João Paulo Gondim de Aquino

FRAÇÕES: uma abordagem pedagógica

Mossoró - RN, Brasil

15 de abril de 2013

João Paulo Gondim de Aquino

FRAÇÕES: uma abordagem pedagógica

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido-UFERSA, para a obtenção do título de Mestre em matemática.

Orientador:
Antônio Ronaldo Gomes Garcia

Mossoró - RN, Brasil

15 de abril de 2013

Dissertação de Projeto Final de Mestrado sob o título *"FRAÇÕES: uma abordagem pedagógica"*, defendida por João Paulo Gondim de Aquino e aprovada em 15 de abril de 2013, em Mossoró, Estado do Rio Grande do Norte, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Antônio Ronaldo Gomes Garcia
Orientador

Prof. Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal
Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Prof. Dr. Josildo José Barbosa da Silva
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte

Resumo

A educação têm sofrido profundas transformações com relação aos métodos de ensino utilizados pelos professores, causando inúmeras pesquisas sobre qual modelo de ensino seria o mais adequado. Devido a essas mudanças, o presente trabalho tem o objetivo de identificar o nível de aprendizagem do conteúdo frações em uma escola estadual e através da aplicação do software Enigma das Frações, elevar o conhecimento a cerca do assunto. Temos como objetivos específicos teorizar sobre o ensino das frações. A atividade foi realizada com 23 alunos do Projeto Mais Educação da Escola Estadual José Martins de Vasconcelos, onde em dois momentos os discentes responderam a dois questionários, sendo que o primeiro referiu-se à sondagem de aprendizado e o segundo serviu para verificar se houve avanço na aprendizagem. Com o questionário de sondagem respondido, foi ministrada uma aula envolvendo o assunto fração, e em seguida o jogo foi apresentado e seu manuseio efetuado na sala de informática. Ao final, os alunos responderam o segundo questionário. O estudo foi exposto de forma clara, de maneira que suas definições e características contemplassem o processo ensino - aprendizagem. No capítulo inicial abordamos os aspectos históricos das frações. No segundo momento, executou-se o estudo das frações em seus aspectos teóricos e sua atuação no ambiente escolar. Na terceira parte expusemos o software (jogo) mostrando alguns tópicos e janelas contendo o conteúdo frações. Ao final fez-se a análise das atividades desenvolvidas mostrando o diagnóstico dos questionários, o uso do software em sala de aula e a avaliação após a utilização. Tivemos como resultado o aumento da aprendizagem, bem como a verificação de um reforço acerca das operações soma, subtração, multiplicação e divisão.

Palavras-Chave: Frações. Softwares. Ensino-aprendizagem.

Abstract

Education has undergone profound changes with respect to teaching methods used by teachers, causing countless research about which teaching model would be more appropriate. Due to these changes the present work aims to identify the level of learning of the fractions contents in a State school and through of the software application Enigma of Fractions increase this level about the topic. We also have like specific objectives theorize about the teaching of fractions. The activity was held with 23 students of Project More Education of the José Martins de Vasconcelos State School, in two moments where the students answered two questionnaires which the first deals with the survey of learning and the second will be used to verify that there has been progress in learning. With the questionnaire survey answered will be given a lesson addressing the matter fraction, then the game will be presented and made handling the computer room at the end the students answered the second questionnaire. The study was explained clearly, so that its definition and characteristics contemplate the teaching - learning process. In the first chapter we discuss the historical aspects of fractions. Secondly, we performed the study of fractions in their theoretical aspects and their performance in the school environment. In the third part we exposed the software (game) showing some topics and content windows containing fractions. At the end made the analysis of activities showing the diagnosis of the questionnaires, the use of software in the classroom and the evaluation after use. We had like resulted an increased learning, as well as verification of reinforcement about the operations addition, subtraction, multiplication and division.

Keywords: Fractions. Software. Teaching-learning.

Dedicatória

Aos meus pais, que não mediram esforços na minha vida estudantil.

À minha noiva e em especial, aos meus irmãos, que estiveram presentes em todos os momentos percorridos nesta jornada.

Agradecimentos

Ao Deus todo poderoso que me deu forças e estímulos nos momentos difíceis para chegar a realizar este sonho.

A toda a minha família que muito se empenhou durante a trajetória deste meu trabalho.

Ao meu orientador Dr. Antônio Ronaldo Gomes Garcia pela atenção e acima de tudo por contribuir com seus conhecimentos.

Ao professor Dr. Josildo José Barbosa, pela paciência e humildade em ajudar na hora em que mais precisava.

Aos mestres que receberam a tarefa difícil de ensinar.

Aos colegas, que conosco vivenciaram esta conquista.

A todos aqueles que contribuíram direta e indiretamente.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Introdução

O mundo passa por transformações constantes, seja na esfera política, econômica e até mesmo social. Nesse contexto estamos inseridos e precisamos estar atentos a essas mudanças que atingem cada indivíduo de alguma forma. Há algum tempo era impossível sabermos o que acontecia em outros países, hoje sabemos de forma instantânea, o que nos leva a uma imensa quantidade de informações. A cada instante exibem-se notícias de toda parte do mundo que, por sua vez, tomamos conhecimento através de vários meios de comunicação, inclusive a internet. Todo esse avanço teve a Matemática como a ciência norteadora de tais tranformações. Na nossa vida, mesmo sem perceber, dependemos muito das ferramentas matemáticas. Podemos citar como exemplo, as ondas eletromagnéticas, que são responsáveis pela informação que chega ao nosso televisor, a informação telefônica que via satélite liga pontos distantes do nosso planeta, enfim, elementos que tiveram a sua existência inicialmente descoberta na Matemática. Após esta descoberta, tentou-se, e com sucesso, descobriu-se a existência física da Matemática.

As dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino-aprendizagem da matemática são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento "adquirido". Em síntese, não consegue efetivamente ter acesso adequado a esse saber de fundamental importância. O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo limitações de repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico procura novos elementos - muitas vezes, meras receitas de como ensinar determinados conteúdos - que, acredita, possam melhorar este quadro. Uma evidência disto é a participação cada vez mais crescente de professores nos encontros, conferências ou cursos.

Em virtude desses acontecimentos, alguns autores, como por exemplo, Piletti (2003), afirmam que a Matemática vem sendo trabalhada um pouco distante do foco determinado pela educação matemática, que consiste nas múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. Esses objetivos variam de acordo com cada problema ou questão de pesquisa: um visa à melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem; o outro é de natureza científica e visa desenvolver a educação matemática enquanto investigação e produto de conhecimento.

Assim, deve-se pensar no ensino matemático que se desenvolve a partir de problemas do mundo real em que vivem os homens, privilegiando conhecimentos que podem ser apresentados de maneira adequada para ser utilizados nas diferentes situações que fazem parte da vida em uma sociedade moderna, como o que ocorreu no Antigo Egito, quando utilizou-se o sistema de cordas.

Percebe-se a importância da matemática para a construção da cidadania, uma vez que para sobreviver em uma sociedade complexa como a atual, é fundamental ter conhecimento. Segundo os PCNs, para desempenhar a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente.

> "O mundo do trabalho requer pessoas preparadas para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe"(Ver [3],BRASIL, 1997, p. 30).

Assim, a Matemática tem importante função no Currículo Nacional do Ensino Básico. Fazer com que por meio de seus conteúdos, o cidadão faça assimilações rápidas e resolva problemas cotidianos.

Um dos assuntos que requer muita habilidade dos professores são as frações, pois o mesmo é tido como de difícil assimilação por parte dos alunos. A constatação disto acontece pelo fato de que na graduação dos cursos de Matemática muitos alunos não sabem calcular com frações.

Hoje, são muitos os questionamentos feitos por parte dos estudiosos a respeito de como ensinar frações, ou melhor, a maneira mais adequada de se ensinar frações. Não existe uma fórmula mágica de ensinar, mais existem metodologias que podem levar a um aprendizado mais satisfatório e eficiente.

Conforme BRASIL (Ver [3],1997), os conteúdos sobre frações indicados para trabalhar o segundo ciclo são: o reconhecimento dos números racionais no contexto diário; leitura, escrita, comparação e ordenação de representação fracionária de uso freqüente; reconhecer que números racionais admitem diferentes representações na forma fracionária, dentre outros.

A distribuição deste conteúdo é feita durante todo o ensino fundamental, começando com o uso das frações no 5º ano, tendo uma revisão com fatos novos no 6º ano. No 7º ano, se faz uma revisão com problemas e situações novas que vão ajudar na problematização, de forma que os alunos explorem as operações de natureza multiplicativa (multiplicação e divisão). Uma retomada é feita no 8º ano no qual em uma perspectiva algébrica, a fração é conceituada como número racional, formando o conjunto Q dos racionais, que aparece como o conjunto mais denso que os alunos têm contato.

No 9º ano, os alunos são convidados a fazer um balanço formal de seus conhecimentos numéricos colocando os conjuntos dos vários tipos de números que já dominam, em relação uns com os outros de modo a descobrir novas propriedades, e estender definições, dentre outros. No final do 9º Ano, ao estudar matemática comercial e financeira utilizam os números racionais na forma fracionária ou decimal como operadores: taxas, fatores de aumento ou decréscimo.

Este trabalho tem como objetivo geral identificar o nível de aprendizagem do conteúdo frações numa escola Estadual, pelo fato de se apresentar difícil a apreensão cognitiva por parte dos alunos. Apresentamos os objetivos específicos:

1. Teorizar sobre o ensino de frações.
2. Avaliar o nível de aprendizagem do projeto Mais educação, da Escola Estadual José Martins de Vasconcelos, sobre o conteúdo frações.
3. Aplicar um software (enigma das frações) na sala do projeto Mais educação, para melhorar a aprendizagem dos alunos referente à frações.

O intuito é apresentar as frações por meio de um estudo bibliográfico, começando pela história das frações, passando pelo seu ensino bem como apresentar um software que ajude a melhorar a fixação do conteúdo. Posteriormente serás aplicados dois questionários um de sondagem do aprendizado, e o outro após a apresentação do software.

O questionário foi aplicado com 23 alunos do projeto Mais educação da Escola Estadual José Martins de Vasconcelos, situada na Rua Freirinho s/nº, bairro Liberdade I, na cidade de Mossoró - RN. A escola possui 525 alunos distribuídos em três turnos, sendo ofertado os Ensinos Fundamental e Médio.

No capítulo um, traçamos a história das frações começando com o surgimento dos números até chegarmos às frações. O motivo de iniciar pelo surgimento dos números é pelo fato de termos a necessidade de mostrar as primeiras formas de contagem, facilitando assim, a compreensão das frações.

O capítulo dois mostra as frações na escola, descrevendo o processo de ensino-aprendizagem referente a este conteúdo. Indica-se também uma maneira de apresentar este conteúdo para os alunos, focalizando o trabalho com material concreto.

