



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

FRANCISCO MACIEL DOS SANTOS SILVA

**APROXIMAÇÃO ENTRE TEORIA E PRÁTICA:  
A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO MÉTODO FACILITADOR PARA O  
ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS**

MOSSORÓ – RN

2019

FRANCISCO MACIEL DOS SANTOS SILVA

**APROXIMAÇÃO ENTRE TEORIA E PRÁTICA:  
A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO MÉTODO FACILITADOR PARA O  
ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do programa de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues

MOSSORÓ – RN  
2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S586      Silva, Francisco Maciel dos.  
a            Aproximação entre teoria e prática: a  
              modelagem matemática como método facilitador para  
              o ensino de funções exponenciais / Francisco  
              Maciel dos Silva. - 2019.  
              62 f. : il.

   Orientador: Walter Martins Rodrigues.  
   Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal  
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação  
em Matemática, 2019.

   1. Modelagem Matemática. 2. Ensino e  
aprendizagem. 3. Função exponencial. 4. Ensino  
Médio. I. Rodrigues, Walter Martins, orient. II.  
Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

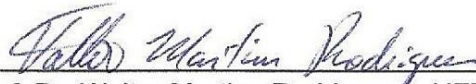
FRANCISCO MACIEL DOS SANTOS SILVA

**APROXIMAÇÃO ENTRE TEORIA E PRÁTICA:  
A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO MÉTODO FACILITADOR PARA O  
ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do programa de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADA EM: 07/05/19

BANCA EXAMINADORA:



---

Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues – UFERSA  
Presidente



---

Prof. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia – UFERSA  
Membro Interno



---

Prof. Dr. Aleksandre Saraiva Dantas – IFRN  
Membro Externo

## DEDICATÓRIA

Aos meus pais e a todos os meus familiares, com quem dividi alegrias e tristezas, bem como a todos os meus amigos, não apenas aqueles que fiz em consequência do meu curso. Dedico ainda, a todos os nobres docentes que contribuíram para que eu pudesse chegar aonde cheguei – desde o meu primeiro professor, até os da pós-graduação.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por todas as bênçãos colocadas em minha vida, sendo minha fortaleza em todos os meus momentos;

Aos meus pais, Manoel Pereira e Francisca Sérgia, por tudo que fizeram por mim ao longo da minha vida, dentro e fora da academia, sempre me apoiando e incentivando nessa caminhada;

Aos meus irmãos, Maílson e Francilene, que sempre acreditaram nos meus esforços e me apoiaram em minhas decisões;

Ao meu amigo (irmão), Mazzuki, que sempre torceu por mim e acreditou que eu conseguiria; com quem fui injusto não agradecendo em minha monografia de graduação;

A minha prima, Edilene, e seu esposo, Batista, que sempre me acolheram em sua casa, todas as vezes que precisei durante o curso;

Aos demais familiares que, sempre que possível, me ajudaram;

A todos os professores que me guiaram rumo ao êxito da educação;

A todos os meus colegas de curso, pela amizade, pelas palavras de incentivo e pelos momentos compartilhados (muito estudo, risadas, angústias etc.) ao longo desses dois anos de convivência;

Aos amigos Ricardo e Eclésio, que, sempre que precisei ao longo do curso, estiveram dispostos a me ajudar; em especial, ao primeiro deles, que foi imprescindível para meu sucesso no Exame Nacional de Qualificação (ENQ);

A todos os amigos que torceram fortemente para que fosse aprovado no ENQ, lembrando, principalmente, daqueles que mais falavam de forma enfática “vai dar

certo”, Aline, Annara, Canindé Jota, Douglas, Gabriela, Jaieny, Luciene, Maílson, Marcos, Marta, Mazzuki, Rômulo e Thasia;

Aos alunos da 1ª série A, vespertino, da EEAF, por terem se disposto a participar da pesquisa, prestando todas as informações para que ela se efetivasse;

A Equipe Gestora da EEAF, pelo apoio na realização da pesquisa;

Aos amigos Maílson (irmão) e Canindé Jota, que me ajudaram na construção desse trabalho; em especial ao primeiro deles, que foi imprescindível durante toda a construção;

Aos professores, Aleksandre Saraiva Dantas e Antonio Ronaldo Gomes Garcia, pelas contribuições na qualificação desse trabalho;

Ao professor orientador, Walter Martins Rodrigues, que com sua experiência me ajudou muito na construção desse trabalho, bem como em outras disciplinas ao longo do curso, cuja capacidade é incontestável.

A teoria sem a prática vira “verbalismo”, assim como a prática sem teoria, vira ativismo. No entanto, quando se une a prática com a teoria, tem-se a práxis, a ação criadora e modificadora da realidade.

Paulo Freire



## RESUMO

O fato de os resultados nos principais indicadores, a nível nacional e internacional, que tratam da qualidade da relação ensino-aprendizagem em Matemática no Brasil apresentar dados preocupantes, fomentou a busca por alternativas metodológicas para o ensino deste componente curricular. Em vista disso, a presente pesquisa tem por objetivo a análise do uso da metodologia da Modelagem Matemática como uma alternativa para melhor desenvolver o ensino de funções exponenciais. E, para o cumprimento desse objetivo, as informações foram coletadas por meio de dois questionários: um questionário aplicado a partir da realização de um experimento com a turma da 1ª série A, vespertino, da Escola Estadual Aristófanes Fernandes (EEAF); outro questionário onde os mesmos estudantes avaliaram o desenvolvimento das aulas, a metodologia aplicada e fizeram uma auto avaliação em relação ao que aprenderam do conteúdo e dificuldades que encontram. Para tanto, foram utilizadas 04 (quatro) aulas de 50 minutos cada, para apresentar o conteúdo de funções exponenciais de uma forma diferenciada, mais próxima da realidade dos discentes. Assim, foi a partir do experimento “Despoluição do lago”, que a pesquisa desenvolveu-se, propiciando a coleta das informações deixadas pelos alunos na resolução das questões propostas, para posterior análise. No que concerne à análise dos dados, esse processo se deu a partir dos conceitos teóricos da Modelagem Matemática e de observações e impressões feitas pelo pesquisador. Nessa perspectiva, concluiu-se que o uso da metodologia proposta é uma alternativa para otimizar e/ou facilitar o ensino de funções exponenciais.

**Palavras-chave:** Ensino e aprendizagem. Ensino Médio. Função exponencial. Modelagem Matemática.

## ABSTRACT

The fact that results about the main indicators at national and international level, that deal with the quality of the teaching-learning relationship in Mathematics in Brazil presenting worrying data, has instigated the looking for methodological alternatives to the teaching of this curricular component. Thus, the present research has the purpose of analyzing the use of Mathematical Modeling methodology as an alternative for developing better the teaching of exponential functions. And in order to accomplish this purpose, the informations have been collected by two questionnaires: one applied starting from the working-out of an experiment by the afternoon High School 1st grade 'A' class, in Aristófanés Fernandes School (EEAF); the other questionnaire, where the same students have evaluated the development of the classes, the methodology applied and have done a self-evaluation in relation to what they have learned about the content and the difficulties they find. Therefore, we have used 04 (four) classes of 50 minutes each one, to present the exponential functions content in a different way closer to the students reality. So, it has been from the "Lake Cleaning" experiment that the research has developed, facilitating the collection of information made by the students in the working-out of the proposed questions, to further analysis. In what concerns to data analysis, this process has been based on the theoreticals concepts about Mathematical Modeling and about observations and impressions done by researcher. From this perspective, one has concluded that the use of the proposed methodology is an alternative to optimize and/or facilitate the exponential functions teaching.

**Key-Words:** Teaching and Learning. High School. Exponential Function. Mathematical Modeling.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Gráfico da função $f(x) = a^x$ crescente .....	25
Figura 2 – Gráfico da função $f(x) = a^x$ decrescente .....	25
Gráfico 1 – Você gostou da aula com o experimento “despoluição do lago”? .....	47
Gráfico 2 – Você entendeu as operações matemáticas desenvolvidas durante aula?.....	48
Gráfico 3 – Você entendeu os conceitos de função exponencial crescente e decrescente?.....	49
Gráfico 4 – Você acha importante apresentar o uso dos conteúdos matemáticos para a resolução de problemas da realidade? .....	49
Gráfico 5 – Você sente necessidade do professor ter que apresentar exemplos reais do uso de alguns conteúdos para que você possa aprendê-los? .....	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Registro da quantidade de poluente no recipiente .....	38
Tabela 2 – Número de acertos dos alunos da 1ª série A da EEAF .....	41
Tabela 3 – Registro (preenchido) da quantidade de poluente no recipiente .....	44

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PISA	– Programme for International Student Assessment
OCDE	– Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
INEP	– Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
IDEB	– Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
Saeb	– Sistema de Avaliação da Educação Básica
MEC	– Ministério da Educação
PCNEM	– Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PNLD	– Plano Nacional do Livro Didático
Enem	– Exame Nacional do Ensino Médio
Im	– Imagem
EEAF	– Escola Estadual Aristóphanes Fernandes
PPP	– Projeto Político Pedagógico

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $\in$  – Pertence
- $>$  – Maior que
- $\neq$  – Diferente
- $\mathbb{R}$  – Conjunto dos números reais
- $\mathbb{R}_+^*$  – Conjunto dos números reais positivos
- $<$  – Menor que
- $\mathbb{R}^*$  – Conjunto dos números reais não nulos

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS.....</b>	<b>22</b>
<b>2.1</b>	<b>O ensino do conteúdo de funções exponenciais .....</b>	<b>22</b>
2.1.2	Características e propriedades da função exponencial.....	24
2.1.2	O ensino de funções exponenciais na perspectiva do Enem .....	26
<b>2.2</b>	<b>A Modelagem Matemática.....</b>	<b>27</b>
2.2.1	Etapas que compõem a Modelagem Matemática .....	29
<b>2.3</b>	<b>O ensino de funções de acordo com os PCNEM na perspectiva da Modelagem Matemática .....</b>	<b>31</b>
<b>3</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>34</b>
3.1	Tipologia, coleta de dados e ambiente da pesquisa .....	34
3.2	Sequência didática, análise e interpretação dos dados.....	36
<b>4</b>	<b>ANÁLISES DOS RESULTADOS .....</b>	<b>41</b>
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>52</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>55</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>57</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>60</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O processo de ensino-aprendizagem é repleto de questões e peculiaridades que podem dificultar ou facilitar a internalização do conhecimento por parte dos alunos. Pesquisadores e estudiosos relacionam vários fatores que podem contribuir para o desenvolvimento cognitivo e intelectual dos estudantes por meio dos conteúdos ministrados nas aulas das mais variadas disciplinas que compõem a estrutura curricular do nosso sistema de ensino.

Entretanto, historicamente, o ensino de Matemática apresenta-se como um desafio para todos os docentes que assumem a tarefa de atuar no magistério voltado ao ensino-aprendizagem desse componente curricular. Um dos pressupostos relacionados a esse desafio diz respeito ao fato de a Matemática ser interpretada, geralmente, como uma das áreas do conhecimento mais temidas pelos alunos.

