UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

TÁBITA VIANA CAVALCANTE

A ABORDAGEM CONSTRUTIVISTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS E OBJETOS DE APRENDIZAGEM

MOSSORÓ/RN

2019

TÁBITA VIANA CAVALCANTE

A ABORDAGEM CONSTRUTIVISTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS E OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós- Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural Do Semi-Árido como requisito parcial à obtenção do título de mestre.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Gomes Nunes

MOSSORÓ/RN

2019

C376a Cavalcante, Tábita Viana.   A abordagem construtivista na aprendizagem da matemática com a utilização de recursos didáticos e objetos de aprendizagem / Tábita Viana Cavalcante. - 2019.
91 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Gomes Nunes.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em , 2019.

1. Construtivismo. 2. Recursos didáticos. 3. Objetos de Aprendizagem. 4. Ensino de Matemática. 5 . Ensino Médio. I. Nunes, Antonio Gomes, orient. II. Título.

TÁBITA VIANA CAVALCANTE

A ABORDAGEM CONSTRUTIVISTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS E OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Dissertação Apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido - UFERSA, campus Mossoró/RN para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 25 / 06 / 2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Antonio Gomes Nunes - UFERSA
Orientador

Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues
Membro Interno

Profª. Dra. Fabiane Regina da Cunha Dantas Araújo
Membro Externo

MOSSORÓ/RN, 2019

Dedico este trabalho a Deus e aos meus pais (Cavalcante e Ana Lúcia).

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por ter me proporcionado a oportunidade de chegar até aqui, pelo fôlego de vida, pelo impressionante e infinito amor que Ele tem tido por mim.

Aos meus pais, Cavalcante e Ana Lúcia que me ensinaram, pacientemente, com todo amor e carinho em todas as fases da minha vida e estiveram presentes em meus primeiros passos, em minhas primeiras palavras, em meu primeiro dia na escola, em minha aprovação no vestibular, no concurso e no mestrado e em meu casamento, contribuindo com minha formação humana, ética, profissional, moral e cristã.

À minha irmã e melhor amiga, Priscilla, que, como irmã mais velha, sempre me encorajou e acreditou em mim, através do incentivo dela, hoje sou Professora efetiva do Estado do Ceará.

Ao meu amado esposo, Anderson, que tem experienciado comigo nosso sonho de constituir família, que acompanhou de perto todo o desenrolar do curso e trouxe palavras de ânimo e encorajamento a cada etapa deste mestrado.

Ao Professor Doutor Antonio, por ter orientado de forma significativa este trabalho, por ser um profissional tão humano e sensível com as nossas causas e por ter incentivado o processo de conclusão deste mestrado.

Aos meus queridos companheiros de viagem, Araripe e Euclides, por tornarem exaustivas horas de viagem em momentos prazerosos de alegria, entusiasmo, reflexões e, sobretudo, aprendizagem.

Agradeço aos demais professores e alunos deste mestrado que contribuíram de forma significativa para o andamento do curso.

A todos aqueles que, de alguma forma, estiveram e estão próximos a mim dando o apoio necessário.

Aos meus alunos da Escola de Ensino Médio Liceu de Messejana, que se dispuseram em participar das atividades e da pesquisa.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Muito obrigada!

“Pois dele, por ele e para ele são todas as coisas. A ele seja a glória para sempre! Amém.”

Romanos 11:36

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo promover o uso de recursos didáticos e objetos de aprendizagem voltados para o ensino de conteúdos matemáticos diversos e sugere a utilização de uma abordagem construtivista de ensino, ao invés da abordagem tradicional. Com o construtivismo, considera-se que o conhecimento pode ser adquirido através de ações espontâneas em que o professor é o responsável em instigar a curiosidade, interação e participação do aluno em sua aprendizagem. Por meio de um estudo experimental, buscou-se avaliar se a utilização desses recursos nas aulas de matemática promove um melhor desempenho no rendimento dos alunos e desperta a curiosidade e a investigação. O grupo experimental teve acesso aos recursos didáticos e objetos de aprendizagem aliados à proposta de ensino construtivista e o grupo de controle teve acesso ao recurso didático restrito a livro, quadro e pincel aliados a uma proposta de ensino tradicional. Os resultados mostraram que o grupo experimental obteve melhor rendimento em relação ao grupo de controle.

Palavras chave: Construtivismo. Recursos didáticos. Objetos de Aprendizagem. Ensino de Matemática. Ensino Médio.

ABSTRACT

The present work aims at fomenting the use of educational resources and learning objects guided towards to teaching of diverse math contents. Plus, it suggests the use of a constructivist approach to teaching, instead of the traditional one. Based on Constructivism, it is considered that knowledge can be acquired through spontaneous actions, where the teacher is in charge of instigating the curiosity, interaction and student's participation on learning. Through an experimental study, it aims to evaluate if the use of these resources in Mathematics classes foment a better output in students' performance and arouse curiosity and investigation on them.The experimental group had access to didactic resources and learning objects allied to the proposal of constructivist teaching and the control group had access to the didactic resource limited to book, board and marker allied to the traditional teaching approach. The results showed that the experimental group had a better performance in relation to the control one.

Keywords: Constructivism. Teaching Resources. Learning objects. Match Instruction. High School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RD: Recursos didáticos

OA: Objetos de aprendizagem

SPAECE: Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará

PROINFO: Programa Nacional de Informática na Educação

MEC: Ministério da Educação

Pisa: Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

TICs: Tecnologias de Informação e Comunicação

Fa: Frequência absoluta

Fr: Frequência relativa

cm: centímetro

m: metro

LISTA DE SÍMBOLOS

f: função

$\mathbb{R}$: Conjunto dos números reais

$\mathbb{Q}$: Conjunto dos números racionais

$\mathbb{Z}$: Conjunto dos números inteiros

$\mathbb{Z}^*$: Conjunto dos números inteiros não-nulos

$\forall$: para todo

$\Rightarrow$: implica

$\Leftrightarrow$: equivalente

$\geq$: maior ou igual

$>$: maior

$\leq$: menor ou igual

$<$: menor

$\in$: pertence

$\notin$: não pertence

$\subset$: está contido

Δ: discriminante

$\neq$: diferente

%: porcentagem

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A matemática tem sua importância no desenvolvimento da sociedade e sua presença na educação escolar é fundamental para o desenvolvimento científico e para novas descobertas.

Acerca de seu ensino nas séries iniciais sabe-se que existem atividades motivadoras, utilização de jogos, experiências, situações que trabalham as habilidades cognitivas dos alunos de maneira bem mais informal. A partir da introdução da linguagem matemática com um caráter mais científico e a utilização de novos símbolos, fórmulas, generalizações e abstrações, o desempenho escolar de muitos desses alunos tende a diminuir. Aliada à essa nova linguagem da matemática vem uma série de atividades que não oferecem ao aluno uma curiosidade no aprender matemática e nem tampouco um aprendizado prazeroso. Falta uma relação do conhecimento adquirido com a aplicabilidade desses novos conceitos no cotidiano, fazendo com que cada vez mais a matemática se apresente de forma mais formalizada e distante do cotidiano dos alunos.

Os indicadores revelam que ainda há muito o que se fazer em relação à aprendizagem matemática dos alunos. O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), que é realizado a cada três anos, mostra que o Brasil em relação aos dados da área de matemática tem piorado o seu desempenho. Em 2012, a média de pontos no Brasil era de 391 e, em 2015, esse número caiu para 377, ficando abaixo da média dos demais países que era de 490 pontos. Esses resultados são gravíssimos e levantam um questionamento acerca da qualidade do ensino de matemática a que os alunos brasileiros têm acesso.

Assim sendo, o presente trabalho teve como objeto de estudo uma nova proposta de ensino da matemática com a utilização de recursos didáticos e objetos de aprendizagem aliada a uma abordagem construtivista, valorizando o conhecimento prévio do aluno e sua participação direta na construção do conhecimento por meio de indagações, interação proporcionada pelos demais alunos e também professores, contextualização, manipulação de objetos, simulações de experiências cotidianas e frequentes tentativas que o levam a uma aprendizagem mais participativa, espontânea e prazerosa.

A motivação desta pesquisa se deu por meio de experiências vivenciadas em uma escola particular de ensino com abordagem construtivista. O ingresso à rede estadual de ensino por meio de concurso público me trouxe inquietações ao perceber a desmotivação em aprender matemática por boa parte dos alunos no ensino médio, então a utilização de recursos didáticos e de objetos de aprendizagem foi um diferencial na aprendizagem desse alunado, promovendo a curiosidade e a investigação matemática para obtenção de uma aprendizagem significativa e mais acessível.

A finalidade desta pesquisa foi reconhecer que uma abordagem construtivista no ensino da matemática influi de forma positiva na aprendizagem e desempenho de alunos do ensino médio. Outra finalidade é de reconhecer que o uso de tais recursos auxilia no processo de ensino da matemática básica e também na aprendizagem dos alunos do ensino médio. Além disso, discutir acerca da formação de professores de matemática e sua influência na aprendizagem discente. E, por fim, argumentar por meio de uma pesquisa experimental que o uso de tais recursos aliado a uma abordagem construtivista interfere positivamente na formação matemática dos alunos.

Quanto à estrutura desta pesquisa, será exposta uma abordagem geral do trabalho no primeiro capítulo, intitulado “Introdução”.

No segundo capítulo desta pesquisa, intitulado “Uma abordagem construtivista no processo de ensino e aprendizagem”, foram apresentadas algumas características acerca de abordagens de ensino tradicional e construtivista na visão de alguns autores e os papéis desempenhados pela escola e pelo professor dentro de uma educação construtivista.

O terceiro capítulo intitulado “A influência da formação de professores de matemática no processo de ensino e aprendizagem” trouxe uma abordagem histórica dos cursos de formação de professores de matemática no Brasil e sua influência no processo de ensino. Trará, ainda, na perspectiva de alguns autores, que conhecimentos são relevantes para uma boa atuação de um professor de matemática.

O quarto capítulo intitulado “Recursos Didáticos e Objetos de Aprendizagem” explanou alguns aportes teóricos e definições sob o olhar de alguns autores quanto à classificação desses objetos em estudo. Será abordada a importância da utilização dos recursos didáticos e dos objetos de aprendizagem variados em sala de aula, apresentando-os como um facilitador do processo de ensino e aprendizagem e um facilitador da autonomia dos alunos e da interação entre os alunos e professores. Será apresentado também, em cada tópico, um recurso diferente utilizado por alunos do 1º ano do ensino médio da Escola de

Ensino Médio Liceu de Messejana nas aulas de matemática, acompanhado de uma sucinta explanação do conteúdo matemático em estudo.

O quinto capítulo intitulado “Procedimentos metodológicos da aplicação” situou o leitor em relação ao local escolhido para a aplicação dos questionários, aos participantes da pesquisa experimental em análise e expôs, por meio de tabelas, informações acerca dos dados socioeconômicos coletados pelos grupos experimentais e de controle, concluindo que os dois grupos possuem realidades sociais e econômicas semelhantes sendo conveniente a comparação entre os grupos.

Por fim, o sexto capítulo intitulado “Análise de resultados” expõe as informações da coleta de dados por meio de gráfico de colunas, contendo as devidas conclusões. Em cada questão, há um comentário conciso acerca da resolução da questão em análise. Ao final, é feita uma avaliação geral dos resultados obtidos.

Espera-se que, com esta pesquisa, os professores de matemática sintam-se desafiados a promover a curiosidade e a participação dos alunos nos conteúdos matemáticos e que explorem a diversidade de recursos didáticos e objetos de aprendizagem que existem como uma ferramenta importante em suas práticas docentes.

2 UMA ABORDAGEM CONSTRUTIVISTA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

O presente capítulo tem por objetivo situar o leitor sobre o construtivismo no âmbito educacional, trazer a distinção entre uma abordagem tradicional e uma abordagem construtivista, percebendo que divergem quanto às suas práticas. Pretende-se também trazer a discussão sobre o papel da escola e o papel do professor dentro de uma educação construtivista.

De acordo com a história da educação brasileira, a educação era vista como um privilégio de poucos, cujas classes mais favorecidas tinham mais oportunidades e o ensino era centralizado na figura do professor, autoritário e formalizado, as tomadas de decisão eram conservadoras e não havia espaço para diálogo. Com inúmeras reformas e governos, a educação se tornou mais acessível. Com a Constituição Federal de 1988, a criação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, dentre outros movimentos, o ensino se tornou de comum acesso e uma escola cada vez mais universal começou a atuar de forma mais dinâmica. Vale ressaltar que a descentralização do conhecimento na figura do professor começa a surgir valorizando o conhecimento prévio do aluno, desde então grandes mudanças no quadro educacional são adotadas no país.

Apesar dessas grandes transformações, a prática do autoritarismo e da centralização do conhecimento pelo professor ainda é frequente no Brasil. O modelo tradicional de ensino sendo tão criticamente discutido na educação vem resistindo ao longo dos anos e sua permanência nos moldes educacionais é uma preocupação dos dias atuais.

Acerca do construtivismo, o biólogo Jean Piaget (1896-1980) considera que o conhecimento é produzido através da interação do sujeito com o meio e a obtenção do conhecimento está relacionada a partir das estruturas prévias que já existem. Segundo Piaget, os estágios do desenvolvimento (sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto e operatório normal) são caracterizados de formas distintas e cada estágio subsequente está relacionado com o estágio anterior. Para Moreira (2016, p. 15):

> Aprender é atuar sobre o objeto de aprendizagem para compreender e modificá-lo. Aprende-se quando se entra em conflito cognitivo, ou seja, quando somos defrontados com alguma situação que não sabemos resolver. Na perspectiva construtivista de Piaget, o começo do conhecimento é a ação do sujeito sobre o objeto, ou seja, o conhecimento humano se constrói na interação homem-meio, sujeito-objeto. Quando uma pessoa entra em contato com um novo conhecimento há, naquele momento, um desequilíbrio, surgindo a necessidade de voltar ao

> equilíbrio. O processo começa com a assimilação do elemento novo, com a incorporação às estruturas já esquematizadas, através da interação. Há mudanças no sujeito e tem início o processo de acomodação, que aos poucos chega à organização interna.

No Brasil, o construtivismo teve seu marco a partir da edição brasileira dos livros da psicolinguista argentina Emilia Ferreiro, nos anos 80. Tais publicações se difundiram rapidamente pelo país e se tornaram referência das políticas públicas de vários estados.

> Emilia Ferreiro se tornou uma espécie de referência para o ensino brasileiro e seu nome passou a ser ligado ao construtivismo, campo de estudo inaugurado pelas descobertas a que chegou o biólogo suíço Jean Piaget (1896- 1980) na investigação dos processos de aquisição e elaboração de conhecimento pela criança – ou seja, de que modo ela aprende. (MOREIRA, 2016, p. 22)

Suas pesquisas e a parceria com Piaget trouxeram uma forte influência sobre a educação e revelam os processos de aprendizado, entrando em conflito com os métodos tradicionais de ensino. Conforme Moreira (2016, p. 23), "tanto as descobertas de Piaget como as de Emilia levam à conclusão de que as crianças têm um papel ativo no aprendizado". Elas constroem o próprio conhecimento – daí a palavra construtivismo.

Nem Piaget e nem Emilia propõem um método de ensino, mas promovem questionamentos. Os conflitos e inquietações de quem está a aprender são importantes para a construção do conhecimento, dando ao aluno a oportunidade de interagir e de desempenhar um papel atuante no desenvolvimento da aprendizagem.

2.1 Abordagem tradicional e abordagem construtivista de ensino

É importante perceber que a escola tradicional tem raízes profundas na história da educação brasileira, sendo a pioneira a influenciar as práticas educacionais das escolas e servir de ponto de partida para outros modelos de ensino, mesmo sendo alvo de muitos olhares críticos, ela tem se mantido até hoje. A seguir, vamos expor algumas características do modelo tradicional de ensino.

Uma das características desse modelo é a transmissão do conhecimento e a utilização da linguagem como principal ferramenta de ensino. Quando o professor reproduz o conhecimento, é por meio da linguagem que ele assim o faz e o aluno, por sua vez, torna-se um indivíduo capaz de armazenar essas informações que foram transmitidas. Desse modo, o conhecimento humano é caracterizado como acumulativo, cujo indivíduo que aprende apenas recebe e armazena informações. O ensino tradicional nas escolas tem um professor que domina os conteúdos, apresentando em sua prática docente uma metodologia expositiva.

Leão (1999, p. 194), ao descrever essa característica da abordagem tradicional de ensino, diz que:

> A metodologia expositiva privilegia o papel do professor como o transmissor dos conhecimentos e o ponto fundamental desse processo será o produto da aprendizagem (a ser alcançado pelo aluno). Acredita-se que se o aluno foi capaz de reproduzir os conteúdos ensinados, ainda que de forma automática e invariável, houve aprendizagem.

No ensino tradicional, também há aprendizagem do indivíduo que denominamos de passivo e ele é capaz de memorizar fórmulas, reproduzir conceitos, repetir resultados. Essa metodologia, atualmente, ainda é comum em nossas salas de aula e nos traz um questionamento sobre a qualidade do ensino em uma escola de abordagem tradicional. Assim, tornar-se construtivista é uma necessidade que compete à escola e, para que essa necessidade seja atendida, modificações de ensino devem ocorrer em vários aspectos, faz-se então uma mudança necessária.

Já a prática docente construtivista se baseia na valorização das ações do aprendiz, agora a transmissão do conhecimento dá lugar à participação direta do aluno em sua aprendizagem. O conhecimento adquirido é um produto de ações espontâneas e o professor, diferente da abordagem tradicional que induz o conhecimento, é o responsável em instigar a participação do aluno, que o torna, assim, um protagonista na produção do conhecimento.

Werneck (2006, p.180) ressalta que:

> Como teoria vai, o Construtivismo, propor uma modalidade de aquisição do conhecimento em que o sujeito de modo ativo, compreenda cada fase do processo, perceba os nexos causais existentes entre eles e incorpore como seu aquele conteúdo e não que reconstrua por si mesmo a bagagem científica já constituída. Talvez se justifique o termo construtivismo como uma condenação ao processo impositivo de transmissão do conhecimento. Levanta a possibilidade de uma transmissão sem imposição e de uma recepção sem a característica da passividade.

Esse aluno que tem a oportunidade de aprender por meio de ações é o que busca entender os significados e os porquês da ciência ter chegado em suas formas prontas, não com o intuito de refazer a trajetória que a ciência fez, mas sim com a intenção de compreender essa trajetória, sentir-se parte dela, dar sentido ao que é aprendido, deixando de lado aquele papel do aluno que só aceita e reproduz sem, muitas vezes, aprender de fato o que é ensinado, sem fazer sentido algum. O construtivismo estimula e desenvolve a criatividade, possibilita que o aluno estruture seu pensamento a partir de suas ações e construções.

Essa nova postura adotada em relação à aquisição do conhecimento também valoriza o conhecimento prévio do aluno. Ao abordar determinado conteúdo, é importante que o professor identifique o que seus alunos já sabem a respeito do que será trabalhado, pois o conhecimento prévio é essa ligação entre um conhecimento mais simples para um mais complexo.

A abordagem tradicional e a abordagem construtivista, na prática de sala de aula, divergem entre si; em ambas, o indivíduo vivencia aprendizagem e ambas têm suas consequências na aquisição do conhecimento por parte de quem aprende. O aprender utiliza a interação, seja com outro aluno, com o professor ou com o ambiente, a aprendizagem é mútua e o aluno tem competência de criar, desenvolver e solucionar situações, a aprendizagem possibilita o despertar do pensamento e também gera resultados satisfatórios.

2.2 Papel da escola

A escola é a instituição legalizada que oferece educação de qualidade para todos, contribuindo para a formação do indivíduo no exercício da cidadania e preparando-o no aspecto crítico, ético e participativo como agente transformador da sociedade. No entanto, cabe à escola junto à sociedade promover essa formação de qualidade para o estudante.

A educação de qualidade, que tanto se almeja para a formação de um indivíduo, contribui diretamente para o fortalecimento de uma escola democrática. Essa qualidade no ensino só se torna possível quando todos os membros da escola trabalham juntos para a formação do sujeito, desenvolvendo suas habilidades, competências, atitudes, construindo o conhecimento, promovendo, assim, um agente transformador da realidade na qual ele está inserido. Objetivar essa qualidade educacional investindo também na qualificação continuada dos docentes, formação de funcionários, promovendo reuniões periódicas envolvendo pais, professores, alunos, funcionários e membros da comunidade, combatendo a evasão escolar, destinando recursos para melhorias na estrutura física, investindo na escola em sua totalidade.

Para que o indivíduo seja um agente transformador da sociedade, ele precisa se apropriar da sua cultura, do meio no qual ele está inserido, dos impactos políticos causados na sua era, fatores esses que contribuem na sua constituição pessoal. O aluno já traz sua cultura, suas experiências de vida, cabe à escola, portanto, desenvolver nesse aluno como ele deve conviver com sua cultura e com a diversidade de outras culturas que servirão de base para a construção de interesses comuns a todos os indivíduos. A escola é o ambiente mais conveniente para que o indivíduo desenvolva suas habilidades de expor ideias, de construir o pensamento crítico, de ser autônomo em suas decisões, de respeitar as diferenças e aprender a conviver.

Uma educação que não promove mudanças continua com a visão de que o professor deve atuar apenas como detentor do conhecimento e o aluno como um mero receptor. A educação de qualidade que se busca para a formação do indivíduo crítico e participativo da sociedade é construída coletivamente, não apenas por professores e alunos, mas pelos integrantes da escola como um todo e também pela comunidade na qual a escola está inserida. Sobre essa questão de almejar uma escola emancipadora, que contribui de fato para a formação de um indivíduo crítico, Góis (2015, p.33) defende que:

> É preciso que o conhecimento escolar se constitua no processo ativo de interlocução entre educandos e educadores, tomados na multiplicidade das dimensões cognitivas, afetivas, éticas e estéticas constitutivas do processo educativo que busca a construção de cidadãos ativos e emancipados. A educação emancipadora é foco da escola. Se a escola somente repassar conteúdos, ter sempre boas notas e resultados em avaliações e não preocupar-se em despertar o sentimento de mudança social nos seus educandos, assim como formá-lo político, cultural, antropológico e economicamente, essa escola não tem qualidade e não tem caráter emancipador.

Quando se pensa na função da escola, o que vem à tona é uma série de atribuições que são destinadas ao progresso do estudante, tais como: formar cidadãos, garantir o aprendizado individual, oferecer ao mercado de trabalho um bom profissional, ter um bom índice de aprovações em instituições superiores de ensino, produzir conhecimento, dentre outras atribuições e, para isso ocorrer várias ações devem trabalhar em conjunto. Todos os profissionais da escola e atividades desenvolvidas agem conjuntamente para alcançar tais objetivos.

Tanto a abordagem tradicional como a construtivista objetivam que a aprendizagem do conhecimento por parte dos discentes não deve estar parada em práticas docentes, no tempo ou no espaço, contudo devem estar em constante processo de transformação e avaliação, já que os interesses sociais quanto ao papel da escola sofrem variações e o conhecimento científico, por sua vez, modifica-se à medida que novas descobertas são introduzidas no contexto escolar.

