

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**

ELIAS COUTINHO MARQUES

**ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS: UMA PROPOSTA
DIDÁTICA ORIENTADA PELA SEQUÊNCIA FEDATHI**

MOSSORÓ / RN

2019

ELIAS COUTINHO MARQUES

**ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS: UMA PROPOSTA
DIDÁTICA ORIENTADA PELA SEQUÊNCIA FEDATHI**

Dissertação apresentada ao curso da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), no Campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Prof(a). Ma. Valdenize Lopes do Nascimento

Co-Orientador: Prof. Dr. Odacir Almeida Neves

MOSSORÓ

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

M357e MARQUES, ELIAS COUTINHO.
ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS: UMA
PROPOSTA DIDÁTICA ORIENTADA PELA SEQUÊNCIA
FEDATHI / ELIAS COUTINHO MARQUES. - 2019.
53 f. : il.

Orientadora: VALDENIZE LOPES DO NASCIMENTO.
Coorientador: ODACIR ALMEIDA NEVES.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
--Selecione um Curso ou Programa--, 2019.

1. Operações aritméticas. 2. Adição. 3.
Sequência Fedathi. 4. Ábaco. I. NASCIMENTO,
VALDENIZE LOPES DO, orient. II. NEVES, ODACIR
ALMEIDA, co-orient. III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

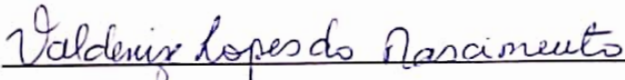
ELIAS COUTINHO MARQUES

**ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS: UMA PROPOSTA
DIDÁTICA ORIENTADA PELA SEQUÊNCIA FEDATHI**

Dissertação apresentada a Universidade
Federal Rural do Semiárido – UFERSA,
Campus Mossoró para obtenção do título de
Mestre em Matemática.

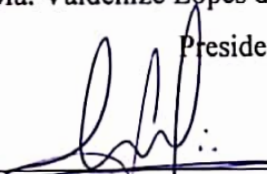
APROVADA EM: 15 / 03 / 19

BANCA EXAMINADORA



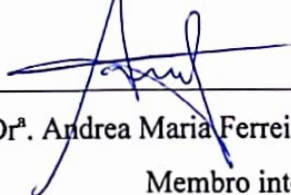
Prof.ª. Ma. Valdenize Lopes do Nascimento- UFERSA

Presidente



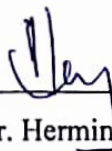
Prof. Dr. Odacir Almeida Neves- UFERSA

Membro interno



Prof.ª. Dr.ª. Andrea Maria Ferreira de Moura- UFERSA

Membro interno



Prof. Dr. Herminio Borges Neto

Membro externo- UFC

MOSSORÓ/RN, 2019.

Dedico a minha esposa Edna pelo apoio incondicional em todos os momentos, principalmente nos de incerteza, muito comuns para quem tenta trilhar novos caminhos. Sem você nenhuma conquista valeria a pena.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por minha vida e pela dádiva de ter tantas pessoas especiais ao meu lado, colocando suas orações e energia para que eu conseguisse cumprir mais esta etapa importante da minha vida;

À minha família, em especial à minha mãe Astrogilda Coutinho e meu pai Antônio de Pádua, pela educação que me foi dada. Sem o exemplo deles nada teria sido possível;

A minha amada irmã, Ariane Coutinho, meu agradecimento pelo companheirismo de sempre e parceria desde o dia em que nasceste;

A realização de um projeto de pesquisa como este só foi possível com o apoio de vários colaboradores. A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e em especial a professora Valdenize Lopes do Nascimento e o professor Odacir Almeida Neves pela orientação deste trabalho e pela paciência nos debates sobre a temática abordada;

Agradeço, também, aos Professores Doutores HERMÍNIO BORGES NETO e ANDREA MARIA FERREIRA MOURA que doaram tempo para analisar este trabalho e participar da banca de defesa, enriquecendo o processo com suas experiências;

A amiga Scarlet O'hara por ajudar a organizar algumas ideias relacionadas ao trabalho e exemplificar a ética e competência profissionais, a dedicação e o aprimoramento contínuos, pelo incentivo e oportunidade de convívio;

Por fim, agradeço, com afeto, aos meus familiares, amigos e alunos que, verdadeiramente, torcem por mim e vibram com minhas conquistas. Vocês sempre me proporcionam uma oportunidade de ser melhor do que fui e reconhecer o ser humano finito que sou.

RESUMO

O objetivo desta dissertação é a elaboração de uma proposta didática abordando as operações aritméticas básicas: adição e subtração. O público alvo da proposta consiste dos estudantes de cursos de formação inicial de professores em nível médio. A pesquisa foi desenvolvida a partir do estudo bibliográfico de referenciais teóricos relativos à Educação Matemática e a proposta elaborada envolve o uso de um instrumento matemático histórico - o ábaco - e foi orientada pela Sequência FEDATHI, uma metodologia de ensino que visa uma mudança na postura docente, visando a melhoria da qualidade de ensino e que se estrutura em quatro fases: Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova. Ao trabalhar as operações de adição e subtração, mesmo com estudantes de nível médio, observamos que muitos deles sabem realizar estas operações, mas, na maioria dos casos, as realizam mecanicamente a partir de algum algoritmo que lhes fora ensinado no Ensino Fundamental, não conseguindo explicar por que tais operações são desenvolvidas daquele modo. Ocorre que os estudantes de cursos de formação inicial de professores em nível médio são potenciais professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, o qual, contempla o ensino destas operações. Acreditamos que utilizando ferramentas apropriadas e aplicando um método mais participativo, onde os questionamentos, os contraexemplos e a valorização do erro são utilizados como forma de aprendizagem, possamos contribuir para uma maior conscientização da importância de compreender o funcionamento dos algoritmos da soma e da subtração antes de aplicá-los e principalmente, antes de ensiná-los.

Palavras chaves: Operações Aritmética, Adição, Sequência FEDATHI, Ábaco.

ABSTRACT

This dissertation aims at elaborating a didactic proposal that tackles the basic arithmetic operations: sum and subtraction. The target public of the proposal consists of students of base level courses that form teachers for high-school levels. This research was developed from a bibliographical study of theoretical references of Mathematics Education and the elaborated proposal includes the usage of a historical mathematical instrument – the abacus – and it was oriented by the FEDATHI Sequence, a teaching methodology that aims at provoking a changing in the teacher's attitude, in order to improve teaching quality, and it is structured in four phases: Attitude Taking, Maturation, Solution, and Proving. By working with the sum and subtraction operations, even with high-school students, we were able to observe that many of them knew how to solve these operations, but, in most of the cases, they solved them mechanically, based on some algorithm that was taught to them during Elementary School, and they were unable to explain why such operations were returned that way. Students of initial formation teaching courses for High School levels are potential teachers of initial levels of the Elementary School, which includes the teaching of such mathematical operations. We believe that by using proper tools and applying a more participative method, whose questionings, counter examples, as well as the valorisation of errors are used as learning tools, we might contribute to a better awareness of the importance of understanding the logic and operation of the sum and subtraction algorithms before using them and, mainly, before learning them.

Key-words: Basic Arithmetic Operations, Sum, Subtraction, FEDATHI Sequence, Abacus.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	8
LISTA DE TABELAS.....	9
1. INTRODUÇÃO.....	10
2. O ÁBACO COMO RECURSO PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES BÁSICAS EM MATEMÁTICA.....	12
2.1 Ábaco mesopotâmico.....	14
2.2. Ábaco babilônico	14
2.3. Ábaco romano	14
2.4. Ábaco Chinês	14
2.5. Ábaco Japonês	14
3. A SEQUÊNCIA FEDATHI E SUA ORIGEM – ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLOGICOS.....	15
3.1 Sequência FEDATHI (SF): Definição e Origem.....	15
3.2. As fases da sequência FEATHI	15
3.3. Os princípios da sequência FEDATHI	20
3.3.1. Pedagogia “Mão no Bolso”	20
3.3.2. A pergunta como ferramenta de interação	21
3.3.3. Mediação	22
3.3.4. O contraexemplo.....	23
3.3.5 Contrato didático.....	23
3.3.6. A Concepção do erro	29
4. UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO	30
4.1 Preparação da sequência didática.....	30
4.2. Introdução a pesquisa	32
4.3. Preparação do ambiente	34
4.4. Vivência da Sequência FEDATHI	35
4.4.1. Primeiro encontro.....	35
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	46
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação de um número em sua base decimal	14
Figura 2: Processo aditivo.....	14
Figura 3: Resultado para o processo aditivo.....	15
Figura 4: Tipos de Ábaco, produto da humanidade	15
Figura 5: Triângulo das situações didáticas.....	27
Figura 6: Preparação da sessão didática	29

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Possíveis formas de apresentação propostas pelos alunos	17
Tabela 2: Atitudes almeçadas na fase de maturação	18
Tabela 3: Postura docente esperada durante a fase de maturação.....	28
Tabela 4: Fórmula de Bháskara x Relações de Girard.....	28

1. INTRODUÇÃO

O trabalho aqui intitulado ensino das operações aritméticas básicas: uma proposta didática orientada pela Sequência FEDATHI tem como principal objetivo elaborar uma proposta didática para o ensino das operações de adição e subtração de números inteiros em cursos de formação de professores em nível médio, ou cursos de pedagogia.

A motivação para a elaboração da presente proposta se dá a partir do momento em que experiências vividas em sala de aula com futuros professores mostraram uma grande deficiência no processo de ensino - aprendizagem das operações básicas em matemática. Operações essas que, aparentemente, não haviam sido conceituadas corretamente, levando o aluno, por exemplo, a posteriormente ensinar de forma inconsistente o método aditivo. O processo de adição se torna fundamental nas séries iniciais por ser justamente a base de todas as operações matemáticas. Devemos levar em conta a importância da compreensão da representação decimal de um número, onde o ábaco pode contribuir significativamente para uma aprendizagem profunda.

A Sequência FEDATHI (SF) entra neste processo como uma metodologia de ensino enfocando o papel do professor. Sabemos ainda que se o docente estiver bem preparado e consciente de como funciona o procedimento perceberá alguns pontos essenciais para a vida do educador, tais como: os questionamentos, os contraexemplos, a postura mão no bolso, etc. Todas essas peculiaridades da SF serão detalhadas em capítulos posteriores.

E qual a intenção de utilizar o ábaco como ferramenta para este trabalho? Na verdade, o ábaco por sua história milenar serve para o aluno, tanto como ferramenta histórica, como de aprendizagem, visto que os conceitos iniciais de sistema de numeração, operações com números inteiros, etc, podem ser apresentados de modo que os conceitos fiquem bem definidos e claramente estabelecidos. Mas para que tal ferramenta chegue aos discentes, nas séries iniciais, os docentes que abordarão as temáticas em sala de aula deverão estar aptos a utilizar o ábaco de forma correta.

Com esta proposta didática esperamos que o futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental:

- Compreenda a representação decimal de um número natural;
- Represente números naturais no ábaco;
- Opere corretamente a adição e a subtração de números naturais, inclusive no ábaco, compreendendo o significado dos processos utilizados;
- Compreenda a importância de questionar e gerar exemplos que levem seus futuros alunos a pensar corretamente;

- Considerem a Sequência FEDATHI e o ábaco como recursos potenciais para a melhoria do processo de Ensino-Aprendizagem.

Para tanto organizamos o trabalho da seguinte maneira: introdução, ora apresentada, seguido de um capítulo intitulado “o ábaco e seus diferentes tipos” onde abordamos alguns tipos de ábacos e a origem deste instrumento. O capítulo denominado “A Sequência FEDATHI e sua origem - Aspectos Teóricos e Metodológicos” trata de fundamentar a SF como metodologia de ensino e trazer alguns conceitos ligados a própria sequência. Aqui detalhamos pontos chaves para que o leitor compreenda toda sua estrutura. O capítulo intitulado de “Sequência FEDATHI - Preparação e vivência” apresenta a proposta de uma sequência didática para o ensino das operações aritméticas básicas, que utiliza a sequência FEDATHI como metodologia orientadora. Tal sequência deverá ser desenvolvida em três encontros, onde os dois primeiros tratam das operações básicas e o último de uma avaliação a fim de validar todo o processo apresentado. Por fim, o quarto e último capítulo trazem as considerações finais referentes aos tópicos apresentados anteriormente.