Os resultados apresentados nos principais indicadores nacionais e internacionais comprovam – e até justificam – o temor que os discentes têm em relação a esse componente curricular, sendo, destarte, evidências empíricas do que fora apresentado anteriormente. Em relação a isso, os resultados do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA<sup>1</sup> - *Programme for International Student Assessment*) referentes ao ano 2015, último resultado divulgado<sup>2</sup>, revelam dados preocupantes, e o resultado de Matemática é o pior das três áreas (Ciências, Leitura e Matemática).

Nesse sentido, o país apresentou uma nota de 377, ficando na 66ª colocação entre os 70 países participantes. No entanto, o que mais preocupa é a quebra de um ciclo de crescimento consistente que vinha ocorrendo desde o ano 2000; inclusive, na edição de 2012, o Brasil foi o país que mais evoluiu na área em análise. Além disso, os dados ainda revelam que 70,25% dos estudantes brasileiros estão abaixo do nível básico de proficiência em Matemática. Com o agravante de que, desse total,

---

<sup>1</sup> O PISA é coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), havendo uma coordenação nacional em cada país participante. No Brasil, a coordenação do Pisa é responsabilidade do Inep e a prova é realizada a cada 3 anos, conforme o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP (2018).

<sup>2</sup> Foi aplicado no ano de 2018, porém os resultados estão previstos para serem divulgados apenas no segundo semestre de 2019, segundo INEP (2018).



43,74% ficaram abaixo até do nível<sup>3</sup> mais baixo de habilidades esperadas pelos estudantes.

Ainda em relação aos indicadores de qualidade do ensino-aprendizagem em Matemática, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), referente ao ano de 2017, também revela dados preocupantes. Os resultados mostraram que para o Ensino Médio houve uma tímida elevação em 0,1 ponto neste índice, que atualmente é 3,8; após três anos seguidos de estagnação em 3,7 (2011/2013/2015).

Destaca-se ainda que esse resultado (3,8) ficou quase 1,0 ponto abaixo da meta estabelecida para este ano (4,7). Ademais, quando falamos do caso específico do ensino de Matemática, que compõe um quarto dessa nota, os resultados são alarmantes. Em matemática, 71,67% dos alunos têm nível insuficiente de aprendizado. E pior, desse percentual, 22,49% estão no nível 0<sup>4</sup>, o mais baixo da escala de proficiência. É o que mostram os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) 2017, divulgados pelo Ministério da Educação (MEC).

Em termos práticos, pedagogicamente, esses resultados revelam que a maior parte dos estudantes não é capaz de resolver problemas com operações fundamentais com números naturais ou reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto. Dessa maneira, se considerarmos os objetivos relacionados ao ensino de Matemática, propostos nos documentos oficiais do MEC, não houve avanço significativo nesse aspecto.

Contudo, o ensino de Matemática é imprescindível para a composição da grade curricular por ser um dos principais componentes responsáveis pelo desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade, bem como por contribuir sistematicamente para a aquisição da autonomia e da capacidade de resolver problemas. Sobre isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2002, p. 108), ressaltam que

Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento.

---

<sup>3</sup> A OCDE divide em seis níveis de proficiência as habilidades esperadas pelos estudantes para Matemática (INEP, 2018).

<sup>4</sup> Pela primeira vez, o MEC classificou os níveis de proficiência, que estão organizados em uma escala de 0 a 9 - quanto menor o número, pior o resultado. Níveis de 0 a 3 são considerados insuficientes; entre 4 e 6 os alunos têm nível de conhecimento básico; e a partir de 7 até 9, adequado (INEP, 2018).

Dessa forma, esse processo prescinde do desenvolvimento de todas as habilidades supracitadas, e, por esta razão, configura-se complexo o processo de ensino-aprendizagem.

Aliada a toda essa complexidade e grau de relevância, há ainda o desinteresse dos alunos. Precípua e superficialmente, associa-se essa problemática, no caso de Matemática, à grande quantidade de cálculos e fórmulas cuja aplicação permanece distante das atividades práticas e cotidianas dos alunos, levando-os a não constatarem a relevância do estudo da disciplina em discussão.

Nesse sentido, os professores de Matemática devem buscar metodologias que facilitem a aquisição e desenvolvimento de habilidades, e, concomitantemente, promover ações didático-pedagógicas que incentivem os alunos e despertem neles o interesse pelo componente curricular. Nesse contexto, a metodologia da Modelagem Matemática desponta como uma potencial ferramenta para responder a tais anseios relativos ao ensino-aprendizagem desta disciplina.

Sobre Modelagem Matemática, Malagutti (2013, p. 28) ressalta que trata-se de “[...] um processo dinâmico no qual queremos estudar um problema real, utilizando ferramentas matemáticas adequadas”. Outrossim, problemas do cotidiano dos estudantes podem ser trazidos para dentro da sala de aula e aplicados ao estudo de conteúdos matemáticos. Desta maneira, os alunos sentem-se mais próximos dos assuntos estudados e, também, participantes mais ativos do processo de aprendizagem, o que pode facilitar e/ou melhorar o ensino de um determinado conteúdo.

Diante do que foi discutido, o presente trabalho busca utilizar a Modelagem Matemática no ensino de funções exponenciais, objetivando aproximar os discentes do processo de aprendizagem desse conteúdo e dar maior sentido para o seu estudo.

A partir da utilização dessa metodologia de ensino no contexto real de sala de aula, pretende-se observar os resultados encontrados, a fim de responder à seguinte indagação: a Modelagem Matemática pode ser utilizada como estratégia para melhorar o ensino de funções exponenciais?

Assim, essa indagação instiga a busca por outras alternativas no campo da metodologia de ensino da Matemática, a fim de minimizar as fragilidades

constatadas. Dessa maneira, apresenta-se uma proposta de trabalho ancorada, em termos gerais, no seguinte objetivo:

- Analisar do uso da metodologia da Modelagem Matemática como uma alternativa para melhor ensinar funções exponenciais.

Para a consecução deste objetivo mais amplo, em termos específicos têm-se como objetivos:

- Discutir o conceito de Modelagem Matemática no tocante ao seu uso como alternativa de metodologia de ensino;
- Apresentar discussão teórica acerca dos benefícios da utilização da Modelagem Matemática, desde os principais autores que tratam do tema até documentos norteadores do ensino-aprendizagem de Matemática no Brasil;
- Analisar se o uso da Modelagem Matemática possibilita melhorias no processo de ensino-aprendizagem, para o caso específico do ensino de funções exponenciais; a partir da realização do experimento “Despoluição do lago”.

Dessa maneira, o presente trabalho é relevante devido à importância do estudo da introdução de uma metodologia alternativa para apresentação e desenvolvimento de assuntos de Matemática. Ademais, o uso desta metodologia de ensino está condizente com os preceitos propostos nos PCNEM, que, no que se refere à Matemática no Ensino Médio, orienta:

Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza (BRASIL, 2002, p. 111).

Ou seja, o caráter investigativo, de experimentação e de exposição que deve ser considerado para ser trabalhado dentro da Matemática fica mais evidente quando se utiliza a Modelagem Matemática como estratégia para desenvolvimento da aula.

Ressalta-se que esta não é a única metodologia para ser adotada no desenvolvimento das aulas de Matemática. Existem, nesse sentido, outras formas de dinamizar e tornar mais interessantes as aulas e cada uma delas deve ser pensada, planejada e adequada a cada conteúdo que irá ser trabalhado, bem como adaptada à realidade de cada turma.

Além do que, o tema que norteia a presente pesquisa é motivado por razões pessoais, no que se refere à busca por novas formas de apresentar e desenvolver conteúdos em sala de aula. E, desse modo, apresenta alternativas para as formas tradicionais de trabalhar conteúdos que são, muitas vezes, vistos como sem utilidade e/ou aplicação prática por parte dos alunos.

Por fim, ressalta-se que além de tratar de conteúdos ligados de forma mais direta ao ensino de Matemática, o uso da metodologia citada remete a temas do cotidiano dos alunos. Tendo, por isso, sua importância dentro da sociedade. Além disso, por tratar de temas ligados à realidade dos discentes, pode-se envolver, de forma mais fácil, outras áreas do conhecimento, bem como outros componentes curriculares que estejam dentro da própria área de conhecimento deste. Sendo assim, o tema, além das já citadas contribuições na área científica, colabora também na área social e possibilita o trabalho interdisciplinar na escola.

Objetivando traçar um esboço da pesquisa, organizou-se esse capítulo introdutório, que expõe os seguintes elementos: um panorama das dificuldades acerca do ensino de Matemática; apresentação de dados que corroboram a hodierna (e difícil) situação, tanto para os professores, que são os principais responsáveis por reverter o que foi posto, bem como para os alunos, que muitas vezes concluem o Ensino Médio sem adquirir as competências e habilidades que deveriam ter ao final deste ciclo; os objetivos traçados para orientar toda a pesquisa; a justificativa mostrando a relevância da pesquisa e, por último, a estrutura do trabalho, trazendo assim elementos que permitem uma visão geral do texto completo.

No segundo capítulo, apresenta-se algumas reflexões teóricas em relação à Modelagem Matemática, às funções exponenciais, o ensino de funções exponenciais na perspectiva do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), bem como ao ensino de funções exponenciais a partir do uso da Modelagem Matemática.

Para tanto, o estudo está apoiado em alguns autores que tratam da área, a citar: Dante (2016) e Iezzi (2016) para apresentar definições, propriedades e

características das funções exponenciais; Bassanezi (2014), Barbosa (2004), Borssoi (2004), Biembengut e Hein (2009), Macedo (2013), Malagutti (2013), Braz (2013) e D'Ambrósio (1998) para concepções, etapas e uso da Modelagem Matemática no ensino. Consultou-se ainda documentos oficiais, tais como os PCNEM, o Guia do livro didático do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018 e a Matriz de Referência Enem.

No terceiro capítulo, põe-se em evidência os aspectos metodológicos a serem adotados no sentido de responder aos objetivos propostos. Desta feita, são destacados a metodologia utilizada, os instrumentos de investigação, instrumentos de coleta e análise de dados. Ademais, é apresentada uma breve caracterização dos participantes e a sequência didática utilizada.

Em seguida, no quarto capítulo, destaca-se o enfoque da apresentação e discussão dos resultados da pesquisa. Isto é, são feitas as análises dos dados a partir das observações realizadas (impressões do professor), dos questionários e atividades respondidas pelos discentes.

Por fim, no quinto e último capítulo, são tecidas as considerações finais, onde são apresentadas as implicações do estudo, e, outrossim, sugestão de encaminhamentos (sugestões de pesquisa) para a continuidade dos estudos acerca do uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

## **2 A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS**

O capítulo anterior versou, sucintamente, acerca das dificuldades do ensino de Matemática, trouxe um panorama sobre os indicadores de qualidade do ensino do referido componente curricular no Brasil e apresentou o uso da metodologia da Modelagem Matemática como uma estratégia para a abordagem de conteúdos, tratando, principalmente, sobre o caso específico das funções exponenciais.