Werneck (2006, p. 189) enfatiza a importância do papel da escola e traz uma reflexão quanto à aprendizagem do conhecimento ao dizer que:

> Na verdade, o conteúdo transmitido pela escola não se constitui apenas da seleção e organização do conhecimento científico de modo a torná-lo adequado e acessível ao nível de desenvolvimento psicológico dos alunos, mas apresenta-se como uma modalidade de saber com características próprias. A concepção crítica do conhecimento entende o saber não como constituído por dados prontos e definitivos, mas como um conjunto provisório em constante processo de revisão e de reconstrução. Torna-se então fundamental para a escola a constante atualização do conteúdo das suas disciplinas e a avaliação dos seus processos de ensino para proteger-se da grande interferência do imaginário social dada a impossibilidade da sua neutralidade.

Diante do que foi dito por Werneck (2006), outras demandas competem à escola. A frequente remodelagem dos conteúdos ofertados nas disciplinas se faz necessária, sabendo que novas ideias, teorias e pensamentos são inseridos no contexto educacional constantemente. É preciso, portanto, uma contínua avaliação nos processos de ensino, nesse caso, oferecendo aos profissionais docentes formações e capacitações para uma melhoria na qualidade de ensino e para enriquecer essas atribuições da escola, também se faz necessária a utilização de atividades que estimulem a autonomia e a curiosidade, atividades que estimulem novos caminhos para solucionar problemas, proporcionando uma maior interação entre os demais alunos, professores e entre o ambiente.

2.3 Papel do professor

Diante de tantas transformações no contexto educacional, dentre elas o crescimento da valorização do professor e a também crescente expectativa em relação ao seu papel na atualidade dentro do processo de ensino, a equipe docente teve que se adaptar aos novos modelos educacionais, até então o que se conhecia era o professor que desempenhava o papel de transmissor do conhecimento e, dentro das novas concepções construtivistas, tem-se agora o professor que estimula e valoriza as ações dos alunos.

O fato de o professor ter uma formação acadêmica, possuir mais experiência e ter uma idade maior em relação aos seus alunos, muitas vezes, faz com que ele continue sendo visto como um transmissor do conhecimento, adotando práticas docentes tradicionais. Frequentemente, o ensino tradicional adotado e o conhecimento centralizado na sua postura, alimentam a ideia de uma superioridade inalcançável, em que o aluno seria incapaz de chegar ao seu nível de conhecimento. Para esse tipo de professor, é necessário saber e ensinar bem para transmitir bem seus conteúdos.

Surge, então, uma constante reflexão na postura do professor e na prática de ensino adotada. O aluno também é capaz de ser um protagonista no processo de ensino e aprendizagem e isso não desmerece a formação acadêmica do docente, esse profissional vai além do conhecimento adquirido em tantos anos de estudo e pesquisa, ele permite que o aluno participe de uma discussão saudável e construa o conhecimento através de questionamentos e experiências. Para o construtivismo, uma situação problema em que o professor estimula, desperta em seu aluno a capacidade de argumentar e de raciocinar de forma correta durante essa prática em sua aula é de fundamental importância. Cruz (2010, p. 18) corrobora ao dizer que:

> A questão da posição do professor diante dos conteúdos escolares tem sido bastante debatida. É engano pensar que o professor construtivista não precisa valorizar os conteúdos ou matérias escolares. Pelo contrário, ele deve, sim, conhecer a matéria que leciona, só que por uma razão diferente da que imagina. Antes se acreditava que o professor sabia bem para transmitir ou avaliar corretamente. Agora, a questão é saber bem para discutir com a criança, para encontrar na história da ciência o ponto correspondente ao pensamento dela para fazer perguntas interessantes, para formatar hipóteses, e para sistematizar, quando houver necessidade.

O docente deve buscar excelência na sua didática permitindo que o discente participe desse processo de construção. O bom ensino não é apenas transmissão de saberes, ele permite que haja capacidade de reflexão do problema proposto, capacidade de estabelecer relações e de formular caminhos diferentes que cheguem a um resultado comum. O papel da construção do conhecimento vem fortalecer o crescimento cognitivo do estudante e, nessa tarefa, faz-se necessária uma mediação para que o resultado possa fazer sentido. Werneck (2006, p. 176) ressalta a importância dessa mediação durante o percurso da construção do conhecimento ao dizer que:

> A chamada "construção do conhecimento" não é então totalmente livre e aleatória levando ao solipsismo e à incomunicabilidade. Ela deve corresponder a uma unidade de pensamento, a uma concordância, a um consenso universal. Não se pode imaginar que possa cada um, "construir" o seu conhecimento de modo totalmente pessoal e independente sem vínculo com a comunidade científica e com o saber universal.

Vale ressaltar que essa intervenção não é para que exista apenas um único caminho, mas para que essa diversidade de caminhos siga uma mesma linha de pensamento, que faça sentido e que haja concordância. É rico para um professor perceber que seu aluno conseguiu aprender e chegou a um resultado através da sua maneira de pensar e, a partir disso, ele pode explorar em suas aulas essa heterogeneidade de pensamentos, visto que existem diversos níveis de aprendizagem. Cada ser tem seu modo único no processo de aprendizagem, nas suas capacidades e formações e tem a possibilidade de crescer e aperfeiçoar seu conhecimento.

As habilidades de um educador que valoriza as abordagens construtivistas em suas aulas possuem uma completude, já que esse profissional, além do conhecimento específico da disciplina a qual leciona, também traz consigo uma sensibilidade em perceber o protagonismo do seu aprendiz no processo de aprendizagem. Esse educador, que sabe escutar e mediar, consegue proporcionar as mais diversas argumentações para enriquecer suas aulas.

Cruz (2010, p. 27) ainda sugere que

> No contexto escolar, seria de grande relevância dar aos professores regularmente um tempo, um local agradável, fora da sala de aula, a fim de que possam, entre si, repensar suas práticas pedagógicas. Para isto é necessário a discussão, o registro e a interação entre eles. Também é importante que eles critiquem, revisem suas posturas, substituindo-as por outras mais eficazes para a finalidade educacional a que foram propostas e com uma fundamentação mais melhorada.

Ou seja, o compartilhar com os demais profissionais suas práticas docentes favorece a reflexão e a mudança de posturas e práticas inadequadas no ensino. O professor construtivista, por sua vez, é aquele que já quebrou o paradigma de que só ele é capaz de falar e acrescentar informações; em sua prática cotidiana, esse docente sabe ouvir seus alunos e dar sentido à heterogeneidade de pensamentos e discursos em suas aulas. Ele consegue utilizar os argumentos dos seus alunos que são tão diferenciados e concluir seu trabalho na aquisição de um conhecimento novo.

3 A INFLUÊNCIA DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

No Brasil, o início dos cursos de licenciatura tinha a característica de possuir três anos de formação específica e um ano de formação pedagógica, o que as literaturas costumam mencionar como "modelo 3+1". Essa distribuição trazia a ideia de que o saber específico da disciplina tinha mais importância frente ao saber pedagógico que, por sua vez, devido ao seu pouco tempo, restringia-se à didática como um conjunto de técnicas que objetivavam transmitir o conhecimento específico adquirido ao longo dos três primeiros anos.

A partir dos anos 1970, mudanças estruturais começam a ser a luta dos educadores, o objetivo era o de que a formação pedagógica se integrasse à formação específica da disciplina nos cursos de licenciatura, para desconstruir a formalização da dicotomia entre saberes. Por meio dessa junção, o professor passou a desempenhar o papel de educador na sociedade, indo muito além do profissional que apenas se dedica ao estudo do conteúdo específico. Essas mudanças passam a ser um reflexo do período em que o país também lutava pela democratização da sociedade. Com esse novo modelo de currículo nas licenciaturas, a escola começa a receber um professor mais engajado com o meio social e as instituições de ensino estreitam cada vez mais os vínculos com a comunidade na qual ela atua. Já nos anos 1980, emerge o rompimento da formação do professor sob a ótica tecnicista. Freitas (2002, p. 139) salienta que:

> Os anos 80 representaram a ruptura com o pensamento tecnicista que predominava na área até então. No âmbito do movimento da formação, os educadores produziram e evidenciaram concepções avançadas sobre formação *do educador*, destacando o caráter sócio-histórico dessa formação, a necessidade de um profissional de caráter amplo, com pleno domínio e compreensão da realidade de seu tempo, com desenvolvimento da consciência crítica que lhe permita interferir e transformar as condições da escola, da educação e da sociedade.

Temos, portanto, um marco da reação ao pensamento tecnicista, a partir dessa nova fase na formação do professor, busca-se oferecer à sociedade um profissional mais inserido no seu contexto histórico e capaz de superar os desafios causados diante de questões técnicas em que ainda perduravam as tradicionais dicotomias entre o pedagógico e as licenciaturas, generalistas e especialistas.

Ao entrar nos anos 1990, período em que a educação ganha mais importância e é palco de grandes reformas governamentais com o aprofundamento das políticas neoliberais, surgem uma série de medidas para a melhoria do ensino público, tais como: distribuição das verbas federais diretamente às escolas, distribuição de livros didáticos para as escolas, reforma do currículo com disciplinas obrigatórias em todo o país, avaliação das escolas e premiação das que apresentarem melhor desempenho. Freitas (2002, p. 142) lista as demais ações oriundas dessa época:

> Educação para Todos, Plano Decenal, Parâmetros Curriculares Nacionais, diretrizes curriculares nacionais para a educação básica, para a educação superior, para educação infantil, educação de jovens e adultos, educação profissional e tecnológica, avaliação do SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica –, Exame Nacional de Cursos (Provão), ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio–,descentralização, FUNDEF – Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério –, Lei da Autonomia Universitária, novos parâmetros para as IES [...]

Essas novas medidas pretendiam amoldar o país para um novo modelo educacional. Ainda de acordo com Freitas (2002, p. 142), tais mudanças são “[...] bases para a reforma educativa que tem na avaliação a chave-mestra que abre caminho para todas as políticas: de formação, de financiamento, de descentralização e gestão de recursos”. A democratização do ensino que permite o acesso do cidadão à escola e as melhorias na educação marcam o período de modernização econômica, do fortalecimento dos direitos da sociedade e do uso das tecnologias da informação e de comunicação.

Tais reformas na educação básica são referências e também parâmetros para as instituições superiores de ensino que visam formar profissionais do magistério. Desde então, tem crescido em todo o país, o número de instituições superiores de ensino que ofertam, principalmente, cursos de pedagogia e licenciaturas, entretanto, junto a esse crescimento cabe a reflexão acerca da qualidade desses cursos para a formação de professores. Visto que o saber docente é plural e os conhecimentos específicos adquiridos, ao longo da formação em instituições superiores, são conhecimentos preliminares diante daqueles que serão adquiridos no exercício da profissão. A boa formação busca trazer um professor que, durante suas atividades, procura questionar suas ações, obtendo um posicionamento crítico, permitindo estar em constante processo de mudanças e buscando criar novas práticas de ensino.

Acerca do currículo dos cursos de licenciatura, ainda existe um distanciamento entre o saber pedagógico, isto é, competências, habilidades e conhecimentos associados às atividades em sala de aula e o saber específico da disciplina, semelhante ao “modelo 3+1”, porém, agora, mesmo com as disciplinas desses dois grupos integradas a partir do primeiro semestre dentro do currículo dos cursos de licenciatura, mantém-se a forma desarticulada e, por vezes, contraditória desses dois grupos. Na licenciatura em matemática, por exemplo, tem-se, por um lado, a aprendizagem matemática por meio de resolução de problemas de forma mecânica com a repetição de resultados pelo professor e, por outro lado, apenas a reprodução e a transmissão do que foi aprendido sem contextualização, sem valorização da participação do aluno em sua aprendizagem e sem a importância de contextualização, construção e interação do aluno frente a esses novos saberes. Azevedo (2014, p.44) afirma que:

> As consequências desse descompasso, que geralmente ocorre nos cursos de Licenciatura em Matemática, refletem-se nas atividades do professor dessa área. Como resultado, percebe-se não só o mau desempenho dos alunos em sala de aula mas, também, uma ineficiência Matemática nas atividades cotidianas que dela necessita. No contexto da formação inicial do professor de Matemática, é preciso lançar-se, como amplo fundamento, o investir nessa formação de modo a encorajá-lo a enfrentar os desafios da carreira docente e, ainda, que perceba a necessidade de constante busca por saberes inerentes ao desenvolvimento de sua profissão docente. Saberes esses que envolvem conceber uma forma de ensino que o futuro professor deve assumir para bem exercer sua profissão.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997, p. 30), é de fundamental importância que o professor, frente ao saber matemático, atue de maneira tal que:

> O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. Além disso, conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos é de grande utilidade para que o professor compreenda melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos.

O conhecimento matemático, caracterizado como saber científico, precisa ser mais acessível ao aluno, esse saber característico da comunidade acadêmica deve passar por uma transformação para que possa ser apto de ser ensinado pelo professor e aprendido pelos alunos. O estudante adquire esse saber matemático escolar por meio de contextualizações em situações cotidianas e apresentação de formas alternativas frente às situações que deram origem aos conceitos matemáticos, para que o conhecimento aprendido não se associe apenas a um contexto de caráter exclusivo, todavia que ele possa ser aplicado em situações gerais e transferido a outras situações. Moreira e David (2010, p. 21) salientam acerca do saber matemático escolar que:

> [...] a prática do professor de Matemática da escola básica desenvolve-se num contexto educativo, o que coloca a necessidade de uma visão fundamentalmente

> diferente. Nesse contexto, definições mais descritivas, formas alternativas (mais acessíveis ao aluno em cada um dos estágios escolares) para demonstrações, argumentações ou apresentação de conceitos e resultados, a reflexão profunda sobre as origens dos erros dos alunos etc. se tornam valores fundamentais associados ao saber matemático escolar.

Essa percepção do professor de matemática diante do conhecimento que deverá ser adquirido pelos alunos permite que eles sejam construtores do conhecimento e não apenas receptores deste. Assim, uma boa prática docente visa contextualizar conceitos matemáticos e também proporcionar que o ensino da matemática não se trate apenas de transmissão de saberes ao seu aluno, mas de um aprendiz que traz consigo um conhecimento anterior que possibilita uma contribuição para a construção de novos saberes matemáticos.

O processo da formação inicial de professores compreende a necessidade de combinar os conhecimentos matemáticos e o conhecimento pedagógico. A relação entre esses saberes tem sido determinante no bom desempenho dos alunos. Cabe destacar que existem outras relações que culminam no sucesso escolar dos estudantes, tais como: conhecimento matemático com conhecimento de outras áreas do conhecimento, conhecimentos matemáticos entre si, conhecimentos da teoria e prática. Azevedo (2014, p. 46) afirma que "um sólido conhecimento matemático e pedagógico aliado à reflexão e à coerência entre teoria e prática, levará o professor de Matemática a exercer sua função profissional com equilíbrio".

Além dessas relações, a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) é um bom recurso para o ensino e a aprendizagem, que permitem aos estudantes aprender conteúdos, muitas vezes, com abordagem tradicional por meio de uma abordagem diferente, por exemplo, ao estudar sobre o conteúdo de *função*, pode-se utilizar um programa computacional que explore os diferentes tipos de gráficos de uma função. A utilização do laboratório de informática da escola, com os recursos tecnológicos que ele oferece, é um aliado no processo de ensino e aprendizagem da matemática e faz parte do crescimento profissional do docente, visto que ele pesquisa outros métodos além do livro didático, atualiza seus conhecimentos e busca adquirir novas práticas de ensino.

Para essa diversidade de relações e recursos, que visam alcançar melhorias no ensino, é fundamental que a formação do docente em matemática envolva a participação ativa em cursos, projetos, experiências, leituras, formações continuadas que atendam às necessidades da prática docente e busquem potencializar suas capacidades. Diante de tantos avanços tecnológicos, científicos e mudanças sociais, é relevante a busca pelo aperfeiçoamento e em estar em um processo contínuo de aprendizado, tais ações de caráter teórico são relevantes para a prática docente.

Ponte (1998, p. 4) elenca alguns itens necessários ao desenvolvimento profissional do professor de matemática:

> Na verdade, um professor, para exercer adequadamente a sua atividade profissional, tem (a) de ter bons conhecimentos e uma boa relação com a Matemática, (b) de conhecer em profundidade o currículo e ser capaz de o recriar de acordo com a sua situação de trabalho, (c) de conhecer o aluno e a aprendizagem, (d) dominar os processos de instrução, os diversos métodos e técnicas, relacionando-os com os objetivos e conteúdos curriculares, (e) conhecer bem o seu contexto de trabalho, nomeadamente a escola e o sistema educacional, e (f) conhecer-se a si mesmo como profissional.

O conhecimento educacional não finda na graduação, pelo contrário, é apenas uma preparação de uma longa jornada de construção, cuja relação harmoniosa entre teoria e prática, conhecimento matemático e conhecimento pedagógico levarão um professor a exercer com equilíbrio sua profissão.

É imprescindível que haja uma boa relação do professor com a própria matemática e que haja uma relação da mesma com outras áreas do conhecimento. A formação matemática dos professores é construída mediante o aprofundamento dessas relações, incluindo experiências dentro da sala de aula, resolução de problemas que proporcionem aos alunos relação com o cotidiano e que sejam contextualizadas, construção de conhecimento matemático por meio de ações concretas e suas aplicações. A pesquisa e reflexão se fazem necessárias para o aperfeiçoamento do seu trabalho.

O conhecimento curricular, ou seja, aquele que se refere ao currículo deve ser adquirido com domínio pelo professor, uma vez que, diante de um currículo formalizado, o papel de um docente em seu processo de formação é o de analisar, adaptar e transpor de forma mais acessível aos seus alunos, de acordo com o contexto vivenciado, pois o currículo deve se adaptar ao seu trabalho.

Outro aspecto relevante à formação do professor é seu conhecimento profissional, adquirido por meio de experiências que são constantemente avaliadas, conforme o surgimento de novas situações. Acerca do conhecimento profissional, Azevedo (2014, p. 46) argumenta que:

> No âmbito da formação inicial, o futuro professor de Matemática deve ser levado a perceber que a aquisição do conhecimento profissional é um processo que perdurará por toda a sua carreira educacional. Essa formação deve fornecer as bases estruturais, de modo que ao professor iniciar sua atividade como docente possa dar continuidade à construção do conhecimento profissional.

Esse conhecimento está em um processo contínuo de construção, Ponte (1998, p. 5) corrobora ao dizer que: “um dos aspectos mais salientes do conhecimento profissional é a sua forte base experiencial. Ele é constantemente elaborado e reelaborado pelo professor, em função dos seus contextos de trabalho e das necessidades decorrentes das situações que vai enfrentando”. Avaliar que uma atividade em grupo tem resultados mais satisfatórios do que uma atividade individual ou que uma atividade por meio do uso de TICs, em determinados momentos, consegue ter aprendizados mais eficazes faz parte dessa reflexão acerca do conhecimento profissional e das diversas maneiras de trabalhar com os alunos consoante às necessidades da profissão.

A relação do professor com o aluno e sua aprendizagem também é uma condicionante para a sua formação profissional. Ao instigar a participação do aluno, utilizando as diferentes formas de pensar em sua prática docente, em sala de aula, promove um aprendizado mais significativo. O protagonismo do aprendiz se torna conhecido pelo educador, existindo uma interação entre quem ensina e quem aprende, permitindo uma proximidade no processo de aprendizagem e uma ruptura nas formas tradicionais de ensino que, por vezes, não facilitam esse processo.

São muitos os desafios enfrentados pelos professores em sua formação para exercer uma profissão tão nobre. Ponte (1998, p. 6) nos traz uma incumbência para a valorização dessa profissão:

> A caracterização do papel, do alcance e da natureza do conhecimento profissional do professor é, por isso, uma condição fundamental da dignificação da função docente. É, também, nossa responsabilidade coletiva permitir que o mais importante deste conhecimento seja reconhecido pelos professores em serviço e apropriado pelos novos professores que se preparam para o exercício da profissão.

Assim sendo, tais elementos se tornam essenciais na formação dos professores de matemática e devem ser prioridade nas instituições superiores de ensino, a fim de formar professores críticos, comprometidos com o aprendizado de seus alunos, capazes de criar boas ações na comunidade escolar e igualmente capazes de proporcionar mudanças significativas na sociedade.

4 RECURSOS DIDÁTICOS E OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Neste capítulo, será abordada a importância da utilização dos recursos didáticos e dos objetos de aprendizagem variados em sala de aula, apresentando-os como um facilitador do processo de ensino e aprendizagem e um mecanismo favorável da autonomia dos estudantes e da interação entre os alunos e os professores. Além disso, serão expostos conceitos de recursos didáticos e objetos de aprendizagem citados por alguns autores e a apresentação de alguns desses recursos educacionais utilizados por alunos do 1º ano do ensino médio durante as aulas de matemática.

Todas as atividades aplicadas bem como a utilização dos recursos didáticos e objetos de aprendizagem tiveram seus registros no ano de 2018 com os alunos do 1º ano, pois envolviam os conteúdos do currículo escolar de matemática distribuídos ao longo de 4 bimestres, posteriormente, a aplicação do questionário socioeconômico e o teste de múltipla escolha, que serão abordados no capítulo 5 e 6 desta pesquisa, deu-se no início do ano de 2019 com os mesmos participantes das atividades do ano anterior.

4.1 Recurso Didático

Acerca da definição de Recurso Didático (RD), Souza (2007, p. 111) considera que:

> Recurso didático é todo material utilizado como auxilio no ensino - aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor a seus alunos. Há uma infinidade de recursos que podem ser utilizados nesse processo, desde o quadro de giz até um data show passando por jogos, passeios para pesquisa de campo e assim por diante.

Para Passos e Takahashi (2018, p.175), “[...] entende-se que os recursos didáticos podem ser variados e vão desde uma simples embalagem, um livro até jogos, vídeos, calculadoras, computadores, entre outros”.

Os RD, bem como toda atividade proposta pelos professores em suas aulas, também necessitam de um bom planejamento, é de total importância que o professor saiba manusear o objeto proposto, que ele teste um software antes de levá-lo à sala de aula e valide tais recursos, visto que o planejamento de RD e uma boa execução desses materiais tendem a alcançar resultados satisfatórios na disciplina. O uso dos RD deve estar associado ao conteúdo da disciplina, é um complemento às boas práticas de ensino, o professor que o utiliza deve ter clareza nas razões que o levam a compartilhar tais recursos e vale ressaltar que uma boa formação facilita essa utilização.

Souza (2007, p.113) enfatiza que:

> Manipulando materiais concretos o aluno envolve-se fisicamente em uma situação de aprendizagem ativa. O caráter motivador é uma das funções do uso de tais recursos pois se sabe que o conhecimento na criança, parte do concreto para o abstrato, e também é bem mais divertido aprender brincando, o cuidado com esse aspecto e imprescindível, pois, ao trabalhar com recursos didáticos, o professor deve estar muito bem preparado, com um bom embasamento teórico assim, realmente poderá cumprir a sua missão, que é ensinar.