2. O ÁBACO COMO RECURSO PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES BÁSICAS EM MATEMÁTICA

O dia a dia em sala de aula nos mostra a ideia de que a matemática não é pautada em conceitos e sim em fórmulas. Essa ideia é gerada a partir do momento que o professor não mostra a importância de conceituar determinados assuntos. O sistema de numeração decimal e as operações básicas são exemplos disso.

Conjecturar formas de resolver uma “conta” como muito se fala se torna mais fácil do que fazer com que o aluno compreenda os conceitos básicos e assim deduza como se deve efetuar uma determinada operação. Por exemplo, suponha que o professor em sala peça a seus alunos para somar os números 456 e 327. Neste caso o ábaco se torna propício para conceituar tal operação. Consideremos os seguintes passos com a utilização do ábaco.

Passo 1: Escrever o número 456 no ábaco.



Figura 1. Representação de um número em sua base decimal (Fonte: Marques, 2019)

Passo 2: Sobrepor o número 327 ao número 456.



Figura 2. Processo aditivo (Fonte: Marques, 2019)

Passo 3: Transferir as anilhas entre as casas das unidades, dezenas, centenas e assim sucessivamente.



Figura 3. Resultado para o processo aditivo (Fonte: Marques, 2019)

Neste caso trocamos 10 unidades por uma dezena, obtendo um número inferior a 9 anilhas em cada casa e obtendo o número 783.

Dessa forma o professor poderá trabalhar a ideia da troca que é tão citada quando se fala sobre operações básicas. Iremos detalhar melhor esse processo quando falarmos sobre a sequência didática a ser aplicada. O ábaco utilizado acima é o chamado vertical.

Alguns ábacos são tidos como histórico e iremos representar alguns na imagem abaixo.

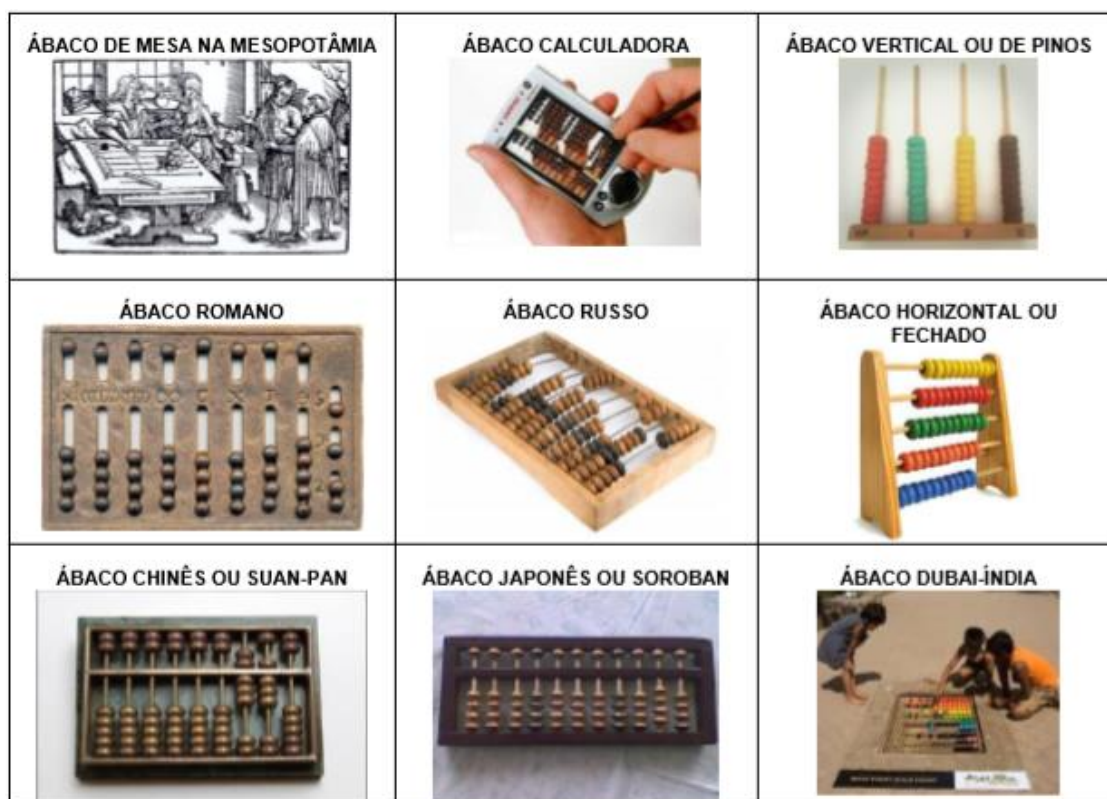


Figura 4. Tipos de Ábaco, produto da humanidade Fonte: Seleção de imagens retiradas do Google imagens, 2018.

O ábaco é uma ferramenta bastante antiga e era muito utilizada para efetuar cálculos há tempos atrás. Essa ferramenta sempre foi muito empregada em operações básicas, tais como, adição, subtração, multiplicação e divisão. De acordo com Ibipiapina (2014) o ábaco é o “ancestral” das calculadoras e computadores.

Acredita-se que o ábaco tenha surgido há, aproximadamente, 5500 anos e teria sido desenvolvido pelos mesopotâmios. Porém, outros povos também incluíram o ábaco em sua cultura, por exemplo, os japoneses, os russos, os astecas e os chineses. Inclusive o aperfeiçoamento se dera pelos chineses e romanos.

Tal instrumento se torna bastante útil para em cá De acordo com Ifrah (1989, p.123)

Para os que sabem utilizá-lo, é um auxiliar muito útil para efetuar adição ou subtração simples de números compostos de vários algarismos, ou ainda para resolver

problemas mais complicados envolvendo multiplicações, divisões, ou mesmo extrações de raízes quadradas ou cúbicas.

2.1. **Ábaco mesopotâmico**

Considera-se que o primeiro ábaco tenha sido construído em uma pedra lisa e formada por areia e pó. As palavras e letras eram escritas na areia e pedras eram utilizadas para realizar a contagem. Segundo Ifrah, Georges (2001) os babilônios utilizavam este ábaco entre 2700 e 2300 a.c.

Os babilônios utilizavam o ábaco para operações simples como adição e subtração. Segundo Crump (1992), algumas pessoas conhecem um caráter do alfabeto cuneiforme babilônico que pode ser originário de uma representação do ábaco.

2.2. **Ábaco romano**

Na Roma antiga a forma de contagem mais comum era mover bolas numa tábua específica para esse fim. Tais bolas denominavam-se Calculi. Logo abaixo temos uma imagem referente ao ábaco romano.

Esse ábaco era baseado na numeração romana. Tal forma de contagem contrária durou até a queda do Império Romano, porém de forma já limitada (Pullan, 1968).

2.3. **Ábaco chinês**

O ábaco chinês é conhecido como Suanpan. O Suanpan pode ser utilizado não somente para cálculos básicos, mas também para efetuar inclusive multiplicações, divisões, cálculos com raízes quadradas e cúbicas, isso tudo a uma alta velocidade.

Na figura abaixo observamos o número 6.302.715.408 representado no Suanpan.

2.4. **Ábaco japonês**

O ábaco japonês é também conhecido como Soroban, traduzido como tábua de contar. É uma versão modificada do Suanpan.

A base para a utilização do Soroban são a adição e a subtração. Os demais cálculos, tais como, multiplicação, divisão e raízes quadradas, tem como base as duas operações citadas acima.

O Soroban também passou a ser utilizado para o ensino das operações básicas a deficientes visuais. Em 1949, o brasileiro Joaquim Lima de Moraes criou uma adaptação desse instrumento para o uso de deficientes visuais. O Soroban utilizado para deficientes visuais não é muito diferente do utilizado por pessoas com visão. A leitura do Soroban adaptado é feita pelo tato, assim o deslizamento precisou incluir um dispositivo para manter as contas em determinada posição.

3. A SEQUÊNCIA FEDATHI E SUA ORIGEM - ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS.

3.1. Sequência FEDATHI (SF): Definição e Origem

De acordo com Borges Neto et. al. (2013, p. 7633) “a Sequência FEDATHI (SF) é uma metodologia direcionada para a melhoria da prática pedagógica visando à postura adequada do professor em sala de aula”. Esta metodologia, segundo os autores, “tem como essência contribuir para [que] o aluno supere os obstáculos epistemológicos e didáticos que ocorrem na abordagem dos conceitos matemáticos em sala de aula.”

Lira e Santos (2014, p. 2) destacam que a Sequência FEDATHI:

[...] surgiu no início nos anos 1990, com um grupo de estudos da FAGED, para tratar questões relativas ao ensino da matemática. Em suas experiências como matemático, Borges Neto, elaborou uma sequência didática que facilitasse o trabalho dos professores da área a criar possibilidades de construir um ensino de forma eficaz. O nome FEDATHI foi inspirado nas iniciais dos filhos do Professor, que se tornou precursor da Didática da Matemática no Ceará. No fim dos anos 90, a SF foi utilizada experimentalmente em alguns cursos de formação docente envolvendo a utilização de computadores. Assim, a sequência tomou novas proporções e hoje é aplicada em diversos estudos e salas de aula.

Segundo Borges Neto (2013), a Sequência FEDATHI propõe que, ao se deparar com um problema novo, o aluno deve reproduzir os passos que um matemático realiza quando se debruça sobre seus ensaios.

Borges Neto (2018) esclarece que a Sequência FEDATHI enquanto metodologia de ensino, identifica o professor como mediador das situações desenvolvidas com os alunos. A ideia principal, e iremos detalhar isso durante todo o trabalho, é que o aluno se sinta parte do processo e que o professor seja um mediador desse processo de ensino - aprendizagem.

3.2. As fases da Sequência FEDATHI

Para entender melhor a SF iremos tratar de suas fases e de seus princípios. Inicialmente faremos uma explanação sobre suas fases para que o leitor possua uma melhor compreensão do tema abordado neste trabalho. Apesar de serem quatro fases, para uma real vivência da sequência existe uma preparação adequada para se iniciar a sessão didática. Tal preparação irá ser explanada nos demais capítulos.

Fase 1 - Tomada de posição: O professor apresenta o problema para a turma de modo que os alunos possam ao final ter uma ideia geral, ou seja, encontrem um modelo generalizável, isso após manipular casos específicos colocando a “mão na massa”¹. Deve-se ter muito cuidado

¹ Mão na massa: É considerada uma das palavras – chaves ligadas a Sequência Fedathi. Ao colocar a “mão na massa” o discente começa a se debruçar de forma concreta sobre o problema tentando formular uma solução mesmo que de forma forçada.

com o enunciado do problema em questão, já que em muitos casos o enunciado já vem com falhas, seja por indícios dos resultados a serem obtidos ou até mesmo por falta de informações.

Considere os exemplos abaixo.

Exemplo 1: Reduza a fração $\frac{3}{6}$.

Neste caso o aluno pode ser levado a seguir o caminho literal do enunciado, ou seja, ir diminuindo a fração o máximo possível ao invés de simplesmente simplificar. O termo reduzir, não fica claro para o aluno, visto que dependendo da faixa etária, o mesmo irá levar em consideração a forma em que se leu o enunciado.

Exemplo 2: Coloque o nome ao lado de cada numeral.

a) 12

b) 26

O aluno pode ser conduzido a colocar seu próprio nome ao lado de tal numeral. Daí a importância de se ter cuidado ao elaborar atividades ou problemas referentes a um determinado assunto. O docente deve deixar claro o que se deseja com o enunciado.

Deve-se valorizar nessa fase a ideia do Plateau, ou seja, os conhecimentos prévios adquiridos pelos alunos e o contrato didático, cuja finalidade é gerenciar a sessão didática por meio de acordos trabalhados com os discentes e nunca de forma unilateral.

A situação problema escolhida para ser trabalhada pode ser exposta de forma verbal ou mesmo por escrito, ainda podendo ser explanada ao alunado por meio de um jogo, pergunta ou algum recurso que instigue a curiosidade da turma.

