. Para esses alunos que apresentam essas dificuldades, quando adiciona frações com produtos notáveis fica quase impossível acertar algum exercício.

O surgimento dos números fracionários é, por consenso, atribuído aos egípcios quando o faraó Sesóstris (2300 a.C.) dividiu as terras às margens do rio Nilo, terras férteis que garantiam uma excelente produção. Entretanto, entre os meses de junho a setembro, ocorriam as cheias do rio e os lotes eram invadidos pelas águas. A cada cheia, partes dos lotes eram levadas e era necessário calcular a perda de cada proprietário. Dessa forma, o faraó enviava funcionários para examinar a situação e calcular a extensão exata do terreno perdido. Segundo D'Ambrósio (1990), a remarcação era feita pelos agrimensores do Estado, mais conhecidos como estiradores de cordas, pois usavam cordas como unidade de medição para fazer a mensuração.

Conforme afirma Santos (2014), esse processo de mensuração consistia em esticar as cordas e verificar quantas vezes que a unidade de medida adotada (marcas existentes na corda) estava contida no terreno.

Figura 1: Sistema de Medidas por Cordas.






Fonte: Santos (2014).

Entretanto, era comum que a medição não fosse exata e a medida não pudesse ser representada por um número inteiro das vezes em que as cordas eram estiradas, ou seja, às vezes sobrava um pouco ou faltava; a medida passava de um inteiro, mas não chegava a completar

dois inteiros. Conforme afirma Santos (2014), foi aí que surgiu a necessidade da criação dos números fracionários. A barra utilizada representando a fração foi inserida pelos árabes e acredita-se que a origem tenha surgido na repartição de pães pelos povos do Egito Antigo. Existem registros no papiro de Ahmes, datado de 1900 a.C.

A organização do sistema fracionário dos egípcios tinha como base o conceito unitário e quase todas as frações tinha como numerador o numeral 1 (por isso chamadas unitárias ou egípcias), representado por um sinal ovalado e alongado. Desse modo, a representação das frações variava; não havia um padrão numérico. Quando as frações não tinham o numeral 1 como numerador, elas resultavam da soma entre diversas frações unitárias (sem uso de sinais de adição e subtração que ainda não tinham sido criados).

Figura 2: Escrita Egípcia das Frações e suas Correspondentes.

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$

Fonte: Maccarini (2010).

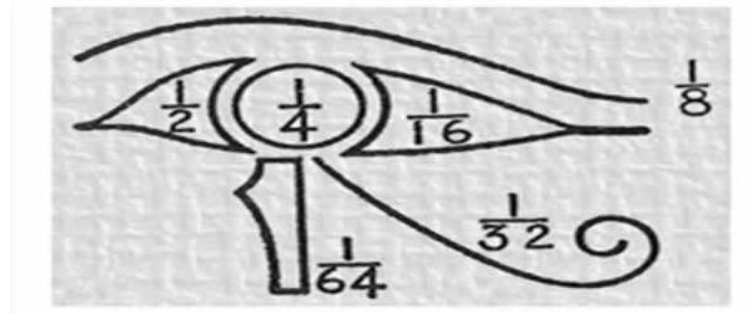
Mesmo usando símbolos diferentes para frações distintas, existia uma regra geral pela qual as frações do tipo $\frac{1}{2^n}$, ou seja, $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots\right)$ eram representadas por símbolos especiais, indo até o $\frac{1}{64}$ (chamada olho de Hórus), como uma alusão à série infinita

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots = 1.$$

Não existe a certeza do motivo que levava a considerarem o $\frac{1}{64}$ como o fim. Atribui-se o fato à incapacidade de trabalhar com partes muito menores que isso. Entretanto, já sabiam

que todas essas frações, juntas, formariam uma unidade. No olho de Hórus cada uma das frações representa um dos cinco sentidos, acrescentando-se outro: visão, olfato, paladar, tato, audição e o pensamento (Figura 3) (CAVALIERI, 2005).

Figura 3: Olho de Horus



Fonte: Bakos (2005 apud CAVALIERI, 2005).

Mais claramente, pode-se explicar como:

- $\frac{1}{2}$ = olfato;
- $\frac{1}{4}$ = visão;
- $\frac{1}{8}$ = pensamento;
- $\frac{1}{16}$ = audição;
- $\frac{1}{32}$ = paladar;
- $\frac{1}{64}$ = o tato (BAKOS, 2005 apud CAVALIERI, 2005).

Enquanto os egípcios usavam frações unitárias para quase todas as situações, os babilônios e os Sumérios (por volta de 1500 a.C.) utilizavam frações com denominador igual a 60. Os números maiores ou iguais a 60 eram representados por essa base e os números menores que 60 eram representados por um sistema de base 10. Era composto um sistema sexagesimal baseado no princípio da proporcionalidade. Segundo Sclaro (2008), outro povo, os romanos, adotaram o número 12 para denominador.

Qualquer que seja o sistema denominado adotado, a ideia dos números fracionários surgiu da necessidade de considerar uma ou mais partes de um todo. Em todos os casos, o número fracionário é representado pela forma $\frac{a}{b}$, onde b é o denominador, número que indica

em quantas partes iguais foi dividida a unidade; a é o numerador indicando quantas partes do todo foram consideradas, lembrando que o denominador nunca será zero. As frações podem ser divididas em cinco tipos: próprias, impróprias, aparentes, equivalentes e decimais. Durante a aplicação da pesquisa, cada tipo de fração é trabalhado separadamente, para evitarem dúvidas com relação aos tipos de frações e seus significados.

É possível realizar as quatro operações básicas da Matemática utilizando as frações representadas de formas distintas, aliás, é necessário que assim seja feito para que o aluno consiga compreender o surgimento de uma fração e o que ela implica. Devem ser priorizados os exemplos práticos e as atividades onde as situações consigam despertar a curiosidade do mesmo em busca da resposta. Um bom exemplo são as atividades onde são utilizados papéis coloridos, representando as divisões com cores diferentes. É real a dificuldade que a criança tem para compreender que a fração é uma forma de expressar uma quantidade dividida em partes iguais. Tal como aconteceu com os egípcios, os alunos devem compreender que os números naturais não são suficientes para resolver todos os problemas. Mesmo utilizando as frações a todo momento no seu cotidiano, o aluno não consegue interpretar como a fração está presente em suas vidas.

Se o professor não trazer para a sala de aula situações que são conhecidas dos alunos, o aprendizado pode ser mais superficial, teórico e isolado, ficando mais difícil para o aluno compreender em quais situações as frações estão aplicadas em seu cotidiano. O professor precisa conhecer plenamente o seu aluno. Esse público é conhecido pelo professor, são alunos de sua turma regular. É necessário e totalmente possível mostrar para o aluno que a fração está presente no pedaço de pizza que ele come, no sanduíche que ele divide com o colega e fica com a metade, no pacote de balas que ele reparte com os colegas da sala, entre tantos exemplos. Normalmente, ele fica maravilhado com tais exemplos e se espanta com a Matemática na sua vida, algo muitas vezes inimagináveis por eles que sempre dizem que “não tem Matemática lá fora”.

2.6 Utilização de Materiais Concretos no Ensino de Frações

A compreensão do sentido matemático do que é uma fração, exige a compreensão prévia do inteiro, o que pode ser feito por meio da manipulação de materiais concretos, como os blocos, Tangram, peças geométricas, recortes, mosaicos e tantos outros materiais que permitam montar, desmontar e relacionar as partes com seu todo. Conforme defende Scolari

(2008), o hábito de pedir ao aluno para colorir frações não traz o resultado necessário porque ele precisa enxergar o inteiro, seu desmembramento e sua posterior recomposição.

Outro fator a ser considerado é que o estudo dos números fracionários e decimais não se restringe aos primeiros anos da educação básica, ao contrário, o estudo da Matemática é gradualmente aprofundado em todos os seus conceitos, exigindo que os conhecimentos sejam verdadeiramente adquiridos e construídos porque serão necessários no decorrer dos anos para outras aprendizagens (SANTOS, 2014).

É essencial vivenciar as situações contextualizadas, nas quais esteja claro o conceito, a parte e o todo, o quociente, as relações de comparações, as equivalências e as operações realizadas em cada situação. Depois de toda a análise, é necessário observar os métodos que foram aplicados para ensinar frações, desenvolvendo novas estratégias e metodologias que podem variar de acordo com a necessidade dos alunos, a realidade da turma, da escola, os recursos disponíveis e outros fatores que podem favorecer ou dificultar o trabalho. Bons exemplos de materiais concretos são as formas geométricas, conforme mostra Maccarini (2010), as tiras de papel de tamanhos e cores diferentes, botões de roupas, tampinhas, palitos, régua, frutas, dominós, barras, fita para medir, caixas como as de pizza, embalagens de mantimentos e inúmeros outros recursos que estão presentes no cotidiano e exemplificam o todo e suas partes.

De modo mais específico, como defende Scolaro (2008), o que se propõe para que o ensino e aprendizagem de frações seja eficiente, é a necessidade de uma reflexão profunda, como proposta de trabalho cotidiano, priorizando a utilização de materiais concretos que tornem possível aproximar o conteúdo ensinado à aprendizagem real, levando o aluno a experimentar, analisar e concluir, facilitando o aprendizado, visando diminuir as dificuldades existentes em relação ao conteúdo.

“O pouco uso das frações exemplificadas no cotidiano é uma das razões pelas quais as crianças sentem dificuldades com as frações, diariamente não são oferecidas oportunidades para que elas possam se familiarizar com essa ideia” defende (CAVALIERI, 2005, p.31). Dessa forma, caso o educador não traga para a sala de aula situações que sejam vivenciadas pelos alunos, o aprendizado para o mesmo que apresenta dificuldade é superficial, teórico e isolado, sendo mais provável que ele não consiga compreender em quais situações as frações são aplicadas no dia-a-dia.

Todos os recursos usados pelo professor para promover a aprendizagem contribuem também para outros aspectos, tais como a socialização da turma, formulação de hipóteses e obtenção de respostas e aprofundamento ou fortalecimento da relação professor-aluno. De

acordo com Santos (2010), no decorrer das aulas onde são usados materiais manipuláveis, o professor se torna um auxiliar, um orientador e deve estar focado na construção daquela aprendizagem e não na transmissão. Diante de todas essas informações positivas sobre a utilização de material concreto em sala de aula e visando auxiliar os alunos que apresentam dificuldades com frações, a presente pesquisa tem como foco principal a construção e manipulação desses materiais concretos em sala, buscando investigar se há, por parte dos alunos, uma melhora no aprendizado e no desempenho destes que demonstram tais dificuldades e ainda se consegue contribuir para um melhor resultado dos mesmos na disciplina de Matemática.

2.7 Os Produtos Notáveis

Todos os conceitos relativos aos produtos notáveis devem ser estudados com atenção porque seu uso facilita a realização de cálculos, diminui o tempo gasto na resolução e tem grande possibilidade de agilizar o aprendizado. Esses produtos são chamados ‘notáveis’ dada sua importância, notabilidade e necessidade de bastante atenção.

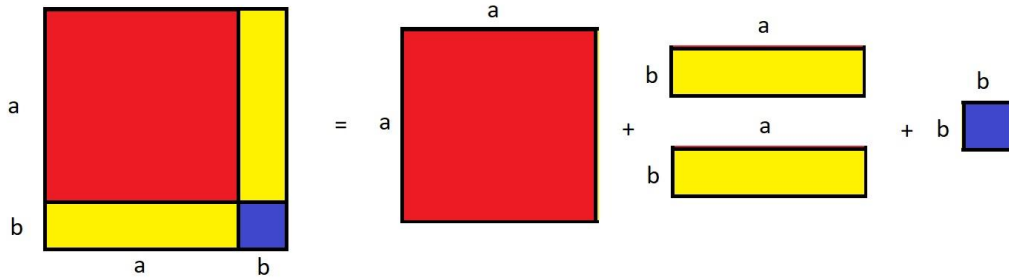
Desde a antiguidade, os gregos utilizam os produtos notáveis. Prova disso é a existência de registros na obra de Euclides de Alexandria, intitulada ‘*Elementos*’, aparecendo sob a forma de representações geométricas (POLETO, 2010).

São chamados *Produtos Notáveis*, algumas expressões algébricas ou polinomiais mais comuns nos cálculos algébricos. Têm regularidade e são utilizados com mais ênfase na fatoração de polinômios, colaborando para que sejam evitados erros com os sinais.

Esses produtos podem ser assim expostos pela planificação que apresenta o quadrado da soma de dois termos ‘ a ’ (primeiro termo) e ‘ b ’ (segundo termo), com a e b pertencentes ao conjunto dos números reais.

Considere os números a e b , conforme exemplifica na figura abaixo:

Figura 4: Representação Geométrica de $(a + b)^2$.



Temos um quadrado de lado medindo $(a + b)$.

Dessa representação constata-se que é usada a propriedade da potenciação:

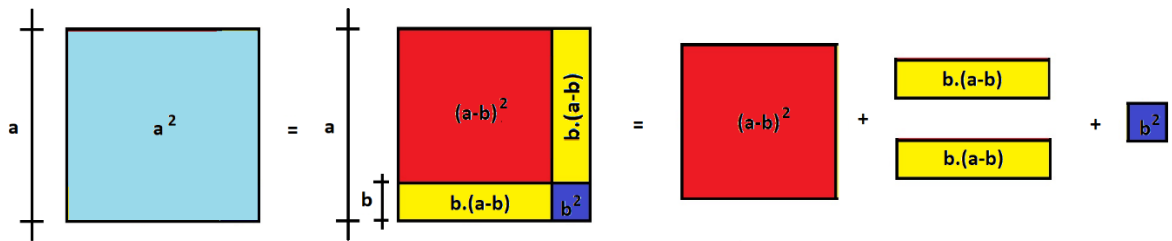
$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b).$$

Então, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação, temos:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a(a + b) + b(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Essa é a forma algébrica desenvolvida do produto notável da soma de dois termos ao quadrado.

Figura 5: Representação Geométrica de $(a - b)^2$.



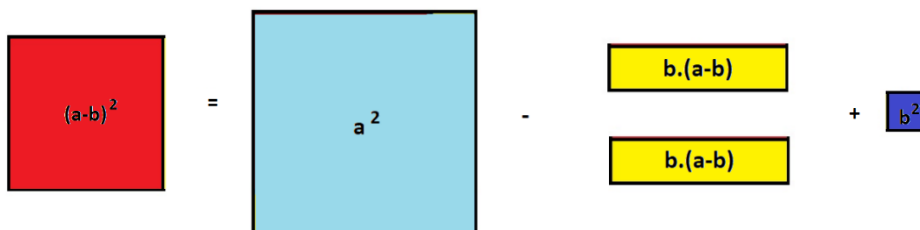
Observe que $a^2 = (a - b)^2 + 2[b \cdot (a - b)] + b^2$.

Isolando o quadrado de medida $(a - b)^2$, temos a equação:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2.$$

Essa equação está representada geometricamente na figura abaixo.

Figura 6: Representação Geométrica de $(a - b)^2$.



Por outro lado, a expressão:

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a(a - b) - b(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

é conhecida como a forma algébrica desenvolvida do produto notável da diferença de dois termos ao quadrado.

De modo análogo se faz a planificação dos outros produtos notáveis e possuem um desenvolvimento de maneira análoga.

Os produtos notáveis mais usuais são:

$$(a - b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

A forma geométrica ajuda os alunos a compreender a forma algébrica do desenvolvimento dos produtos notáveis. O uso de produtos notáveis é extremamente importante na simplificação de expressões algébricas, na fatoração de polinômios, nos agrupamentos dos termos, auxiliando as resoluções dos exercícios envolvendo polinômios. Habitualmente os alunos resolvem essa potência de maneira errada e têm grande dificuldade no entendimento do desenvolvimento correto da potência do produto notável e com a exemplificação do produto notável de forma geométrica, eles conseguem visualizar as partes separadas e compreender de fato o que significa cada termo.

