

Luiz Antonio da Silva Prestes

# **Matemática na Gestão Financeira Pessoal**

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Maio, 2019

Luiz Antonio da Silva Prestes

## **Matemática na Gestão Financeira Pessoal**

Trabalho de Conclusão de Curso - PROF-MAT Apresentado por Luiz Antonio da Silva Prestes ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF

Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Orientador: Prof. Dr. Mario Rocha Retamoso

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

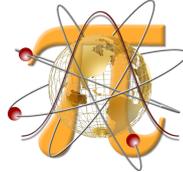
Maio, 2019

Colaboradores



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE

<http://www.furg.br>



INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA

<http://www.imef.furg.br>



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

<http://www.profmat-sbm.org.br>



SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

<http://www.sbm.org.br>

## Ficha catalográfica

P936m Prestes, Luiz Antonio da Silva.  
Matemática na gestão financeira pessoal / Luiz Antonio da Silva  
Prestes. – 2019.  
66 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande –  
FURG, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Rio Grande/RS,  
2019.

Orientador: Dr. Mario Rocha Retamoso.

1. Matemática Financeira 2. Gestão Financeira 3. Função  
Exponencial I. Retamoso, Mario Rocha II. Título.

CDU 51:64.03

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

Luiz Antonio da Silva Prestes

## **Matemática na Gestão Financeira Pessoal**

Trabalho de Conclusão de Curso - PROF-MAT Apresentado por Luiz Antonio da Silva Prestes ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Trabalho aprovado. Rio Grande, dia 13 de Junho de 2019

---

**Prof. Dr. Mario Rocha Retamoso**  
(Orientador - FURG)

---

**Prof. Dr<sup>a</sup> Cristiana Andrade Poffal**  
(Avaliador - FURG )

---

**Prof. Dr. Giovani Nunes da Silva**  
(Avaliador - UFPEL)

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil  
Maio, 2019

*Este trabalho é dedicado aos meus pais, minha esposa, minha filha e a meus professores por terem me proporcionado condições de concluir o trabalho.*

Se és capaz de aceitar teus alunos como são, com suas diferentes realidades humanas, sociais e culturais; se os levas a superar as dificuldades, limitações ou fracassos, sem humilhações, sem inúteis frustrações; se os levas a refletir mais do que decorar; se te emocionas com a visão de tantas criaturas que de ti dependem para desabrochar em consciência, criatividade, liberdade e responsabilidade, então podes dizer: sou mestre.

(Rui Barbosa)

# Agradecimentos

Agradeço a meus antepassados, a meus pares, a meus professores e em particular a grande ajuda do professor orientador Mario Rocha Retamoso, aos meus alunos do primeiro ano do ensino médio, principalmente a Deus por ter dado a mim a oportunidade de concluir este trabalho.

À PRAE e a CAPES pelo apoio financeiro.

*“Basta ser sincero e desejar profundo.”*  
*(Raul Seixas)*

# Resumo

Este trabalho tem por objetivo a aproximação entre a Matemática financeira e a gestão financeira pessoal, aproveitando a estreita relação entre estes dois assuntos. Propõe também a criação de ferramentas e atividades a fim de estabelecer recursos para serem aplicados ao dia a dia, utiliza planilha eletrônica e calculadora financeira para este fim e oportuniza a introdução de função exponencial. Foi desenvolvido em turma do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública do Rio Grande do Sul.

**Palavras-chaves:** Matemática financeira, gestão financeira, função exponencial,

# Abstract

This study aims at the approximation between financial mathematics and financial management, taking advantage of the close relationship between these two subjects. It proposes tools and activities in order to establish resources to be applied in daily life. It uses spreadsheet and financial calculator for this aim and allows the introduction of exponential function. It was developed in a class of the first year of high school in a public school in Rio Grande do Sul.

**Key-words:** Financial mathematics, financial management, spreadsheet, exponential function,

# Lista de ilustrações

- Figura 1 - Planilha eletrônica
- Figura 2 - HP 12C
- Figura 3 - Taxas Equivalentes em Juro Simples
- Figura 4 - Construção da Ferramenta Taxas Equivalentes em Juro Simples
- Figura 5 - Taxas Equivalentes em Juro Composto
- Figura 6 - Construção da Ferramenta Taxas Equivalentes em Juro Composto
- Figura 7 - Ferramenta para calcular Capitalização a Juro Simples
- Figura 8 - Construção da ferramenta para calcular Capitalização a Juro Simples
- Figura 9 - Construção do gráfico da ferramenta para calcular Capitalização a Juro Simples
- Figura 10 - Ferramenta para calcular Capitalização a Juro Composto
- Figura 11 - Construção da Ferramenta para calcular Capitalização a Juro Composto
- Figura 12 - Construção do gráfico da Ferramenta para calcular Capitalização a Juro Composto
- Figura 13 - Ferramenta para calcular Descapitalização
- Figura 14 - Construção da Ferramenta de Descapitalização
- Figura 15 - Construção do gráfico da Ferramenta de Descapitalização
- Figura 16 - Ferramenta para calcular acúmulo de capital
- Figura 17 - Construção de ferramenta para calcular acúmulo de capital
- Figura 18 - Construção do gráfico de acúmulo de capital
- Figura 19 - Ferramenta de amortização de empréstimo postecipado
- Figura 20 - Construção da Ferramenta de amortização de empréstimo postecipado
- Figura 21 - Construção do gráfico de amortização de empréstimos postecipados
- Figura 22 - Ferramenta de amortização de empréstimos antecipados
- Figura 23 - Construção da ferramenta para amortização de empréstimos antecipados

Figura 24 - Construção do gráfico da ferramenta para amortização de empréstimos antecipados

Figura 25 - Dados coletados em anúncios de lojas

Figura 26 - Dados coletados em anúncios de lojas 2

Figura 27 - Taxas equivalentes Simples x Taxa equivalentes composta

Figura 28 - Ferramenta em uso na aula

Figura 29 - Capitalização Simples x Capitalização Composta

Figura 30 - Capitalização Composta x Descapitalização Composta

Figura 31- Financiamento sem entrada

Figura 32 - Financiamento com entrada

# Sumário

	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
<b>1</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>17</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos Gerais</b>	<b>17</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>18</b>
<b>2.1</b>	<b>Funções</b>	<b>18</b>
2.1.1	Função constante	18
2.1.2	Função afim e função linear	18
2.1.3	Função exponencial	18
<b>2.2</b>	<b>Gerando conhecimento</b>	<b>19</b>
2.2.1	Planilha Eletrônica	19
2.2.2	Calculadora financeira HP 12C	21
<b>3</b>	<b>MATEMÁTICA FINANCEIRA</b>	<b>23</b>
<b>3.1</b>	<b>O valor da moeda</b>	<b>23</b>
3.1.1	Juros	23
3.1.2	Taxas de Juros	24
<b>3.2</b>	<b>Capital Atual (VP) e Montante (VF)</b>	<b>24</b>
<b>3.3</b>	<b>Taxas Equivalentes em Juros Simples</b>	<b>25</b>
<b>3.4</b>	<b>Taxas Equivalentes em Juro Composto</b>	<b>26</b>
<b>3.5</b>	<b>Capitalização a Juro Simples</b>	<b>27</b>
3.5.1	Ferramenta para Cálculo de Capitalização Simples	28
<b>3.6</b>	<b>Capitalização a Juro Composto</b>	<b>29</b>
3.6.1	Ferramenta para Cálculo de Capitalização Composta	29
<b>3.7</b>	<b>Descapitalização Composta</b>	<b>30</b>
3.7.1	Ferramenta para calcular Descapitalização	31
<b>3.8</b>	<b>Capitalização ou Investimento</b>	<b>32</b>
3.8.1	Ferramenta de Acúmulo de capital	33
<b>3.9</b>	<b>Amortização de um Crédito</b>	<b>34</b>
3.9.1	Amortização Postecipada	35
3.9.2	Ferramenta de amortização de empréstimo postecipado	35
3.9.3	Amortização Antecipada	36
3.9.4	Ferramenta de amortização de empréstimo antecipados	36

<b>4</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO DO TRABALHO</b>	<b>37</b>
<b>4.1</b>	<b>Público alvo</b>	<b>37</b>
<b>4.2</b>	<b>Pré-requisitos</b>	<b>37</b>
<b>4.3</b>	<b>Interdisciplinaridade</b>	<b>39</b>
<b>5</b>	<b>PROPOSTA DE ATIVIDADE</b>	<b>40</b>
<b>5.1</b>	<b>Primeira Intervenção: Preparando dados</b>	<b>41</b>
5.1.1	Dados coletados em anúncios de lojas	41
<b>5.2</b>	<b>Segunda Intervenção: Analisando os dados coletados</b>	<b>42</b>
5.2.1	Ferramentas de análise de taxas equivalentes	43
5.2.2	Capitalização Simples x Capitalização Composta	44
5.2.3	Capitalização Composta x Descapitalização Composta	45
<b>5.3</b>	<b>Terceira Intervenção: Amortização de crédito</b>	<b>45</b>
5.3.1	Financiamento sem entrada	46
5.3.2	Financiamento com entrada	47
<b>5.4</b>	<b>Quarta Intervenção: Melhores investimentos</b>	<b>48</b>
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>49</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>50</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>51</b>
<b>8</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>52</b>
<b>8.1</b>	<b>Anexo 1</b>	<b>52</b>
8.1.1	Construção da ferramenta de taxas equivalentes em juro simples	52
<b>8.2</b>	<b>Anexo 2</b>	<b>53</b>
8.2.1	Construção da Ferramenta no Juro Composto	53
<b>8.3</b>	<b>Anexo 3</b>	<b>54</b>
8.3.1	Construção de Ferramenta para Cálculo de Capitalização Simples	54
8.3.2	Construção de gráfico para Capitalização Simples	55
<b>8.4</b>	<b>Anexo 4</b>	<b>56</b>
8.4.1	Construção da Ferramenta para Capitalização Composta	56
8.4.2	Construção do gráfico da Capitalização Composta	57
<b>8.5</b>	<b>Anexo 5</b>	<b>58</b>
8.5.1	Construção da Ferramenta de Descapitalização Composta	58
8.5.2	Construção do gráfico de Descapitalização Composta	59
<b>8.6</b>	<b>Anexo 6</b>	<b>60</b>
8.6.1	Construção da Ferramenta de Acúmulo de capital	60
8.6.2	Construção do gráfico de Acúmulo de capital	61
<b>8.7</b>	<b>Anexo 7</b>	<b>62</b>

8.7.1	Construção da Ferramenta Postecipada . . . . .	62
8.7.2	Construção do gráfico de amortização Postecipada . . . . .	63
<b>8.8</b>	<b>Anexo 8</b> . . . . .	<b>64</b>
8.8.1	Construção da Ferramenta amortização antecipada . . . . .	64
8.8.2	Construção do gráfico de amortização antecipada . . . . .	65

# Introdução

Em nosso cotidiano, é muito comum vermos notícias como estas:

- \* O preço do café subiu 6,5%;
- \* A taxa de hoje para aplicação na caderneta de poupança é de 6,5%;
- \* O índice da bolsa de valores teve alta de 2,7%;
- \* A taxa de desemprego na área da construção civil caiu 8%. (FACCHINI, 1997)

Mas segundo Ricardo Amorim, em um país com tantos analfabetos funcionais, não surpreende que o analfabetismo financeiro tenha proporções epidêmicas. Não é surpresa, mas é grave. A ignorância financeira não é exclusividade dos jovens.(AMORIM, 2018)

Uma pesquisa do SEBRAE aponta que:

- \* 77% dos empreendedores autônomos que faturam até 81.000,00 por ano nunca fizeram um curso ou treinamento em finanças.
- \* 48% não fazem previsão de gastos.
- \* 50% ainda usam o caderno para anotar gastos.
- \* 39% não registram todas as receitas
- \* 34% não acompanham ou acompanham, no máximo, uma vez ao mês, o saldo de caixa.

No Brasil, cultura cigana e química orgânica, por exemplo, fazem parte do currículo escolar obrigatório; finanças básicas, não.

Como fazer um planejamento de vida ou de negócios decente sem conhecer finanças básicas? (AMORIM, 2018)

Felizmente esta situação tende a mudar, pois a educação financeira esta no currículo da nova BNCC, homologada em 2017.

Nesse sentido, esse trabalho procura proporcionar atividades que envolvem construção de ferramentas para análise de investimentos, compras à prazo, compras à vista, taxas de juros praticadas no mercado, estas ferramentas são construídas em planilha eletrônica, e nos possibilita uma vivência de programação de células, criação de gráficos, de forma amigável a um professor que queira reproduzi-las em sala de aula.

Com estas ferramentas analisaremos panfletos de lojas do mercado local, situações que cotidianamente são enfrentadas por qualquer cidadão, que precise realizar compras ou vendas de artigos dos mais diferentes tipos. Para as análises financeiras, será apresentada e incentivado uso de um aplicativo calculadoras financeiras HP 12C, instalado nos celulares dos alunos.

Esta atividade foi desenvolvida em uma turma de primeiro ano do ensino médio, como introdutória a função exponencial, se desenvolveu ao longo de 4 semanas com 3 períodos por semana.

# 1 Objetivos

Este trabalho tem o objetivo de propor estratégias didático-pedagógicas para o ensino da matemática financeira com a vivência prática de situações comuns do dia a dia e a construção de ferramentas de análise financeira que poderão contribuir para a aprendizagem dos estudantes. Pretende-se que o dinheiro seja adotado como uma referência pessoal, para que cada pessoa possa decidir sobre quanto de tempo precisa ser dedicado na aquisição de um determinado produto.

## 1.1 Objetivos Gerais

Os objetivos gerais deste trabalho são:

- 1) Propor uma reflexão sobre a ligação entre educação financeira e a gestão financeira pessoal, tendo a exata consciência do valor do seu tempo trabalhado, a partir de uma prática em sala de aula.
- 2) Desenvolver uma atividade didática inter-relacionando a matemática financeira e a gestão financeira pessoal, e para isto, dominar a matemática financeira de tal maneira que este indivíduo seja capaz de produzir dados financeiros para que ele mesmo decida com confiança a exata dimensão do valor em dinheiro ou, em outras palavras, a exata dimensão do tempo de sua vida que será dedicado a aquisição de tal produto.
- 3) Vivenciar o uso da calculadora financeira e planilha eletrônica na construção de ferramentas de análise financeira no contexto da sala de aula.
- 4) Introduzir a função exponencial de forma amigável e se fazer necessário o seu estudo.

## 1.2 Objetivos Específicos

O estudo da matemática financeira tem como objetivo facultar ao estudante a possibilidade de:

- 1) Estabelecer a relação existente entre a matemática financeira e a gestão financeira pessoal, visto que elas estão intimamente ligadas, e valorizar a contribuição que a matemática (educação financeira) pode trazer na vida pessoal .
- 2) Estabelecer a relação entre matemática financeira e funções, em particular com a função exponencial, pois servirá de introdução a esta função.

## 2 Fundamentação Teórica

Estabelecidas relações entre funções, matemática financeira e a gestão financeira pessoal, este capítulo tem como objetivo apresentar conceitos básicos relacionados a funções, educação financeira matemática, planilha eletrônica e a calculadora financeira HP 12C. Além disso, devido a importância deste conteúdo vamos também relatar o uso da planilha eletrônica e da calculadora financeira HP 12C.

### 2.1 Funções

Dados os conjuntos  $A$  e  $B$ , não-vazios, e uma relação  $R$  de  $A$  em  $B$ , dizemos que  $R$  é uma função de  $A$  em  $B$  se para todo  $x$  de  $A$  existir em correspondência um único  $y$  de  $B$ .(PACCOLA, 1997)

#### 2.1.1 Função constante

Chamamos de função constante toda função  $f : A \rightarrow B$  definida por  $f(x) = c$ , na qual  $c$  é um número real (uma constante). (FACCHINI, 1997)

#### 2.1.2 Função afim e função linear

Toda função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax + b$ , com  $a \in \mathbb{R}^*$  e  $b \in \mathbb{R}$ , é chamada de função do 1º grau. A função do 1º grau também é chamada de função polinomial do 1º grau ou função afim.