Neste capítulo, será apresentada uma abordagem teórica em relação à Modelagem Matemática, de forma a compreender o que expõem as pesquisas sobre essa temática e, assim, estabelecer um paralelo com as questões discutidas anteriormente. Para tanto, de início, será apresentada uma breve explanação em relação ao ensino de funções exponenciais, bem como apresentar-se-á seu conceito, principais características e far-se-á um paralelo entre o conteúdo de funções exponenciais e o Enem.

Em seguida, será apresentada uma discussão teórica sobre o conceito de Modelagem Matemática, juntamente com as etapas que a compõem. Por último, utilizando os princípios estabelecidos pelos PCNEM e as contribuições de teóricos e estudiosos da área, abordar-se-á o ensino de funções visto pelo olhar dos Parâmetros e balizado na perspectiva da Modelagem Matemática.

### **2.1 O ensino do conteúdo de funções exponenciais**

Tendo por escopo situar teoricamente a pesquisa, é importante fazer algumas considerações acerca do ensino do conteúdo de funções exponenciais. Para tal, é necessário destacar que este conteúdo se encontra presente no Currículo para alunos da 1ª série do Ensino Médio, sendo, destarte, este o primeiro momento em que os alunos estudam formalmente<sup>5</sup> este conteúdo.

No entanto, em todos os livros didáticos aprovados pelo PLND 2018, assim como é feito normalmente nos livros de Matemática ao longo da história, esse conteúdo só é apresentado aos alunos depois deles conhecerem o conceito geral de

---

<sup>5</sup> Em séries (anos) anteriores, ou ainda em outras disciplinas, os alunos podem ter visto exemplos ou situações que tratam indiretamente de situações que se encaixam como funções exponenciais.

função, bem como depois de uma revisão de potências e raízes e suas propriedades.

Deste modo, ao estudar esse conteúdo, os discentes já devem ter consolidado uma série de conhecimentos e conceitos essenciais para o seu entendimento e suas aplicações. Entre as definições apresentadas anteriormente, está a de função, que, segundo Dante (2016, p. 49), é:

**Definição 1:** “Dados dois conjuntos não vazios, A e B, uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento  $x \in A$  a um único elemento  $y \in B$ .”

No que se refere aos outros conhecimentos prévios que os alunos devem dispor antes de iniciar o estudo do conteúdo em questão, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, os livros didáticos dispõem dos conteúdos de potências e raízes. Dessa maneira, dadas as especificidades de cada ano/série, esses conteúdos devem ser trabalhados antes da 1ª série do Ensino Médio.

Adentrando especificamente no conteúdo de funções exponenciais, para a introdução do conteúdo, geralmente, os livros didáticos do Ensino Médio trazem na abertura do capítulo situações nas quais são usadas a ideia de funções exponenciais.

Acontece que nem sempre esses são exemplos simples ou de conhecimento da realidade dos alunos, quase sempre, são exemplos de aplicações financeiras (juros compostos), crescimento populacional de cultura de bactérias ou ainda questões relacionadas à radioatividade (meia-vida: medida de tempo na qual metade da quantidade do material radioativo se desintegra).

Dessa maneira, é na tentativa de diferenciar-se em relação a esses tipos de exemplos já apresentados nos livros didáticos, que muitas vezes fogem a realidade do aluno, que foi escolhida para a consecução desta pesquisa e como introdução deste conteúdo para a sequência didática, o Problema de Despoluição de um Lago. Isso porque tenta-se romper com exemplos distantes da realidade dos alunos, e que, normalmente, é até difícil de ser imaginado (como no caso da radioatividade) ou de linguagem e termos distantes de sua realidade.

Essa ideia vai ao encontro do que expressa Bassanezi (2014, pag.18):

quando se propõe analisar um fato ou uma situação real cientificamente, isto é, com o propósito de substituir a visão ingênua desta realidade por uma postura crítica e mais abrangente, deve-se procurar uma linguagem adequada que facilite e racionalize o pensamento.

Assim, após destacar situações que normalmente os livros didáticos apresentam o conteúdo de funções exponenciais e, ainda, após apontar que a pesquisa se baseia num problema norteado pelos princípios da Modelagem Matemática, cabe definir esse tipo de função:

**Definição 2:** “Dado um número real  $a$  ( $a > 0$ , e  $a \neq 1$ ), denomina-se função exponencial de base  $a$  a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$  representada por  $f(x) = a^x$  para todo  $x$  real.” (DANTE, 2016, p. 159)

### 2.1.2 Características e propriedades da função exponencial

A seguir serão apresentadas as principais características e propriedades da função exponencial do tipo  $y = a^x$ , que é o objeto de estudo desta pesquisa, segundo os escritos de lezzi (2016).

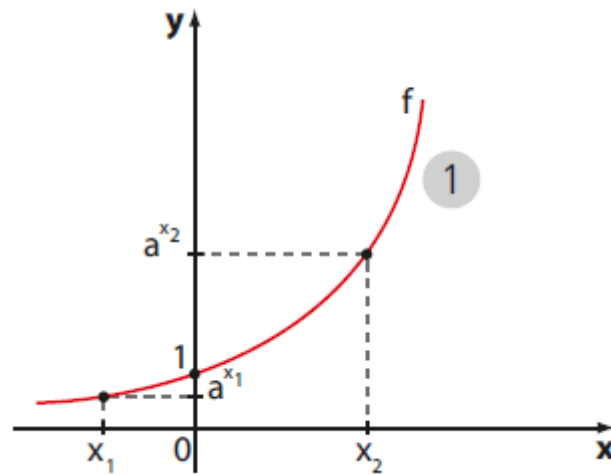
- Na função exponencial cuja lei é  $y = a^x$ , temos:

$$\mathbf{x = 0 \Rightarrow y = a^0 = 1}$$

Ou seja, o par ordenado  $(0, 1)$  satisfaz a lei  $y = a^x$  para todo  $a$  (com  $a > 0$  e  $a \neq 1$ ). Isso quer dizer que o gráfico da função  $y = a^x$  intersecta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 1.

- Se  $a > 1$ , a função definida por  $f(x) = a^x$  é crescente e seu gráfico está representado abaixo:

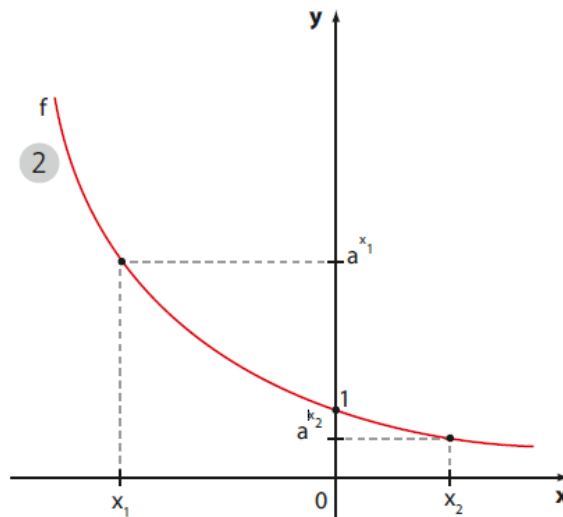


FIGURA 1 – GRÁFICO DA FUNÇÃO  $f(x) = a^x$  CRESCENTE

FONTE: lezzi (2016).

Dados  $x_1$  e  $x_2$  reais, temos:  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$

- Se  $0 < a < 1$ , a função definida por  $f(x) = a^x$  é decrescente e seu gráfico está representado abaixo:

FIGURA 2 – GRÁFICO DA FUNÇÃO  $f(x) = a^x$  DECRESCENTE

FONTE: lezzi (2016).

Dados  $x_1$  e  $x_2$  reais, temos:  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$

Portanto, o gráfico da função definida por  $f(x) = a^x$  está sempre acima do eixo  $Ox$ . Isto é:

- Se  $a > 1$ , então  $a^x$  aproxima-se de zero quando  $x$  assume valores negativos cada vez menores, como no gráfico 1.
- Se  $0 < a < 1$ , então  $a^x$  aproxima-se de zero quando  $x$  assume valores positivos cada vez maiores, como no gráfico 2.

Tudo isso pode ser resumido dizendo-se que o conjunto imagem da função exponencial dada por  $f(x) = a^x$  é:

$$\text{Im} = \{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\} = \mathbb{R}^+$$

### 2.1.2 O ensino de funções exponenciais na perspectiva do Enem

Além dos já mencionados aspectos em relação à atual situação do ensino do conteúdo de funções exponenciais no currículo do Ensino Médio, é importante discorrer como esse conteúdo apresenta-se no principal Exame de acesso às principais universidades do país, no Enem. Isto é, fazer um paralelo entre o que é ensinado no Ensino Básico e o modo como isso é cobrado no Exame.

Assim, convém destacar que foi utilizado como fonte de consulta a Matriz de Referência Enem, especificamente, a Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias, para observar como o que é trabalhado dentro do conteúdo de funções exponenciais está em consonância com as competências e habilidades que são cobradas nas questões do Enem.

Desse modo, observou-se que na parte de revisão de potenciação e radiciação, presente na maior parte dos livros didáticos do PLND, é trabalhada a competência de área 1 (C1), com suas respectivas habilidades 1, 2 e 3 (H1, H2 e H3). São elas:

#### ***C1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.***

H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

Já nas situações iniciais, função exponencial, equações exponenciais e aplicações de funções exponenciais presentes, geralmente, nos livros didáticos é trabalhada a competência de área 5 (C5), com suas respectivas habilidades 19, 20, 21, 22 e 23 (H19, H20, H21, H22 e H23). É importante, nesse sentido, citar:

***C5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.***

H19 – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Por fim, outro elemento relevante a ser destacado em relação ao ensino de funções exponenciais aliado à Modelagem Matemática diz respeito à facilidade de se trabalhar com conteúdos de outros componentes curriculares a partir deste assunto, haja vista a forma como as questões das provas do Enem são estruturadas. Destarte, pode-se relacionar Matemática com outros componentes, a citar Biologia, Química e Física, por exemplo, semelhante ao que ocorre nas questões do Enem, que são bastante contextualizadas.

## **2.2 A Modelagem Matemática**

De início, *a priori*, é preciso discorrer acerca do uso da Modelagem Matemática no ambiente da sala de aula. Sobre esse aspecto, convém destacar a concepção de Barbosa (2004, p. 3) no sentido de que

o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou

problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo.

Com isso, observa-se que o uso dessa metodologia provoca no aluno um envolvimento maior com o processo de ensino e, conseqüentemente, com as questões inerentes à aprendizagem. Nesse sentido, o uso da problematização e investigação propostos cumpre com o que está preconizado nos PCNEM (BRASIL, 2002, p. 112), no qual é comentado que “a resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios”.

Ademais, deve-se ressaltar que a Modelagem Matemática é entendida nesta proposta de pesquisa numa perspectiva de metodologia para o ensino e aprendizagem em sala de aula, levando em consideração, por exemplo, o que fora apresentado nos escritos de Borssoi (2004).