A construção do material concreto para o ensino de produtos notáveis é bem interessante, pois mostra todas as partes envolvidas no desenvolvimento dessa potência e busca atuar como facilitador para o aprendizado. Essa pesquisa aborda se o uso desses materiais no ensino de produtos notáveis auxilia na facilidade de absorção do conteúdo pelos alunos.

2.8 Ressignificando os Produtos Notáveis Através de Materiais Concretos

Nas aulas que tratam de conteúdos relativos à Geometria e às medidas, os alunos devem ter oportunidades que levem à identificação de regularidades, generalizações, aperfeiçoamento da linguagem algébrica e obtenção de fórmulas (ARANÃO, 2008).

Para que seja possível promover esse tipo de aprendizagem, desenvolvendo uma prática de ensino concreto da Álgebra, é essencial que o professor saiba claramente qual é o papel desses conteúdos no currículo, conforme defende Sarmiento (2010), refletindo também como os alunos constroem o conhecimento matemático, considerando a existência de uma grande

variedade de representações.

De acordo com Santos (2014), uma estratégia adequada deve levar à proposição de situações pelas quais os alunos construam suas noções algébricas a partir da observação das regularidades presentes em tabelas e gráficos, estabelecendo relações entre os dados, metodologia totalmente oposta ao desenvolvimento do estudo da Álgebra pela mera resolução mecânica e repetitiva de expressões e equações.

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. Acredita-se que os materiais manipuláveis podem auxiliar no desenvolvimento desses raciocínios matemáticos (SANTOS, 2014, p.47).

Quanto ao ensino-aprendizagem dos produtos notáveis uma boa sugestão para facilitar o conhecimento algébrico é a construção e manipulação de material concreto para ensinar produtos notáveis, exemplificando através de área.

Inúmeros matemáticos, professores da disciplina e estudiosos do assunto acreditam que as atividades de escrita e leitura, as possibilidades de visão, audição e criação influenciam a aprendizagem, tornando-a dinâmica e interativa. Cabe a escola abandonar a cultura da oralidade e escrita em direção às novas metodologias, onde o aluno manipula para aprender, onde ele faz, desfaz e constrói as relações a partir do que observou no percurso. “Acredita-se que além das dimensões da Álgebra é imprescindível, para o processo de ensino e aprendizagem, refletir sobre como o estudante aprende os conceitos matemáticos” (SANTOS, 2014, p.56).

É importantíssimo ressaltar que os conteúdos matemáticos devem ser desenvolvidos deixando claro qual é sua relevância social, propiciando conhecimentos básicos essenciais para articular entre si e com outras áreas do conhecimento. Nesse contexto, os jogos, softwares, aplicativos, materiais concretos e outros, constituem excelentes recursos didáticos, pois possibilitam a compreensão de regras e proporções, promoção de interesses, satisfação, prazer, formação de hábitos, senso de coletividade, vivência saudável da competição, colaboração, oposição e identificação de regularidades. Aproveitar o aspecto lúdico e prazeroso desses recursos, de acordo com Sarmiento (2010), é uma das formas mais eficazes na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Enquanto estuda pela manipulação de material concreto ou de softwares que despertem nele o desafio e a curiosidade, o aluno se expressa livremente, discutindo, contestando,

descobrimo e concluindo. Aproveitar essa expressão espontânea, de acordo com Poletto (2010), é uma oportunidade que o professor tem para transformar brinquedo em aprendizagem, corrigindo os erros de maneira natural, criando oportunidade para que o aluno reavalie e refaça o caminho percorrido.

O aluno que erra ao desenvolver o produto notável não entende muito bem o desenvolvimento de todos os termos: o quadrado do primeiro termo e o quadrado do segundo termo normalmente ele sempre acerta, o problema aparece na multiplicação dos termos, que é duas vezes o primeiro termo pelo segundo termo, pois ele não consegue visualizar. Normalmente, ele pergunta de onde saiu aquela parte. Mesmo que seja demonstrado as operações da multiplicação dos termos e ele entenda momentaneamente, depois ele esquece ou apenas decora os termos; mas na construção e explanação do produto notável fica evidente todas as partes do desenvolvimento, e dessa forma facilita muito para o aluno quando visualiza, no momento da construção, cada parte construída. Pode-se construir um quadrado de lado medindo a , retirar retângulos de medida b na base e altura do quadrado e aí mostrar as partes do novo quadrado de área $(a - b)^2$. Esse exemplo é bem fácil para ele entender todas as partes do desenvolvimento do produto notável, pois consegue manipular esses materiais e ter todos os termos do desenvolvimento em mãos. Da mesma forma constrói os materiais para exemplificar os produtos notáveis mais básicos, como o quadrado de área $(a + b)^2$ e outros.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

É mostrado, nesse capítulo, a metodologia selecionada para trabalhar o conteúdo objeto da pesquisa, expondo alguns tópicos para a elaboração e construção de tais materiais. Inicialmente, é apresentado aos alunos o objeto de pesquisa, baseado nas dificuldades apresentadas por eles em sala de aula. Posteriormente é mencionado o processo de seleção, seguido das regras para participarem da pesquisa, expondo a metodologia aplicada e os objetivos a serem alcançados. Todos os alunos responderam a um questionário no começo e foram selecionados aqueles que apresentaram maior dificuldade com o conteúdo, de acordo com o questionário. Aos selecionados para a pesquisa, foi aplicado um questionário no final da pesquisa, para coleta de dados sobre o conteúdo trabalhado.

3.1 Metodologia

Esse trabalho começou após o projeto de pesquisa ter sido submetido e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa – CEP, CAAE: 87672318.7.0000.8058, conforme anexo III. A pesquisa foi feita pelo método qualitativo de estudo de casos.

Borba (2004) defende que a melhoria do aprendizado se dá no conhecimento adquirido de modo subjetivo, pois não se espera uma igualdade no aprendizado construído e ainda aponta que as pesquisas qualitativas são muito importantes para o momento atual da Educação Matemática. Os levantamentos qualitativos têm como base resultados envolvendo sequências de conhecimentos aliados a coletas de dados como entrevistas, questionários, análise de vídeos, resoluções de exercícios, entre outras. Ainda segundo Borba (2004), a melhora nos resultados é sempre algo questionável, não quer dizer que vá acontecer e não possuem uma verdade igual para todos.

A proposta deste trabalho é fazer um levantamento comparativo, pelo método qualitativo de estudo de casos, através de informações obtidas nos questionários aplicados no início e no final da pesquisa e ainda pelas fichas avaliativas feitas pelos alunos durante a pesquisa. É avaliado dados como desempenho na escola e na disciplina de Matemática, gosto pelo estudo, entendimento e comprometimento com a tarefa, dificuldade na resolução de exercícios, entre outros questionamentos.

De acordo com o PCN (2001), as indagações e questionamentos levam os alunos a construir o seu pensamento e não apenas a reproduzirem o conhecimento. Dessa forma, é possível ensinar frações e produtos notáveis, construindo o conhecimento desses alunos através

de recortes, de construção de discos, jogos, réguas; mostrar que esses conteúdos estão sim à sua volta. Vygotsky (1998) defende que não é possível ensinar sem levar em consideração os conhecimentos prévios que os alunos trazem consigo. O aluno entende a fração que ele aplica em seu cotidiano, mas não a vê no papel, no livro, na tarefa. É preciso unir esse saber prévio com a teoria, facilitando o ensino e trazendo a Matemática para a realidade, para algo simples e eficiente, despertando o interesse do aluno através da construção e aplicação do conhecimento.

O processo de aprendizagem é contínuo e acontece em épocas diferentes para cada aluno, o tempo de aprendizagem não é o mesmo para cada um, sem contar que cada aluno traz consigo seus saberes, seus conhecimentos prévios e também suas dificuldades. Segundo Freire,

Não temo dizer que inexistem validade no ensino em que não resulta um aprendizado em que o aprendiz não se tornou capaz de recriar ou de refazer o ensinado. (...) nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado (...). Percebe-se, assim, que faz parte da tarefa docente não apenas ensinar conteúdos, mas também ensinar a pensar certo (FREIRE, 1998, p.26).

Essa pesquisa propõe estratégias para investigar uma melhor compreensão da matéria, contribuindo eficazmente com o ensino das frações e/ou produtos notáveis para um melhor desempenho na Matemática e outras matérias. Esse propósito de ensino-aprendizagem é para que o aluno que tenha dificuldade se sinta apoiado e amparado em suas dúvidas e consiga, com a sua participação e envolvimento, compreender o conteúdo, melhorar o seu desempenho e seguir em frente com a Matemática, passando a se sentir como parte de um todo e mais confiante com seus resultados.

3.2 Público Alvo

A pesquisa foi aplicada numa escola pública de ensino integral na cidade de Itumbiara-GO e que possui 60 alunos matriculados no Primeiro Ano do Ensino Médio. Participaram da pesquisa 20 alunos que apresentavam maiores dificuldades nos temas escolhidos. Inicialmente a pesquisa foi apresentada em sala de aula para todos os alunos do Primeiro Ano e explicado o objetivo da pesquisa, qual era o público alvo e como seria a participação dos alunos. Na apresentação da pesquisa, eles tiraram todas as dúvidas e fizeram questionamentos relacionados à aplicação da pesquisa, tempo de duração e como seriam os encontros. Por já trabalhar com esses alunos e conhecer seus domínios e dificuldades, ao apresentar a proposta para eles e os

objetivos da pesquisa, tivemos uma grande adesão voluntária.

Todos os alunos do Primeiro Ano responderam o Questionário Inicial (Apêndice A) contendo algumas perguntas sobre o interesse do aluno na escola, nos estudos, suas dificuldades e preferências; e também alguns exercícios envolvendo frações e produtos notáveis, como: equações, expressões numéricas e problemas. Após a aplicação do Questionário Inicial, todos os alunos que apresentaram dificuldades em responder o Questionário Inicial foram convidados para uma entrevista individual, no contra turno, onde cada um pode esclarecer sobre suas dúvidas, disponibilidades de horários, interesses, dificuldades e expectativas sobre a pesquisa e sua participação.

A partir das entrevistas e do Questionário Inicial, foram selecionados 20 alunos que apresentaram maiores dificuldades nas resoluções das questões de Matemática que constavam no questionário para participarem da pesquisa. Foi selecionado também um aluno monitor do Primeiro Ano, colega de sala de alguns participantes. Este aluno apresenta um excelente desempenho em Matemática e se ofereceu para participar como monitor, auxiliando tanto a professora quanto os colegas durante toda a aplicação do trabalho, contribuindo para que todos consigam participar com a melhor dedicação possível.

Com relação à algumas dificuldades ocorridas durante a pesquisa, a principal dificuldade foi em relação ao dia escolhido para a execução da pesquisa, na quarta-feira à tarde. Alguns alunos vêm para a escola por meio de transporte público e esses alunos têm aula no dia de quarta-feira até o meio dia. O transporte passa logo depois. Se permanecessem na escola no período vespertino, teriam que aguardar o transporte público após às 18 horas. Na sexta-feira alguns desses alunos têm aula até às 16:15 e o transporte público retorna após as 18 horas. Foi então proposto para esses alunos que a pesquisa fosse aplicada nas quartas-feiras e nas sextas-feiras, atendendo às particularidades dos que poderiam participar nas sextas-feiras. A turma foi separada da seguinte forma: alguns permaneceriam nos dias de quartas-feiras e outros nas sextas-feiras, sendo que a aula da semana seria replicada, seria a mesma aula nas quartas e nas sextas da mesma semana.

Durante a semana de fechamento de bimestre, não houve encontro, a pesquisa foi suspensa, pois os alunos estavam sobrecarregados de avaliações e trabalhos escolares e não seria proveitoso para eles, pois não se dedicariam às atividades. Os encontros retornaram na semana seguinte.

3.2.1 Alunos Selecionados

Os alunos foram levados para o Laboratório de Matemática da escola, local onde ocorreu a aplicação da pesquisa. O Laboratório de Matemática possui um amplo espaço, aproximadamente 60 metros quadrados, para os alunos ficarem confortáveis ao manusear papéis e tesouras e ainda poderem se locomover entre os colegas. Possui três mesas grandes para os alunos usarem, tendo 13 cadeiras em cada uma das mesas. Tem também a mesa do professor, bem grande e que dá para trabalhar confortavelmente com materiais pedagógicos, excelente para dispor todos os materiais que são usados sem ficar tumultuado; auxiliando para uma boa visão dos alunos durante as explicações. Possui dois ares-condicionados, que funcionam perfeitamente bem. Tem um quadro branco com pincéis coloridos e ainda um data show em perfeito estado.

No laboratório tem todos os materiais necessários: cartolina, papel cartão, EVA, canudo, cola, régua, tesoura, barbante, lápis, borracha e caneta; para que as construções sejam feitas sem contratempos.

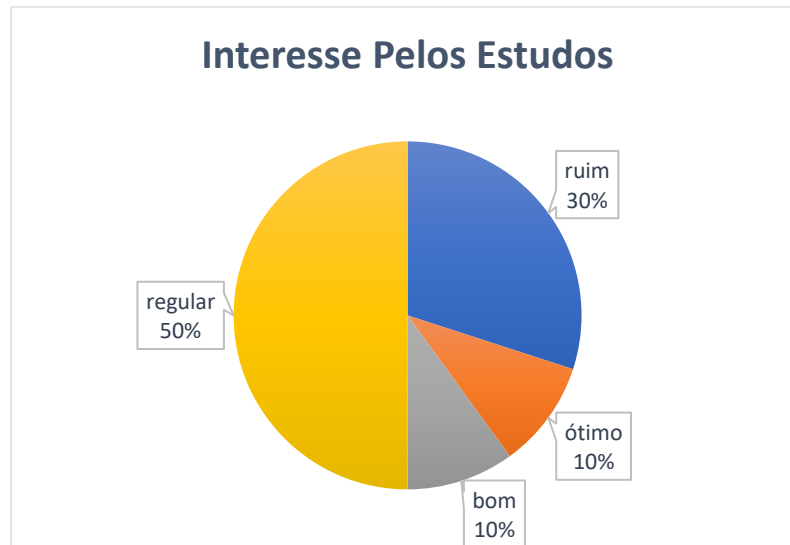
Uma vez selecionados os alunos, definimos em conjunto o dia ideal para a aplicação da pesquisa. Ficou acordado que os encontros seriam semanais, às quartas-feiras no período vespertino, pois todos os alunos têm essas tardes livres e eles usam esse dia para realizarem trabalhos em grupos, ensaios para apresentações na escola, aulas de atendimento extraclasse, pesquisas na biblioteca, estudos em grupos ou outra necessidade do momento.

Os dados obtidos através do Questionário Inicial são de grande importância para o desenvolvimento da pesquisa, pois auxiliaram nas atividades propostas durante a pesquisa e seus resultados foram comparados com os dados obtidos no Questionário Final.

De acordo com o Questionário Inicial, os alunos que participaram da pesquisa são alunos que já apresentam grandes dificuldades em Matemática Básica desde o Ensino Fundamental e destes alunos, são poucos os que apresentam um real interesse pelos estudos.

Segundo o questionário inicial, dos 20 alunos selecionados para participarem da pesquisa, 50% tem interesse regular nos estudos em geral, apenas 10% relatando ótimo interesse, 10% com bom interesse e 30% com interesse ruim nos estudos. Em relação à matéria que mais gostam de estudar, 50% relataram que gostam de estudar Matemática, mesmo que apresentem dificuldades e apenas 5% dos alunos disseram não gostar de estudar Matemática.