No capítulo três apresenta-se o software Enigma das frações, utilizado no intuito de gerar nos alunos a aprendizagem necessária para responder com sucesso o segundo questionário. Mostram-se algumas janelas e fazem-se ponderações a respeito do assunto abordado em cada uma delas. A análise das atividades desenvolvidas é o tema do quarto capítulo, onde expõe-se o diagnóstico feito com os questionários. O uso dos softwares em sala de aula é também evidenciado, e agregado a estes a avaliação após o uso do software.

Em suma, o trabalho é concluido demonstrando as inicias intenções ao elaborar o estudo. Evidencia-se a necessidade de um ensino de qualidade aos alunos, assim como sua progressão futura com uma participação qualitativa sobre o conteúdo fazendo com que o aprendizado faça parte de sua realidade.

1 UM POUCO DA HISTÓRIA DAS FRAÇÕES

Este capítulo trata do desenvolvimento da ideia de número até chegarmos às frações, mostrando suas principais contribuições para o desenvolvimento da matemática.

1.1 Recorte histórico do surgimento dos números aos números fracionários

Com o passar dos anos, os números apareceram com uma velocidade incrível. Segundo Boyer (Ver [2],1996), os estudiosos da matemática do século vinte cumprem uma atividade intelectual altamente inovadora, que não é fácil de definir, mas boa parte do que hoje se chama matemática, deriva de ideias que originalmente estavam centradas nos conceitos de número, grandeza e forma.

De acordo com Boyer (Ver [2],1996, p.31):

> "Noções primitivas relacionadas com os conceitos de número, grandeza e forma podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, e vislumbres de noções matemáticas se encontram em formas de vida e podem datar de milhões de anos da humanidade. A princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podem estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças - a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da lua e a retilínea de pinheiro. Gradualmente deve ter surgido da massa de experiências caóticas, a realização de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em número e forma nasceram a ciência e a matemática. As próprias diferenças parecem indicar semelhanças, pois o contraste entre um lobo e muitos, entre um carneiro e uma árvore tem algo em comum - sua

unicidade."

Por épocas pensou-se que a matemática se ocupava do mundo que os nossos sentidos percebem e foi somente no século dezenove que esta ciência pura se libertou das limitações sugeridas por observações da natureza. É evidente que a matemática surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade do princípio biológico da "sobrevivência do mais apto", a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Na natureza pode-se observar certos grupos, como pares que podem ser postos em correspondência um a um. As mãos podem ser relacionadas com os pés, os olhos e as orelhas ou as narinas. Essa percepção de uma prioridade abstrata que certos grupos têm em comum e que nós chamamos número, representa um grande passo no caminho para a matemática moderna.

Nossos antepassados, a princípio, contavam só até dois, além desse nível era dado como muito. Atualmente muitos povos primitivos ainda contam objetos dispondo-os em grupos de dois.

> "A ideia de números finalmente tornou-se suficientemente ampla e vivida para que se sentisse a necessidade de exprimir a propriedade de algum modo, presumivelmente a princípio comumente na linguagem de sinais. Os dedos de uma mão podem facilmente ser usados para indicar um conjunto de dois, três, quatro ou cinco objetos, não sendo o número 1 geralmente reconhecido inicialmente como um verdadeiro número. Usando os dedos das duas mãos podem ser representadas coleções de até dez elementos. Combinando dedos das mãos e pés pode-se ir até vinte. Quando os dedos humanos eram inadequados, podiam ser usados montes de pedras para representar uma correspondência com elementos de outro conjunto. Quando o homem primitivo usava tal método de representação, ele frequentemente amontoava as pedras em grupos de cinco, pois os quíntuplos lhe eram familiares por observação da mão e pé humanos. Como Aristóteles observou há muito tempo, uso hoje que difundiu do sistema decimal é apenas o resultado do acidente anatômico de que quase todos nós nascemos com dez dedos nas mãos e nos pés. Um estudo de várias centenas de tribos entre os índios americanos, por exemplo, mostrou que quase um terço usava quinário ou quinário-decimal, menos de um terço tinha um esquema binário, e os que usavam um sistema ternário formam menos de um por cento do grupo. O sistema vigesimal, com base vinte, ocorria em cerca de 10 por cento das tribos."(Ver [2], BOYER,1996,p.34.)

Na pré-história, o homem registrava um número fazendo marcas num bastão ou pedaço de osso. As descobertas arqueológicas fornecem provas de que os números, ou sua ideia, é muito mais antiga do que os progressos tecnológicos como o uso de metais ou de veículos com rodas. Vem antes da civilização e a escrita, no sentido usual da palavra, pois artefatos com significados numéricos tais como o osso acima descrito, vêm de um período cerca de trinta mil anos atrás.

Com o passar dos tempos a linguagem acontece de forma a tornar o homem diferente dos animais, palavras que fazem entender ideias numéricas aparecem lentamente, pois é mais fácil fazer incisões em um bastão do que estabelecer uma frase bem modulada para identificar um número. As línguas modernas são construídas quase sem exceção em torno da base dez, de modo que o número treze, por exemplo, não é descrito como três e cinco, mas como três e dez.

Com relação à linguagem numérica Boyer afirma que:

> "Se o problema da linguagem não fosse tão difícil talvez sistemas rivais do decimal tivessem feito maiores progressos. A base cinco, por exemplo, foi uma das que deixaram a mais antiga evidência escrita palpável, mas quando a linguagem se tornou formalizada, o dez já predominava."(Ver [2],BOYER, 1996, p.37)

Foram necessários milhares de anos para que o homem distinguisse os conceitos abstratos das repetidas situações concretas, isso mostra a dificuldade que deve ter sido para se estabelecer uma base ainda mais primitiva para a matemática. Diz-se que a arte de contar surgiu em conexão com rituais religiosos primitivos e que o aspecto ordinal precedeu o conceito quantitativo.

> "O conceito de número inteiro é o mais antigo da matemática e sua origem se perde nas névoas da antiguidade pré-histórica. A noção de fração racional, porém, surgiu relativamente tarde e em geral não estavam relacionados de perto como os sistemas para os inteiros. Entre as tribos primitivas parece não ter havido praticamente nenhuma necessidade de usar frações. Para necessidades quantitativas, o homem prático pode escolher unidades suficientemente pequenas para eliminar a necessidade de usar frações. Portanto não houve um progresso ordenado de frações binárias para quinarias para decimais, e as frações decimais foram essencialmente um produto da idade moderna da matemática, não do período primitivo."(Ver [2],BOYER, 1996, p.42)

Até então os matemáticos trabalhavam com os números naturais, mas a necessidade de criar novos números, além dos naturais foi sugerida inicialmente por problemas de natureza geométrica. Houve tempo em que o homem não conhecia as frações. Mas a necessidade de medir terras, colheitas, líquidos, tecidos com exatidão, levou o homem a introduzir as frações e a criar unidades padrão para as medidas.

> "Há 3000 antes de Cristo, os geômetras dos faraós do Egito realizavam marcação das terras que ficavam às margens do rio Nilo, para a sua população. Mas, no período de junho a setembro, o rio inundava essas terras levando parte de suas marcações. Logo os proprietários das terras tinham que marcálas novamente e para isso, eles utilizavam uma marcação com cordas, que seria uma espécie de medida, denominada estiradores de cordas. As pessoas utilizavam as cordas, esticando-as e assim verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno, mas raramente a medida dava correta no terreno, isto é, não cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno; sendo assim eles sentiram a necessidade de criar um novo tipo de número o número fracionário, onde eles utilizavam as frações."(Ver [4],CAVALIERE, p.19, 2005)

Quando tentavam pegar uma unidade padrão para medir, detectaram que por diversas vezes o resultado obtido não era um número inteiro e sentiram a necessidade de fracionar a unidade de medida. Assim, ao dividir um pedaço de corda em duas partes de igual comprimento, cada parte tinha $\frac{1}{2}$ de comprimento da inicial.

A história dá conta de que as frações foram criadas nos tempos dos Faraós e pirâmides, no antigo Egito. Conforme CARVALHO e ROQUE (Ver [18],p.31,2012) os egípcios já utilizavam frações da unidade (frações que apresentam numerador igual a 1) e a fração $\frac{2}{3}$.

Uma notação usada para a fração $\frac{1}{7}$ era:

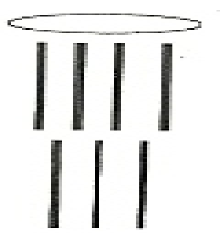

Figura 1: *Representação da fração um sobre sete.*

Os números inteiros eram representados com uma elipse em cima, com significado de parte, já o denominador era representado por quantos traços fossem sua representação. Ou seja, se o denominador apresenta o número 8 faria oito traços abaixo da elipse.

Quando havia a necessidade de usar outras frações, expremiam-nas em termos de frações da unidade como:

$\frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$. $\frac{15}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$.

> "A escrita de uma fração qualquer em frações unitárias deu origem a vários problemas matemáticos, alguns deles muito difíceis. Por exemplo, em 1948 os matemáticos Paul Erdos e Ernst Starus conjecturaram que, qualquer que seja o número natural n $>$ 5, então existem números naturais a, b e c, distintos entre si, tais que $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Até hoje não se conseguiu provar esta afirmativa. Sabe-se, experimentalmente, que ela é verdadeira para n $<$ 1024, mas não se conhece uma demonstração para o caso geral."(Ver [18],CARVALHO e ROQUE, p.33, 2012)

Em consonância com a sociedade e seu período histórico, observa-se a existência de grande variação na representação de valores fracionários. Os babilônios usavam geralmente frações com denominadores 60, 602 = (3600), etc, devido à base de seu sistema de numeração ser 60, atribuíam às frações uma notação racional.

Na Grécia antiga, a ideia de fração como um número autêntico demorou muito para ser aceita. Para os matemáticos gregos, apenas os elementos da sucessão 2, 3, 4,... eram considerados números. Ou seja, apenas os números naturais iguais a 2 ou maiores. O um era gerador de todos os números e não seria propriamente um número. Na matemática as frações e suas aplicações são imprescindíveis, o que faziam para preencher este vazio? Inteligentemente a substituíam por razões. Foram ainda os gregos, os responsáveis pela introdução das frações sexagesimais, hoje usadas na medida do tempo e de ângulos, que sobreviveu até os nossos dias, graças à enorme influência que exerceram alguns astrônomos gregos.