Ainda de acordo com Borssoi (Ibidem), tem-se a definição de Modelagem Matemática como uma tendência da Educação Matemática atual, sendo utilizada pelos profissionais que fazem uso da Matemática Aplicada. Esse pensamento, no entanto, se opõe às ideias de Barbosa (2004), pois, para ele:

Muitas vezes, Modelagem é conceituada, em termos genéricos, como a aplicação de matemática em outras áreas do conhecimento, o que, a meu ver, é uma limitação teórica. Dessa forma, Modelagem é um grande ‘guarda-chuva’, onde cabe quase tudo. Com isso, não quero dizer que exista a necessidade de se ter fronteiras claras, mas de se ter maior clareza sobre o que chamamos de Modelagem. (BARBOSA, 2004, p. 2)

Seguindo a discorrer sobre esses conceitos, cabe enfatizar a concepção de Bassanezi (2014, p. 16), uma vez que no entendimento do autor a Modelagem Matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Essa concepção suscita interpretações saudáveis relativamente à conceituação que se tem conhecimento sobre o conteúdo discutido nesta pesquisa.

O referido autor leciona, outrossim, que:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2014, p.24)

Além disso, Biembengut e Hein (2009, p.11), entendem que “a Modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressões do conhecimento”.

Dessa forma, nota-se que não existe um conceito único de Modelagem Matemática. Porém, todos os conceitos apresentados convergem para o uso desta disciplina a partir de situações reais. Outra característica comum nas abordagens teóricas dos autores em comento é que sua prática deve partir da busca pela solução e/ou apresentação de um problema por meio da linguagem Matemática.

Após uma breve discussão sobre o conceito e utilização da Modelagem Matemática como metodologia no processo de ensino, far-se-á uma apresentação das diferentes etapas que compõem essa metodologia de ensino.

### 2.2.1 Etapas que compõem a Modelagem Matemática

As etapas que compõem a Modelagem Matemática descritas nesta escrita seguirão os passos definidos em Malagutti (2013). Dessa maneira, considerar-se-ão quatro etapas: compreensão do problema do mundo real; construção do modelo matemático; resolução do modelo matemático; e, por fim, validação do modelo matemático.

Na primeira etapa, compreensão do problema do mundo real, é preciso que haja o envolvimento do aluno e, também, grande participação do professor, pois nela deve-se investigar, analisar dados, experimentar e, em alguns casos, buscar ajuda de especialistas. Isso porque é necessário delimitar os rumos e pretensões que o modelo busca atingir.

Ato contínuo, na segunda etapa, deve-se fazer uso de hipóteses simplificadoras a fim de representar o problema por meio de um processo de

abstração, onde são consideradas leis físicas, químicas, biológicas etc., e, posteriormente, traduz-se para a linguagem matemática.

Ainda seguindo as orientações de Malagutti (Op. cit.), para a efetivação da terceira etapa, pode ser utilizada uma grande variedade de técnicas de resolução, sendo mais comuns aquelas voltadas às questões algébricas e geométricas.

Por fim, a validação do modelo consiste na comparação entre os resultados encontrados e os dados reais. Com isso, se não houver grande variação na comparação, o modelo é validado. Caso contrário, deve-se promover a busca por outro modelo com a utilização de menos hipóteses simplificadoras.

Cabe destacar, ademais, a observação feita por Bassanezzi (2014, p. 12):

A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática.

Isto é, mesmo com conhecimentos básicos de Matemática é possível se utilizar da metodologia da Modelagem Matemática para o desenvolvimento de uma sequência didática; posto que a maior contribuição que se tem de sua utilização é o aprendizado que se dá ao longo da construção do modelo e não o resultado final em si, nem pela sofisticação matemática utilizada nele.

Ressalta-se, ainda, que de acordo com os ensinamentos de Macedo (2013, p. 19) “na modelação, a validação de um modelo não pode ser vista como prioridade. Mais importante que a obtenção de um modelo é o processo utilizado para obtê-lo, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio cultural.” Destarte, o modelo deve servir como estratégia para o ensino de conceitos e conteúdos matemáticos.

Ademais, observa-se que “[...] um modelo matemático tem um único fim: ser estudado para ser abandonado e substituído por outro melhor, mais elaborado” (MALAGUTTI, 2013, p. 30). Ou seja, o modelo não é algo estático, que termina ao final do processo de validação, ele pode ser sempre reiniciado buscando outro que represente a situação proposta.

Passada a apresentação das etapas de composição de um modelo matemático, é preciso discorrer sobre o ensino de funções de acordo com os

PCNEM, bem como sua ligação com o uso da Modelagem Matemática, que é objeto de estudo desta pesquisa.

### **2.3 O ensino de funções de acordo com os PCNEM na perspectiva da Modelagem Matemática**

Lecionar Matemática e desenvolver seus conteúdos junto aos discentes durante as aulas é um desafio para os profissionais do magistério. Em meio aos diversos conteúdos, o ensino de funções, geralmente, é visto, de forma errônea, como um assunto longe da realidade dos estudantes, por não apresentar grande aplicabilidade prática para as suas vidas.

As funções, *pari passu*, constituem conteúdo imprescindível para os alunos, principalmente para aqueles da 1ª série do Ensino Médio, dada a sua importância quanto à noção de relação entre grandezas, bem como previsão de resultados, sendo, provavelmente, por isso, que este conteúdo faz parte do Currículo do ensino de Matemática.

Sobre o ensino de funções os PCNEM (BRASIL, 2002, p. 121) preceituam:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções.

Ou seja, o ensino desse conteúdo é visto como uma situação em que se encaixam muito bem os conceitos e aplicabilidades da metodologia com o uso da Modelagem Matemática, uma vez que se deve buscar aplicações para o ensino desta. Essa ideia corrobora o que está escrito em Barbosa (2004, p. 03), para quem a Modelagem propicia “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”.

Os PCNEM (BRASIL, 2002, p. 121) ainda dispõem sobre a apresentação do conteúdo, nos quais o “[...] ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que

permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algebricamente e graficamente”.

Nesse sentido, a proposta dos Parâmetros apresentada anteriormente vai ao encontro do que foi proposto nesta pesquisa. Outrossim, pode-se utilizar de situações contextualizadas – neste caso, de um problema – para iniciar o ensino do conteúdo.

Além da introdução, outras etapas do ensino de funções podem ser permeadas por meio dessa metodologia. Isso porque “a riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano” (BRASIL, 2002, p. 121).

Assim, observando o ensino de funções nessa perspectiva de resolução de problemas, Braz (2013, p. 87) afirma:

A separação existente entre a matemática escolar e sua aplicabilidade em situações da vida real e em outras ciências é objeto de estudo da modelagem. Particularmente importantes são os modelos matemáticos que utilizam informações em linguagem matemática, usando representações numéricas e geométricas fazendo com que a mente passe a operar sobre representações reais. Observa-se, então, a ponte entre modelagem e resolução de problemas.

Ainda no que concerne à importância da resolução de problemas aplicados a situações reais, dentro da qual, como já foi mencionado anteriormente, as funções exponenciais podem ser trabalhadas, D’Ambrósio (1998, p.16) assevera:

Isso significa desenvolver a capacidade do aluno para manejar situações reais, que se apresentam a cada momento, de maneira distinta. Não se obtém isso com a simples capacidade de fazer contas nem mesmo com a habilidade de solucionar problemas que são apresentados aos alunos de maneira adrede preparada. A capacidade de manejar situações novas, reais pode muito bem ser alcançada mediante modelagem e formulação de problemas, que infelizmente não estão presentes em nossos currículos antiquados.

Fica evidente, dessa forma, que tanto como é afirmado por um dos principais documentos norteadores do Ensino Médio no Brasil, PCNEM, quanto por alguns teóricos, o uso de situações reais, aplicadas à resolução de problemas, numa



perspectiva de ensino de Modelagem Matemática pode trazer ganhos, ou maneiras alternativas, para ensinar e dar significado aos cálculos matemáticos.

Após a discussão teórica sobre o conceito de Modelagem Matemática, suas etapas de realização e norte teórico para o ensino de funções de acordo com os PCNEM, torna-se necessário discorrer sobre os procedimentos metodológicos adotados a fim de se atingir os objetivos propostos, o que será apresentado no capítulo seguinte.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Tendo em vista o arcabouço teórico apresentado anteriormente sobre Modelagem Matemática, pretende-se, agora, discorrer acerca dos procedimentos metodológicos que foram utilizados a fim de se atingir os objetivos especificados na introdução. Para tanto, este capítulo se divide em dois itens. No primeiro, será apresentada a tipologia da pesquisa que foi desenvolvida, coleta de dados e será caracterizado o ambiente e os participantes do estudo. O segundo item constitui-se do detalhamento da aplicação da sequência didática utilizada, objetivando a coleta de dados para análise e interpretação das informações obtidas.

#### 3.1 Tipologia, coleta de dados e ambiente da pesquisa

Na definição do tipo de pesquisa a ser adotada deve-se levar em consideração os objetivos que se pretende alcançar. Destarte, tendo em vista o objetivo central deste trabalho, qual seja, a análise do uso da metodologia da Modelagem Matemática como uma alternativa para melhor ensinar funções exponenciais, observa-se, que a presente pesquisa tem características que a classificam como descritiva.

Isso pode ser constatado quando se observa a definição trazida por Gil (2000, p. 42). Nesse sentido, ele leciona que “as pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis”.

Ainda em relação ao supracitado tipo de pesquisa, Gil (2000, p. 42) versa que “algumas pesquisas descritivas vão além da simples identificação da existência de relações entre variáveis, e pretendem determinar a natureza dessa relação”, o que torna mais evidente a classificação desta pesquisa como descritiva. Isso se deve ao fato de que a presente escrita tem, entre seus objetivos, a aplicação de um experimento com a observação de seus resultados.

No que se refere à forma de coleta dos dados para obtenção dos resultados traçados nos objetivos, destaque-se que a formação do *corpus* se deu por meio das análises das atividades que foram aplicadas durante as aulas desenvolvidas para realização do experimento.

Desta forma, considerando que o escopo dessa pesquisa está condicionado à realização de um experimento, conforme supracitado, trata-se, portanto, de uma pesquisa experimental, uma vez que foi através desse método que foram coletados os dados necessários à efetivação dos objetivos propostos. Relativamente a essa questão, Gil (2002, p. 47) disserta que “[...] a pesquisa experimental consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto”, o que corrobora a classificação feita de acordo com os procedimentos adotados para coleta dos dados.

Assim, a pesquisa por um lado pode ser classificada como descritiva, devido ao objetivo geral que foi proposto; e, por outro, pode ser entendida como experimental, em virtude dos procedimentos técnicos adotados; isto é, seleção de variáveis que influenciam no objeto de estudo, observação de efeitos que a variável produz no objeto, com coleta de dados – informações –, para analisar o que foi proposto.