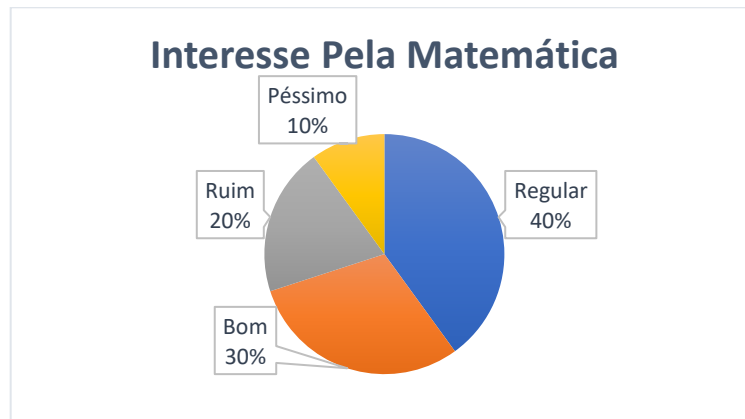
Gráfico 1: Interesse Pelos Estudos em Geral



Fonte: Acervo da Autora

Com relação ao interesse no estudo da Matemática, 30% disseram ter um bom interesse, 20% apresentaram um interesse ruim no estudo da Matemática e 40% apresentaram um interesse regular.

Gráfico 2: Interesse Pelos Estudos de Matemática

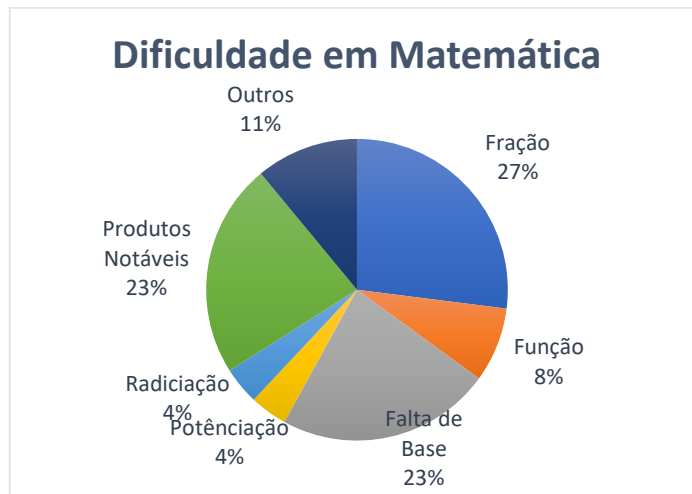


Fonte: Acervo da Autora

Em relação às dificuldades apresentadas pelos alunos sobre conteúdos já vistos no Ensino Fundamental, eles apontaram o seguinte: 70% tem dificuldade em frações, 60% apresentam problemas na base do Ensino Fundamental e dificuldades com produtos notáveis, 20% em potência e radiciação, 20% relataram dificuldade por causa de falta de atenção e conversa. Alguns alunos relataram mais de uma dificuldade, pontuando em mais de uma

resposta.

Gráfico 3: Dificuldades Apresentadas em Matemática



Fonte: Acervo da Autora

Esses dados mostram que os alunos tem consciência da deficiência que possuem em alguns tópicos da Matemática, fazendo com que seu desempenho na disciplina fique cada vez mais deficiente, pois quase sempre precisam recorrer aos conteúdos anteriores para desenvolverem os cálculos. Esses dados justificam e comprovam a escolha dos temas da pesquisa, dando suporte à aplicação da pesquisa.

3.2.2 Dados Coletados Para a Aplicação da Pesquisa

O grupo selecionado participou da elaboração e construção, juntamente com a professora, de todo o material pedagógico que foi usado no Laboratório de Matemática da escola. Foram construídas réguas, discos de frações, quadro de frações equivalentes, quadrados e retângulos para o ensino de produtos notáveis; materiais esses que foram usados para auxiliar no entendimento do conteúdo, facilitando o aprendizado e permitindo ao aluno manipular e visualizar, de modo concreto, o tópico trabalhado, levando o mesmo a perceber a presença da fração em diversas situações. Esses módulos foram montados de formas variadas para facilitar o aprendizado e despertar o interesse do aluno pela matéria. Desta forma, espera-se que o aluno se sinta motivado em seguir adiante com seu estudo.

Alguns alunos são tímidos e não conseguem interagir com seus colegas, não participam

das aulas regulares, não tem coragem de perguntar e nem de responder, pois tem receio de mostrarem suas dificuldades e acabam ficando quietos em suas carteiras. A participação desse aluno na pesquisa melhorou o seu convívio com os colegas, através da inserção deste em alguns grupos na sala, por causa das participações ativas nas oficinas, interagindo, manipulando materiais, discutindo formas e figuras com os grupos formados.

4 APLICAÇÃO DA PESQUISA

As ações foram planejadas para que cada encontro fosse o mais produtivo possível, de forma que envolvesse teoria e prática, exemplos e construção de materiais. Os alunos participaram em todas as etapas. Eles questionavam sempre que surgia alguma dúvida.

Os encontros seguiam o mesmo padrão. Os alunos chegavam no laboratório e já resolviam os exercícios selecionados para aquela oficina sem ajuda alguma da pesquisadora ou do aluno monitor. O interesse em colocar os alunos para resolverem os exercícios de maneira habitual é comparar, ao final de cada encontro, os passos errados cometidos por eles, observar qual é a sequência que o aluno segue para resolver as operações matemáticas, se tem sempre o mesmo padrão ou se erram o mesmo tipo de exercício de maneiras diferentes. Finalizada a resolução dos exercícios, passamos para a próxima etapa, que é a escolha do material concreto.

Em cada encontro foi selecionado um material concreto a ser construído dentre três opções dispostas para os alunos escolherem. Em seguida, os alunos escolhiam e separavam o material a ser usado e, com instruções da construção escolhida para aquele encontro, os alunos eram orientados com relação aos procedimentos a serem seguidos. Esse material construído foi usado para ensinar o conteúdo programado para aquele encontro.

Tínhamos sempre à disposição cartolinas, papel cartão, canudos coloridos, EVA, papelão, tesouras, régua, pincéis para quadro e outros materiais necessários. A construção era feita pelos alunos que eram divididos em grupos com 2 a 4 pessoas, para garantir a participação de todos. Sempre que necessário, eles recebiam ajuda do monitor e da professora. Após finalizada a construção do material por todos os grupos, os alunos recebiam a explicação didaticamente envolvendo a teoria do conteúdo e exemplificando essa teoria com o material concreto, mostrando definições e regras, enquanto manipulava o material auxiliando na interpretação, mostrando o significado do todo, do inteiro e das partes. Após essa explicação e manipulação do material pela professora, era a vez de todos os alunos usarem os materiais construídos por eles para a interpretação da teoria, para entender o exercício que estava no quadro de outra maneira, de modo prático, visualizando as partes e entendendo a fração. Depois, os alunos montavam cada termo da fração usando o material construído, questionando sempre que necessário e trocando ideias com os colegas, com o monitor e com a professora, tirando algumas dúvidas. O monitor esteve presente em todos os encontros.

Após esses procedimentos, os alunos voltavam a resolver os mesmos exercícios iniciais, usando o material concreto. Muitas vezes, nesses momentos, eles já apontavam alguns erros cometidos na primeira resolução antes de receberem as explicações. Nessa etapa, muitos alunos

conseguiram aplicar as regras corretamente e então, comparavam as duas resoluções para entender onde erravam. Após a resolução dos exercícios por todos os alunos, a professora voltava ao quadro e corrigia todos.

A seguir, vou explicitar a primeira aula da pesquisa, o passo a passo de um encontro no Laboratório de Matemática, para ficar demonstrado todas as sequências seguidas em nossos encontros.

1ª oficina: Soma e Subtração de Frações com Denominadores Iguais e Diferentes

Os alunos chegaram no laboratório e já havia no quadro as seguintes frações para eles resolverem.

$$a) \frac{1}{2} + 1 =$$

$$b) \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$c) \frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$$

$$d) \frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$e) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$$

$$f) \frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$$

$$g) 1 - \frac{3}{6} =$$

$$h) 1 - \frac{2}{3} =$$

$$i) \frac{1}{2} + \frac{3}{6} - \frac{2}{4} =$$

Foi pedido que eles pegassem um papel A4, colocassem o nome e resolvessem as frações todas, conforme eles faziam habitualmente.

Após todos finalizarem essa etapa, foi mostrado para eles três opções de material a ser construído: régua, discos e canudinhos para trabalhar frações. Eles optaram por discos. A próxima etapa foi escolher o material usado para construir os discos. Tinha cartolina, papel cartão e EVA. Os alunos optaram por EVA.

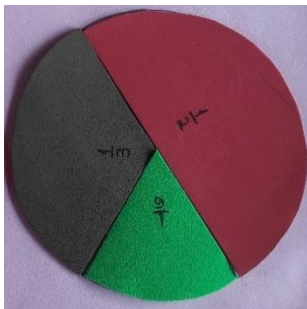
A turma foi separada em grupos pequenos e cada grupo veio buscar o material para as construções dos discos: barbante, folhas de EVA, tesouras, régua, lápis e borracha. Foi pedido para cada grupo construir 06 discos com o raio de 8 centímetros. Após a construção dos discos, foi feita as subdivisões. Um disco ficou inteiro, o segundo foi dividido ao meio, o terceiro em três partes iguais até o sexto, dividido em seis partes iguais. Os grupos recortaram as partes, ficando apenas um disco inteiro. Cada folha de EVA era de uma cor diferente, de modo que cada disco tinha uma cor distinta. Enquanto os alunos construía os seus materiais, eu também construía o meu material. Os alunos tiravam dúvidas sempre que fosse necessário, principalmente para fazer as subdivisões dos discos e eram auxiliados por mim e pelo monitor.

Após as construções chegou o momento da teoria. Foi pedido para que cada grupo colocassem todos os discos empilhados.

Chegou o momento da teoria. Foi demonstrado que cada disco representava um todo, um inteiro. O primeiro realmente estava inteiro, já o segundo podia ser representado por um

inteiro ou por duas partes de dois, ou seja, $\frac{2}{2}$, que tinha o mesmo significado. Já o próximo disco poderia ser representado por um inteiro ou ainda por $\frac{3}{3}$. E assim foi feito com todos os discos até o sexto disco, representado também por $\frac{6}{6}$. Em seguida foi dito que um inteiro tinha o mesmo significado que $\frac{2}{2}$ e que ainda poderíamos usar o nome de equivalente, pois tinham o mesmo valor. Ou seja, $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6}$. Foi mostrado que todas essas frações são equivalentes, pois todas representam um todo, um inteiro. Após esse entendimento, foi hora de mostrar as partes. Eu ia explicando e mostrando os discos construídos. Separei as metades de cada disco, menos do inteiro. Então peguei $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$. Foi mostrado que todos esses representavam a metade de cada disco e que todas essas metades eram equivalentes também, pois representavam o mesmo valor, só estavam escritas de outra forma. Empilhei todas as metades e mostrei que ocupavam o mesmo espaço, pois todas essas partes eram iguais, que poderíamos representar metade usando qualquer uma dessas frações: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$. Posteriormente mostrei, em cima do disco inteiro, quais combinações de frações formavam um inteiro, conforme exemplo abaixo.

Figura 7: Disco de Fração



Acervo da Autora

Aqui os alunos também viram que:

$$* \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$* 1 - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$* \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{6} = 1$$

$$* 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$* 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$* \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Foi mostrada todas as frações equivalentes nessa construção, conforme exemplo acima. Os alunos já ficaram animados aí.

Depois foi mostrada as definições, regras, nomenclaturas: denominador, numerador, equivalência e ainda foi montada duas das equações que eles já tinham resolvido no início da aula: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ e $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

Eles viram como fazia para somar ou subtrair frações com denominadores iguais, pois

as peças estavam ao alcance deles. Posteriormente, foi mostrado como fazia para somar ou subtrair frações com denominadores diferentes, que primeiro deveríamos igualar os denominadores e posteriormente seguir com a operação. Peguei o disco dividido em três partes e mostrei que era um inteiro e retirei 2 partes de três, conforme a conta no quadro e mostrei o resultado, $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Fiz todos esses passos mostrando as peças equivalentes às frações expostas no quadro, pois só coloquei denominadores que iria construir nessa oficina.

Após essa explanação da teoria, exemplificação e prática, foi a vez deles manipularem os materiais. Foi pedido para os alunos, ao manipular os materiais, mostrar cada uma das frações que estavam no quadro, para identificarem todas. Após conseguirem identificar cada uma das frações, foi pedido para montarem as equações que estavam no quadro e resolver novamente, ao lado da primeira resolução, as somas e subtrações que já haviam resolvido no início da aula, mas sem o domínio das definições. A opção para resolver novamente ao lado da primeira resolução é para eles poderem comparar as diferenças nas respostas, observando os erros cometidos anteriormente.

Finalizada as resoluções dos exercícios por todos os alunos, eu fazia a correção no quadro, sempre levando em consideração todas as operações feitas com frações diferentes. Posteriormente, os alunos guardavam todos os materiais usados no encontro, inclusive as construções para usarmos nos próximos encontros. Fim do primeiro encontro.

A parte interessante da descoberta do erro é primordial para que o aluno consiga seguir em frente e diminuir esse tipo de erro, ora por não saber qual a regra aplicar, ora por não entender a operação que se deve fazer ou ainda por não saber qual passo seguir para resolver o exercício. Eles passaram a comparar as resoluções e buscar a causa do erro. Após essa comparação, eles conseguiam corrigir oralmente as operações feitas de maneira equivocada por eles.

Após essa etapa de comparação e verificação das resoluções, eram feitas perguntas sobre o seu desempenho na primeira etapa e na segunda etapa da aula, sempre levando em consideração sua participação e o motivo do erro cometido. Eram expostas então todas as correções, sempre mostrando cada passo a ser dado para o sucesso da resolução, para que todos entendessem os motivos de seu desenvolvimento de maneira equivocada. As correções eram feitas utilizando a formalização das definições e conceitos envolvidos. Sempre que o exercício era resolvido de mais de uma maneira, todas as resoluções distintas eram expostas no quadro e discutidas pelos alunos participantes, mostrando que todas essas resoluções chegavam à uma

mesma resposta. Foram aplicados exercícios ao longo de cada encontro e ainda um questionário final, após a finalização das aulas práticas. Esses exercícios aplicados em cada encontro estão nos planos de aula (Apêndice C ao I).

As oficinas foram bastante satisfatórias no envolvimento do aluno nas elaborações e construções dos materiais, trazendo um ambiente diferente do vivido em sala de aula, mais informal, mais dinâmico e mais leve, com poucos alunos. Os grupos iam modificando ao longo da aula, pois os alunos que construía seus materiais primeiro iam auxiliando os demais, para que todos terminassem as construções e passassem juntos para a próxima etapa. O intuito era que eles conseguissem, ao levantar questionamentos diferentes, entenderem os conceitos envolvidos e terem a liberdade de investigar e testar esses levantamentos com suposições ou mesmo usando o próprio material construído para buscar as respostas corretas. As construções dos materiais concretos estão nas oficinas (Apêndice J a N).

A aplicação dos questionários no início e no final do encontro foi imprescindível para as conclusões da pesquisa, pois os dados avaliados foram retirados dos questionários e sem os mesmos não seria possível saber se a proposta levantada pela pesquisa alcançou os objetivos.

Todas as ações planejadas para os encontros ocorreram de maneira satisfatória, assim como a participação e dedicação da maioria dos alunos selecionados.

Após começarem as aulas práticas, alguns alunos demonstraram grandes interesses nas construções e manipulações dos materiais concretos. Passaram a fazer mais contas básicas e quando terminavam, pediam para passar mais. Isso foi bastante interessante, pois eles gostaram de manipular e mais ainda, gostaram porque conseguiram visualizar as operações, entender e resolver de maneira correta.

4.1 Atividades Desenvolvidas na Pesquisa

Foram várias as atividades desenvolvidas pelos alunos durante as oficinas, utilizando os materiais concretos construídos pelos mesmos, tais como discos inteiros e fracionados, várias régua, quadro de régua, quadrados de tamanhos variados. Todas as construções tem como expectativa a aprendizagem por parte dos alunos envolvidos.