Particularmente quando  $b = 0$ , ela é chamada de função linear.(FACCHINI, 1997)

#### 2.1.3 Função exponencial

Seja  $a$  um número real positivo e diferente de 1. Chamamos função exponencial de base  $a$  a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ , definida por  $f(x) = a^x$ . (PACCOLA, 1997)

## 2.2 Gerando conhecimento

O conhecimento deve ser gerado pelos estudantes a partir de propostas que contribuam para a formação de conceitos lógicos e de referências nas suas vidas. Falar sobre o uso da tecnologia na Educação, e em particular, na Educação Financeira Matemática, não é apenas fazer uma análise de onde se pretende introduzir o uso de novas tecnologias, mas, identificar temas a partir do qual é possível extrair subsídios para a percepção da relação que envolve a Educação Financeira Matemática e a tecnologia.

As aplicações de recursos tecnológicos são variadas e devem se adequar ao tema em estudo, a oportunidade de acesso do professor ao software e aplicativos disponíveis, e especialmente, aos objetivos que se pretende alcançar.

As metodologias associadas às Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), com ênfase nos softwares e aplicativos, servem como ferramenta pedagógica intermediadora dos conhecimentos explorados. (FRANCISCO, 2006)

### 2.2.1 Planilha Eletrônica

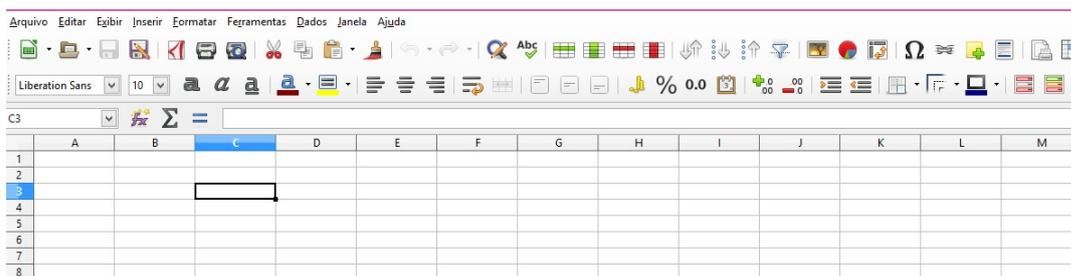


Figura 1

O programa é de utilização fácil e permite uma aprendizagem interativa. Além disso, está disponível em praticamente todos os núcleos de informática que vêm sendo implementados nas escolas públicas. As planilhas eletrônicas podem ser instrumentos

eficazes de ensino, ajudando os alunos a experimentar o processo de fazer matemática. Muitos tópicos podem ser introduzidos de maneira significativa com a utilização de um programa de planilhas. Uma planilha eletrônica apresenta-se em forma de tabela composta por linhas e colunas. Cada linha é identificada por um número: 1, 2, 3... e cada coluna, por uma letra: A, B, C... A intersecção entre uma linha e uma coluna chama-se célula e cada célula é identificada pelo endereço. (BASTOS, 2016)

## 2.2.2 Calculadora financeira HP 12C

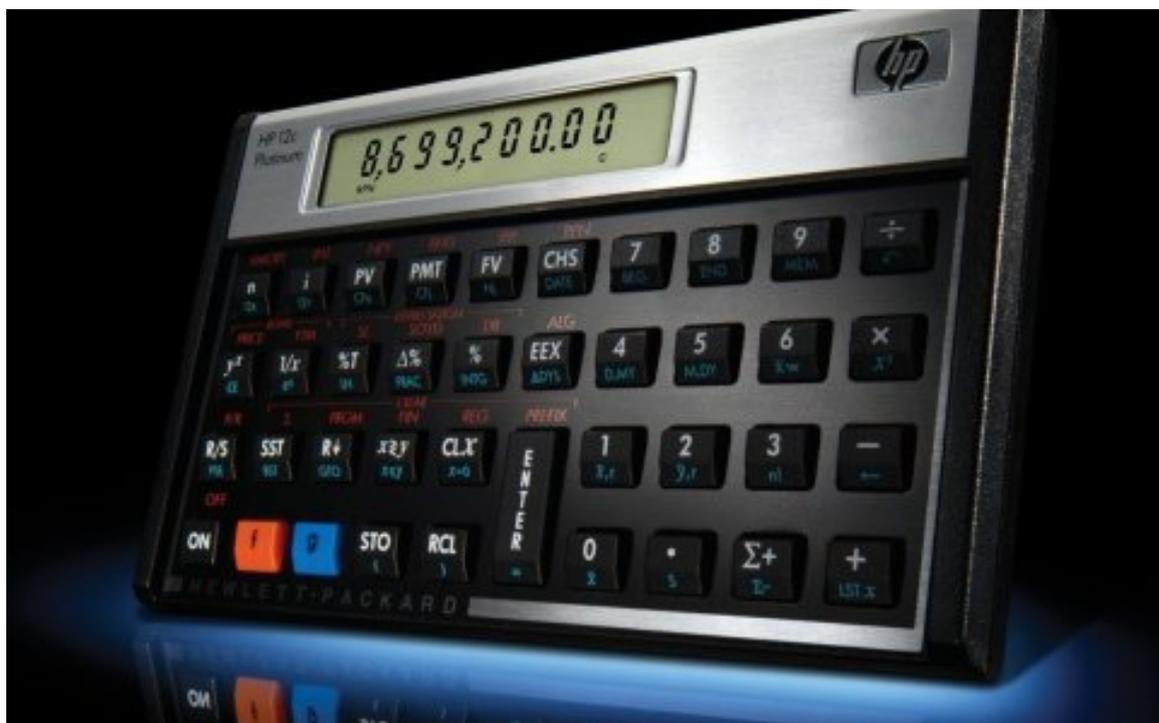


Figura 2

([HTTP://APRENDAMATEMATICA.COM/TAG/HP12C/](http://aprendamatematica.com/tag/hp12c/), 2018)

A calculadora financeira HP 12 C é uma das calculadoras financeiras mais populares que se tem no mercado. Além disso existe um grande número de aplicativos e emuladores da calculadora HP 12C disponíveis para download em mídias diversas.

Para agilizarmos os cálculos matemáticos utilizamos ferramentas capazes de operar certas situações matemáticas em fração de segundos, e a calculadora financeira consiste numa dessas ferramentas. Vamos conhecer algumas teclas básicas e suas funções. A utilização de algumas teclas deve ser necessariamente conhecida no primeiro contato que se tem com a calculadora. A seguir, são relacionadas essas informações preliminares para o uso da calculadora. A destreza no uso de uma calculadora facilitará certamente a iniciação ao uso de outra.

A Calculadora HP-12C, opera no sistema RPN, os dados depois de digitados e presentes no visor, são introduzidos, um a um, até o número de quatro, num tambor, sendo os três primeiros através da tecla ENTER. Só depois de introduzidos, ficam disponíveis para operações sucessivas ou funções.

Uma mesma tecla pode servir para várias funções. Assim, além da função gravada na tecla, existem outras funções gravadas acima, abaixo ou nas bordas das teclas, algumas de cores diferentes. As funções gravadas nas cores amarela e azul são acessadas através

das teclas de mesma cor  $f$  e  $g$ .

#### Teclas de operações

As teclas  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $y^x$  são utilizadas para somar, subtrair, multiplicar, dividir, elevar a potências quando dois valores são introduzidos. As teclas de operações são pressionadas após a introdução do primeiro dado no tambor e do segundo dado no visor.

Nessas calculadoras não há a tecla (=) e o resultado da operação é fornecido assim que se pressiona a tecla de operação, ficando a calculadora preparada para nova operação.

#### Teclas de função

As teclas  $\sqrt{x}$ ,  $\frac{1}{x}$ ,  $e^x$ ,  $LN$  fornecem, respectivamente, raiz quadrada, inverso, exponencial e logaritmo de um número introduzido no visor. (SILVA, 20118)

ENTER / enter = entrar (dados)

f / CL REG / clear registers = apagar registros

BEG ou BGN / begin = começo

END / end = fim

PV – valor presente

FV – valor futuro

PMT – valor das prestações

n – período das capitalizações (tempo)

i – taxa (%)

Após estas informações preliminares, fica uma advertência: o que foi dito acerca das calculadoras não é, de modo algum, suficiente para que se opere bem qualquer uma delas. É necessário que cada um tome sua calculadora, leia atentamente o manual do proprietário e vá repetindo os procedimentos ali descritos até ter a certeza de que consegue repeti-los e de que entendeu bem a forma como a calculadora opera.

## 3 Matemática Financeira

### 3.1 O valor da moeda

O primeiro tipo de comércio foi o escambo, fórmula pela qual se trocava diretamente as mercadorias, portanto sem a intervenção de uma moeda.

A primeira unidade de moeda admitida na Grécia foi o boi, nas Ilhas do Pacífico as mercadorias eram estimadas em colares de pérolas, após um certo período o tecido era a moeda de troca e a unidade era o palmo.

No Egito as mercadorias eram estimadas e pagas em metais, como Cobre, Bronze, Ouro, Prata, que se dividiam inicialmente em pepitas e lingotes. Estes metais serviam em todas as ocasiões, como salários, valor de troca, multas etc... .

Segundo Jean Piton Gonçalves, a partir de então, graças ao padrão de metal, as mercadorias passaram a não mais ser trocadas ao simples prazer dos contratantes ou segundo usos consagrados frequentemente arbitrários, mas em função de seu "justo preço". (GONÇALVES, 2018)

#### 3.1.1 Juros

Juro é a remuneração do capital emprestado, pode ser entendido, como sendo o aluguel pago pelo uso do dinheiro, esse conceito surgiu quando o homem percebeu uma estreita relação entre o tempo e o dinheiro.

O conceito de juro é bastante antigo e amplamente utilizado ao longo da história, os primeiros indícios apareceram na Babilônia a cerca de 2000 AC. Muitas das práticas existentes se originam dos antigos costumes de empréstimo e devolução de sementes.

O juro não é apenas uma das mais antigas aplicações da matemática financeira, mas também seu uso sofreu pouca mudança ao longo do tempo. (TRINDADE, 2010)

O juro de um determinado capital é calculado da seguinte forma:

Considerando

$C$  = Capital

$i$  = taxa

$n$  = tempo

$$J_n = C * i * n$$

### 3.1.2 Taxas de Juros

Taxa de juros ( $i$ ) é a razão entre juros recebidos ( ou pagos ) no fim de um período de tempo e o capital inicialmente empregado. É expresso em percentil, com a notação % para indicar este percentil. Por exemplo taxa mensal de 30 % a.m. ou 0,3 a.m.

$$\text{Ou seja } i = \frac{J}{C}. \text{ (PINTO, 1998)}$$

Quando as sementes eram emprestadas para a semeadura de uma área, era lógico esperar o pagamento na próxima colheita, e o cálculo dessa taxa de juro seria mais apropriado anualmente. Porém conforme a necessidade de cada época, foram criadas novas formas de se trabalhar a relação entre tempo e juro. A taxa de juro está sempre relacionada a uma unidade de tempo ( dia , mês, trimestre, semestre, ano, etc...).

Um dos cálculos mais frequentes e importantes no trabalho com dinheiro é o das percentagens que aparecem em taxas de juros, descontos e etc. Talvez por percentagens ser parte da matemática das primeiras séries, a maioria das pessoas se considera plenamente capaz de fazer esses cálculos. Mas a verdade é bem outra: boa parte das perdas de dinheiro que as pessoas tem ao fazer negócios ou compras resulta da falta de domínio no cálculo de percentagens.

## 3.2 Capital Atual (VP) e Montante (VF)

Entende-se por Valor Atual ou Valor Presente, que vamos indicar por (V A) ou (V P), sob o ponto de vista da matemática financeira, qualquer valor expresso em moeda e disponível em determinada época.

Entende-se por Montante (M) ou Valor Futuro (V F), a soma do capital Atual mais os juros referentes ao período de tempo de uma aplicação. (PINTO, 1998)

Consideramos:

$$M_n = C + J_n$$

ou

$$VF = VP + J_n$$

### 3.3 Taxas Equivalentes em Juros Simples

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Entrada de Dados			Taxas Equivalentes em Juro Simples											
2															
3	Taxa Diária =	0,50%	Taxa Mensal =	15,00%	Taxa Semestral =	90,00%	Taxa Anual =	180,00%							
4	Insira os dados e click em calcular														
5	Calcular			Saída de Dados											
6															
7	Taxa Mensal =	15,00%	Taxa Diária =	0,50%	Taxa Diária =	0,50%	Taxa Diária =	0,50%							
8															
9	Taxa Semestral =	90,00%	Taxa Semestral =	90,00%	Taxa Mensal =	15,00%	Taxa Mensal =	15,00%							
10															
11	Taxa Anual =	180,00%	Taxa Anual =	180,00%	Taxa Anual =	180,00%	Taxa Semestral =	90,00%							

Figura 3

Duas taxas de juros são equivalentes quando aplicadas ao mesmo capital durante o mesmo prazo, produzem o mesmo total de juros.

As taxas equivalentes em Juro Simples são taxas proporcionais

Taxa anual = 2 \* Taxa semestral = 4 \* Taxa trimestral = 12 \* Taxa mensal = 360 \* Taxa diária

Vamos deduzir a fórmula de taxa equivalência em juro simples de taxa mensal e taxa diária, esta relação vai ser vir de base pra a construção da ferramenta que compara taxas em juros simples.

Considerando:

$$C * (1 + i_m) = C * (1 + 30 * i_d)$$

e

$$i_m = 30 * i_d$$

Sabendo disto podemos construir a ferramenta para converter taxas no sistema de juro simples. Esta ferramenta esta disposta em quatro colunas de conversão. Para efetuar a conversão colocamos o valor a ser convertido na entrada de dados e clicamos em calcular.

Como podemos observar na figura 3 a primeira coluna converte taxas diárias em mensais, semestrais e anuais, a segunda coluna, converte taxa mensal em taxas diárias semestrais e anuais. Cada coluna converte as taxas como mostra a figura 3.

A construção desta ferramenta esta detalhada exemplificada na Figura 4, no anexo 1 deste trabalho.

### 3.4 Taxas Equivalentes em Juro Composto

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Entrada de Dados			Taxas Equivalentes em Juro Composto											
2															
3	Taxa Diária =		0,50%	Taxa Mensal =		16,14%	Taxa Semestral =		145,41%	Taxa Anual =		502,26%			
4	Insira os dados e click em calcular														
5	Calcular			Saída de Dados											
6															
7	Taxa Mensal =		16,14%	Taxa Diária =		0,50%	Taxa Diária =		0,50%	Taxa Diária =		0,50%			
8															
9	Taxa Semestral =		145,41%	Taxa Semestral =		145,41%	Taxa Mensal =		16,14%	Taxa Mensal =		16,14%			
10															
11	Taxa Anual =		502,26%	Taxa Anual =		502,26%	Taxa Anual =		502,26%	Taxa Semestral =		145,41%			
12															

Figura 5

Duas taxas de juros são equivalentes quando aplicadas ao mesmo capital durante o mesmo prazo e produzem o mesmo total de juros, Ou seja, duas taxas referentes a períodos distintos de capitalização são equivalentes quando produzem o mesmo montante no final de determinado tempo, pela aplicação de um mesmo capital inicial.

Vamos deduzir a fórmula de taxa equivalência em juro composto de taxa mensal e taxa anual, esta relação vai ser vir de base pra a construção da ferramenta que compara taxas em juros composto.

Diz-se que a taxa mensal  $i_m$  é equivalente a taxa anual  $i_a$  quando:

Considerando

$$C(1 + i_a) = C(1 + i_m)^{12}$$

A igualdade acima nos leva a determinar a taxa anual, conhecida a taxa mensal:

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12}$$

Então,

$$i_a = (1 + i_m)^{12} - 1$$

Para determinar a taxa mensal quando se conhece a taxa anual :

$$(1 + i_m)^{12} = (1 + i_a)$$

Então,

$$i_m = (1 + i_a)^{\frac{1}{12}} - 1$$

Conhecido o conceito de taxas equivalentes, pode-se desenvolver a ferramenta para conversão de taxas no sistema de juro composto. Esta ferramenta esta disposta em quatro colunas de conversão, e para efetuar a conversão coloca-se o valor a ser convertido na entrada de dados e clicar em calcular.

Como podemos observar na figura 5 a primeira coluna converte taxas diárias em mensais, semestrais e anuais, a segunda coluna de conversão converte taxa mensal em taxas diárias semestrais e anuais.

A construção desta ferramenta esta detalhada e exemplificada na Figura 6, no anexo 2 deste trabalho.