Já em relação ao ambiente e participantes da pesquisa, para sua realização foi selecionada a turma da 1ª série A, vespertino, da Escola Estadual Aristóphanes Fernandes (EEAF), localizada na cidade de Santana do Matos/RN. Na época<sup>6</sup> da coleta dos dados, a turma possuía 26 alunos matriculados, sendo 14 do sexo feminino e 12 do sexo masculino. Desse total, apenas um aluno era repetente. Contudo, no dia da realização do experimento apenas 24 deles frequentaram a escola. Além disso, vale destacar que todos os alunos da turma são residentes na zona urbana da cidade.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico (PPP) da Escola Estadual Aristóphanes Fernandes, ela iniciou suas atividades no ano de 1953, contudo, só passou a ser de dependência administrativa do Estado do Rio Grande do Norte “a partir do Ato de Autorização Lei nº 4.604/66, de 28 de janeiro de 1966 e Ato de Autorização nº 072/69 de 28 de março de 1969, reconhecido pela Portaria nº 539/80 de 20 de maio de 1980” (PPP, 2013, p. 34).

Atualmente, a escola oferta o Ensino Fundamental II (6º ao 9º anos), no turno matutino; e o Ensino Médio, nos turnos matutinos, vespertino e noturno. No total, a

---

<sup>6</sup> A aplicação da sequência didática, com a consequente aplicação dos questionários ocorreu no mês de setembro de 2018.

instituição atende a um total de 440 alunos. Sua equipe gestora é composta por diretor, vice-diretor, dois coordenadores pedagógicos e um coordenador financeiro.

O quadro de professores da escola apresenta 23 profissionais, sendo 21 efetivos do Governo do Estado do Rio Grande do Norte, todos com nível superior, a maioria especialista, além de dois mestres e um mestrando. Quanto aos demais, são 02 professores temporários, também com nível superior. Além disso, vale salientar que deste total de efetivos, 03 são professoras da Educação Especial.

### **3.2 Sequência didática, análise e interpretação dos dados**

Tendo em vista que a pesquisa teve por pretensão analisar o uso da Modelagem Matemática como estratégia alternativa para o ensino de funções exponenciais, buscou-se, então, a aplicação de uma sequência didática, durante quatro aulas, nas quais foram empregadas essa metodologia.

Para observar se os objetivos da sequência aplicada foram cumpridos, assim como a aceitação dos alunos em relação à metodologia aplicada, foram analisadas as respostas dadas por eles num questionário aplicado durante as aulas, além da análise do *feedback* da turma acerca do que acharam das aulas.

É pertinente detalhar, todavia, quais os objetivos almejados para a sequência didática aplicada. Nesse sentido, cumpre aduzir:

- Apresentar a situação-problema aos discentes, bem como discutir acerca do problema apresentado;
- Realizar o experimento a fim de resolver o problema com o uso do modelo matemático;
- Observar as soluções dos alunos;
- Discutir os resultados encontrados, apresentando as funções exponenciais como conteúdo ligado a situações do cotidiano dos alunos;
- Avaliar a aceitação, por parte dos discentes, em relação à metodologia aplicada durante as aulas.

Serão destacados, assim, quais os procedimentos que foram adotados para o desenvolvimento da sequência didática que foi aplicada com a turma. Na primeira

aula, foi apresentado o tema “poluição de lagos, rios, mares e açudes”, trazendo a temática para a realidade dos alunos por meio de indagações e exemplos direcionados a este público. Para isso, a aula foi iniciada com a leitura de um texto, com o título “Era uma vez um lago...”.

Além disso, foi anunciado que na aula seguinte seria realizado um experimento em sala de aula, que consistia em simular a despoluição de um lago e, para isso, seria necessário a utilização de alguns materiais de fácil acesso e também iriam ser levadas em consideração algumas hipóteses simplificadoras da realidade para que fosse possível comparar a simulação com o que ocorre na realidade. Com relação a isso, Malagutti (2013, p. 26) esclarece que “estas hipóteses buscam substituir as relações complexas que ocorrem no problema real por outras mais simples, que aproximam a situação real”.

Em seguida, na segunda aula, foi realizado o experimento “Despoluição do lago” enquanto simplificação da realidade. Assim, foram consideradas quatro hipóteses simplificadoras: a poluição pode ser eliminada naturalmente pelo lago; a concentração de poluente na água é homogênea; a taxa de despoluição é constante em relação ao tempo; e, por último, a despoluição ocorre em períodos discretos de tempo.

Assim, foi nessa segunda aula<sup>7</sup> que foi trabalhada a parte experimental da pesquisa. Para isso, foram utilizados os materiais que haviam sido requisitados (vasilhas transparentes de 1 litro, copos com capacidade de 200 ml, balde, corante – que seria uma mistura feita a base de café –, água limpa e colher). Para tanto, foi realizada a leitura do passo a passo a ser seguido pelos grupos, bem como o professor desenvolveu essa atividade juntamente com a turma.

Ressalta-se que o procedimento adotado para realização do experimento segue os passos semelhantes aos apresentados em Malagutti (2013). Para a preparação do poluente acrescentou-se uma mistura concentrada de café em um pouco de água (quantidade superior a 200 ml); Em seguida, mexeu bem o líquido para que a mistura ficasse homogênea. Logo após, para a criação do lago poluído, acrescentou-se quatro copos de 200 ml de água limpa e mais um copo de água,

---

<sup>7</sup> A segunda e terceira aula aconteceram no mesmo dia, em horários consecutivos, tendo em vista os horários de aula da escola.

também de 200 ml, com o poluente preparado. Resultando assim no lago poluído, com o total de 1 litro de líquido.

Assim, após o cumprimento dos passos anteriores, deu-se início ao processo de despoluição do lago. Para tanto, o processo ocorreu, de maneira repetida, do seguinte modo:

- Retirou-se um copo de água do lago poluído, que foi descartado em um recipiente adequado (balde).
- Acrescentou-se um copo de água limpa, substituindo o copo de água poluída que fora retirado. Em seguida, mexeu o líquido para ficar uma mistura mais homogênea.

Logo, foi nesta aula que ocorreu o registro das informações observadas para posterior observação e tratamento. Isto é, foi observada a quantidade de poluente presente na água após cada etapa do processo supracitado, para serem discutidos os resultados com os alunos. Esse processo ocorreu por meio de um questionário acerca do experimento realizado.

O questionário foi composto de 05 (cinco) questões, a citar:

01 – Qual a composição (quantidade de água total, limpa e poluente) do lago poluído?;

02 – Você acha que ao final de quantas etapas o lago estará totalmente despoluído?;

03 – A realização do experimento deve ter seus resultados registrados na tabela seguinte:

TABELA 1 - REGISTRO DA QUANTIDADE DE POLUENTE NO RECIPIENTE

Número de trocas (n)		Quantidade de poluente no recipiente a(n) em ml
Inicial	n = 0	
1ª troca	n = 1	
2ª troca	n = 2	
3ª troca	n = 3	
4ª troca	n = 4	
5ª troca	n = 5	

FONTE: O autor (2018)



- Você sente necessidade do professor ter que apresentar exemplos reais do uso de alguns conteúdos para que você possa aprendê-los?  
(  ) Sim  
(  ) Não  
(  ) Tanto faz

Por fim, deve-se destacar que além das análises dos dados coletados, o desenvolvimento da pesquisa proporcionou uma interação entre o pesquisador (professor) e os membros das situações investigadas (alunos). Assim, foram feitas observações nas análises em relação ao modo como os alunos se comportaram, como eles agiram e também como o professor interviu ao longo da sequência didática desenvolvida, registrando suas próprias experiências para posterior publicação. Por isso, a pesquisa também apresenta traços de uma pesquisa participante, consoante definições de Gil (2002) e May (2004).

Portanto, a análise dos resultados se deu a partir das atividades respondidas pelos alunos e pelos questionários mencionados acima. Além disso, foram consideradas ainda as observações feitas pelo pesquisador, tendo em vista os objetivos deste trabalho, bem como o referencial teórico que fundamenta toda a pesquisa. Isto é, foram considerados os pressupostos da Modelagem Matemática como estratégia para o ensino de Matemática, direcionando, especificamente, para o estudo de funções exponenciais.



## 4 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Após a apresentação dos procedimentos metodológicos adotados para consecução desse trabalho, o presente capítulo traz a exposição e discussão dos resultados obtidos por meio do experimento desenvolvido. Para tanto, as discussões e análises apresentadas serão balizadas nos pressupostos teóricos que norteiam a pesquisa. Dessa forma, a exposição e a discussão dos dados se deram com a finalidade de observar se a Modelagem Matemática pode ser adotada como estratégia alternativa para melhorar o ensino de funções exponenciais, objetivo central deste estudo.

Assim, será feita uma narrativa acerca da aplicação do questionário, onde serão analisadas as respostas dadas pelos alunos durante a realização do experimento. Além disso, serão apresentados dados de opiniões deixadas pelos discentes em relação à metodologia aplicada na sequência didática e uma auto avaliação de seus aprendizados e dificuldades.

Dessa forma, antes de iniciar a análise, será apresentada uma tabela onde aparece o número de acertos<sup>8</sup> dos discentes quanto às questões que foram atribuídas no questionário, em termos absolutos e relativos. Em seguida, será realizada a análise de todas as questões de forma individual.

TABELA 2- NÚMERO DE ACERTOS DOS ALUNOS DA 1ª SÉRIE A DA EEAF

Pergunta	Número de acertos	Percentual
Pergunta 01	24	100,0%
Pergunta 02	02	08,33%
Pergunta 03	16*	66,67%
Pergunta 04	20**	83,33%
Pergunta 05	15*	62,50%

Fonte: O autor (2019)

\* Essa quantidade se refere aos alunos que realizaram a atividade sem necessitar da ajuda (explicação) do professor. Após a ajuda, eles conseguiram.

\*\* Essa quantidade se refere à segunda parte da pergunta, pois, a primeira parte todos acertaram.

Na questão 01, *Qual a composição (quantidade de água total, limpa e poluente) do lago poluído?*, que exigia conhecimentos prévios dos discentes em relação a unidades de medidas, eles demonstraram facilidade na resolução da

<sup>8</sup> O “erro” nesta sequência didática aplicada não é visto como sinal de fracasso, pelo contrário, serve como norteador para o desenvolvimento de discussões e apresentação (ou relembrar) de conteúdos e conceitos necessários para o desenvolvimento das aulas.

problemática apresentada. Como pode ser observado na tabela acima, todos os alunos conseguiram responder de maneira correta e sem dificuldades a primeira atividade.

Assim, já foi possível estabelecer uma relação entre a quantidade de água poluída (200 ml) e a quantidade total de água presente no recipiente (1000 ml), levando os alunos a estabelecerem isso na forma de fração  $\left(\frac{200}{1000} = \frac{1}{5}\right)$ , e, outrossim, na forma percentual, sendo a quantidade de poluente presente no recipiente 20% do total do lago poluído.