Faz-se uma ligação entre concreto e abstrato e permite que o aluno identifique e estabeleça uma relação com o que é estudado e o que é vivenciado no cotidiano, a intermediação do professor, do mesmo modo, é outro aspecto de grande valia. Ao trazer RD para a sala de aula, o professor deve estar atento à participação do aluno ou do grupo à atividade proposta, pois, de acordo com Souza (2007, p. 113), “o uso inadequado de um recurso didático pode resultar no que se chama, “inversão didática”, isso acontece quando o material utilizado passa a ser visto como algo por si mesmo e não como instrumento que auxilia o processo de ensino e de aprendizagem”, por exemplo, levar os alunos a um laboratório de informática e deixá-los sem uma atividade orientada fará com que o estudante manipule o software de qualquer maneira ou acesse qualquer outro conteúdo disponível no computador.

Vale ressaltar que o uso de RD sem uma associação ao conteúdo matemático estudado não garante uma aprendizagem significativa, é importante que a utilização de tais recursos tenha conexão com o que se quer que o aluno aprenda e essa escolha, por sua vez, não deve ser esporádica, a utilização de RD e sua boa execução permite a valorização das ações do aluno, visto que ele tem a oportunidade de aprender por meio de ações, que são instigadas e não impostas pelo professor, estimulando e desenvolvendo a criatividade, da mesma forma que o construtivismo propõe.

Souza (2007, p. 111), ainda, ressalta que:

> [...] o professor deve ter formação e competência para utilizar os recursos didáticos que estão a seu alcance e muita criatividade, ou até mesmo construir juntamente com seus alunos, pois, ao manipular esses objetos a criança tem a possibilidade de assimilar melhor o conteúdo.

Mais uma vez, trazemos a discussão de que a formação do professor compreende a necessidade de combinar o conhecimento matemático com o conhecimento pedagógico e que o uso de RD, em práticas docentes, exige do profissional de ensino experiência, competência e percepção do ponto de vista da aprendizagem do aluno, visando um ensino de matemática mais dinâmico.

Passos e Takahashi (2018. p. 176) corroboram quando dizem que:

> A fim de definir critérios para escolha e uso mais adequado dos recursos didáticos, torna-se imprescindível que o professor tenha uma formação consistente, tanto na metodologia quanto no conteúdo específico da disciplina. Portanto, o papel da formação profissional, da experiência e dos saberes docentes é fundamental pelo fato de o professor estar diretamente relacionado ao aluno.

Em suma, compreende-se que o uso de RD, além de ser bem acompanhado pelo professor deve estar atrelado a uma reflexão pedagógica quanto aos seus objetivos em relação ao processo de ensino e aprendizagem e deve estabelecer uma ligação do conteúdo estudado com situações relevantes para o aluno. Dessa maneira, os RD terão relevância nos significados que se quer dar aos conteúdos de matemática e aos diversos conteúdos de outras disciplinas e, até mesmo, aos outros conhecimentos cotidianos, promovendo uma maior interdisciplinaridade.

4.2 Objetos de Aprendizagem

O uso crescente da internet e do computador em quase todos os ambientes cotidianos e uma constante necessidade de atualização de metodologias gerou uma inclusão dos novos padrões de comunicação e informação.

Os recursos didáticos, provenientes das novas tecnologias, têm provocado mudanças no processo de ensino e de aprendizagem, tornando-se cada vez mais relevantes. As instituições de ensino estão aderindo a essa nova realidade, fazendo-se necessário pontuar, aqui, o que são Objetos de Aprendizagem (OA) na visão de alguns autores e seus tipos e, também, como sua utilização e aplicabilidade vem sendo inserida cada vez mais no contexto educacional.

De acordo com Tarouco e Flôres (2008, p. 2):

> os objetos de aprendizagem são entidades digitais distribuídas pela Internet, isto significa que todos podem acessá-los e usá-los simultaneamente, ao contrário dos tradicionais meios instrutivos, tal como um vídeo existente em apenas num lugar. Além disso, as pessoas que usam objetos de aprendizagem podem colaborar sobre ele e beneficiar-se imediatamente das versões novas.

Quando nos referimos a OA fazemos referência, na maioria das vezes, ao uso do computador e da internet.

Para Sosteric; Hesemeier (2002 *apud* AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p.130), objetos de aprendizagem são arquivos digitais (imagens ou filmes, por exemplo) que podem ser utilizados com fins educacionais e que incluem, internamente ou através de ligação, sugestões sobre o contexto apropriado no qual deve ser utilizado.

Entretanto, alguns autores têm uma visão diferenciada acerca de OA, para eles, esses recursos não são exclusivamente digitais. Para Gutierrez (2004, p.6 *apud* AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p.131), por exemplo:

> Um objeto de aprendizagem pode ser conceituado como sendo todo objeto que é utilizado como meio de ensino/aprendizagem. Um cartaz, uma maquete, uma canção, um ato teatral, uma apostila, um filme, um livro, um jornal, uma página na *web*, podem ser objetos de aprendizagem. A maioria destes objetos de aprendizagem pode ser reutilizada, modificada ou não e servir para outros objetivos que não os originais. Em muitas escolas existe aquele famoso depósito, nem sempre muito organizado, onde se guardam (às vezes, sepultam) objetos que fizeram parte de aulas e projetos. Um depósito de onde se recuperam estes objetos para reutilização, modificação, até que o desgaste inviabilize novas transformações e utilizações.

OA são considerados como materiais de complemento à aprendizagem e possuem uma maior praticidade para quem o utiliza em suas aulas. Essa reutilização, citada acima por Gutierrez, inclusive de recursos digitais, é uma das características de um OA. Além dessa, podemos citar algumas outras características, tais como:

Acessibilidade: possibilidade de acessar recursos educacionais em um local distante e usá-los em vários outros locais (IEEE/LTSC, 2000 *apud* AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p.135).

Customização: sendo os objetos de aprendizagem independentes, a ideia de utilização em um curso, especialização ou qualquer outro tipo de qualificação se torna real, sendo que cada recurso educacional pode utilizar-se dos objetos e arranjá-los da forma que mais convier (MIRANDA, 2004 *apud* AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p.135).

Durabilidade: garantia do reuso dos objetos de aprendizagem, mesmo com a mudança de tecnologia do ambiente no qual está acoplado, sem re-projeto ou recodificação (IEEE/LTSC, 2000; FLÔRES; TAROUCO; REATEGUI, 2009 *apud* AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p.135).

Interatividade: interatividade é uma característica variável que se refere ao quão proativo a configuração do sistema permite que o usuário seja durante o processo de interação, podendo ser medida em níveis. Quanto maior o nível de interatividade, maior será a profundidade e o envolvimento do aluno dentro do sistema (PADOVANI; MOURA, 2008 *apud* AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p.135).

Reusabilidade: essa é a principal característica, pois um objeto de aprendizagem deve permitir o seu uso em diferentes ambientes de aprendizagem. Tal característica é posta em prática por meio de repositórios, que armazenam os objetos, permitindo que sejam localizados através da procura por temas, por nível de dificuldade, por autor ou por relação com outros objetos. Para que um objeto de aprendizagem possa ser recuperado e reutilizado, é preciso que o mesmo esteja devidamente indexado e armazenado em um repositório (IEEE/LTSC, 2000; CISCO, 1999; SHEPHERD, 2000; WYLEI, 2000; PIMENTA; BATISTA, 2004; SANTOS; FLÔRES; TAROUCO, 2007; BEHAR *et al.* 2009 *apud* AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p.137).

Vale ressaltar que um OA não deve estar apenas associado à parte técnica, sua reflexão pedagógica pelo docente terá como resultado a boa aprendizagem dos seus alunos. Portanto, é indispensável uma boa formação por responsabilidade do professor e um bom planejamento de suas atividades que envolvam um OA. Braga (2014, p.24) confirma quando diz que:

> Por se tratar de um conteúdo digital voltado ao aprendizado, um OA deve conter tanto qualidade técnica como pedagógica, caso contrário, sua utilização pode acarretar desmotivação do aluno e, no pior caso, conduzir a um aprendizado inadequado. A necessidade de se produzirem OAs de qualidade impõe uma reflexão sobre o papel do professor para além de planejar, preparar e conduzir o conteúdo de uma aula.

Em suma, OA possibilitam atender a diferentes práticas de ensino permitindo que o aluno seja um sujeito ativo no processo de aprendizagem, contribuindo de forma significativa para sua formação e o professor, por sua vez, manifestando-se como um mediador do conhecimento através de recursos diferenciados, dando lugar a uma proposta de ensino que está sendo construída em conjunto entre aquele que aprende e quem ensina e não imposta pelo professor. Com isso, entendemos que esses objetos proporcionam um aprender mais dinâmico e rico de descobertas.

4.3 RD e OA de matemática utilizados por alunos do ensino médio na escola pública

Diante do exposto, será retratado, neste tópico, alguns RD e OA aplicados com alunos do 1º ano do ensino médio da Escola de Ensino Médio Liceu de Messejana.

4.3.1 Dominó de racionais

Chamamos de número racional a classe de todas as frações equivalentes a uma dada fração. O conjunto de todos os números racionais é simbolizado por:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid (m,n) \in \mathbb{Z} \; x \; \mathbb{Z}^*\right\}.$$

> Duas ou mais frações são ditas equivalentes quando representam a mesma quantidade de um todo. E uma das grandes dificuldades que os alunos apresentam, é justamente a de perceber que existem infinitas representações fracionárias para indicar uma mesma quantidade e como escrevê-las (RODRIGUES, 2018, p. 11).

Dentre os descritores contidos na matriz de referência de matemática do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), o conteúdo de fração deve ser avaliado no 1º ano do ensino médio da seguinte forma:

> D16 - Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.

O conteúdo de frações é considerado pelos alunos como uma das maiores dificuldades, portanto é imprescindível que haja uma aproximação desse conteúdo com o estudante e, para tal, buscou-se uma atividade que envolvesse frações e suas diversas formas de representação. Percebeu-se, durante o jogo, uma certa dificuldade com as formas de representar fração, mesmo utilizando esse jogo com alunos do 1º ano, cuja pressuposição é de que tenham estudado frações no ensino fundamental.

Logo, utilizou-se o recurso didático denominado “Dominó de racionais” possibilitando aos alunos a aprendizagem dessas diversas formas do número racional, além da interação com o grupo.

No jogo, destacam-se alguns tipos de representação de fração, são elas: as frações com denominador 100, obtidas por meio da porcentagem; o número decimal obtido através da divisão entre numerador e denominador; a fração representada com figuras divididas em partes iguais.

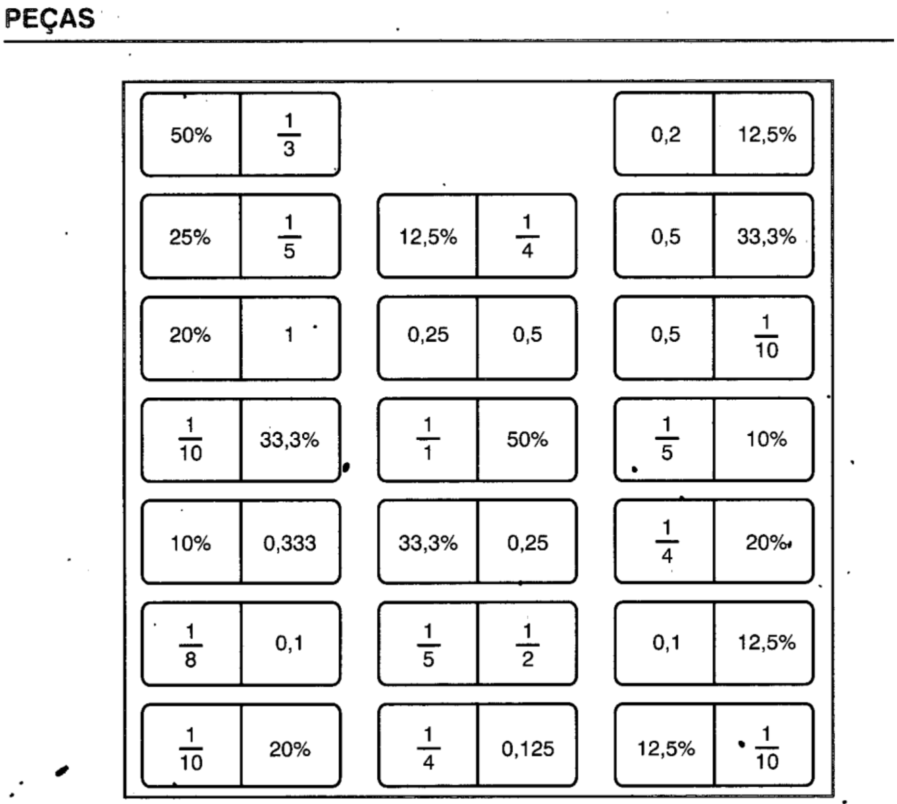
No início do jogo, assim que as peças vão surgindo, alguns alunos demonstram um pouco de dificuldade em identificar, por exemplo, que 25% corresponde à fração ¼ ou ao decimal 0,25, no entanto, com o auxílio do próprio grupo e com o uso da operação de divisão, esses alunos passam a apresentar mais agilidade e facilidade nas operações no decorrer do jogo. Segundo Smole (2007, p. 33), “o objetivo deste jogo é fazer com que o aluno relacione diversas representações de números racionais: figuras, frações, representação decimal e porcentagem”.

Eis as regras do jogo (SMOLE, 2007, p. 36):

1. As peças são colocadas sobre a mesa, viradas para baixo e misturadas.
2. Cada jogador pega cinco peças, enquanto as demais continuam viradas sobre a mesa.
3. Decide-se quem começa o jogo.
4. O primeiro jogador coloca uma peça virada para cima, sobre a mesa.
5. O segundo jogador tenta colocar uma peça, em que uma das extremidades represente o mesmo número que está representado em uma das extremidades da peça que está sobre a mesa.
6. Só pode ser jogada uma peça de cada vez.
7. Na sua vez, o jogador que não tiver uma peça que possa ser encaixada, deve “comprar” outra peça no monte que está sobre a mesa. O jogador deverá ir comprando até encontrar uma peça que se encaixe. Se depois de comprar cinco peças ainda assim não conseguir uma peça adequada, o jogador deverá passar a sua vez.
8. O vencedor é o primeiro jogador que ficar sem peças.

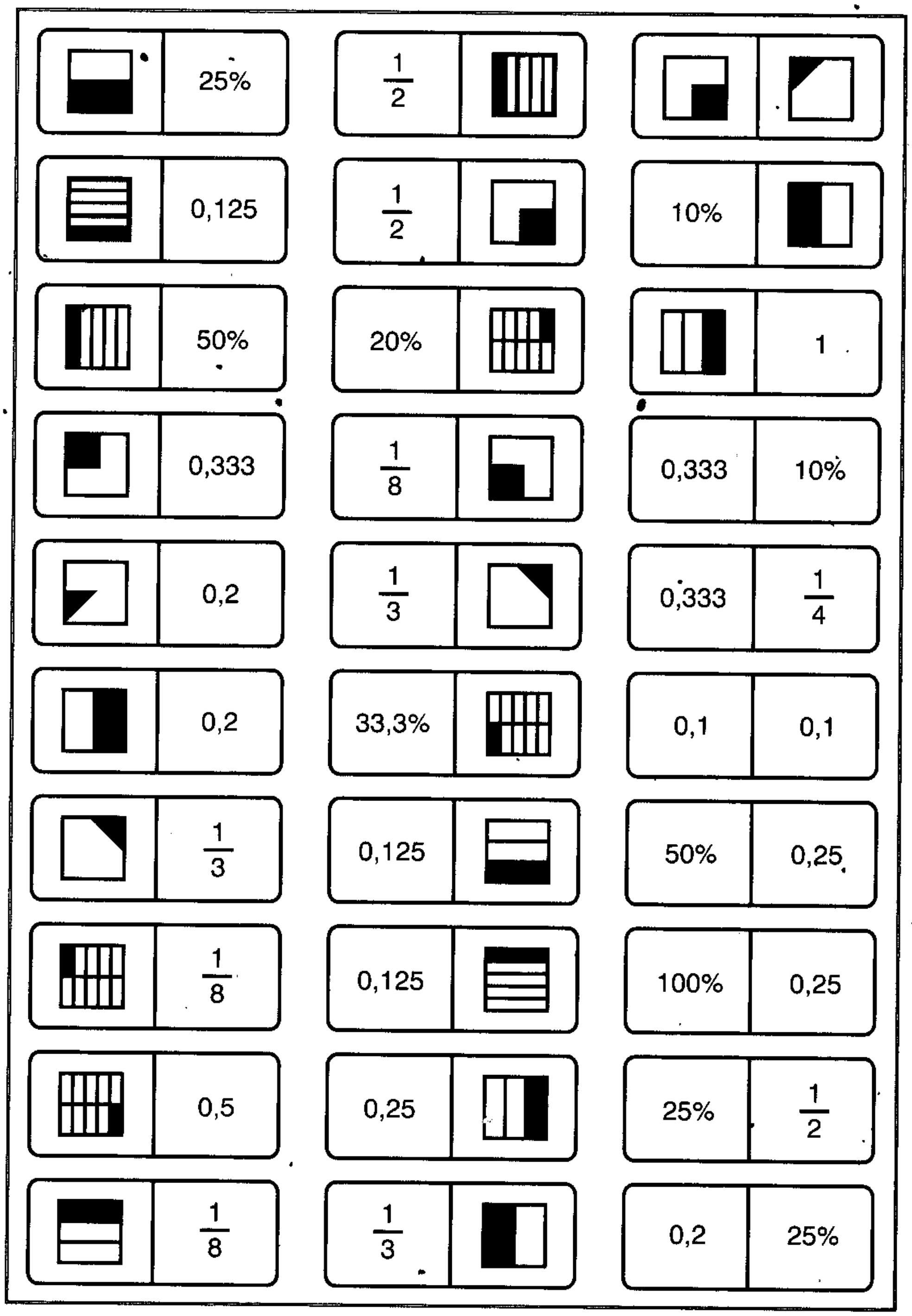
Seguem as figuras 1 e 2 que contêm as peças do jogo:

Figura 1: Peças do jogo Dominó de racionais



Fonte: Smole (2007, p. 36).

Figura 2: Peças do jogo Dominó de racionais

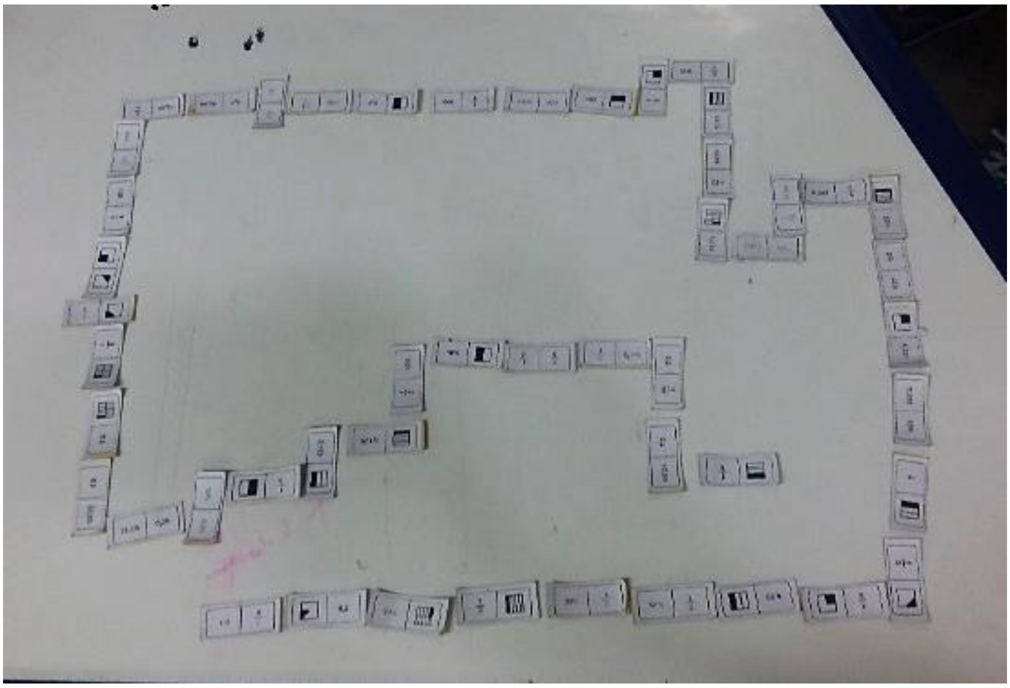


Fonte: Smole (2007, p. 36).

Seguem as figuras 3 e 4, ilustrando a utilização do Jogo Dominó de Racionais em sala de aula:

Figura 3: Alunos jogando Dominó de Racionais

Figura 4: Resultado obtido pelo grupo



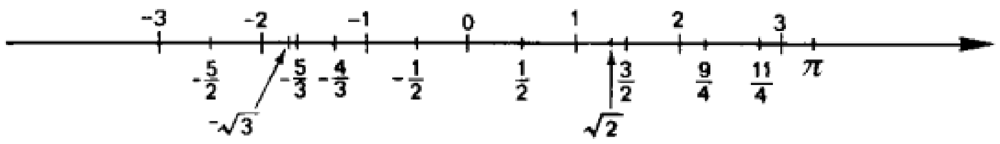
4.3.2 Varal dos números

A definição de Murakami e Iezzi (1993, p.51) acerca de reta numérica é:

> Quando representamos também sobre a reta os números irracionais, cada ponto da reta passa a representar necessariamente um número racional ou irracional (portanto, real), isto é, os reais preenchem completamente a reta. Esta reta, que representa $\mathbb{R}$, é chamada reta real ou reta numérica.

Segue ilustração da reta numérica:

Figura 5: Imagem da reta numérica



Fonte: Murakami e Iezzi (1993, p.51).

Dentre os descritores contidos na matriz de referência de matemática do SPAECE, o conteúdo de reta numérica deve ser avaliado no 1º ano do ensino médio da seguinte forma:

> D11 - Ordenar ou identificar a localização de números racionais na reta numérica.
> D22 - Identificar a localização de números reais na reta numérica.

A atividade proposta, neste item, é um auxílio ao conteúdo de reta numérica e plano cartesiano. A sala foi dividida em três grupos e cada grupo recebeu 16 cartões com números racionais diversos para que eles pendurassem com prendedores de roupa, em um varal, a ordem correta desses números. Não houve nenhuma explanação desse conteúdo antes da atividade, ressaltando a utilização do conhecimento prévio dos alunos sobre números e sua posição na reta numérica. Os grupos receberam os números embaralhados, conforme mostram as figuras 6, 7 e 8.