### 3.5 Capitalização a Juro Simples

Capitalização a juro simples é aquela em que a taxa de juro incide somente sobre o capital inicial, não incidindo sobre o juro acumulado. É muito utilizado nas operações de curto prazo, onde o juro simples é maior que o juro composto, antes do primeiro período fechar, e também devido a simplicidade de cálculo de juros Simples das operações.

Vamos deduzir a fórmula para o montante na capitalização a juro simples, esta relação vai servir de base pra a construção da ferramenta Capitalização a Juro Simples .

considerando

M = Montante

C = Valor Atual

i = taxa

n = prazo

J = juro

Temos que:

$$M_n = C + J_n$$

$$M_n = C + C * i * n$$

ou seja:

$$M_n = C * (1 + i * n)$$

Obs: Nas fórmulas acima os prazos (n) e a taxa (i) devem referir-se a mesma unidade de tempo.

Como exemplo vamos aplicar um Capital de \$ 150,00 a uma taxa de 50 % a.m. por um tempo de seis meses.

Vamos usar a planilha eletrônica para calcular e apresentar os valores de montante e juros desta aplicação.

### 3.5.1 Ferramenta para Cálculo de Capitalização Simples

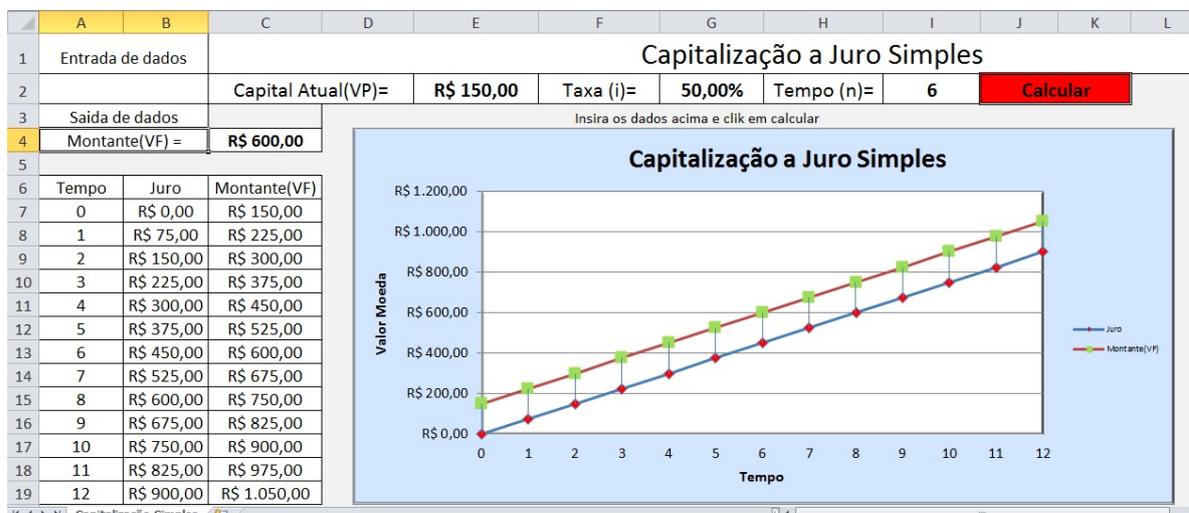


Figura 7

Os cálculos de Capitalização Simples podem ser feitos em planilhas eletrônicas como por exemplo a ferramenta da Figura 7 . Esta ferramenta foi desenvolvida para calcular não somente o valor de uma aplicação a juro simples em determinado período, mas também para apresentar valores de juros e montantes de uma aplicação de doze períodos de tempo.

Para usar esta ferramenta basta inserir os dados:

Capital Atual (VP), taxa e tempo da aplicação, clicar em CALCULAR e a ferramenta apresenta o valor do Montante (VF) referente ao período desejado, apresenta também os valores de juros e de montantes (VF) e o gráfico destes valores referentes a um período de doze período de tempo.

Nesta ferramenta os prazos (n) e a taxa (i) devem referir-se a mesma unidade de tempo.

A construção da ferramenta para calcular capitalização a juro simples esta detalhada e exemplificada na Figura 8 e na Figura 9, no anexo 3 deste trabalho.

## 3.6 Capitalização a Juro Composto

Capitalização composta tem grande importância financeira por retratar melhor a realidade e é aquela em que a taxa de juro incide sobre o capital inicial, acrescido dos juros acumulados até o período anterior, dizemos então que os juros são capitalizados e é comum se ouvir dizer que capitalizado juro sobre juro.

Vamos deduzir a fórmula para o montante na capitalização a juro composto, esta relação vai servir de base para a construção da ferramenta Capitalização a Juro composto.

Considerando

M = Montante

C = Capital Inicial

i = taxa

n = prazo

J = juro

Temos que:

$$M_1 = C + C * i = C * (1 + i)$$

$$M_2 = M_1 + M_1 * i = M_2 * (1 + i)^2$$

$$M_3 = M_2 + M_2 * i = C * (1 + i)^3$$

De modo geral

$$M_n = M_{n-1} + M_{n-1} * i = C * (1 + i)^n, \text{ então:}$$

$$M_n = C * (1 + i)^n$$

Obs: Nas fórmulas acima os prazos (n) e a taxa (i) devem referir-se a mesma unidade de tempo.(PACCOLA, 1997)

Como exemplo vamos aplicar um Capital de \$ 150, 00 a uma taxa de 20 % a.m. por um tempo de seis meses no regime de juro composto.

Vamos usar a planilha eletrônica para calcular e apresentar estes valores.

### 3.6.1 Ferramenta para Cálculo de Capitalização Composta

Os cálculos de Capitalização Composta, podem ser feitos em planilhas eletrônicas como por exemplo esta ferramenta da Figura 10.

Esta ferramenta foi desenvolvida para calcular não somente o valor de uma aplicação a juro composto em determinado período, mas também para apresentar valores de juros e montantes de uma aplicação em doze períodos de tempo.

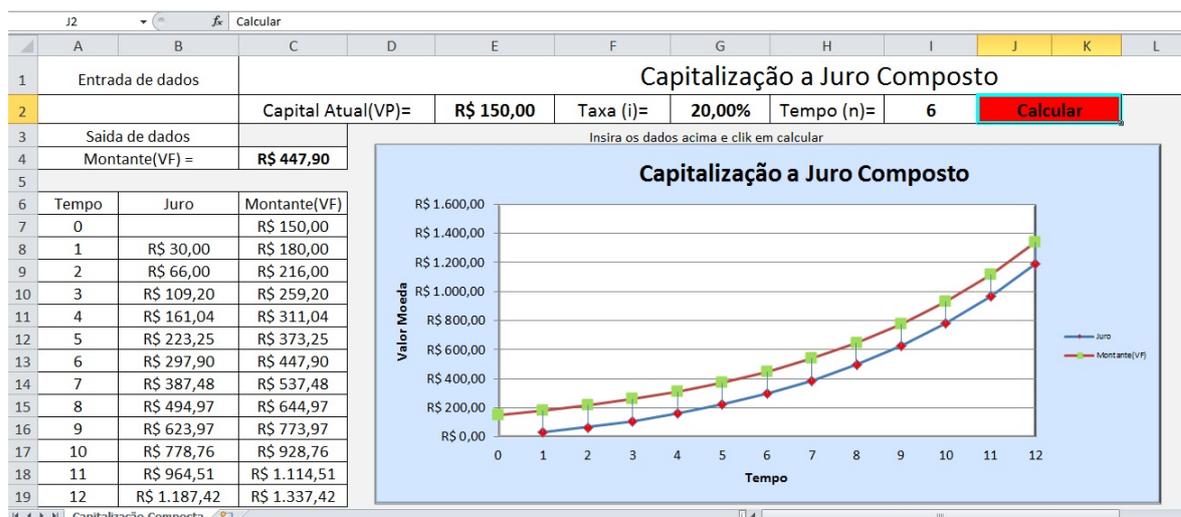


Figura 10

Para usar esta ferramenta basta inserir os dados :

Capital Atual (VP), taxa e tempo da aplicação, inseridos os dados clicar em calcular e a ferramenta apresenta o valor do Montante no período desejado, apresenta também os valores de juros e o gráfico destes valores.

Nesta ferramenta os prazos (n) e a taxa (i) devem referir-se a mesma unidade de tempo.

A construção da ferramenta para calcular capitalização a juro composto esta detalhada e exemplificada na Figura 11 e na Figura 12, no anexo 4 deste trabalho.

### 3.7 Descapitalização Composta

Considerada um dos termômetros mais importantes da situação econômica de um país, a inflação está sempre presente no noticiário e têm influência direta nas operações financeiras.

Inflação é o aumento dos preços de produtos e serviços, que causa a redução do nosso poder de compra.

As pesquisas que indicam essa alta ou baixa de preços, são divulgadas por várias instituições, como o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a Fundação Getúlio Vargas (FGV) e a Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE). A mais utilizada pelo governo é o chamado Índice de Preços ao Consumidor Ampliado (IPCA), divulgada pelo IBGE.

Geralmente, essas pesquisas são montadas a partir da análise da variação de preços nas principais capitais do país.

A inflação afeta diretamente o valor do seu dinheiro, ou seja, o quanto você consegue comprar com a mesma quantia. (FEDERAL, 2019)

Quando uma moeda perde determinado valor de compra, houve uma desvalorização desta moeda, uma perda do poder de compra, então houve uma descapitalização desta moeda.

Valor atual ou valor presente (VA) , que indicamos por C, é o valor do capital que, aplicado a dada taxa e a dado prazo, nos dá um Montante ou Valor Futuro (V F).

Assim, como:(PINTO, 1998)

$$VF = C * (1 + i)$$

$$\text{Então : } VA = \frac{VF}{(1 + i)}$$

De modo geral

$$VA = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

Com esta relação podemos construir uma ferramenta para cálculo de descapitalização de determinado valor (moeda), como na Figura 13.

### 3.7.1 Ferramenta para calcular Descapitalização

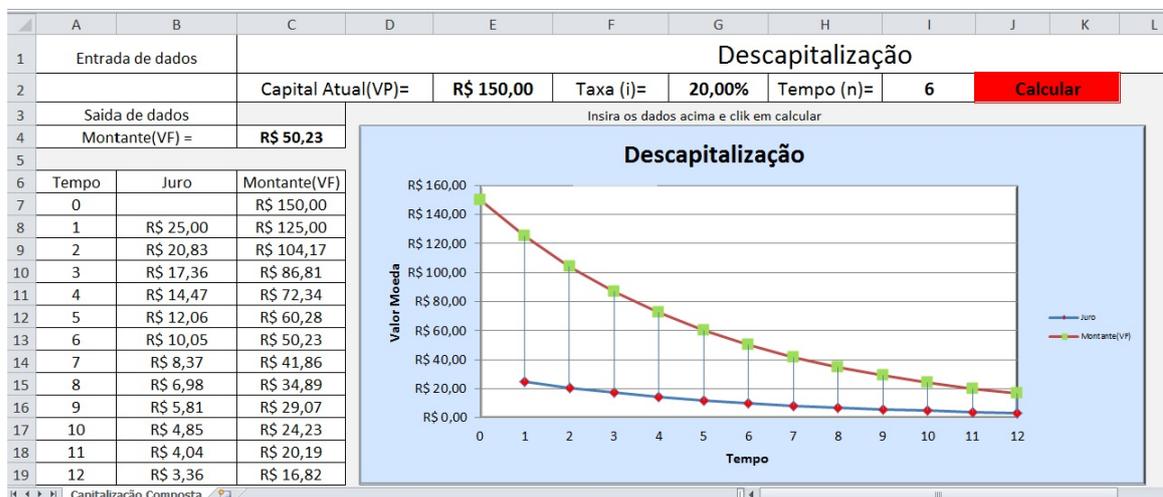


Figura 13

Capital Atual (VP), taxa e tempo da aplicação, inseridos os dados clicar em calcular e a ferramenta apresenta o valor do Montante no período desejado, apresenta também os valores de juros e o gráfico destes valores.

Nesta ferramenta os prazos (n) e a taxa (i) devem referir-se a mesma unidade de tempo.

A construção da ferramenta para calcular descapitalização composta esta detalhada e exemplificada na Figura 14 e Figura 15, no anexo 5 deste trabalho.

### 3.8 Capitalização ou Investimento

Para realizar sonhos, é preciso poupar. Os investimentos são grandes aliados na hora de fazer o seu dinheiro poupado render juros ou lucros. O objetivo não é apenas guardar dinheiro para acumular. O investimento deve fazer parte do seu planejamento financeiro e atender aos seus objetivos de vida. Você pode investir para garantir uma reserva para emergências, para ter uma aposentadoria e até mesmo para realizar uma viagem dos sonhos. Investir é, basicamente, emprestar o seu dinheiro ao banco para receber os juros ou, ainda, aplicar o seu dinheiro em um negócio que vai render lucros. (FEDERAL, 2019)

Uma renda certa é um conjunto de dois ou mais pagamentos iguais feitos em intervalos de tempo também iguais, com o objetivo de amortizar um empréstimo ou acumular um Capital.

A ferramenta mostrada na Figura 16 simula investimentos, que vamos chamar de acúmulo de capital. O acúmulo deste capital ocorrerá por meio de investimentos de mesmo valor e de intervalo de tempos iguais, que chamaremos de prestações (PMT). O acúmulo de capital é somatório destas prestações (PMT) capitalizadas ou seja:

$$\text{Acúmulo de Capital} = PMT + PMT * (1+i)^1 + PMT * (1+i)^2 + \dots + PMT * (1+i)^n$$

de onde temos então que,

Acúmulo de Capital =  $PMT * (1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n)$  onde  $(1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n)$  é a soma de uma progressão geométrica e seu valor é

$S_n = a_1 \cdot \left(\frac{(q)^n - 1}{(q - 1)}\right)$  como  $a_1 = 1$  e  $q = (1+i)$ , fazendo a álgebra apropriada ficamos com

$$S_n = 1 \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1}\right)$$

$$S_n = \frac{(1+i)^n - 1}{(i)}$$

Temos então o Fator de Acúmulo de Capital

$$FAC_{(n,i)} = \frac{(1+i)^n - 1}{(i)} \text{ e o resulta do acúmulo de capital é dado por:}$$

$$\text{Acúmulo de capital} = PMT * FAC_{(n,i)}$$

A ferramenta mostrada na Figura 16 calcula quanto de capital acumulamos em um investimentos de mesmos valores a uma determinada taxa e em iguais períodos de

tempo, também apresenta os juros que cada prestação gerou além do gráfico destes valores. Apresenta também os valores de juros e do Acúmulo de Capital, e o gráfico destes valores referentes a um período de doze período de tempo.

Neste exemplo será aplicado prestações de \$ 120,00 a uma taxa de 10 % a.m. por um período de 3 meses.

### 3.8.1 Ferramenta de Acúmulo de capital

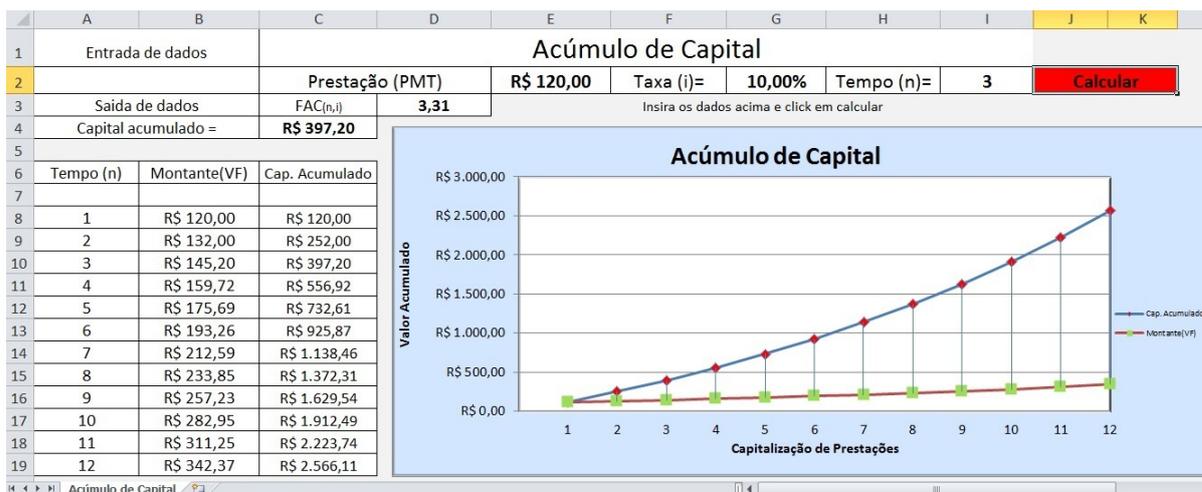


Figura 16

Nesta ferramenta os prazos (n) e a taxa (i) devem referir-se a mesma unidade de tempo.