Destarte, a resolução dessa atividade proporcionou aos alunos “construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais”, que corresponde à primeira competência (C1) da área de Matemática na Matriz de Referência Enem. Desse modo, foi trabalhada a habilidade de “reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais” (H1).

Já a questão seguinte, questão 02, tinha por objetivo levar os alunos a refletirem acerca do problema. Destaque-se que, raramente, algum aluno iria acertar esse questionamento sem antes ter visto o conteúdo de função exponencial, ou seja, não tinha por pretensão verificar o “acerto” ou “erro” da pergunta, mas, sim, levar os alunos a refletirem sobre todo o processo de despoluição ao longo do tempo. Isso porque a questão seguinte iria desmitificar o que eles pensavam em relação à quantidade de trocas necessárias para o lago a ficar totalmente despoluído.

Outro fato relevante a ser destacado ainda em relação a questão 02, é que 13 dos 24 alunos, o que corresponde a 54,17%, disseram que o lago seria despoluído ao final de 5 etapas de trocas da água. Isso evidencia que a maioria dos alunos relaciona, de início, o problema a uma situação de função afim. E, por tudo isso, é que ocorre o baixo número de acertos em relação ao questionamento feito.

No tocante à questão 03, que consistiu na anotação dos resultados da quantidade de poluente na água, foi necessário um acompanhamento maior, haja vista que houve a necessidade de realizar explicações, pois alguns alunos apresentaram dificuldades quanto ao cálculo da porcentagem.

Um exemplo do que foi dito é que alguns alunos não lembravam mais como fazer o cálculo para encontrar o percentual de um valor sobre o total. Já outros, tiveram dificuldades de interpretação, pois sabiam realizar cálculos envolvendo

porcentagem, mas não haviam percebido que a coluna a ser preenchida na Tabela 01 correspondia à quantidade de poluente restante dentro do recipiente, e não a quantidade de poluente retirada.

Então, o professor orientou que eles pegavam a quantidade de poluente no recipiente e calculavam 80% desse valor (que seria a quantidade de poluente no recipiente, 100%, diminuída de 20%, que era a quantidade retirada em cada copo de água). Por exemplo, para o valor inicial de 200 ml de poluente, o aluno fazia o cálculo<sup>9</sup> de  $200 \cdot 0,8 = 160$  ml de poluente restante.

Outra forma seria os alunos fazerem o cálculo de 20% sobre a quantidade total de poluente no recipiente, e, em seguida, pegar a quantidade de poluente, em termos absolutos, e subtrair do valor encontrado. Exemplificando mais uma vez: para o valor inicial de 200 ml de poluente, o aluno fazia o cálculo de  $200 \cdot 0,2 = 40$  ml, que seria a quantidade retirada do poluente, e, logo após, pegava 200 ml e subtraía essa quantidade, ou seja,  $200 \text{ ml} - 40 \text{ ml} = 160$  ml de poluente restante.

Ainda em relação à questão 03, vale ressaltar que ela serviu de base para toda a discussão para a introdução do conteúdo de funções exponenciais. Isso porque, após a explicação do passo a passo do experimento, os alunos foram indagados sobre quantas vezes seria necessário realizar a troca de água até que o lago estivesse totalmente despoluído. Como já fora mencionado, a maioria dos discentes respondeu que seria ao final da quinta troca que o lago estaria totalmente limpo. Dessa forma, a questão 03 serviu para provar de forma empírica que a quantidade de poluente retirada do lago não é constante e que ela diminui ao longo do tempo.

A seguir, é mostrada a tabela 03, em que são apresentadas as quantidades de poluentes no recipiente ao final de cada troca de água realizada. Foi com uma tabela semelhante a essa que os alunos ficaram em sua questão 03 e passaram a utilizar dessas informações para responder às questões seguintes. Ademais, esses dados foram usados como exemplo para o desenvolvimento do conteúdo de funções exponenciais nesta e nas aulas seguintes.

---

<sup>9</sup> Essa foi uma das formas de cálculo de porcentagens apresentada pelo professor, para os alunos que possuíam dificuldades nesse tipo de cálculo. Além dessa, foram apresentadas outras formas, como o uso do cálculo mental e o uso da regra de três simples.

TABELA 3 – REGISTRO (PREENCHIDO) DA QUANTIDADE DE POLUENTE NO RECIPIENTE

Número de trocas (n)		Quantidade de poluente no recipiente a(n) em ml
Inicial	n = 0	<b>200</b>
1ª troca	n = 1	<b>160</b>
2ª troca	n = 2	<b>128</b>
3ª troca	n = 3	<b>102,4</b>
4ª troca	n = 4	<b>81,92</b>
5ª troca	n = 5	<b>65,54</b>

Fonte: O autor (2019)

Ressalta-se que a resolução desta atividade proporcionou aos alunos desenvolver, ou aprimorar, a C1 da área de Matemática na Matriz de Referência Enem. Dessa maneira, foram trabalhadas as habilidades de “identificar padrões numéricos ou princípios de contagem” (H2), e ainda, “resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos” (H3), além da H1, mencionada na análise da primeira questão.

Além disso, o problema inteiro de Despoluição do Lago vai ao encontro do que é avaliado na quinta competência (C5) da área de Matemática na Matriz de Referência Enem, que trata de “modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas”, que, no caso específico deste problema, trabalha a habilidade de “resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos” (H21).

Já a questão 04, *A quantidade de poluente retirada da segunda vez é a mesma quantidade da retirada da primeira? Por quê?*, levou os alunos mais uma vez a perceberem que o lago nunca ficará totalmente limpo, ou seja, com quantidade de poluentes igual a zero. Observa-se, ainda, na tabela 02, que a grande maioria dos alunos conseguiu responder a esta questão, o que leva a concluir que houve um bom entendimento em relação ao que a questão objetivava.

No entanto, foi necessário explicar para aqueles que ainda não haviam percebido que o total de poluente retirado correspondia a um percentual total, no caso 20%, de água poluída. Destarte, a quantidade diminuía a cada nova troca, conforme a hipótese que havia sido considerada, semelhante ao que fizera Malagutti (2013).

Desse modo, fazendo novamente um paralelo com o que é cobrado no Enem, esta atividade trabalha a já mencionada C5 do documento de referência para estudo da área de Matemática deste Exame, mais especificamente a habilidade de “utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação” (H22).

Por fim, a última questão, *Escreva a função da quantidade de poluente  $a(n)$  em função do número de trocas  $n$  para o processo de despoluição do lago*, foi a norteadora para apresentação do conceito didático de função exponencial. Isso porque a partir das dificuldades que os discentes apresentaram para responder à questão e, de posse dos dados e experiências resultantes da realização do experimento, foi apresentado o conteúdo de função exponencial.

Para tanto, foi “construída” a função que representava a problemática proposta, obtendo-se:

$$a(n) = 200 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n \quad (1)$$

em que  $a(n)$  corresponde à quantidade de poluente no recipiente após  $n$  trocas de água.

Nesse momento, é importante ressaltar que foi de suma importância observar a sequência de dados encontrados na questão 03, haja vista que independentemente da forma utilizada para fazer o cálculo, os alunos perceberam que o mesmo processo sempre iria se repetir. Ou seja, para encontrar o valor seguinte da quantidade de poluente no recipiente, aplicava ao valor atual da quantidade de poluente o processo de cálculo utilizado.

Outro fato relevante a ser destacado diz respeito ao conhecimento acerca das potências, isto é, os conhecimentos prévios que os alunos dispunham em relação a isso. A partir disso, eles perceberam que a repetição da multiplicação pelo mesmo fator poderia ser representado por uma potência. Ainda convém lembrar que os conhecimentos que os alunos já dispunham sobre funções foram importantes para que conseguissem dar uma cara para a expressão pedida pela questão 05.

Todavia, aos alunos que não conseguiram realizar a atividade, o professor entrevistou e utilizou-se dos dados da tabela 03 e dos conhecimentos que estes já tinham de porcentagem, para explicar o passo a passo da construção da expressão. Aos poucos, indagando os próprios discentes sobre como realizaram a questão 03, o professor ajudou eles a perceberem que:

- Na primeira troca, o resultado encontrado foi  $a(1) = 200 \cdot 0,8 = 160$ ;
- Na segunda troca, o resultado encontrado foi  $a(2) = 160 \cdot 0,8 = 128$ , mas o 160 poderia ser reescrito como  $200 \cdot 0,8$ , tendo em visto ele ser o  $a(1)$ , logo,  $a(2) = 200 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 128$ ;
- Na terceira troca, o resultado encontrado foi  $a(3) = 128 \cdot 0,8 = 102,4$ , mas, de modo análogo,  $a(3) = 200 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 102,4$ .

A partir daí, os que ainda não haviam conseguido, notaram facilmente que bastava pegar o valor inicial da quantidade de poluente e multiplicar pelo 0,8 a quantidade de vezes que quisesse simular trocas de água poluída por água limpa. E, matematicamente, aliando isso ao já conhecido conceito de potência, concluíram que isso corresponderia a pegar o valor inicial e multiplicar por 0,8 elevado a  $n$ , onde  $n$  representaria a quantidade de trocas de água.

Ademais, foram destacadas as diferentes formas de representação de um número racional, conteúdo que é visto durante o Ensino Fundamental e também está presente logo no início dos livros didáticos da 1ª Série do Ensino Médio. Isso porque o valor de 0,8 pode também ser expresso em sua forma fracionária, sendo escrito como  $\frac{4}{5}$ .

Relativamente ao Enem, a última questão trabalha também a C5, dando ênfase à habilidade 19 (H19), do documento referência, que consiste em “identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas”. Assim, o questionário e a situação proposta, de modo geral, trabalham muito bem as C1 e C5, com suas respectivas habilidades, inclusive, a de “avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos” (H23).

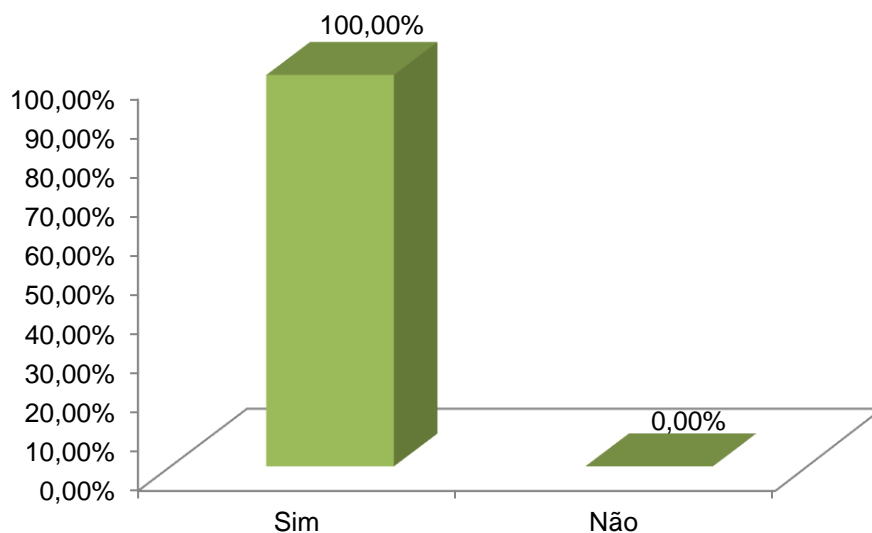
Destaca-se, ainda, que durante as discussões e apresentações dos resultados do experimento, e utilizando os conhecimentos que os alunos já dispunham sobre funções, eles desenharam o gráfico da situação trabalhada. Neste momento, foram trabalhadas a ideia de função crescente e decrescente. E, de novo, foi trabalhada a C5 do documento de referência para elaboração da prova do Enem, agora, dando ênfase à habilidade de “interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas” (H20).

