KEYLA SENRA TEIXEIRA RODRIGUES

IMPORTÂNCIA E METODOLOGIAS DO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2013

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e Classificação da Biblioteca Central da UFV

T

R696i
2013

Rodrigues, Keyla Senra Teixeira, 1982-
Importância e metodologias do ensino de matemática financeira no ensino médio / Keyla Senra Teixeira Rodrigues. – Viçosa, MG, 2013.
viii, 128 f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui anexos.
Orientador: Mercio Botelho Faria.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.
Referências bibliográficas: f. 99-103.

1. Matemática financeira. 2. Ensino médio. 3. Jogos. 4. Matemática - programas de computador. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. II. Título.

CDD 22. ed. 513.93

KEYLA SENRA TEIXEIRA RODRIGUES

IMPORTÂNCIA E METODOLOGIAS DO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 12 de março de 2013.

Alexandre Miranda Alves

Lucy Tiemi Takahashi

Mercio Botelho Faria
(Orientador)

“Por que gastais o dinheiro naquilo que não é pão, e o vosso suor, naquilo que não satisfaz? Ouvi-me atentamente, comei o que é bom e vos deleitareis com finos manjares.”
Isaías 55.2

“A gente tem que lutar para tornar possível o que ainda não é possível. Isto faz parte da tarefa histórica de redesenhar e reconstruir o mundo.”
Paulo Freire

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço ao Deus da minha vida, ao Senhor da minha história: a minha força, o meu refúgio, a minha Torre Forte. Sem Ele eu nada sou e nada posso. Recebe agora, Senhor, a minha gratidão e todo o meu louvor.

Agradeço à CAPES, pela bolsa de estudos.

Agradeço à Universidade Federal de Viçosa.

Agradeço à Sociedade Brasileira de Matemática.

Agradeço ao meu orientador, professor doutor Mercio Botelho Faria, pelo aprendizado, acolhimento, apoio e incentivo que tornaram possível a realização deste trabalho.

Agradeço aos professores do programa de mestrado: Alexandre Miranda Alves, Allan de Oliveira Moura, Catarina Mendes de Jesus, Kenedy Martins Pedroso, Lana Mara Rodrigues dos Santos, Marinês Guerreiro, Mehran Sabeti e Simone Maria de Moraes. Aprendi muito com cada um de vocês. É também verdade que às vezes vejo-me imitando-os na minha prática de sala de aula. Vocês são dignos de todo o reconhecimento e da minha admiração. Recebam a minha gratidão.

Agradeço aos professores da banca de defesa pela atenção e contribuições dadas ao meu trabalho.

Agradeço aos colegas de curso: Alexandre, Antônio, Bruno, Fabrício, Jossara, Juliana Chaves, Juliana Elvira, Júnior, Marcelo, Márcio, Mônica, Patrick, Vandré, Vanessa e Vicente. Pessoas maravilhosas e excelentes profissionais. Aprendi muito com vocês ao longo desses dois anos. E não foi só sobre matemática, mas também sobre lealdade, companheirismo, amizade, integridade, entre tantas outras coisas. Admiro demais cada um de vocês. Vocês são merecedores do sucesso que têm e de todas as vitórias que estão por vir. Quero que saibam que nos momentos de tensão a amizade de vocês fez toda a diferença e que através dos gestos de alguns de vocês eu vi o cuidado de Deus sobre a minha vida.

Agradeço ao meu esposo, Diogo, pela paciência nos momentos de tensão, durante as viagens que fez comigo, nos tantos momentos que o deixei só; pelo apoio constante, pela força nos momentos em que eu pensei que não iria conseguir, por abrir mão das suas vontades e necessidades, por pensar nas minhas. Se você não tivesse agido assim, meu amor, certamente eu não teria conseguido chegar até aqui.

Agradeço à Lais, Raquel, Allana, Analu e Laura, pela agradável companhia e pelo maravilhoso acolhimento em Viçosa. Obrigada por terem aberto a porta da casa de vocês para mim e por sempre me receberem com tanto carinho. Serei sempre grata a vocês.

Agradeço aos meus amigos e aos meus familiares pelo carinho, paciência e incentivo.

Agradeço aos colegas de trabalho pelo apoio e pelas palavras de motivação.

Agradeço aos alunos que participaram e contribuíram com a minha pesquisa.

Agradeço à amiga Vinicia pela criação da arte do tabuleiro, dos cartões de “notícia” e do “delegado”.

Agradeço à amiga Marcília pela leitura e ajuda com a revisão textual e gramatical deste trabalho.

Agradeço a todos aqueles que oraram por mim, me incentivaram e me encorajaram nos momentos difíceis dessa trajetória.

RESUMO

RODRIGUES, Keyla Senra Teixeira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2013. **Importância e Metodologias do Ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio.** Orientador: Mercio Botelho Faria.

É fácil perceber a presença da matemática financeira no nosso cotidiano. Além disso, observa-se o “apetite” para o consumo entre os jovens e as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução de problemas envolvendo Matemática Financeira. Observa-se ainda que essas dificuldades se iniciam com o conceito de porcentagem e se complicam mais quando se começa a trabalhar com os conceitos de juros e taxa de juros, especialmente em problemas que envolvem a tomada de decisões diante de diferentes opções de pagamento à vista ou a prazo. Neste trabalho apresentamos diferentes propostas metodológicas existentes para o ensino de Matemática Financeira, especialmente para o Ensino Médio, e realizamos uma análise dessas propostas, buscando verificar se as suas abordagens contemplam a importância do assunto, sua utilização para resolver situações-problema que envolvem porcentagens, juros e taxa de juros, e as motivações históricas do desenvolvimento da Matemática Financeira para contextualizar o estudo dos diversos conceitos envolvidos no tema. Além disso, propomos algumas atividades envolvendo porcentagens, juros e taxa de juros, e avaliamos os resultados da aplicação das mesmas em três turmas de segundo ano de uma escola pública do município de Carangola-MG. Da análise dos resultados, ficou evidenciado que a utilização do jogo Super Banco Imobiliário da ESTRELA, reformulado, no início do processo de ensino dos conteúdos de Matemática Financeira é uma importante estratégia para a motivação dos alunos e para o desenvolvimento de uma aprendizagem mais significativa para os mesmos.