A construção da ferramenta para calcular acúmulo de capital esta detalhada e exemplificada na Figura 17 e na Figura 18, no anexo 6 deste trabalho.

### 3.9 Amortização de um Crédito

Do crediário na loja ao cartão de crédito, há diversas formas de crédito que fazem parte do dia a dia de todo mundo. Crédito é a oferta de uso de dinheiro por um determinado tempo. A base do crédito é a confiança, empresta-se o dinheiro confiando que ele será devolvido, com juros. (FEDERAL, 2019)

Vamos trabalhar com o sistema de amortização mais utilizados no Brasil, ou seja, o Sistema Francês (Tabela Price) largamente utilizado em todos os setores financeiros, e se caracteriza por prestações constantes.

É importante observar que o Sistema Francês não implica necessariamente prestações mensais, como geralmente se entende. As prestações podem ser também trimestrais, semestrais ou anuais; basta que sejam iguais, periódicas, sucessivas e de termos vencidos.

O valor das prestações (PMT) é determinado com base na fórmula utilizada para séries de pagamento de um valor Presente (VP), Valor Financiado (VF) com termos vencidos, onde cada prestação (PMT) deve ser descapitalizada até aquele tempo presente.

Valor Presente (V P) =  $\frac{PMT}{(1+i)} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$  de onde temos então que o Valor Presente é

$$\text{Valor Presente (V P)} = PMT * \left( \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

onde colocando em evidencia o termo  $\frac{1}{(1+i)^n}$  ficamos com:

$$\text{Valor Presente (V P)} = \frac{PMT}{(1+i)^n} (1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{(n-1)})$$

onde  $(1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{(n-1)})$

é a soma de uma progressão geométrica e seu valor é dado pela fórmula de Soma de PG

$S_n = a_1 \cdot \left[ \frac{(q)^n - 1}{(q - 1)} \right]$ . Como  $a_1 = 1$  e  $q = (1+i)$ , fazendo a álgebra apropriada ficamos com

$$S_n = 1 \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} \right]$$

e fazendo

$$S_n \cdot \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{(1 - (1+i)^{-n})}{(i)}$$

temos então o Fator de Valor Atual

$$FVA_{(n,i)} = \frac{(1 - (1+i)^{-n})}{(i)}$$

O valor da prestação será dado por:

$$VF = PMT * FVA_{(n,i)}$$

$$PMT = \frac{VF}{FVA_{(n,i)}}$$

As Amortizações se dividem em duas categorias:

"Amortizações Antecipadas e as Amortizações Postecipadas".

“As amortizações crescem em progressão geométrica de razão = 1 + i”.

### 3.9.1 Amortização Postecipada

Neste tipo de amortização de empréstimo não tem um valor de entrada, o pagamento é feito no final de cada período e o valor das prestações é determinado com base na fórmula utilizada para séries de pagamento com termos vencidos (ou postecipados).

Esta ferramenta tem o objetivo de mostrar o valor da prestação para amortização ou pagamento de um determinado valor, com determinada taxa em determinado tempo, mas também mostra a tabela PRICE de amortização de empréstimo para um tempo de doze períodos, apresenta também estes valores graficamente.

### 3.9.2 Ferramenta de amortização de empréstimo postecipado

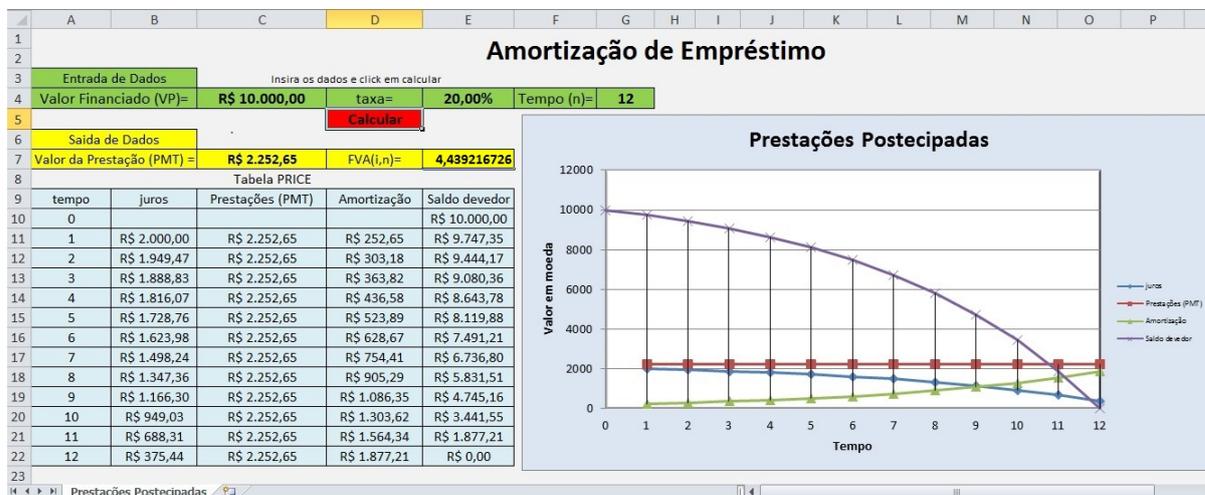


Figura 19

A construção da ferramenta de amortização de empréstimo postecipado esta detalhada e exemplificada na Figura 20 e an Figura 21, no anexo 7 deste trabalho.

### 3.9.3 Amortização Antecipada

Este tipo de amortização de empréstimo tem um valor de entrada, o pagamento é feito no início de cada período e o valor das prestações é determinado com base na fórmula utilizada para séries de pagamento com termos antecipados.

Esta ferramenta tem o objetivo de mostrar o valor da prestação para amortização ou pagamento de um determinado valor, com determinada taxa em determinado tempo, mas também mostra a tabela PRICE de amortização antecipada de empréstimo para um tempo de doze períodos, e amortização será feita em uma mais doze prestações de valores iguais e em tempos iguais, apresenta também estes valores graficamente.

O valor das prestações é determinado com base na fórmula utilizada para séries de pagamento antecipados (ou Antecipada).

$$PMT = \frac{VF}{FVA_{(n,i)}(1+i)}$$

### 3.9.4 Ferramenta de amortização de empréstimo antecipados

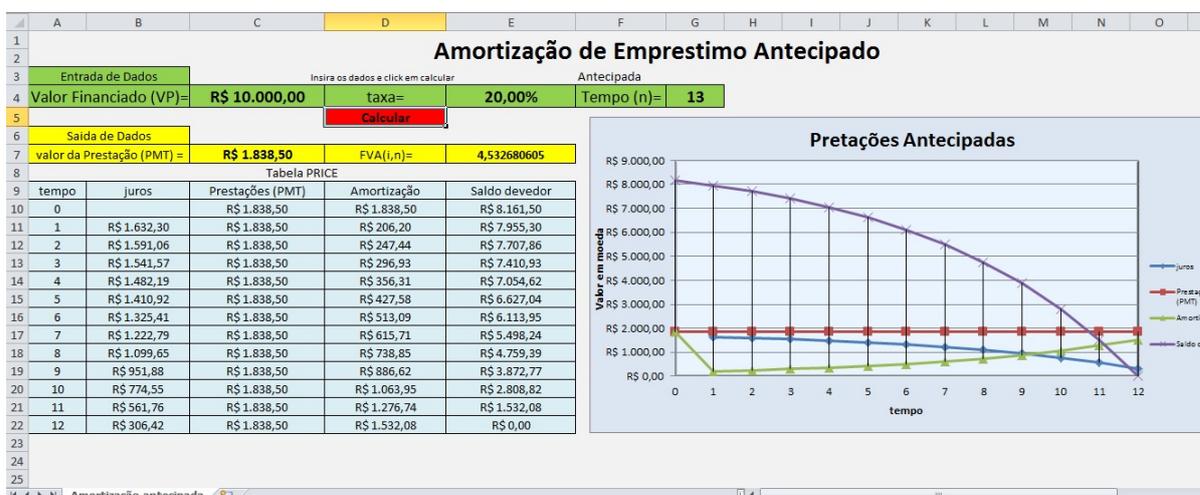


Figura 22

A construção da ferramenta de amortização de empréstimo postecipado esta detalhada e exemplificada na Figura 23 e na Figura 24, no anexo 8 deste trabalho.

## 4 Caracterização do Trabalho

Neste trabalho, pretende-se, a partir de uma vivência, familiarizar os estudantes com a matemática financeira praticada no seu dia a dia, na compra em lojas ou na aquisição de um empréstimo em um banco. Aborda-se o investimento como uma opção de compra e com a análise destes dados, tem-se também a intenção de introduzir a função exponencial de forma natural às necessidades que envolvem a matemática financeira.

A aplicação desta atividade requer, panfletos coletados no comércio local, nesta atividade separamos em categorias de eletrodoméstico, construção e vestuário, um telefone celular que possibilite a instalação de aplicativo da HP 12C, computador com um programa de planilha eletrônica. A construção das ferramentas são individuais, o que possibilita abordagens segundo necessidade de cada pessoa que queira reproduzi-las.

O tempo de aplicação destas atividades depende do quanto os alunos estão preparados para este tipo de intervenção, mas caso os alunos tenham os pré-requisitos necessários, estas ferramentas são desenvolvidas ao longo de aproximadamente 4 semanas com 4 horas aulas por semana.

### 4.1 Público alvo

Este trabalho foi direcionado a alunos do Ensino Médio, mais precisamente alunos do primeiro ano, pela aproximação com as funções e em particular com a função exponencial.

Foram oportunizados aos alunos vivências no uso de calculadora financeira, programação de células, construção de gráficos em planilha eletrônica, onde o aluno pode visualizar e vivenciar situações que levaram a uma análise mais apropriada de cada situação, e assim fazer um direcionamento de seus gastos e prioridades.

### 4.2 Pré-requisitos

Para aplicar esta proposta são necessários conhecimentos matemáticos prévios acerca dos assuntos abordados anteriormente, por exemplo, o estudo de juros simples, juros composto, taxas equivalentes, familiaridade com planilha eletrônica e uso de calculadora. As aulas que antecederam tiveram por objetivo preparar o terreno para esse estudo, isto é, constitui um pré-requisito importante para a construção gradativa destes conceitos.

Estes pré-requisitos utilizados são encontrados em livros de matemática direcionados a o ensino médio.

### 4.3 Interdisciplinaridade

Pode-se observar que esta atividade nos proporciona uma gama bastante grande de oportunidades e intervenções didáticas, entre elas, informática, interpretação de texto, educação financeira e gestão financeira pessoal.(BASTOS, 2016)

A atividade nos proporciona uma oportunidade de usar calculadora financeira, planilhas eletrônicas, programando células e construindo gráficos de forma rápida, possibilitando várias intervenções e abordagens, dando oportunidade a várias situações a esta mesma atividade.(FRANCISCO, 2006)

## 5 Proposta de Atividade

Quanto vale o seu dinheiro? Quanto tempo você precisa trabalhar para ter um determinado bem?

Em um financiamento, quanto do teu tempo trabalhado vai ser para pagar juros?

Em quanto tempo você juntaria este dinheiro para comprar à vista? Barganhando um desconto quanto tempo você ganha, ou melhor, quanto de tempo de sua vida você ganha?

Em busca de estabelecer um valor pessoal para o dinheiro, a proposta foi ver o dinheiro como tempo de trabalho de cada indivíduo.

Visando melhorar as decisões de compra, o objetivo foi trabalhar com alunos do primeiro ano do ensino médio, aproveitando a estreita relação com as funções e em particular a função exponencial e a matemática financeira.

A atividade se constitui em uma situação onde queremos familiarizar os alunos com a matemática financeira aplicada no comércio local ( Charqueadas RS).

Os alunos coletaram no comércio local panfletos de lojas, e então foi realizada uma análise das taxa de juro usada para fazer a amortização das prestações e também qual o tipo de amortização envolvida em cada situação.

Os panfletos foram separados em áreas diferentes como construção civil, eletrodomésticos e vestuário, e foram verificadas as taxas de juros praticada, nas amortizações propostas pelas lojas e em cada segmento.

Foram feitos também, o cálculo de em quanto tempo se acumularia um determinado capital para comprar à vista determinado bem.

Para isto, utilizou-se planilha eletrônica e calculadora financeira HP 12C instaladas nos celulares dos alunos.

Esta atividade foi desenvolvida em uma turma de 10 alunos frequentes, no turno da noite, com idade entre 15 e 18 anos, onde 3 deles eram oriundos do EJA e os demais do ensino fundamental.

## 5.1 Primeira Intervenção: Preparando dados

Na primeira semana, foram utilizados 3 períodos onde foi feita uma apresentação da planilha eletrônica, instalação do aplicativo nos celulares e instruções de uso da calculadora HP 12C, e alguns fundamentos que serão utilizados, em um segundo momento foi colocado a proposta da atividade.

Quanto vale o seu dinheiro?

Quanto tempo você precisa trabalhar para ter determinado bem?

Em um financiamento, quanto do teu tempo trabalhado vai ser para pagar juros?

Esta colocação do valor do dinheiro em relação ao tempo trabalhado se fez necessário devido a diferenças de renda dos alunos. Cada aluno, dividiu o total de seu ganho mensal pelas horas trabalhadas, com isto cada aluno teve uma referência do valor de sua hora trabalhada, referência esta que será utilizada para decidir os seus investimentos.

Os dados coletados foram dispostos pelos alunos em planilha eletrônica Figura 25 e Figura 26 , e analisamos a taxa de juro usada em cada segmento e o tipo de financiamento proposto.

### 5.1.1 Dados coletados em anúncios de lojas

Eletrrodomésticos	Preço Avista	Valor a Prazo	Prestação	Prazo	Taxa Mensal	Taxa Mensal Cartão	Data
Refrigerador electrolux 260L	R\$ 1.399,00	R\$ 1.768,50	R\$ 117,90	15	15%	2,99	01 até 31/10
Batedeira Planetária Philco	R\$ 349,00	R\$ 439,50	R\$ 29,30	15	15%	2,99	01 até 31/10
Micro-Ondas Consul	R\$ 419,00	R\$ 526,50	R\$ 35,10	15	15%	2,99	01 até 31/10
Forno Elétrico Fischer	R\$ 499,00	R\$ 627,00	R\$ 41,80	15	15%	2,99	01 até 31/10
Fogão Atlas 4 Bocas	R\$ 539,00	R\$ 681,00	R\$ 45,40	15	15%	2,99	01 até 31/10
Notebook Acel	R\$ 2.599,00	R\$ 3.268,50	R\$ 217,90	15	15%	2,99	01 até 31/10
Multifuncional Epson EcoTank L396	R\$ 999,00	R\$ 1.258,50	R\$ 83,90	15	15%	2,99	01 até 31/10
PlayStation 4 Sony Hits Bundle	R\$ 2.599,00	R\$ 3.268,50	R\$ 217,90	15	15%	2,99	01 até 31/10
Mini System LG	R\$ 1.149,00	R\$ 1.453,50	R\$ 96,90	15	15%	2,99	01 até 31/10

Figura 25

Eletrodomésticos	Preço avista	PV	Preço a prazo	FV	PMT	Prestação	Prazo	Taxa Mensal 1+9	Taxa Mensal 1+11
Micro-ondas Philco	R\$ 499,00			598,8	1+11	49,9	12		
Batedeira Arno	R\$ 499,00			598,8	1+11		12	2,18	3,49
Secadora Brastemp	R\$ 1.790,00		R\$ 1.969,00		1+9	196,9	10	2,18	
Lavadora	R\$ 1.049,00		R\$ 1.258,00		1+11	104,8	12		3,49
Centrifuga	R\$ 319,00		R\$ 349,00		1+9	35,1	10	2,18	
Secador	R\$ 159,00		R\$ 175,00		1+9	17,5	10	2,18	
Chapinha	R\$ 199,00		R\$ 238,80		1+11	19,9	12		3,49
Fogão a lenha	R\$ 1.499,00		R\$ 1.798,80		1+11	149,8	12		3,49
Conjunto Estofado	R\$ 1.249,00		R\$ 1.498,80		1+11	124,8	12		3,49
Roupeiro THB	R\$ 1.490,00		R\$ 1.788,00		1+11	148,8	12		3,49
Cama	R\$ 999,00		R\$ 1.198,80		1+11	99,84	12		3,49
Kit Unibas	R\$ 390,00		R\$ 429,00		1+9	42,9	10	2,18	
Poltrona Probon	R\$ 798,00		R\$ 850,00		1+9	85,0	10	2,18	
Smart Tv Led 32	R\$ 1.199,00		R\$ 1.438,80		1+11	119,8	12		3,49
Refrigerador	R\$ 1.699,00		R\$ 1.869,00		1+9	186,9	10	2,18	
Tablet Multilaser	R\$ 389,00		R\$ 428,00		1+9	42,8	10	2,18	

Figura 26

## 5.2 Segunda Intervenção: Analisando os dados coletados

Na segunda semana, foi necessária uma revisão, sobre taxas equivalentes, juros simples, juros compostos, pré-requisitos para esta atividade.