Nesse sentido, o experimento realizado foi de suma importância para o entendimento de algumas particularidades da função exponencial desse tipo,  $f(x) = a^x$ , como, por exemplo, o fato do gráfico da função exponencial não tocar o “eixo x”. Ademais, conceitos como *função crescente* e *função decrescente* foram notados pelos alunos, que sempre conectavam ao experimento realizado. Eles perceberam que a cada nova troca de água a quantidade de poluente caía, mas caía numa intensidade menor que a anterior. O professor, então, destacou que no caso de funções exponenciais crescentes o efeito era contrário. Isto é, cada aumento de uma unidade em x, o valor de y iria crescer numa intensidade maior que a anterior.

A observação da experiência permitiu constatar um maior envolvimento dos alunos no processo de investigação, bem como foi possível notar maior participação desses estudantes durante a aula. Além disso, pode ser observado que nas aulas o conteúdo foi trabalhado de acordo com o que emanam os PCNEM e, ainda, de acordo com o que é cobrado no Enem em relação a esse conteúdo.

Para obter uma avaliação sobre a opinião dos alunos em relação à sequência didática aplicada, assim como uma autoavaliação deles sobre seus aprendizados, serão apresentadas, também, as respostas deixadas por eles num questionário aplicado após a pesquisa ser realizada.

GRÁFICO 01 – VOCÊ GOSTOU DA AULA COM O EXPERIMENTO “DESPOLUIÇÃO DO LAGO”?

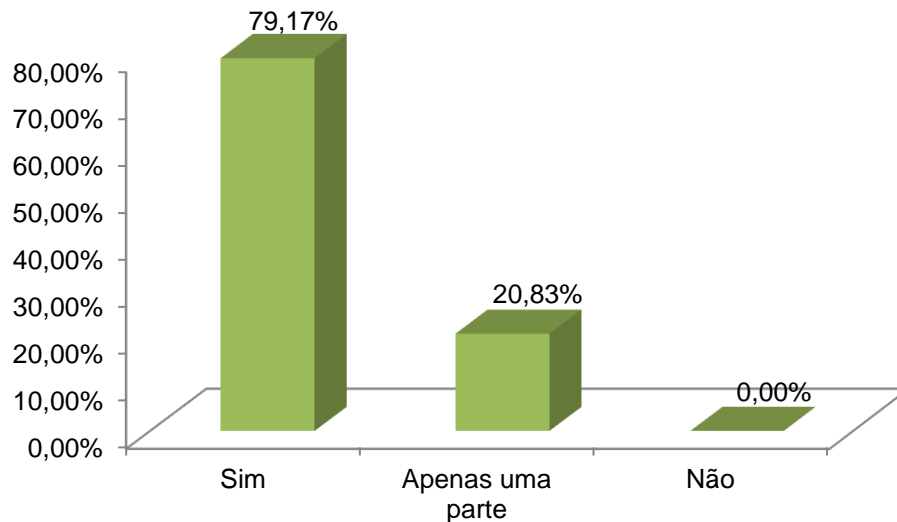


FONTE: O autor (2019)

Em relação à primeira pergunta, que consistia numa avaliação geral, se tinham gostado ou não da aula em que foi realizada a experiência de despoluição do

lago, todos os alunos afirmaram que “Sim”. Esse dado é importante, uma vez que quando os alunos gostam de uma aula, geralmente, isso vem acompanhado de maior atenção e maior envolvimento ao longo desta.

GRÁFICO 2 – VOCÊ ENTENDEU AS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS DESENVOLVIDAS DURANTE AULA?

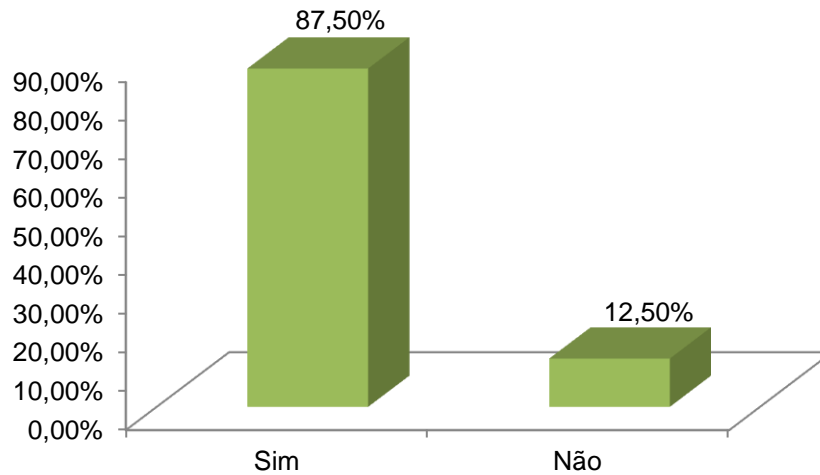


FONTE: O autor (2019)

Em seguida, buscou-se observar a autoavaliação dos discentes em relação ao entendimento das operações matemáticas desenvolvidas durante o experimento “Despoluição do lago”. Em relação a isso, quase 80% disseram ter compreendido e pouco mais de 20% disseram que entenderam em parte. Vale ressaltar que nas aulas seguintes a aplicação do experimento essas dúvidas foram discutidas e o professor procurou trabalhá-las para que fossem sanadas. Ainda convém destacar que nenhum aluno disse que não tinham entendido.



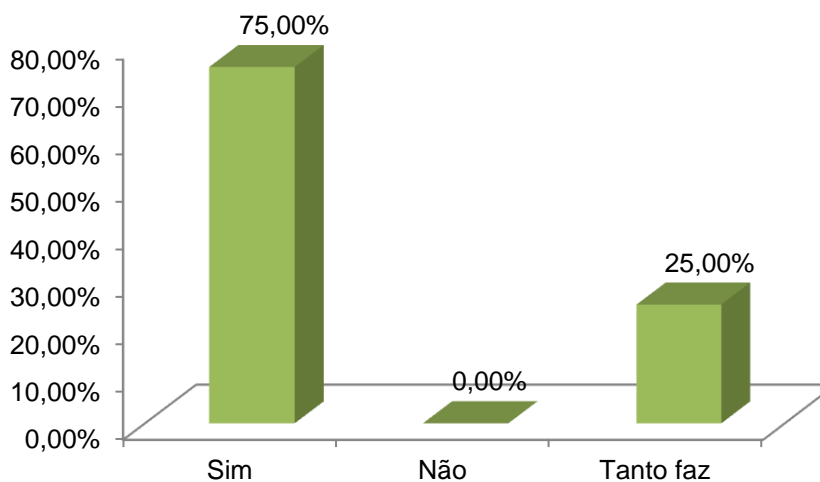
GRÁFICO 3 – VOCÊ ENTENDEU OS CONCEITOS DE FUNÇÃO EXPONENCIAL CRESCENTE E DECRESCENTE?



FONTE: O autor (2019)

Adentrando para as especificidades do conteúdo de funções exponenciais, na terceira pergunta os alunos apresentaram sua autoavaliação acerca do entendimento ou não dos conceitos de funções exponenciais. Nesse sentido, um percentual de 87,50%, conforme pode ser observado no gráfico acima, disseram ter compreendido esses conceitos. Isso significa que uma grande maioria dos alunos, a partir de então, já conseguiam identificar se uma função exponencial é crescente ou decrescente. Já para outra parte, pouco mais de 10%, necessita-se apresentar, posterior a esta sequência didática, outros exemplos e discutir mais sobre isso.

GRÁFICO 4 – VOCÊ ACHA IMPORTANTE APRESENTAR O USO DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA REALIDADE?

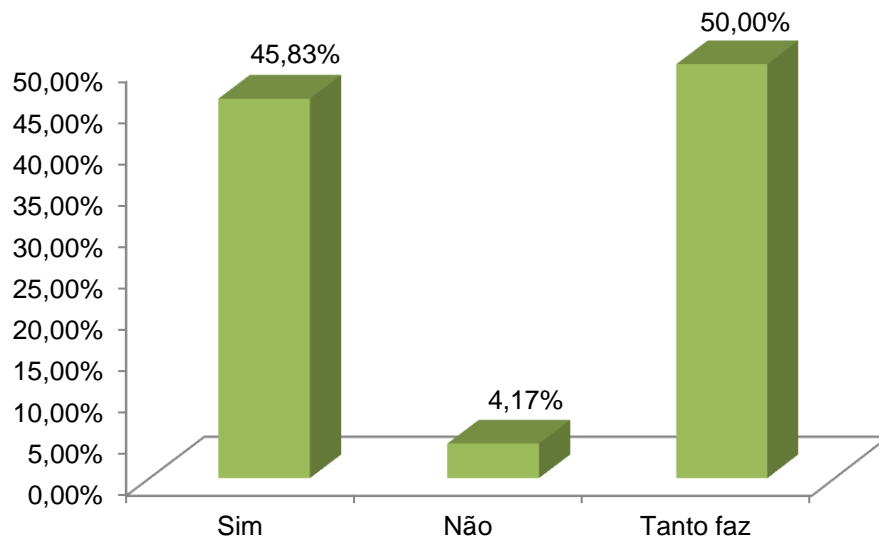


FONTE: O autor (2019)

Objetivando coletar dados da opinião dos alunos sobre o modo como os conteúdos são ensinados em Matemática, não só sobre as aulas que são mencionadas nesta pesquisa, perguntou-se sobre a importância de apresentar aplicabilidade prática para os conteúdos de matemáticos na realidade. Sobre isso, o gráfico 04 mostra que exatamente 75% dos alunos julgaram ser importante se utilizar de metodologias, como, por exemplo, a Modelagem Matemática, que privilegiem esse tipo de abordagem para os conteúdos ensinados.

No entanto, o gráfico acima mostra, outrossim, que tem um total de 25% dos alunos que são alheios quanto a isso. Para eles, “Tanto faz” apresentar o uso dos conteúdos matemáticos para a resolução de problemas da realidade. Na mesma questão, nenhum aluno disse “Não” achar importante fazer uso desse tipo de abordagem nos conteúdos trabalhados.

GRÁFICO 05 – VOCÊ SENTE NECESSIDADE DO PROFESSOR TER QUE APRESENTAR EXEMPLOS REAIS DO USO DE ALGUNS CONTEÚDOS PARA QUE VOCÊ POSSA APRENDÊ-LOS?