Durante o passar dos anos muitas notações foram usadas para representar frações. Esta notação moderna de fração deve-se aos hindus que, devido à numeração posicional decimal, expressavam frações mais ou menos como nós, em, por exemplo, $\frac{34}{1265}$, onde 34 é o numerador e 1265 o denominador. Essa notação foi adotada e aperfeiçoada pelos árabes, que criaram a barra horizontal para separar os números. Com as frações denominadas decimais, pouco a pouco foi transparecendo o interesse em prolongar a numeração decimal de posição no outro sentido, isto é, em termos modernos, na representação dos números depois da vírgula.

CAVALIERE (Ver [4],2005) afirma que entre os babilônios era comum o uso de frações e em tabuletas de argila proveniente do período babilônico antigo é possível encontrar tabelas de números, incluindo frações.

De acordo com TOLEDO (Ver [22],1992), o engenheiro e matemático holandês Stevim, em 1585 desenvolveu um método para efetuar todas as operações por meio de inteiros, sem o uso de frações, pelo qual se escreviam os números naturais ordenados em cima de cada algarismo do numerador, indicando a posição ocupada pela vírgula no numeral decimal.

Já MERLINI (Ver [13],2005) afirma que, entre os gregos, casos particulares de proporções (média aritmética, geometria e a proporção áurea) eram familiares desde a época dos pitagóricos, o que não só sugere a definição atual de igualdade de frações, como é muito próxima às definições de número real surgidas no século XIX.

Ainda de acordo com CARVALHO e ROQUE(Ver [18],2012), o principal caminho do desenvolvimento da Matemática, a partir da segunda metade do século XV, foi pelo crescimento das cidades mercantis sob a influência direta do comércio, da navegação e da astronomia. Devido a isso, as frações passaram a fazer parte do cotidiano das pessoas e os tipos de representação e conceitos da Antiguidade, foram aperfeiçoados e adaptados ás soluções dos problemas da época. Notações de frações com numeradores maiores que o inteiro aparecem somente a partir do século XVI, embora sua representação já existisse anteriormente, sendo deste século a maneira de representação das frações que utilizamos atualmente.

Após esta breve explanação de ordem histórica, na sequência serão apresentados os aspectos teóricos acerca do conteúdo fração.

2 O ESTUDO DAS FRAÇÕES

Neste capítulo, serão explanados os aspectos ligados à teoria do conteúdo frações, bem como as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações.

2.1 Aspectos teóricos

A matemática é a ciência na qual podemos afirmar o seu aparecimento em situações diversas, e seria fundamental que os professores utilizassem dessa prerrogativa para dar início aos conteúdos. Imagine você ter que partir um pedaço de bolo. Certamente, em muitos casos, dividimos em partes que não apresentam o mesmo tamanho, então, quem ficaria com o pedaço maior?

Podemos exemplificar com a seguinte situação: Dois irmãos foram juntos comprar chocolate. Compraram duas barras de chocolate iguais, uma para cada um. Iam começar a comer, quando chegou uma de suas melhores amigas e começaram o questionamento: Quem daria um pedaço para a amiga? Qual deveria ser o tamanho do pedaço? Eles discutiram e chegaram à seguinte conclusão: para que nenhum dos dois comesse menos, cada um daria metade do chocolate para a amiga. Você concorda com esta divisão? Por quê? Como você resolveria essa situação para que todos comessem partes iguais?

Para repesentarmos objetos que não são tomados como parte de um todo utilizamos frações. O conjunto dos números naturais representam partes inteiras, N = { 1, 2,....}. Já para expressar números que não representam o todo, mas sim parte dele, utilizamos os números racionais não-negativos, representado pelo símbolo Q_+, que signica quociente ou divisão de dois números inteiros naturais.

$$Q_+ = \{0, ..., \frac{1}{5}, ..., 1, ...\}$$

Uma das representações de frações é por meio de um traço, os números inteiros utilizados são chamados de numerador e denominador: $\frac{Numerador}{denominador}$. O denominador (necessariamente diferente de zero) indica em quantas partes deve-se dividir o inteiro numerador. Exemplo:

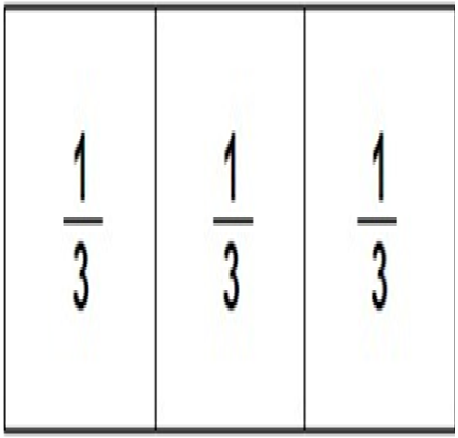

Figura 2: *Representação da fração um terço.*

A unidade foi dividida em três partes iguais.

No que se refere à leitura de frações, com numerador 1, temos de considerar que :

a) Denominador menor que 10 e maior que 1, lê-se:

Fração	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$
Leitura	um meio	um terço	um quarto	um quinto	um sexto	um sétimo	um oitavo	um nono

Tabela 1: *Leitura das frações com denominador menor que dez e maior que um.*

b) Denominador maior que 10, a leitura é feita lendo o denominador acrescido da palavra avos.

Fração	Leitura
$\frac{1}{11}$	um onze avos
$\frac{1}{12}$	um doze avos
$\frac{1}{16}$	um dezesseis avos
$\frac{1}{18}$	um dezoito avos
$\frac{1}{22}$	um vinte e dois avos

Tabela 2: *Leitura das frações com denominador maior que dez.*

c) Denominador múltiplo de 10.

Fração	Leitura	Leitura convencional
$\frac{1}{10}$	um dez avos	um décimo
$\frac{1}{20}$	um vinte avos	um vigésimo
$\frac{1}{90}$	um noventa avos	um nonagésimo
$\frac{1}{100}$	um cem avos	um centésimo
$\frac{1}{10000}$	um dez mil avos	um décimo milésimo

Tabela 3: *Leitura das frações com denominador múltiplo de dez.*

A figura a seguir mostra a representação da fração $\frac{1}{3}$, veja:

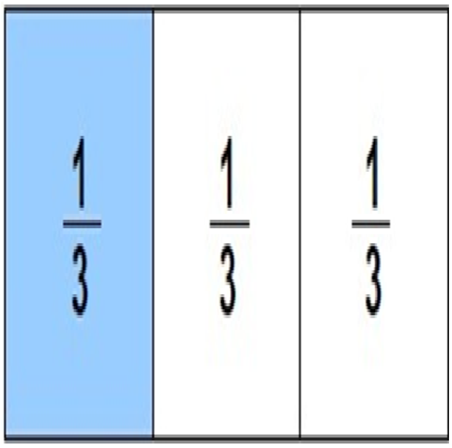

Figura 3: *Representação da fração um terço.*

Temos alguns tipos especiais de frações: próprias, impróprias, aparente e equivalentes.

a) Próprias: apresenta numerador menor que o denominador.

b) Imprópria: O numerador é maior que o denominador.

c) Aparente: representa um número inteiro, pois neste caso o numerador é múltiplo do denominador. Note que $\frac{20}{4} = 5$, e 5 é um número inteiro.

d) Equivalentes: ao multiplicar numerador e denominador por um mesmo inteiro, e depois multiplicarmos por outros inteiros diferentes do anterior, teremos infinitas frações equivalentes. São exemplos $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{15}$, e $\frac{14}{35}$...

O número misto é outra maneira de representação de frações. Conforme GIOVANNI "toda fração que representa um número maior que 1 e cujo numerador não é múltiplo do denominador pode ser escrita na forma de número misto"(Ver [8],p. 189, 2009).

a) $\frac{9}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$.

b) $\frac{13}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{10}{5} + \frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = 2\frac{3}{5}$.

Ele ainda afirma que "todo número misto pode ser escrito na forma fracionária" (Ver [8],GIOVANNI, p.90, 2009)

a) $4\frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{2.4+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$.

b) $2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = \frac{5.2+3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$.

Sequenciando com a simplificação de frações, que significa escrevê-la de forma mais simples, objetivando tornar a sua manipulação mais fácil. Torná-la uma fração irredutível é o principal objetivo em simplificar, ou seja, uma fração para qual o máximo divisor comum entre o numerador e o denominador seja 1, isto é, sejam primos entre si. O método utilizado pelos autores é o de divisão sucessiva e fatoração.

A divisão sucessiva corresponde a dividir os dois termos da fração por um mesmo número (fator comum), até que ela se torne irredutível.

$\frac{72}{120} = \frac{72:2}{120:2} = \frac{36}{60} = \frac{36:2}{60:2} = \frac{18}{30} = \frac{18:2}{30:2} = \frac{9}{15} = \frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5}$ .Respectivamente dividimos os termos das frações por 2 e 3.

Outra maneira de obter essa simplificação é por meio do máximo divisor comum entre o numerador e denominador e simplificar diretamente por esse valor. Exemplo: Simplificaremos a fração $\frac{72}{120}$, usando o máximo divisor comum. Como MDC(72,120) = 24, então 72:24 = 3 e 120:24 = 5, logo:

$$\frac{72}{120} = \frac{72 : 24}{120 : 24} = \frac{3}{5}$$

E como saber qual das frações é maior? Para isso, temos que comparar as frações dadas.

(1) Redução ao mesmo denominador Se as frações possuírem os mesmos denominadores, a maior fração será a que possuir o maior numerador. Por exemplo:

$$\frac{4}{5} > \frac{3}{5}$$

(2) Numeradores e denominadores diferentes

Temos que reduzir as frações a um denominador comum. O processo depende do cálculo do mínimo múltiplo comum entre os dois denominadores e este será o denominador comum às duas frações. Na sequência, divide-se o denominador de cada fração e multiplica-se o resultado obtido pelo respectivo numerador.

Exemplo: Vamos comparar as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$. Como os denominadores são 4 e 5, temos que MMC(4, 5) = 20. Reduzindo ambas as frações ao mesmo denominador comum 20, aplica-se a regra de dividir o denominador comum pelo denominador de cada fração e na sequência multiplica-se esse respectivo número pelo numerador.

$$\frac{3}{4}?\frac{4}{5}$$

Multiplicando os números da primeira fração por 5 e multiplicando os termos da segunda por 4, obteremos:

$$\frac{3}{4} = \frac{3.5}{4.5}?\frac{4.4}{5.4} = \frac{4}{5}$$

Portanto temos os mesmos denominadores, logo:

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}?\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

E podemos garantir que

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} < \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

Assim $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$.

(3) Possuem o mesmo numerador

Se duas frações possuem o mesmo numerador será maior a fração que possuir o menor denominador.

Exemplo: $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}, \frac{4}{5} > \frac{4}{7}$.

2.2 Operações com frações

Os alunos demonstram muita dificuldade com relação às operações: adição, subtração, multiplicação e divisão. Trataremos inicialmente da soma e subtração de frações.