Quando cada aluno tinha a dimensão do verdadeiro valor do seu dinheiro em relação ao seu tempo, podemos fazer análises onde cada estudante terá a sua própria visão do que é caro ou do que é barato, segundo o seu contexto de vida.

Após foi feita uma análise das taxas praticadas em cada segmento, analisamos também os tipos de amortizações ofertados no mercado e as possibilidades de investimentos para a compra destes produtos à vista.

Para estas análises foram utilizadas as ferramentas de taxas equivalentes em juros simples e em juros compostos, destacando as taxas equivalentes em juros compostos que é a encontrada no mercado.

### 5.2.1 Ferramentas de análise de taxas equivalentes



Figura 27

Com as ferramentas da Figura 27 desenvolveu-se atividades relacionadas as taxas de juros praticadas no comércio, estes dados foram coletados em panfletos oriundos do comércio local.

Mais precisamente foi usada a ferramenta de taxas equivalentes em juro composto, como podemos observar na Figura 28.

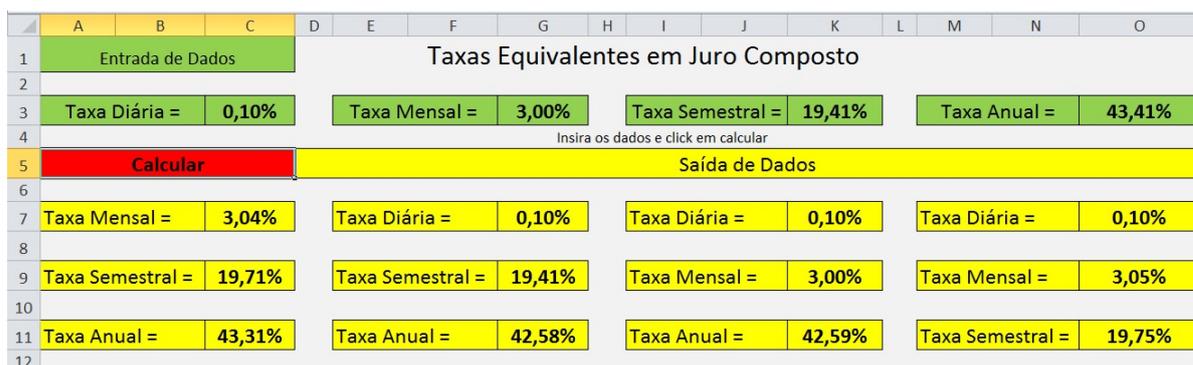


Figura 28

Na oportunidade usamos as ferramentas de capitalização simples e de capitalização composta para analisar o crescimento de cada capitalização, usamos a visualização gráfica para comparar uma função linear a uma função exponencial, onde pela primeira vez tivemos a oportunidade de apresentar tal função aos alunos, objetivo específico do trabalho, Figura 29.

### 5.2.2 Capitalização Simples x Capitalização Composta

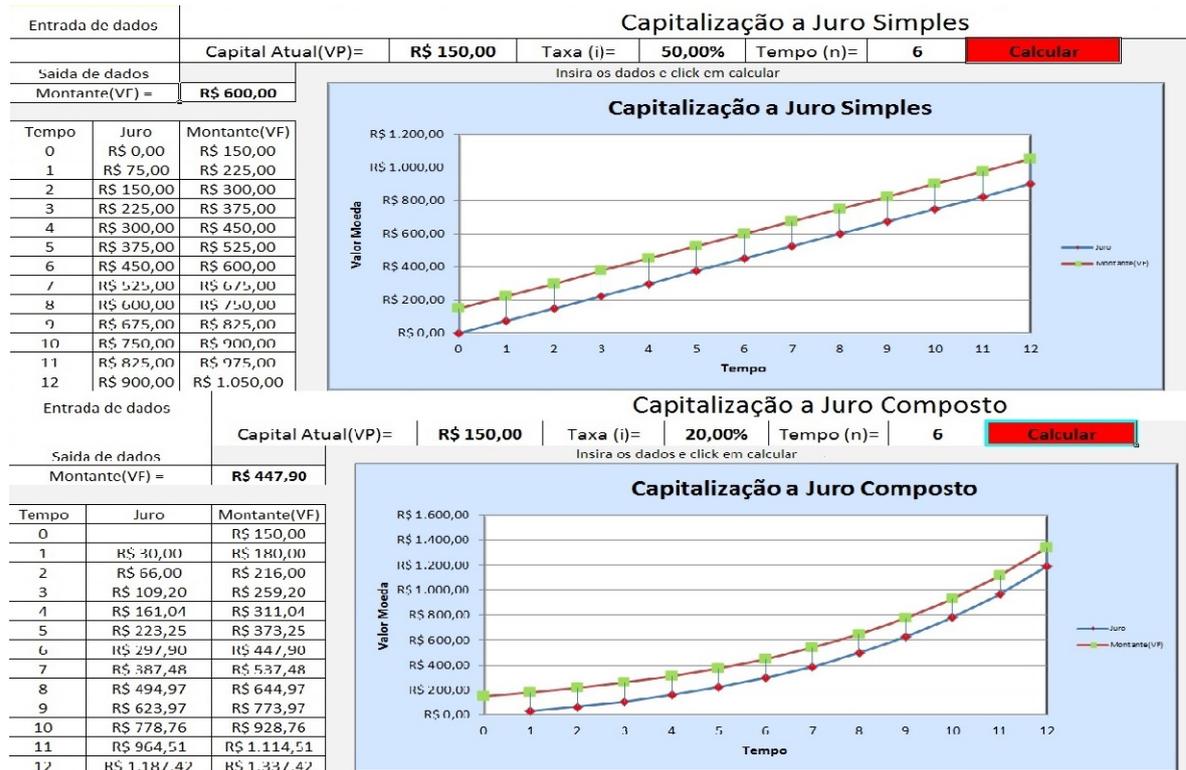


Figura 29

Comparando a capitalização composta  $VF = VA * (1 + i)^n$  com a descapitalização composta  $VF = VA * \frac{1}{(1 + i)^n}$  momento que oportunamente foi apresentada a função exponencial  $f(x) = a^x$  onde  $a > 0$  e diferente 1, analisamos o crescimento da função, e o decréscimo da função quando  $0 < a < 1$  Figura 30.

Para reproduzir os valores das ferramentas usamos as funções básicas da calculadora  $y^x$  e  $\frac{1}{x}$ .

### 5.2.3 Capitalização Composta x Descapitalização Composta

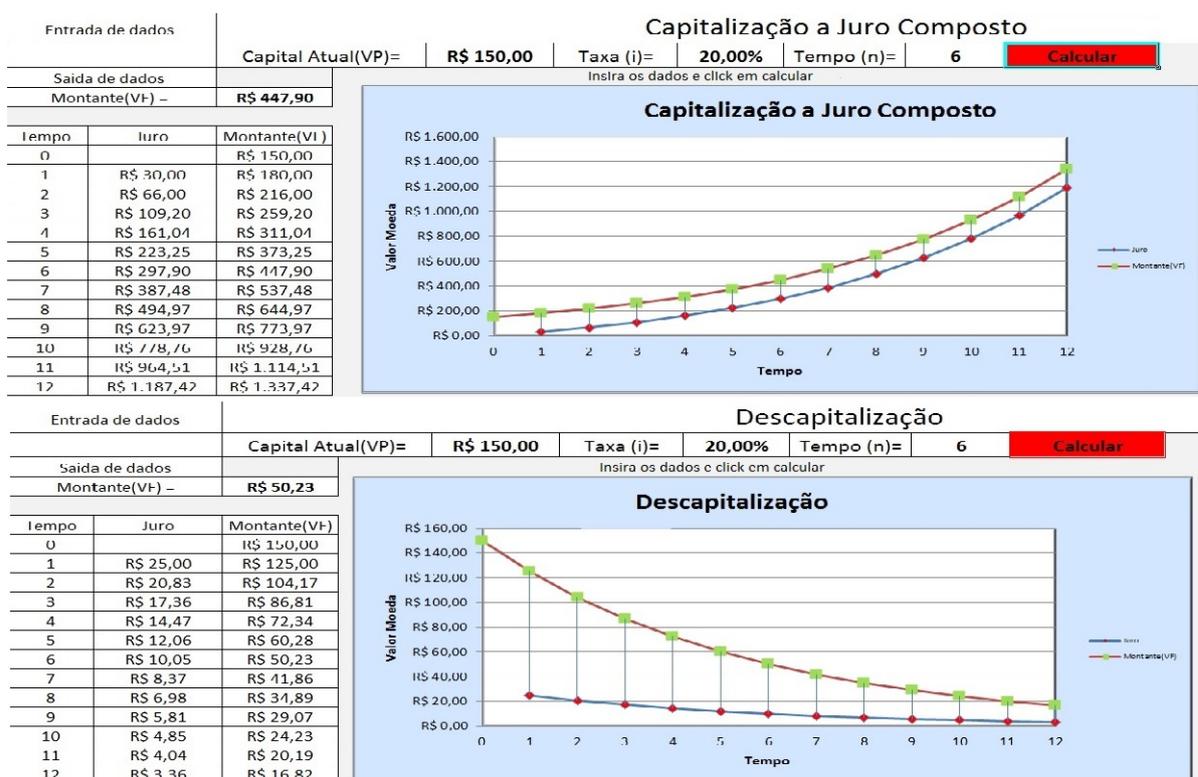


Figura 30

## 5.3 Terceira Intervenção: Amortização de crédito

Na terceira semana, abordamos com mais ênfase os assuntos relacionados a amortização de empréstimos por prestações fixas ( método Price ).

Nos anúncios das lojas, foram identificados dois tipos de financiamento, um sem entrada Figura 25 e outro com entrada Figura 26, para analisarmos estas situações usamos as ferramentas de amortização de empréstimos antecipados e postecipados e a calculadora HP12C.

Para compras sem entrada usamos a tabela da Figura 25, e a ferramenta de amortização postecipada Figura 31, neste exemplo temos a análise de crédito de um Refrigerador.

### 5.3.1 Financiamento sem entrada

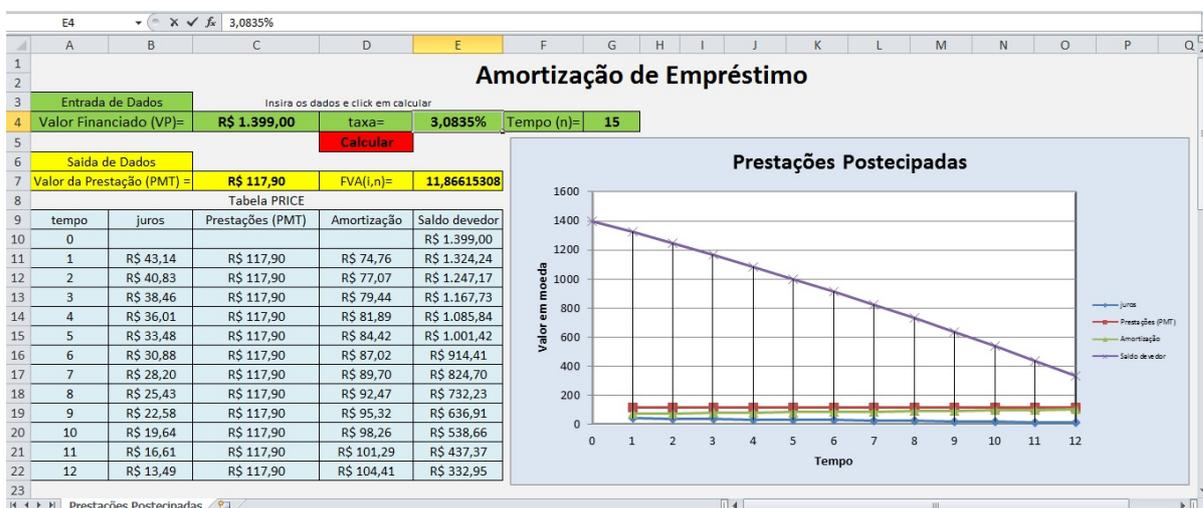


Figura 31

Na calculadora HP 12C usamos os comandos:

- \* f e CLX para limpar dados
- \* g e END para amortização postecipadas
- \* 1399,00 - CHS - PV
- \* 15 - n
- \* 3,08 - i
- \* PMT

A Calculadora nos retornou o valor \$ 177,90 que é valor da prestação mensal desta compra.

Para compras com entrada usamos como a tabela da Figura 26, e a ferramenta de amortização antecipada Figura 32, neste exemplo temos a análise de crédito de um Micro-ondas.

### 5.3.2 Financiamento com entrada

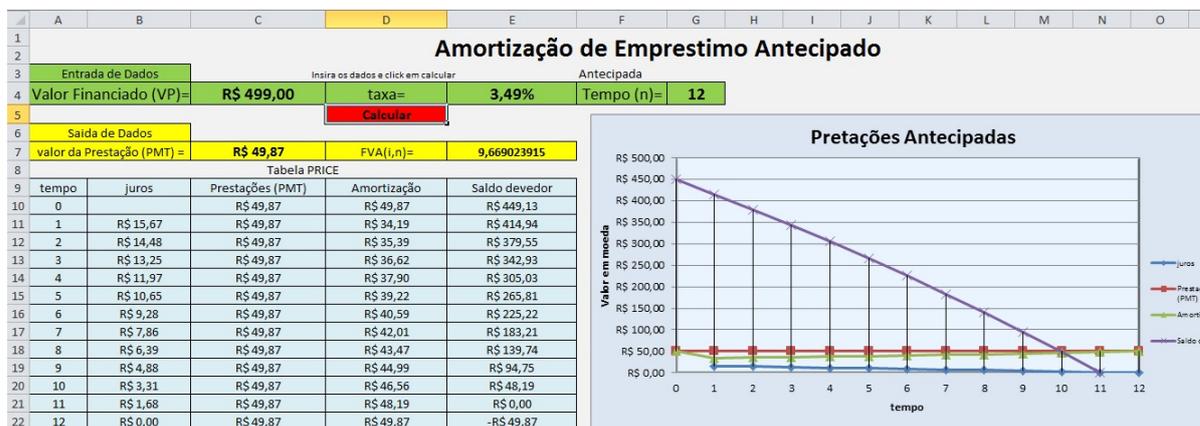


Figura 32

Na calculadora HP 12C usamos os comandos:

- \* f e CLX para limpar dados
- \* g e BEG para amortização antecipada
- \* 499,00 - CHS - PV
- \* 12 - n
- \* 3,49 - i
- \* PMT

A Calculadora nos retornou o valor \$ 49,9 que é valor da prestação mensal desta compra.

Também usamos a ferramenta Acúmulo de capital para analisarmos o investimento que deveria ser feito para a compra deste produto à vista, para reproduzir os valores desta ferramenta usando a calculadora financeira HP 12C e usamos as teclas:

- f CLX - para limpar dados
- g beg - para amortização antecipada
- PMT - Para inserir o valor a ser investido (este valor deve ser inserido negativo tecla CHS)
- i - para inserir a taxa da aplicação

n - para inserir número de períodos do investimento

VF - a calculadora vai apresentar o valor de retorno deste investimento)

Analisamos os resultados encontrados e seu significado, oportunidade em que os alunos avaliavam dentro do seu dinheiro se valia pena esperar algum tempo e comprar à vista ou pagar os juros correspondentes aquele crédito, e assim projetando os gastos que poderiam efetuar tendo em vista o melhor aproveitamento do seu dinheiro.

## 5.4 Quarta Intervenção: Melhores investimentos

Nesta semana analisamos os conceitos, gráficos e percepções adquiridas durante as semanas anteriores, tiramos conclusões e discutimos sobre as melhores oportunidades de investimentos e compras envolvidas no contexto das situações apresentadas.