Figura 6: Números racionais do grupo azul

$-2{,}31$	0	$\frac{23}{10}$	12	$\frac{21}{2}$	$\sqrt{81}$	-9	$-\frac{40}{7}$	-6	-3	$\sqrt{9}$	6	$-10{,}7$	$\frac{11}{2}$	$8{,}5$	-2^3

Figura 7: Números racionais do grupo amarelo

-3	2	$-\frac{5}{2}$	$3{,}09$	$-\frac{1}{3}$	$\sqrt{1}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{31}{9}$	$0{,}7$	3	0	-2	$-1{,}88$	$\frac{11}{8}$	-1	2^2

Figura 8: Números racionais do grupo vermelho

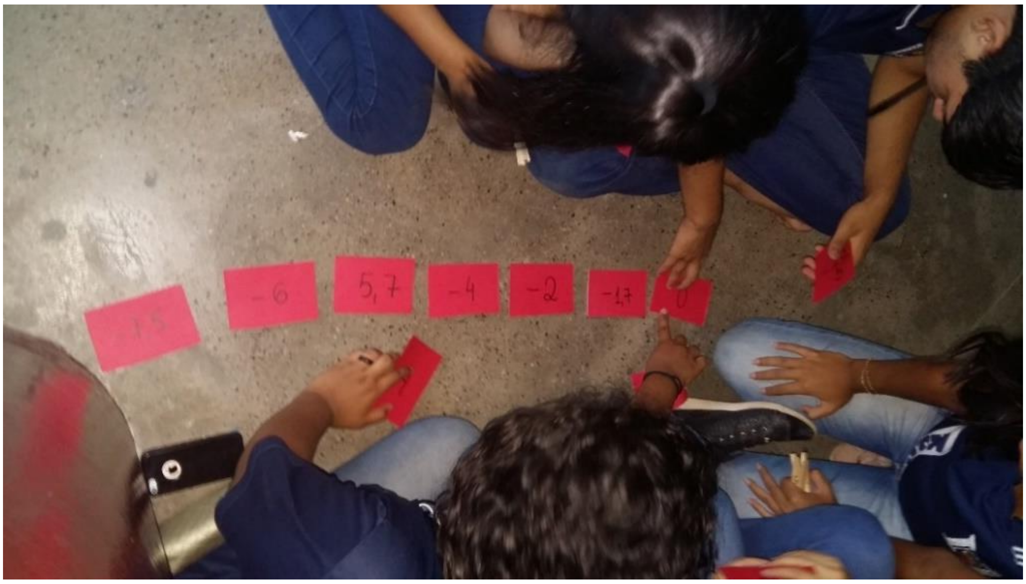
-2	4	$\frac{21}{4}$	$-7{,}5$	$-\frac{25}{5}$	$\sqrt{36}$	-4	$-\frac{9}{4}$	-6	$-1{,}7$	2	0	$0{,}01$	$\frac{31}{10}$	$5{,}7$	2^3

Em todos os grupos, o único número mantido foi o zero, para tomar uma referência em relação a organização dos demais números da reta numérica. Alguns resultados encontrados pelas equipes, durante a organização, foram:

- Zero, somente positivos e somente negativos;
- Zero, somente negativos e somente positivos;
- Zero, positivos e negativos alternados;
- Somente positivos, somente negativos e zero;
- Somente negativos, somente positivos e zero.

De acordo com o conhecimento prévio dos alunos sobre posição dos números racionais na reta numérica, foi obtido um resultado satisfatório na maioria dos grupos, obtendo a ordem: somente negativos, somente positivos e zero. Alguns grupos, que não conseguiram ordenar os números corretamente durante a atividade, iam modificando suas respostas através da interação dos demais alunos do grupo que já tinham conhecimento sobre a reta real. A figura a seguir ilustra a utilização dos cartões pelos estudantes.

Figura 9: Alunos em grupo discutindo a posição de números racionais na reta numérica



Após a organização dos números em grupo, os alunos penduram os números racionais, com o auxílio de prendedores de roupa no varal, consoante mostram as figuras 10 e 11.

Figura 10: Aluna do grupo vermelho inserindo os cartões com números racionais no “varal dos números” após discussão em grupo

Figura 11: Aluna do grupo amarelo inserindo os cartões com números racionais no “varal dos números” após discussão em grupo

4.3.3 Anúncio de porcentagem

Porcentagem é uma fração com denominador 100 e tem como referência o seu símbolo: porcento (%).

Dentre os descritores contidos na matriz de referência de matemática do SPAECE, o conteúdo de porcentagem deve ser avaliado no 1º ano do ensino médio da seguinte forma: D17 - Resolver situação problema utilizando porcentagem.

Portanto, nessa atividade, foi sugerido que os alunos formulassem uma situação problema do cotidiano acerca de porcentagem e apresentassem, em grupos, uma estratégia de solução para os demais alunos. Várias maneiras de resolução foram expostas pelos grupos.

A maioria dos alunos optaram em resolver a situação, envolvendo porcentagem, utilizando a regra de três, outros utilizaram a porcentagem como a fração com denominador 100 e multiplicaram pelo valor expresso na questão. Eis algumas soluções dos alunos, segundo as figuras 12 e 13.

Figura 12: Questão de porcentagem resolvida por meio de regra de três contendo aumento e desconto sucessivos

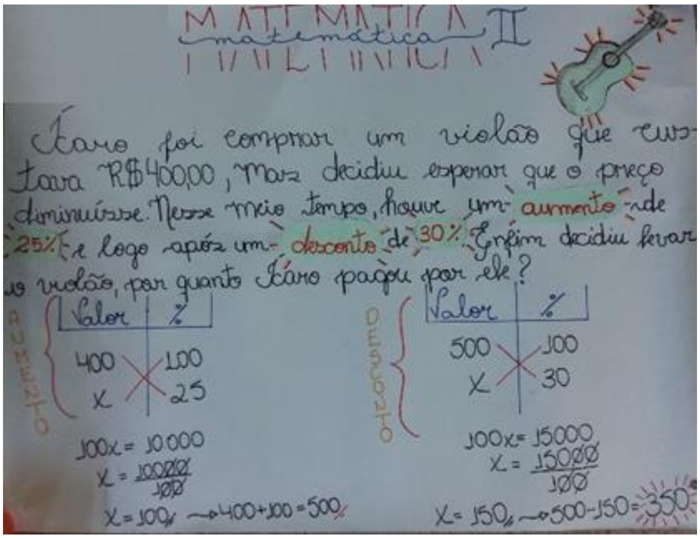
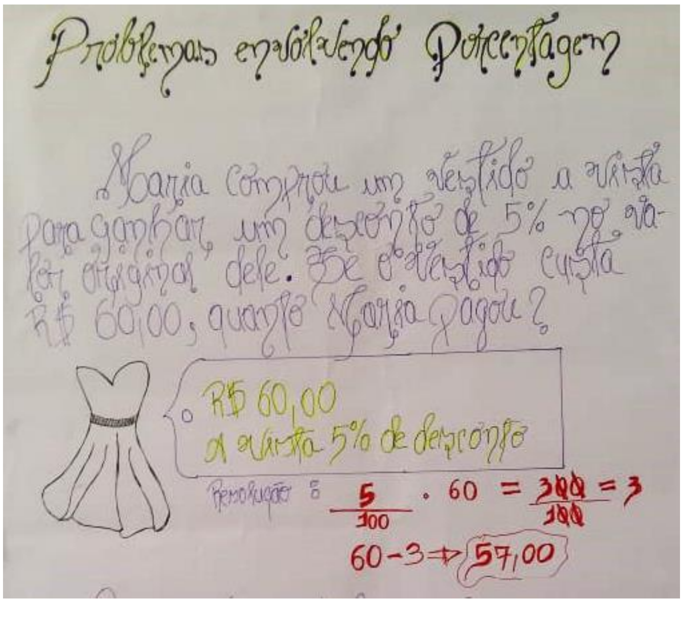


Figura 13: Questão de porcentagem resolvida por meio de fração com denominador 100 obtendo um desconto

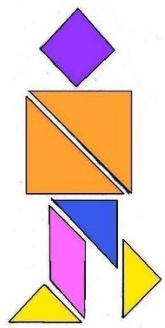


4.3.4 Tangram

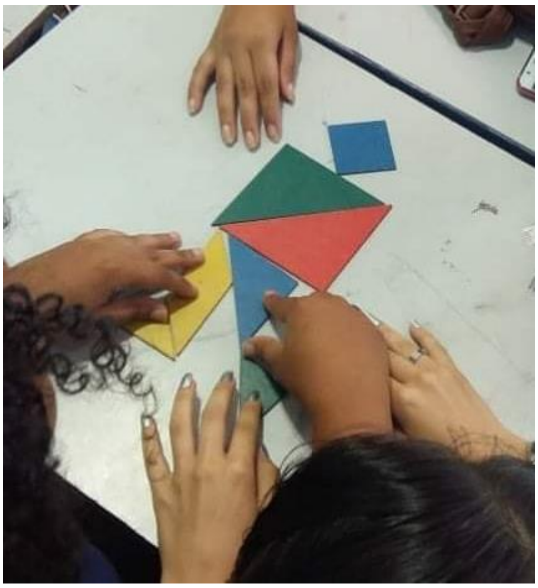
Composto por sete peças, o tangram é um jogo chinês, cujo desafio consiste em organizar as sete peças (um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos retângulos isósceles: dois grandes, um médio e dois pequenos), de acordo com um modelo que serve como referência, de maneira que formem uma determinada figura, variando entre animais, objetos, pessoas, formas geométricas, até outras formas diversas.

A figura 14 ilustra as sete peças como modelo de referência e uma solução encontrada após o encaixe das peças e as figuras 15 e 16 mostram os alunos em grupo tentando solucionar o desafio proposto.

Figura 14: Sete peças do Tangram formando um homem

Modelo de referência entregue aos alunos	Solução encontrada após encaixe de peças
	

Figuras 15 e 16: Grupo de alunos trabalhando o encaixe de peças do Tangram



O objetivo da utilização desse jogo, com os alunos do 1º ano do ensino médio, é o de compreender conceitos de geometria através do aprofundamento das propriedades de algumas formas planas, quanto ao estudo dos lados e o estudo dos ângulos. Assim como identificar e explorar conceitos de área por meio da manipulação das figuras geométricas envolvidas, desenvolvendo a interação com o grupo, criatividade e capacidade de solucionar problemas.

> O Tangram está cada vez mais presente nas aulas de matemática. Sem dúvida as formas geométricas que o compõe permitem que os professores vejam neste material a possibilidade de inúmeras explorações, quer seja como apoio o trabalho de alguns conteúdos específicos do currículo de Matemática, ou como forma de propiciar o desenvolvimento de habilidades de pensamento (SOUZA, 1997, p.3).

Dentre as peças envolvidas no jogo, temos:

Quadrado: quadrilátero com todos os lados de mesmo comprimento e todos os ângulos iguais a 90º;

Paralelogramo: quadrilátero com os lados paralelos de mesmo comprimento e ângulos opostos iguais (dois ângulos agudos, maiores que 0º e menores que 90º, e dois ângulos obtusos, maiores que 90º e menores que 180º);

Triângulo isósceles retângulo: triângulo com dois lados de mesmo comprimento e um terceiro lado com comprimento diferente, um ângulo de 90º e os outros dois de 45º.

Em relação às áreas das figuras, temos: quadrado, triângulo médio e paralelogramo possuem a mesma área e equivalem a duas vezes a área do triângulo menor; o triângulo maior equivale a quatro vezes a área do triângulo menor; o triângulo maior equivale a duas vezes a área do quadrado, do triângulo médio ou do paralelogramo.

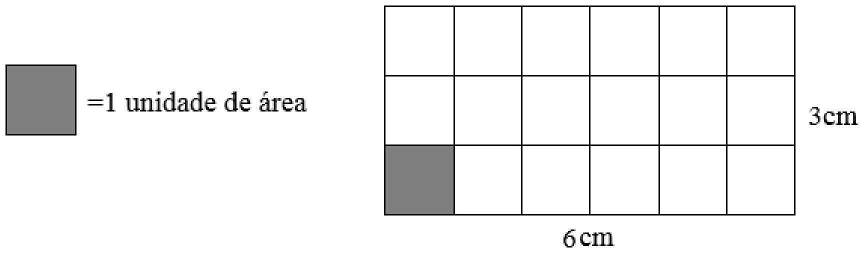
4.3.5 Medição de espaços físicos da escola

O perímetro de um retângulo é a medida do seu contorno bidimensional, ou seja, é a soma de todos os seus lados.

A respeito do cálculo de área, Lima (2013, p. 92) diz que: “para encontrar a área de uma figura F, devemos comparar sua superfície (a porção do plano que ele ocupa) com a de outra figura tomada como unidade. O resultado dessa comparação será um número que deverá exprimir quantas vezes a figura F contém a unidade de área”.

Adota-se como unidade de área um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento. Assim, quando queremos calcular a área de um retângulo em que os lados medem, por exemplo, 3 cm e 6 cm, deve-se saber quantas vezes o retângulo contém a unidade de área (expressa em cm, nesse caso). Concluindo-se que a área do retângulo é o produto desses números, conforme ilustra a figura 17.

Figura 17: Quadrado representando 1 unidade de área e retângulo contendo 18 unidades de área



Em particular, se a medida do lado de um quadrado é um número inteiro l sua área é igual a l^2.

De acordo com os descritores contidos na matriz de referência de matemática do SPAECE, o conteúdo de perímetro e área de figuras planas deve ser avaliado no 1º ano do ensino médio da seguinte forma:

> D65 - Calcular o perímetro de figuras planas numa situação-problema.
> D67 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

A atividade proposta para o estudo de perímetro e área de figuras planas foi realizada em grupos de 3 ou 4 alunos. Cada grupo recebeu uma fita métrica e uma lista contendo os espaços que deveriam ser medidos. Cada grupo deveria, além de medir, registrar as medidas em centímetro (cm) e em metro (m) dos espaços selecionados e, em seguida, calcular o perímetro (em cm e em m) e área das formas planas (em cm² e em m²).

Alguns itens medidos pelos alunos:

1) sala de aula da sua turma;
2) porta da sala da turma;
3) janela da porta da biblioteca;
4) janela da cantina;
5) azulejo da sala;
6) mesa do aluno;
7) mesa do professor.

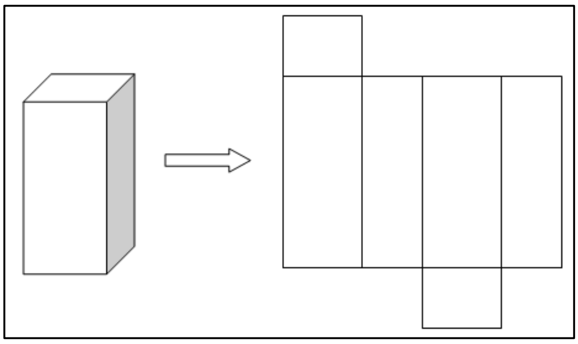
Dentre as medições realizadas pelos alunos, o item 3 é ilustrado na figura 18 a seguir:

Figura 18: Alunas medindo dimensões (largura e comprimento) da janela da biblioteca com auxílio da fita métrica para cálculo de perímetro e área de retângulo.

4.3.6 Caixas de remédio: estudo de paralelepípedos

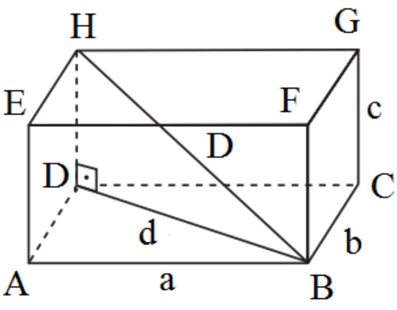
O paralelepípedo, que também é chamado de bloco retangular ou ainda prisma reto de base retangular, possui as bases e suas faces laterais no formato retangular e todas as suas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. A planificação do paralelepípedo contém seis retângulos, como ilustra a figura 19.

Figura 19: Paralelepípedo e sua planificação



Acerca de diagonal (D), área total (A_t) e volume (V) de paralelepípedo, consideremos o paralelepípedo ABCDEFGH, ilustrado na figura 20.

Figura 20: Paralelepípedo ABCDEFGH



:

Seja d a diagonal da face ABCD, pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$d^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Agora, no triângulo BDH, aplicando o Teorema de Pitágoras novamente, encontramos que D é:

$$D^2 = d^2 + c^2 \Rightarrow D^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

A área total (A_t) do paralelepípedo é a soma das áreas de seis retângulos: dois deles (ABCD e EFGH) com dimensões a e b, outros dois (ABEF e CDGH) com dimensões a e c e os últimos dois (BCFG e ADEH) com dimensões b e c. Logo,

$$A_t = 2ab + 2ac + 2bc \Rightarrow A_t = 2\,(ab + ac + bc)$$

O volume de um paralelepípedo retângulo é o produto das medidas das suas três dimensões: a, b e c.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

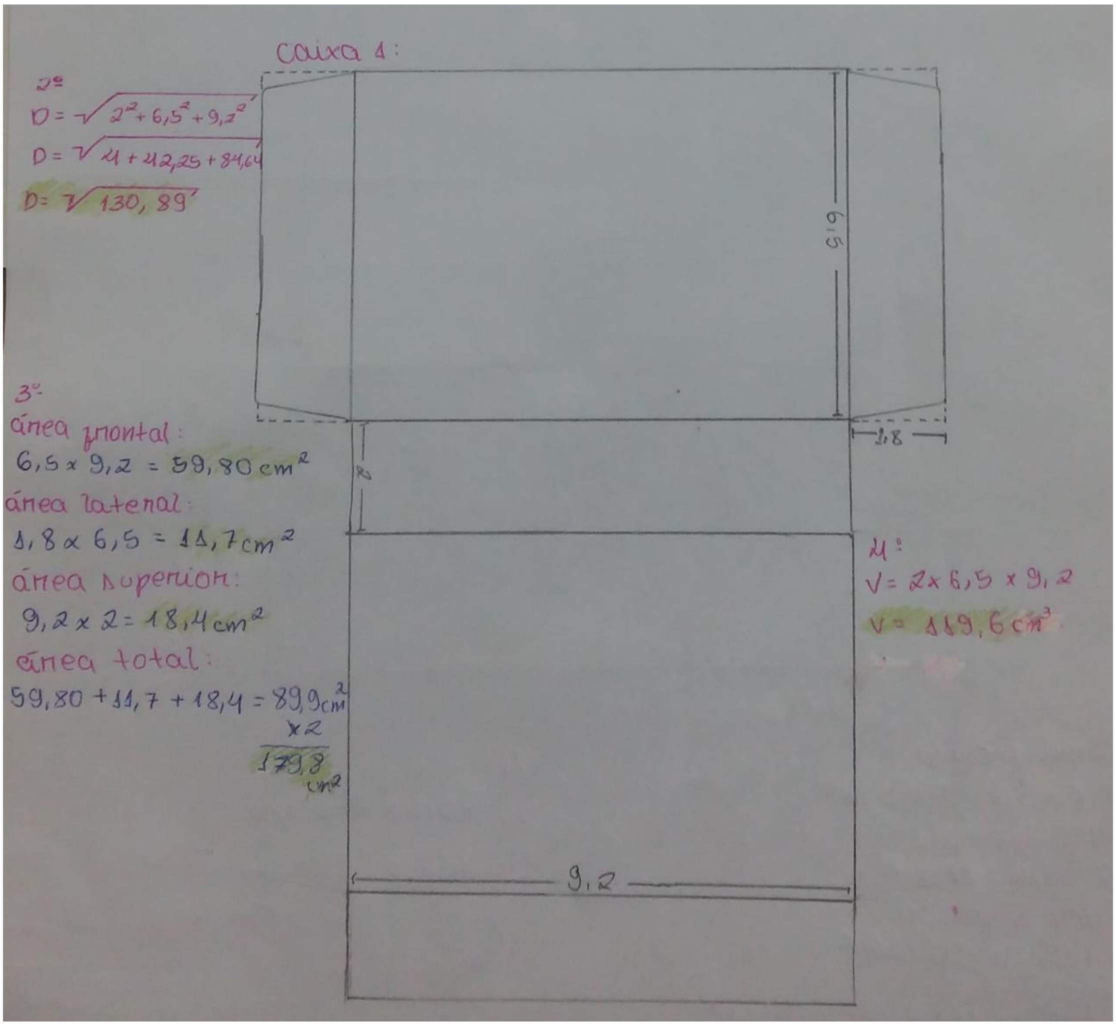
A atividade proposta no estudo de paralelepípedo (também chamado de bloco retangular ou prisma reto de base retangular) consiste em solicitar que os alunos tragam uma caixa vazia de remédio. A atividade proposta objetivou:

- visualização de uma planificação de um bloco retangular, por meio de desenho sobre uma folha em branco, contendo as dimensões da caixa utilizando uma régua;
- identificação das três dimensões de um paralelepípedo: largura, comprimento e altura;
- aplicação dos conceitos de diagonal de um paralelepípedo, áreas e volume, por meio de cálculo, conforme fórmulas apresentadas aos alunos de forma expositiva.

As figuras 21 e 22 ilustram alunos medindo as dimensões da caixa de remédio e a aplicação dos conceitos de diagonal, áreas e volume.

Figura 21: Alunos medindo dimensões da caixa de remédio (largura, comprimento e altura) com auxílio de régua para cálculo de diagonal, áreas e volume de paralelepípedo.

Figura 22: Desenho da planificação contendo as dimensões da caixa de remédio em cm, cálculo da diagonal, área frontal, lateral, superior e total e volume.



4.3.7 Construção de gráficos no Editor de Planilhas do Linux

Fioreze (2016, p. 68) traz a definição de planilha eletrônica:

> Planilha eletrônica, ou folha de cálculo, é um programa de computador que utiliza tabelas para realização de cálculos ou apresentação de dados. Cada tabela é formada por uma grade composta de linhas e colunas. O nome 'eletrônica' se deve ao fato de ser implementada via programas de computador.

As planilhas eletrônicas mais conhecidas são o Microsoft Excel, que utiliza o sistema operacional Microsoft, o Lotus 123 e o Calc, da BrOffice. O Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO), vinculado ao Ministério da Educação (MEC), tinha como meta instalar 26 mil laboratórios de informática, em 2009. Motivado pelo PROINFO, a utilização desses softwares, em laboratórios de informática nas escolas públicas, teve um crescimento significativo. Os computadores instalados devem ser compatíveis com o software livre Linux Educacional, que foi elaborado pelos servidores do ministério para atender as demandas das escolas públicas no Brasil.

O software utilizado, nesta atividade, foi o Calc, novamente Fioreze (2016) faz uma explanação acerca dessa ferramenta:

> O Calc é um software gratuito e de código aberto que faz parte do pacote BrOffice.org e que utiliza o sistema operacional Linux, compatível com os formatos de arquivos da Microsoft. O BrOffice.org é um dos exemplos de ótimas ferramentas distribuídas como software gratuito FIOREZE (2016, p. 70).

Consoante aos descritores contidos na matriz de referência de matemática do SPAECE, o conteúdo de gráficos e tabelas deve ser avaliado no 1º ano do ensino médio da seguinte forma:

> D75 - Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas ou gráficos.
> D76 - Associar informações apresentadas em listas e/ ou tabelas aos gráficos que as representam, e vice-versa.