> “Para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm o mesmo denominador, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos o denominador."(Ver [8],GIOVANNI, p.30, 2009).

Exemplo 1: Calcular $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$

Representando geometricamente:

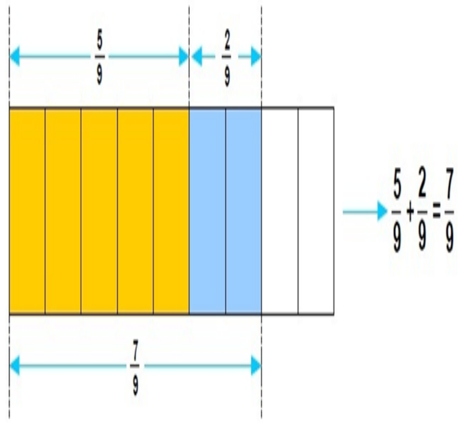

Figura 4: *Representação da soma de frações.*

Exemplo 2: Calcular $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$

Na representação geométrica, temos:

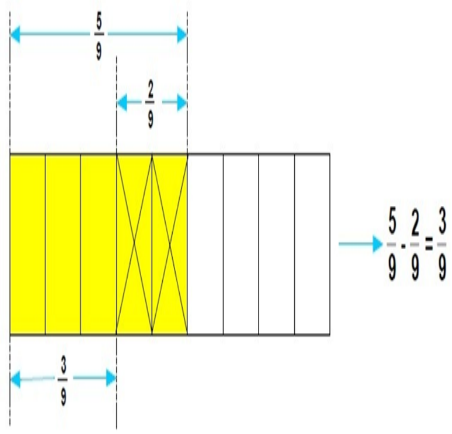

Figura 5: *Representação da subtração de frações.*

Até o momento vimos soma e diferença de frações com denominadores iguais. Mas, também podemos calcular soma e diferença de frações com denominadores diferentes. Para isso, precisamos transformar os denominadores diferentes em denominadores iguais, ou seja, transformar em frações equivalentes. Vejamos o exemplo 3.

Exemplo 3: Calcular $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

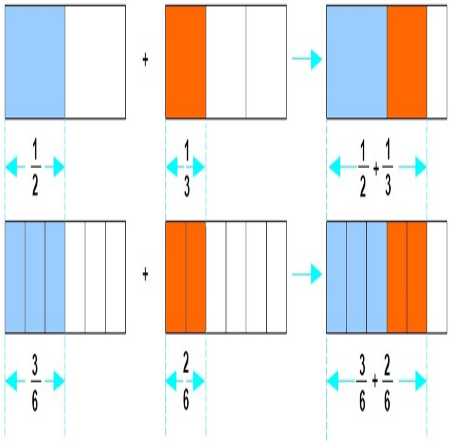

Figura 6: *Representação da soma de frações com denominadores diferentes.*

As figuras nos mostram que calcular $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ é o mesmo que calcular $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$. Então:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}.$$

.

O tratamento geral para a adição e subtração é a adição ou subtração de um número real $\frac{a}{b}$ com o número real $\frac{c}{d}$, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$. Primeiro calcula-se o mmc dos denominadores, em seguida efetua-se a divisão do MMC (Mínimo Múltiplo Comum) pelo primeiro denominador e o resultado multiplica-se pelo primeiro numerador, repete este processo para o segundo numerador e denominador, finalmente soma numerador com numerador e repete o denominador. De fato, temos:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a.d}{b.d}+\frac{c.b}{b.d}=\frac{a.d+c.b}{bd}.$$

Para diferença, o processo é análogo bastando trocar o sinal de + (mais) pelo de − (menos), ficando

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a.d}{b.d}-\frac{c.b}{b.d}=\frac{a.d-c.b}{bd}.$$

Lembrando que $b \cdot d \neq 0$, em ambos os casos.

Terminada esta seção, explanaremos sobre multiplicação e divisão.

> “Para multiplicar dois números escritos na forma de fração, multiplica-se o numerador de uma pelo numerador da outra e o denominador de uma pelo denominador da outra."(Ver [8],GIOVANNI,p.30, 2009).

Ex4: Qual o resultado de $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}$?

Geometricamente apresenta-se:

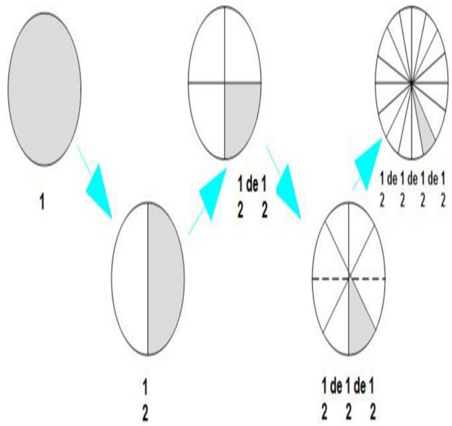

Figura 7: *Representação geométrica da multiplicação de frações.*

O tratamento geral para a multiplicação é basicamente multiplicar uma fração $\frac{a}{b}$ com $(b \neq 0)$ por outra $\frac{c}{d}$; $(d \neq 0)$, basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador. Assim, temos

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

> “Para dividir um número racional por outro número racional, diferente de zero, multiplicamos o primeiro pelo inverso do segundo."(Ver [8],GIOVANNI,p.31,2009).

Assim, para indicar o resultado de $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$, temos:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 1} = \frac{12}{3} = 4.$$

Geometricamente:

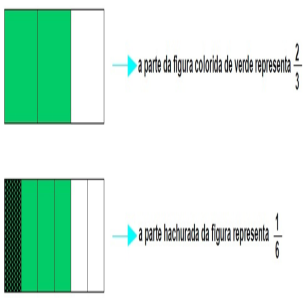

Figura 8: *Representação geométrica da divisão de frações.*

Analisando a Figura 8, observamos que $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$, logo $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$.

Outra maneira de explicar esta divisão é tomar as duas frações com o mesmo denominador e realizar a divisão do primeiro numerador pelo segundo numerador. Veja-se o exemplo:

D $= \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{6} : \frac{4}{6}$, pois $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{3}{6}$ e $\frac{2}{3}$ é equivalente a $\frac{4}{6}$. As Figuras 9 e 10 a seguir mostram as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$, através de suas respectivas frações equivalentes; $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{6}$.

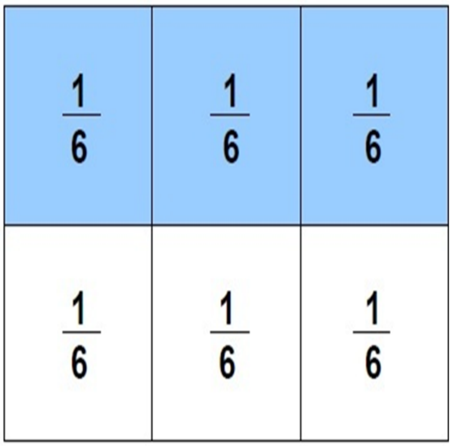

Figura 9: *Representação equivalente da fração um meio .*

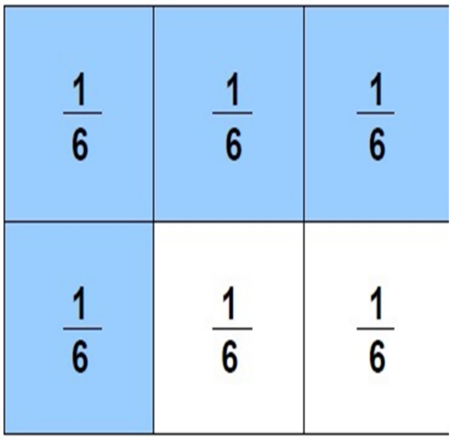

Figura 10: *Representação equivalente da fração dois terços .*

Nas Figuras 9 e 10 acima, os numeradores das frações estão em cor azul. Como tem-se 3 partes em azul na Figura 9, e 4 partes em azul na Figura 10, a divisão corresponde à fração $\frac{3}{4}$, ou seja, em cada 4 partes azuis, 3 estão ocupadas.

Este fato justifica a divisão de duas frações pela multiplicação da primeira pelo inverso da segunda, como foi anunciado acima.

O tratamento geral para este caso particular é: a divisão de um número real $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ pelo número real $\frac{c}{d}$, $(d \neq 0)$ é, por definição, a multiplicação do número fracionário $\frac{a}{b}$ pelo inverso de $\frac{c}{d}$. Acontece que o inverso de $\frac{c}{d}$ é $\frac{d}{c}$, assim

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

2.3 Frações na escola

Ensinar é uma arte que muitas vezes o professor não possui, pois dominar o conteúdo não significa que o indivíduo transmita de forma eficiente seu conhecimento. Lecionar para crianças em formação cognitiva, requer muito mais do docente. Como dizia Paulo Freire(Ver [7],1987, p.56) "o ser humano ensina ao aprender, e aprende ao ensinar". Vários estudiosos contribuiram analisando o comportamento das crianças, são exemplos: Piaget, Walon, Vygostysk, etc... A origem do conhecimento é vista por duas diferentes formas segundo Piaget, o conhecimento físico e o conhecimento lógico-matemático. O físico é construído a partir de abstrações empíricas ou simples, que nada mais é do que abstrações observadas nos objetos, porque são inerentes ao objeto ou, de forma geral, na realidade exterior. Assim, a cor, a textura, o peso estão no objeto e as crianças obtêm tais informações, agindo sobre o mesmo e observando como este reage a estas ações. Já o conhecimento lógico-matemático, construído por abstrações reflexionantes, refere-se às ações coordenações e operações que são criadas pelo sujeito na interação com os objetos. É dita reflexionante por duas razões, a primeira é no sentido de uma projeção para um plano superior aos elementos que são extraídos de um plano inferior. A segunda refere-se a um sentido de reorganização dos elementos em um novo plano. Portanto, uma reflexão.