Não se deve escolher uma situação simplista a ponto de não favorecer o raciocínio crítico do educando nem complexa demais gerando assim desânimo pela não elucidação do problema. Leva-se em conta que o conhecimento prévio do aluno irá influenciar na situação a ser apresentada.

De acordo com Silva (2018), algumas formas de apresentação podem ser exploradas pelo grupo discente e iremos esmiuçar no quadro abaixo.

Tabela 1. Possíveis formas de apresentação propostas pelos alunos

Escrita	Recurso expositivo através de textos, dando um direcionamento na compreensão, interpretação e contextualização da situação desafiadora a ser (re)descoberto ao objeto de estudo, tornando o discente um agente ativo e autônomo na descoberta da solução - problema.
Verbal	Situação comunicativa que utiliza a oralidade como ferramenta pedagógica

Manipulação de material concreto	Recurso que estimula o desenvolvimento das atividades de forma motivacional no processo de aprendizagem do aluno, dirigindo-se ao raciocínio, a agilidade e a organização do pensamento, a socialização do conhecimento, o favorecimento da concentração, atenção, engajamento e imaginação necessários na compreensão e resolução da situação desafiadora.
Utilização de um jogo	Instrumento didático e pedagógico que permita aos alunos a motivação por diferentes assuntos, se possível tendo um ambiente agradável e enriquecedor na busca pelo conhecimento.
Recurso analógico e digital	Enriquece as habilidades dos alunos, a construir e desenvolver novas descobertas sobre o conteúdo abordado, fazendo com que o ensino e a aprendizagem tornem um “fio condutor” para o desenvolvimento motor e cognitivo do aluno.

Fonte: Silva (2018)

Fase 2 – Maturação²: Nesta fase os alunos devem se debruçar sobre o problema a fim de amadurecer seu desenvolvimento. Nesse momento entra a ideia da reflexão. O aluno ou o grupo deve refletir de fato sobre o problema proposto. É imprescindível a compreensão e a identificação das variáveis relacionadas ao problema. O professor deve interagir com a turma de modo a questionar, indagar a melhor forma de solucionar o problema, jamais utilizando meios que direcionem o caminho para a solução.

De acordo com Sousa (2010) esse é o momento em que o professor coloca a “mão no bolso”, retirando quando for necessário, fazendo perguntas e questionamentos adequados, para assim gerar discussões e reflexões sobre o problema abordado.

Tal fase também é permeada por questionamentos que são tratados como contraexemplos, a fim de que o aluno se coloque diante de determinada situação e possa assim elucidar o problema proposto.

Fontenele (2018) define o processo de maturação da seguinte forma:

“A maturação é, portanto, ocasião para o estudante refletir sobre o que é proposto, debruçando-se sobre a situação e concentrando-se em identificar os dados/variáveis que serão o ponto de partida para elaboração das estratégias de resolução”.

Podemos considerar essa fase como a essência da SF, ou seja, levar o aluno a pensar de fato como um matemático pensaria. Mesmo a SF, atualmente, abrangendo outras áreas, esta surgiu com a ideia de melhorar o ensino de matemática, ou seja, seu cerne é a matemática.

² Maturação vem do latim *maturare*, que significa amadurecer. Porém no âmbito do ensino-aprendizagem passa a ter o significado de amadurecimento das ideias pelos alunos, relata Fontenele (2018).

A tabela abaixo faz um contraponto entre as atitudes do docente e do discente durante tal fase.

Tabela 2. Atitudes almeçadas na fase de maturação

Professor	Aluno
<ul style="list-style-type: none"> - Iniciar discussões com o aluno sobre a atividade proposta na tomada de posição; - Adotar a pedagogia mão no bolso para observar como os alunos desenvolvem suas ações; - Respeitar o tempo de maturação do aluno, tendo paciência para esperar que chegue a solução; - Instigar a participação ativa dos estudantes, buscando manter a motivação provocada na tomada de posição; - Usar perguntas e contra exemplos para lidar com dúvidas e dificuldades dos discentes; - Propor a colaboração em equipe; - Saber analisar os possíveis erros dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Adotar posição investigativa ante a atividade proposta pelo professor; - Debruçar-se sobre a atividade e mobilizar seus conhecimentos prévios, analisando com calma a situação proposta; - Identificar e compreender variáveis envolvidas no problema; - Exercitar seu raciocínio: levantar hipóteses, testar estratégias, questionar, etc; - Ter iniciativa para expor dúvidas e dificuldades ao professor; - Reconhecer sua forma de organizar as informações, delinear estratégias, identificando o que precisa ser melhorado no modo como conduz sua maneira de aprender; - Compreender que as dificuldades e erros fazem parte da aprendizagem, porém precisam ser superados.

Fonte: Fontenele (2018)

Fase 3 – Solução: Nessa etapa os alunos devem expor as soluções desenvolvidas e deverão confrontar seus resultados com os dos demais. O professor deve deixar livre a solução, podendo ser por meio de esquemas, tabelas, desenhos, etc. Nesse momento o professor utiliza uma postura onde se faz necessário deixar o poder investigativo do aluno aflorar, deixando os discentes criarem suas próprias soluções. Tal pedagogia se faz necessária também para que exista um debate e um confronto de ideias durante a atividade. O professor nesse momento se encarrega de mediar as discussões e gerar outros questionamentos caso necessário.

O professor também deve estar atento e verificar as deficiências encontradas na aprendizagem dos alunos, sejam elas: déficit de atenção, não compreensão do tema abordado (mesmo o professor tendo utilizado de forma correta o Plateau), falta de interesse, dentre outros

fatores. O docente também pode utilizar como ferramenta a pergunta ou os contraexemplos já citados anteriormente.

O estudante, após maturar e refletir, apresenta, com argumentos, a sua resposta ou múltiplas trajetórias para serem analisadas e debatidas pelos demais colegas, que podem ter trilhado caminhos diferentes, e pelo professor, que formula exemplos, dá contraexemplos, verificando, assim, se são satisfatórias ou se têm erros, limitações, devendo, se necessário, retornar à fase anterior ou ir para a prova. (MENEZES, 2018, p. 93)

Deve-se lembrar que o aluno é o agente da ação, porém o professor deve se preocupar em dar condições para os discentes exibirem seus resultados sem o constrangimento habitual que muitos possuem por achar que não são capazes de decifrar problemas ligados à matemática ou a uma ciência tida como exata.

No que se refere ao trabalho que estamos preparando a fase de solução é muito importante, pois aqui os alunos podem mostrar as diversas formas de resolver o problema proposto e de operar utilizando como única ferramenta o ábaco, por exemplo. Ao utilizar o ábaco em sala de aula pode-se esperar algumas soluções equivocadas, mas que podem ser superadas mediante a utilização de contraexemplos e perguntas que levem a questionamentos sobre o significado de cada operação.

Fase 4 – Prova: O professor irá generalizar, juntamente com os grupos, o problema proposto deixando claro os erros cometidos. Segundo Sousa et al. (2013) o professor deve fazer conexões com outros modelos apresentados e mostrar que, com o aprendizado daquela questão, o aluno será capaz de responder outros problemas daquele nível.

“Cabe ao professor mediar o debate com a socialização das respostas encontradas, gerenciando os erros com contraexemplos, no intuito de que o próprio aluno perceba a necessidade de refazer o raciocínio que percorreu e encontre a resposta mais adequada.” (SOUSA, 2015)

Para que a sessão didática se torne válida devemos compreender a importância do domínio do conteúdo por parte do docente. É inadmissível que o professor utilize como metodologia a SF ou qualquer outra sem ter autoridade quanto ao assunto a ser abordado, visto que o mesmo terá que utilizar ferramentas próprias da disciplina em questão, nesse caso, a matemática, para gerar perguntas questionadoras, contraexemplos úteis para a elucidação do problema ou simplesmente para sua compreensão. Enfim, não adianta planejar uma boa sessão didática se o conhecimento específico é falho.

Podemos exemplificar isso da seguinte forma: O professor compreende sobre operações básicas, porém não domina a ferramenta utilizada neste trabalho, ou seja, o ábaco. Como conduzirá de forma coerente as atividades ou sessões didáticas aqui propostas? Logo, a segurança do professor será fundamental para uma boa participação dos alunos e também uma

interação que leve a turma ou o grupo a uma troca de ideias que os levem à elucidação do problema proposto.

3.3. Princípios da Sequência FEDATHI

De acordo com Borges Neto (2018) os princípios da SF são: pedagogia mão no bolso, situações adidáticas, a pergunta como ferramenta de interação, o contraexemplo, o acordo didático e a concepção do erro. Todos esses princípios são de suma importância para a compreensão e aplicação da SF.

Antes de darmos continuidade a temática, cabe uma pergunta não tão simples e que confunde aqueles que não são “estudiosos” da SF. Podemos considerar a SF uma metodologia ativa?

Segundo Pereira (2012, p. 6) entendemos como metodologia ativa todo o processo de organização da aprendizagem (estratégias didáticas) cuja centralidade do processo esteja, efetivamente, no estudante. Em contrapartida a SF tem como foco principal o professor.

Portanto, não podemos considerar a SF como uma metodologia ativa.

Surge então o seguinte questionamento: e o aluno onde fica neste processo?

Para respondermos tal pergunta basta perceber que cuidando do professor e formando o docente de modo adequado também estaremos atingindo o aluno. Uma educação de qualidade se constrói a partir de profissionais qualificados e motivados para o devido exercício da profissão.

Lógico que não queremos depreciar as diversas metodologias ativas que tão bem são utilizadas por diversos educadores em sala de aula, apenas temos a intenção de mostrar que a SF tem como foco principal o docente.

3.3.1 Pedagogia “Mão no Bolso”

A expressão “mão no bolso” passou a ser empregada em meados de 1997 por alunos bolsistas, professores e pesquisadores do laboratório de pesquisas multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará.

Falar em uma pedagogia “mão no bolso” significa gerar uma análise sobre as ações discentes e docentes em um processo de ensino - aprendizagem, onde os agentes de tal processo necessitam conhecer suas condutas, pontos fracos e fortes para que assim consigam avançar em seus objetivos, cada um dentro de sua própria competência. Mais uma vez defendemos a importância de o aluno pôr a mão na massa, manipulando e executando a atividade proposta.

Por muitas vezes nos deparamos em sala de aula com alunos tachados de indisciplinados, inquietos, desconcentrados, e não compreendemos que a dinâmica do cotidiano

entre as paredes da escola mudou. Vivemos uma geração onde as crianças e adolescentes têm o mundo nas mãos. Então será que uma aula tradicional satisfaz a estes jovens? Podemos até reconsiderar tal pergunta. Será que somente aulas tradicionais satisfazem aos nossos alunos? Precisamos de pessoas que pensem, e pensar se torna algo significativo para a metodologia que estamos abordando neste trabalho. Quando falamos de uma metodologia onde o professor coloca suas mãos nos bolsos não estamos querendo em hipótese alguma um educador estático, mas sim um docente que estimule, questione e não faça ele mesmo o que o aluno deveria fazer.

O aluno na verdade deve tentar solucionar o problema, ou seja, “pôr a mão na massa”, sempre sob o olhar atento do professor, que por sua vez faz a função de intermediador.

Na SF se vivencia como princípios não somente situações didáticas, ou seja, situações usuais de ensino, onde o aluno distribui ao professor respostas formais e montadas. No próximo princípio falaremos um pouco das chamadas situações adidáticas que vão na contramão do que acabamos de citar.

3.3.2 A pergunta como ferramenta de interação

Imagine a seguinte situação: O professor entra em uma sala de aula de Ensino Médio (sala essa em que não ministrava disciplinas corriqueiramente). Ao adentrar, mostra o Ábaco como ferramenta de trabalho para aquele dia. A turma se encontra no primeiro ano de curso. O docente então os questiona sobre o ábaco proferindo a seguinte pergunta: Vocês conhecem esse objeto? Sabem o nome dele? Alguns alunos se mostram confiantes e respondem de forma correta. Porém a grande maioria não sabe do que se trata. Apesar da pergunta feita pelo professor não está relacionada, ainda, com as fases da SF, é uma forma que este pode utilizar para interagir com os alunos e tentar identificar quais os conhecimentos adquiridos por aqueles educandos ao longo de suas vidas escolares. Tais perguntas necessitam de uma resposta direta, sim ou não e o nome do objeto. As perguntas realizadas principalmente na fase de maturação devem levar ao questionamento, ao esclarecimento e a orientação dos discentes, visto que muitos não tem uma boa base em sua formação matemática.