Muitas destas discussões foram no sentido da real necessidade de compras a prazo, o custo dos juros e tempo de pagamento, como cada aluno estava defendendo o seu real poder de compra, este momento foi importante para suas colocações e motivos de sua argumentação.

## 6 Análise dos Resultados

A proposta é bem aceita e desenvolvida pelos alunos, além disso o estímulo para que cada aluno desenvolva seu próprio valor de dinheiro os leva a terem ideias originais, ideias estas que os levam a valorizar o seu tempo e a melhor forma de aproveitá-lo.

Oportunidade pela qual os alunos se sentiram valorizados:

- A participação dos alunos nesta proposta os levou a se sentirem mais seguros no uso da planilha eletrônica, no uso de calculadora financeira e na construção de gráficos.
- O empenho dos alunos foi satisfatório pois se sentiram valorizados quando se propõe uma atividade que saía do convencional, principalmente quando se trata de dinheiro, pois é algo determinante na vida das pessoas.

Os resultados são estimulantes no momento em que os alunos se envolvem com a abordagem em relação a suas vivências, e as possibilidades de adaptação em suas decisões cotidianas.

O uso do aplicativo da HP 12C no celular foi de fácil adaptação, pela familiaridade com outras calculadoras, a criação de ferramentas na planilha eletrônica também, pois já sabiam criar tabelas e gráficos de funções nestas planilhas, exceto nas ferramentas de amortização pela tabela PRICE, ferramentas que construí para eles.

Cada aluno foi avaliado pelo seu empenho e foi satisfatório, pois o envolvimento foi geral e trouxe muitas vivências pessoais em relação a matemática financeira.

## 7 Conclusões

Este trabalho representa uma tentativa inicial de agregar ao ensino da matemática uma vivência que leva os alunos a refletirem sobre o uso da matemática no seu dia a dia e aproximá-la de suas vidas, o uso de tecnologias celulares, computadores se mostrou apropriado e necessário a dinâmica da sala de aula.

A abordagem do tema matemática financeira se mostrou introdutória a função exponencial e a estudo de funções, constantes, lineares, mas devido a influência que o tema matemática financeira operou em sala de aula esta abordagem virou praticamente conteúdo de um trimestre inteiro, devido as necessidades de esclarecimento que o tema trouxe em sala de aula.

Principalmente em relação a financiamentos, a diferença do dinheiro em relação ao tempo trabalhado de cada aluno nos trouxe um olhar de caro e barato individual, e se mostrou um fator relevante na vida de cada um, pois os alunos tinham rendas bem diferentes.

O dinheiro vinculado ao tempo de trabalho de cada aluno se mostrou um fator importante na tomada decisão entre fazer um financiamento ou acumular este dinheiro para fazer uma compra à vista.

A matemática financeira se mostrou obrigatória na vida dos alunos para que a melhor opção de compra seja feita, com o caro ou o barato sendo tomado em relação a proposta de vida de cada aluno, a adequação do tempo para uma abordagem mais profunda se mostrou também necessária.

## Referências

- AMORIM, R. *Um país de analfabetos financeiros*. 2. ed. São Paulo: RICAM, 2018. Disponível em: <<http://ricamconsultoria.com.br/news/artigos/um-pais-de-analfabetos-financeiros/>>. Acesso em: 13.10.2018. Citado na página 15.
- BASTOS, C. *A Matemática em planilhas eletrônicas*. 2016. Acesso em: 14.06.2016. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 39.
- FACCHINI, W. *Matemática Volume único*. 2. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.
- FEDERAL, C. E. *Inflação, Investimento, Crédito*. Caixa Econômica Federal, 2019. Disponível em: <<http://www.caixa.gov.br>>. Acesso em: 19.01.2019. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 34.
- FRANCISCO, I. *As possibilidades de uso do recurso computacional de planilha eletrônica e de um software algébrico no estudo de funções*. [S.l.]: Re, 2006. Acesso em: 14.06.2016. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 39.
- GONÇALVES, J. P. *A História da Matemática Comercial e Financeira*. 1. ed. [S.l.]: Só Matemática, 2018. Acesso em: 13.10.2018. Citado na página 23.
- [HTTP://APRENDAMATEMATICA.COM/TAG/HP12C/](http://aprendamatematica.com/tag/hp12c/). *hp12c super*. Aprenda Matematica.com, 2018. Web site. Disponível em: <<https://i1.wp.com/aprendamatematica.com>>. Acesso em: 15.11.2018. Citado na página 21.
- PACCOLA, E. B. e H. *Curso de Matemática*. 1. ed. São Paulo: Escrituras, 1997. Citado 3 vezes nas páginas 18, 29 e 54.
- PINTO, E. L. L. e P. C. *A Matemática do Ensino Médio*. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 31.
- SILVA, M. N. P. *Noções sobre utilização de uma Calculadora Financeira*. Equipe Brasil Escola, 20118. Brasil Escola. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br>>. Acesso em: 19.10.2018. Citado na página 22.
- TRINDADE, E. de Almeida Seixas Carvalho Pena e D. P. *MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA TOMADAS DE DECISÃO*. Paraíba: Universidade do Vale do Paraíba, 2010. Trabalho. Citado na página 23.

## 8 Anexos

### 8.1 Anexo 1

#### 8.1.1 Construção da ferramenta de taxas equivalentes em juro simples

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Entrada de Dados			Taxas Equivalentes em Juro Simples											
2															
3	Taxa Diária =	0,50%	Taxa Mensal =	15,00%	Taxa Semestral =	90,00%	Taxa Anual =	180,00%							
4	Insira os dados e click em calcular														
5	Calcular			Saída de Dados											
6															
7	Taxa Mensal =	15,00%	Taxa Diária =	=G3/30	Taxa Diária =	0,50%	Taxa Diária =	0,50%							
8															
9	Taxa Semestral =	90,00%	Taxa Semestral =	90,00%	Taxa Mensal =	=K3/6	Taxa Mensal =	15,00%							
10															
11	Taxa Anual =	180,00%	Taxa Anual =	=G3*12	Taxa Anual =	180,00%	Taxa Semestral =	=O3/2							

Figura 4

Esta ferramenta foi construída em duas partes uma de entrada de dados e outra de saída de dados. Na entrada de dados deve-se ter o cuidado no sentido de que estes valores, que serão convertidos, devem estar em uma célula sozinhos como podemos ver na figura. As células  $C3, G3, K3, O3$ , células de saída de dados, foram programadas segundo a álgebra apropriada, seguindo as proporcionalidades, como visto anteriormente e exemplificado na figura 4, nas células  $G7, G11, K9, O11$ .

## 8.2 Anexo 2

### 8.2.1 Construção da Ferramenta no Juro Composto

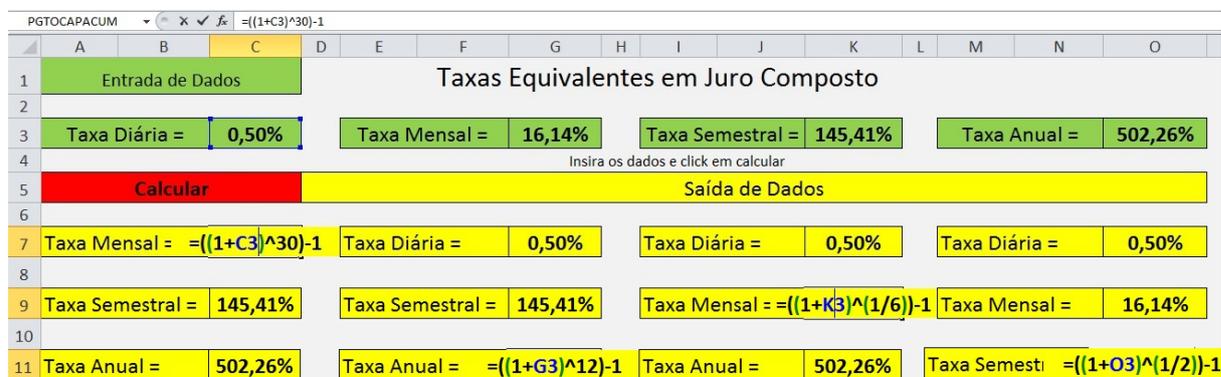


Figura 6

Esta ferramenta foi construída em duas partes uma de entrada de dados e outra de saída de dados. Na entrada de dados deve-se ter o cuidado no sentido de que estes valores, que serão convertidos, devem estar em uma célula sozinhos. Como pode-se ver na figura 6, as células C3, G3, K3, O3, as células de saída de dados foram programadas segundo a álgebra apropriada no regime de juro composto, seguindo a álgebra apropriada para conversão, como visto anteriormente e exemplificado na figura 6, como as células C7, G11, K9, O11 .

## 8.3 Anexo 3

### 8.3.1 Construção de Ferramenta para Cálculo de Capitalização Simples

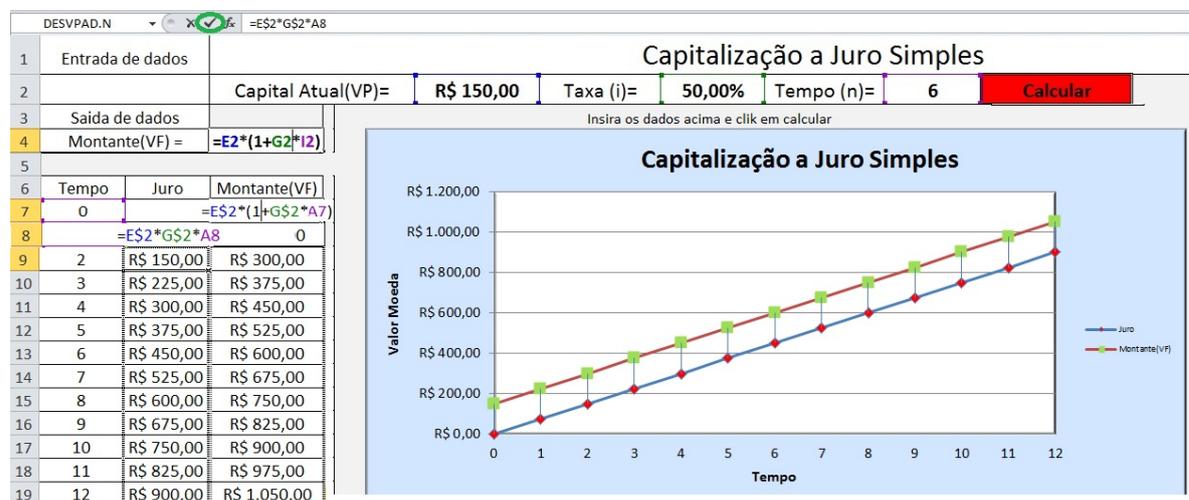


Figura 8

A construção desta ferramenta segue três passos distintos: inserir os dados, cálculo destes dados e apresentação dos resultados.

Para inserir os dados deve-se ter o cuidado destes dados estarem digitados em células sozinhos, como mostra a Figura 8 nas células E2, G2, I2.

A saída de dados, segue programação da célula onde queremos a saída deste valor, relacionamos os valores inseridos conforme as fórmulas apresentadas para capitalização simples. (PACCOLA, 1997)

$VF = VP * ( 1 + i * n )$ , como apresentada na Figura 8 a seguir na Célula C4.

O Juro,  $J = VP * i * n$ , como apresentado a célula B8.

A tabela para apresentação dos valores de juros e montantes (VF), segue também a teoria apresentada e exemplificado na Figura 8, nas células C7 e B8.

Obs: Clicando com o botão direito do mouse sobre uma célula podemos formatá-la para apresentar valores em diversos formatos como: (numéricos, moeda, percentagem, data, etc...).

### 8.3.2 Construção de gráfico para Capitalização Simples

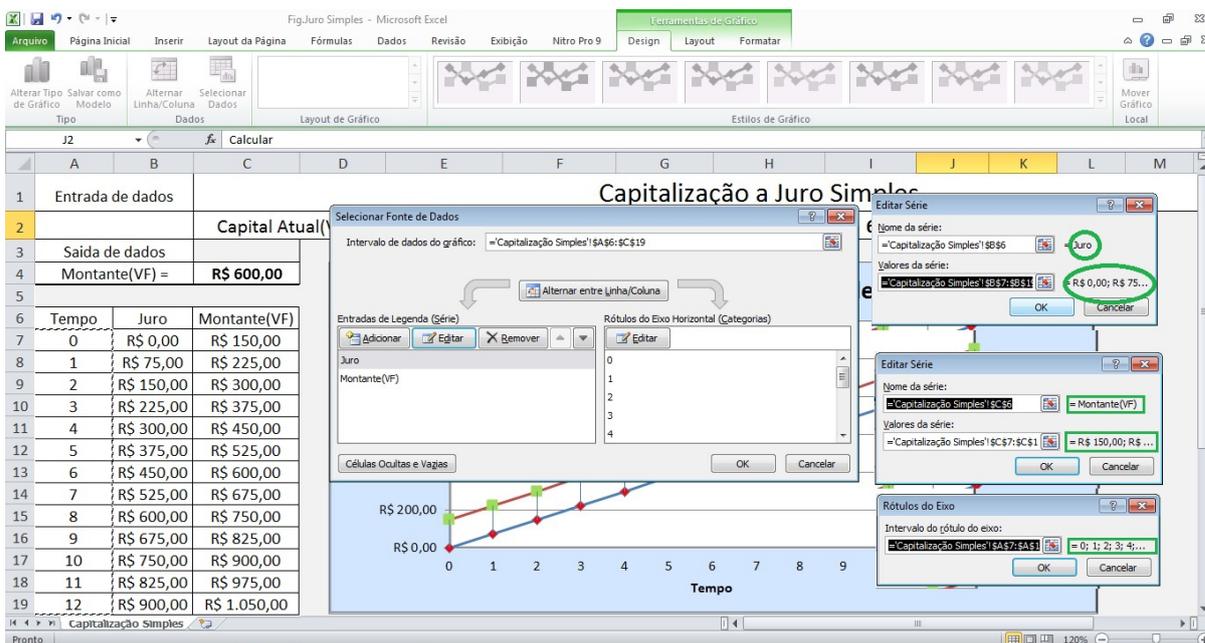


Figura 9

Depois da planilha de valores pronta, foi construído o gráfico associado a planilha, o gráfico apresenta o crescimento dos juros e o montante desta capitalização.

A construção segue como o exemplo da Figura 9. Na barra de ferramentas vai-se em:

- 1) Inserir gráfico, e escolher o tipo de gráfico (pontos e linhas).
- 2) Inserir Dados (caso tenha algum dado inserido remova-o), então clicar em adicionar e abrirá uma pequena janela como a primeira do lado direito da Figura 9.
- 3) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula B6 e em Enter (este procedimento colocará o nome da série juros).
- 4) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da B7 até a B19 clicar Enter e aparecerá no gráfico o nome da série Juro e seus valores.
- 5) Para inserir os valores do Montante (VF) clicar em Adicionar, e novamente abrirá uma nova janela, os procedimentos serão os mesmos, salvo o endereço das células.
- 6) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula C6 e em Enter este procedimento colocará o nome da série Montante.
- 7) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionamos as células da C7 até a C19 e clicar Enter, aparecerá no gráfico o nome da série Montante e seus valores.

- 8) Vamos em rotular eixo horizontal clicar em Editar e clicar na seta vermelha, selecionar as células da A7 até a A12, clicar em OK e tem-se o gráfico como mostra na figura 7.