ABSTRACT

RODRIGUES, Keyla Senra Teixeira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March, 2013. **Importance of Teaching Methodologies and Financial Mathematics in High School**. Advisor: Mercio Botelho Faria.

It is easy to perceive the presence of financial mathematics in our daily lives. Moreover, there is the "appetite" for consumption among young people and the difficulties presented by the students in solving problems involving Financial Mathematics. It was also observed that the difficulties begin with the concept of percentage and is more complicated when you start to work with the concepts of interest and rate of interest, especially in problems that involve taking decisions in the face of different payment options in sight or term. We present different methodological proposals exist for teaching Financial Mathematics, especially for highschool, and conducted an analysis of proposals seeking to verify if their approaches include the importance of the subject, its use to solve problem situations involving percentages, interest rates and interest rate, and the motivations of the historical development of Mathematical Finance to contextualize the study of the various concepts involved in the topic. Furthermore, we propose some activities involving percentages, interest and interest rate, and evaluate the results of applying the same three classes of second year in a public school in the municipality of Carangola-MG. Analyzing the results, it was evident that the use of the Monopoly game Super STAR, reworked, early in the process of teaching the content of Financial Mathematics is an important strategy for motivating students and to develop a more meaningful learning for the same.

SUMÁRIO

Introdução

Após a estabilidade da inflação nos últimos anos no Brasil e com a explosão da oferta de crédito, a quantidade de financiamentos cresceu impressionantemente, e hoje, estão presentes nos orçamentos de grande parte da população no país. Além disso, diante da realidade do sistema previdenciário brasileiro, poupar e investir são ações que merecem uma atenção especial. A educação para essa nova realidade não acompanhou a velocidade dessas transformações. O resultado é que a população tem lidado com o dinheiro de maneira desastrosa, e a falta de informação matemática tem sido um dos principais motivos dessa realidade.

Pesquisa da Serasa Experian[1] divulgada em março de 2012 mostra que a participação de consumidores com idade entre 18 e 25 anos na demanda de crédito no Brasil corresponde a 18%. É o maior percentual desde 2008, quando o levantamento teve início. Em 2010, a fatia havia sido de 14,3%.

Segundo a pesquisa, os jovens estão procurando, cada vez mais, financiamentos. Entre os produtos mais adquiridos estão celulares, carros e motos. Mas esse apetite para o consumo está engordando os cadastros de inadimplentes.

Com o título "Jovens estão no topo do ranking da inadimplência" uma reportagem publicada pela Rádio Clube FM 97,9 de Natal-RN em junho de 2012 afirma que

> No ano passado, cerca de 9 milhões de pessoas tomaram empréstimos pela primeira vez, segundo a Serasa Experian. Uma parte delas carrega CPFs recentes e outros já estavam registrados como contribuintes, mas nunca tinham contratado financiamento. Cerca de 50% desses novos consumidores de crédito são jovens com menos de 25 anos, informa Ricardo Loureiro, presidente da Serasa. "São trabalhadores que estão ingressando no mercado de trabalho. Hoje, com 17 a 18 anos, o jovem já é consumidor", afirma Loureiro.
>
> Ao mesmo tempo em que fazem crescer sua presença na lista de consumidores, no entanto, os mais novos também ganham espaço nas pesquisas de inadimplência. Jovens de 16 a 34 anos representam 65,2% dos consumidores endividados em Belo Horizonte entre abril e março de 2012, segundo levantamento da Federação do Comércio de Minas Gerais (Fecomércio Minas). "O jovem é mais suscetível ao

[1] A Serasa Experian, parte do grupo Experian, é o maior bureau de crédito do mundo fora dos Estados Unidos, detendo o mais extenso banco de dados da América Latina sobre consumidores, empresas e grupos econômicos. Fonte: http://www.serasaexperian.com.br/quem-somos/institucional/

> consumo de novas tecnologias e está mais próximo das inovações de moda", diz Silvânia de Araújo, gerente do departamento de economia da Fecomércio Minas.
> O economista-chefe da Confederação Nacional do Comércio (CNC), Carlos Thadeu de Freitas Gomes, avalia que a economia atual exige cuidados. "Toda compra financiada precisa ser feita com cautela, pois a economia cresce menos do que o esperado. E o jovem está entrando agora para o mercado de trabalho", diz. "O grande perigo é a falta de educação financeira desses consumidores, pois grande parte da inadimplência está entre os jovens", completa Miguel Ribeiro de Oliveira, vice-presidente da Associação Nacional dos Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade (Anefac).
> Dentro da classe de consumo e crédito no Brasil, há cerca de 40 milhões de jovens entre 16 e 34 anos, informa Aquiles Leonardo Diniz, vice-presidente da Associação Nacional das Empresas de Financiamento e Investimentos (Acrefi). "Essa classe tem renda, o que não existia antes. Mas temos que aprender a lidar com esse público. O consumo preferido deles é direcionado a roupas de marca e aos eletrônicos", afirma Diniz (Disponível em: <http://www.dnonline.com.br/app/outros/ultimas-noticias/38,37,38,72/2012/06/08/noticia_interna_brasilemundo,99692/jovens-estao-no-topo-do-ranking-da-inadimplencia.shtml>. Acesso em: 4 dez. 2012).

Parte de uma matéria publicada em julho de 2012 no jornal O Globo traz a seguinte informação:

> - A inadimplência do mercado brasileiro tem a ver com o endividamento acima do razoável e com a falta de conhecimento financeiro das famílias. Mas os bancos também não fizeram um contraste desta falta de capacidade. Temos contribuição neste endividamento - disse o presidente do Santander, Marcial Portela [...] (Disponível em: <http://www.fazenda.gov.br/resenhaeletronica/MostraMateria.asp?page=&cod=827979>. Acesso em: 10 set. 2012).