Com o objetivo de trabalhar construção de gráficos estatísticos por meio de planilha eletrônica, a atividade proposta leva os alunos para o laboratório de informática, onde, inicialmente, os alunos têm conhecimento por meio de aula expositiva acerca dos tipos de gráficos mais frequentes (gráfico de colunas, gráfico de segmento ou de linha, gráfico de setores ou de pizza, pictograma) e os conteúdos de distribuição de frequência (frequência absoluta e frequência relativa). As definições dessas frequências são:

- Frequência absoluta (Fa): é a quantidade de vezes que uma determinada variável é observada.
- Frequência relativa (Fr): é o quociente entre a frequência absoluta da variável e o número total de observações. Geralmente, é expresso em porcentagem e totaliza 100%.

$$Fr = \frac{Fa}{Total\ de\ observações}$$

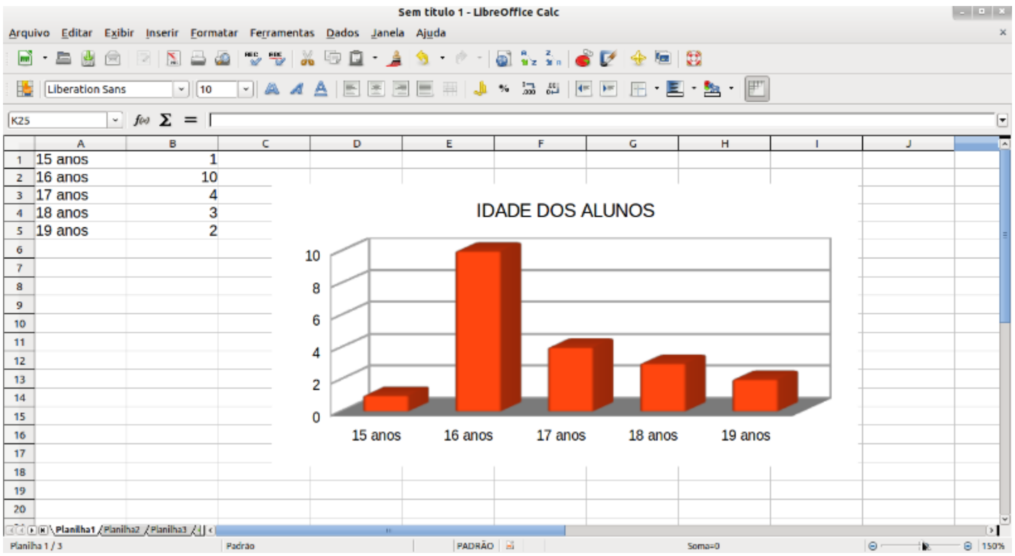
Fez-se, em sala, uma pesquisa estatística, com a quantidade de alunos presentes, contendo a variável quantitativa “idades dos alunos”. Inicialmente, foi elaborada uma tabela com Fa e Fr das idades dos alunos da sala, segundo representa a tabela 1.

Tabela 1: Tabela com Fa e Fr da pesquisa de variável quantitativa idades dos alunos

Idades dos alunos	Fa	Fr
15 anos	1	$\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$
16 anos	10	$\frac{10}{20} = 0{,}5 = 50\%$
17 anos	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$
18 anos	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15 =15\ \%$
19 anos	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$
Total	20	100%

Na construção dos gráficos da Planilha 1, os alunos incluíram na coluna A as classes da pesquisa estatística de variável quantitativa “Idades dos alunos” (contendo as idades dos alunos em cada célula) e, na coluna B, inseriram a frequência absoluta de cada classe. Em seguida, selecionaram as opções: inserir, gráfico, gráfico de colunas, obtendo o gráfico ilustrado na figura 23.

Figura 23: Imagem contendo gráfico de colunas com a variável quantitativa “idades dos alunos” construído pelos alunos no Laboratório de Informática



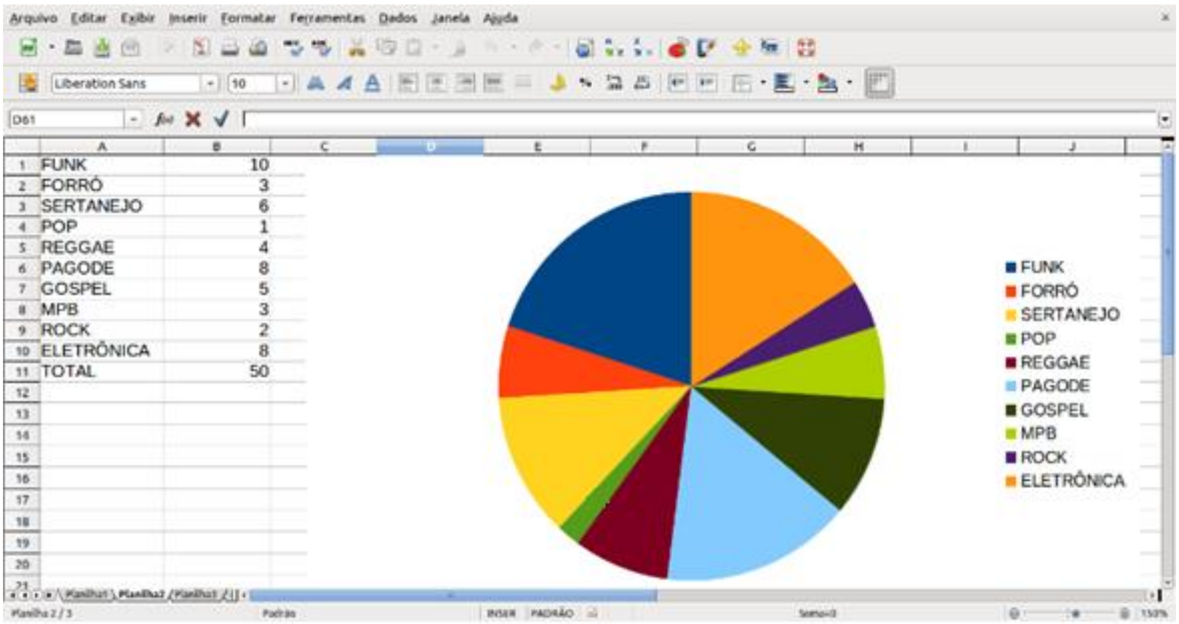
Na construção do gráfico de setores, fez-se, em sala, uma outra pesquisa estatística, dessa vez, envolvendo a variável qualitativa “Gêneros Musicais”. Novamente, foi elaborada uma tabela com as classes da pesquisa e a Fa dos gêneros musicais que os alunos têm preferência, podendo optar em mais de um item, de acordo com a tabela 2.

Tabela 2: Tabela com Fa e Fr da pesquisa de variável qualitativa gêneros musicais

Gêneros Musicais	Fa
FUNK	10
FORRÓ	3
SERTANEJO	6
POP	1
REGGAE	4
PAGODE	8
GOSPEL	5
MPB	3
ROCK	2
ELETÔNICA	8
Total	50

Na construção dos gráficos da Planilha 2, os alunos incluíram na coluna A as classes da pesquisa estatística de variável qualitativa “Gêneros Musicais” (contendo os gêneros musicais sugeridos pelos alunos em cada célula) e, na coluna B, inseriram a frequência absoluta de cada classe. Em seguida, selecionaram as opções: inserir, gráfico, gráfico de pizza, obtendo o gráfico ilustrado na figura 24.

Figura 24: Imagem contendo gráfico de pizza com a variável qualitativa dos gêneros musicais construído pelos alunos no Laboratório de Informática



A figura 25 ilustra um grupo de alunos no laboratório de informática, realizando a atividade proposta.

Figura 25: Alunos no Laboratório de Informática na aula de construção do gráfico com o auxílio do editor de planilhas do Linux

4.3.8 Geogebra e Função

O software Geogebra (aglutinação das palavras geometria e álgebra) foi criado, em 2001, pelo matemático austríaco Markus Hohenwarter. Ele é um software de matemática dinâmico gratuito multiplataforma para ser utilizado em sala. Através do endereço <http://www.geogebra.org>, os usuários podem ter acesso a uma diversidade de materiais didáticos gratuitos incluindo simulações, exercícios, aulas e jogos de conteúdos matemáticos.

Em conformidade com o site:

> O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (GEOGEBRA).

Algumas características do software, de acordo com o Instituto São Paulo Geogebra, são:

- Gráficos, álgebra e tabelas estão interligados e possuem características dinâmicas;
- Interface amigável, com vários recursos sofisticados;
- Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB;
- Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
- Software gratuito e de código aberto.

No currículo escolar do 1º ano do ensino médio, os alunos se deparam com vários tipos de função: afim, quadrática, exponencial, trigonométrica e modulares. Essas funções relacionam duas variáveis reais. Os descritores contidos na matriz de referência de matemática do SPAECE sugerem que o conteúdo de função do 1º e do 2º grau deve ser avaliado no 1º ano do ensino médio da seguinte forma:

> D28 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 1º grau.
> D29 - Resolver situação problema envolvendo função polinomial do 1° grau.
> D30 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 2º grau.
> D31 - Resolver situação problema envolvendo função quadrática.
> D32 - Resolver situação problema que envolva os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.

Após uma exploração do conceito de função em sala de aula, é necessário que o estudante tenha uma visão da variação dos valores da função enquanto muda a variável e é importante visualizar o comportamento da função, portanto, o uso de um OA, tal como o software Geogebra é um meio dinâmico para a compreensão do conteúdo de função e possibilita uma aprendizagem mais significativa.

Nos tópicos a seguir, serão abordadas atividades envolvendo o estudo de função afim e o de função quadrática.

- **Função afim**

Definição: uma função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se afim se existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = a\,x + b,\ \forall\, x \in \mathbb{R}$. Os coeficientes a e b são números reais.

Também são funções afim os casos em que $f\ (x) = x$ (função identidade), as funções lineares com $f\ (x) = ax$ e as funções em que $f\ (x) = b$ (função constante), todas essas possuem domínio e contradomínio reais.

Considerando dois valores distintos para o domínio, por exemplo, x_1 e x_2 uma função $f\colon X \to \mathbb{R}$, com X ⊂ ℝ, é denominada:

- crescente quando: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$;
- decrescente quando: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$;
- monótona não - decrescente quando: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$;
- monótona não - crescente quando: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$.

Em qualquer um dos quatro casos, f é dita monótona. Nos dois primeiros (f crescente ou decrescente), diz-se que f é estritamente monótona.

> Dentro desse tipo de função, explora-se o comportamento da mesma em termos de crescimento e decrescimento quando a variável cresce. Por exemplo, a função $f(x) = x$ para x real, quando x cresce o $f(x)$ também cresce, quando se diminui o x também diminui. Esse tipo de comportamento é denominado de crescente. Já uma função como $f(x) = -x$ para x real comporta-se ao contrário. Quando x aumenta o $f(x)$ diminui. Já neste caso, denomina-se decrescente. Há ainda os casos de estabilidade, ou de ser constante, que ocorre quando ao se alterar o valor de x, o $f(x)$ fica estável (GITIRANA, 2009, p. 225).

Proposição: o gráfico de uma função afim $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $f(x) = \ a\,x \ + \ b$ é uma reta.

Demonstração: basta verificarmos que três pontos quaisquer do gráfico são colineares. Sejam eles:

$$P_1 = (x_1, ax_1 + b)$$

$$P_2 = (x_2, ax_2 + b)$$

$$P_3 = (x_3, ax_3 + b)$$

Para verificar que $P_1, P_2\ e\ P_3$ são colineares, é necessário e suficiente que a maior dentre as distâncias $d(P_{1,}P_2),\ d(P_{2,}P_3)\ e\ d(P_{1,}P_3)$ é igual à soma das outras duas menores, ou seja, assumindo sem perda de generalidade, que $x_1 < x_2 < x_3$ e usando a fórmula da distância entre dois pontos, temos que:

$$d(P_{1,}P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2} = \ (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2},$$

$$d(P_{2,}P_3) = (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2}\ ,$$

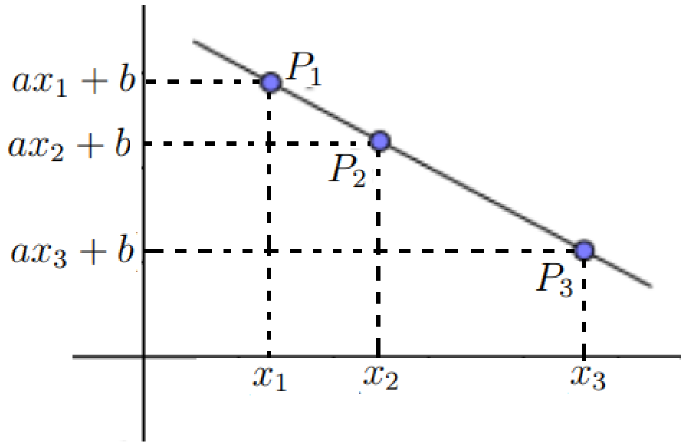
$$d(P_{1,}P_3) = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}.$$

Daí se segue imediatamente que $(P_{1,}P_3) = d(P_{1,}P_2)d + d(P_{2,}P_3)$.

■

Conforme ilustração da figura 26, tem-se a representação gráfica da colinearidade dos pontos $P_1 = (x_1, ax_1 + b)$, $P_2 = (x_2, ax_2 + b)$ e $P_3 = (x_3, ax_3 + b)$.

Figura 26: Colinearidade dos pontos $P_1, P_2\ e\ P_3$



Os alunos do 1º ano, após o estudo de função em sala de aula envolvendo definição, lei de formação e construção de gráfico por meio de tabelas $(x, f(x))$, foram ao laboratório de informática da escola. Foi o primeiro contato deles com o software Geogebra, em que foi realizada uma breve apresentação do software e, a partir de então, eles utilizaram as opções básicas para irem se familiarizando com os recursos disponíveis.

Foram apresentadas aos alunos diversas situações cotidianas que envolvem o estudo de função, dentre elas, o exemplo do táxi foi o inicial. Foi exposto o seguinte questionamento: “Em uma certa cidade, os taxistas cobram R$ 3,00 a bandeirada mais R$ 2,00 por cada quilômetro rodado. Como é possível para um passageiro determinar o valor da corrida?”.

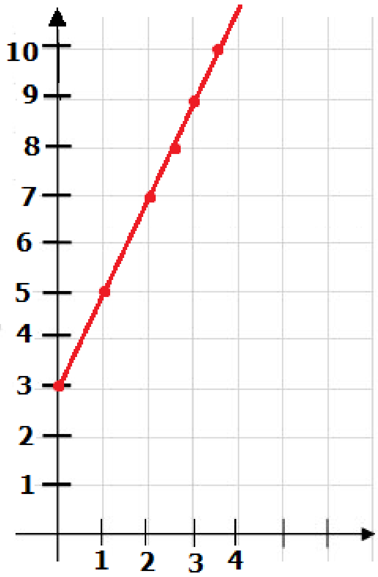
Os alunos já tinham o conhecimento do plano cartesiano, entretanto, ainda havia certa dificuldade em relacionar o plano cartesiano com o gráfico da função afim, então foi construída uma tabela com os valores da situação proposta. Ao final, chamamos de x cada quilômetro rodado e chamamos de $f(x)$ o valor pago ao final da corrida, conforme tabela a seguir:

Tabela 3: Tabela contendo valores $(x, f(x))$

Km x	Valor pago $f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$
0	3,00 + 0 •2,00=3,00	(0 , 3)
1	3,00 + 1 • 2,00=5,00	(1 , 5)
2	3,00 + 2 • 2,00=7,00	(2 , 7)
2,5	3,00 + 2,5 •2,00= 8,00	(2,5 ; 8)
3	3,00 + 3 • 2,00=9,00	(3 , 9)
3,5	3,00 + 3,5 • 2,00=10,00	(3,5 ; 10)
⋮	⋮	⋮
x	f(x)=3,00 + x • 2,00	(x, f(x))

Após substituição do par ordenado $(x, f(x))$ no plano cartesiano, foi construída a reta crescente, como ilustra a figura 27.

Figura 27: Gráfico da função afim f(x)=2x+3



Depois desse exemplo, foi sugerido que os alunos inserissem na opção “Entrada” contida no software Geogebra, as três primeiras funções descritas a seguir e, posteriormente, as três restantes.

- $y = x + 3$
- $y = 2x + 1$
- $y = x - 2$
- $y = -x + 3$
- $y = -2x + 1$
- $y = -x - 2$

Ao final, foi pedido que os alunos respondessem a duas perguntas, são elas:

1) O que acontece com o gráfico quando o valor que multiplica x é positivo? E negativo?

A resposta dos alunos para essa pergunta foi imediata. O termo matemático coerente para função afim $f(x) = a\,x + b$ quando $a > 0$ é crescente e, para função afim, quando $a < 0$ é decrescente, porém eles utilizaram frases de acordo com o nível de conhecimento deles ou responderam fazendo gestos com as mãos para indicar a inclinação da reta.

A fala mais frequente dada por eles foi:

“– Quando é positivo, o gráfico fica pra direita e quando é negativo o gráfico fica para a esquerda”.

2) O que você observa no termo independente e no ponto que intercepta o eixo y (eixo vertical)?

Para essa pergunta, a resposta não foi tão imediata, dessa forma, foi necessário utilizar outra função do software Geogebra. Foi pedido que os alunos marcassem o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y e observassem o termo independente da função. Após esse comando, eles perceberam que se tratava do mesmo valor numérico.

"— É o mesmo número". Alguns disseram.

As figuras 28 e 29 ilustram os gráficos da funções afins estudados pelos alunos e a figura 30 ilustra uma aluna utilizando a software Geogebra.

Figura 28: Imagem do resultado gráfico das três primeiras funções afins com $a > 0$ obtido pelos alunos

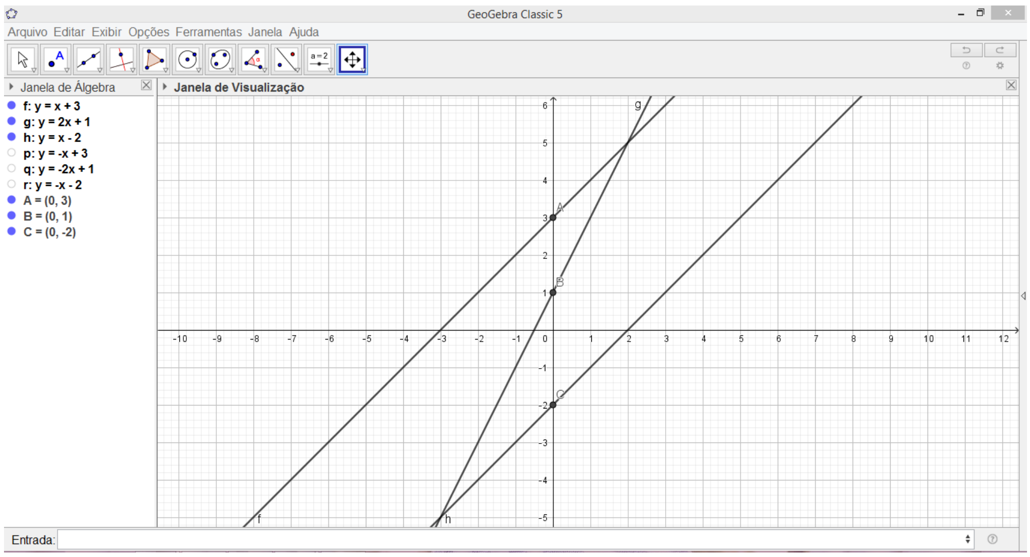


Figura 29: Imagem do resultado gráfico das três primeiras funções afins com $a < 0$ obtido pelos alunos

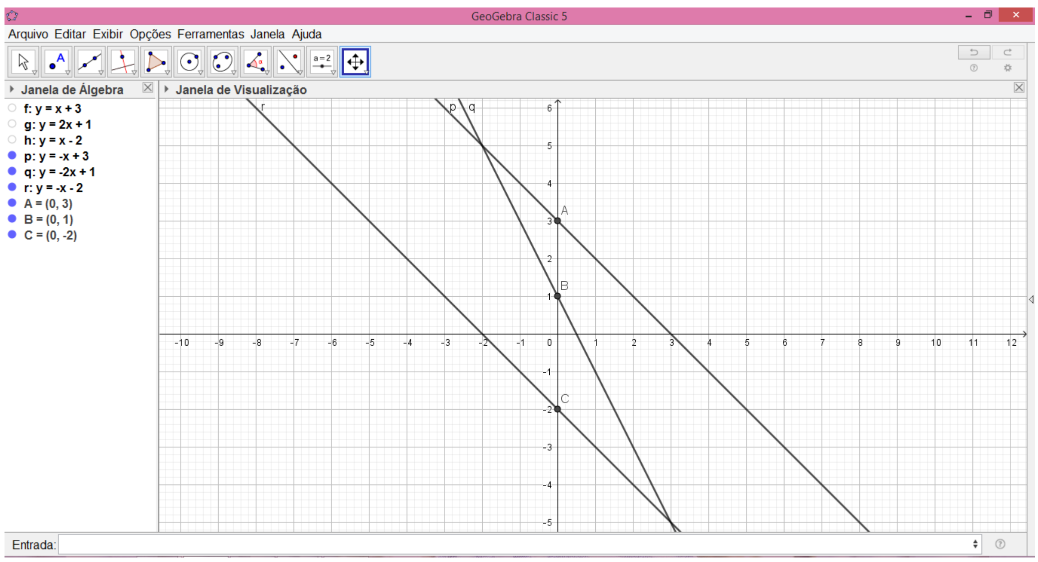
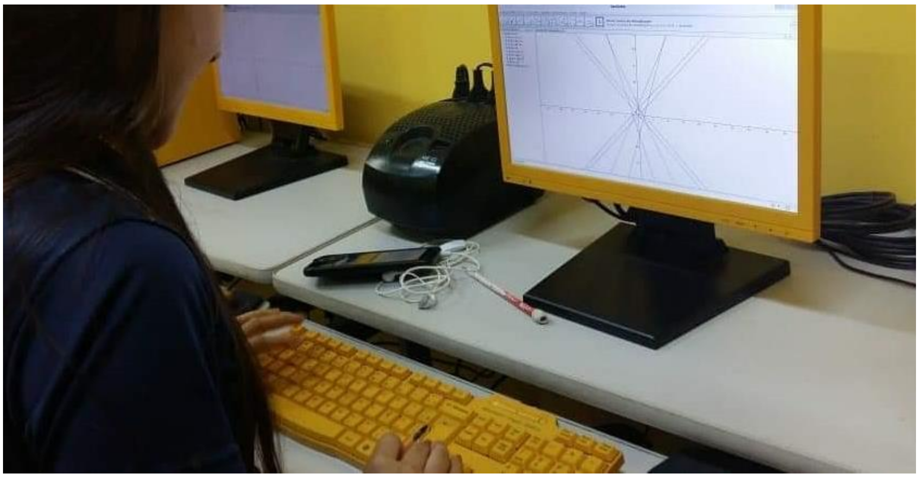


Figura 30: Aluno utilizando o Geogebra para analisar o comportamento do gráfico de uma função do 1º grau



- **Função quadrática**

A função quadrática, ou função do 2º grau, tem aplicações bem diferentes das encontradas na função afim. No ensino médio, geralmente se utiliza a contextualização através do estudo de corpos em queda, relação entre semi-perímetro s e cálculo de área p para obtenção dos lado de um retângulo, dentre outras. Uma de suas aplicações no cotidiano são as superfícies parabólicas, comumente utilizadas pelas antenas parabólicas. Em concordância à citação de Lima (2006, p. 150):

> Um importante uso recente destas superfícies é dado pelas antenas parabólicas, empregadas na rádio-astronomia, bem como no dia-a-dia dos aparelhos de televisão, refletindo os débeis sinais provenientes de um satélite sobre sua superfície, fazendo-os convergir para um único ponto, o foco, deste modo concentrando-os consideravelmente.