De acordo com Soares et al (2018) a pergunta bem elaborada para determinada situação é um instrumento de estímulo à investigação por parte dos alunos e o docente permitirá que os mesmos se ponham no lugar de um pesquisador em sala de aula, algo que a própria SF propõe.

Porém a pergunta não deve ser utilizada como ferramenta somente na fase da maturação mas também é possível de ser utilizada nas fases de solução e prova, em que na solução o professor utiliza contra exemplos para validar as diversas formas de elucidação para o problema e auxiliar mesmo que de forma indireta a explicação do “enigma” por parte do alunado.

Já na fase da prova o aluno poderá realizar questionamentos para que assim verifique se o caso particular em que chegou de fato se encaixa no caso geral demonstrado pelo professor nesta mesma etapa.

Portanto, na atual conjuntura escolar precisamos mais do que nunca dialogar com nossos alunos e questionar sempre que necessário. A pergunta torna o trabalho em sala mais dinâmico e favorece o aluno do ponto de vista em que este se fará parte da descoberta. Descoberta essa pregada pela SF e instigada por tantos teóricos ligados à área da educação.

3.3.3 **Mediação**

Ser mediador é um papel fundamental na SF. A mediação é, talvez, a palavra chave para se vivenciar tal metodologia. Costumamos dizer que a SF não se aplica, se vivencia. Vivência essa, em sala de aula, que transforma o ambiente, muitas vezes hostil, em um ambiente favorável ao debate de ideias e soluções que mesmo erradas mostram algum sentido em seu desenvolvimento. Pensar como um matemático faz parte de toda a situação didática aqui explanada. Porém como um aluno conseguirá raciocinar de forma semelhante a um matemático se muitas vezes não possui sequer aptidão para tal ciência? Aí entra a função docente. O professor deve acompanhar o aluno em todos os seus passos, em todas as fases da sequência didática e mediar inclusive ideias que gerem ou não conflitos.

Devemos lembrar que em muitos casos nos deparamos com turmas onde seus integrantes possuem opiniões fortes e que levam à desarmonia. Nesse momento se deve verificar a melhor maneira de mediar. Talvez refazer o acordo estabelecido inicialmente? Esta seria uma possibilidade. Porém tudo deve ser adequado à realidade da turma. Essa situação também poderia ser prevista nas análises anteriores à SF, visto que o professor, em geral, possui conhecimento prévio da turma.

No livro intitulado “Sequência FEDATHI: Fundamentos”, Pinheiro (2018) utiliza a figura de Vygotsky para embasar de forma consistente a ideia da mediação. Trata da acepção de instrumento e signo, em que instrumento seria a ferramenta utilizada pelo docente em sua prática (materiais concretos tais como: régua, compasso, etc) já o signo seria o conceito adquirido por meio desses instrumentos. Na figura a seguir temos uma ideia de uma atividade mediada segundo Vygotsky.

Devemos ressaltar ainda que para Vygotsky existem no mínimo dois níveis para o desenvolvimento: O primeiro seria o real, onde o aluno tende a aprender sozinho. Já o segundo seria o potencial, onde o aluno tende a aprender com o auxílio de uma outra pessoa.

3.3.4 O Contraexemplo

Olhando do ponto de vista matemático podemos definir como contraexemplo ao exemplo que torne falsa uma determinada proposição.

Consideremos a seguinte proposição: “Se $x \leq 3$, então x é primo”.

Vamos aqui considerar que x seja um número natural. A proposição em questão tem valor lógico falso. E como mostrar isso para o aluno? Utilizando um contraexemplo, por exemplo, mostrar que $1 \leq 3$ e 1 não é primo. Vale ressaltar que nesse caso o docente deve falar sobre o fato do número 1 não ser primo, pois pela experiência adquirida em sala de aula percebe-se que muitos alunos indicam o número “um” como pertencente ao conjunto dos números primos.

De acordo com Ferreira (2018, p.49) o professor não deve se prender somente a erros e acertos, pois o mais importante é a reflexão dos alunos quanto suas ações, sempre utilizando perguntas e contraexemplos para que os resultados sejam coerentes e conclusivos.

Deixamos para o leitor os seguintes questionamentos: Uma pergunta pode ser considerada como um contraexemplo? Sua eficácia se dá somente quando o aluno erra o problema ou podemos fazer valer também para o acerto?

3.3.5 Contrato didático

Esse termo surgiu em 1982 com Guy Brousseau que o define da seguinte forma.

É o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. Tal contrato é o conjunto de regras que determinam o que cada elemento da relação didática deverá fazer e que será, de uma maneira ou de outra, válido para o outro elemento. Ou seja, é o conjunto de relações estabelecidas entre o professor, os alunos e o conhecimento. São as expectativas do professor em relação aos alunos e destes em relação ao professor, incluindo-se, nessa relação, o saber e as formas como esse saber é tratado por ambas às partes.

O contrato didático é estabelecido pelo professor, mas não deve ser algo unilateral, o aluno deve perceber sua participação. Em alguns casos o contrato deve ser revisto, pois existe uma ruptura ou simplesmente se deixou uma lacuna. Uma sequência didática deve ser elaborada de tal modo que o professor procure vislumbrar as possíveis dificuldades que terá ao aplicar a atividade principalmente em turmas heterogêneas, onde muitos alunos não simpatizam com a disciplina ministrada.

Segundo Brousseau (1996a), o contrato didático regula as intenções do aluno e do professor frente à situação didática. A mobilização do aluno em enfrentar o problema e a conscientização de que o professor não deverá intervir na transmissão explícita de conhecimentos para o aluno revelam pleno aceite do contrato didático. Além disso, o aluno é

sabedor que o professor elaborou uma situação que ele tem condições e pode fazer, pelo menos em parte, pois esta é justificada pela lógica interna e pelos conhecimentos anteriores dele, não sendo necessário recorrer a qualquer intervenção didática do docente. Ainda de acordo com Brousseau (1986, p.50) o contrato didático é “regra do jogo e a estratégia da situação didática”.

Assim devemos reiterar a importância do Plateau. É necessário, inclusive para o contrato didático, que o docente saiba o nível de conhecimento de seus alunos a fim de evitar essas quebras no contrato e ao mesmo tempo que o aluno tenha a consciência de que é capaz de solucionar o problema sugerido.

Em geral problemas matemáticos sugerem soluções únicas. Isso é esperado pelo aluno. A partir do momento que ele se depara com problemas com duas ou mais soluções começam a querer questionar o contrato. Neste momento o professor deve estar seguro de sua posição, caso contrário será inevitável se reorganizar o contrato.

Brousseau (1986) retrata um esquema na forma triangular que estabelece as relações de um contrato didático.



Figura 5. Triângulo das situações didáticas Fonte: Brito (2012)

Chevallard (1988) reafirma que o contrato didático reúne três instâncias e não somente duas como se imagina em muitos casos, são elas: O professor, o aluno e o saber. As cláusulas do contrato regem as relações que professores e alunos mantêm com o saber.

O contrato didático estabelecido em aulas expositivas deve ter o mesmo direcionamento do contrato aplicado em atividades regidas em grupos, ou seja, em aulas em que o professor adota uma prática pedagógica onde prevalece a coletividade? A resposta a esse questionamento é dada por Silva (1999):

Devemos notar que o contrato didático depende da estratégia de ensino adotada, adaptando-se a diversos contextos, tais como: as escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho solicitado aos alunos, os objetivos do curso, as condições de avaliação, etc.

Nota-se que quando nos referimos a matemática enquanto disciplina, a prática pedagógica mais comum é a aula expositiva, ou seja, o contrato didático se dá dessa forma por meio de exposição de conteúdos e aplicação de atividades.

Tratando-se de uma aula expositiva uma forma a ser adotada pelo docente para verificar a eficácia de sua apresentação seria a seleção de tópicos referentes ao assunto que foi abordado em sua explanação e que possivelmente o aluno tenha tido a capacidade de assimilar, e assim criar problemas que possam ser solucionados pelos discentes.

E como verificar se de fato o aluno assimilou de forma correta o assunto abordado, ou seja, o contrato didático foi cumprido? Segundo, Silva (1999)

O aluno, por seu lado, cumpre seu contrato se ele bem ou mal compreende a aula dada e consegue resolver, corretamente ou não os exercícios. Se isso não acontecer, o professor deverá ajudá-lo, dirigindo-se o seu trabalho através de indicações que esclareçam suas dúvidas ou de pequenas questões elementares que conduzam ao resultado.

Quanto ao trabalho coletivo/individual (que deve ser apresentado diante da turma), em geral, o professor elabora uma sequência aqui denominada de sequência didática (citada anteriormente). Assim o contrato didático age de uma forma diferente da que observamos na aula expositiva. Nessa situação, o professor passa a depender das soluções apresentadas pelas equipes/aluno. Como já mencionado no texto é muito comum em matemática se esperar uma única solução para o problema, porém aqui não necessariamente isso ocorrerá. Pode-se ter uma única solução ou até várias soluções para o problema proposto. Podemos ir além, o enunciado do problema, pode inclusive, trazer informações que não sejam suficientes a sua solução ou até mesmo informações a mais ou desnecessárias. Tudo isso ocorre pelo fato da equipe poder discutir e chegar a um consenso, obrigando-os no momento da discussão com toda a turma expor para os demais tais contrariedades.

Deve-se lembrar ainda que verificar os resultados obtidos faz parte do contrato didático. E se ocorrerem rupturas no contrato? Como deve ser realizada a renegociação?

Há uma forma mais clara de se enxergar o contrato didático. Que forma é essa? É justamente o momento em que esse contrato é quebrado, transgredido. De acordo com Silva (1999) um exemplo bastante nítido dessa ruptura ocorre quando o professor pretende introduzir um conceito não por uma aula expositiva, mas com uma atividade em que os alunos, partindo de uma situação problema, resolvam questões trabalhando individualmente ou em duplas e no final o professor faz com toda a turma o fechamento, visando institucionalizar os conceitos que se pretende construir. Os alunos, ao perceberem que deverão “colocar a mão na massa” começam a questionar com frases do tipo: “não sei como fazer”, “como começar”, “a teoria não foi dada”, “você não vai explicar o enunciado?” e assim por diante.

Para Jonnaert (1996), na relação didática, há uma tendência natural em manter a estabilidade do contrato didático, isto é, cada parceiro procura manter-se em dia quanto ao papel

que deve desempenhar, afinal, há uma expectativa recíproca entre professor e alunos. Contudo, poderão ocorrer situações em que as regras estabelecidas sejam transgredidas por qualquer uma das partes, o que caracteriza uma ruptura do Contrato Didático. A ruptura se verifica no momento em que o sistema de obrigações recíprocas é desrespeitado e a confiança entre os participantes do sistema didático desestabilizada. Em geral, os momentos de ruptura são aqueles em que o contrato vigente no sistema didático se explicita.

Segundo Araújo, Câmara dos Santos e Acioly-Regnier (2010), com a ruptura do contrato didático podem ocorrer mudanças necessitando na grande maioria das vezes um novo trajeto para a retomada do próprio contrato.

Deve-se falar também sobre os efeitos deste contrato. O contrato didático não visa facilitar a atividade para o professor nem mesmo para o aluno. O intuito principal é a aprendizagem de fato, não simplesmente a memorização ou a utilização da intuição para a resolução do problema. O auxílio do educador deve ser considerado pelo aluno como uma forma de que este atinja um resultado satisfatório utilizando para isso seu próprio conhecimento e não simplesmente a execução ou operação a ser aplicada. Silva (1999) diz que:

Desejando que seus alunos obtenham bons resultados, o professor tende a facilitar-lhes a tarefa de variadas maneiras como, por exemplo, fornecendo-lhes abundantes explicações, ensinando pequenos truques, algoritmos e técnicas de memorização ou mesmo indicando-lhes pequenos passos nos problemas.