Assim, outro problema é o "analfabetismo financeiro" que se caracteriza pela falta de habilidade em avaliar promoções ou taxas de juros, agravando ainda mais a situação econômica de milhares de famílias.

Portanto, com a estabilidade da economia, a facilidade de se obter crédito, a influência da mídia (agressivamente voltada para o consumo) e o "analfabetismo financeiro" torna-se comum não analisar as taxas de juros e consumir cada vez mais produtos, muitas vezes desnecessários. A reportagem de Maria Manso, exibida no

Jornal Hoje da Rede Globo, em 25 de agosto de 2007, é um exemplo da falta de comprometimento com a educação financeira em geral:

> [...] 75% dos brasileiros das classes C, D e E não se preocupam com o valor dos juros. Uma pesquisa feita em seis capitais comprova que o consumidor de baixa renda não se preocupa se a prestação vai caber no bolso. Na média, as taxas para pessoa física estão em 7,28% ao mês, as mais baixas em 12 anos. Mesmo assim, o consumidor brasileiro ainda paga os juros mais altos do mundo [...] Rosana ainda não aprendeu a fazer essas contas. Por isso faz malabarismo para pagar o que deve. "Numa quinzena eu pago uma, na outra quinzena eu pago a outra. E sempre tem um atrasado", diz (Jornal Hoje, 25/08/2007).

O professor de MBA de Gestão de Risco da Escola de Negócios Trevisan, Claudio Gonçalves, afirmou em uma entrevista dada em maio de 2011 que "muitas pessoas não se preocupam com os juros, só enxergam se a prestação cabe ou não no bolso." Por esse motivo, as pessoas acabam pagando muito mais do que deveriam por algum bem.

O simpósio Ibero-Americano sobre Ensino da Matemática, realizado em Madri, já em 1990, recomendou a inclusão da Matemática Financeira na parte comum dos programas de ensino do ensino médio obrigatório.

O 6º Encontro Mineiro de Educação Matemática realizado no período de 14 a 17 de novembro de 2012, na cidade de Juiz de Fora/MG, confirmou a atualidade e relevância do tema Matemática Financeira na Educação Básica, sendo o mesmo abordado em várias atividades desse evento.

O ensino de Matemática Financeira também converge para as quatro finalidades do Ensino Médio, apresentadas no art. 35, da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional - LDB:

> O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades:
> I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
> II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

> III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
> IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina (BRASIL4, 1996).

Face ao exposto, torna-se imprescindível a análise e a reflexão acerca da metodologia utilizada no ensino de tópicos de Matemática Financeira na Educação Básica, especialmente no ensino médio.

Este trabalho está dividido em capítulos assim definidos:

No primeiro capítulo, intitulado “Matemática Financeira: breve histórico”, apresentamos as motivações históricas do desenvolvimento da Matemática Financeira.

No segundo capítulo, cujo título é “Matemática Financeira no Ensino Médio”, apresentamos, com base nos documentos oficiais norteadores da Educação Básica, tanto nacionais quanto regionais, as competências e as habilidades básicas que se espera que sejam desenvolvidas no Ensino Médio – especialmente em relação ao conteúdo Matemática Financeira –, bem como as propostas metodológicas sugeridas para o alcance desse fim.

No terceiro capítulo, intitulado “Conteúdo de Matemática Financeira”, apresentamos os conteúdos de Matemática Financeira cujo domínio é essencial para que o aluno demonstre as habilidades básicas indicadas nas propostas curriculares para o Ensino Médio, descritas no segundo capítulo.

No quarto capítulo, intitulado “Propostas metodológicas para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio”, apresentamos uma análise das propostas metodológicas para o ensino de Matemática Financeira, especialmente para o Ensino Médio, que encontramos em alguns livros, dissertações e artigo.

No quinto capítulo, intitulado “Desenvolvimento de uma Pesquisa”, propomos algumas atividades envolvendo porcentagens, juros e taxa de juros, e avaliamos os resultados da aplicação das mesmas em sala de aula.

No sexto capítulo, intitulado “Recursos Computacionais no ensino de Matemática Financeira” apresentamos algumas atividades de Matemática Financeira que podem ser desenvolvidas com o uso de *softwares* matemáticos.

E, finalmente, são delineadas algumas inferências e considerações finais a partir do trabalho desenvolvido.

Capítulo I

Matemática Financeira: Breve Histórico

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (2000) destacam a importância da história da Matemática no ensino e, nesse sentido, afirmam que a mesma tem uma relevância que transcende a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos.
Além disso, segundo Ubiratan D'Ambrósio,

> As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses e a interpretações dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade (D'AMBRÓSIO, 1999, apud BICUDO,1999).

Nesta perspectiva, apresentaremos nesse capítulo, as motivações históricas do desenvolvimento da Matemática Financeira extraídas de GONÇALVES (1985), COSTA (2006), NOVAES (2009), PITON-GONÇALVES (2009), EVES (2011) e ROSETTI JR. e SCHIMIGUEL (2011).

Segundo EVES (2011, p. 57) a matemática primitiva começou a ser desenvolvida a partir de embasamentos práticos, quando, ao longo dos grandes rios da África e da Ásia, entre outros, surgiram formas mais avançadas de sociedade. A partir de tarefas como o controle de inundações desses rios e da drenagem de pântanos, possibilitou-se o desenvolvimento de tecnologias e da Matemática, originando-se a chamada Matemática primitiva. Essas práticas requeriam o cálculo de calendários funcionais, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas, a criação de métodos de agrimensura, a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis.