## 8.4 Anexo 4

### 8.4.1 Construção da Ferramenta para Capitalização Composta

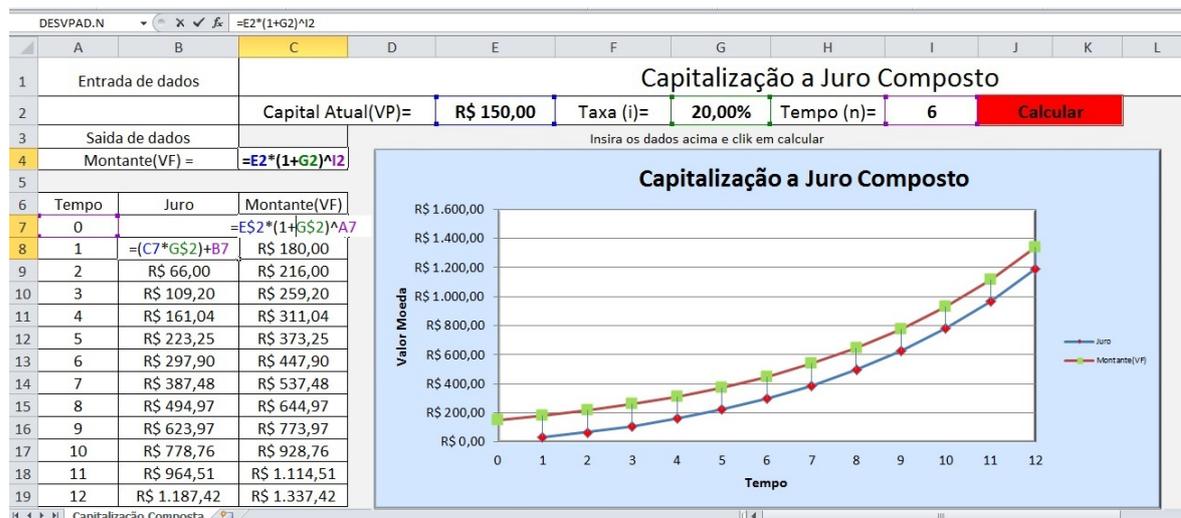


Figura 11

A construção desta ferramenta segue três passos distintos: inserir os dados, cálculo destes dados e apresentação dos resultados.

Para inserir os dados deve-se ter o cuidado destes dados estarem digitados em células sozinhos, como mostra a Figura 11 nas células E2 , G2 e I2.

A saída de dados, segue programação da célula onde queremos a saída deste valor, relacionamos os valores inseridos conforme as fórmulas apresentadas para:

Capitalização Composta  $M_n = C * (1 + i)^n$ , como apresentada na Figura 11 a seguir na Célula C4.

Juros acumulados no período  $J_n = (M_{n-1} * i) + j_{n-1}$ , como apresentado a célula B8.

A tabela para apresentação de juros e montantes (VF), segue também as fórmulas apresentadas e exemplificado nas células C7 e B8.

Obs: Clicando com o botão direito do mouse sobre uma célula pode-se formatá-la para apresentar valores em diversos formatos como: numéricos, moeda, porcentagem, data, etc... .

### 8.4.2 Construção do gráfico da Capitalização Composta

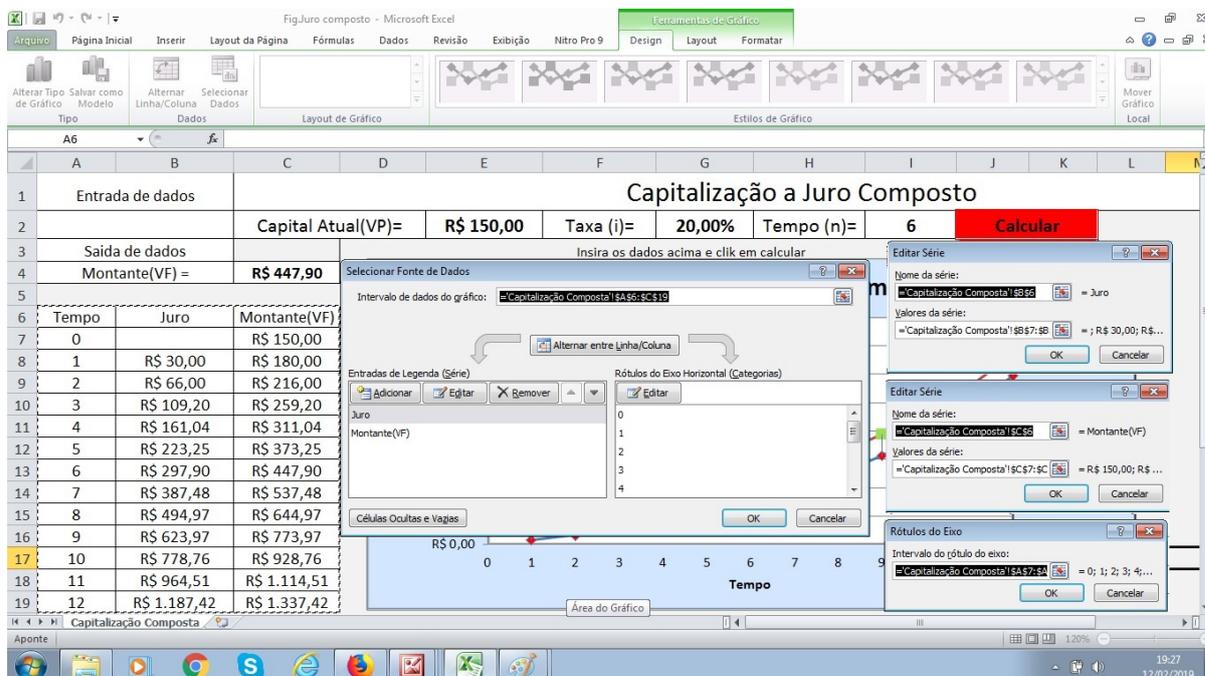


Figura 12

Depois da planilha de valores pronta, construímos o gráfico associado a planilha. O gráfico apresenta o crescimento dos juros e consequentemente o montante desta capitalização.

A construção segue como exemplo da Figura 12, na barra de ferramenta vamos em:

- 1) Inserir gráfico, e escolher o tipo de gráfico, (pontos e linhas).
- 2) Vamos em Inserir Dados (caso tenha algum dado inserido remova-o), então clicar em Adicionar e abrirá uma pequena janela como a primeira do lado direito da Figura 12.
- 3) No primeiro espaço clicar na seta vermelha, clicar na célula B6 e em Enter, este procedimento colocará o nome da série juros.
- 4) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da B7 até a B19, clicar Enter e aparecerá no gráfico, o nome da série Juro e seus valores.

- 5) Para inserir os valores do Montante (VF) clicar em Adicionar, e novamente abrirá uma nova janela, os procedimentos serão os mesmos, salvo o endereço das células.
- 6) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula C6 e em Enter este procedimento colocará o nome da série Montante.
- 7) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da C7 até a C19 e clicar Enter, aparecerá no gráfico o nome da série Montante e seus valores.
- 8) Vamos em rotular eixo horizontal, clicar em Editar e clicar na seta vermelha, selecionamos as células da A7 até a A12, clicar em OK e teremos o gráfico como mostra na Figura 10.

## 8.5 Anexo 5

### 8.5.1 Construção da Ferramenta de Descapitalização Composta

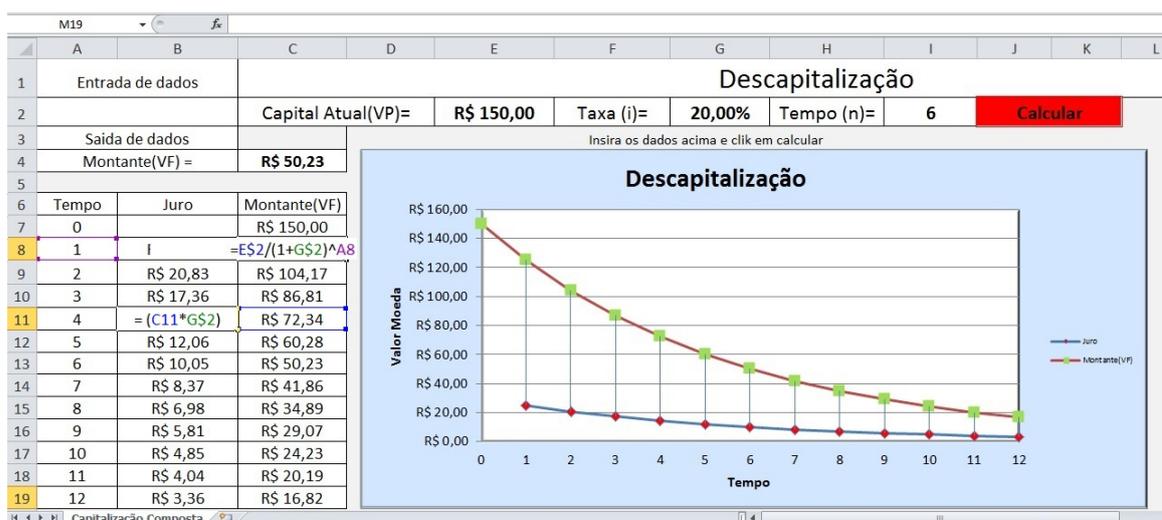


Figura 14

A construção desta ferramenta segue três passos distintos: inserir os dados, manipulação destes dados e apresentação dos resultados.

Para inserir os dados deve-se ter o cuidado destes dados estarem digitados em células sozinhos, como mostra a Figura 14 nas células E2, G2 e I2.

A saída de dados, segue programação da célula onde queremos a saída deste valor, relacionamos os valores inseridos conforme as fórmulas apresentadas para:

Descapitalização Composta,  $Montante(VF) = \frac{Capital(VA)}{(1+i)^n}$ , como esta apresentada na Figura 14 na Célula C4.

Juro  $J = VP * i * n$ , como apresentado a célula B4.

A tabela para apresentação de juros e Valor Atual (VA) segue também as fórmulas apresentadas e exemplificado nas células C7 e B4.

Obs: Clicando com o botão direito do mouse sobre uma célula podemos formatá-la para apresentar valores em diversos formatos como: numéricos, moeda, percentagem, data, etc .

### 8.5.2 Construção do gráfico de Descapitalização Composta

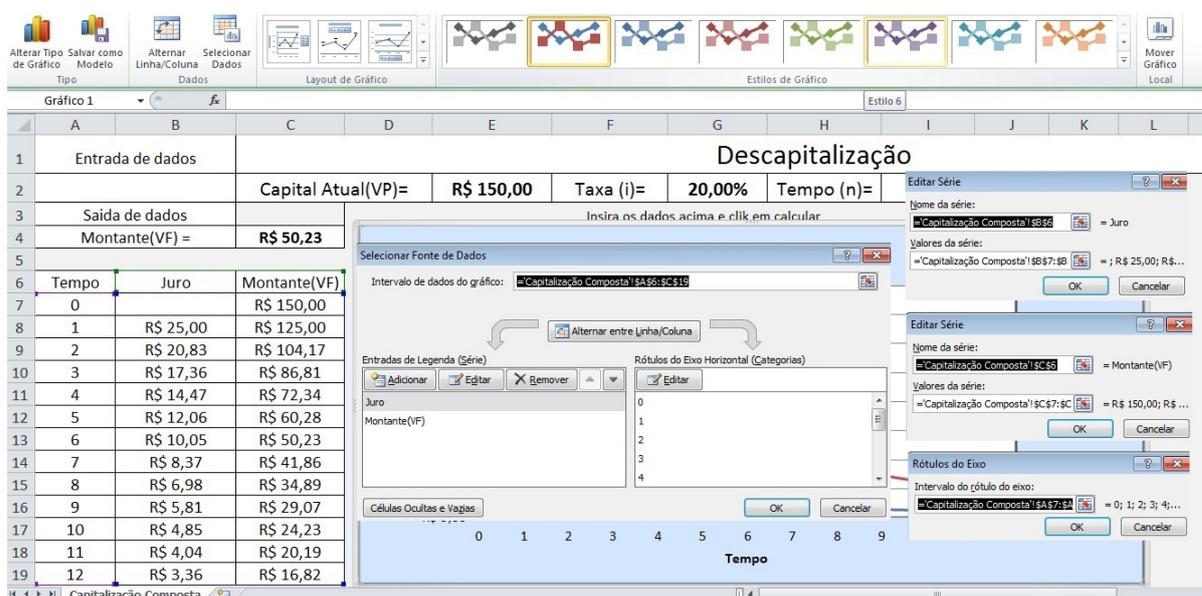


Figura 15

Depois da planilha de valores pronta, pode-se construir o gráfico associado a planilha, o gráfico apresenta o decréscimo dos juros e Valor Atual desta descapitalização.

- 1) Inserir gráfico, e escolher o tipo de gráfico, (pontos e linhas).
- 2) Inserir Dados (caso tenha algum dado inserido remova-o), então clicar em Adicionar e abrirá uma pequena janela como a primeira do lado direito da Figura 15.
- 3) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula B6 e em Enter este procedimento colocará o nome da série juros.
- 4) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da B7 até a B19 clicar Enter e aparecerá no gráfico o nome da série Juro e seus valores.
- 5) Para inserir os valores do Montante (VF) clicar em Adicionar, e novamente abrirá uma nova janela, os procedimentos serão os mesmos, salvo o endereço das células.

- 6) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula C6 e em Enter este procedimento colocará o nome da série Valor Atual.
- 7) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da C7 até a C19 e clicar Enter, aparecerá no gráfico o nome da série Valor Atual e seus valores.
- 8) Vamos em rotular eixo horizontal clicar em Editar e clicar na seta vermelha, selecionar as células da A7 até a A12, clicar em OK e teremos o gráfico como mostra na Figura 15.

## 8.6 Anexo 6

### 8.6.1 Construção da Ferramenta de Acúmulo de capital

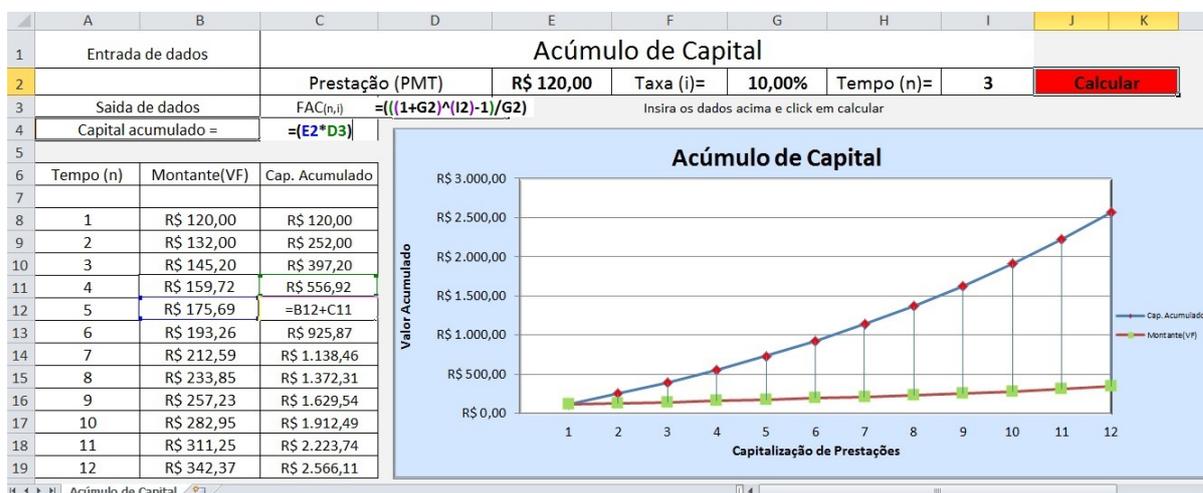


Figura 17

A construção desta ferramenta segue três passos distintos: inserir os dados, cálculo destes dados e apresentação dos dados.

Para inserir os dados devemos ter o cuidado destes dados estarem digitados em células sozinhos, como mostra a Figura 17 nas células E2 , G2 e I2 .

A saída de dados, segue programação da célula onde queremos a saída deste valor, relacionamos os valores inseridos conforme as fórmulas apresentadas para o  $FAC_{(n,i)}$  e o Capital acumulado =  $PMT * FAC_{(n,i)}$  como por exemplo as células D3 , e a Célula C4.

A tabela apresenta o Montante gerado por cada prestação investida mais os juros acumulados do período e a do Valor acumulado, segue também as fórmulas de capitalização e de acúmulo de capital, como mostra a célula C5.