A Sequência FEDATHI vem justamente para questionar um pouco dessa prática tentando gerar uma autonomia maior do aluno e uma “Pedagogia mão no bolso” por parte do professor. Mas é claro que no sistema educacional atual se torna complexo o docente ministrar 100% de suas aulas neste formato, já que muitas instituições visam resultados satisfatórios de forma instantânea.

Brousseau (2008) trata desses efeitos utilizando o seguinte problema:

“Em um navio embarcam 26 ovelhas e 18 cabras. Qual a idade do capitão?” “44 anos” – disseram os alunos. [...] Os pesquisadores perguntaram então aos alunos se não haviam achado o problema um pouco estranho. “Achamos, a pergunta era meio boba – disseram alguns”. Porque as ovelhas não tem nada a ver com a idade do capitão!” “Então, por que responderam?” “Porque a professora perguntou” (BROUSSEAU, 2008, p.77).

Chevallard (1988) propõe um problema idêntico. Sua conclusão após análise dos resultados é que os alunos possuem duas lógicas, a primeira é o próprio contrato didático e a segunda que é abandonada fora da sala de aula ao se transpor sua porta. O autor ainda se refere à alguma regras internalizadas pelos discentes que geram muitos equívocos. Vejamos algumas dessas regras:

- Sempre há uma resposta a uma questão matemática e o professor a conhece. Deve-se sempre dar uma resposta que eventualmente será corrigida;
- Para resolver um problema é preciso encontrar os dados no seu enunciado. Nele devem constar todos os dados necessários e não deve haver nada de supérfluo;
- Em matemática resolve-se um problema efetuando-se operações. A tarefa é encontrar a boa operação e efetuá-la corretamente. Certas palavras chave contidas no enunciado permitem que se adivinhe qual é ela.
- Os números são simples e as soluções também devem ser simples, senão, é possível que se engane.
- As questões colocadas não têm, em geral, nenhuma relação com a realidade cotidiana mesmo que pareçam ter, graças a um habilidoso disfarce. Na verdade, elas só servem para ver se os alunos compreenderam o assunto que está sendo estudado.

Podemos citar ainda alguns efeitos do contrato didático tais como:

- A amizade exacerbada com o aluno fazendo com que o preceptor defina conteúdos que facilitem o aprendizado do aluno;
- Problemas de cunho metafórico que na verdade não se tratam de contextualização e sim de uma tentativa errada de associar assuntos externos à sala de aula com temas abordados na disciplina evitando, portanto, um debate mais coeso sobre o assunto em questão;
- Tomar como objeto de estudo algo específico do assunto abordado, generalizando de tal forma que o aluno sempre lembrará deste objeto e não do conteúdo por completo. Ao se estudar equação do 2º grau, por exemplo, se fala muito da fórmula de Bháskara, porém pouco se ensina a utilizar as relações de Girard para o cálculo rápido das raízes, caso a equação possua soluções inteiras.

Para resolver uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$ utilizamos as seguintes expressões:

Tabela 3. Fórmula de Bháskara x Relações de Girard Fonte: Próprio autor

Fórmula de Bháskara	Relações de Girard
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Percebe-se então que os alunos ao se debruçar sobre um problema levam em consideração tão somente o enunciado não questionando sequer sua veracidade ou a ausência

de alguma outra informação. Os tais efeitos são tratados por Brousseau (1996) e explicitados na tabela a seguir elaborada por SOUZA (2016).

Tabela 4. Efeitos do contrato didático

Efeito Pigmaleão ou fenômeno das expectativas	É caracterizado como um fenômeno inevitável, devido à instituição de um contrato didático. O professor valoriza a imagem que se faz mediante as expectativas, limitando o nível de exigência em relação ao real.
Efeito topázio ou controle da incerteza	O professor, ao desejar que seus alunos obtenham bons resultados, tende a facilitar-lhes a tarefa de variadas maneiras, com explicações abundantes, ensinando pequenos truques, algoritmos e técnicas de memorização ou mesmo indicando-lhes pequenos passos nos problemas (SILVA, 2005).
Efeito jourdain ou mal-entendido fundamental	Para evitar a comprovação do fracasso do aluno, a partir do debate, o professor, admite perceber indícios de um conhecimento científico nos comportamentos ou nas respostas dele, ainda que sejam, motivados por causas e significações banais (BROUSSEAU, 2008).
Deslize metacognitivo	O professor acaba substituindo o discurso científico por um discurso fundamentalmente ligado ao senso comum, [...] promovendo um deslize, uma ruptura e um deslocamento do objeto do saber: este sai do plano científico para o plano do senso comum (BRITO MENEZES, 2006).
O uso abusivo da analogia	Quando o professor ao perceber o fracasso da aprendizagem oferece chances sobre o assunto, recorrendo às analogias e o aluno obtém a solução por meio das indicações didáticas, não realizando uma releitura do problema em questão.

3.3.6 A Concepção do erro

Iniciemos esse tópico com o seguinte questionamento: Errar no processo de ensino - aprendizagem pode ser considerado algo bom? Por que esse questionamento? Em geral se trata o erro como algo que não possui significado. Para a SF a ideia de erro passa pelo processo de aprendizagem do aluno, onde este consegue aprender de forma efetiva. O educador por meio

de questionamentos e contraexemplos, como já citado, pode inclusive fazer com que o aluno saia do “estado” de erro para o “estado” de acerto. E quais fatores são essenciais para o erro do aluno? Podemos citar vários, dentre eles: falta de atenção, ansiedade, pressa, falta de conhecimento do assunto, etc. Cabe ao docente compreender o motivo do erro. Segundo Lorenzato (2010),

O erro constitui-se numa oportunidade para o professor mostrar seu respeito ao aluno, pois o aluno não erra por que deseja; e mais, o erro é pista (dica) para a realização de sondagem às suas possíveis causas. Os erros de nossos alunos podem ser interpretados como verdadeiras amostragens dos diferentes modos que os alunos podem utilizar para pensar, escrever e agir (2010, p. 50).

O erro, principalmente, nas séries iniciais ajuda o professor na identificação do problema de aprendizagem do aluno, nos temas relevantes a serem abordados, com o intuito de aprimorar o conhecimento e assim o discente está apto a passar para um outro estágio.

A imprecisão ao não ser identificada e sanada pode gerar sérios prejuízos ao aluno. Imagine um aluno que não assimilou o conceito de adição, por exemplo. Como tal criança poderá assimilar as demais operações se todas dependem de forma incondicional do processo aditivo? De acordo com Melo (2018) sabendo que o erro faz parte do ensino-aprendizagem, temos como um dos fatores mais grave, na vida escolar, o fato de que o erro signifique fracasso aos alunos e, ainda que mereça punição.

A falha em determinado momento da solução vai de encontro ao que prega a SF. O professor utiliza a ideia de mediador a fim de que o aluno possa, investigando, achar onde errou, o que torna uma determinada atividade bem mais atrativa.

E em qual das etapas da SF o erro passa a ter uma maior evidência? Como a terceira etapa, no caso, a solução, é o momento em que o aluno expõe suas ideias, fica claro que este é o instante em que o docente pode de forma mais precisa determinar a falha existente no processo de resolução do problema.

4. UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Neste capítulo iremos tratar de forma mais efetiva da proposta de uma sequência didática voltada para a formação de futuros docentes e ligada aos conceitos referentes às operações básicas. Inicia-se tratando da preparação da sequência didática e detalha os três encontros de aplicação da sequência. O que se propõe em cada sessão pode ser inclusive adequado pelo docente/mediador de acordo com o trabalho realizado em sala de aula e suas especificidades.

4.1. **Preparação da sequência didática**

Sabemos a importância de se prognosticar possíveis problemas ou falhas que possam acontecer em um determinado momento de uma sessão didática. Por conta disso se torna imprescindível preparar de forma detalhada tal evento. Deve-se considerar que a reflexão se faz necessária inclusive para que uma prática evolua de modo a gerar novas práticas pautadas sempre na continuidade, levando o aluno a um aprendizado contínuo e sólido. Portanto, este tópico irá especificar de forma objetiva os caminhos a serem trilhados para uma boa vivência da SF.

Inicialmente falaremos sobre o chamado Plateau. Já foi citado anteriormente mas vale ressaltar aqui também. De acordo com Bezerra (2017) é um conjunto de conhecimentos adquiridos pelos alunos e que seja compreendido por todos, tanto por aqueles que dominam para mais ou para menos os conteúdos. Daí a importância do professor dominar de forma precisa o conteúdo a ser trabalhado em sala e ao mesmo tempo dosar de modo que todos os presentes consigam chegar a um resultado no mínimo parecido. A ideia da descoberta é fundamental para que o aluno crie “gosto” por aprender e assim se motive a dar continuidade a temática abordada. O educador não deve, em outras palavras, entregar de “bandeja”, uma determinada solução ou simplesmente uma resposta pronta. Instigar a fazer é o que move a SF.

Assim, devemos nos atentar de forma mais clara sobre os chamados conhecimentos prévios. A importância de tais conhecimentos são extremamente relevantes para a aplicação de qualquer sessão didática, visto que o alunado necessita de saberes anteriores aos abordados, mesmo que tal assunto seja introdutório. Por exemplo, um professor irá falar sobre subtração com números inteiros. É necessário que o aluno tenha um conhecimento prévio sobre adição com números inteiros. O Plateau visa justamente minimizar a diferença ou discrepância entre os conhecimentos adquiridos por alunos ligados a um mesmo ambiente.

Na figura abaixo Fontenele et al (2016) relatam os elementos principais para a elaboração da sessão didática. São elas: Análise ambiental, análise teórica e conhecimento prévio (Plateau).

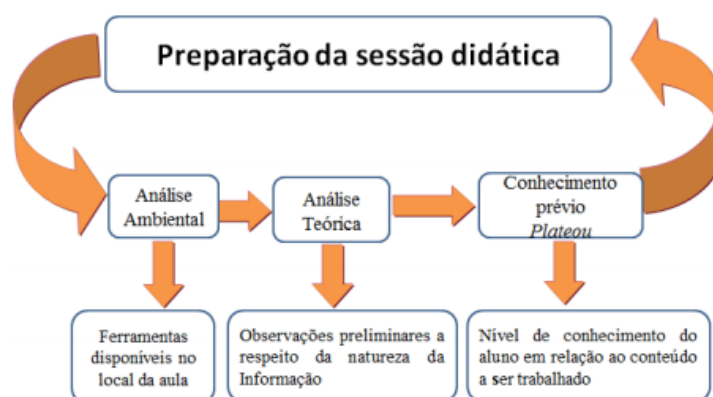


Figura 6. Preparação da sessão didática Fonte: Fontenele 2016

Quando se trata da análise ambiental o professor deve ter em mente a importância de conhecer bem o ambiente em que irá trabalhar a fim de evitar surpresas no decorrer de sua atividade. Já na análise teórica se deve avaliar de forma coesa todas as informações que serão reproduzidas e dúvidas que venham a existir. A ideia do Plateau ou conhecimento prévio, como já citamos é a verificação do saber do aluno, já que para a apresentação de uma sessão didática ao discente pressupõe-se que já se tenha uma base sobre o assunto que será abordado. Caso essa base não exista o professor deverá fomentar em sala antes da aplicação da sequência.

De acordo com Soares (2018), ao adotar como metodologia a SF, o professor não se exime da responsabilidade de ensinar, mas se propõe, em sua prática, a possibilitar que os alunos percorram caminhos plurais na tentativa não apenas de responder questões, mas de compreendê-las e problematizá-las em outros percursos formativos.

A sequência didática ora proposta deverá ser realizada em três encontros, tendo como público alvo alunos do curso de pedagogia ou alunos ligados à escola de formação pedagógica (modalidade normal), visto que estamos trabalhando um tema ligado às séries iniciais. Os três encontros estão definidos com base nos seguintes temas:

Encontro 01: Sistema de numeração e adição com números naturais

Encontro 02: Subtração com números naturais e pesquisa sobre a satisfação quanto o emprego da atividade.