Definição: uma função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando existem constantes $a, b, c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$. Os coeficientes a e b são números reais.

Forma canônica do trinômio: seja a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, pode-se escrever:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right].$$

Completando quadrados, podemos escrever:

$$ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right].$$

Logo,

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

Desse modo, tem-se

$$a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

como a forma canônica de expressar o trinômio. Em que se pode encontrar a fórmula que fornece as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

De fato, sendo com $a \neq 0$, tem-se que

$$ax^2 + bx + c = a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Essa equação é a fórmula resolutiva de equações quadráticas, comumente denominada como fórmula de Bháskara.

A expressão $b^2 - 4ac$ é chamada de discriminate da equação e é representada pela letra grega Δ (delta).

Seja $\Delta = b^2 - 4ac$, tem-se as seguintes possibilidades para raízes:

- Caso o $\Delta > 0$, existirão duas raízes reais distintas $x_1 \neq x_2$;
- Caso o $\Delta = 0$, existirão duas raízes reais iguais $x_1 = x_2$;
- Caso o $\Delta < 0$, não existirá raiz real $x_1 \notin \mathbb{R}$ e $x_2 \notin \mathbb{R}$.

Gráfico de uma função quadrática: o gráfico de uma função quadrática $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde $a, b, c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, é o conjunto $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^2$ formado pelos pontos do plano cuja abscissa é um número real x e a ordenada é o valor da função $f(x)$, ou seja,

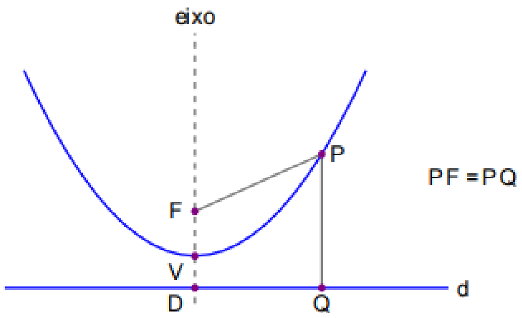
$$\mathcal{P}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\, y = ax^2 + bx + c\}.$$

A definição dada por Lima (2006, p.139) é:

> Dados um ponto F e uma reta d que não o contém, a parábola de foco F e diretriz d é o conjunto dos pontos do plano que equidistam de F e de d. A reta perpendicular à diretriz, baixada a partir do foco, chama-se o eixo da parábola. O ponto da parábola mais próximo da diretriz chama-se o vértice dessa parábola. Ele é o ponto médio do segmento cujas extremidades são o foco e a interseção do eixo com a diretriz. Lembremos que a distância de um ponto a uma reta é o comprimento do segmento perpendicular baixado do ponto sobre a reta.

Na figura 31, tem-se a representação gráfica de uma parábola.

Figura 31: Foco e eixo da parábola



O comportamento do gráfico da parábola depende dos parâmetros a, b e c da função quadrática, a seguir abordaremos os parâmetros a e b da função.

O parâmetro a é responsável pela concavidade da parábola. Quando $a > 0$, o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ tem concavidade voltada para cima e, caso a seja negativo, a concavidade estará voltada para baixo, conforme figuras 32 e33.

Figura 32: Gráfico da função quadrática com $a > 0$.

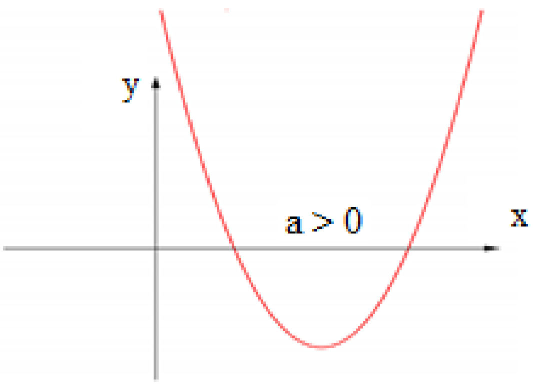
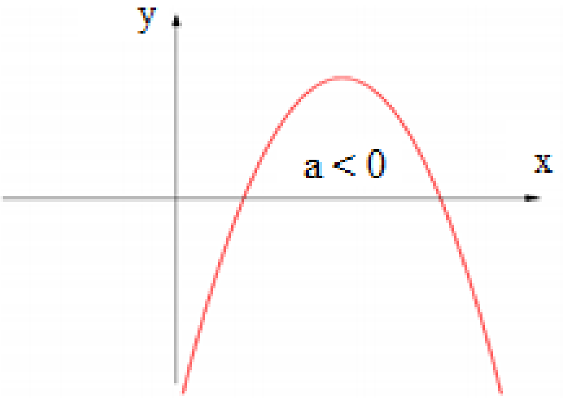


Figura 33: Gráfico da função quadrática com $a < 0$.



Já o parâmetro c indica o ponto onde a parábola intercepta o eixo $0y$. Nas figuras 34 e 35, vemos situações em que a parábola intersecta o eixo $0y$.

Figura 34: Gráfico da função quadrática contendo a localização do ponto C ($C > 0$)

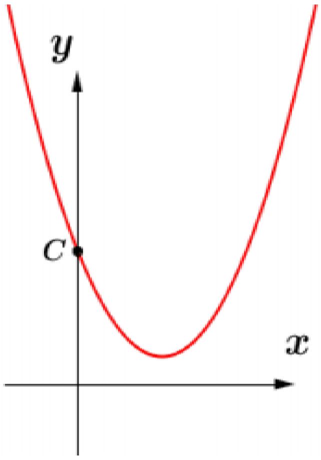
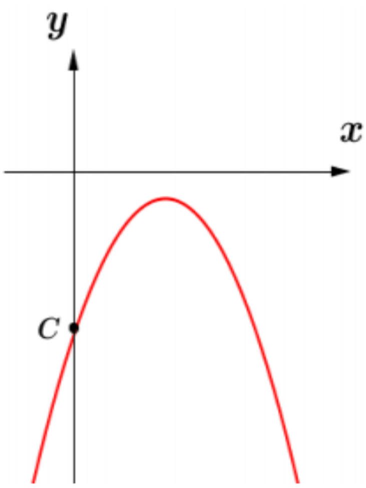


Figura 35: Gráfico da função quadrática contendo a localização do ponto C ($C < 0$)



Durante o estudo de função quadrática em sala de aula, os alunos foram novamente ao laboratório de informática da escola, para visualizarem, por meio do software Geogebra, o comportamento do gráfico de função quadrática. Nesse segundo contato com o software, eles já se mostraram mais familiarizados, porém uma das dúvidas mais frequentes era a de como inserir o expoente 2 no trinômio da função. Após a contextualização de diversas situações cotidianas, que envolvem o estudo de função quadrática, foi pedido que eles inserissem no campo “entrada” as seguintes funções:

- $y = x^2 - 4x - 21$
- $y = 2x^2 + 4x + 2$
- $y = 3x^2 - 5x + 4$
- $y = -7x^2 + 7$
- $y = -x^2 + 4x + 3$
- $y = -x^2 + 5$

Novamente, a estratégia foi a de inserir as três primeiras funções e, posteriormente, as demais. Ao final, foi pedido que eles respondessem às seguintes perguntas:

1) O que acontece com o gráfico quando o valor que multiplica x^2 é positivo? E negativo?

Mais uma vez a resposta foi imediata. Contudo, como eles ainda não conheciam o termo concavidade, alguns utilizaram os braços para representar a concavidade da parábola e alguns disseram:

“— Quando é positivo a parábola é pra cima e quando é negativo a parábola é pra baixo.”

2) O que você observa no termo independente e no ponto que intercepta o eixo vertical?

Dessa vez, a semelhança com o gráfico de função afim foi um facilitador para essa resposta. Novamente, foi pedido para que os alunos marcassem o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y e observassem o termo independente da função e, após esse comando, eles perceberam que se tratava do mesmo valor numérico. E muitos relataram:

“— É o mesmo número.”

As figuras 36 e 37 ilustram os gráficos das funções quadráticas estudadas pelos alunos.

Figura 36: Imagem do resultado gráfico das três primeiras funções quadráticas com $a > 0$ obtido pelos alunos

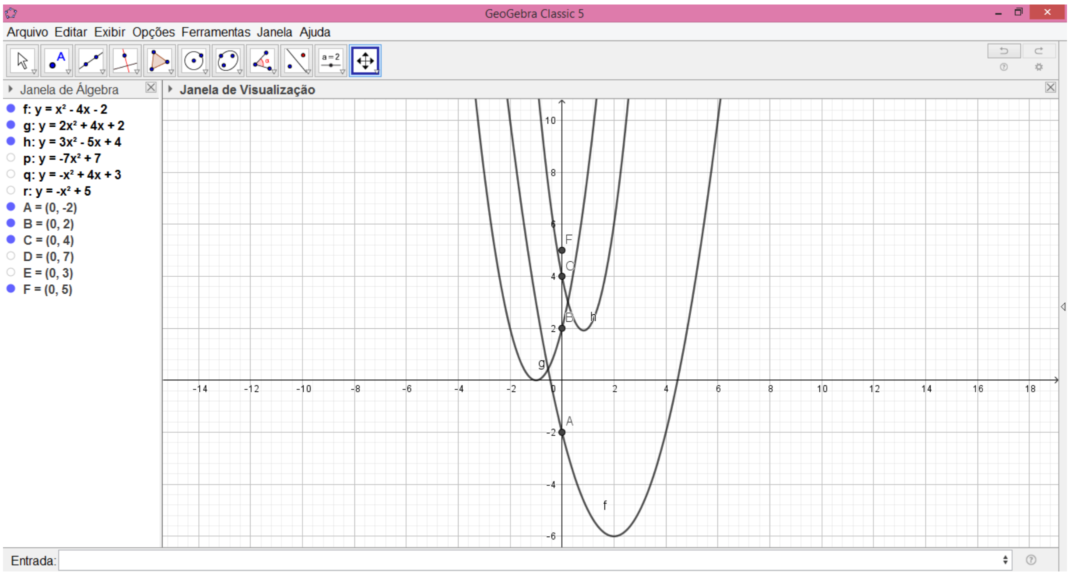
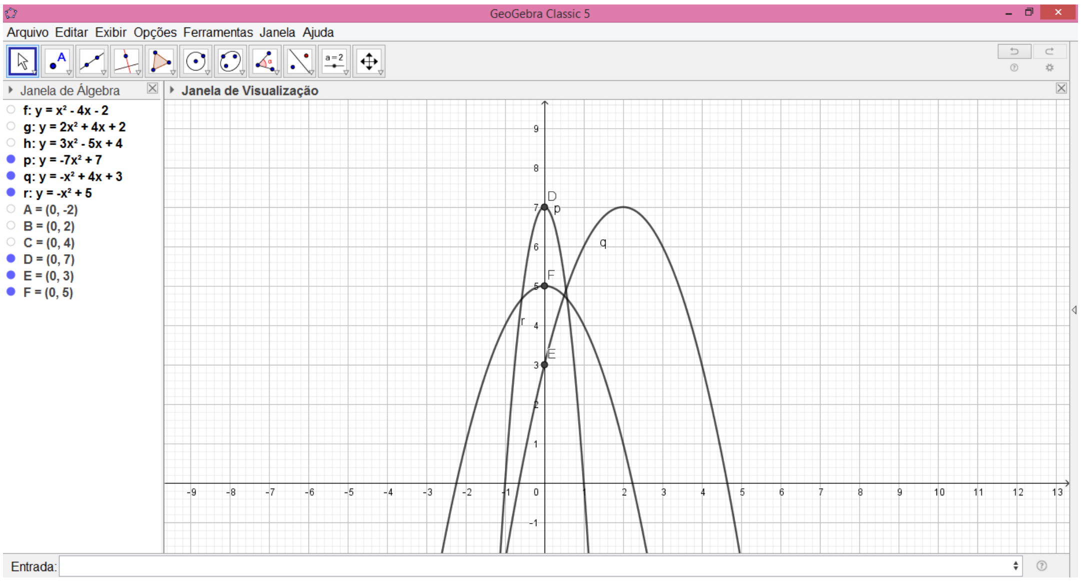


Figura 37: Imagem do resultado gráfico das três primeiras funções quadráticas com $a < 0$ obtido pelos alunos



5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA APLICAÇÃO

5.1 Contexto

A pesquisa foi realizada em uma instituição de ensino de nível médio, chamada Escola de Ensino Médio Liceu de Messejana, localizada na Avenida Washington Soares, 7702, no bairro Messejana, no município de Fortaleza, estado do Ceará. A escola é mantida pelo Governo do Estado e foi criada conforme o Decreto Nº 25.639, publicado no Diário Oficial do Estado, de 01/10/1999, que funciona durante os três turnos em regime regular, tendo ao todo 33 turmas, sendo 13 turmas de 1º ano, 12 turmas de 2º ano e 08 turmas de 3º ano.

A estrutura da escola de 2 andares conta com 13 salas de aula, 5 tipos de laboratórios (redação, biologia, física, química e informática), 1 biblioteca, sala de monitoria, 1 refeitório, secretaria, sala de professores, coordenação, quadra de esportes, sala do grêmio, 1 auditório, 6 banheiros. Além disso, no seu quadro funcional, há 54 professores, 3 coordenadores, 1 diretor, 1 secretária, 1 assistente administrativo-financeiro, 05 auxiliares de serviço, 03 funcionários administrativos-burocráticos, 04 vigias, 02 porteiros e, aproximadamente, 1250 alunos.

5.2 Participantes

Participaram desta pesquisa 30 alunos, com idades entre 15 e 18 anos, cursando a 2ª série do ensino médio. Esses alunos foram escolhidos de forma aleatória entre 6 turmas, sendo 3 turmas do turno da manhã e 3 do turno da tarde, os quais foram divididos em dois grupos: o grupo experimental e o grupo de controle, cada um com 15 alunos. Todos os participantes da pesquisa assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido.

Vale ressaltar que as atividades, envolvendo RD e ao, foram aplicadas, registradas e fotografadas no ano de 2018, pois envolviam os conteúdos do currículo escolar de matemática do 1º ano distribuídos ao longo de 4 bimestres e que o questionário foi aplicado no início do ano de 2019, com os mesmos alunos do ano anterior que participaram de todas as atividades propostas.

As tabelas apresentadas, neste item, foram elaboradas de acordo com os dados coletados no questionário socioeconômico, serão apresentadas, neste tópico, as que contêm informações mais relevantes.

Entre os alunos pesquisados, encontra-se o mesmo percentual para a quantidade de homens e a quantidade de mulheres, segundo a tabela 4.

Tabela 4: Sexo dos alunos

Sexo	Frequência	Porcentagem (%)
Masculino	15	50
Feminino	15	50
Total	**30**	**100**

Fonte: Dados do questionário socioeconômico.

Quanto ao nível de escolaridade do pai, é possível perceber que a maioria cursou o ensino médio completo. Além disso, 6 alunos não souberam responder a respeito do nível de escolaridade do pai, como mostra a tabela 5.

Tabela 5: Nível de escolaridade do pai

Nível de escolaridade (pai)	Frequência	Porcentagem (%)
Não estudou	2	6,70%
Da 1ª à 5ª série do EF	5	16,70%
Da 6ª à 9ª série do EF	3	10%
Ensino médio incompleto	4	13,30%
Ensino médio completo	7	23,20%
Ensino superior incompleto	2	6,70%
Ensino superior completo	2	6,70%
Pós-graduação	0	0%
Não sei	6	16,70%
Total	**30**	**100**

Fonte: Dados do questionário socioeconômico.

Em relação ao nível de escolaridade da mãe, os valores revelam que a maioria delas cursou o ensino médio completo. Além disso, 5 alunos não souberam se suas mães estudaram, conforme tabela 6.

Tabela 6: Nível de escolaridade da mãe

Nível de escolaridade (mãe)	Frequência	Porcentagem (%)
Não estudou	0	0,00%
Da 1ª à 5ª série do EF	4	13,30%
Da 6ª à 9ª série do EF	7	23,4%
Ensino médio incompleto	4	13,30%
Ensino médio completo	8	26,70%
Ensino superior incompleto	0	0,00%
Ensino superior completo	1	3,30%
Pós-graduação	1	3,30%
Não sei	5	16,70%
Total	**30**	**100**

Fonte: Dados do questionário socioeconômico.

Acerca da renda familiar mensal, os dados revelam que a maioria das famílias dos alunos tem renda acima de um até dois salários mínimos (R$999 a R$1.996), de acordo com a tabela 7.

Tabela 7: Renda familiar mensal

Renda familiar mensal	**Frequência**	**Porcentagem (%)**
Menos ou valor igual ao de 1 salário mínimo	7	23,3%
Acima de um até dois salários mínimos	12	40%
Acima de dois até cinco salários mínimos	5	16,7%
Acima de cinco até dez salários mínimos	0	0%
Acima de dez salários mínimos	0	0%
Não sei informar	6	20%
Total	**30**	**100**

Fonte: Dados do questionário socioeconômico.

Os dados levantados pelo questionário sobre a situação escolar mostram que 24 alunos apenas estudam, sendo 12 alunos pertencentes ao grupo experimental e 12 alunos pertencentes ao grupo de controle. Em contrapartida, 6 alunos trabalham e estudam, sendo 3 alunos pertencentes ao grupo experimental e 3 alunos pertencentes ao grupo de controle, conforme tabela 8.

Tabela 8: Situação escolar dos grupos experimental e de controle

Tipo de grupo	**Situação escolar**		**Total**
	Apenas estuda	**Trabalha e estuda**	
Experimental	12	3	15
Controle	12	3	15
Total	**24**	**6**	**30**

Fonte: Dados do questionário socioeconômico.

Com relação à quantidade de computadores que os estudantes possuem em suas residências, 15 alunos afirmaram que não possuem nenhum computador em casa, configurando a maior porcentagem, consoante à tabela 9.

Tabela 9: Quantidade de computadores

Quantidade de computadores	**Frequência**	**Porcentagem (%)**
Nenhum	15	50%
Um	11	36,7%
Dois ou mais	4	13,3%
Total	**30**	**100%**

Fonte: Dados do questionário socioeconômico.

Por fim, a última pergunta do questionário se referia à classificação dos participantes da pesquisa quanto ao conhecimento em Matemática. A tabela 10 mostra que 20 alunos consideraram ter um bom conhecimento em matemática, configurando a maior parte dos dois grupos.

Tabela 10: Conhecimento em matemática dos grupos experimental e de controle

Tipo de grupo	**Classificação quanto ao conhecimento em Matemática**				**Total**
	Muito bom	**Bom**	**Ruim**	**Muito ruim**	
Experimental	1	12	2	0	15
Controle	2	8	4	1	15
Total	**3**	**20**	**6**	**1**	**30**

Fonte: Dados do questionário socioeconômico.

Vale ressaltar que o aluno que se considerou muito bom do grupo experimental acertou 3 questões, enquanto que os dois alunos do grupo de controle que se consideraram muito bons em matemática acertaram 1 e 4 questões.

5.3 Condução

O estudo foi realizado com dois grupos: no turno da manhã, com alunos do grupo experimental e, no turno da tarde, com o grupo de controle. No primeiro grupo, foi trabalhado com os alunos do turno experimental da manhã as atividades que envolveram RD e OA, portanto, a abordagem construtivista foi o modelo que predominou no ensino dos conteúdos matemáticos já citados anteriormente. A proposta que será avaliada, neste trabalho, é que o uso desses recursos, aliados a uma abordagem construtivista de ensino, cause um efeito mais satisfatório do que a abordagem tradicional de ensino.

Depois que as todas atividades foram realizadas, através do uso de diversos recursos, os 15 alunos escolhidos aleatoriamente responderam ao questionário socioeconômico e, em seguida, responderam ao teste sobre os conteúdos de matemática abordados nas atividades desenvolvidas por meio de RD e OA que contêm 8 questões. Durante a aplicação do teste, não foi permitido o uso de calculadoras, computadores ou qualquer outro meio eletrônico.

Com o grupo de controle, formado por 15 alunos do turno da tarde, enfatizou-se a abordagem tradicional de ensino. Nesse grupo, eles tiveram contato com recurso didático limitado a livro, quadro e pincel e os mesmos conteúdos de matemática foram ensinados de forma convencional.

Após o término da explanação dos diversos conteúdos de matemática, o mesmo questionário socioeconômico e o mesmo teste sobre os referidos conteúdos foram aplicados, porém sem o uso de RD e OA, também contendo 8 questões. Durante a aplicação do teste, também não foi permitido o uso de calculadoras, computadores ou qualquer outro meio eletrônico.

5.4 Instrumentos de coleta de dados

A fim de auxiliar este estudo, foi utilizado, como instrumento para a coleta de dados, um teste de múltipla escolha contendo 8 questões com 5 alternativas em cada questão e um questionário socioeconômico contendo 20 perguntas, cuja finalidade era obter mais informações sobre cada participante e perceber que os alunos, tanto do grupo experimental como do grupo de controle, possuem realidades sociais e econômicas semelhantes. Os dois grupos não tiveram contato durante a realização da pesquisa. Os dois testes foram aplicados separadamente para cada grupo, sendo iguais para ambos os grupos.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 Métodos de análise

Realizada a coleta de dados, por meio dos instrumentos mencionados anteriormente, foi realizada a análise das informações obtidas, que foram organizadas com o auxílio do programa Microsoft Office Excel 2013, em que todos os dados adquiridos foram computados e descritos em forma de gráfico de colunas.

6.2 Resultados

Segue a análise dos resultados obtidos de cada questão com seu enunciado e seu respectivo gráfico para melhor compreensão.