> Desde a época primitiva, as transações comerciais entre os povos foram, certamente, um dos fatores mais importantes para o processo civilizatório. O comércio se impôs como uma necessidade, devido à abundância de alguns produtos em determinada

> região de domínio de um grupamento humano e sua escassez para outro grupo (COSTA, 2006, p. 60).

A ideia mais primitiva de comércio é o escambo – troca de produtos diretamente entre pessoas. Segundo NOVAES (2009), esse sistema de troca direta, que durou vários séculos, deu origem a palavras como "salário" (pagamento feito por meio de certa quantidade de sal). Essa modalidade de comércio vigorou durante a pré-história da civilização. Entretanto, começou a mostrar fortes limitações frente à nova época nascente, representada pelo rápido desenvolvimento da agricultura e o incremento do artesanato.

O fim da Idade da Pedra e o surgimento de uma nova era, denominada Idade do Bronze, foi fixado por volta de 3 000 a. C. Este marco, escolhido pela Arqueologia, corresponde ao surgimento de uma civilização avançada, que viveu no baixo Egito, que praticava a agricultura e dominava a arte de fabricar ferramentas mais sofisticadas, através da fundição de metais.

A nova era, portanto, traz uma forte diversificação dos produtos comerciais, o que torna essencialmente difícil a comparação entre dois ou mais produtos e impõe a necessidade de definição de um produto universal para a troca, um produto padrão em relação ao qual qualquer outro produto pudesse ser referido quantitativamente. Nascia o conceito de moeda.

> O boi talvez tenha sido a primeira moeda com alguma universalidade que vigorou na Grécia pré-helênica. Hoje, em relação a bois, gado etc., temos a palavra pecuária, derivada de *pecus*, que significa "gado, rebanho". O termo latino pecúnia quer dizer "fortuna, moeda, dinheiro", mas, no sentido mais estrito, significa "ter em bois" (COSTA, 2006, p. 61).

No entanto, desde o momento em que o homem começa a dominar e melhorar os processos de fundição e aprende a identificar metais nobres, a moeda cunhada se estabelece gradualmente como padrão monetário. Mais adiante, com a invenção da imprensa, os governos passaram a emitir moeda em papel, cujos valores têm, como garantia, a riqueza da nação.

A partir deste momento, o dinheiro em papel divide o padrão com as moedas cunhadas. Recentemente, com o surgimento do computador e o avanço da informatização da sociedade, o conceito de dinheiro de plástico vem ganhando mais espaço, com os cartões de crédito e débito.

Transações comerciais, compra e venda de produtos, envolvem moeda. Incluem, também, a ideia de empréstimo a ser pago em tempo futuro, o que acarreta a cobrança de juros (ganhos com o capital). O sistema se complica quando ocorre desvalorização da moeda no tempo. Para tratar destes aspectos, desde muito antigamente, o homem passou a desenvolver técnicas no escopo da Matemática, principalmente na área da Aritmética.

Segundo EVES (2011) as tábulas de argila escritas pelos antigos sumérios mostram um alto grau de habilidade computacional em cálculos aritméticos, em suporte a transações comerciais. Elas mostram que estes povos estavam familiarizados com todos os tipos de contratos legais e usuais, como faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos.

> Das cerca de meio milhão de tábulas desenterradas na Mesopotâmia desde antes da metade do século XIX, quase 400 foram identificadas como estritamente matemáticas, constituídas que são de listas de problemas e tábuas matemáticas. Estas últimas envolvem tábuas de multiplicação, tábuas de inversos multiplicativos, tábuas de quadrados e cubos e mesmo tábuas de exponenciais. Quanto a estas, provavelmente eram usadas juntamente com a interpolação, em problemas de juros compostos (EVES, 2011, p.66).

De acordo com este autor, há tábulas na coleção de Berlim, de Yale e do Louvre que contêm problemas sobre juros compostos. Numa tábula do Louvre, por exemplo, de cerca de 1.700 a. C., há o seguinte problema: Por quanto tempo deve-se aplicar uma certa soma de dinheiro a juros compostos anuais de 20% para que ela dobre?

> Nos livros do Velho Testamento, dentre as várias referências sobre juros nos textos sagrados, podemos citar em Êxodo, capítulo 22, versículo 25, “Se emprestares dinheiro ao meu povo, ao pobre que está contigo, não te haverás com ele como credor; não lhe imporás juros”. Em Levítico, capítulo 25, versículo 37, “Não lhe darás teu dinheiro a juros, nem os teus víveres por lucro”. Nos livros do Novo Testamento também encontramos referências a aplicações financeiras, como em Mateus, capítulo 25, versículo 27, “Devias então entregar o meu dinheiro aos

> banqueiros e, vindo eu, tê-lo-ia recebido com juros” (A BÍBLIA SAGRADA, 1995 apud ROSETTI JR.; SCHIMIGUEL, 2011)[2].

PITON-GONÇALVES (2009) afirma que já por volta do ano 575 a. C., a história registra a existência de uma firma de banqueiros internacionais com escritório na Babilônia, cuja atividade principal era o empréstimo de dinheiro para financiamento do comércio, sob o pagamento de juros.

Desde a Antiguidade, a partir do momento em que as atividades comerciais ganham forte intensidade, surge uma figura diferenciada de comerciante, cuja fonte de renda deriva dos empréstimos de moeda que realiza para outros negociantes desenvolverem seus negócios.

Trata-se de uma autêntica divisão do trabalho dentro do campo do comércio. Ao lado dos comerciantes tradicionais, que se ocupavam com artigos comuns, surgem aqueles dedicados à troca de uma mercadoria específica: o dinheiro. Os novos comerciantes também dominam a atividade de troca de moedas nacionais por moedas circulantes em outros países.

O surgimento deste novo tipo de comerciante ocorreu durante a expansão do comércio, mediante a necessidade de troca de moedas dos diversos países em uma base de equivalência. Como, por exemplo, na situação de um negociante que viajava para realizar negócios em outro país e que, portanto, precisava de dinheiro circulante em tal país. Dessa forma, o viajante recorria ao sistema de troca para adquiri-lo.