4.2. Introdução à pesquisa

Para desenvolver um bom trabalho de pesquisa deve-se utilizar como ferramenta, o Plateau. A fim de se conhecer melhor o nível da turma o professor poderá, se achar necessário, escolher um ou dois alunos para uma aplicação rápida de uma atividade envolvendo o ábaco e

as operações básicas. Estes necessitarão ser voluntários e ligados a escola em questão, para que assim, de fato, o plateau seja válido. Uma das ideias é que tais alunos auxiliem durante as sessões didáticas como forma de valorizar o esforço de cada um deles.

Primeiramente estabelecemos o chamado contrato didático que por sua vez não pode ser unilateral, como citado no capítulo anterior, mas sim um momento de diálogo para o estabelecimento das regras, regras essas que por sua vez podem facilitar inclusive no momento da aplicação com toda a turma. No contrato didático, em questão estabelecemos que

I) Não será possível a utilização de nenhuma ferramenta com exceção do ábaco;

II) Os alunos não poderão realizar cálculos mentais, visto que a ideia central é a utilização do ábaco.

III) As dúvidas relativas à atividade serão respondidas por meio de questionamentos e contra exemplos.

O docente também pode solicitar que os alunos indiquem regras que considerem pertinentes ao momento.

Portanto é recomendado que se inicie falando sobre o sistema de numeração decimal. A ideia de unidade, dezena, centena, etc, é fundamental para a compreensão dos conceitos de adição e subtração, visto que terão que manusear bem o ábaco e para tal a disposição das anilhas de forma correta é essencial.

Em princípio podemos prever algumas dificuldades quanto a esta temática, tais como:

- A falta de prática com a ferramenta em questão, no caso, o ábaco.
- A insegurança ao efetuar as operações básicas utilizando o ábaco.
- A “tentação” de utilizar cálculos mentais para chegar ao resultado final.
- O fato de não conhecer ou lembrar de sinônimos ligados às operações básicas.

Alguns alunos podem tender a deixar sempre 9 anilhas na haste, ou seja, se após a soma efetuada a casa das unidades tiver 14 anilhas, o discente poderá ter em mente que deverá tirar apenas 5 dessas anilhas para que restem assim somente 9. Porém não teria como fracionar essas 5 peças ao efetuar a troca com as dezenas, o que impediria a continuidade do processo.

Assim, inicialmente, se deve propor aos alunos (voluntários) que efetuem as seguintes operações utilizando o ábaco como ferramenta.

a) $395 + 234$;

b) $546 + 632$;

c) $2348 + 3574$;

d) $543 - 356$;

e) $426 - 259$;

Como esta é a primeira atividade, e o tempo é limitado por conta do horário das aulas dos discentes, deve-se solicitar que a iniciem dispendo o número 395 no ábaco. Ambos os alunos devem ter a consciência de como trabalhar com o sistema de numeração decimal. O docente deverá fazer com que o aluno compreenda que ao somar, se adiciona, ou seja, se acrescenta. Mas na verdade esse conceito não deve ser entregue aos alunos de forma tão facilitada e sim, o docente, deve utilizar como ferramenta “a pergunta” ao mesmo tempo que utiliza a “pedagogia mão no bolso” que de fato são pontos cruciais relacionados a SF. Os questionamentos bem colocados farão com que os discentes consigam ir além de uma simples propriedade ou mesmo de algo memorizado que realizaram durante tantos anos.

Já que este é o primeiro exercício, o aluno poderá sentir ainda dificuldade quanto a transformação de unidades para dezenas, de dezenas para centenas e assim sucessivamente. Isso recai em uma das dificuldades citadas anteriormente, a falta de prática em manusear o objeto a ser manipulado.

Outro ponto que deve ser tocado é o tempo de aprendizado de cada aluno. Durante a vivência da SF se deverá analisar tal tempo e compreender que o nível de compreensão de um aluno é diferente do nível de outro.

Voltando ao exercício (a) os alunos deverão encontrar como resultado 5 centenas, 12 dezenas e 9 unidades. Assim, os mesmos devem perceber que a haste ligada às dezenas não pode ter mais do que 9 anilhas. Aqui temos o primeiro percalço. Porém, se o aluno conhecer de forma concreta os conceitos relacionados com as principais operações conseguirão finalizar a atividade de forma correta, obtendo como resposta final 6 centenas, 2 dezenas e 9 unidades.

Provavelmente será perceptível alguns erros ligados a termos empregados de forma equivocada tal como emprestar. Ora, mas como utilizar este termo se emprestar significa que o alvo do empréstimo será devolvido? Então, cabe ao docente por meio de questionamentos fazer com que o discente chegue a um termo mais adequado. Este termo pode ser doar, trocar, etc. Jamais se deve desconsiderar qualquer resposta sem explicar o real motivo pelo qual não se pode utilizar esta ou aquela palavra.

O caminho ser percorrido entre as soluções de cada problema é um fator preponderante de observação por parte do aluno. Se houver uma compreensão que de fato o faça enxergar o melhor caminho a ser trilhado para a solução do problema, isso o ajudará nos demais desafios.

Ao passar para os últimos dois exercícios, no caso, os de subtração os alunos podem tender a utilizar o mesmo procedimento que na adição, porém o processo passa a ser de retirada e não de acréscimo.

O convencional será o aluno escrever primeiramente no ábaco o número 543, ou seja, 5 centenas, 4 dezenas e 3 unidades. Em seguida poderá retirar 3 centenas do minuendo. Mas em seguida encontrará o seguinte problema. Como subtrair 5 dezenas de 4 dezenas?

O professor poderá utilizar perguntas questionadoras que levem o aluno a compreender a temática. Aqui enumeramos algumas perguntas que podem ser utilizadas ou não. Fica a critério do educador criar novas perguntas.

Tem algo que você possa fazer para relacionar a centenas com as dezenas? ou elas não podem se relacionar?

- Que tal ter um novo olhar sobre a subtração? O que seria esse tal “**empréstimo**”?
- E se falarmos em dezenas? Quantas unidades teríamos?
-

4.3. **Preparação do ambiente**

Esta etapa tem início quando introduzimos a pesquisa com os dois alunos citados anteriormente. Porém temos ainda que verificar os materiais existentes na escola, o que será necessário para a aplicação das atividades e todos os detalhes que podem se opor a uma sessão didática bem-sucedida.

A sequência didática ocorrerá em uma sala de aula tradicional onde os alunos se dividirão em equipes de três a quatro pessoas, no máximo. Pode se pensar, inclusive, na possibilidade de se construir ábacos por parte dos alunos para que assim se pudesse iniciar a atividade propriamente dita. Caso haja oportunidade se pode considerar uma ideia de grande valia já que estamos tratando da formação de professores além de que tais educadores, em geral, lecionam em escolas, muitas vezes, sem condições de adquirir uma diversidade de materiais.

Serão necessários para a atividade os seguintes instrumentos:

Ábacos com hastes verticais ou horizontais, quadro branco para explanação do conteúdo;

Quadro branco e pincéis coloridos para a explanação de conteúdos relativos à atividade a ser ministrada.

A sequência didática será realizada em três dias como discriminado anteriormente.

4.4. **Vivência da Sequência FEDATHI**

4.4.1. **Encontros 01 e 02**

Duração da aula: 200 minutos
Nível de ensino: Curso de graduação em pedagogia/Alunos ligados a escola normal (curso técnico em pedagogia)
Assunto: Sistema de numeração decimal, adição e subtração com números naturais.
Análise ambiental
Público alvo: Alunos ligados ao curso de pedagogia de universidades públicas ou privadas e alunos de escola de formação profissional pedagógica, aqui denominada de escola normal. Conteúdo: As operações matemáticas básicas (adição e subtração) utilizando como ferramenta o ábaco. Tempo didático: 200 minutos para cada sessão Materiais: Ábaco, quadro branco e pincéis coloridos.
Análise teórica
Objetivo da sequência didática: Apresentar de forma diferenciada a ideia de adição com números naturais aos futuros pedagogos/alunos da escola normal das séries iniciais do ensino fundamental, visto que muitos destes, não possuem durante os três anos inseridos na educação profissional um maior contato com a educação matemática e suas ferramentas para um aprendizado de maior eficácia. Plateau: - Conhecimento sobre sistema de numeração. - Conhecimento sobre números naturais. - Conhecimento básico sobre o ábaco e formação de um número natural utilizando como ferramenta tal objeto. Justificativa do uso dos materiais: O material (ábaco) será utilizado com o intuito de ser inserido de forma mais eficaz nas aulas ministradas, futuramente, por tais discentes, seja durante os momentos de estágio ou já em efetivo exercício. Também se deve levar em consideração os conceitos que podem ser inseridos com a utilização de tal instrumento, tais como: o nosso sistema de numeração, as operações básicas envolvidas (adição e subtração)
Vivência
Nivelamento do Plateau: Pretende-se inicialmente relembrar a escrita de um número natural em sua base decimal, pois será necessário para a utilização do ábaco. Após tal explanação, iremos

detalhar a concepção de soma, porém em nenhum momento demonstraremos como utilizar o ábaco para tal operação, visto que a ideia é que os próprios alunos desenvolvam o conceito aditivo pautado na ferramenta que estará sendo utilizada.

Tomada de posição: Problemas propostos à turma e as perguntas a serem exploradas.

Problema 01: Em uma caixa há 126 laranjas e 269 peras. Pedro ao fazer o abastecimento depositou na caixa 234 maçãs. Quantas frutas ficaram na caixa ao final?

Resposta: _____

Problema 02: Um sorveteiro vendeu em uma semana 563 picolés de goiaba, 229 de laranja e 418 de manga. Quantos picolés foram vendidos ao todo?

Resposta: _____

Problema 03: A soma de dois números é igual a 7.256. Sabemos que um desses números é 4.205. Qual o outro número em questão?

Resposta: _____

Problema 04: Tio Cardoso possui em seu sítio uma centena e meia de galinhas. Esta semana ele vendeu 63 galinhas. Quantas galinhas ele ainda tem?

Resposta: _____

Problema 05: Numa biblioteca haviam 2347 livros. Efetuaram uma compra de mais 3458 exemplares e tiveram que se desfazer de 1143 dos livros antigo. Quantos livros passou a ter na biblioteca?

Resposta: _____

Observação: As demais perguntas encontradas nos diálogos da vivência da SF derivam exclusivamente do momento, ou seja, foram desenvolvidas no momento do diálogo e provenientes tão somente de tais discussões.

Maturação: Os alunos estarão divididos em equipes de no máximo três pessoas visando sempre uma atuação coletiva em prol de um aprendizado mais eficaz. Com relação aos problemas que poderão ser encontrados citamos, logo abaixo, alguns:

- A não utilização correta da troca como forma de solucionar o problema mais rapidamente ou simplesmente não decifrar de fato o enigma.

- Não conseguir compreender a ideia de adição bem como a utilização de seus sinônimos para a elucidação do problema.

Perguntas a serem utilizadas na sessão didática

1) A ordem da escrita de um número natural tem importância quando trabalhamos com o ábaco?

- A ideia dessa pergunta é verificar se o aluno compreende que um número na base decimal deve ser escrito no ábaco como unidade, dezena, centena, etc.

2) O que significa o termo adição?

- Com essa pergunta pretendemos fazer com que o aluno enxergue certos adjetivos a palavra citada com o intuito de que o mesmo utilize como ferramenta para a solução da atividade.

3) E se invertemos as parcelas da soma o que acontece com o resultado?

- O intuito aqui é que o aluno compreenda que a adição goza da propriedade comutativa.

Solução: De acordo com o número de equipes formadas se deve dividir por itens. Por exemplo, três equipes apresentam as soluções para os itens A e B e mais três equipes para os itens C e D, isso por questões exclusivamente de otimização do tempo. Provavelmente alguns grupos terão dificuldade em trabalhar a ideia da troca e teremos que utilizar perguntas ou contraexemplos que as levem a atingir o objetivo da atividade.

Prova: Nesta etapa iremos verificar a veracidade das soluções colocadas pelos alunos e após identificar supostos erros ocorrerá a formalização das soluções propostas.

Durante a sessões didáticas corre-se o risco de os alunos não lembrarem de regras básicas ligadas às operações fundamentais, o que dificultaria a aplicação da SF.