1ª) Dentre as alternativas a seguir, a fração que corresponde a um número decimal compreendido entre 0,5 e 0,7 é:

A) 1/3

B) 3/5

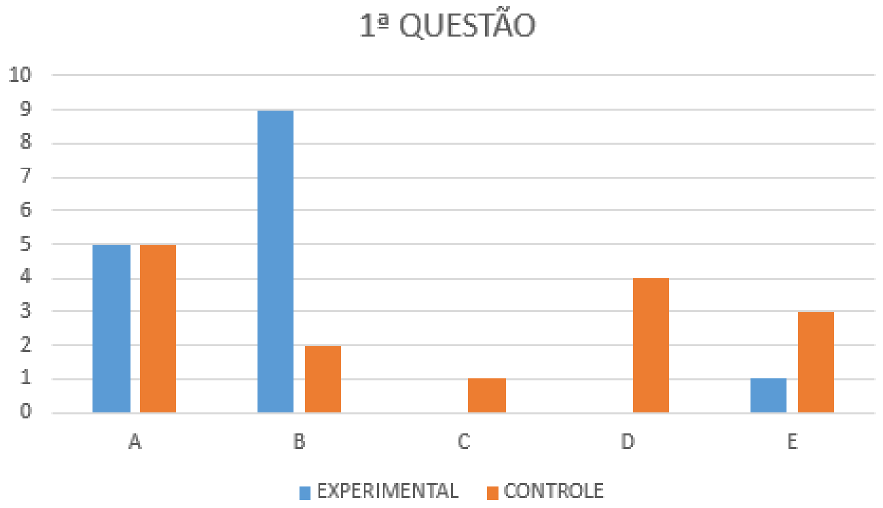
C) 5/3

D) 2/5

E) 7/5

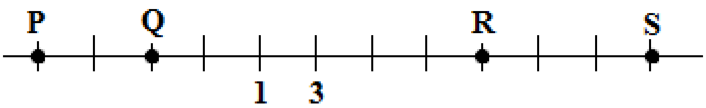
A primeira questão está relacionada ao conteúdo de números racionais. Para essa questão, os alunos deveriam dividir o numerador da fração pelo denominador e verificar se o resultado obtido seria um número decimal compreendido entre 0,5 e 0,7. A resposta correta desta questão é o item B, pois 3/5=3÷5=0,6. Como podemos perceber na figura 38, 9 alunos do grupo experimental e 2 alunos do grupo de controle assinalaram a alternativa correta. Além disso, nenhum aluno deixou a questão em branco.

Figura 38: Acertos da primeira questão do teste



Fonte: Dados da pesquisa

2ª) A reta numérica abaixo está dividida em intervalos iguais.



Nessa reta, os números -3 e 9 estão representados, respectivamente, pelos pontos:

A) Q e R.

B) R e S.

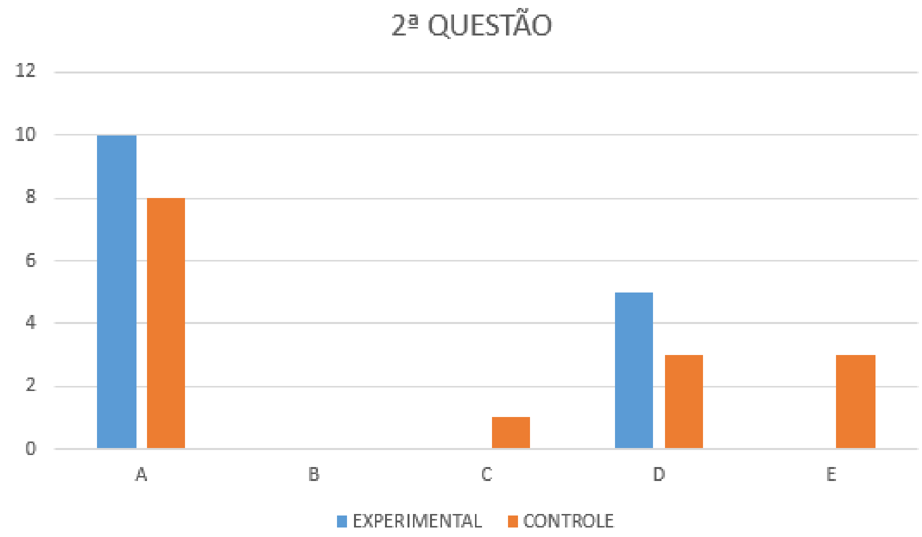
C) P e Q.

D) Q e S.

E) P e S.

A segunda questão está relacionada ao conteúdo de reta numérica. Para solucioná-la, seria necessário perceber que o intervalo entre dois números era igual a 2, portanto, o ponto Q corresponderia ao número -3 e o ponto R corresponderia ao número 9, assim, a resposta correta para esta questão seria o item A. Como podemos perceber na figura 39, 10 alunos do grupo experimental e 8 alunos do grupo de controle assinalaram a alternativa correta. Ademais, nenhum aluno deixou a questão em branco.

Figura 39: Acertos da segunda questão do teste



Fonte: Dados da pesquisa

3ª) Um certo produto era vendido a R$50,00 e, com a chegada das festas de final de ano, esse produto sofreu um acréscimo de 20%. Porém, após as festividades nem todo o estoque foi vendido e o dono da loja resolveu abater o preço que havia sido reajustado em 25%. Qual o valor do produto que foi vendido após as festividades?

A) R$ 40,00

B) R$ 42,50

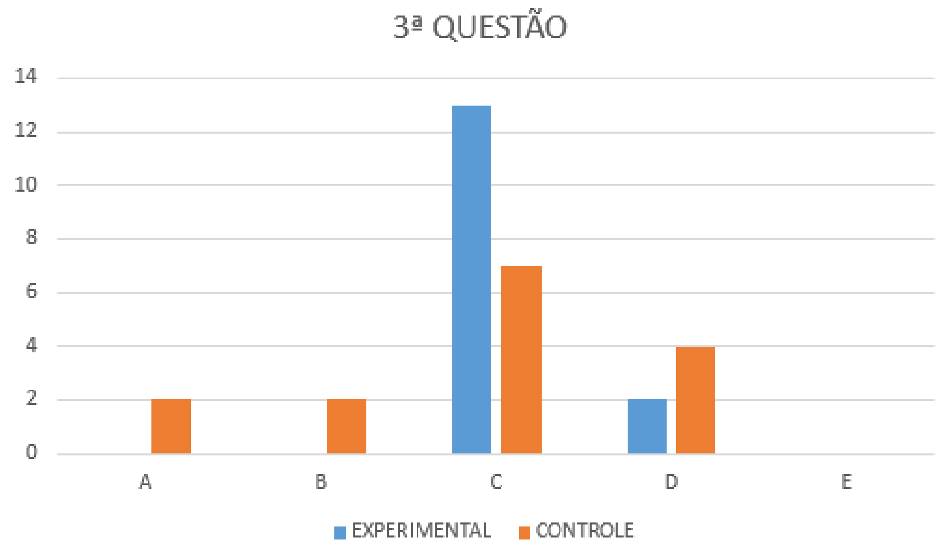
C) R$ 45,00

D) R$ 47,50

E) R$ 49,00

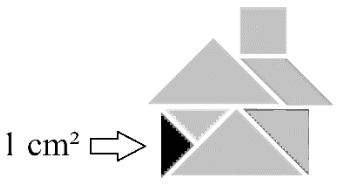
A terceira questão está relacionada ao conteúdo de porcentagem. Para solucioná-la, seria necessário calcular primeiro 20% de 50 que é igual a 10 e, em seguida, acrescentar a 50 obtendo 60, posteriormente, calcular 25% de 60 que é igual a 15 e, depois, subtrair de 60 obtendo 45, logo, a resposta correta para essa questão seria o item C. Como podemos perceber na figura 40, 13 alunos do grupo experimental e 7 alunos do grupo de controle assinalaram a alternativa correta. Novamente, nenhum aluno deixou a questão em branco.

Figura 40: Acertos da terceira questão do teste



Fonte: Dados da pesquisa

4ª) O tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra cabeça, composto por sete peças: um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos retângulos e isósceles. Se a área do triângulo menor, em destaque, do tangram medir 1cm², então a área que representa uma casinha, é igual a:



A) 4 cm².

B) 8 cm².

C) 12 cm².

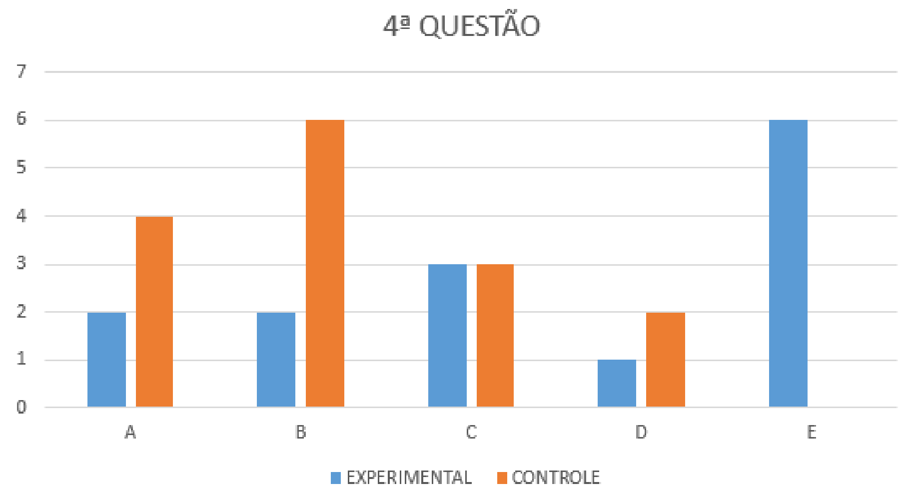
D) 14 cm².

E) 16 cm².

A quarta questão está relacionada ao conteúdo de área de figuras planas com o uso do Tangram. Para solucioná-la, seria necessário perceber que todas as áreas que formam a casinha tem relação com a área do triângulo menor, tem-se que a área total corresponde a 16 vezes o tamanho da área menor, assim, a resposta correta para essa questão seria o item E.

Como podemos perceber na figura 41, apenas 6 alunos do grupo experimental assinalaram a alternativa correta e nenhum aluno do grupo de controle assinalou a alternativa correta. Nessa questão, um aluno do grupo experimental a deixou em branco.

Figura 41: Acertos da quarta questão do teste



Fonte: Dados da pesquisa

5ª) A medida do lado de uma janela que possui formato quadrangular é igual a 12 cm. Qual a medida da sua área em m²?

A) 144.

B) 14,4.

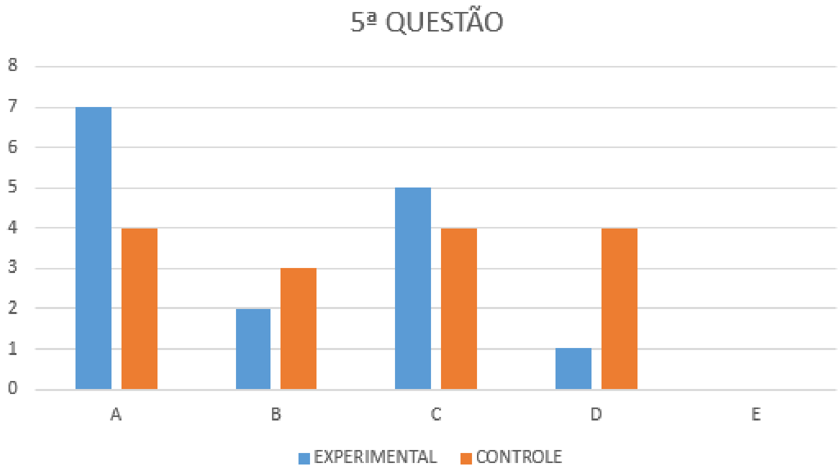
C) 1,44.

D) 0,144.

E) 0,0144.

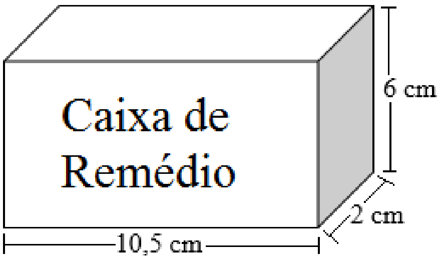
A quinta questão está relacionada ao conteúdo de área de figuras planas associada à transformação de unidade. Para solucioná-la, seria necessário saber que 12 cm é igual a 0,12 m e a área é 0,12m x 0,12m = 0,0144 m², obtendo o item E como a resposta correta. Podemos perceber, na figura 42, que nenhum aluno assinalou a alternativa correta e nem deixou a questão em branco. Além disso, a alternativa A foi a mais assinalada pelo grupo experimental, compreende-se que esses alunos sabem calcular a área de um quadrado; caso no enunciado da questão, a área fosse expressa em cm², o resultado obtido seria 12cm x 12cm = 144cm² que consta no item A, porém, a falta da transformação de unidade fez com que esses estudantes não assinalassem o item correto.

Figura 42: Acertos da quinta questão do teste



Fonte: Dados da pesquisa

6ª) O volume de uma caixa de remédio, em cm³, conforme as dimensões indicadas na figura a seguir é:



A)18,5

B) 22,5

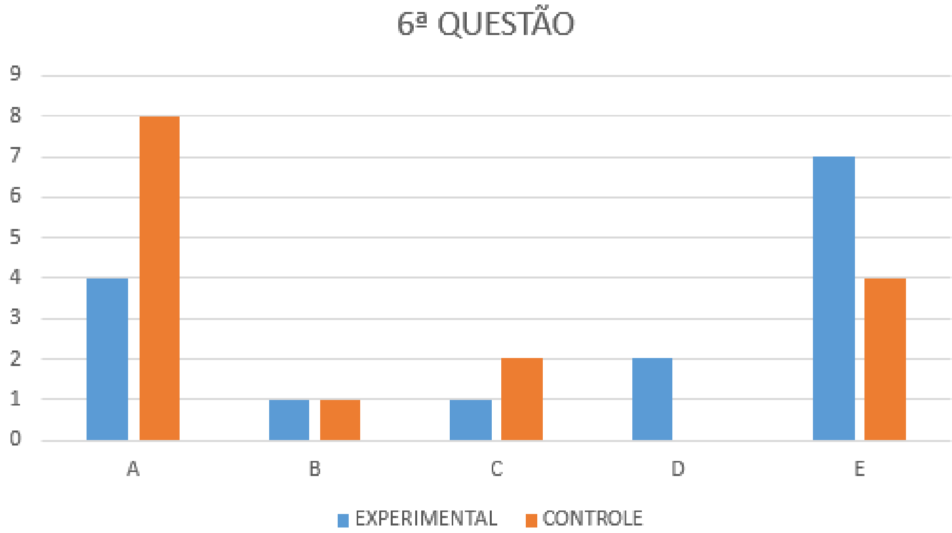
C) 27

D) 65

E) 126

A sexta questão está relacionada ao conteúdo de volume de paralelepípedo. Para solucioná-la, seria necessário saber que, ao multiplicar as três dimensões contidas na figura, obtém-se o volume da caixa em cm³, ou seja, 6cm x 2cm x 10,5 cm = 126 cm³, consequentemente, a resposta correta para essa questão seria o item E. Como podemos perceber na figura 43, 7 alunos do grupo experimental e 4 alunos do grupo de controle assinalaram a alternativa correta. Para mais, nenhum aluno deixou a questão em branco.

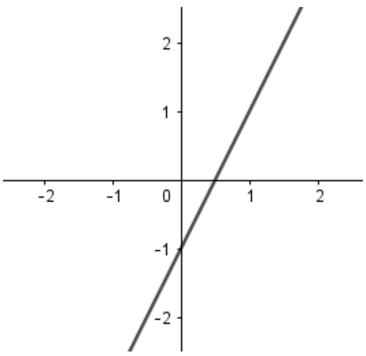
Figura 43: Acertos da sexta questão do teste



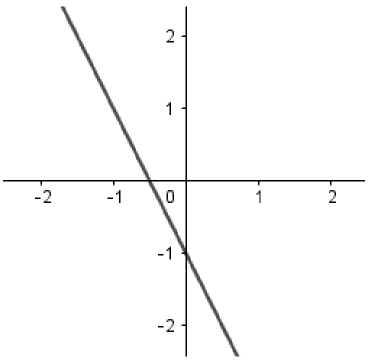
Fonte: Dados da pesquisa

7ª) Marque o item em que o gráfico que representa a função f(x)= 2x-1 está representado.

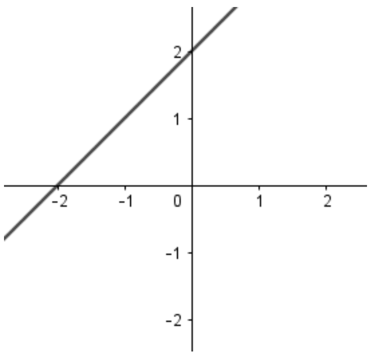
A)



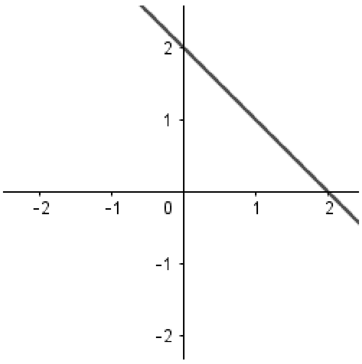
B)



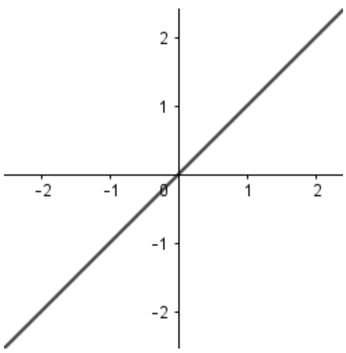
C)



D)

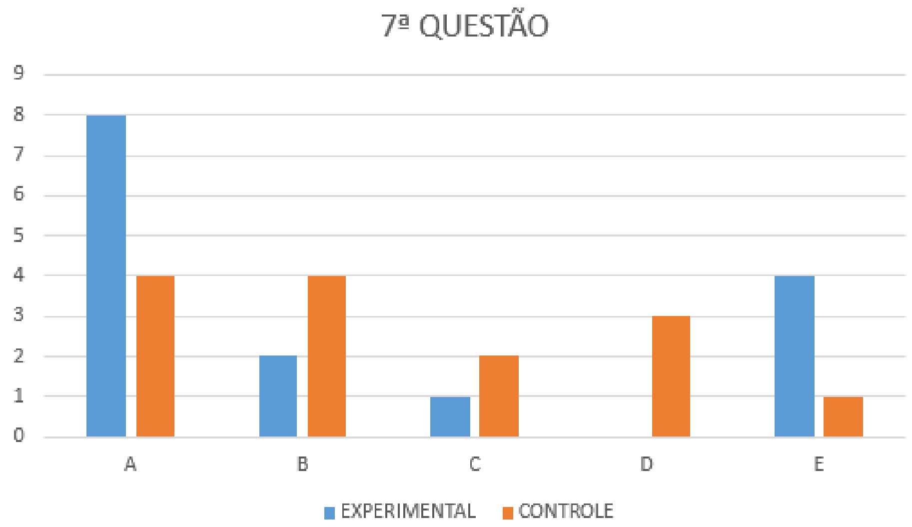


E)



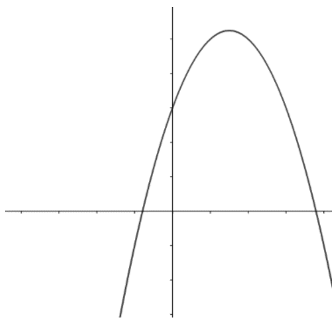
A sétima questão está relacionada ao conteúdo de função afim. Para solucioná-la, seria necessário saber que a reta da função $f(x) = 2x - 1$ é crescente e que o ponto $(0, -1)$ é o ponto de intersecção da reta com o eixo $0y$, logo a resposta correta para essa questão seria o item A. Como podemos perceber na figura 44, 8 alunos do grupo experimental e 4 alunos do grupo de controle assinalaram a alternativa correta. Nessa questão, um aluno do grupo de controle a deixou em branco.

Figura 44: Acertos da sétima questão do teste



Fonte: Dados da pesquisa

8ª) A representação cartesiana de uma determinada função quadrática é a parábola abaixo. Tendo em vista esse gráfico, podemos afirmar que:



A) a<0, Δ<0 e c>0

B) a>0, Δ =0 e c<0

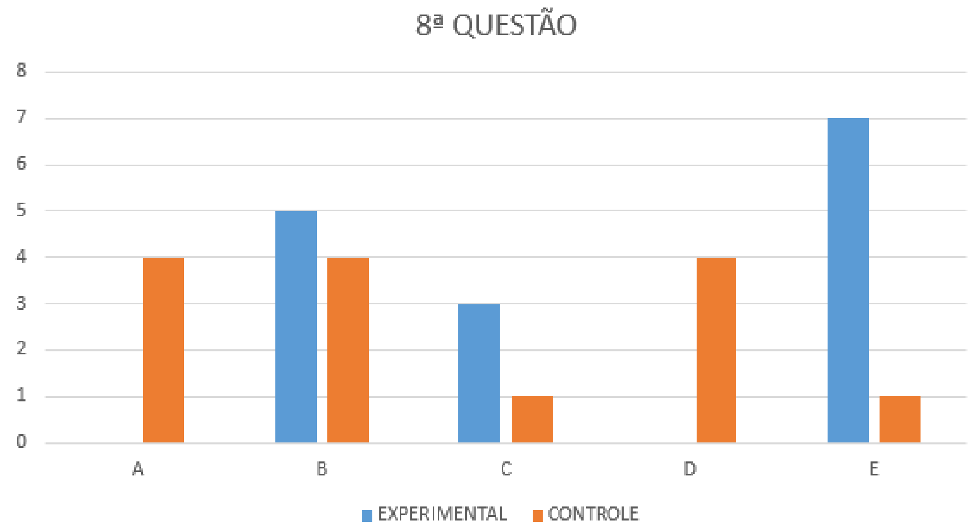
C) a>0, Δ >0 e c>0

D) a<0, Δ =0 e c<0

E) a<0, Δ >0 e c>0

A oitava questão está relacionada ao conteúdo de função quadrática. Para solucioná-la, seria necessário saber que a parábola da função descrita no gráfico possui concavidade voltada para baixo ($a < 0$), possui duas raízes reais distintas já que existem dois pontos de intersecção do gráfico com o eixo $0x$ ($\Delta > 0$) e o ponto de intersecção do gráfico da parábola com o eixo $0y$ é positivo ($c > 0$), entao a resposta correta para essa questão seria o item E. Como podemos perceber na figura 45, 7 alunos do grupo experimental e 1 aluno do grupo de controle assinalaram a alternativa correta. Nessa questão, um aluno do grupo de controle a deixou em branco.