Esse processo de troca provocou o acúmulo de moedas em poder de tais comerciantes, que começavam a exercer uma nascente atividade: guardar e emprestar dinheiro.

Àquela época não era diferente de hoje. Não era recomendável a guarda de grande quantidade de moedas em ouro e prata em casa, devido à deficiente organização do Estado na proteção da propriedade individual. As pessoas entregavam seu dinheiro à custódia do comerciante cambista rico, que o guardava e devolvia ao dono quando ele pedisse. A situação evidentemente provocava forte acúmulo de dinheiro em mãos dos comerciantes cambistas e aumentavam, em muito,

---

[2] A BÍBLIA SAGRADA. Traduzida em português por João Ferreira de Almeida. Revistae Corrigida. Ed. 1995. São Paulo: Sociedade Bíblica do Brasil, 1995.

seu poder econômico e social, uma vez que ganhavam condições de poder financiar outros negociantes.

Neste contexto, foi natural o desenvolvimento da seguinte estratégia pelo comerciante cambista: ao invés de ficar com grandes somas de dinheiro em seu poder, sem qualquer lucro e, sendo pouco provável que todos os proprietários solicitassem sua devolução num mesmo dia, surge a ideia de lucrar com o dinheiro, colocando-o em circulação. Surge então, o conceito de lucro financeiro, ligado essencialmente à circulação de dinheiro.

O comerciante cambista empresta dinheiro a quem pedir, sob a condição de que seja devolvido num prazo determinado. E, como o devedor empregará o dinheiro da forma que quiser durante certo período acordado, o comerciante cambista impõe a regra do juro. Por isso, no prazo estipulado para vencimento, além do dinheiro emprestado, o devedor deverá entregar uma soma adicional: o juro.

Assim tiveram início as operações de crédito. Aqueles que, por alguma razão, encontravam-se sem dinheiro, comerciantes, senhores feudais e, não raras vezes, o próprio rei ou o erário nacional, recorriam ao cambista que lhes emprestava grandes somas de dinheiro a juros "razoáveis".

Portanto, o juro era pago pelo usufruto do dinheiro recebido ou, mais propriamente, era a compensação pelo temor de quem emprestava dinheiro e, assim, se expunha a um risco. Esses juros alcançaram, em alguns casos, taxas incríveis. Na antiga Roma, cambistas exigiam até 100 por cento e, na Idade Média chegaram a 200 por cento, às vezes mais, em relação direta com a necessidade do solicitante ou o montante da soma.

O cambista exercia sua profissão sentado num banco de madeira, em algum lugar do mercado. Daí a origem das palavras “banqueiro” e “banco”. Historicamente, os primeiros bancos institucionais, com reconhecimento da sociedade e dos governantes, foram criados pelos sacerdotes.

No mundo antigo, entre os egípcios e babilônicos e, mais tarde, entre os gregos e romanos, estava amplamente difundido o costume dos cidadãos mais abastados confiarem a custódia de seu dinheiro aos sacerdotes. E os sacerdotes obtinham a vantagem do lucro ao colocarem o dinheiro em circulação.

A Igreja Católica não só deu continuidade à tradição das operações de crédito dos antigos sacerdotes, mas desenvolveu-as em grande escala, criando, inclusive, o “Banco do Espírito Santo”, com um fabuloso capital inicial. O principal propósito era facilitar o pagamento de dízimos e indulgências e a realização de transações relacionadas com os empréstimos.

Ao mesmo tempo, a Igreja queria o monopólio da atividade do empréstimo e da usura e lançou uma sentença de excomunhão a todos que cobrassem juros por seu dinheiro, mesmo que este juro fosse menor do que aquele que a Igreja exigia. Muitos comerciantes infratores foram condenados às masmorras da Inquisição. A Igreja ambicionava assegurar para si o monopólio absoluto na obtenção de lucros através de juros.

Apesar das maldições e ameaças com o fogo eterno, a Igreja não conseguiu conter a avidez por ganhos e lucros das pessoas. Colaborou muito para a quebra definitiva do monopólio a crescente complexidade das atividades comerciais, impondo objetivamente o estabelecimento de uma ampla rede bancária. As iniciadoras desta atividade foram às cidades-estado da Itália, que tinham um vasto comércio, cujo raio de ação estendia-se aos limites do mundo conhecido. Assim, em Veneza, o Duque Vitali fundou o primeiro banco privado no ano de 1157. Em sequência, nos séculos XIII, XIV e XV, uma ampla rede bancária já operava ativamente no financiamento do comércio.

GONÇALVES (1985) afirma que os primeiros bancos reconhecidos oficialmente surgiram, respectivamente, na Suécia, em 1656; na Inglaterra, em 1694; na França, em 1700 e no Brasil, em 1808, com a criação do Banco do Brasil por D. João VI.

AS PRIMEIRAS ARITMÉTICAS

Segundo EVES (2011) como consequência do crescimento enorme da atividade comercial no Renascimento e do interesse pela educação, começaram a aparecer muitos textos populares de aritmética. Três centenas desses livros foram impressos na Europa antes do século XVII. A mais antiga aritmética impressa é a anônima e hoje extremamente rara *Aritmética de Treviso*, publicada em 1478 na cidade de Treviso, localizada no caminho que liga Veneza ao norte. Trata-se de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos com eles e que contém aplicações envolvendo sociedades e escambo. Foi o primeiro livro de matemática a ser impresso no mundo ocidental.