Além disso a falta de conhecimento prévio das turmas por parte do professor faz com que se torne necessário uma certa precaução mesmo quando trabalhado um tema simples e do cotidiano. O fato de ter feito uma “experiência” com os dois alunos minimiza a chance de erro, porém caso não seja possível que ocorra tal prática o docente deverá ser minucioso em sua explanação e sanar todas as dúvidas possíveis dos alunos com o intuito de verificar o nível da maioria dos discentes.

Inicialmente explica-se o sistema de numeração utilizando como objeto de estudo o ábaco. Em seguida faz-se um breve apanhado sobre as operações em questão, no caso, a adição

e a subtração. Neste momento utiliza-se as regras tidas como clássicas a fim de que no momento da oficina os alunos compreendam o porquê de tais regras. Tal momento deverá levar no máximo 30 minutos.

Após a primeira parte finalizada divide-se a turma em equipes de no mínimo três e no máximo quatro pessoas como falado anteriormente. Após a acomodação de todos faz-se o contrato didático com a turma de modo a deixá-los à vontade para interagir com o mediador da atividade. No contrato constará alguns termos, tais como: não ser permitido a comunicação com participantes de outras equipes, não ser permitido a utilização de calculadora e papel, por exemplo, antes de efetuar o cálculo por meio do ábaco, e outras diretrizes que se fizerem necessárias por parte do mediador. Este momento deverá ter uma duração máxima de 15 minutos levando em conta as eventuais dúvidas que surjam.

Após o primeiro contato com os alunos deve-se distribuir os ábacos para as equipes. Vale ressaltar que dependendo da escola pode haver mais de um tipo de ábaco, por exemplo, um vertical e outro horizontal.

Pode-se ainda se programar, mesmo antes de aplicar a sequência FEDATHI, o trabalho com o ábaco de forma espontânea, para que assim os alunos pudessem compreender o sistema de numeração utilizando um meio mais palpável. Inclusive o início da atividade pode ocorrer com o estilo da atividade abaixo já mostrado no quadro 6.

Atividade introdutória: Represente no ábaco os números abaixo.

- a) 38
- b) 231
- c) 3947

Tal atividade visa verificar se de fato os alunos compreenderam a explanação feita pelo mediador sobre sistema de numeração. Tal modelo é de extrema relevância e serve também como plateau, visto que para os próximos problemas a noção do sistema de numeração é fundamental.

As equipes tendem a desenvolver de forma satisfatória tal atividade. Inicialmente alguns alunos podem sentir insegurança no momento de acrescentar as peças no ábaco, porém com a ajuda dos demais colegas da equipe deverá ser possível chegar ao resultado correto da atividade. É importante ressaltar que neste primeiro momento não será utilizada a SF, visto que o intuito principal do problema é que o aluno antes mesmo de formalizar o conceito de adição, consiga compreender a formação de um número e tenha a concepção de sistema de numeração, pois para operar com o ábaco necessitará sobrepor números naturais como, por exemplo, na adição.

Após esse primeiro momento se dará início de fato a aplicação da SF como metodologia de ensino. Já vimos que a primeira fase é a chamada “Tomada de Posição”.

Neste segundo momento fala-se sobre a adição com números naturais. Aqui iniciamos a vivência da SF propriamente dita. Aqui entra-se na chamada “Tomada de Posição”, a primeira fase da SF. Utiliza-se algumas perguntas para uma maior interação com a turma e também maiores questionamentos acerca do tema. É importante a tentativa de fazer com que as perguntas não tenham como resultado respostas objetivas e sem reflexão. Abaixo tem-se algumas perguntas que podem ser desenvolvidas pelo mediador da atividade.

Pergunta 1: O que significa o termo adição?

As respostas devem ocorrer de forma variada, porém deverão ser recorrentes algumas, tais como: acrescentar, juntar, incluir, unir...etc

Pergunta 2: Então podemos dizer que somar/adicionar dois números seria o mesmo que juntar? ou seria melhor utilizar, acrescentar?

Em geral costumam dizer que o significado é o mesmo. Como a ideia é o trabalho do futuros docentes com a educação básica, então, talvez o termo juntar se torne melhor e mais acessível.

Após tais questionamentos o docente poderá utilizar o quadro branco para idealizar a adição nos moldes tradicionais e em breve confrontar tal ideia com o ábaco. Sugere-se uma adição nos moldes $572 + 83$. O importante é conceituar o chamado “sobe 1”, por exemplo. Muitos não sabem o significado e o ábaco será importante para definir este conceito. Fica como sugestão utilizar essa ideia do “sobe 1” como questionamento, perguntando seu significado e analisando cuidadosamente as respostas dos alunos.

Em seguida o professor poderá partir para o segundo problema, agora envolvendo a adição. Dá-se início a segunda fase da vivência da SF, chamada de “maturação”. É o momento em que os alunos se debruçam sobre os problemas e o professor utiliza a chamada “Pedagogia Mão no Bolso”. O educador passa a utilizar como ferramenta neste momento perguntas questionadoras que levam o aluno a elucidar o problema, porém o intuito de tais questionamentos não é favorecer à resposta pronta.

Problemas sugeridos

Quanto aos problemas propostos a primeira dificuldade encontrada pelas equipes deverá ser como somar utilizando somente a ferramenta em questão. Daí percebemos que alguns alunos

podem tentar adicionar os números mentalmente, o que deve levar o mediador a relembrar o contrato didático.

A tendência é que as equipes consigam facilmente compreender a ideia de adição, ou seja, adicionar parcela a parcela no ábaco. Porém em algum momento podem encontrar certa dificuldade já que as hastes do ábaco ficarão sobrecarregadas de anilhas não favorecendo o resultado final. As equipes que tiverem algum tipo de problema será justamente quanto a ideia de acréscimo. Mas como conseguir fazer com que as equipes que não estão conseguindo transpor as barreiras da interpretação dentro do contexto da adição possam solucionar o problema? Basta basear-se em perguntas ou contraexemplos. Dentro de tal cenário as equipes poderão questionar com algumas perguntas, tipo:

Pergunta 1: Professor conseguimos colocar os números 126 no ábaco. E agora o que devemos fazer?

Para tal pergunta o professor poderá questionar qual operação estão trabalhando e seu significado. Essa pergunta deverá gerar na equipe certo questionamento quanto ao significado de adição e por consequência uma ação, ação tal que seria a de sobrepor a segunda parcela da adição à primeira.

Pergunta 2: Após efetuar a sobreposição das anilhas algumas hastes estão com um número superior a nove anilhas. O que fazer agora?

Essa pergunta deve se relacionar principalmente aos dois últimos itens. Nesse caso se deve questionar o que fazer. Se algum dos alunos em questão já trabalhar o ábaco em sala de aula poderá ajudar neste momento. É recorrente a utilização do termo “empréstimo”. Os alunos devem ser questionados inclusive se este termo está correto. Deve-se levar o discente a testar novos termos e ao final se chegará a alguns resultados. O termo “troca” deve ser bem valorizado visto que é uma palavra curta e que se adequa bem ao vocabulário da criança.

A partir da discussão os alunos devem começar a compreender de fato o conceito do ábaco, que gira em torno das chamadas trocas. Essas trocas são de suma importância e facilitam as operações serem concretizadas.

Após a maturação, passou - se a fase da solução. Os alunos devem expor as ideias que os cercam quanto ao ábaco e a forma que utilizaram para solucionar os problemas em questão.

Caso o tempo seja limitado o mediador pode selecionar cada equipe para apresentar dois dos quatro problemas de modo que todos os problemas sejam explanados e todas as equipes participem da etapa de solução. Durante tal fase algumas equipes podem se mostrar inseguras e necessitar do auxílio inclusive das demais equipes. Isso se dá por conta de ser para muitos,

algo novo, e o novo gera medos e receios. Poderá ser comum se atrapalharem nos momentos de trocas de anilhas mesmo tendo resolvido anteriormente de forma correta.

Com isso percebe-se a dificuldade que o aluno possui em sistematizar suas ideias, principalmente no plano matemático. Acha-se a solução de forma correta e minutos depois ocorre-se o famoso “branco”.

O professor ao orientar bem o momento da solução poderá tornar tal instante em um excelente motivo para questionamentos e debates. Isso leva o aluno a um crescimento em vários aspectos, dentre eles: aceitar sugestões, visualizar formas mais precisas de solucionar os problemas bem como outros modelos de solução, etc.

Por fim chega-se a última fase da SF, a chamada “Prova”. Nesse momento o professor deverá demonstrar de modo formal o método (ou métodos) correto(s) de solução. Apesar de ser o momento de formalizar a ideia empregada em todo trabalho, o mediador poderá permitir, caso ache viável, que alguma (s) equipe (s), façam tal demonstração. Aqui, deixa-se claro, outras formas de solução caso necessário. Como se tratam de futuros professores a ideia principal sempre será explicar a solução dos problemas destacados nos quatro itens de modo que todos possam dialogar com seus alunos de maneira simples e objetiva.

No segundo dia de aplicação da SF o professor deverá chegar de forma antecipada a sala de aula e organizá-la da melhor forma para a aplicação da sessão didática. Por conta das experiências vividas no primeiro encontro pode-se iniciar o segundo dia com as cadeiras organizadas em grupos de três a quatro pessoas. Isso agiliza o processo e faz com que não se tenha a necessidade de dispor de tempo para os alunos se organizarem. Neste segundo encontro será trabalhado os problemas restantes propostos no primeiro encontro bem como uma avaliação sobre as atividades empregadas.

Inicialmente o professor deve explicar o tema “Subtração com números naturais e seus conceitos” visto que muitos dos alunos precisavam relembrar do processo ligado à diferença. Neste momento inicia-se a vivência com o chamado Plateau. Apesar de já termos exemplificado a estrutura da SF no primeiro dia de aplicação da sessão didática, se faz necessário tomarmos nota de cada etapa e de sua estrutura, visto que a compreensão de tal tema se dará por vivências adquiridas.

Deve-se ter em mente que tal temática (no caso, a subtração), será bem mais complexa para os discentes, já que o processo de retirada se torna mais árduo, pois necessita de um raciocínio diferenciado quanto a troca dos objetos ligados ao ábaco, no caso, aqui denominamos de anilhas.

Primeiramente, será interessante, que no quadro branco sejam expostos alguns exemplos de subtração a serem resolvidos pelos próprios alunos. Os exemplos foram colocados em nível de dificuldade crescente como mostrado abaixo. A ideia é utilizar inicialmente o método tradicional.

Exemplo: Efetue as seguintes subtrações.

a) $76 - 34$

b) $127 - 112$

c) $1234 - 876$

d) $7658 - 4789$

Tudo indica que os alunos não terão dificuldades nos itens a e b, por não ser necessária a troca entre as hastes, ou seja, as transformações de dezenas em unidades, por exemplo. Porém deverão ter uma maior dificuldade nos dois últimos itens. Ainda há um certo impedimento em explicar o que seria o chamado “vai um” na subtração. Aqui entra justamente a ideia de utilizar o ábaco para quebrar essas barreiras que geram uma forma errada de transmissão para seus futuros alunos. Barreiras essas que são perpetuadas por toda a vida escolar.

Após a realização do Plateau trabalha-se com o cognominado “Contrato Didático” já com a experiência do primeiro dia de atividades. Baseado nas atividades anteriores entende-se que o ideal seriam os alunos estarem apenas com o ábaco em mãos, sem o auxílio de qualquer outra ferramenta. Assim o processo seria mais preciso. Logo, explanada a ideia, os alunos guardam todo material didático abaixo das cadeiras exceto o próprio ábaco. Em seguida deve-se perguntar aos discentes se lembram como utilizar o ábaco. Será normal respostas positivas e negativas, onde as negativas podem ocorrer pela falta de prática no dia a dia ou pela ausência no encontro anterior. Pede-se então que os demais alunos da equipe, antes mesmo de iniciar a fase de Tomada de Posição, dessem alguns exemplos de utilização da ferramenta para os estudantes que ainda possuam dúvidas.

Após a aplicação do exemplo bem como a elucidação das dúvidas sobre o processo de utilização do ábaco damos início à primeira fase da SF, a chamada “Tomada de Posição” e já reportada anteriormente. O docente que estará mediando o encontro deverá expor os problemas propostos em questão.