A partir desses estudos o ensino vem se modificando colocando o aluno como agente da transformação e não como mero reprodutor do que o professor diz em sala de aula. Em 1997 foi apresentada a versão final dos PCN'S (Parâmetros Curriculares Nacionais) BRASIL (2007) que foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso, pretende criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens o acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania. De acordo com BRASIL(ver [3],p.13) os objetivos do ensino fundamental são:

- compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito;

- posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;
- conhecer características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais como meio para construir progressivamente a noção de identidade nacional e pessoal e o sentimento de pertinência ao país;
- conhecer e valorizar a pluralidade do patrimônio sociocultural brasileiro, bem como aspectos socioculturais de outros povos e nações, posicionando-se contra qualquer discriminação baseada em diferenças culturais, de classe social, de crenças, de sexo, de etnia ou outras características individuais e sociais;
- perceber-se integrante, dependente e agente transformador do ambiente, identificando seus elementos e as interações entre eles, contribuindo ativamente para a melhoria do meio ambiente;
- desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;
- conhecer o próprio corpo e dele cuidar, valorizando e adotando hábitos saudáveis como um dos aspectos básicos da qualidade de vida e agindo com responsabilidade em relação à sua saúde e à saúde coletiva;
- utilizar as diferentes linguagens verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
- saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
- questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

A respeito das frações, é de fundamental importância abordar alguns aspectos dos números fracionários, tais como a sua conceituação, seus diferentes significados e formas de representação e demais elementos a eles conectados. A exemplo dos termos das frações, da noção de equivalência, da ação de comparação de frações, da classificação e das operações com números fracionários, além da própria história do desenvolvimento das frações, como dos demais conteúdos matemáticos, conforme sugere BRASIL:

> “(...) o conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construídos e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo. [...] apresentadas aos alunos situações - problemas cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (...) esse ciclo não constitui um marco de terminalidade da aprendizagem desses conteúdos, o que significa que o trabalho com números naturais e racionais, operações, medidas, espaço e forma e o tratamento da informação deverá ter continuidade, para que o aluno alcance novos patamares de conhecimento."(Ver [3],1997, p. 58):

Na construção do conceito de frações BRASIL (1997) indica trabalhar com dois aspectos fundamentais, baseados na resolução de problemas:

1º) Os significados que as frações poderão assumir em diferentes situações;

2º) As diferentes formas para a sua representação.

O primeiro refere-se aos conceitos que podem ser mostrados com pedaços de objetos inteiros ou partes de conjuntos de objetos iguais e ainda como resultado de uma divisão.

No segundo caso, essa representação pode ser por uma grandeza de natureza discreta ou de natureza contínua, sendo essa última a mais aconselhável para iniciar o trabalho escolar com números fracionários, apoiando-se sempre em material concreto como sugere Toledo (Ver [22],2008).

No que se refere ao ensino da Matemática, verifica-se a necessidade de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana. Os PCNs apontam a necessidade de serem trabalhados três significados para as frações, no segundo ciclo do Ensino Fundamental: parte-todo, razão e quociente. No terceiro ciclo, deve ser introduzido o significado de operador multiplicativo.

É comum explorar o conceito de fração no que se refere às situações com relação parte todo, é o caso das tradicionais divisões de uma pizza em partes iguais. Contudo, a relação parte-todo aparece quando um todo se divide em partes e a fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes. Outro significado das frações é o de quociente, baseado na divisão de dois números naturais, $\frac{a}{b}$. Diferencia-se da anterior, pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. Outra situação diferente das anteriores é aquela em que a fração é usada como comparação entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. Aparece em exemplos do tipo "2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes".

Outros exemplos podem ser mencionados: a possibilidade de sortear uma bola amarela de uma caixa em que há 2 bolas amarelas e 6 bolas azuis (2 em 8, ou $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$); o trabalho com escalas em mapas (a escala é de $1cm$ para $100m$); a exploração da porcentagem (20 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol).

Às três interpretações estudadas neste ciclo, junta-se a que será trabalhada em ciclos posteriores. Trata-se do significado da fração como operador, ou seja, quando desempenha o papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Estar presente em situação do tipo "que número devo multiplicar por 5 para obter 3".

Cavaliere destaca dois invariantes considerados centrais no conceito de fração.

> “A noção de ordem e a noção de equivalência. No que diz respeito à noção de ordem de fração, existem duas situações que devem ser levadas em consideração no ensino de fração. A primeira é que, para um mesmo denominador, quanto maior for o numerador, maior será a fração. Já a segunda idéia diz que para um mesmo numerador, quanto maior o denominador, menor será a fração. A noção de equivalência também é ressaltada por MERLINI (2005), como de grande importância e deve ser trabalhada de modo que o aluno entenda que cada fração pode ser representada por diferentes e infinitas representações". (Ver [4],CAVALIERE, 2005, p.34).

Nota-se que as frações apresentam diferentes conceitos, mas o objetivo é a melhora da aprendizagem desse conteúdo. Para isso temos o dever de procurar situações que acarretem o aparecimento desses diferentes significados. Não é raro ouvir comentários de professores a respeito das dificuldades enfrentadas no ensino de frações e também dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem deste conteúdo matemático.

> “Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa de frações e, ainda assim, não o têm. Elas usam os termos fracionais certos, falam sobre frações corretamente, resolvem alguns problemas fracionais, mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações e sem que ninguém perceba"(Ver [8],GIOVANNI,p.33,2009).

Esse aspecto é preocupante, pois milhares de crianças saem da escola pensando ter adquirido a compreensão de tal assunto quando na verdade não o possui. Lembremos que certas limitações mencionadas pelos alunos e conforme os PCNs estão relacionadas à ideia já desenvolvida a respeito dos números naturais. Essas dificuldades demandam tempo e há a necessidade de uma abordagem adequada para o ensino. O entendimento da representação $\frac{a}{b}$ com $(b \neq 0)$, como somente um e não dois números separados por um traço, representa uma dificuldade e a outra é conseguir entender a noção de equivalência, ou seja, entender que uma fração pode ser representada por infinitas outras frações. Precisam ainda perceber infinitas representações para uma quantidade ou medida, enquanto os números naturais eram representados por um único número.

Compreender a ordenação de fração é outro fator de difícil compreensão. Nos números naturais é possível organizá-los segundo uma ordenação constante, na qual o sucessor de um número é ele próprio, acrescido de uma unidade. Isso não acontece nas frações. Nos números naturais, $3 < 4$, por exemplo, já na comparação de duas frações dizemos que um terço é maior que um quarto que representamos como segue: $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$.

É comum entre os alunos a concepção de que os números fracionários no tocante a multiplicação é de sempre aumentar enquanto a divisão sempre diminui. Situações do tipo: que número multiplicado por 7 da como resultado 2?. Mostram a necessidade de romper a concepção já construída com os números naturais. A ideia de antecessor e sucessor não faz sentido no campo das frações, pois é possível encontrar uma outra fração no meio de duas.

Mencionou-se anteriormente o conceito de fração, porém, o processo de ensino-aprendizagem segundo Behr et al (1983 apud SOUZA (2012)) envolve três aspectos. O primeiro é o prático, isto é, as frações em suas diferentes representações surgem com frequência em diversas situações relacionadas às expressões de medida e de quantidades. O segundo aspecto refere-se a uma perspectiva do ponto de vista psicológico, ou seja, o trabalho com frações surge como uma oportunidade privilegiada para alavancar e expandir estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual. O terceiro aspecto diz respeito à perspectiva da Matemática, pois serão justamente os primeiros estudos com as frações que fundamentarão ideias complexas como por exemplo, as operações algébricas elementares a serem desenvolvidas ao longo do ensino da Matemática.

> “As primeiras noções sobre frações já podem ser introduzidas no 2º (segundo) e no 3° (terceiro) ano do Ensino Fundamental, nas formas mais simples como 1/2 e 1/3, e até mesmo antes, se o professor sentir necessidade de usar a representação fracionária. O professor não pode deixar de explorar oportunidades onde aparecem frações, como por exemplo: um copo e 1/2 de leite ou suco de 12 limões. Partindo de exemplos do dia-a-dia, é possível discutir com as crianças o significado dessas informações, a maneira de escrever, sem precisar falar em conceitos ou dar uma aula sobre o tema."(Ver [15],PADOVAN, p. 35, 2008).

Na escola, porém, a ideia de fração é introduzida geralmente por volta do 4º (quarto) ou 5º (quinto) ano do Ensino Fundamental e a forma mais comum de se apresentar o conteúdo de frações às crianças é utilizando-se apenas o significado parte-todo. As crianças aprendem que o número total de partes é o denominador e que as partes pintadas são o numerador. Esse conceito, com algumas regras, faz com que as crianças aparentem saber muito sobre frações.

Notamos que, além das dificuldades apresentadas pelos alunos, o método de ensino que pouco se utiliza de situações cotidianas e baseadas em apenas um dos significados de fração (geralmente o parte-todo), pode ser mais um dos fatores que estão acarretando uma aprendizagem deficiente. De fato, tudo o que foi apontado denota a necessidade de construirmos um método de ensino que vá ao encontro das dificuldades apresentadas pelos alunos, ao se depararem com o conjunto dos números racionais. Que possibilite aos educandos a plena compreensão do conceito de fração, abordando seus diferentes significados. Assim sendo, esperamos que as limitações na aprendizagem sejam minimizadas e que o ensino de frações se torne mais eficiente.

3 O SOFTWARE UTILIZADO

Este capítulo trata da manipulação do aplicativo(jogo) mostrando sua utilidade como recurso metodológico para o professor. Traz também, contribuições que BRASIL(Ver [3],1997) faz a respeito dos softwares.

3.1 Software Enigma das Frações

A manipulação dos recursos tecnológicos em sala de aula constitui uma linha de trabalho que necessita se fortalecer. Na medida em que há uma considerável distância entre os avanços tecnológicos na produção de softwares educacionais livres ou proprietários e a aceitação, compreensão e utilização desses recursos nas aulas pelos professores.

De início, muitos professores não estão preparados para utilizar as tecnologias, como computadores e lousa digital. A maioria não detem os conhecimentos necessários para realização de suas práticas pedagógicas, de forma que, para estes, o dilema é tentar ensinar sem conhecê-la, ou então não ensiná-la. Outro fator que pode ser apontado deve-se à exagerada importância que se dá ao livro didático, em detrimento de outras possibilidades pedagógicas. No livro, as frações são apresentadas simplesmente como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, aplicada só no papel, desconectada de quaisquer aplicações de natureza histórica, lógica e concreta.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Ver [3],BRASIL,1997) enfatizam a importância dos recursos tecnológicos para a educação, visando a melhoria do processo ensino aprendizagem. Afirmam que a informática na educação "permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender"(p. 147).

Assim, os softwares educacionais foram criados em diferentes classes para serem utilizados no processo educacional, sendo caracterizados como educacionais quando existe sua inserção em contextos de ensino-aprendizagem. Tendo por base esta informação, sabe-se, então, que os programas utilizados em processos administrativos escolares ou em contextos pedagógicos são considerados softwares educacionais, sendo categorizados como: software educativo e software aplicativo.

O uso adequado de software educacional pode ser responsável por algumas consequências importantes, como a habilidade de resolver problemas, o gerenciamento da informação, a habilidade de investigação, a aproximação entre teoria e prática, entre outros.

Diante dessas prerrogativas, o software será utilizado como um recurso de motivação, bem como uma ferramenta que possibilitará um avanço na aprendizagem dos alunos. Vale ressaltar que o software em si não irá introduzir totalmente o conteúdo ao aluno.