Bem mais influente na Itália que a *Aritmética de Treviso* foi a A*ritmética Comercial* escrita por Piero Borghi. Esse trabalho altamente útil foi publicado em Veneza em 1484 e alcançou pelo menos dezessete edições, a última em 1557. Em 1491 foi publicada em Florença uma aritmética menos importante, de autoria de Filippo Calandri, porém interessante para nós pelo fato de conter o primeiro exemplo impresso do moderno processo de divisão e também os primeiros problemas ilustrados a aparecerem na Itália. Em 1494 apareceu a primeira edição impressa da *Suma* de Pacioli (como é comumente conhecida), do frade franciscano Luca Pacioli (1445-1509). Grande parte dessa obra é dedicada à aritmética. Além disso, podem-se recolher muitas informações sobre as práticas comerciais da época nos problemas desse livro.

No próximo capítulo, apresentaremos as perspectivas para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio segundo os *Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN* e os *Conteúdos Básicos Curriculares – CBC*.

CAPÍTULO II

MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO

O objetivo principal deste capítulo é apresentar, com base nos documentos oficiais norteadores da Educação Básica, tanto nacionais quanto regionais, as competências e as habilidades básicas que se espera que sejam desenvolvidas no Ensino Médio – especialmente em relação ao conteúdo Matemática Financeira –, bem como as propostas metodológicas sugeridas para o alcance desse fim.

Inicialmente, vamos apresentar as questões que deram origens à formulação do atual Ensino Médio e, em seguida, apresentaremos as características e as finalidades próprias dessa etapa da Educação Básica.

A REFORMULAÇÃO DO ENSINO MÉDIO

O Ensino Médio passou por uma reformulação em virtude das mudanças e transformações que a sociedade sofreu nos últimos anos. Essa reforma constituiu uma tentativa de responder à pressão imposta pelos processos globais, que exigem competências para atuar no mercado de trabalho, assim como exclui a mão de obra não qualificada, e, por outro lado, visa atender novos perfis da clientela em expansão.

> Essa reformulação foi estimulada pela Constituição de 1988 que garantia como dever do Estado a extensão progressiva da obrigatoriedade e da gratuidade do Ensino Médio. O texto foi modificado com o objetivo de garantir a progressiva universalização do Ensino Médio gratuito conferindo, a esse nível de ensino, o estatuto de direito de todo cidadão, sendo sua oferta dever do Estado. Posteriormente, a reformulação do Ensino Médio foi estabelecida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) e regulamentada pelos PCNEM e pelas Diretrizes do Conselho Nacional de Educação, visando possibilitar aos educandos melhor integração ao mundo contemporâneo e o exercício pleno da cidadania (FUGITA, 2009, p.12).

A LDBEN reitera a obrigatoriedade progressiva do Ensino Médio e confere uma nova identidade a esse nível de ensino, como a etapa final da educação básica.

Isso significa que o ensino Médio passa a integrar a etapa do processo educacional que a Nação considera básica para o exercício da cidadania, base para o acesso às atividades produtivas, para o prosseguimento nos níveis mais elevados e complexos de educação e para o desenvolvimento pessoal, referido à sua interação com a sociedade e sua plena inserção nela, ou seja, que *tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores* (BRASIL4, 1 996).

Na próxima seção, apresentaremos uma visão geral da proposta curricular para o Ensino Médio, de âmbito nacional, desenvolvida nos *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio– PCNEM* com o intuito de alcançar as mudanças propostas pela reforma.

A PROPOSTA CURRICULAR PARA O ENSINO MÉDIO NOS PCNEM

A partir dos princípios definidos pela LDB, o Ministério da Educação - MEC delineou um novo perfil de currículo para o Ensino Médio, no qual projeta sua perspectiva no desenvolvimento de competências e habilidades do educando para a sua inserção na vida adulta.

Essa etapa, estabelecida como o final da educação básica, não é mais considerada como aquela de simples preparação para o vestibular ou para o ensino profissionalizante. Nesse sentido, os objetivos devem deixar de ser representados por uma mera lista de conteúdos, como se o domínio de cada disciplina fosse pré-requisito suficiente para as etapas posteriores, adquirindo significado apenas nos estudos universitários. Além disso, deve-se também evitar o foco em uma especialização laboral dissociada de uma formação mais ampla e geral.

Nesta perspectiva, propõe-se, no nível do Ensino Médio, a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização.

Os objetivos da nova educação pretendida são certamente mais amplos do que os do velho projeto pedagógico. Antes se desejava transmitir conhecimentos disciplinares padronizados, na forma de informações e procedimentos estanques; agora se deseja promover competências gerais, que articulem conhecimentos, sejam estes disciplinares ou não. Essas competências dependem da compreensão de processos e do desenvolvimento de linguagens, a cargo das disciplinas que, por sua vez, devem ser tratadas como campos dinâmicos de conhecimento e de interesses, e não como listas de saberes oficiais.

Ao lidar com a Matemática, e especialmente com a Matemática Financeira, este trabalho estará enfatizando na próxima seção as propostas relativas aos conteúdos dessa área.

A MATEMÁTICA FINANCEIRA NOS PCNEM

De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+EM) – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL2, 2000, p.12), *especialmente para jovens de famílias economicamente marginalizadas ou apartadas de participação social, a escola de ensino médio pode constituir uma oportunidade única de orientação para a vida comunitária e política,* ***econômica e financeira****, cultural e desportiva.* (Grifo nosso).

Apesar de os PCNEM não citarem o conteúdo Matemática Financeira como uma *Unidade Temática* a ser desenvolvida nas séries do Ensino Médio, eles consideram, entre outras, as seguintes competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática:

- Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem matemática, desde livros didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, **folhetos com propostas de vendas** ou com plantas de imóveis, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas.
- [...] ser capaz de analisar e julgar cálculos efetuados sobre dados econômicos ou sociais, **propagandas de vendas a prazo**, probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias, ou ainda apresentadas em um dado problema ou diferentes sínteses e conclusões extraídas a partir de um mesmo texto ou conjunto de informações.
- Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e uso do conhecimento matemático, sentindo-se mobilizado para diferentes ações, seja em **defesa de seus direitos como consumidor**, dos espaços e equipamentos coletivos ou da qualidade de vida.