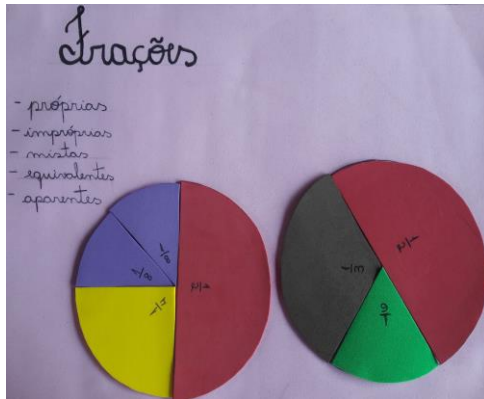
A construção dos discos foi utilizada para exemplificar o inteiro e as frações. Foram feitos inicialmente seis discos, todos de mesmo tamanho, sendo um disco inteiro, um disco dividido ao meio, outro dividido em três partes iguais e assim até o disco dividido em seis partes iguais.

Esse material foi usado em mais de uma aula, pois foram feitas diversas atividades com os mesmos. Posteriormente, foram construídos mais seis discos, com subdivisões que foram de 7 até 12 partes iguais. Concluída a construção do material pelos alunos, chega o momento de explicitar o tópico a ser ensinado. A professora mostra então as definições, regras, formalidades e propriedades envolvidas na teoria do conteúdo selecionado. Posteriormente, usa o material construído para exemplificar as definições que estão sendo trabalhadas. O material construído é um facilitador para o aluno, com a finalidade de explicitar, mostrar o conteúdo na prática; é palpável; no caso das frações, ele vê o todo e as partes, visualiza as comparações entre as frações, vê exemplos. Durante as explicações, os alunos questionam, tiram dúvidas, manipulam os materiais. É disponibilizado um tempo maior para eles fazerem todas essas comparações, questionamentos e dúvidas.

Segue uns discos de frações construído pelos alunos na primeira e segunda oficina.

Discos de Frações com Várias Subdivisões

Figura 8



Acervo da autora

Figura 9

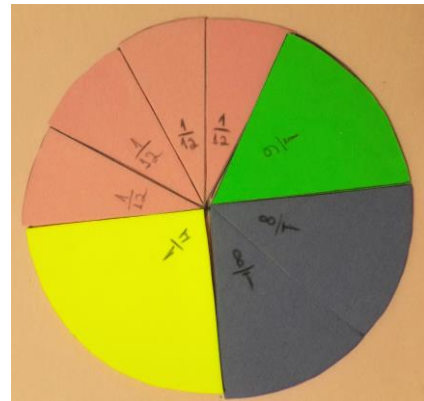


Figura 10: Discos de Frações com Várias Subdivisões



Acervo da autora

Esses discos foram construídos para trabalhar o ensino de frações em vários exercícios distintos envolvendo soma, subtração, multiplicação e divisão de frações. Esse material foi usado em vários encontros, inclusive nos jogos. A participação ativa dos alunos foi muito importante para o aprendizado e para as relações interpessoais com os seus colegas.

A seguir, um exemplo de um exercício resolvido por um aluno em dois momentos: antes e após a construção e utilização do material concreto.

Exercício Envolvendo Soma e Subtração de Frações

Figura 11: Antes da Construção do Material Concreto

Handwritten mathematical work showing addition and subtraction of fractions:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{2}{4} = \frac{1}{3}$$

Figura 12: Depois da Construção

Handwritten mathematical work showing addition and subtraction of fractions after using concrete material:

$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{2}{4} = \frac{4-2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Fonte: Acervo da Autora

Após soma e subtração de frações, foram resolvidos outros exercícios envolvendo a desigualdade de frações, como identificação de fração maior, fração menor e fração igual ou equivalente, tendo sido usada a técnica de multiplicação cruzada para explicar o conteúdo. Os alunos usaram os discos de frações para auxiliar na resolução dos exercícios.

A Figura 13 mostra o desempenho de um aluno para identificar qual fração era maior e traz as duas resoluções feitas pelo aluno.

Figura 13: Exercício Para Identificar Desigualdade de Frações

Handwritten work for identifying inequality of fractions using cross-multiplication:

1. Qual número é maior?

a) $\frac{3}{5} < 4$

b) $\frac{2}{3} < \frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{4} > \frac{3}{4}$

d) $\frac{4}{3} < \frac{5}{4}$

e) $\frac{3}{7} > \frac{2}{8}$

f) $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

Handwritten notes and calculations:

Um número que a multiplicação sempre será maior

$\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$ 23 20

$\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$ 10 9

$\frac{1}{9} > \frac{3}{4}$ 28 27

$\frac{4}{3} > \frac{5}{4}$ 16 15

$\frac{3}{7} > \frac{2}{8}$ 24 14

$\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

Fonte: Acervo da Autora

Depois de dois encontros trabalhando com disco de frações, partimos para mais uma construção. Foi escolhido as régua de frações para a próxima construção.

A construção das régua também teve o mesmo propósito e foram utilizadas para mostrar o inteiro e as partes. Foram construídas dez régua de mesmo tamanho e posteriormente elas foram subdivididas em partes iguais. A primeira ficou inteira, para representar o todo, a segunda foi dividida em duas partes iguais, representando a metade e assim foi feito até a última, que foi subdividida em dez partes. Foram feitas várias atividades usando essas régua e estas também foram utilizadas em mais de uma aula. As mesmas foram trabalhadas em exercícios equivalentes aos exercícios envolvendo os discos. A partir das régua, os alunos fizeram o quadro de frações, onde cada aluno construiu o seu e após a finalização do uso desse material, puderam levar o quadro para casa. Esse material foi indispensável para os alunos trabalharem em casa as somas e subtrações de frações, além de outras operações, segundo relato dos mesmos.

Quadro com Régua de Frações

Figura 14



Acervo da autora

Figura 15



Seguindo com as definições e diferentes tipos de frações, foi trabalhado também os números mistos, as frações próprias, impróprias e equivalentes.

A seguir tem um exercício onde o aluno transforma os números mistos em frações impróprias e outro exercício onde o aluno transforma as frações impróprias em números mistos.

Exercício Envolvendo Frações Impróprias e Mistas

Figura 16: Fração Mista para Imprópria

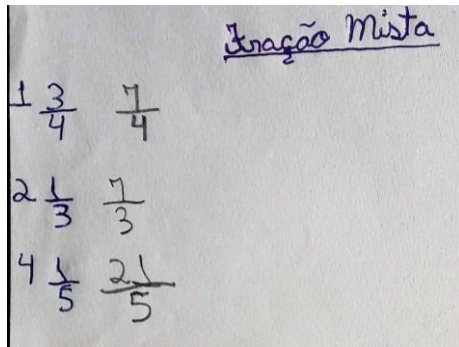
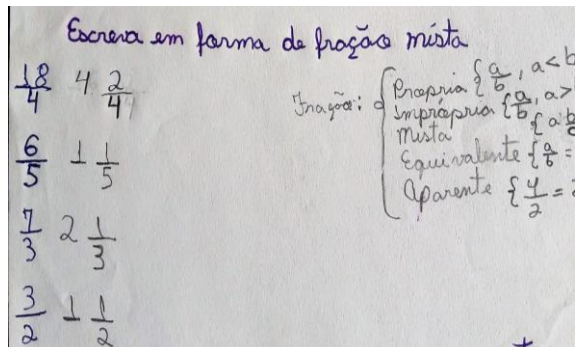


Figura 17: Fração Imprópria para Mista



Fonte: Acervo da Autora

Foi feito um jogo com expressões numéricas envolvendo os tipos de frações trabalhadas. As peças construídas foram utilizadas em jogos envolvendo verdadeiro ou falso com expressões numéricas de frações, equivalência, comparações de frações indicando quais eram menores, maiores ou equivalentes às outras. Os grupos deveriam montar as expressões, calcular e responder. Ganhava a rodada o primeiro grupo que respondia corretamente.

Figura 18: Régua de Frações



Aqui neste exemplo tem montada as seguintes frações:

$$* \frac{4}{3} \text{ e } \frac{5}{4}$$

$$* \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \text{ e } \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$* \frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$* \frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$$

Esses exemplos foram usados nos jogos com frações. Aqui o grupo tinha que identificar a fração maior. Ganhava a rodada o grupo que respondia certo primeiro.

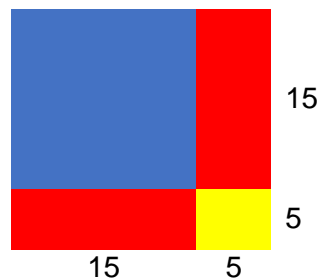
Aproveitando as mesmas expressões, podem ser feitas várias rodadas de jogos, podendo ser calculado a soma, a subtração, o produto e a divisão; também podem trabalhar equivalência, colocar as frações em ordem crescente. Dá para brincar bastante, aproveitar bem os materiais

construídos pelos alunos. A receptividade dos jogos foi bem positiva pelos participantes, foram momentos de descontração.

Em relação aos produtos notáveis, o conteúdo foi trabalhado exemplificando áreas. Primeiro os alunos construíram os quadrados de tamanhos variados, depois eles calcularam as áreas com as medidas exatas dos quadrados. Posteriormente, foram trabalhados os cálculos das áreas de tamanho a , tamanho b , tamanho $(a - b)$, tamanho $(a + b)$.

Uma das atividades era para construir um quadrado de lado medindo 20 centímetros e depois marcar uma medida de 5 centímetros para retirar da base e da altura do quadrado, conforme figura abaixo.

Figura 19: Quadrado Medindo 20 Centímetros de Lado



Eles cortaram essas partes e puderam visualizar todos os termos de um trinômio quadrado perfeito e esses recortes foram usados para trabalhar o desenvolvimento de $(a - b)^2$, nesse caso específico: $(20 - 5)^2$.

O desenvolvimento ficou assim:

$$(20 - 5)^2 = (20)^2 - 2 \cdot (20)(5) + (5)^2 = 400 - 200 + 25 = 225 = (15)^2,$$

ou seja:

$$(20 - 5)^2 = (15)^2 = 225.$$

Os alunos tinham em mãos as partes desses recortes, representando cada um dos termos do desenvolvimento.

Após os alunos entenderem os cálculos de áreas usando números reais e conseguirem identificar cada um dos termos, passamos então para as medidas gerais, ou seja, com variáveis.

Eles conseguiram entender e aplicar o desenvolvimento dos produtos notáveis, usando o quadrado da soma de dois termos e também o quadrado da diferença de dois termos. Posteriormente, foi trabalhado o produto da soma pela diferença de dois termos, usando os quadrados já construídos por eles.

Segue um exemplo do material concreto construído para auxiliar na aprendizagem de

produtos notáveis, nesse caso $(a - b)^2$.

Figura 20: Produtos Notáveis $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$



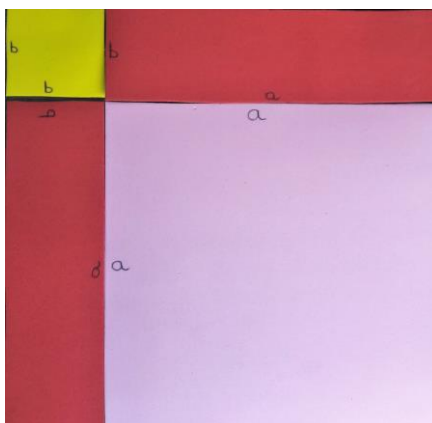
Acervo da autora

Figura 21: Produtos Notáveis $a^2 + ab + ab + b^2$



Acervo da autora

Figura 22: Produtos Notáveis $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$



Acervo da autora

O próximo exercício foi feito na oficina de construção dos produtos notáveis. Observe as duas resoluções feitas pelo aluno. Foi pedido para que os alunos fizessem o desenvolvimento do produto notável antes e após a construção do material concreto. É comum os alunos desenvolverem as potências e esquecerem os outros termos. Uma das resoluções segue abaixo.

Exercícios Envolvendo Produtos Notáveis

Figura 23: Antes da Construção do Material

$$(x+4)^2 = x^2 + 16$$

$$(-3-x)^2 = 9 + x^2$$

Acervo da autora

Figura 24: Depois da Construção do Material

$$(x+4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 16$$

$$= x^2 + 8x + 16$$

$$(-3-x)^2 = 9 + 2(-3)(-x) + (-x)^2$$

$$= 9 + 6x + x^2$$

Estão anexadas (Apêndice J ao N) os procedimentos das oficinas, com o passo a passo de cada etapa.

Estão anexadas (Apêndice C ao I) os planos de aula. Todos os exercícios resolvidos nas aulas estão nos planos de aula.

Abaixo segue o roteiro geral das aulas.

1. Colocava-se no quadro, os exercícios a serem resolvidos no encontro e os alunos resolviam de forma habitual.
2. Após as resoluções feitas pelos alunos, eram escolhidos por eles, um tipo de material concreto a ser construído no dia, dentre alguns apresentados que seriam igualmente satisfatórios, equivalentes, para o aprendizado.
3. Os alunos eram divididos em grupos com 2 a 4 alunos e construía o material concreto, participando ativamente da construção, seguindo as orientações recebidas e com acompanhamento do monitor.
4. Posteriormente eram explicados as definições, normas e propriedades envolvidas no conteúdo selecionado.
5. Após a construção do material concreto, era exemplificado as aplicações da teoria na prática, manipulando o material para identificar as frações que estavam sendo ensinadas.
6. Os alunos perguntavam, questionavam, tiravam suas dúvidas manipulando o material

concreto, representando as frações que estavam no quadro usando esse material e identificando cada termo.

7. Os alunos retornavam às tarefas iniciais e resolviam novamente os exercícios aplicando as regras e orientações recebidas.
8. Após todos terminarem as resoluções dos exercícios, corrigia-se todos no quadro, levando em consideração todas as resoluções distintas feitas pelos alunos.

As ações pedagógicas no contexto das oficinas foram registradas em um diário, para que ao final da pesquisa, pudesse ser feito um estudo da prática vivenciada e elaboração de trabalhos científicos para expansão e socialização dessas ações.

As atividades foram aplicadas em todos os encontros de modo gradativo, aprofundando o conteúdo ao longo dos encontros. Não houve oficina em todos os encontros, pois algumas construções foram usadas mais de uma vez.

Os alunos participantes trabalharam todas as operações matemáticas envolvendo todos os tipos de frações. Posteriormente, foram trabalhados produtos notáveis também envolvendo frações.

Segue um exemplo de alguns exercícios trabalhados com os alunos. A lista de exercícios foi elaborada contendo exercícios dos encontros anteriores, buscando envolver os conteúdos vistos até o presente dia e verificar a aprendizagem até então; para poder seguir em frente com o próximo conteúdo a ser explorado, produtos notáveis, ou seguir com mais aulas sobre frações e suas variações.

Exemplos de algumas atividades feitas nos encontros:

- 1- Identifique as frações a seguir.

a) $\frac{13}{4}$ b) $1\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{8}{2}$

Nesse exercício o aluno precisava identificar cada tipo de fração. Com o material concreto em mãos e após a explicação do conteúdo, ele montava a fração e conseguia identificar corretamente.

- a) Mais de um inteiro, então a fração é imprópria
- b) Um inteiro e mais uma fração, então a fração é mista
- c) O numerador é menor que o denominador, fração própria

- d) Como o numerador é múltiplo do denominador, fração aparente, pois representa um número inteiro.