## 8.6.2 Construção do gráfico de Acúmulo de capital

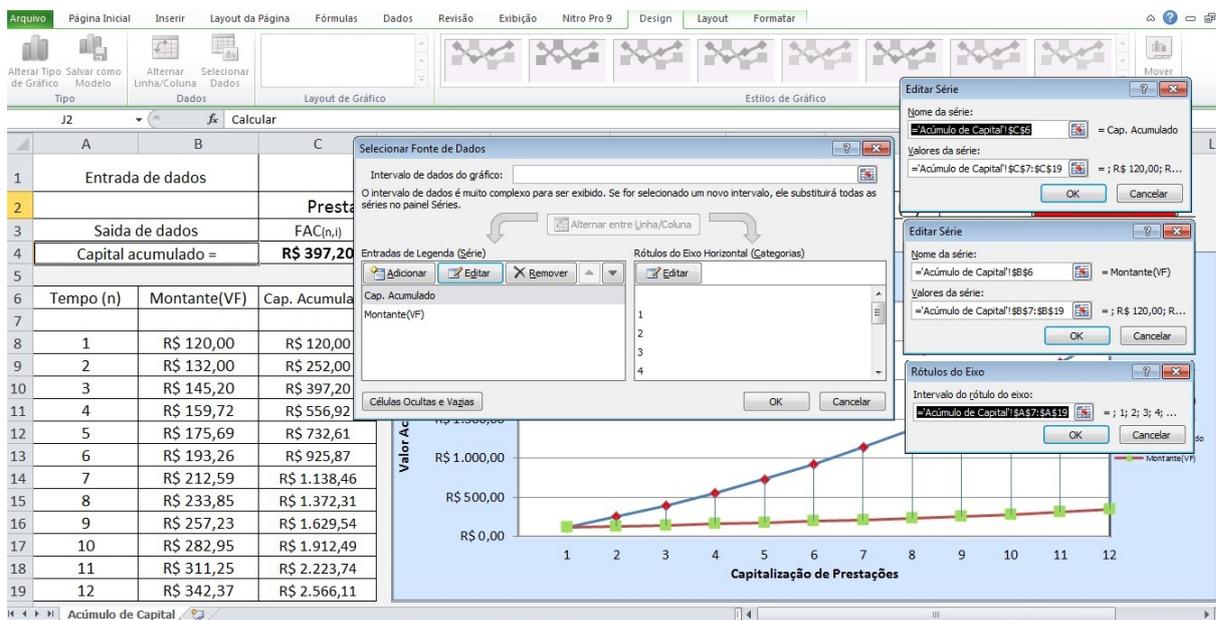


Figura 18

Com a planilha de valores pronta, pode-se construir o gráfico associado a planilha, o gráfico apresenta o crescimento dos juros e o Valor Acumulado da série de prestações.

- 1) Na barra de ferramentas vamos em inserir, gráfico, e escolher o tipo de gráfico, (pontos e linhas).
- 2) Inserir Dados (caso tenha algum dado inserido remova-o), então clicar em Adicionar e abrirá uma pequena janela como a primeira do lado direito da Figura 18.
- 3) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula C6 e em Enter este procedimento colocará o nome da série Capital acumulado.
- 4) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da C7 até a C19, clicar Enter e aparecerá no gráfico o nome da série acúmulo de capital e seus valores.
- 5) Para inserir os valores do Montante (VF) clicar em Adicionar, e novamente abrirá uma nova janela, os procedimentos serão os mesmos, salvo o endereço das células.
- 6) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula B6 e em Enter este procedimento colocará o nome da série Montante.
- 7) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da B7 até a B19 e clicar Enter, aparecerá no gráfico o nome da série Montante e seus valores.

- 8) Vamos em rotular eixo horizontal, clicar em Editar e clicar na seta vermelha, selecionar as células da A7 até a A19, clicar em OK e tem-se o gráfico como mostra na Figura 16 .

## 8.7 Anexo 7

### 8.7.1 Construção da Ferramenta Postecipada

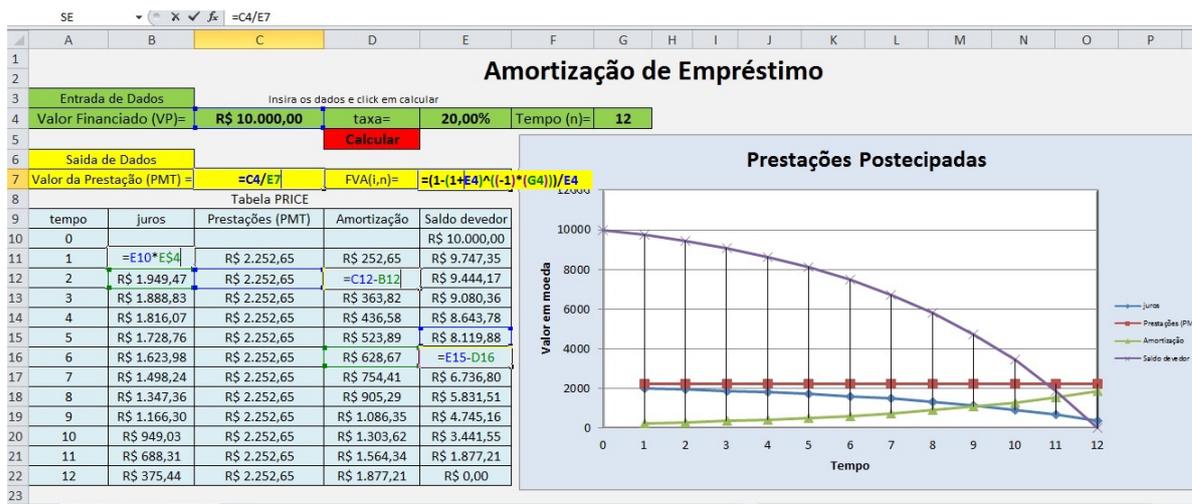


Figura 20

A construção desta ferramenta segue três passos distintos: inserir os dados, cálculo destes dados e apresentação dos dados.

Para inserir os dados deve-se ter o cuidado destes dados estarem digitados em células sozinhos, como mostra a figura 20, nas células C4 , E4, e G4.

A saída de dados, segue programação da célula onde queremos a saída deste valor, relacionamos os valores inseridos conforme as fórmulas apresentadas para o  $FVA_{(n,i)}$  e o  $ValorFinanciado = PMT * FVA_{(n,i)}$ .

$$Logo, PMT = \frac{ValorFinanciado}{FVA_{(n,i)}}$$

como por exemplo as células C7 , e a Célula E7.

Na TABELA PRICE de amortização tem-se os Juros, as Prestações, o valor a ser amortizado e o saldo devedor por cada prestação paga. É também construída levando em conta cada situação envolvida naquele período de tempo, como exemplificado na Figura 20, nas células B11 , D12 e E16.

## 8.7.2 Construção do gráfico de amortização Postecipada

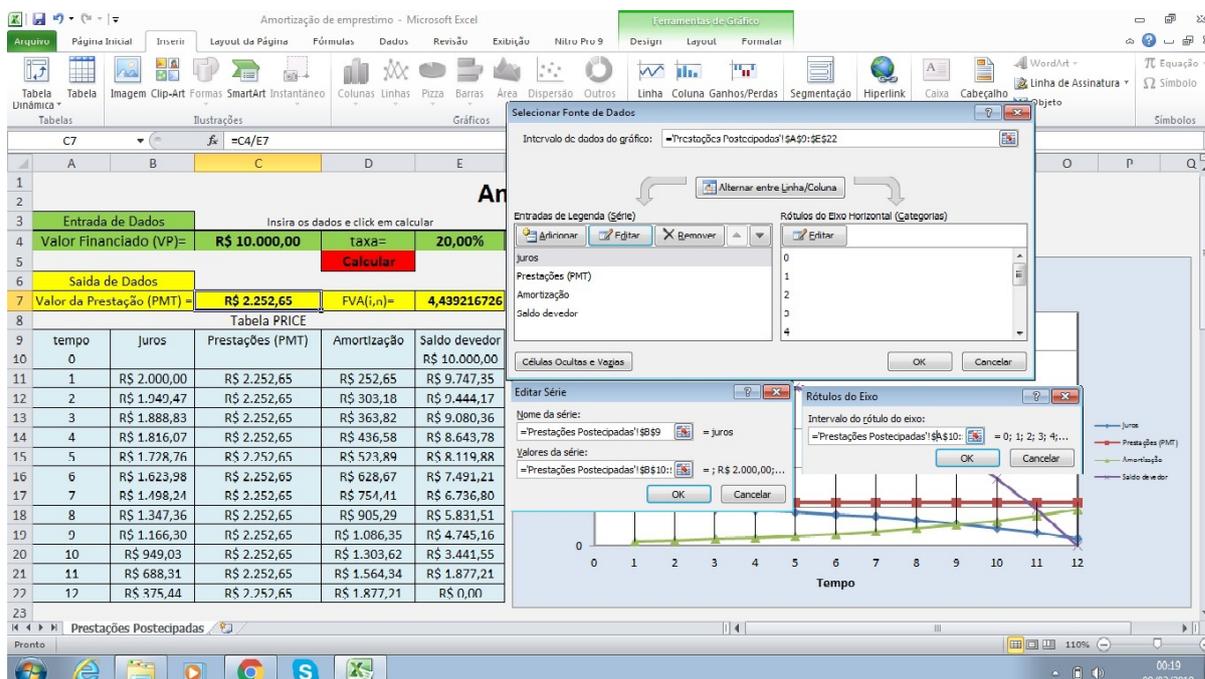


Figura 21

Com a planilha de valores pronta, pode-se construir o gráfico associado a planilha, o gráfico apresenta o decrescimento dos juros, o crescimento do valor amortizado, as prestações constantes, e o saldo devedor decrescendo proporcional ao crescimento das amortizações.

- 1) A construção segue como exemplo da Figura 21, na barra de ferramentas vamos inserir, gráfico, e escolhemos o tipo de gráfico, (pontos e linhas).
- 2) Inserir Dados (caso tenha algum dado inserido remova-o), então clicar em Adicionar e abrirá uma pequena janela como a primeira do lado direito da Figura 21.
- 3) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula B9 e em Enter este procedimento colocará o nome da série Juros.
- 4) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da B11 até a B22, clicar Enter e aparecerá no gráfico o nome da série Juros e seus valores.
- 5) Para inserir a Série das prestações clicar em Adicionar, e novamente abrirá uma nova janela, os procedimentos serão os mesmos, salvo o endereço das células.
- 6) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula C9 e em Enter, este procedimento colocará o nome da série Prestações.

- 7) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da C11 até a C22 e clicar Enter, aparecerá no gráfico o nome da série Prestações e seus valores.
- 8) Os mesmos procedimentos valem para as outras séries de dados Amortização e Saldo devedor.
- 9) Vamos em rotular eixo horizontal clicar em Editar e clicar na seta vermelha, selecionar as células da A10 até a A22, clicar em OK e tem-se o gráfico como mostra na Figura 19.

## 8.8 Anexo 8

### 8.8.1 Construção da Ferramenta amortização antecipada

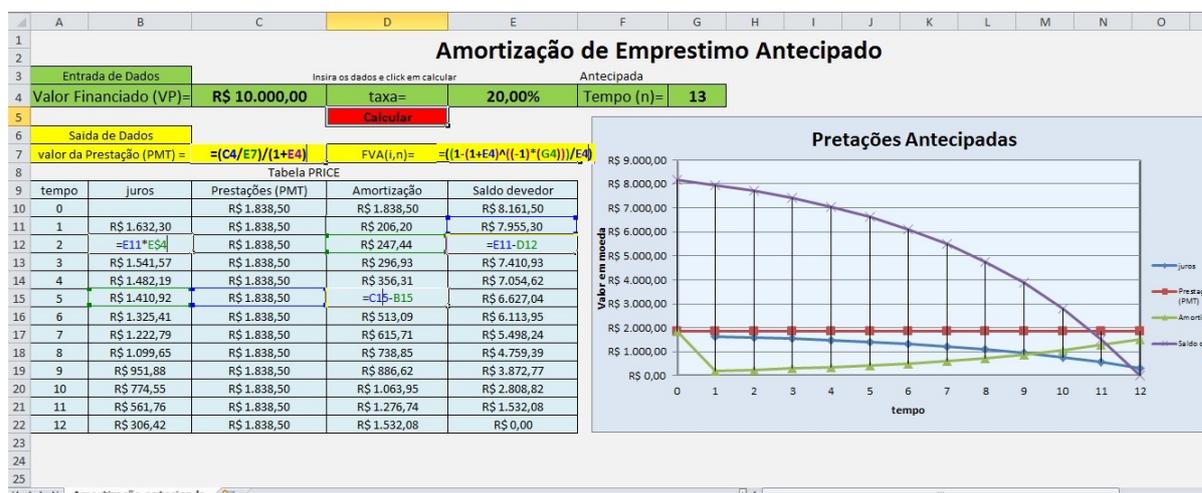


Figura 23

A construção desta ferramenta segue três passos distintos: inserir os dados, cálculo destes dados e apresentação dos dados.

Para inserir os dados deve-se ter o cuidado destes dados estarem digitados em células sozinhos, como mostra a figura 23, nas células C4 , E4, e G4 .

A saída de dados, segue programação da célula onde queremos a saída deste valor, relacionamos os valores inseridos conforme as fórmulas apresentadas para o  $FVA_{(n,i)}$ .

Logo o valor da prestação é  $PMT = \frac{VF}{(1+i)}$  como por exemplo as células C7 e E7.

Na TABELA PRICE de amortização tem-se os Juros, as Prestações, o valor a ser amortizado e o saldo devedor por cada prestação paga. É também construída levando em

conta cada situação envolvida naquele período de tempo, como exemplo nas células B12, D15 e E12 da Figura 23.

### 8.8.2 Construção do gráfico de amortização antecipada

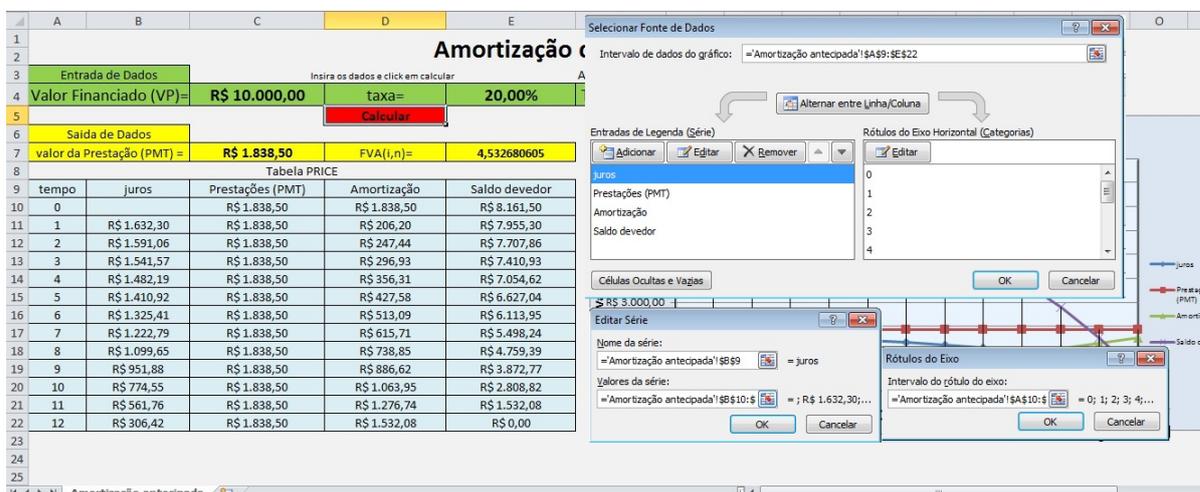


Figura 24

Com a planilha de valores pronta, pode-se construir o gráfico associado a planilha, o gráfico apresenta o decrescimento dos juros o Crescimento do Valor Amortizado as Prestações constantes e o saldo devedor decrescendo proporcional ao crescimento das amortizações.

- 1) A construção segue como exemplo da Figura 24, na barra de ferramentas, inserir, gráfico e escolher o tipo de gráfico (pontos e linhas).
- 2) Inserir Dados (caso tenha algum dado inserido remova-o), então clicar em adicionar e abrirá uma pequena janela como a primeira do lado direito da Figura 24.
- 3) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula B9 e em Enter este procedimento colocará o nome da série Juros.
- 4) No espaço abaixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da B11 até a B22, clicar Enter e aparecerá no gráfico o nome da série Juros e seus valores.
- 5) Para inserir a Série das prestações clicar em Adicionar, e novamente abrirá uma nova janela, os procedimentos serão os mesmos, salvo o endereço das células.
- 6) No primeiro espaço clicar na seta vermelha e clicar na célula C9 e em Enter, este procedimento colocará o nome da série Prestações.

- 7) No espaço a baixo clicar na seta vermelha e selecionar as células da C10 até a C22 e clicar Enter, aparecerá no gráfico o nome da série Prestações e seus valores.
- 8) Os mesmos procedimentos valem para as outras séries de dados Amortização e Saldo devedor.
- 9) Vamos em rotular eixo horizontal, clicar em Editar e clicar na seta vermelha, selecionar as células da A10 até a A22, clicar em OK e tem-se o gráfico como mostra na Figura 22 .