- Conhecer recursos, instrumentos e **procedimentos econômicos** e sociais para posicionar-se, argumentar e julgar sobre questões de interesse da comunidade [...] (BRASIL2, 2000, p.114-119. Grifos nossos).

Além disso, para os PCNEM – Ciências Humanas e suas Tecnologias (BRASIL3, 2000, p. 65) cabe lançar a possibilidade do desenvolvimento de outros conhecimentos das Ciências Humanas que se acham sugeridos, implícita ou explicitamente, tais como a Economia, o Direito e a Psicologia.

> Em **Economia**, [...] além dos conceitos estritamente econômicos, poderiam ser incluídos alguns aspectos relativos à documentação comercial, fiscal e financeira importantes para a compreensão do cotidiano do mundo do trabalho e da gestão da vida pessoal, tais como [...] a movimentação financeira e bancária; e o papel dos juros na consideração dos pagamentos à vista ou a prazo (BRASIL3, 2000, p.65. Grifo do autor).

Nesse ponto, vale buscar nos PCNEM as orientações metodológicas para o desenvolvimento das competências e habilidades mencionadas.

AS METODOLOGIAS DE ENSINO PROPOSTAS NOS PCNEM

Os PCNEM descrevem alguns aspectos, conceitos ou instrumentos didáticos partilhados no ensino de todas as ciências e no da Matemática, começando por considerações sobre o papel do professor, que, conhecendo os conteúdos de sua disciplina e estando convicto da importância e da possibilidade de seu aprendizado por todos os seus alunos, é quem seleciona conteúdos instrucionais compatíveis com os objetivos definidos no projeto pedagógico; problematiza tais conteúdos, promove e media o diálogo educativo; favorece o surgimento de condições para que os alunos assumam o centro da atividade educativa, tornando-se agentes do aprendizado; articula abstrato e concreto, assim como teoria e prática; cuida da contínua adequação da linguagem, com a crescente capacidade do aluno, evitando a fala e os símbolos incompreensíveis, assim como as repetições desnecessárias e desmotivantes.

O conhecimento prévio dos alunos, tema que tem mobilizado educadores, especialmente nas últimas duas décadas, é particularmente relevante para o aprendizado científico e matemático, conforme descrito nessa obra.

Segundo os PCNEM, se há uma unanimidade, pelo menos no plano dos conceitos entre educadores para as Ciências e a Matemática, é quanto à necessidade de se adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo. Os alunos alcançam o aprendizado em um processo complexo, de elaboração pessoal, para o qual o professor e a escola contribuem permitindo ao aluno se comunicar, situar-se em seu grupo, debater sua compreensão, aprender a respeitar e a fazer-se respeitar; dando ao aluno oportunidade de construir modelos explicativos, linhas de argumentação e instrumentos de verificação de contradições; criando situações em que o aluno é instigado ou desafiado a participar e questionar; valorizando as atividades coletivas que propiciem a discussão e a elaboração conjunta de ideias e de práticas; desenvolvendo **atividades lúdicas**, nos quais o aluno deve se sentir desafiado pelo jogo do conhecimento e não somente pelos outros participantes.

Os PCNEM enfatizam também a importância do desenvolvimento pelos alunos da capacidade de resolver problemas em Matemática:

> Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações-problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A **resolução de problemas** é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado (BRASIL2, 2000, p. 129. Grifo do autor).

Segundo os PCNEM, não somente em Matemática, mas até particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos confrontados com situações-problema novas mas, compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar os dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação.

Além disso, eles descrevem que o aprendizado que tem seu ponto de partida no universo vivencial comum entre os alunos e os professores, que investiga ativamente o meio natural ou social real, ou que faz uso do conhecimento prático de especialistas e outros profissionais, desenvolve com vantagem o aprendizado significativo, criando condições para um diálogo efetivo, de caráter interdisciplinar, em oposição ao discurso abstrato do saber, prerrogativa do professor.

Para o aprendizado científico, matemático e tecnológico, segundo os PCNEM, a experimentação, seja ela de demonstração, seja de observação e manipulação de situações e equipamentos do cotidiano do aluno e até mesmo a laboratorial, propriamente dita, é distinta daquela conduzida para a descoberta científica e é particularmente importante quando permite ao estudante diferentes e concomitantes formas de percepção qualitativa e quantitativa, de manuseio, observação, confronto, dúvida e de construção conceitual. A experimentação permite ainda ao aluno a tomada de dados significativos, com a qual possa verificar ou propor hipóteses explicativas e, preferencialmente, fazer previsões sobre outras experiências não realizadas.

As ciências e as tecnologias, assim como seu aprendizado, podem fazer uso de uma grande variedade de linguagens e recursos, de meios e de formas de expressão, a exemplo dos mais tradicionais, os textos e as aulas expositivas em sala de aula. Os textos nem sempre são essenciais, mas podem ser utilizados com vantagem, uma vez verificada sua adequação, como introdução ao estudo de um dado conteúdo, síntese do conteúdo desenvolvido ou leitura complementar. Um texto apresenta concepções filosóficas, visões de mundo, e deve-se estimular o aluno a ler além das palavras, aprender, avaliar e mesmo se contrapor ao que lê. A leitura de um texto deve ser sempre um dos recursos e não o essencial da aula. Assim, cabe ao professor problematizar o texto e oferecer novas informações que caminhem para a compreensão do conceito pretendido.

Quanto à aula expositiva, segundo os PCNEM, é só um dos muitos meios e deve ser o momento do diálogo, do exercício da criatividade e do trabalho coletivo de elaboração do conhecimento. Através dessa técnica podemos, por exemplo, fornecer informações preparatórias para um debate, jogo ou outra atividade em classe, análise e interpretação dos dados coletados nos estudo do meio e laboratório.