2- Coloque os números abaixo em ordem crescente:

a) $\frac{1}{5}, \frac{6}{9}, \frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}$

a) Primeiro foi pedido para simplificar, se pudesse. Após a simplificação, os alunos identificaram duas frações equivalentes, $\frac{6}{9}$ e $\frac{2}{3}$. Com as frações distintas que sobraram, $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$, pedi que multiplicasse o denominador da segunda, que é três, pelo numerador da primeira fração, que é um, e escrevesse o resultado ao lado ($3 \times 1 = 3$). Em seguida, fizesse a multiplicação do denominador da primeira fração, que é cinco, pelo numerador da segunda fração, que é dois, e escrevesse o resultado ao lado ($5 \times 2 = 10$). Bastava agora comparar qual dos resultados das multiplicações era maior: 3 ou 10. A fração maior é a que apresenta maior resultado no numerador, portanto é a fração $\frac{2}{3}$. A justificativa para usar tal método é que, ao multiplicarmos na primeira fração o numerador e denominador desta pelo denominador da outra fração, estamos igualando os denominadores, pois não podemos alterar a fração e sim escrevermos de maneira similar, equivalente. O procedimento realizado no processo foi:

Identificação da fração equivalente

Descrever as frações distintas

Realizar a comparação

3- Reduza a um mesmo denominador:

a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$ b) $\frac{2}{6} + \frac{1}{3} - \frac{5}{3} =$

c) $1\frac{5}{6} \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right) =$ d) $\frac{1}{2} - 3 \left[4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} (2 - 4) \right] =$

Primeiro foi pedido para simplificar e transformar todas as frações mistas em frações impróprias. Esse exercício foi feito com o auxílio do material concreto, pois eles tinham frações com todos os denominadores. Eles separavam cada fração e depois verificavam os denominadores distintos para identificar por qual número iriam multiplicar os denominadores.

Posteriormente, foi pedido para igualar os denominadores. Em seguida, foi feita a operação matemática conforme a ordem. As letras c e d foram trabalhadas após os alunos já saberem somar, subtrair, multiplicar e dividir as frações simples.

4- Desenvolva os produtos notáveis:

$$\text{a) } (x + 4)^2 = \quad \text{b) } (2 - x)^2 = \quad \text{c) } (y - 2x)^2 = \quad \text{d) } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 =$$

Nesses exercícios envolvendo produtos notáveis, os alunos primeiro separaram as peças construídas por eles para visualizarem os termos que aparecem. Após a identificação dos termos, eles montavam a expressão e calculavam. Seguiram bem com o desenvolvimento dos produtos notáveis. A fração foi introduzida após o domínio dos produtos notáveis.

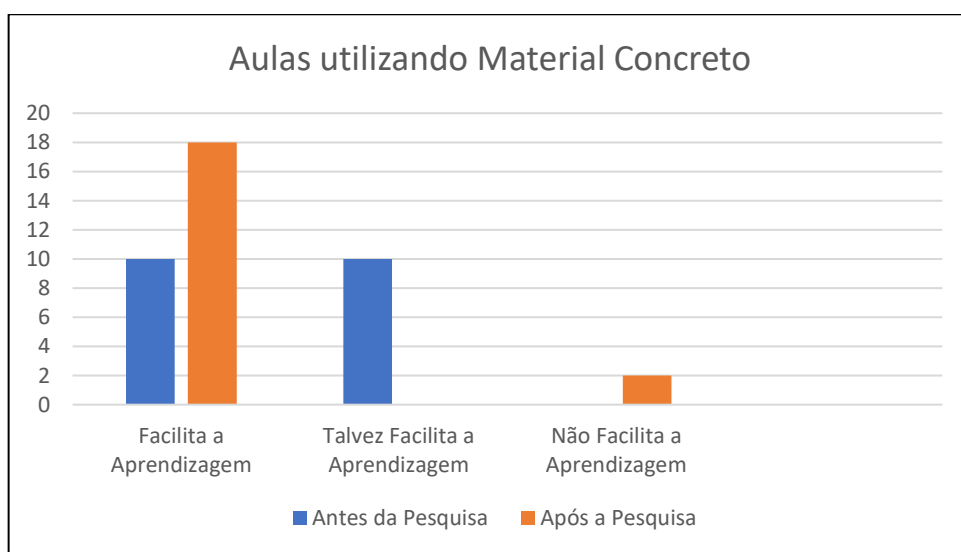
Em todos os encontros havia correções das atividades desenvolvidas durante a aula. No último encontro da pesquisa foi aplicado o Questionário Final, envolvendo todos os conteúdos trabalhados em nossos encontros.

5 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS E DAS ATIVIDADES APLICADAS

Fazemos aqui, uma análise comparativa dos dados obtidos no Questionário Inicial (Apêndice A) e do Questionário Final (Apêndice B). Foram retiradas informações das atividades aplicadas em cada encontro, com o objetivo de mostrarmos os desenvolvimentos dos alunos e se houve progressos dos mesmos, se foi atingida a proposta do trabalho, ou seja, conseguir um melhor desempenho desses alunos através da construção e manipulação dos materiais concretos. Essas informações nos forneceram dados que foram ferramentas importantes e fundamentais para a elaboração das Considerações Finais sobre a pesquisa.

Perguntados inicialmente se aulas com jogos e materiais concretos facilitariam o aprendizado, 50% concordaram e 50% disseram que às vezes poderia ajudar sim. Após a aplicação da pesquisa, 90% responderam que sim, o material construído e manipulado por eles facilitou muito a aprendizagem, contra 10% que não conseguiram apresentar um resultado satisfatório com o uso do material, conforme mostra o gráfico abaixo.

Gráfico 4: Facilidade em Aprender Matemática Através de Jogos e/ou Materiais Concretos



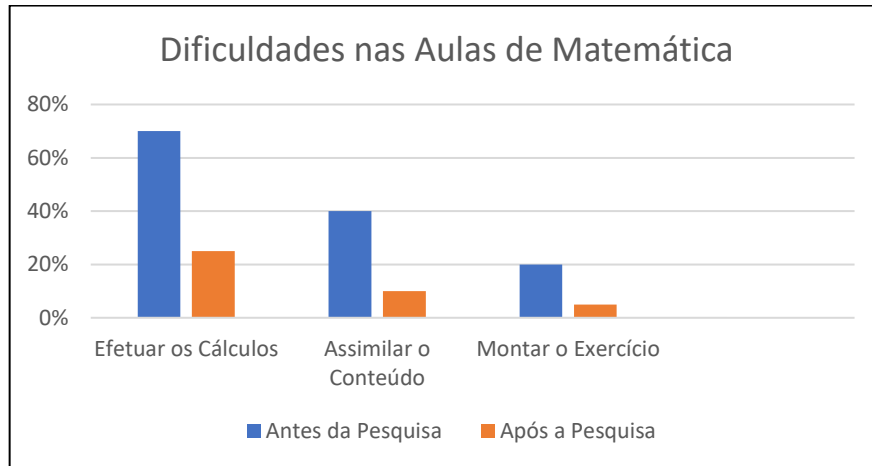
Fonte: Acervo da Autora

Os alunos sempre questionam como deve ser feita a resolução do exercício, quase sempre apresentam essa dúvida e muitas vezes erram justamente na interpretação.

Em relação à grande dificuldade encontrada por eles para resolver exercícios, 70% responderam que a dificuldade estava em efetuar os cálculos, 40% responderam que têm dificuldades em assimilar o conteúdo pedido na resolução e apenas 20% disseram que tem dificuldades em montar o exercício. Alguns alunos responderam mais de uma alternativa. Segue

o gráfico abaixo informando as dificuldades apresentadas nas aulas de Matemática antes da pesquisa e após a pesquisa.

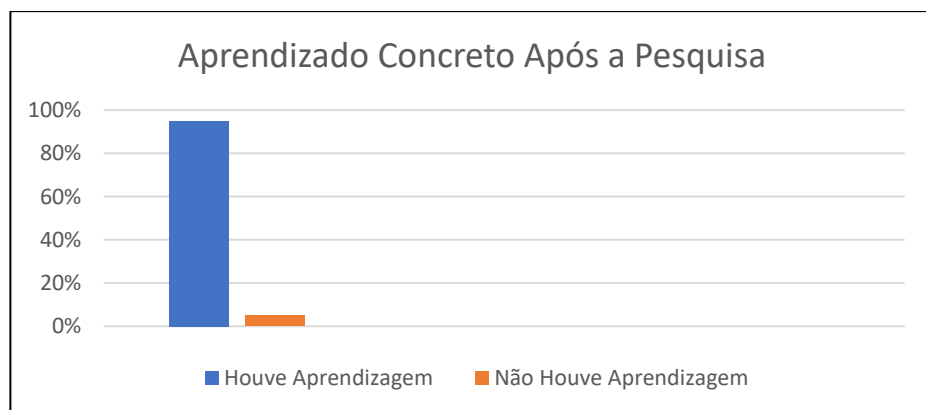
Gráfico 5: Dificuldades Apresentadas nas Aulas de Matemática



Fonte: Acervo da Autora

No Questionário Final foi perguntado para os alunos que participaram da pesquisa se eles conseguiram desenvolver os conteúdos de maneira satisfatória, se houve aprendizagem concreta e 95% dos alunos disseram que houve um aprendizado concreto após a aplicação da pesquisa, contra 5% que disseram não ter aprendido apesar da participação na pesquisa. Esses mesmos alunos que não obtiveram sucesso, relataram que não se dedicaram e faltaram a alguns encontros.

Gráfico 6: Informações Sobre o Aprendizado Após a Pesquisa Segundo os Alunos



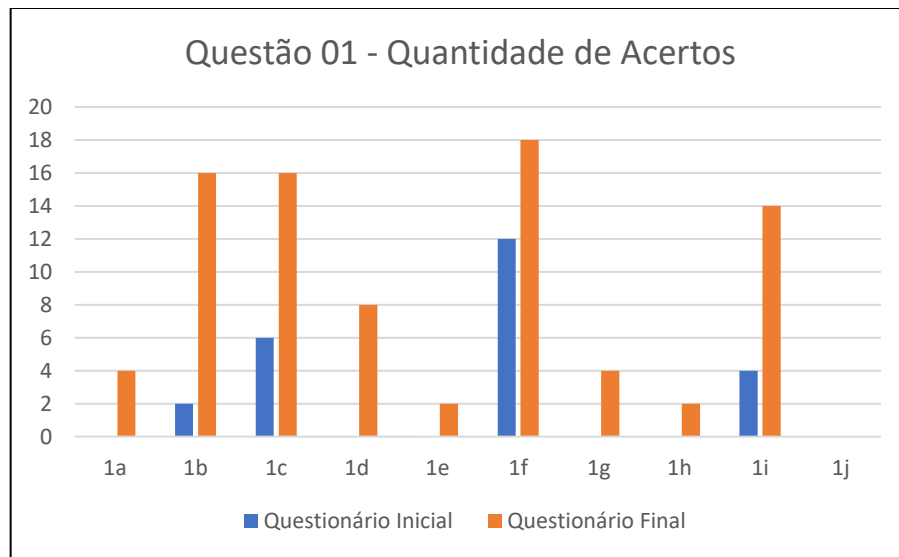
Fonte: Acervo da Autora

Foram aplicadas questões relacionadas aos conteúdos de Matemática propostos na pesquisa nos questionários inicial e final.

Em relação à primeira questão do Questionário Inicial e Final (Apêndice A e B), houve

um avanço considerável na quantidade de acertos no Questionário Final em relação ao Questionário Inicial, isto é, após a aplicação da pesquisa. Essa questão tem exercícios envolvendo frações e produtos notáveis. Enquanto no Questionário Inicial a quantidade de questões acertadas foi pequena, no último houve um aumento significativo; contabilizando as respostas dos 20 alunos.

Gráfico 7: Quantidade de Acertos na Primeira Questão



Fonte: Acervo da Autora

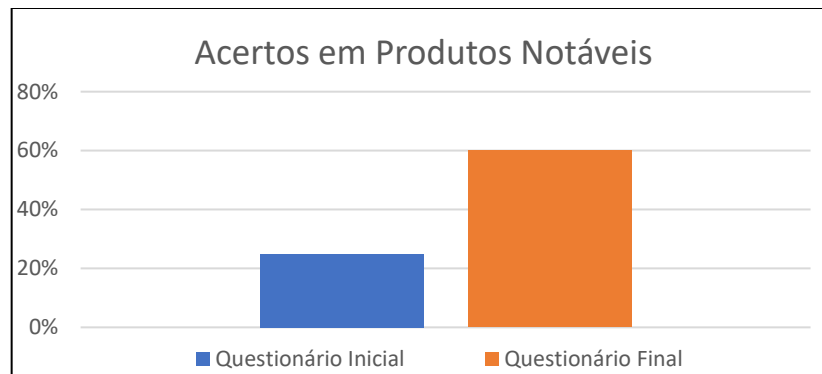
Alguns alunos que apresentam grandes dificuldades nos exercícios envolvendo frações conseguiram aprender após as aulas com os materiais manipulados. Observe o relato do aluno E.E.P.O., que tinha bastante dificuldade: *“Por conta de uma base muito fraca e desleixo da minha parte no ensino fundamental, tive e ainda tenho dificuldade a respeito de matérias exatas, o projeto da professora Glauce me ajudou a sanar qualquer dúvida relacionada a frações. A sua maneira dinâmica e descontraída de nos ensinar foi de grande importância para o resultado, quando saímos do papel e fomos para a prática com formas e figuras geométricas, tornou ainda mais fácil a compreensão da matéria. As regras (macete) me ajudou a lembrar como resolver as frações, me ajudando a ganhar tempo em questões que preciso resolver a fração para ir a outro passo para responder a questão por completo”*.

Nessa turma também tinha um aluno, F.S.S., que, ao entender a fração e suas partes e conseguir resolver os exercícios, pediu que fosse passado mais exercícios porque ele queria fazer mais, ele estava gostando do resultado da oficina, gostando do fato de finalmente conseguir entender e fazer as operações com frações.

Os alunos tiveram um bom desempenho em relação aos exercícios envolvendo produtos

notáveis. No Questionário Inicial, apenas 25% dos alunos haviam acertado as questões, já no Questionário Final, a quantidade de alunos que acertaram foi de 60%, tendo sido um aumento considerável. Pelas respostas do Questionário Final percebe-se que houve um aprendizado, as respostas dos alunos atingiram a expectativa de melhoria nas resoluções dos exercícios fazendo uso dos materiais construídos por eles mesmos.

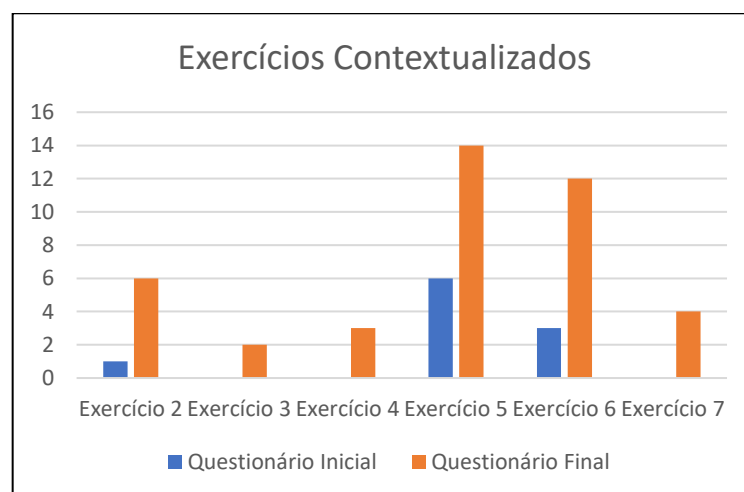
Gráfico 8: Quantidade de Acertos nos Exercícios Envolvendo Produtos Notáveis



Acervo da autora

No Questionário Inicial e Final havia também exercícios contextualizados envolvendo frações. Nesses tipos de exercícios envolvendo problemas, os alunos apresentam uma maior dificuldade, pois têm interpretação do texto, montagem do problema e a resolução. Houve uma melhora nas quantidades de acertos das questões, ao comparar o Questionário Inicial e o Questionário Final.

Gráfico 9: Exercícios Contextualizados Envolvendo Frações



Fonte: Acervo da Autora

Os alunos tiveram uma participação efetiva nas oficinas. Eles se mostraram muito animados e empolgados com as escolhas dos materiais a serem construídos, com

as opções de materiais a serem usados e principalmente com as construções. Essas etapas foram feitas com total desempenho de cada um deles, tanto na construção do material para o seu grupo, quanto com a construção dos grupos dos colegas. Assim que alguém terminava, ia procurar quem ainda não tinha terminado e oferecia ajuda. Houve um entrosamento muito grande entre esses alunos.