Figura 45: Acertos da oitava questão do teste

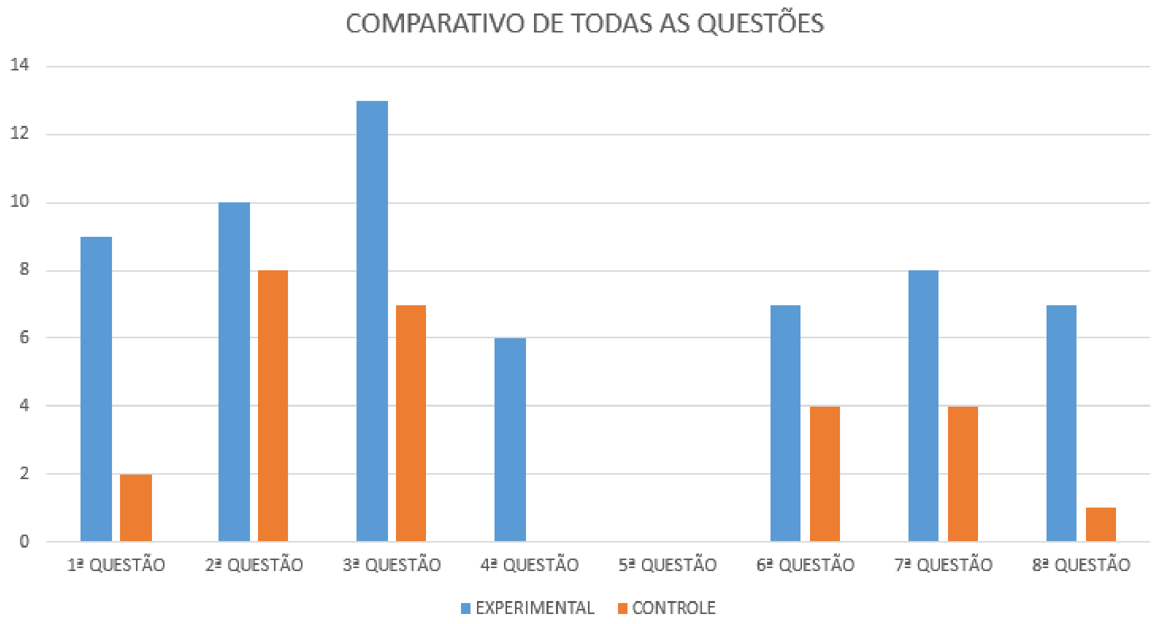


Fonte: Dados da pesquisa

6.3 Análise Comparativa

O gráfico abaixo mostra uma comparação dos resultados obtidos em cada questão e, no geral, entre os dois grupos, com o intuito de saber qual deles teve o melhor desempenho.

Figura 46: Análise comparativa do desempenho dos grupos experimental e de controle



Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que o grupo experimental teve um melhor desempenho na maioria das questões, com exceção da 5ª questão em que nenhum aluno obteve êxito. Nota-se ainda que, no geral, o grupo de controle teve um acerto médio de 3,25 questões, enquanto que o grupo experimental teve um acerto médio de 7,5 questões e, com isso, obteve melhor vantagem, o que permite concluir que o grupo experimental teve um desempenho superior em relação ao grupo de controle.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa foi relevante, uma vez que, além de mostrar resultados satisfatórios para o grupo de alunos experimental, que tiveram acesso a aulas diferenciadas, aborda a importância de utilizar RD e OA para melhoria no desempenho da aprendizagem de conteúdos matemáticos e que essas atividades variadas enriquecem a aula do professor. Vale ressaltar que a formação docente é um diferencial para a usabilidade desses recursos, pois o professor deve estar disponível para a busca de novas práticas de ensino. A utilização de outros espaços da escola, além da sala de aula, outras atividades, além das propostas pelo livro didático, despertam a curiosidade e instigam o aluno na participação da aprendizagem. Tais recursos são ferramentas que favorecem o crescimento profissional do docente. Com isso, pode-se concluir que os objetivos relatados foram alcançados, podendo-se perceber uma superioridade dos rendimentos dos alunos do grupo experimental em relação ao grupo de controle.

Em vista do que foi apresentado neste trabalho, pode-se concluir que houve resultados mais satisfatórios com o grupo experimental que teve acesso aos RD e OA aliados à abordagem construtivista do que com o grupo de controle que limitou-se ao uso de quadro, pincel e livro didático aliados à abordagem tradicional. Ao final, percebe-se que o comparativo dos resultados entre as questões dos dois grupos mostram que o grupo de controle teve um acerto médio de 3,25 questões, enquanto que o grupo experimental teve um acerto médio de 7,5 questões, o que nos dá uma diferença média de 4,25 questões.

Com a análise individual das questões, pode-se perceber que, em quase todas elas, com exceção da 5ª questão, o grupo experimental obteve resultado mais satisfatório. Observa-se, com os dados da pesquisa, que o grupo de controle teve rendimento superior a 50% em apenas 1 questão, enquanto que o desempenho do grupo experimental foi superior a 50% em 4 questões, destacando-se um índice de 86,7% de acerto na 3ª questão que envolve o conteúdo de porcentagem.

Em relação ao grupo de controle, 10 em 15 alunos se consideraram muito bons ou bons quando indagados em relação ao conhecimento em matemática e, desses 15 alunos, 12 apenas estudam. Contudo, cabe uma reflexão acerca do grupo que foi exposto à abordagem tradicional de ensino. O que realmente aconteceu para que o rendimento desses alunos fosse inferior? Será que eles se sentiram motivados durante as aulas? Ou, ainda, houve uma boa aprendizagem dos conteúdos? Se a maioria apenas estuda, de fato, eles têm aproveitado o tempo disponível para estudo? São muitas as indagações acerca dos resultados. Nesse sentido, é necessário que o ensino seja compreendido como um processo de continuidade, dando ênfase aos conhecimentos prévios, já que um conteúdo novo é melhor compreendido com base em conceitos prévios. É preciso que esses alunos se sintam motivados a estudar, visto que possuem tempo disponível para tal fim e a família e a escola possuem papel relevante no incentivo e na importância da educação.

Outro aspecto importante a salientar sobre esta pesquisa é que algumas atividades executadas pelos discentes valorizaram o conhecimento prévio do aluno, característica marcante da abordagem construtivista. Na atividade “Varal dos números”, por exemplo, é perceptível a facilidade que eles têm em ordenar os números racionais e, mesmo aqueles alunos pontuais, que não têm essa facilidade, de início, aprendem com o próprio grupo por meio da interação, tornando a figura do professor de mediador em muitos momentos e não de um transmissor de conhecimento.

Neste estudo, a avaliação do desempenho dos alunos utilizando RD e OA aliados a uma abordagem construtivista foi executada com base em uma pequena amostra, deixando, assim, margens para estudos mais profundos, a fim de que possam contribuir para um ensino mais rico e dinâmico nas aulas de matemática voltadas para o ensino médio. A pesquisa, realizada em um grupo constituído de alunos que vivem em circunstâncias parecidas, pode não se aplicar àqueles com outra realidade como, por exemplo, estudantes da rede particular ou os que vivem em outra região.

Espera-se que essa pesquisa incentive o uso de diversos recursos, não somente na disciplina de Matemática, mas em todas as áreas de ensino e que contribua na qualidade da educação de muitos jovens e adolescentes.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUDINO, Daniel Fagundes; NASCIMENTO, Rosemy da Silva. Objetos de Aprendizagem: diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, v. 5, n. 10, p. 128-148, 2010.

AZEVEDO, Elisabeth Quirino de. **O processo de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas no contexto da formação inicial do professor de matemática.** Rio Claro, 2014. 268 f. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista.

BRAGA, Juliana Cristina. **Objetos de aprendizagem, volume 2:** metodologia de desenvolvimento. Santo André: Editora da UFABC, 2015. 163 p.: il.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, 1997.

CAED/ UFJF. **Matriz de referência de matemática.** Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE). Secretaria da Educação: SEDUC, 2014. Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2014/11/SPAECE-RP-MT-EM-WEB.pdf>. Acesso em: 01/06/2019.

CRUZ, Arides Zaranza Lopes. **A teoria de Piaget na visão dos ensaios construtivistas de Lino Macedo e suas possíveis contribuições na gestão escolar.** Monografia de Especialização. Universidade Federal de Santa Maria. Coleções: Gestão Educacional – EaD [764]. Fortaleza, 2010. Disponível em:<https://repositorio.ufsm.br/handle/1/13854>. Acesso em: 14 fev. 2019.

FIOREZE, Leandra Anversa. **Rede de conceitos em Matemática:** reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de proporcionalidade utilizando atividades digitais. 1. ed. Curitiba: Appris Editora, 2016. 245 p.

FREITAS, Helena Costa Lopes de. Formação de professores no Brasil: 10 anos de embate entre projetos de formação. **Educação & Sociedade**, Campinas, vol. 23, n. 80, setembro/2002, p. 136-167. Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em: 05 mar. 2019.

GEOGEBRA – Aplicativos Matemáticos. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 30 mai. 2019.

GITIRANA, Verônica. Função Matemática: o entendimento dos alunos a partir do uso de softwares educacionais. *In:* BORBA, Rute; GUIMARÃES, Gilda (orgs.). **A pesquisa em educação matemática:** repercussões na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009.

GÓIS, Débora dos Santos. Contribuições do curso de extensão a distância formação continuada em Conselhos Escolares Fases I e II na formação do professor. *In:* MARTINS, Cibelle Amorim; SILVA, Cátia Luzia liveira da; VASCONCELOS, Francisco Herbert de Lima (orgs.). **Conselho escolar:** fortalecendo redes para a gestão democrática. 1. ed. vol. 3. Fortaleza: Encaixe, 2015.

LEÃO, Denise Maria Maciel. Paradigmas contemporâneos de educação: escola tradicional e escola construtivista. **Cadernos de Pesquisa**. Julho/ 1999, n.107, pp.187-206. ISSN 0100-1574. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/n107/n107a08.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2019.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio.** 9. ed. vol. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 280 p. Coleção PROFMAT.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **Temas e problemas elementares.** 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 335 p. Coleção PROFMAT.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

MOREIRA, Paula Burkardt. **Proposta para o ensino de matemática através da construção e aplicação do Tangram:** da educação infantil ao ensino fundamental II. 70 f.; Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2016. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=95524>. Acesso em: 14 fev. 2019.

MURAKAMI, Carlo; IEZZI, Gelson**. Fundamentos de Matemática Elementar:** Conjuntos, Funções. 7. ed. vol. 1. São Paulo: Editora Atual, 1993.

PASSOS, Éderson Oliveira; TAKAHASHI, Eduardo Kojy. Recursos didáticos nas aulas de matemática nos anos iniciais: critérios que orientam a escolha e o uso por parte de professores. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, vol. 99, n.251, pp.172-188, 2018. ISSN 0034-7183. Disponível em: <http://rbep.inep.gov.br/index.php/rbep/article/view/3095/pdf>. Acesso em: 15 mai. 2019.

PONTE, J.P. **Da formação ao desenvolvimento profissional.** Conferência plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat 98, realizado em Guimarães. Publicado In Actas do ProfMat 98 (pp.27- 44) Lisboa: APM. Disponível em: <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:siwIXUc2rWAJ:www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Ponte(Profmat).doc+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br> Acesso em: 25 mai. 2019.

PUC-SP. **Instituto São Paulo Geogebra**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebrasp/sobre_instituto.html>. Acesso em: 30 mai. 2019.

RODRIGUES, Nathercia Custodio. **Algumas questões sobre frações.** 57 f.; Dissertação (mestrado) – Instituto Nacional De Matemática Pura e Aplicada-IMPA. Rio de Janeiro 2018. Disponível em: <https://impa.br/wp-content/uploads/2018/03/TCC_2018_Nathercia-Rodrigues.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2019.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignes; MILANI, Estela. **Jogos de matemática de 6º ao 9º ano.** Série Cadernos do Mathema – Ensino Fundamental. Porto Alegre: Artmed, 2007. 104 p.

SOUZA, Eliane R. de; DINIZ, Maria Ignez. de S. V.; PAULO, Rosa M.; OCHI, Fusako H. **A Matemática das Sete Peças do Tangram.** São Paulo: CAEM-IME-USP, 1997.

SOUZA, Salete Eduardo de. **O uso de recursos didáticos no ensino escolar.** Arq Mudi. Maringá, PR. 2007;11 (Supl.2):110-114p.

TAROUCO, Liane Margarida Rockenbach; FLÔRES, Maria Lucia Pozzatti. Diferentes tipos de objetos para dar suporte a aprendizagem. **RENOTE**, v.6, n. 1, jul/ 2008. Porto Alegre: UFRGS, Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação.

WERNECK, Vera Rudge. **Sobre o processo de construção do conhecimento:** o papel do ensino e da pesquisa. Ensaio: aval.pol.públ.Educ., Rio de Janeiro, v. 14, n. 51, p. 173-196, jun/ 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362006000200003&lng=es&nrm=iso>. Acesso em: 14 fev. 2019.

9 APÊNDICES

APÊNDICE A – TESTE SOBRE OS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA EM ANÁLISE

1ª) Dentre as alternativas a seguir, a fração que corresponde a um número decimal compreendido entre 0,5 e 0,7 é:

A) 1/3

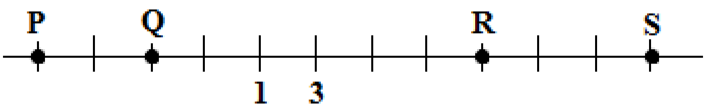
B) 3/5

C) 5/3

D) 2/5

E) 7/5

2ª) A reta numérica abaixo está dividida em intervalos iguais.



Nessa reta, os números -3 e 9 estão representados, respectivamente, pelos pontos:

A) Q e R.

B) R e S.

C) P e Q.

D) Q e S.

E) P e S.

3ª) Um certo produto era vendido a R$50,00 e, com a chegada das festas de final de ano, esse produto sofreu um acréscimo de 20%. Porém, após as festividades, nem todo o estoque foi vendido e o dono da loja resolveu abater o preço que havia sido reajustado em 25%. Qual o valor do produto que foi vendido após as festividades?

A) R$ 40,00

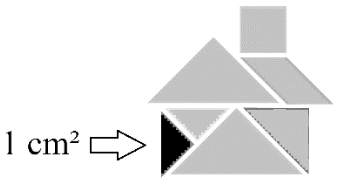
B) R$ 42,50

C) R$ 45,00

D) R$ 47,50

E) R$ 49,00

4ª) O tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra cabeça, composto por sete peças: um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos retângulos e isósceles. Se a área do triângulo menor, em destaque, do tangram medir 1cm², então a área que representa uma casinha é igual a:



A) 4 cm².

B) 8 cm².

C) 12 cm².

D) 14 cm².

E) 16 cm².

5ª) A medida do lado de uma janela que possui formato quadrangular é igual a 12 cm. Qual a medida da sua área em m²?

A) 144.

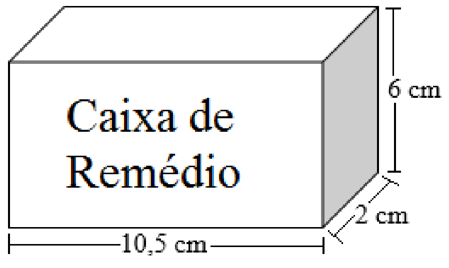
B) 14,4.

C) 1,44.

D) 0,144.

E) 0,0144.

6ª) O volume de uma caixa de remédio, em cm³, conforme as dimensões indicadas na figura a seguir é:



A)18,5

B) 22,5

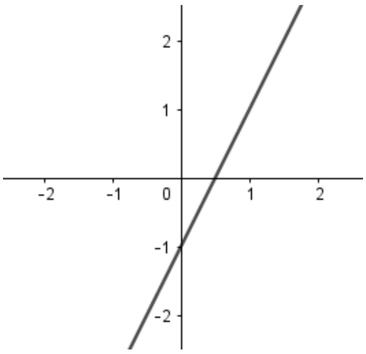
C) 27

D) 65

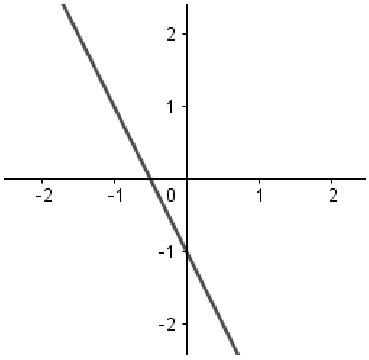
E) 126

7ª) Marque o item em que o gráfico que representa a função f(x)= 2x-1 está representado.

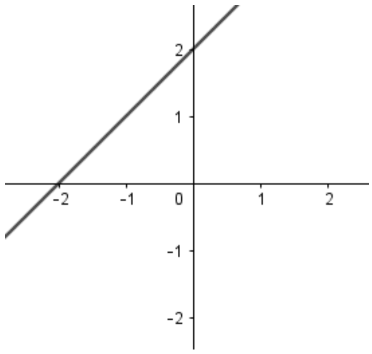
A)



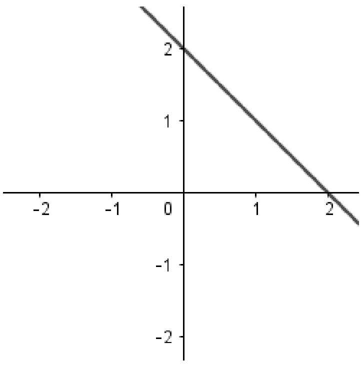
B)



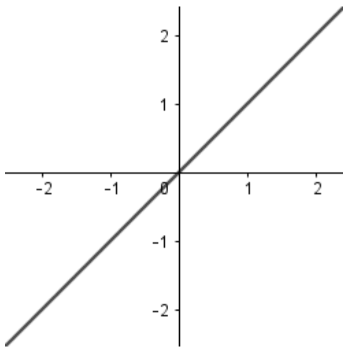
C)



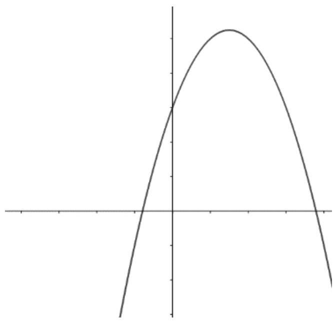
D)



E)



8ª) A representação cartesiana de uma determinada função quadrática é a parábola abaixo. Tendo em vista esse gráfico, podemos afirmar que:



A) a<0, Δ<0 e c>0

B) a>0, Δ =0 e c<0

C) a>0, Δ >0 e c>0

D) a<0, Δ =0 e c<0

E) a<0, Δ >0 e c>0

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SOCIOECONÔMICO

A seguir, você preencherá um formulário socioeconômico e um questionário com dados de interesse sobre cultura e sociedade;

Caso sinta-se incomodado em responder a alguma pergunta do questionário, marque as alternativas de não declaração, mas não deixe de responder;

Apenas pedimos que você preencha o questionário com sinceridade.

1. Sexo:
(1) Masculino
(2) Feminino

2. Idade (anos completos):
(1) 14
(2) 15
(3) 16
(4) 17
(5) 18
(6) mais de 18

3. Em relação à cor da pele, você se considera:
(1) Branco(a)
(2) Pardo(a)
(3) Negro(a)
(4) Amarelo(a) (oriental)
(5) Indígena
(6) Prefiro não declarar

4. Estado de origem: ________________
e Município de origem:
____

5. Você mora na região:
(1) Urbana (cidade)
(2) Rural (fazenda, sítio, chácara, aldeia, vila agrícola, etc.)

6. Com quem você mora?
(1) Pais
(2) Parentes
(3) Amigos
(4) Outros
(5) (ou) Sozinho (a)

7. Quantos irmãos?
(0) Nenhum
(1) Um
(2) Dois
(3) Três
(4) Quatro
(5) Cinco
(6) Seis ou mais

8. Até quando seu pai estudou?
(0) Não estudou.
(1) Da 1ª à 5ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(2) Da 6ª à 9ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(3) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(4) Ensino médio completo.
(5) Ensino superior incompleto.
(6) Ensino superior completo.
(7) Pós-graduação.
(8) Não sei.

9. Até quando sua mãe estudou?
(0) Não estudou.
(1) Da 1ª à 5ª série do ensino fundamental (antigo primário).

(2) Da 6ª à 9ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).

(3) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.

(4) Ensino médio completo.

(5) Ensino superior incompleto.

(6) Ensino superior completo.

(7) Pós-graduação.

(8) Não sei.

10. Atualmente você:

(1) Apenas estuda

(2) Trabalha e estuda

11. Qual é a renda familiar mensal?

(1) Menos ou valor igual ao de 1 salário mínimo (até R$998)

(2) Acima de um até dois salários mínimos (entre R$999 e R$1.996)

(3) Acima de dois até cinco salários mínimos (entre R$1.997 e R$4.990)

(4) Acima de cinco até dez salários mínimos (entre R$4.991 e R$9.980)

(5) Acima de dez salários mínimos (acima de R$9.980)

(6) Não sei informar.

12. Qual a sua participação na vida econômica do grupo familiar?

(1) Não trabalho e sou sustentado por minha família ou outras pessoas

(2) Trabalho e sou sustentado parcialmente por minha família ou outras pessoas

(3) Trabalho e sou responsável apenas por meu próprio sustento

(4) Trabalho, sou responsável por meu próprio sustento e ainda contribuo parcialmente para o sustento da família

(5) Trabalho e sou o principal responsável pelo sustento da família

(6) Outra situação

13. Em que tipo de escola você estudou?

(1) Somente em escola pública.

(2) Maior parte em escola pública.

(3) Somente em escola particular.

(4) Maior parte em escola particular.

14. Você já repetiu alguma série?

(0) Não

(1) Sim

15. Quantos livros em média você costuma ler por ano?

(1) Nenhum

(2) Um livro

(3) De 2 a 5 livros

(4) De 6 a 10 livros

(5) De 11 a 15 livros

(6) De 16 a 20 livros

(7) De 21 a 30 livros

(8) Mais do que 30 livros

16. O acesso a computadores e outros recursos de Informática na sua Escola é:

(1) Insuficiente a Regular

(2) Regular a Bom

(3) Bom a excelente

17. Quantos computadores tem na sua casa?

(0) Nenhum

(1) um

(2) dois ou mais

18. Você possui internet?

(0) Não

(1) Sim

19. Como você classifica o seu conhecimento de Informática?

(1) Muito bom.

(2) Bom.

(3) Ruim.

(4) Muito ruim.

20. Como você classifica o seu conhecimento de Matemática?

(1) Muito bom.

(2) Bom.

(3) Ruim.

(4) Muito ruim.

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, ____

abaixo assinado, concordo em participar da presente pesquisa.

O pesquisador manterá sigilo absoluto sobre as informações aqui prestadas, assegurará o meu anonimato quando da publicação dos resultados da pesquisa, **além de me dar permissão de desistir**, em qualquer momento, sem que isto me ocasione qualquer prejuízo para a qualidade do atendimento que me é prestado, caso sinta qualquer constrangimento por alguma pergunta ou simplesmente me queira retirar dela.

A pesquisa será realizada pela mestranda **Tábita Viana Cavalcante**, aluna do mestrado da Universidade Federal Rural do Semi-Árido e orientada pelo professor Doutor Antonio Gomes Nunes.

Fui informado(a) que posso indagar o pesquisador se desejar fazer alguma pergunta sobre a pesquisa, pelo telefone: (85) 986745603, endereço: ***Rua Sebastião de Abreu, 177 Ap 406 Bloco C, Fortaleza, Ceará*** e que, se por tal me interessar, posso receber os resultados da pesquisa quando esses forem publicados. O consentimento prévio dado pelo(a) colaborador(a) cujo nome e informações serão guardados pelo pesquisador e, em nenhuma circunstância, eles serão dados a conhecer a outras pessoas alheia ao estudo, a não ser que o(a) colaborador(a) o consinta, por escrito.

Assinatura do (a) participante: ____

Fortaleza- CE, ______ de ____________________________ de _______

Tábita Viana Cavalcante	Prof. Dr. Antonio Gomes
Pesquisadora Mestranda	Orientador Científico