FONTE: O autor (2019)

No último questionamento, buscou-se compreender se apresentar exemplos reais do uso de alguns conteúdos matemáticos era condição necessária para que houvesse aprendizado deste. Quanto a essa pergunta, o gráfico acima mostra que, para exatamente metade dos alunos, “Tanto faz”, ou seja, o gráfico 04 mostra que a maioria acha importante apresentar exemplos reais, mas já o gráfico 05 mostra que para 54,17% isso não é condição imprescindível para que eles aprendam.

Contudo, deve ser também considerado que um percentual relevante, 45,83%, sente necessidade de exemplos reais de alguns conteúdos para que eles possam aprender o que está sendo trabalhado.

Ademais, utilizando-se dos dados apresentados pelo gráfico 01, em que todos os alunos disseram gostar da aula, é possível concluir ser válida a utilização de aulas como essas, pois favorecem aqueles que precisam desse tipo de metodologia para aprender e, também, aqueles que não precisam, os 54,17%, posto que disseram gostar. Isso, por certo, já favorece bastante o desenvolvimento de atividades para todos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como função precípua a análise do uso da metodologia da Modelagem Matemática como potencial alternativa para melhorar o ensino de funções exponenciais. Nessa perspectiva, foi feito um panorama acerca da situação do ensino de Matemática no Brasil, apresentando dados dos principais indicadores nacionais, e até internacionais, que medem a qualidade do ensino desta disciplina no país.

Nesse sentido, indicadores como o PISA e o IDEB revelaram uma situação preocupante sobre a atual qualidade do domínio dos estudantes em relação aos conteúdos de Matemática e suas aplicações. Ao mesmo tempo, isso revelava que esse assunto merece bastante atenção e sinalizava que é necessário buscar alternativas para melhorar o ensino de Matemática, e, assim, obter resultados mais satisfatórios na relação de ensino e aprendizagem deste componente curricular.

A partir dessas inquietações, traçou-se objetivos que levaram ao caminho percorrido em busca de resposta para a principal pergunta estabelecida. De início, foram apresentados alguns conceitos básicos sobre o uso da metodologia da Modelagem Matemática nas aulas desta disciplina, por meio dos quais foi possível constatar que todas convergiam para o fato de que sua utilização contribui para aprimorar as práticas relacionadas ao processo de ensino deste componente curricular. Foi exposto, ainda, que o uso dessa metodologia encontra respaldo, inclusive, dentro dos PCNEM.

Além disso, após a apresentação dos caminhos que a pesquisa seguiu, desde a introdução inicial do tema para a turma, passando pela realização do experimento e análise e discussão dos resultados por parte dos alunos, foi realizada a análise de todas essas informações.

Nesta última etapa, constatou-se que durante o desenvolvimento da sequência didática aplicada os discentes envolveram-se bastante nas aulas, e em especial nas atividades que foram desenvolvidas. Sobre isso, os resultados da análise do questionário aplicado durante a realização do experimento mostraram que os alunos conseguiram compreender bem a proposta que foi lançada e que desenvolveram bem cada atividade proposta.

Ademais, aqueles que apresentaram dificuldades de entendimento ou de realização das atividades propostas tiveram apoio do professor e, desse modo,

conseguiram desenvolver o que se objetivava. Isso porque o questionário aplicado não almejava medir de maneira estática o acerto ou erro das questões e sim observar o desenvolvimento da aula e introdução dos conceitos matemáticos pretendidos a partir das atividades nele contidas. Isto é, observar o desenvolvimento do conteúdo de funções exponenciais partindo de uma situação metodológica de Modelagem Matemática.

Em um questionário aplicado, ao final da pesquisa, os alunos em sua totalidade disseram ter gostado da aula em que foi realizado o experimento. Ademais, uma média superior a 80%, mencionaram ter compreendido os cálculos e conceitos matemáticos desenvolvidos. Além disso, foi constatado que uma grande maioria considera importante apresentar aplicações dos conteúdos estudados, semelhante o que fizera nas aulas onde a pesquisa foi realizada.

Contudo, deve ser destacado que apesar da importância mencionada, a metade dos pesquisados não considera isso indispensável para que haja aprendizado, por outro lado, apenas 4,17% afirmou de maneira enfática que “Não” necessita desse tipo de situação para aprender matemática. Ou seja, um total de 95,83% ou disse que “Sim” necessita de exemplos reais para aprender os conteúdos desenvolvidos, ou então disse que “Tanto faz”, estando assim dispostos a esse tipo de abordagem didática.

Assim, fica evidente a contribuição que esse tipo de metodologia pode trazer para o ensino de Matemática, uma vez que ensina-se efetivamente Matemática, de maneira crítica e reflexiva, e até aparecem respostas para alguns questionamentos e lacunas existentes na cabeça dos alunos, como, por exemplo, “onde vou usar isso em minha vida?”.

Dessa maneira, ao articular essa metodologia aplicada a outras situações, juntamente com outros materiais, é possível estimular o envolvimento dos alunos e contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

No que se refere aos materiais, é importante destacar que seria interessante buscar aqueles mais possíveis para os alunos possuírem em casa e nas escolas públicas – livro didático, livros paradidáticos disponíveis na biblioteca, vídeos, profissionais de diferentes áreas e a própria criatividade do professor. Com isso tudo, é possível aplicar uma metodologia fazendo uso da Modelagem Matemática e que venha a se apresentar como mais uma alternativa para melhorar o ensino de Matemática nas escolas.

Em suma, ao final da pesquisa verificou-se que o uso da metodologia da Modelagem Matemática é uma alternativa que pode contribuir para o aprimoramento do ensino de funções exponenciais, objetivo central desse estudo. Contudo, convém destacar sempre que esta pesquisa não tem pretensão de criar algo pronto, acabado, que resolve todos os problemas do ensino de Matemática, nem muito menos desqualifica outras formas de se ensiná-la.

Além disso, é relevante destacar que é preciso que haja formação continuada para professores da área a fim de sempre apresentar formas alternativas de ensinar Matemática, como esta, por exemplo. Ou seja, é preciso investimento por parte dos órgãos competentes a fim de buscar melhorias nos baixos índices aqui apresentados.

No tocante à continuidade da pesquisa, deixa-se em aberto o caminho para que mais estudos sejam desenvolvidos, utilizando outros métodos de estudo, com novos experimentos e a realização de experiências, em outras turmas. Com isso, será possível aumentar a validade das informações, além de expandir os estudos nessa área relevante e promissora.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/2010/Matematica/artigo\\_veritati\\_jonei.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf)>. Acesso em: 12 dez. 2018.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 4 ed. São Paulo-SP: Contexto, 2014.

BIEMBENGUT, M.S; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem**: possibilidade para uma educação mais significativa. In: V ANPEd Sul - Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2004, Curitiba. Anais do V ANPEd Sul. Curitiba, 2004. p. 1-13.

BRASIL. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Secretaria de Educação Média e Tecnologia – Brasília: MEC; SEMETEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia do livro didático PNLD 2018**: matemática. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de referência do Enem**. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/downloads/2012/matriz\\_referencia\\_enem.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf)>. Acesso em 22 jan. 2019.

D'AMBRÓSIO, Ubiratã. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. 5. ed. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações: ensino médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016. v. 1.

ESCOLA ESTADUAL ARISTÓFANES FERNANDES. **Projeto Político Pedagógico**: Ensino Fundamental II, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos. Santana do Matos, RN, 2013.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

IDEB 2017 – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. Disponível em: <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/>>. Acesso em: 18 nov. 2018.

IEZZI, Gelson. et. al. **Matemática: ciências e aplicações: ensino médio**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 1.

MACEDO, J. C. A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de geometria do 8º ano do Ensino Fundamental. – Dourados, 2013. **Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática**. Universidade Federal de Grande Dourados, MS: UFGR, 2013.

MALAGUTTI, P. L. A. **Modelo de despoluição: módulo I**. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013. (Matem@tica na pr@tica. Curso de especialização em ensino de matemática para o ensino médio).

MAY, Tim. **Pesquisa social: questões, métodos e processos**. Porto Alegre-RS: ARTMED, 2004.

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/pisa>>. Acesso em: 18 nov. 2018.



## APÊNDICES

### APÊNDICE A – AULA DE APRESENTAÇÃO

	<b>ESCOLA ESTADUAL ARISTÓFANES FERNANDES – ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO</b>
	Aluno: _____ Professor Esp. Francisco Maciel dos Santos Silva Turma: 1º Ano A Turno: Vespertino Data: 19/09/2018

### MODELAGEM MATEMÁTICA: MÉTODO DE DESPOLUIÇÃO

#### Era uma vez um lago...

Era uma vez um lago. E um povo que vivia no entorno deste lago... Nele, as crianças brincavam, os adultos nadavam e todos conviviam muito bem com a fauna e a flora que ali havia.

Os mais velhos pescavam e do lago tiravam boa parte do seu sustento.

Mas o progresso chegou. E a cidade em torno do lago cresceu, cresceu, cresceu... Mas cresceu de forma desordenada.

Não é difícil imaginar onde foi parar o esgoto de toda a população... Percorreu o caminho mais fácil. E foi parar, obviamente, no lago!

O tempo foi passando... E a situação foi piorando... Até se tornar insustentável! Ninguém mais podia nadar ou pescar.

Assim, biólogos, engenheiros e arquitetos formaram uma equipe para contornar o problema e propor soluções. A partir daí, o lago recebeu os cuidados de que precisava e os problemas que o homem causou, o próprio homem tentou resolver.

Por: Paulo Antonio Silvani Caetano

#### Questionamentos

Será que o lago voltará a ser exatamente como era?

No caso do nosso município:

Quais os reservatórios de água disponíveis no município?

Eles são poluídos?

Quais os cuidados que recebem?

#### Simulando a despoluição de um lago...

Material necessário:

- Três garrafas pet incolor (1 litro)
- Poluente (Café)
- Copos de 200 ml
- Um colher para mexer a solução
- Um balde de descarte

#### Hipóteses simplificadoras

- A poluição pode ser eliminada naturalmente pelo lago;
- A concentração de poluente na água é homogênea;
- A taxa de despoluição é constante em relação ao tempo;
- A despoluição ocorre em períodos discretos de tempo.





## ANEXOS

### ANEXO A – AULA DE APRESENTAÇÃO DO TEMA



FONTE: Imagem capturada por aluno da turma da 1ª Série A vespertino

## ANEXO B – AULA DE REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO: CRIANDO O LAGO POLUÍDO



FONTE: Imagem capturada por aluno da turma da 1ª Série A vespertino

ANEXO C – AULA DE REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO: SIMULANDO O  
PROCESSO DE DESPOLUIÇÃO



FONTE: Imagem capturada por aluno da turma da 1ª Série A vespertino

ANEXO D – AULA DE REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO: SIMULANDO O  
PROCESSO DE DESPOLUIÇÃO



FONTE: Imagem capturada por aluno da turma da 1ª Série A vespertino

---