A aluna L.C.R.R. disse assim: *“O projeto de ensino de frações e produtos notáveis da professora Glauce foi muito importante devido à falta de base que eu tive no ensino fundamental, e me ajudou a conseguir entender e desenvolver exercícios mais complexos”*.

Foram momentos especiais, pois tinha turmas diferentes nas oficinas e essas turmas acabaram se aproximando. A melhora no aprendizado foi significativa, mas não menos importante foi o entrosamento dos colegas, a parceria, solidariedade, o envolvimento. O desempenho desses alunos melhorou consideravelmente na sala de aula, pois os alunos estavam aprendendo e queriam mostrar essa aprendizagem nas aulas, respondendo, participando, questionando. Se sentiram bem demais participando dos questionamentos feitos nas aulas. Houve também troca de lugares na sala de aula. Esses alunos passaram a sentar mais à frente, pois estavam conseguindo acompanhar as resoluções e raciocínios envolvidos nos exercícios.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O resultado da pesquisa responde positivamente à pergunta norteadora: “Será que, ao colocar o aluno para desenvolver a construção e manipulação de materiais concretos, pode ajudar no ensino aprendizagem?”

A metodologia aplicada permitiu aos alunos vivenciar, tocar, manipular o conteúdo que eles apresentavam dificuldades em interpretar a escrita, a teoria e sua definição. Houve compreensão do inteiro, do significado das partes e da simbologia da fração, conforme defende Scolari (2008).

Os alunos puderam construir o conhecimento, aproximando a teoria da prática, isto é, da aprendizagem real, diminuindo as dificuldades existentes em relação ao conteúdo. Após compreenderem que as frações estão presentes em seu cotidiano e conseguirem exemplificar essas com materiais concretos, os alunos enriqueceram o aprendizado, construindo uma base da teoria e aplicando o conhecimento adquirido para resolver os exercícios, alcançando dessa forma uma prática educativa bem-sucedida (MACCARINI 2010).

As respostas dos questionários mostram que houve uma melhora significativa em relação aos conteúdos de frações, pois os gráficos mostram um aumento significativo a quantidade de acertos.

Com relação ao conteúdo de produtos notáveis, após os alunos construírem e manipularem os quadrados e retângulos e calcularem as áreas de todas as peças envolvidas nas construções, eles conseguiram desempenhar um bom resultado nas resoluções dos exercícios envolvendo produtos notáveis, pois no Questionário Inicial, apenas cinco alunos acertaram as questões e no Questionário Final essa quantidade subiu para doze alunos; conforme mostra o gráfico 08. De acordo com Santos (2014), os materiais concretos podem auxiliar no desenvolvimento de raciocínios matemáticos. De fato, auxiliou, pois os alunos conseguiram visualizar todos os termos do desenvolvimento utilizando as peças construídas por eles.

O objetivo da pesquisa foi alcançado, pois nota-se as resoluções antes e após o período da pesquisa, tendo sido obtidos resultados corretos em quantidade bem superior ao final da pesquisa em relação ao início.

Mediante análise feita referente aos dados obtidos antes da aplicação da pesquisa, através do Questionário Inicial (Apêndice A), aplicado aos alunos selecionados e feitas as comparações com os dados obtidos após a finalização da intervenção da proposta da pesquisa e aplicação do Questionário Final (Apêndice B), incluindo também as resoluções e respostas dadas pelos alunos durante as atividades propostas em cada encontro ao longo do período de

vigência do pesquisa, conclui-se que a proposta foi positiva e que os objetivos foram atingidos, pois os alunos participantes mostraram interesse pelo tema, foram bem participativos e curiosos durante os encontros, tendo sido provocados positivamente pela satisfação da aprendizagem e sucesso na resolução dos exercícios propostos.

A proposta de ensino-aprendizagem através da elaboração e construção de material concreto foi significativa, pois facilitou o ensino para aqueles alunos que apresentavam grandes dificuldades de aprendizagem em fração e produtos notáveis. Houve também um melhor desempenho desses alunos em sala de aula, pois alguns passaram a ser bem mais participativos, melhorando também seu relacionamento com seus colegas, ampliando o círculo de amizades, pois foram inseridos em novos grupos. Foi muito bom observar o desempenho e a participação dos alunos, auxiliar nas intervenções, dúvidas e observar a dedicação e participação destes. Foi uma conquista poder contribuir para a melhoria do ensino, suprimindo algumas necessidades da sala de aula, tão primitivas e ao mesmo tempo tão importantes para que os alunos consigam seguir em frente e encarar novos desafios, outras batalhas com novos conteúdos. Foi gratificante ver a satisfação e o resultado positivo de vários alunos.

De acordo com o aluno G.V.G. *“A oficina foi bastante importante para mim, que não tive uma boa base sobre como resolver fração, não conseguia desenvolver os cálculos do primeiro ano por ficar sem saber fazer e o que fazer com a fração ou como somar a fração com outro número, mas depois das aulas com a professora, consegui construir a base de como resolver problemas que tinha fração através das aulas teóricas e dinâmicas. Tenho certeza que se não tivesse feito as aulas, não teria passado de série, então a oficina foi bastante importante para mim porque aprendi e vou usar para o resto da minha vida acadêmica.”* Esse aluno teve uma participação ativa na pesquisa, não tendo faltado a nenhum encontro. O desempenho dele foi fantástico.

Foi muito satisfatório participar dessa proposta de pesquisa, podendo trabalhar com recursos tão simples, de baixo custo e tão eficazes para a melhoria de ensino de nossos alunos. O trabalho ocorreu de forma tranquila, com dedicação e desempenho da maioria dos alunos participantes, tendo sido a proposta de grande valia para o processo ensino-aprendizagem de todos os envolvidos.

Fazendo um levantamento da proposta da pesquisa e levando em consideração o tempo de sala de aula que tenho, é notório a minha satisfação profissional, pois é certo que houve um grande aprendizado e pude perceber que posso aplicar essa proposta ao longo de minha vida profissional, podendo melhorar cada vez mais a aprendizagem do aluno. Outras aulas práticas, com novos recursos e outros tópicos poderão fazer parte do ensino da Matemática usando

materiais concretos em sala de aula, desde que tenha um bom planejamento, para que novos objetivos sejam alcançados, pois a Matemática é desafiadora para muitos alunos e seu aprendizado é necessário para que os mesmos consigam seguir em frente com os estudos.

As aulas no laboratório utilizando recortes e manipulações de material concreto, foram imprescindíveis para que os alunos com dificuldade na interpretação e no entendimento do conteúdo e até mesmo com dificuldade na leitura da fração, pudessem entender com muito mais facilidade o significado das operações envolvendo frações. Esse manuseio permitiu que os alunos explorassem suas dúvidas e conseguissem tirar conclusões através das construções dos materiais, enriquecendo seu conhecimento e ampliando seu aprendizado. Os alunos se mostravam bem participativos e animados com as aulas, chegando a sugerirem outros exercícios para serem trabalhados nos laboratórios, como expressões numéricas com frações. Os encontros eram movidos por alunos eufóricos e curiosos em saber qual seria o tema do dia. Houve um envolvimento e participação maior de alunos menos comunicativos e com dificuldades. Uma aluna que frequentou todas as oficinas, J.I.A.S., deu seu depoimento sobre os encontros e disse: *“uma forma maravilhosa e criativa de ensinar que facilitou a compreensão para os alunos com dificuldade no aprendizado de fração”*.

Levando em consideração as aulas de laboratório, os questionários e todas as atividades aplicadas durante a pesquisa, bem como todo o material construído pelos alunos; a metodologia proposta da pesquisa é totalmente viável. A aprendizagem ocorreu de maneira satisfatória e natural, foram construídos e aplicados os conceitos gradativamente, de modo que foram trabalhadas todas as propostas de modo leve, tendo sido alcançada, por muitos alunos, uma aprendizagem concreta.

Com o resultado positivo da pesquisa, essa proposta pode se tornar efetiva nas novas turmas de Ensino Médio da escola, a partir do próximo ano, podendo contribuir eficazmente para o progresso de novos alunos que chegam ao Ensino Médio com grandes dificuldades em frações e produtos notáveis. Em trabalhos futuros utilizarei também a construção da soma e subtração de dois termos ao cubo. A necessidade de aprendizagem de alguns alunos e o baixo custo para a aplicação da pesquisa faz com que seja bastante viável sua inclusão no ano inicial do Ensino Médio. Pretendo publicar artigos sobre a pesquisa, mostrando o desempenho dos alunos e a facilidade de trabalhar com esse método de ensino.

REFERÊNCIAS

- ABREU, F. S.; CORRÊA, H. M. de A. **A Matemática na Educação Infantil**. 2011. Disponível em: <http://serra.multivix.edu.br/wp-content/uploads/2013/04/a_matematica_na_educacao_infantil.pdf> Acesso em: 01 out. 2018.
- ARANÃO, I. V. D. **A Matemática através de Brincadeiras e Jogos**. 4ed. Campinas SP: Papyrus, 2008.
- BORBA, M. C. et al. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BORBA, A.M. **Culturas da Infância nos Espaços-Tempos do Brincar: um estudo com crianças de 4-6 anos em instituições públicas de educação infantil**. Rio de Janeiro: UFF, 2005.
- BRASIL. LEI Nº **9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96). Brasília: Mec, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **IDEB**—Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. 2016. Disponível em <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=1654308>>. Acesso em: 10 set. 2018.
- BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/ SEF, 1999.
- _____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/ SEF, 2001.**
- _____. Conselho Nacional de Educação (CNE). **Resolução n. 3, de 26 de junho de 1998**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v17n49/a02v17n49.pdf>> Acesso em: 08 set. 2018.
- CARVALHO, M. A.; ALONSO, M. R. M. H. Formação continuada de professores e mudança na prática pedagógica. In: ALONSO, M. (Org.). **Prática Docente: teoria e prática**. São Paulo: Pioneira, 1999.
- CAVALIERI, L. **O Ensino das Frações**. Umuarama: Universidade Paranaense: 2005.
- D'AMBRÓSIO, U. História da Matemática e Educação. **Caderno Cedes**. São Paulo: Papyrus, 1990.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo, Paz e Terra, 1998.

GOMES, M. L. M. **História do Ensino da Matemática: uma introdução.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

JESUS, J. S.; SILVA, Maria das Neves da. Um estudo dos fatores que impactam no baixo rendimento escolar. **Revista Projeção e Docência.** v.3, n. 2, p. 1-20, dez. 2012. Disponível em: <<http://revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao3/article/download/294/189>> Acesso em 10 set. 2018.

JESUS, M. A. S.; FINI, L. D. T. Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. In: BRITO, Márcia Regina F. de. (Org). **Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa.** Florianópolis: Insular, 2005. 144p.

MACCARINI, J. M. **Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática.** Curitiba: Editora Fael, 2010.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1999.

PEREIRA, E. T. **Brincar, Brinquedo, Brincadeira, Jogo, Lúdico.** Presença Pedagógica. Belo Horizonte. V.7. Nº. 38, mar/abr.2001.

POLETO, C. da S. **Algeplan, Álgebra e Geometria: entendendo práticas matemáticas como jogos de linguagem.** UFRGS – Porto Alegre: 2010. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/29205>> Acesso em: 06 out. 2018.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática.** São Paulo: Saraiva, 2009.

SANTOS, J. L. B.; SANTOS, G. B.; ARAGÃO, I. G. **Possibilidades e Limitações: as dificuldades existentes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.** 2016. Disponível em: <<https://www.infoescola.com/pedagogia/possibilidades-e-limitacoes-as-dificuldades-existent-no-processo-de-ensino-aprendizagem-da-matematica/>> Acesso em: 29 set. 2018.

SANTOS, M. J. S. **O Ensino e Aprendizagem das Frações Utilizando Materiais Concretos.** Monografia [Especialização] Metodologia da Matemática. Universidade Estadual da Paraíba. 2014. Disponível em: <<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4290/1/PDF%20%20Maria%20Jos%20C3%A9%20Batista%20de%20Souza%20Santos.pdf>> Acesso em: 29 set. 2018.

SANTOS, P.C.A. **Uso do Material Concreto: um facilitador da ensinagem de frações com alunos de 5ª série.** Santa Maria, 2010, p.23-25. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática - Centro Universitário Franciscano).

SARMENTO, A. K. C. **A Utilização dos Materiais Manipulativos nas Aulas de Matemática.** Disponível em: <http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf>

> Acesso em: 06 out. 2018.

SCOLARO, M.A. **O Uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis como Recurso Pedagógico nas Aulas de Matemática**. Paraná: FACINTER, 2008.

SILVA, M. M. **Dificuldades de Alunos do Ensino Médio em Questões de Matemática do Ensino Fundamental**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). PUCRS. Faculdade de Física.

WERNECK, A. P. T. **Euclides Roxo e a Reforma Francisco Campos: A gênese do primeiro programa de ensino de Matemática Brasileiro**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2003. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11192>> Acesso em: 29 set. 2018.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

_____. **A Formação Social da Mente**. 3ed. brasileira. São Paulo: Martins Fontes Editora Ltda. 2005.

APÊNDICE A



Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão
 Unidade Acadêmica Especial de Matemática e
 Tecnologia
 Mestrado Profissional em Matemática



Pesquisa de Mestrado: “A elaboração e construção de material pedagógico como metodologia do processo ensino aprendizagem de frações e produtos notáveis”

Pesquisadora: Glauce Ribeiro de Souza Mendonça

Matrícula: 2016.101571

Orientador: Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior

Caro aluno,

Este questionário visa coletar dados para a nossa pesquisa sobre: A elaboração e construção de material pedagógico como metodologia do processo ensino aprendizagem de frações e produtos notáveis.

Todos os dados da pesquisa ficarão em sigilo.

Nome: _____

Idade: _____

Escola de origem: _____

Data: _____

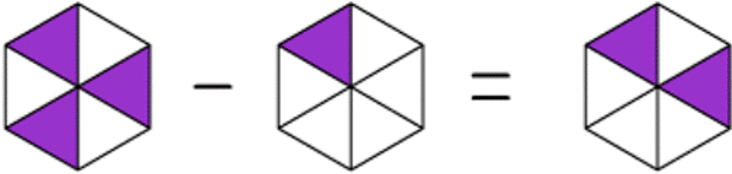
1. Como você avalia o seu interesse pelos estudos?
 Ótimo Bom Regular Ruim Péssimo
2. Qual a matéria que você mais gosta de estudar?
 Língua portuguesa Matemática Ciências Geografia
 Educação física Informática História Inglês
3. Qual a matéria que você menos gosta de estudar?
 Língua portuguesa Matemática Ciências Geografia
 Educação física Informática História Inglês
4. Como você avalia o seu interesse pelo estudo da Matemática?
 Ótimo Bom Regular Ruim Péssimo
5. Você gosta da maneira como a Matemática é ensinada?
 Sim Não Às vezes
6. Se você tem dificuldade em Matemática, você sabe dizer quais são ou porquê?

7. Como você gostaria que fossem as aulas de Matemática?

8. Você já participou de alguma aula de Matemática com o professor utilizando jogos ou materiais concretos?
 Sim Não

9. Você acha que a aula de Matemática com jogos e/ou materiais concretos facilita a aprendizagem?
 Sim Não Às vezes
10. Você mostra ou questiona as suas dificuldades em relação à Matemática para o seu professor?
 Sim Não Às vezes
11. Qual a sua maior dificuldade?
 Assimilar o conteúdo Interpretar o enunciado Nenhuma
 Montar o exercício Efetuar os cálculos

Resolva os exercícios abaixo, deixando os cálculos na ficha.