É fator histórico que o conteúdo frações é de difícil compreensão por parte dos alunos. Com o software podemos introduzir conceitos através do lúdico, ao mesmo tempo desenvolvendo o raciocínio e um aprendizado bem mais agradável. O software utilizado chama-se Enigma das Frações e foi desenvolvido pela empresa Pingado Sociedade Ilustrativa para a revista Nova Escola (na qualidade de software gratuito) com o objetivo de facilitar o conteúdo frações e auxiliar na resolução de problemas envolvendo o assunto. Está disponível no link: `http://revistaescola.abril.com.br/downloads/enigma_fracoes.zip`.

Figura 11: *Apresentação do software Enigma das Frações.*

Classificaremos o software como um jogo. Trata-se da história do gnomo Fracti, morador da pacata vila dos gnomos, que de repente foi atacada pelo temível feiticeiro Mulôji que aprisionou todos os moradores da vila, exceto Fracti. Cabe agora à Fracti responder os enigmas propostos por Mulôji para montar a chave da prisão, e assim libertar os moradores da vila dos Gnomos das garras do temível feiticeiro.

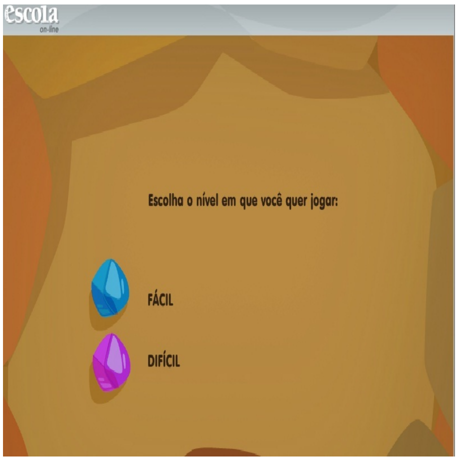

Figura 12: *Escolha do nível do jogo.*

A figura 12, mostra que o jogo possui dois níveis:

- Fácil: Possui a mesma base de perguntas do modo difícil, porém possui um número menor de exercícios.
- Difícil: Possui um maior número de perguntas.

Sua interface assim como sua jogabilidade é agradável, possui efeitos sonoros e visuais, é um bom software. Seria fundamental apresentar o software ao aluno como complemento do conteúdo, isto é, para o aluno colocar em prática o que aprendeu. Vale ressaltar que como todo jogo, o aluno fica "‘desafiado"’ a completá-lo, assim, ao apresentá-lo ao software, estamos paralelamente estimulando ideias do conteúdo trabalhado em sala, no caso, frações.

Na sequência, mostrar-se-ão algumas janelas contendo o assunto trabalhado em cada interface.

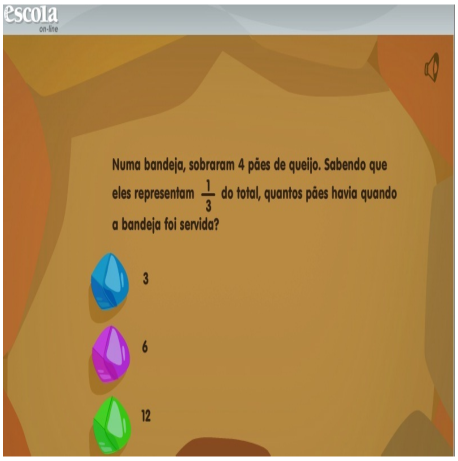

Figura 13: *Soma de frações.*

Nesta janela, o aluno pode responder fazendo a representação do todo em três partes, assim cada parte que corresponde a $\frac{1}{3}$ valerá quatro, em seguida basta somar os valores obtendo 12 como solução.

Figura 14: *Subtração de frações.*

Para resolver esta subtração, o aluno precisa primeiro multiplicar a fração meio por 2, e em seguida aplicar a propriedade da subtração para obter a resposta. A próxima janela refere-se à multiplicação.

Figura 15: *Multiplicação de frações.*

Nesta janela o aluno aplica a propriedade da multiplicação, ou seja, sabendo que o denominador de 15 corresponde a 1, basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador. Após faz-se necessária a simplificação, obtendo a solução 10.

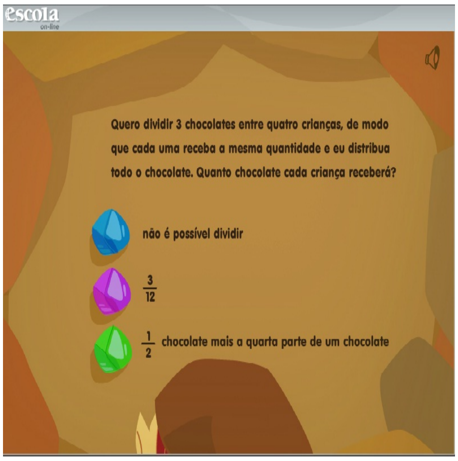

Figura 16: *Divisão fracionária.*

A divisão estimula o estudante a refletir um pouco, talvez pelo fato de o mesmo não estar acostumado a trabalhar com divisão decimal. É uma situação bastante comum no cotidiano. Uma possível solução para esse problema seria efetuar a divisão $\frac{3}{4} = 0,75$ e observar que é o mesmo de dar a metade a cada criança mais a quarta parte de um chocolate.

O jogo não apenas trabalha com as operações fracionárias, como também apresenta um conjunto bem diversificado para contemplar o assunto frações. Vejamos a seguir os temas representação de frações, comparação entre frações e equivalência entre frações nas respectivas janelas.

Figura 17: *Representação de frações.*

Figura 18: *Comparação de frações decimais.*

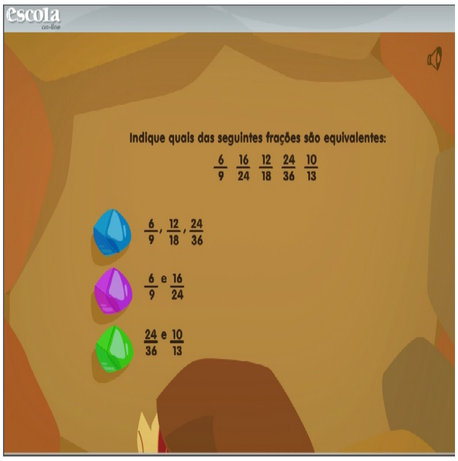

Figura 19: *Frações equivalentes.*

O jogo trabalha o conteúdo fração na perspectiva de êxito no ensino aprendizagem. Desta forma o software pode ser utilizado como complemento da aula tornando-a dinâmica e ao mesmo estimulando o aluno com a inovação, deixando para trás o método tradicional de ensino denominado por Paulo Freire (Ver [7],1987, p.21) de "concepção bancária da educação".

4 ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

O presente capítulo desenvolver-se-á da seguinte maneira. De início abordaremos o diagnóstico do questionário de sondagem da aprendizagem, e em seguida, apresentaremos o uso do software em sala de aula e finalizando com a avaliação após o uso do software.

4.1 Diagnóstico do questionário de sondagem da aprendizagem

O questionário foi aplicado com 23 alunos do projeto Mais Educação da Escola Estadual José Martins de Vasconcelos, situada na rua Freirinho s/n°, bairro Planalto treze de Maio do Conjunto Liberdade I,na cidade de Mossoró-RN.

A primeira questão é composta por cinco itens que referem-se à representação geométrica das frações. Os resultados apresentados pelos alunos foram: 23 alunos acertaram os itens a e b, 20 obtiveram sucesso na alternativa c, novamente 23 acertaram o item d e 21 o item e. Percebe-se que erraram o item c por displicência, pois o erro se deu no momento de contar os retângulos. Dois alunos deixaram o item e em branco pelo fato de não saberem representar o inteiro. Veja o gráfico abaixo:

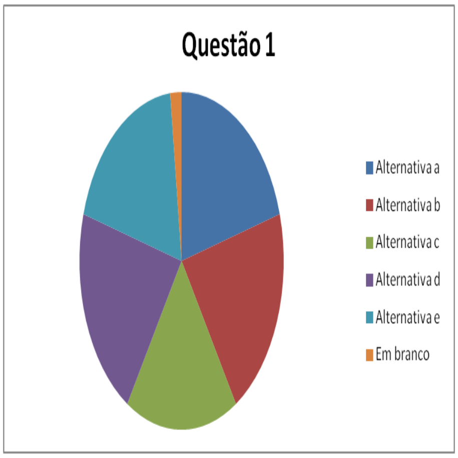

Figura 20: *Dados da questão um do questionário de sondagem.*

A segunda questão, ver figura 21,trata da representação por meio de frações das figuras que contém algumas partes pintadas. Foram dados quatro itens e obteve-se o seguinte resultado. Vinte alunos acertaram o item a e o item b, 21 os itens c e d. Nota-se que o erro aconteceu no momento de contar as partes pintadas. Acompanhando graficamente, temos:

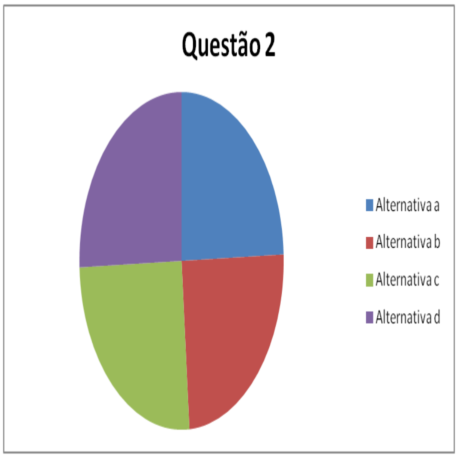

Figura 21: *Dados da questão dois do questionário de sondagem.*

Na questão três, os alunos deparam-se com a comparação de frações utilizando os símbolos $>$ (maior), $=$ (igual) e $<$ (menor). Nesta seção os discentes precisam do conceito de equivalência entre frações. O resultado apresentado foi: 14 alunos acertaram o item a, 15 o item b, nenhum aluno acertou o item c e 15 acertaram o item d. A alternativa c que trata esta questão, tem como resposta correta uma igualdade, isso denota a necessidade de trabalhar com equivalência de frações, pois neste item obtiveram fracasso. No gráfico abaixo, temos uma melhor visualização.

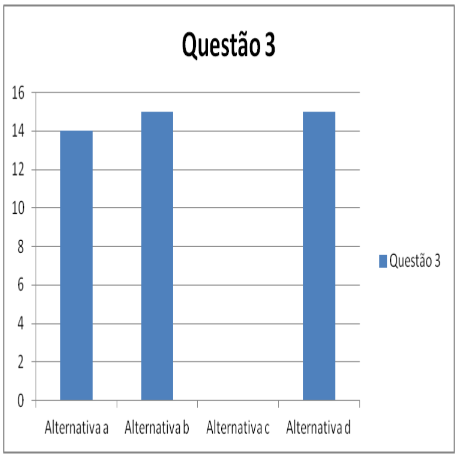

Figura 22: *Dados da questão três do questionário de sondagem.*

A questão quatro, ver figura 23, trata das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão), onde foram disponibilizadas em quatro alternativas. O resultado obtido, foi que apenas 13 alunos acertaram o item c, que trata da multiplicação entre frações, os demais itens não houve acertos. Fica a necessidade de trabalhar as operações de forma a melhorar tal desempenho.