Tais problemas consistem em tentar fazer com que o aluno compreenda por meio do ábaco a ideia de subtração. Para isso utiliza-se questões objetivas tendo em vista explicar no terceiro encontro problemas mais contextualizados.

Ao aplicar os problemas 3 a 5 citados no planejamento entende-se que a operacionalização é importante quando se trata de contextualizar. Inicialmente deseja-se que o aluno saiba operar, para assim compreender a ideia envolvida por meio de um contexto. Na segunda fase da SF denominada “Maturação” e no tocante à atividade propriamente dita poderá se perceber novamente uma grande dificuldade por parte dos alunos quanto a utilização do ábaco. Quando se trata de adição a ideia formada de adicionar, acrescentar, etc, se torna mais prática à compreensão. Tais adjetivos podem facilitar a resolução de problemas por parte dos alunos. Porém neste instante deverá ser comum uma certa dificuldade em compreender tão facilmente a ideia da retirada e ainda mais a importância da “troca” para a subtração. O docente deve exercer a postura denominada “Mão no Bolso” novamente, bem como as perguntas que levam as equipes a um questionamento mais profundo.

Como citado anteriormente o professor poderá utilizar algumas perguntas como forma de questionar as equipes ou alunos específicos. Por exemplo, qual a dificuldade que vocês estão encontrando para determinar, de fato, o resultado final? A função desse questionamento é justamente compreender qual o obstáculo que serve como barreira para o aluno e assim averiguar de uma forma mais efetiva perguntas posteriores que possam ser realizadas.

Outra pergunta que pode ser feita é: O que significa subtrair? Da mesma forma que se qualificou o termo adição, pode-se adjetivar a subtração. Lembrando que os alunos devem definir tal operação, o docente fica na postura de mediador, utilizando as perguntas necessárias e os contraexemplos adequados.

Em alguns dos problemas os alunos poderão estranhar a quantidade de anilhas em cada haste, já que em ambos os casos deverão efetuar as devidas trocas. Alguns alunos também tendem a continuar utilizando os termos empréstimo e cabe ao professor corrigir toda vez que isso ocorrer.

Na fase de solução deve-se tentar ao máximo colocar pelo menos duas equipes com o mesmo item, para que assim se possa confrontar as soluções de ambas. Por conta do processo mais dificultoso que é a subtração alguns alunos tendem a não solucionar de forma correta os tópicos em questão, seja por esquecimento ou simplesmente por terem efetuado de forma errada ou equivocada as trocas, por exemplo. Mesmo acontecendo uma solução inadequada o erro deve ser valorizado como incentivo e algo a ser aperfeiçoado. A valorização do erro já foi inclusive citada anteriormente neste trabalho.

Na última fase, “a prova”, deve-se ressaltar que é de suma importância a solução de todos os itens e sempre que possível utilizando mais de um método. Por exemplo, no item d os alunos poderão ser questionados se é permitido efetuar primeiramente a subtração ao invés da

adição. Esses detalhes geram curiosidade e fazem os pensamentos surgirem e se efetivarem como conhecimento.

Após a aplicação da SF o professor deverá empregar uma espécie de questionário avaliativo sobre as atividades propostas, a fim de verificar se de fato o aluno conseguiu atingir o objetivo. Tal questionário deverá ser curto e objetivo. Pode-se utilizar a ideia abaixo.

Atividade de Matemática

Turma: Curso de Pedagogia/Curso Normal

Tema: Operações fundamentais utilizando o ábaco

01) Você já havia manuseado o ábaco anteriormente?

Sim () Não ()

02) Sentiu dificuldade no manuseio?

Sim () Não ()

03) Em qual das operações abaixo você sentiu mais dificuldade?

Adição () Subtração ()

04) Para você, a atividade atingiu seu propósito?

Sim () Não ()

05) Caso a resposta anterior tenha sido “não”, justifique a razão.

06) Com os conhecimentos adquiridos você se sentirá seguro em realizar atividades com o ábaco em suas futuras turmas?

Sim () Não ()

07) O que você acrescentaria no plano de aula aplicado?

Com o resultado da pesquisa em mãos o professor pode tabular os dados e verificar os pontos fortes e fracos (deficientes) da atividade realizada gerando assim novas estratégias ou estratégias mais adequadas a realidade de tais turmas. Pode-se ainda utilizar ferramentas on-line para otimizar o tempo de tabulação, empregando por exemplo, questionários do Google, pois neste caso os resultados são expressos de forma individualizada (por grupo) ou em geral, o que de fato facilita para o mediador fazer a análise. Porém para que isso de fato ocorra a escola deve ter um laboratório com internet a disposição e de boa qualidade.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O foco do trabalho em questão é justamente cooperar de forma coerente para a formação do professor do ensino básico em uma área que requer um cuidado em potencial, no caso, a matemática. Por lecionar no ensino fundamental e médio há alguns anos pude verificar erros cruciais quanto às operações básicas. Desde 2010 comecei a compreender que tais erros partiam de forma bem evidente pela falta de formação continuada do professor do ensino básico e talvez por poucos momentos como este que estamos propondo, com a matemática e suas operações. Depois de perceber o quanto os conceitos não são desenvolvidos em sala de aula achamos necessário fazer com que os futuros professores das séries iniciais tomassem conta de sua importância, a fim não somente de transmitir ao aluno o básico do conhecimento, mas ensiná-lo a pensar e principalmente utilizar a criatividade para a solução de problemas.

Inicialmente, a ideia é de se trabalhar exercícios básicos utilizando como ferramenta o ábaco e como metodologia de ensino a SF. A escolha do ábaco como objeto de estudo se dá principalmente no que concerne a criatividade que deverá ser empregada bem como a organização do aluno ao ter que manusear de modo coerente a ferramenta em questão. Conhecer o instrumento de trabalho se faz necessário para uma boa validação da pesquisa ou aplicação de uma certa atividade em sala (nos moldes explicitados). Portanto o mediador/professor que aplicar uma sessão didática como a que esmiuçamos neste trabalho deverá ser um grande conhecedor do objeto a fim de ter condições de tirar dúvidas por meio de perguntas e contraexemplos se fazendo valer da pedagogia mão no bolso como relatado no texto.

A fim de verificar a validade dos ensinamentos adquiridos pelos alunos aplica-se ainda uma terceira atividade, agora sem a necessidade da utilização da SF. Isso pelo fato de se ter que averiguar se a metodologia aplicada de fato foi útil para a pesquisa.

O professor deverá fazer essa análise após todos os alunos entregarem os problemas resolvidos. A ideia é tabular os resultados com o intuito de se fazer uma análise mais criteriosa e se ter um parâmetro de melhora no que diz respeito a compreensão dos conceitos matemáticos sobre as operações básicas. Com os dados numa tabela fica mais fácil de compreender os pontos fortes e fracos de tais alunos e os problemas que geram uma maior dificuldade para os mesmos.

Por fim, neste trabalho apresentou-se estratégias para a elaboração de planos referentes a adição e subtração, o que não impede de o professor regente continuar sua pesquisa utilizando outras operações tais como multiplicação e divisão, por exemplo. Pode-se ainda incluir outros

modelos de ábacos a serem estudados e que foram citados no primeiro capítulo da referida dissertação.

A partir deste trabalho acredita-se que outros poderão complementá-lo ainda com o intuito de se obter uma formação continuada para professores da educação básica consistente e que leve os futuros docentes a transmitir não somente formatos prontos mas instiguem seus alunos a compreender conceitos importantes por meio de ferramentas que motivem o raciocínio e a criatividade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, L. F.; CÂMARA DOS SANTOS, M.; ACIOLY-RÉGNIER, N. Metacognição ou Automatismo: O que Acontece Quando o Contrato Didático é Rompido? Confluências entre a Didática e a Psicologia na Resolução de Problemas Algébricos. In: BRITO LIMA, A. P. A.;

LIMA, I. M. S.; ARAÚJO, L. F.; ANDRADE, V. L. V. X. (orgs.). Pesquisa em Fenômenos Didáticos: Alguns Cenários. Recife: EDUFRPE, 2010.

BEZERRA, A.M.A. A compreensão de Plateau no campo do ensino das ciências: BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI além das ciências duras. Curitiba: CRV, 2017.

BORGES NETO, A Sequência FEDATHI: concepções e princípios para uso no ensino de matemática. Páginas 7633 – 7637. VII CIBEM. Montevideo – Uruguai. Setembro de 2013.

BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI, Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

BROUSSEAU, G. Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. Recherches em Didactique des Mathématiques, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. Didáctica das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996^a

CHEVALLARD, Y. Sur l'analyse didactique:deux études sur les notions de contract et de situation. Publication de l'Irem d'aix Marseille, 14. 1988

CRUMP, Thomas (1992). The Japanese Numbers Game: The Use and Understanding of Numbers in Modern Japan. Routledge.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. A sequência FEDATHI no ensino da álgebra linear: o caso da noção de base de um espaço vetorial. 2013. 94f. – Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2013.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. Maturação: BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. A SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE MATEMÁTICA SUPERIOR: CAMINHOS PERCORRIDOS E INVESTIGAÇÕES FUTURAS. *Educação Matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo: XII Encontro Nacional de Educação Matemática (Enem), 2016. p. 1-12.*

IBIAPINA, W. F. Uso Pedagógico do Ábaco Romano para o ensino do algoritmo de multiplicação. 2014. 189f. Tese (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte–Centro de Ciências Exatas e da Terra CCET, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

IFRAH, Georges. Os números: a história de uma grande invenção. 2ª Ed. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

IFRAH, Georges (2001), *The Universal History of Computing: From the Abacus to the Quantum Computer*, New York: John Wiley & Sons

JONNAERT, Philippe., “Dévolution versus contre-dévolution! Un tandem incontournable pour le contrat didactique”. In: *Au-delà des didactiques, le didactique: débats autour de concepts fédérateurs*. De Boeck Université, 1996

J. M. Pullan (1968). *The History of the Abacus*. Londres: Books That Matter. ISBN 0090894103
LORENZATO, Sérgio. Para aprender Matemática. 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LIRA, JÉSSICA APARECIDA SOUSA; SANTOS, MARIA JOSÉ COSTA DOS. *Reconstruindo a história do gem2: a formação de educadores matemáticos para o uso da Sequência FEDATHI*. 2014.

MENDONÇA, Adriana Ferreira. et al. Sequência FEDATHI, Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

MENEZES, Daniel Brandão. Solução: BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

PEREIRA, Rodrigo. Método Ativo: Técnicas de Problematização da Realidade aplicada à Educação Básica e ao Ensino Superior. In: VI Colóquio internacional. Educação e Contemporaneidade. São Cristóvão, SE. 20 a 22 setembro de 2012.

PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça. Maturação: BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

SANTANA, Ana Carmem de Sousa. Maturação: BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

Silva, Mônica de Oliveira Pinheiro da. *“As Relações Didático-Pedagógicas no Ensino de Geometria com o Software Cabre Geometre.”* Curitiba, 2008.

SILVA, Marta Alves da. Formação do professor reflexivo com a metodologia Sequência FEDATHI para o uso das tecnologias digitais. 2015. 115f. – Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2015.

SILVA DA, Miguel Ângelo. Maturação: BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

SILVA, Nilson Alves. Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau. In: XII Congresso Nacional de Educação. Paraná. 26 a 29 de outubro de 2015.

SILVA, B. A. ; PAIS, L. C. ; DAMM, R. F. . Didática da Matemática: Uma introdução - Mini curso. In: 22a. Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 1999, Caxambu-MG. Atas da 22a. Reunião da ANPED, 1999.

SOARES, Raianny Lima. Sessão didática: BORGES NETO, H. (Org.). Sequência FEDATHI: Fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

SOUZA, M. J. A. Aplicações da Sequência FEDATHI no ensino e aprendizagem da Geometria mediada por tecnologias digitais. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

SOUSA, F. E. E. et al. (Org.). Sequência FEDATHI: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, CE: Edições UFC, 2013

SOUSA, F.E.E. A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de MATEMÁTICA por meio da Sequência FEDATHI. 2015. 282 f. Tese. (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

VYGOTSKY, L.S. A Construção do pensamento e da linguagem. 6ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2001. Tradução: Paulo Bezerra