1. Determine:
- $\frac{2}{3} + \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$
 - $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
 - $(2x + 1)^2$
 - $\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2$
 - $(t - 3)^3$
 - $(m + 1) \cdot (m - 1)$
 - $1 - \left(\frac{2}{5}\right) : (4)$
 - $\left(3 + \frac{2}{7}\right) - \frac{3}{4}$
 - $(4 + 2)^2$
 - $\frac{1}{4} + \frac{4}{6} - \left(2 - \frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{4}{64}$
2. Uma pessoa gasta $\frac{1}{4}$ do dinheiro que tem, e em seguida, $\frac{2}{3}$ do que lhe resta, ficando com R\$ 350,00. Quanto de dinheiro essa pessoa tinha inicialmente?
3. Sônia coleciona papéis de carta. Sabendo que $\frac{2}{7}$ das folhas ela ganhou de sua mãe, $\frac{3}{5}$ ela ganhou de suas avós e outras 4 folhas restantes ela ganhou de suas amigas. Qual a quantidade de folhas que Sônia possui em sua coleção?
4. José está brincando de caça ao tesouro e o próximo passo antes de encontrar o tão sonhado tesouro é descobrir o resultado de M. Você pode ajudar o José? $M = \frac{2^{-1} + 3^{-1}}{\sqrt{1 + 5 \cdot 4^{-1}}}$
5. Observe as imagens e coloque as frações correspondentes às partes pintadas:
- 
6. Se $A = \frac{(x-y)}{x \cdot y}$, $x = \frac{2}{5}$ e $y = \frac{1}{2}$, então determine o valor de A.
7. Numa sala de aula, $\frac{1}{3}$ dos alunos têm 10 anos, $\frac{1}{6}$ têm 11 anos e 15 alunos têm 9 anos. Qual a quantidade de alunos nessa sala?

APÊNDICE B



Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão
 Unidade Acadêmica Especial de Matemática e
 Tecnologia
 Mestrado Profissional em Matemática



Pesquisa de Mestrado: “A elaboração e construção de material pedagógico como metodologia do processo ensino aprendizagem de frações e produtos notáveis”

Pesquisadora: Glauce Ribeiro de Souza Mendonça

Matrícula: 2016.101571

Orientador: Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior

Caro aluno,

Esta ficha visa coletar dados para análise de resultado após a aplicação da pesquisa: A elaboração e construção de material pedagógico como metodologia do processo ensino aprendizagem de frações e produtos notáveis.

Todos os dados da pesquisa ficarão em sigilo.

Nome: _____ **Data:** _____

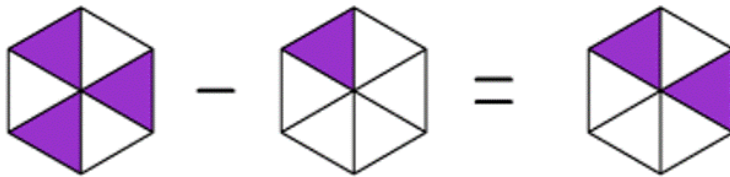
1. O que você achou da maneira como a matemática foi trabalhada na pesquisa?
 Gostei Não gostei Não fez diferença
2. Para você houve aprendizado concreto, isto é, você realmente conseguiu aprender desse jeito?
 Sim Não Um pouco
3. Você acha que se houvesse mais aulas assim, o rendimento na matéria seria melhor?
 Sim Não Às vezes
4. Nesse período da pesquisa, você se aproximou de algum colega que ainda não havia tido contato?
 Sim Não
5. Escreva sobre o que você mais gostou e o que você menos gostou sobre a sua participação na pesquisa.

Resolva os exercícios abaixo, deixando os cálculos na ficha.

6. Determine:
 - k) $\frac{2}{3} + \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$
 - l) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
 - m) $(2x + 1)^2$

- n) $\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2$
 o) $(t - 3)^3$
 p) $(m + 1) \cdot (m - 1)$
 q) $1 - \left(\frac{2}{5}\right) : (4)$
 r) $\left(3 + \frac{2}{7}\right) - \frac{3}{4}$
 s) $(4 + 2)^2$
 t) $\frac{1}{4} + \frac{4}{6} - \left(2 - \frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{4}{64}$

7. Uma pessoa gasta $\frac{1}{4}$ do dinheiro que tem, e em seguida, $\frac{2}{3}$ do que lhe resta, ficando com R\$ 350,00. Quanto de dinheiro essa pessoa tinha inicialmente?
8. Sônia coleciona papéis de carta. Sabendo que $\frac{2}{7}$ das folhas ela ganhou de sua mãe, $\frac{3}{5}$ ela ganhou de suas avós e outras 4 folhas restantes ela ganhou de suas amigas. Qual a quantidade de folhas que Sônia possui em sua coleção?
9. José está brincando de caça ao tesouro e o próximo passo antes de encontrar o tão sonhado tesouro é descobrir o resultado de M. Você pode ajudar o José? $M = \frac{2^{-1} + 3^{-1}}{\sqrt{1 + 5 \cdot 4^{-1}}}$
10. Observe as imagens e coloque as frações correspondentes às partes pintadas:



11. Se $A = \frac{(x-y)}{x \cdot y}$, $x = \frac{2}{5}$ e $y = \frac{1}{2}$, então determine o valor de A.
12. Numa sala de aula, $\frac{1}{3}$ dos alunos têm 10 anos, $\frac{1}{6}$ têm 11 anos e 15 alunos têm 9 anos. Qual a quantidade de alunos nessa sala?

APÊNDICE C

Aula 1: Apresentação da Pesquisa Soma e subtração de frações

Objetivos

Apresentar aos alunos a dinâmica da aula, organização dos grupos e a metodologia escolhida para a aplicação do projeto.

Definir a construção do material concreto a ser utilizado.

Construir e manipular o material buscando as normas e definições do conteúdo.

Somar e subtrair frações.

Conhecimento Prévio

Não é necessário conhecimento prévio em relação ao conteúdo a ser ministrado.

Metodologia

Apresentação do laboratório e suas regras, recolhimento do termo de compromisso com assinatura dos pais ou responsáveis.

Apresentação do conteúdo através de slides a ser trabalhado no encontro.

Opções de material concreto a ser construído.

Resolução dos exercícios antes de manipular o material concreto.

Construção do material concreto pelos alunos subdivididos em grupos pequenos.

Explicação da teoria através das normas, resolvendo um exemplo manipulando o material construído.

Resolução dos mesmos exercícios utilizando o material didático.

Material didático

Construção de seis discos de frações, divididos da seguinte maneira:

01 disco inteiro

01 disco dividido em duas partes

01 disco dividido em três partes

01 disco dividido em quatro partes

01 disco dividido em cinco partes

01 disco dividido em 06 partes

Exercícios

Resolva as frações a seguir:

a) $\frac{1}{2} + 1 =$

d) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$

g) $1 - \frac{3}{6} =$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$

h) $1 - \frac{2}{3} =$

c) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

f) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$

i) $\frac{1}{2} + \frac{3}{6} - \frac{2}{4} =$

Verificação de aprendizagem

Verificar a resolução das atividades antes da explicação teórica e prática.

Verificar a resolução após a construção e manipulação do material concreto e comparar as resoluções.

APÊNDICE D

Aula 2: Multiplicação e divisão de frações e frações equivalentes

Objetivos

Aprender multiplicação e divisão de frações usando a mesma metodologia escolhida na primeira aula, disco de frações.

Manipular o material concreto usando as normas e definições do conteúdo.

Fazer operações com os tipos de frações conhecidas, desenvolvendo o raciocínio lógico.

Ler e resolver problemas matemáticos e no cotidiano.

Conhecimento Prévio

É necessário conhecimento do conteúdo ministrado na aula anterior.

Metodologia

Utilização de todo o material concreto construído por eles na aula anterior.

Resolução dos exercícios antes de manipular o material concreto.

Explicação da teoria através das normas, resolvendo um exemplo manipulando o material construído.

Resolução dos mesmos exercícios utilizando o material didático.

Material didático

Construção de mais dois discos de frações, divididos da seguinte maneira:

01 disco dividido em oito partes

01 disco dividido em dez partes

Exercícios

1- Resolva as multiplicações das frações a seguir:

a) $\frac{1}{2} \cdot 3 =$

d) $\frac{1}{4} \cdot 2 =$

g) $2 \cdot \frac{3}{8} =$

b) $\frac{1}{6} \cdot 4 =$

e) $\frac{5}{6} \cdot 3 =$

h) $2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 =$

2- Resolva as operações abaixo:

a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} =$

c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

e) $1 - \frac{2}{8} =$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$

d) $2 - \frac{2}{3} =$

f) $3 - \frac{1}{10} =$

3-Quais frações abaixo são equivalentes?

a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$

b) $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{8}$

c) $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$

d) $\frac{2}{8}$ e $\frac{2}{4}$

4-Resolva as divisões de frações abaixo:

a) $1 : 2 =$

d) $2 : 3 =$

g) $1 : 4 =$

b) $2 : 6 =$

e) $\frac{1}{2} : 2 =$

h) $\frac{1}{2} : 4 =$

Verificação de aprendizagem

Verificar a resolução das atividades antes da explicação teórica e prática.

Verificar a resolução após a construção e manipulação do material concreto e comparar as resoluções.

APÊNDICE E

Aula 3: Tipos de Frações: Própria, imprópria, mista, equivalente e aparente

Objetivos

Conhecer e diferenciar os tipos de frações. Fazer operações com as frações escritas de diferentes formas, através do material manipulado.

Fazer operações com todos os tipos de frações conhecidas, desenvolvendo o raciocínio lógico. Ampliar o seu conhecimento, aprofundando com o conteúdo matemático.

Ler e resolver problemas matemáticos e no cotidiano.

Conhecimento Prévio

É necessário conhecimento do conteúdo ministrado na aula anterior.

Metodologia

Construção de régua de frações para a aula.

Resolução dos exercícios antes de manipular o material concreto.

Explicação da teoria através das normas, resolvendo um exemplo manipulando o material construído.

Resolução dos mesmos exercícios utilizando o material didático.

Material didático

Construção de régua de frações, divididos da seguinte maneira:

01 régua inteira.

01 régua dividida em duas partes

01 régua dividida em três partes

01 régua dividida em quatro partes

01 régua dividida em cinco partes

01 régua dividida em seis partes

01 régua dividida em oito partes

Exercícios

1-Qual número é maior?

a) $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{7}$

d) $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$

g) $\frac{7}{9}$ $\frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$

e) $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{8}$

h) $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$

2-Escreva as frações mistas em formas de frações impróprias.

a) $1\frac{3}{4} =$

b) $2\frac{1}{3} =$

c) $4\frac{1}{5} =$

Verificação de aprendizagem

Verificar a resolução das atividades antes da explicação teórica e prática.

Verificar a resolução após a construção e manipulação do material concreto e comparar as resoluções.

APÊNDICE F

Aula 4: Operações envolvendo os tipos de frações da aula anterior.

Objetivos

Identificar os tipos de frações já conhecidas. Fazer operações com as frações escritas de diferentes formas, através do material manipulado.

Resolver situações problemas. Ampliar o conhecimento matemático e o raciocínio lógico.

Conhecimento Prévio

É necessário conhecimento do conteúdo ministrado na aula anterior.

Metodologia

Uso das régua de frações construídas na aula anterior.

Resolução dos exercícios antes de manipular o material concreto.

Explicação da teoria através das normas, resolvendo um exemplo manipulando o material construído.

Resolução dos mesmos exercícios utilizando o material didático.

Material didático

Uso das régua de frações construídas na aula anterior.

Exercícios

1- Escreva as frações impróprias em forma de frações mistas.

a) $\frac{18}{4} =$ b) $\frac{6}{5} =$ c) $\frac{7}{3} =$ d) $\frac{3}{2} =$

2- Coloque os números em ordem crescente:

a) $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{5}{6}$

3- Reduza a um mesmo denominador:

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} =$ c) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$
 b) $\frac{5}{6} - \frac{2}{5} + \frac{4}{3} =$ d) $\frac{1}{2} + 2 \left[3 - \frac{1}{2}(2 + 2) \right] =$

Verificação de aprendizagem

Verificar a resolução das atividades antes da explicação teórica e prática.

Verificar a resolução após a construção e manipulação do material concreto e comparar as resoluções.

APÊNDICE G

Aula 5: Operações envolvendo os tipos de frações trabalhos nas aulas anteriores.

Objetivos

Fazer operações com todos os tipos de frações conhecidas, desenvolvendo o raciocínio lógico. Ler e resolver problemas matemáticos e no cotidiano, permitindo ao aluno a oportunidade de enriquecer seu conhecimento, identificando diferentes tipos de frações.

Conhecimento Prévio

É necessário conhecimento do conteúdo ministrado na aula anterior.

Metodologia

Resolução dos exercícios antes de manipular o material concreto.

Posteriormente, cada aluno vai construir uma tabela com régua de frações.

Explicação da teoria através das normas, resolvendo um exemplo manipulando o material construído.

Resolução dos mesmos exercícios utilizando o material didático.

Material didático

Construção de uma tabela de régua de frações.

Exercícios

1- Identifique as frações a seguir.

a) $\frac{13}{4} =$

b) $1\frac{1}{2} =$

c) $\frac{2}{3} =$

d) $\frac{8}{2} =$

2- Coloque os números em ordem crescente:

a) $\frac{1}{5}, \frac{6}{9}, \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{9}$

3- Reduza a um mesmo denominador:

a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$

c) $\frac{4}{6} + \frac{1}{3} - \frac{5}{3} =$

b) $1\frac{5}{6} \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right) =$

d) $\frac{1}{2} - 3 \left[4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} (2 - 4) \right] =$

Verificação de aprendizagem

Verificar a resolução das atividades antes da explicação teórica e prática.

Verificar a resolução após a construção e manipulação do material concreto e comparar as resoluções.

APÊNDICE H

Aula 6: Produto notável do tipo $(a + b)^2$.

Objetivos

Desenvolver o produto notável. Transformar dados geométricos em linguagem algébrica. Conseguir desenvolver o quadrado da soma de dois termos utilizando material concreto, como recortes geométricos e aplicando a linguagem algébrica.

Conhecimento Prévio

É necessário conhecimento do conteúdo ministrado na aula anterior.

Metodologia

Cada grupo de alunos vai construir um quadrado de lado $(a + b)$, podendo ser a medida a diferente da medida b .

Resolução dos exercícios antes de manipular o material concreto.

Explicação da teoria através das definições, mostrando as propriedades envolvidas nas figuras geométricas, resolvendo um exemplo manipulando o material construído já recortado, ou seja, um quadrado de medida a , um quadrado de medida b e dois retângulos de medida a por b .

Resolução dos mesmos exercícios utilizando o material didático.

Material didático

Construção de um quadrado de lado medindo $(a + b)$.

Recortar o quadrado, transformando-o em retângulos de medida a e medida b .

Exercícios

1- Desenvolva os produtos notáveis a seguir.

a) $(a + b)^2 =$

b) $(x + 3)^2 =$

c) $(y + x)^2 =$

d) $(y + 4x)^2 =$

e) $\left(\frac{1}{2} + x\right)^2 =$

f) $(2x + 3y)^2 =$

Verificação de aprendizagem

Verificar a resolução das atividades antes da explicação teórica e prática.

Verificar a resolução após a construção e manipulação do material concreto e comparar as resoluções.

APÊNDICE I

Aula 7: Produto notável do tipo $(a - b)^2$.

Objetivos

Desenvolver o produto notável. Transformar dados geométricos em linguagem algébrica. Conseguir desenvolver o quadrado da diferença de dois termos utilizando material concreto, como recortes geométricos e aplicando a linguagem algébrica.

Conhecimento Prévio

É necessário conhecimento do conteúdo ministrado na aula anterior.

Metodologia

Cada grupo aluno vai construir um quadrado de lado a . Após o quadrado pronto, marcar uma medida b , sendo b menor do que a .

Resolução dos exercícios antes de manipular o material concreto.

Explicação da teoria através das definições, mostrando as propriedades envolvidas nas figuras geométricas, resolvendo um exemplo manipulando o material construído já recortado, ou seja, um quadrado de medida a , um quadrado de medida b e dois retângulos de medida a por b .