No gráfico, temos:

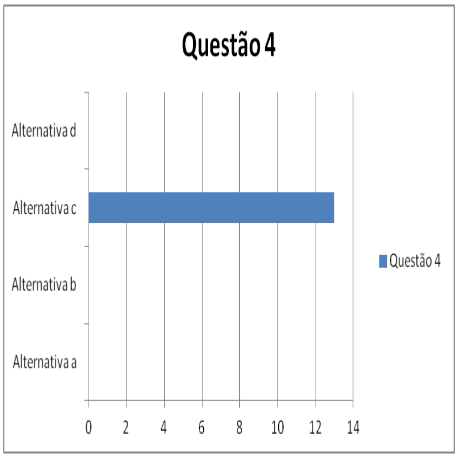

Figura 23: *Dados da questão quatro do questionário de sondagem.*

Na quinta questão, os alunos precisariam das quatro operações para interpretar os três problemas propostos. Nenhum aluno obteve sucesso nas respostas, a grande maioria sequer rabiscou o questionário.

Para um melhor entendimento, os resultados foram tabulados de forma a esclarecer alguns itens.

Questão	a	b	c	d	e
1	23	23	20	23	21
2	20	20	21	21	
3	14	15	0	15	
4	0	0	13	0	
5	0	0	0	0	

Tabela 4: *Resultado do questionário de sondagem da aprendizagem.*

Pode-se notar que ao se tratar de representar frações, os alunos acertam a maioria das questões, erram em contar os retângulos. Obtêm fracasso a partir do momento de comparar as frações, em que nota-se a fragilidade de trabalhar com comparação de frações de denominadores diferentes.

Nas questões 4 e 5, percebe-se uma enorme quantidade de alternativas em branco, mostrando uma deficiência comum a todo o Brasil, pois em pesquisas recentes como a de TEIXEIRA realizada em São Paulo, ano 2007, a ser apresentada no VII CONNEPI (congresso Norte Nordeste de Pesquisa e Inovação) mostrou-se que $\frac{70}{100}$ de um total de 36 alunos apresentam dificuldades em efetuar as operações com frações.

Para melhorar esse quadro na escola, será aplicado um jogo chamado Enigma das Frações, esperando-se a melhoria na manipulação das operações com frações.

4.2 O uso do software em sala de aula

Antes de ser apresentado aos alunos, o software Enigma das Frações, foram realizadas duas aulas contendo os principais tópicos do conteúdo fração, devido à necessidade de serem ministradas aulas antes de manipularem o jogo, uma vez que o software requer do aluno uma base sólida do conteúdo.

Figura 24: *Aula sobre frações.*

A foto acima, representa o cotidiano escolar do conteúdo frações, abordou-se a conceituação de fração, e sua representação por meio de círculos e retângulos, como também equivalência entre frações, comparação de duas frações, operações com frações e frações decimais.

Os alunos demonstraram bastante dificuldade quando o assunto comparação de frações foi abordado. Muitos não sabiam usar os sinais $>$ (maior) e $<$ (menor). A grande parte dos alunos queria primeiro efetuar a divisão e depois comparar os números. Foi feita uma abordagem diante desse fato, mostrando que não precisava efetuar a divisão, precisaria primeiro tornar os denominadores das frações iguais e em seguida observar os numeradores.

Outro ponto que demandou bastante tempo foram as operações (soma subtração, multiplicação, divisão). Os estudantes demonstraram não possuir muita base com relação às operações. O assunto foi mostrado em situações com problemas envolvendo o tema. No decorrer da aula muitos alunos apresentaram avanço,chegando ao ponto de responder alguns problemas propostos.

Após a aula, o software foi apresentado mostrando a funcionalidade e os requisitos necessários para seu bom manuseio.

Figura 25: *Manipulação do jogo Enigma das Frações.*

Os alunos foram encaminhados para a sala de informática em dois grupos, um com 11 alunos e outro com 12, devido ao fato de a sala possuir apenas 12 computadores. No transcorrer da atividade, percebeu-se o aumento da autoestima dos alunos na medida em que acertavam as perguntas.

Para a realização da atividade, foram utilizadas duas aulas, cada uma com duração de 50 minutos. Alguns alunos sentiram dificuldade no começo do jogo, na medida em que erravam percebemos a vontade em começar novamente e acertar a pergunta. Os alunos satisfizeram-se quando finalizaram o jogo e viram Gnomo libertar seus familiares e amigos.

Depois de terminada a atividade, alguns alunos questionaram a respeito da existência de outros jogos que tratam de outros conteúdos matemáticos. Perguntaram se existe algum jogo que trabalhe com equações do 1º grau. Perguntei o motivo da pergunta, um aluno explanou que aprendeu frações e gostaria de conecer outros softwares para aprender outros conteúdos.

Diante do ocorrido, os alunos responderam outro questionário para saber se realmente houve evolução da aprendizagem.

4.3 Avaliação após o uso do software

O segundo questionário, (ver apêndice), consta de cinco questões, sendo a primeira com cinco alternativas, a segunda, a terceira e a quarta questão são compostas de quatro alternativas e a quinta e última questão com três problemas.

Foram distribuídos 23 questionários para a mesma sala do projeto Mais Educação da

Escola Estadual José Martins de Vasconcelos.

A primeira questão tem o enfoque da representação geométrica das frações, ou seja, são dadas as frações e pede-se para que os alunos representem por meio de círculos ou retângulos. O resultado obtido foi que 23 alunos acertaram as alternativas a, b, c, d, enquanto 22 alunos responderam corretamente o item e. O erro se deu no momento de pintar todos os retângulos, o aluno pintou apenas 9. Graficamente temos:

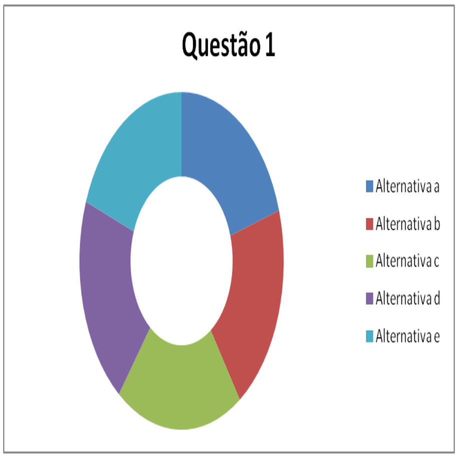

Figura 26: *Resultados do questionário após o uso do software.*

A segunda questão trata da representação de fração com relação as partes pintadas de uma figura. Neste caso, 22 alunos acertaram a alternativa a, 23 obtiveram sucesso nas alternativas b, c e d. Ao contar os retângulos, alguns alunos se equivocaram o que originou alguns erros. Para uma melhor visualização, temos:

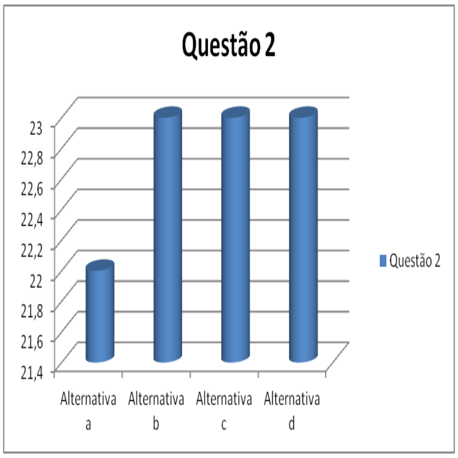

Figura 27: *Resultados da segunda questão.*

Na questão três, os alunos depararam-se com a comparação entre frações. Observou-se que 20 alunos obtiveram sucesso na alternativa a, 21 acertaram a b, 17 acertaram a c e 22 alunos acertaram o d. Nesta questão o erro se deu por conta de que alguns alunos não souberam calcular o MMC(mínimo múltiplo comum) e acabaram errando este quesito. Graficamente, temos:

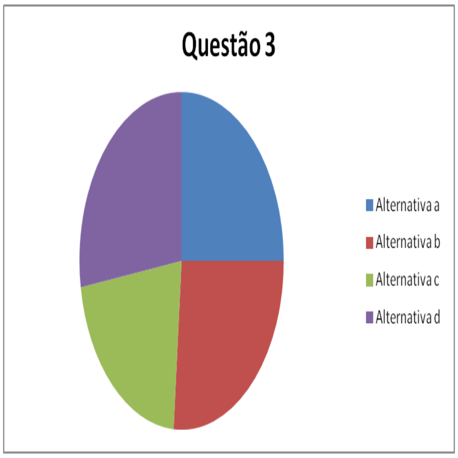

Figura 28: *Dados da terceira questão.*

Na quarta questão, trabalhamos com as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão de frações. Obtivemos como resultado: 17 alunos que acertaram a alternativa a, 19 alunos o item b, 23 obteve êxito nas alternativas c e d. Na alternativa a, houve erro devido ao fato de os alunos somarem os numeradores errados, em relação a letra b, o erro se deu pela falta de compreensão em tornar os denominadores iguais para só depois subtrair os numeradores. No gráfico, temos:

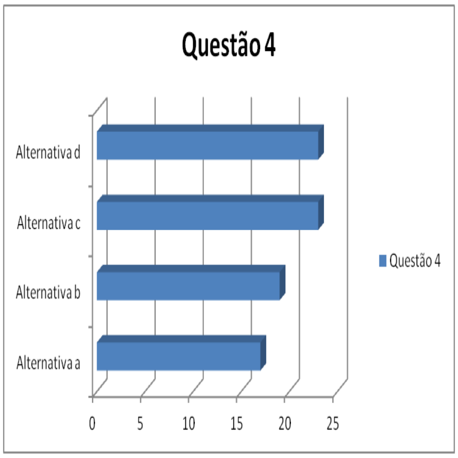

Figura 29: *Dados da quarta questão.*

A quinta questão, trata de problemas voltados para o cotidiano, onde o trabalho com as operações é intenso. O resultado mostrou que 16 alunos acertaram a alternativa a, 15 alunos obtiveram sucesso no item b e 20 alunos acertaram a alternativa c. Houve erro pelo fato de os alunos não estarem habituados a trabalhar com questões que envolvem o raciocínio.