Resolução dos mesmos exercícios utilizando o material didático.

Material didático

Construção de um quadrado de lado medindo $(a - b)$.

Exercícios

1- Desenvolva os produtos notáveis a seguir.

a) $(a - b)^2 =$

b) $(x - 2)^2 =$

c) $(y - x)^2 =$

d) $(4 - 3x)^2 =$

e) $(-2x + 4)^2 =$

f) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 =$

Verificação de aprendizagem

Verificar a resolução das atividades antes da explicação teórica e prática.

Verificar a resolução após a construção e manipulação do material concreto e comparar as resoluções.

APÊNDICE J

1ª Oficina: Discos de frações

Antes de começar as oficinas, ficou acertado com os alunos de todos andarem juntos durante a construção, ou seja, o grupo que terminava primeiro auxiliava o que ainda não havia terminado, de forma que todos passavam juntos para a próxima etapa. Sempre que necessário, os alunos eram auxiliados por mim e pelo monitor em relação às dúvidas, construções e recortes. Paralelo à construção feita pelos alunos, eu construía um material também, para usar na explanação da teoria e prática. Essa regra foi aplicada em todas as oficinas.

1º passo: Foi apresentado aos alunos alguns modelos de materiais concretos, tais como régua, canudinhos, e discos, para definir qual seria escolhido para ser construído. Foi selecionado o disco pela maioria dos alunos. Foi explicado que o material construído será usado para representar frações, o inteiro e suas partes. Nessa oficina específica será trabalhado com denominadores 1 (o inteiro) e denominadores de 2 a 6.

2º passo: A escolha do material para a construção dos discos. Tinha cartolina, papel cartão e EVA. Os alunos escolheram EVA para a construção dos discos.

3º passo: Cada grupo de alunos, com 2 a 4 participantes, pegou todo o material necessário para a construção dos discos, como régua, tesoura, caneta, barbante e as folhas de EVA e partiu para a construção dos discos. Foram feitos 6 discos nessa primeira oficina. Foi escolhido um disco de tamanho médio, com raio de 8 centímetros, para melhor visualizar as partes. Os discos foram feitos com o auxílio do barbante, com a medida igual ao raio.

4º passo: Após as construções dos discos, foi feita as subdivisões. Um disco ficou inteiro, o segundo disco foi dividido ao meio, o terceiro disco foi dividido em três partes iguais, e assim sucessivamente, até o sexto disco.

5º passo: Chegou a hora de representar essas partes. Os alunos receberam as informações necessárias sobre o significado de cada disco. Foi exposto que o primeiro disco não foi dividido e representava um inteiro, então a fração que o representa é $1/1$, ou simplesmente 1. Em posse do segundo disco, foi explicado que esse foi dividido em duas partes e que cada parte representava uma parte de duas e foi pedido para o aluno escrever a fração correspondente em cada parte, que era $1/2$, pois ele tinha em mãos duas metades. Assim foi feito com os outros discos, sendo o terceiro dividido em três partes iguais e então cada parte daquela representava uma parte de três, ou seja, $1/3$. Os alunos então escreveram em todas as partes as frações correspondentes aos discos dividido em 4 partes, em 5 partes e em 6 partes.

APÊNDICE K

2ª Oficina: Discos de frações

Nessa oficina não havia novidade para os alunos porque eles já haviam construído seis discos anteriores. O objetivo é construir mais seis discos, de mesmo tamanho dos anteriores, para poder sobrepor as peças e trabalharmos mais exemplos, com denominadores maiores e eles conseguirem entender essas partes e suas representações, como por exemplo: verificar as frações equivalentes, como $\frac{2}{8}$ igual a $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$ igual a $\frac{6}{10}$, entre tantos exemplos, visualizar o que de fato significa uma fração tipo $\frac{11}{12}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{10}{12}$ e poder comparar o que é realmente igualdade de frações, ou maior que e menor que. Nessa oficina será trabalhado denominadores de 1 a 12, pois esse material construído hoje será complemento para o material feito na primeira oficina.

1º passo: Nesse caso, tanto o material concreto a ser construído quanto o material usado para a construção já estavam selecionados, por ser continuação da primeira oficina de discos.

2º passo: Os alunos, por opção, permaneceram no mesmo grupo da primeira oficina. Cada grupo de alunos pegou todo o material necessário para a construção dos discos, como régua, tesoura, caneta, barbante e as folhas de EVA e partiu para a construção dos discos. Foram feitos mais 6 discos nessa segunda oficina.

3º passo: Após a construção dos discos, foram feitas as subdivisões. Um disco ficou dividido em 7 partes iguais, o segundo disco foi dividido em oito partes iguais e assim sucessivamente, até o sexto disco, que foi dividido em 12 partes iguais.

4º passo: Após as construções, os alunos representaram as partes sem precisar de auxílio algum.

APÊNDICE L

3ª Oficina: Régua para representar frações

1º passo: Foi apresentado aos alunos alguns modelos de materiais concretos, tais como régua, canudinhos e palitos, para definir qual material concreto seria escolhido para ser construído. Foi selecionado a régua pela maioria dos alunos. O objetivo de construir as régua também é para representar frações com o todo e as partes. A régua é um excelente material de apoio para o aluno entender as somas e subtrações de frações.

2º passo: A escolha do material para a construção das régua. Tinha cartolina, papel cartão e EVA. Os alunos escolheram cartolina.

3º passo: Cada grupo de alunos, com 2 a 4 participantes (não necessariamente pertencente ao mesmo grupo anterior), pegou todo o material necessário para a construção das régua, como régua milimetrada (para marcar as larguras e comprimento), tesoura, caneta, folhas de cartolina e partiam para a construção. Foram feitas 10 régua nessa oficina. Foi pedido aos alunos que marcassem os retângulos aproveitando a largura maior da cartolina e medindo 10 centímetros de altura. Os retângulos ficaram grandes para melhor visualizar as partes.

4º passo: Após as construções dos retângulos, foi feita as subdivisões. Um retângulo ficou inteiro, o segundo foi dividido ao meio, o terceiro foi dividido em três partes iguais, e assim sucessivamente, até o décimo retângulo, com 10 partes iguais.

5º passo: Chegou a hora de representar essas partes. Os alunos já sabiam sobre o significado de cada parte. Não precisou explicar novamente sobre as partes e eles marcaram cada uma dessas partes com a fração equivalente.

APÊNDICE M

4ª Oficina: Quadro de frações

1º passo: Nessa oficina foi construído um quadro de frações com régua menores que as construídas na oficina anterior. Os alunos ficavam pedindo para levar os materiais construídos para casa, mas até então não tinha material construído para cada, pois foram construídos em grupos. O objetivo dessa oficina é construir um material para cada aluno poder levar para casa, servindo como material de apoio, auxiliando no aprendizado. Esse quadro foi muito útil para os alunos. Eles usaram na resolução de exercícios com para soma e subtração de frações, identificar qual a expressão numérica é maior ou menor, equivalência de resultados e ainda foi feito um jogo com frações tendo o quadro como auxílio na resolução.

2º passo: Como foram construídos muitos quadros e régua, o material escolhido foi cartolina.

3º passo: Cada aluno pegou todo o material necessário para a construção das régua e do quadro, como régua milimetrada (para marcar as larguras e comprimento), tesoura, caneta, folhas de cartolina inteiras e partiram para a construção. Inicialmente os alunos fizeram os quadros. Foi pedido para marcarem a cartolina com pincel para quadro branco em sete partes iguais, aproveitando a maior medida como altura do quadro. A primeira parte ficou para o título: “Quadro de Frações”. Essa cartolina não foi cortada, nela foi construído o quadro que só recebeu marcações em linhas retas. Posteriormente foram construídas as seis régua com cartolinas de diferentes cores, todas de mesmo tamanho e mesma largura da cartolina, que serão usadas em cima do quadro.

4º passo: Após a construção das régua, foi feita as subdivisões. Um retângulo ficou inteiro, o segundo foi dividido ao meio, o terceiro foi dividido em três partes iguais, e assim sucessivamente, até o sexto retângulo, com seis partes iguais.

5º passo: Chegou a hora de representar essas partes. Os alunos já sabiam sobre o significado de cada parte. Não precisou explicar novamente sobre as partes e eles marcaram cada uma dessas partes com a fração equivalente.

APÊNDICE N

5ª Oficina: Quadrados para produtos notáveis

1º passo: Nessa oficina a proposta foi trabalhar produtos notáveis com material concreto, nesse caso, os quadrados. Foi explicado que o material construído seria usado para representar alguns dos produtos notáveis, como o quadrado da diferença de dois termos, o quadrado da soma de dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos. Nessa oficina específica foi trabalhado esses conteúdos usando números reais. No próximo encontro será trabalhado os produtos notáveis usando variáveis, a e b , no lugar dos números reais, para fixarem o conteúdo e entenderem a generalização dos termos usados aqui nos casos específicos.

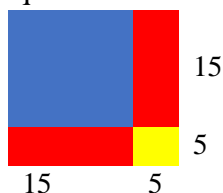
2º passo: Foi apresentado aos alunos alguns materiais para serem usados na construção dos quadrados, como papel cartão, cartolina e EVA. Os alunos escolheram o papel cartão, por ser mais firme.

3º passo: Cada grupo de alunos, com 2 a 4 participantes, pegou todo o material necessário para a construção dos quadrados, como régua, tesoura, caneta e as folhas de papel cartão e partiu para a construção dos quadrados. Cada grupo construiu dois quadrados de tamanhos e cores específicas, escolhidos por mim, sendo um quadrado com 20 centímetros de lado e outro quadrado com 15 centímetros de lado.

4º passo: Após as construções dos quadrados, foi pedido que cada aluno escrevesse a fórmula usada para cálculo da área e ainda que calculasse a área de cada um dos quadrados.

5º passo: Chegou a hora de representar os termos do produto notável. Usando o quadrado de maior, com 20 centímetros de lado, foi pedido que cada grupo medisse e marcasse 5 centímetros na base e na altura do quadrado, ficando o quadrado com dois retângulos marcados, duas faixas de medidas 5 centímetros por 20 centímetros.

6º passo: Foi pedido para cada grupo cortar essas faixas riscadas, separando-as nos encontros, nas marcações. Com as peças cortadas, os alunos ficaram em mãos com um quadrado maior, um quadrado menor e dois retângulos de mesma medida.



7º passo: Foi pedido para os alunos calcularem as áreas das peças separadas, pois tinham todas as medidas.

8º passo: Somar as áreas das peças separadas e comparar com a medida da área do quadrado maior, antes de cortar. Eles somaram e viram que possuíam o mesmo valor.

9º passo: Foi pedido para os alunos escreverem a área maior [$A = (20)^2$] e depois escreverem a área menor [$A = (15)^2 + 2 \cdot (5) \cdot (15) + (5)^2$]. Os alunos foram orientados para a escrita ficar assim, pois mostra os termos do produto notável.

10º passo: Desenvolvimento do quadrado da soma usando a e b e mostrando as partes correspondentes com a área calculada por eles. Foi explicado o desenvolvimento das partes e a equivalência de cada termo ($a = 15$ e $b = 5$).

11º passo: Foi trabalhado agora o desenvolvimento do quadrado da diferença. Foi pedido para o aluno escrever a área maior novamente, [$A = (20)^2$] e posteriormente pedido para calcular a área do quadrado de lado medindo 15 centímetros e fazer a diferença da seguinte forma: $(15)^2 = (20 - 5)^2$. Eles montaram com as peças que tinham em mãos essa equação e ficou assim: $(15)^2 = (20)^2 - 2 \cdot (5) \cdot (15) - (5)^2$. Foi pedido então igualassem as áreas e ficou assim:

$$(15)^2 = (20 - 5)^2 = (20)^2 - 2 \cdot (5) \cdot (15) - (5)^2$$

12º passo: Foi mostrado todos os termos do desenvolvimento do quadrado da soma e do quadrado da diferença. Essa oficina foi bem interessante para os alunos, que ficaram muito animados com o desenvolvimento das fórmulas e no entendimento das partes.

ANEXO I - Parecer do CEP/UFG Aprovação da Aplicação da Pesquisa



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A ELABORAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MATERIAL PEDAGÓGICO COMO METODOLOGIA DO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E PRODUTOS NOTÁVEIS

Pesquisador: GLAUCE RIBEIRO DE SOUZA **Área Temática:**

Versão: 1

CAAE: 87672318.7.0000.8058

Instituição Proponente: Universidade Federal de Goiás - UFG

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.638.584

Apresentação do Projeto:

O projeto em questão, A ELABORAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MATERIAL PEDAGÓGICO COMO METODOLOGIA DO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E PRODUTOS NOTÁVEIS. A pesquisa em questão irá contribuir de maneira significativa com os discentes que vier ser incluir, no sentido de reparação do prejuízo formal.

Objetivo da Pesquisa:

Os objetivos da pesquisa são de extrema relevância.

Objetivo Primário: Motivar o aluno para desempenhar um papel fundamental na construção do material e manipulação com o intuito de sanar a deficiência em relação à aprendizagem de frações e produtos notáveis.
Objetivo Secundário: Nivelar esses alunos com seus colegas de curso que não possuem tal dificuldade; fazendo com que esse aluno consiga aprender e resolver qualquer exercício envolvendo fração e produto notável. Apresentar o conteúdo em módulos para que os alunos com dificuldade de aprendizagem nesses conteúdos consigam, ao longo desse trabalho de pesquisa, reconhecer os tipos de frações e produtos notáveis, saber operar esses números e chegar de maneira satisfatória ao resultado buscado. Oferecer um novo olhar sobre as frações e produtos notáveis depois de conseguir construir e manipular os materiais de apoio para aprendizagem.

Endereço: EMILIO POVOA

Bairro: VILA REDENCAO

CEP: 74.845-250

UF: GO **Município:** GOIANIA

Telefone: (62)3956-8860

E-mail: centrodeestudoshmdi@gmail.com



Continuação do Parecer: 2.638.584

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

O projeto em questão apresentou considerou os riscos mínimos, bem como os benefícios são:

Riscos: o presente projeto envolve riscos mínimos, como desistência ou desmotivação por parte de algum aluno. Benefícios: Contribuir para a melhoria do aprendizado do aluno do primeiro ano do ensino médio que possui dificuldade no conteúdo e para uma satisfatória continuidade em sua vida acadêmica.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa se justifica por contribuir de forma significativa com os alunos no que se refere o ensino x aprendizagem de matemática, dado considerações feitas pela pesquisadora.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

A pesquisadora apresentou o TCLE e demais documentos pertinentes.

Recomendações:

Não há

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Aprovado sem pendências.

Considerações Finais a critério do CEP:

Deliberado em colegiado

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1038727.pdf	05/04/2018 20:08:14		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto.pdf	05/04/2018 20:07:02	GLAUCE RIBEIRO DE SOUZA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE.pdf	05/04/2018 20:06:35	GLAUCE RIBEIRO DE SOUZA	Aceito

Endereço: EMILIO POVOA

Bairro: VILA REDENCAO

CEP: 74.845-250

UF: GO

Município: GOIANIA

Telefone: (62)3956-8860

E-mail: centrodeestudoshmdi@gmail.com



Folha de Rosto	folhaderosto.docx	30/11/2017 13:54:46	GLAUCE RIBEIRO DE SOUZA	Aceito
----------------	-------------------	------------------------	----------------------------	--------

Situação do Parecer:

Aprovado

Página 02 de

Continuação do Parecer: 2.638.584

Necessita Avaliação da CONEP:

Não

GOIANIA, 07 de Maio de 2018

Assinado por:
Patrícia Gonçalves Evangelista Marçal
 (Coordenador)

Página 03 de

Endereço: EMILIO POVOA	CEP: 74.845-250
Bairro: VILA REDENCAO	
UF: GO	Município: GOIANIA
Telefone: (62)3956-8860	E-mail: centrodeestudoshmdi@gmail.com