No gráfico, temos:

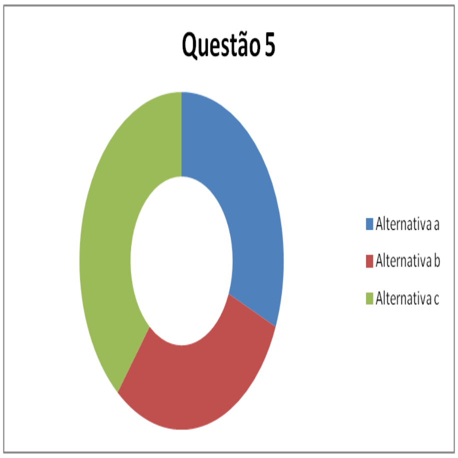

Figura 30: *Dados da quinta questão.*

Para uma análise mais detalhada, os dados foram tabulados e dispostos da seguinte maneira.

Questão	a	b	c	d	e
1	23	23	23	23	22
2	22	23	23	23	X
3	20	21	17	22	X
4	17	19	23	23	X
5	16	15	20	X	X

Tabela 5: *Resultado do segundo questionário aplicado após a manipulação do jogo.*

Comparando os resultados do primeiro e segundo questionário, ver apêndice, temos um aumento significativo da aprendizagem, uma vez que na primeira e segunda questões obtivemos quase o mesmo número de acertos em ambos os questionários. Na terceira questão observamos um aumento significativo de acerto, em que cada alternativa teve um aumento considerável. Nas questões quatro e cinco observou-se um aumento considerável de acertos. Vale destacar a quinta questão, pois no questionário de sondagem não houve nenhum acerto e melhoraram bastante no segundo questionário. O aumento de acerto por questão foi de $17,4$ por cento na questão de número um, $39,1$ por cento de aumento na segunda questão, mais de 100 por cento nas questões três, quatro e cinco.

No total, podemos afirmar que com o uso do software Enigma das frações, que houve um aumento da aprendizagem dos alunos conforme os resultados descriminados.

5 CONCLUSÃO

Todo estudo é imerso por incertezas que muitas vezes concretizam-se ou não. Na graduação conhecemos os estudos de vários autores e suas reflexões que se dizem eficazes para a resolução de alguns problemas existentes dentro e fora da sala de aula. Diante disso refletimos como seria a sala de aula.

Estes pensamentos trazem incertezas. Pensamos se os alunos irão gostar da nossa aula; se teremos capacidade de repassar os assuntos de forma que haja aprendizagem; se seremos felizes ministrando aula, se o ambiente de trabalho irá nos acolher e em quantos colégios precisaríamos trabalhar para conseguir o sustento.

Ser professor é estar preocupado com o desenvolvimento social dos alunos, ou seja, formar cidadãos conscientes e capazes de tomar decisões que possam mudar um ambiente. É também estar aberto ao novo, pois muitas vezes o novo traz o desconforto da mudança. Com a mudança muitas portas podem se abrir tornando um simples curso em algo que pode mudar sua vida, surgindo assim várias opções. Na cidade de Mossoró quando se termina o curso de Licenciatura Plena em Matemática a principal oferta é de lecionar, pois ainda existem muitas vagas tanto no setor privado como no ensino público. Uma outra alternativa seria trabalhar em empresas que prestam serviços de consultoria para que possam saber a quantidade exata de produtos a serem vendidos sem haver prejuízo.

Assim, todo emprego requer os compromissos que variam de empresa para empresa. Ao entrar em uma função empregatícia assumimos compromissos como cumprir rigorosamente o horário, zelar pela aprendizagem do aluno, trabalhar por gostar da profissão e não pelo dinheiro que ela possa trazer, proporcionar ensino de boa qualidade. Logo, na educação temos que estar atenados ao desenvolvimento constante das metodologias utilizadas em sala de aula. Hoje, muito se fala na pedagogia dos projetos como forma de desenvolver a aprendizagem dos alunos. Pensando à frente, na pós-graduação em educação, o indicado seria desenvolver um trabalho que possa trazer o crescimento da aprendizagem do aluno.

Para a realização da pesquisa houve alguns empecilhos que poderiam ser evitados, a fim de que o trabalho ocorresse tranquilamente. Começando pela sala de informática que contêm 12 computadores, dos quias apenas seis estão funcionando. Outro fato que chamou atenção foi o desinteresse de alguns alunos por estudar, muitos preferiram não fazer as atividades e ficar à toa nos corredores. Por sua vez, tal desinteresse pode ser fruto de uma sociedade capitalista onde investir em educação faz parte do plano de governo de todos os candidatos, que na hora de colocar em prática, tudo muda chegando ao ponto de os profissionais da educação requererem seus direitos por meio de greves.

Conforme a exigência de ensinar fração no ensino fundamental, este estudo possibilitou conhecer a história das frações, teorizou a respeito do conteúdo, evidenciando a importância de rever a metodologia atual aplicada em sala de aula. Destacamos também como resultado alcançado o aumento da aprendizagem, uma vez que, de acordo com os dados obtidos nos dois questionários os alunos conseguiram evoluir bastante no que diz respeito às operações de soma, subtração, multiplicação e divisão.

No ensino fundamental o estudo das frações é importante, pois é um assunto essencial no processo de aprendizagem. Isto ocorre devido o fato deste estar relacionado com o cotidiano das pessoas. Logo,se percebe ao se fazer a mais simples das receitas culinárias, que aparecem medidas em forma de fração e também quando ao dobrar a quantidade dos ingredientes e ao retirar metade de um certo ingrediente estamos trabalhando com as operações deste conteúdo. Assim, percebe-se a importância de estar sempre colocando este assunto em pauta, uma vez que oferece bastante aplicação.

Podemos nos perguntar por qual motivo um assunto tão presente no íntimo das pessoas traga dificuldades em sua aprendizagem. Esse fato foi uma das causas consideradas para a elaboração deste trabalho, em que se buscou a exploração desse assunto simples e tão importante, que com uma didática ideal e boa vontade pode ser explicado de forma que seja possível de ser compreendido. Embora seja um conteúdo comum, algumas crianças não conseguem assimilar as fórmulas, regras e muito menos sua importância, o que embora pareça insignificante, pode repercutir ao longo prazo em suas vidas. Estes alunos poderão sofrer consequências nas séries que virão.

Em diversos momentos da vida, é necessário analisar situações, refletir sobre variados assuntos, tomar decisões e argumentar para deixar claro nosso ponto de vista. O que nos torna diferentes dos animais é a capacidade de contagem, que permite que superemos as limitações de nossos sentidos. A capacidade de associação tem grande importância na resolução de problemas do cotidiano, quando temos o saber matemático. O docente deve pesquisar em diversas fontes o assunto que irá trabalhar em sala de aula. Deve planejar e aplicar metodologias que venham a auxiliar seus alunos de forma que todos tenham a capacidade de reconhecer a aplicabilidade do que foi estudado, neste caso, as frações. Para isto, o professor passa por um processo de formação pedagógico, intencional e organizado, composto de várias fases.

Os objetivos deste estudo foram alcançados, pois o nível de avaliação dos alunos foi detectado e aumentado conforme dados tabulados. Alcançamos ainda os objetivos específicos pelo fato de termos teorizado a respeito do ensino de frações e aplicado com sucesso o software Enigma das Frações. Houve a constatação de que alguns estudantes precisam de um reforço no que tange às quatros operações com frações.

O jogo, por sua vez, mostrou-se como uma ferramenta que possibilita ao professor uma nova metodologia para alcançar a aprendizagem. No todo, os alunos mostraram-se satisfeitos com a realização da atividade, pedindo que esta metodologia fosse posta em prática com outros conteúdos matemáticos.

Referências

[1] ABDOUNUR,O.J. Uma abordagem histórico/didática de analogias envolvendo razões e proporções em contexto musical: um ensaio preliminar. Educação Matemática Pesquisa (Online), v. 14, p. 386-397,2012.

[2] BOYER, C. B. História da Matemática. Trad. Elza Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher,1996.

[3] BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 1997.

[4] CAVALIERE, L. O ensino das frações. Umuarama – PR, 2005. Monografia (Especialização em Ensino da Matemática). Coordenadoria de Pós-Graduação, Universidade Paranaense.

[5] DIENES, Z. P. Frações. Trad. Maria Charlier e René Charlier. São Paulo: Herder, 1971.

[6] FAGUNDES, Marcos D. SAE-FRA(Software de apoio ao ensino das frações) – FRAC-SOMA. Uruguaiana – RS, 2005. Monografia (Graduação em Ciência da Computação). Coordenadoria de graduação, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

[7] FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa. 26ªedição.São Paulo: Paz e Terra, 1987.

[8] GIOVANNI, José Ruy. Matemática pensar e descobrir: novo/Giovanni & Giovanni Jr. São Paulo: FTD, 2009.

[9] GUEDJ, D. O teorema do papagaio. Trad. Eduardo Brandão. São Paulo: Companhia das letras, 1999.

[10] IMENEZ & LELLIS. Matemática. 1ª ed. São Paulo: Scipione, 2003.

[11] IMENES,L.; JAKUBOVIC, J. ; CESTARI, M. Frações e números decimais. 5ª ed. São Paulo: atual, 1993.

[12] JAKUBOVIC, José. Matemática na medida certa. 5ª série: ensino fundamental/ Jaubo, Lelis, Centurión. São Paulo: Scipione, 2009.

[13] MERLINI, V. L. O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. 2005. 238f. Dissertação (Mestrado e Educação Matemática) – PUC¬¬/SP, 2005. Disponível em: <HTTP://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_vieira_lucia_merlini.pdf> Acesso em: 20 Dez. 2012.

[14] NUNES, T.; BRYANT. P. Crianças fazendo Matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2007.

[15] PADOVAN, I. Frações. Nova escola, São Paulo: Abril, ano XXIII, n. 211, p. 99 – 110, abr. 2008.

[16] PAVANELLO, R.M. Educação matemática e Criatividade. A educação Matemática em Revista. São Paulo, n. 3, p.5 – 11, 2sem. 1994.

[17] PILETTI, Aldemar Roberto. Pesquisa social: métodos e técnicas. 3ªed. São Paulo: Atlas, 2007.

[18] ROQUE,T; CARVALHO,J.B. de. Tópicos de História da Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

[19] RAMOS, L. Frações sem Mistérios. 7ª ed. São Paulo: Àtica, 1991.

[20] SOUZA, V. L. M. Fração e seus diferentes significados. Disponível em: HTTP://www.sbempaulista.org.br/br/epem/anais/comunicacoesorais%5CcoOO16.doc Acesso em: 15 Dez. 2012.

[21] TEIXEIRA, S. F. A. Jogos Matemáticos. 1ªed. Goiânia: Gev, 2001.

[22] TOLEDO, Mirian. Números: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 2008.