Aulas e livros, contudo, em nenhuma hipótese resumem a enorme diversidade de recursos didáticos, meios e estratégias que podem ser utilizados no ensino da Matemática. O uso dessa diversidade é de fundamental importância para o aprendizado porque tabelas, gráficos, desenhos, fotos, vídeos, câmeras, computadores e outros equipamentos não são só meios. Dominar seu manuseio é também um dos objetivos do próprio ensino das Ciências, Matemática e suas Tecnologias. Determinados aspectos exigem imagens e, mais vantajosamente, imagens dinâmicas; outros necessitam de cálculos ou de tabelas de gráfico; outros podem demandar expressões analíticas, sendo sempre vantajosa a redundância de meios para garantir confiabilidade de registro e, ou, reforço no aprendizado.

De acordo com os PCNEM, a própria avaliação deve ser também tratada como estratégia de ensino, de promoção do aprendizado da Matemática. A avaliação pode assumir um caráter eminentemente formativo, favorecedor do progresso pessoal e da autonomia do aluno, integrada ao processo ensino-aprendizagem, para permitir ao aluno consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e permitir ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica.

A compreensão da relação entre o aprendizado científico, matemático e das tecnologias e as questões de alcance social são, segundo os PCNEM, a um só tempo meio para o ensino e objetivo da educação. Isso pode ser desenvolvido em atividades como os projetos coletivos – que envolvem turmas de alunos em projetos de produção e de difusão do conhecimento, em torno de temas amplos geralmente interdisciplinares –, ou se analisando historicamente o processo de desenvolvimento das Ciências e da Matemática. Nessa medida, a história das Ciências é um importante recurso. A importância da história das Ciências e da Matemática, contudo, tem uma relevância para o aprendizado que transcende a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos.

Os PCNEM afirmam também que a confluência entre os meios utilizados para o aprendizado e os objetivos pretendidos para a educação deve ser observada com especial atenção, e que isso deve ser cultivado no projeto pedagógico de cada escola. Nesse sentido, eles afirmam que

> Quando, por exemplo, são propostas atividades coletivas, de cooperação entre estudantes e de elaboração de projetos conjuntos, quer se tornar o aprendizado das Ciências e da Matemática mais eficaz, mas, ao mesmo tempo, quer se promover o

> aprendizado do trabalho coletivo e cooperativo, como competência humana. Aliás, são absolutamente raros os trabalhos demandados na vida real que não exijam precisamente atividades conjuntas e cooperativas (BRASIL1, 2000, p. 54).

É importante ressaltar que nos PCNEM não há a pretensão de se esgotar a lista dos elementos pedagógicos, e que cada um desses elementos descritos pode ser visto como meio e fim, como processo e como produto da educação, devendo ser promovido, portanto, com o cuidado de se estar lidando com algo necessário, não como eventual expediente de que se lança mão, na falta de outro.

Concluindo as considerações sobre meios da educação, os PCNEM declaram que é justo se acrescentarem alguns ingredientes frequentemente esquecidos, quando se fala do ensino das Ciências, da Matemática e suas Tecnologias, que são o apreço pela cultura e a alegria do aprendizado. Afirmam também que quando a escola promove uma condição de aprendizado em que há entusiasmo nos fazeres, paixão nos desafios, cooperação entre os partícipes, ética nos procedimentos, ela está construindo a cidadania em sua prática, dando as condições para a formação dos valores humanos fundamentais, que são centrais entre os objetivos da educação.

Até este ponto do trabalho, apresentamos as propostas nacionais para o ensino da Matemática Financeira. No entanto, conforme previsto no artigo 26 da LDB, *os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum,* ***a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.*** (Grifo nosso).

Portanto, na próxima seção, apresentaremos a proposta curricular do Estado de Minas Gerais, especialmente para o ensino dos conteúdos de Matemática Financeira.

Vale ressaltar que a organização curricular a ser implementada nos cursos de Ensino Médio das unidades de ensino integrantes do Projeto Escolas-Referência de Minas Gerais foi instituída e regulamentada, através da Resolução da Secretaria de Estado de Educação - SEE Nº 833, de 24 de Novembro de 2006, com base nos Conteúdos Básicos Curriculares - CBC definidos pela Resolução SEE nº 666/2005.

A MATEMÁTICA FINANCEIRA NO CBC

Na proposta curricular da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais para o Ensino Médio, o conteúdo Matemática Financeira aparece em dois dos vinte e cinco temas propostos no Conteúdo Básico Comum (CBC). Um destes temas faz parte dos tópicos para formação básica, devendo ser abordado no primeiro ano do Ensino Médio com o objetivo de desenvolver as seguintes habilidades:

- Resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem.
- Resolver problemas que envolvam o conceito de juros simples ou compostos.
- Resolver situações-problema que envolvam o cálculo de prestações em financiamentos com um número pequeno de parcelas (MINAS GERAIS1, 2007, p.47).

Para a abordagem deste tema são sugeridas as seguintes atividades:

- Comparar questões que envolvam juros simples ou compostos e problemas simples de matemática financeira. Exemplos: cobrança de juros de mora – juros simples – (devido ao atraso em uma prestação); cálculo do rendimento de poupança – juros compostos.
- Relacionar o cálculo de prestações em financiamentos com a função exponencial e a progressão geométrica.
- Fazer estimativas e cálculos dos juros cobrados em financiamentos; comparar formas de pagamento na compra de um bem e emitir juízo sobre a forma mais vantajosa de pagamento (MINAS GERAIS1, 2007, p.70).

O outro tema de Matemática Financeira listado no CBC faz parte dos tópicos complementares sugeridos para serem abordados no terceiro ano, que é então considerado, ano da complementação de formação. O objetivo desse tema é desenvolver as habilidades seguintes:

- Comparar rendimentos em diversos tipos de aplicações financeiras.
- Comparar e emitir juízo sobre diversas opções de financiamento (MINAS GERAIS1, 2007, p.58).

Para o desenvolvimento dessas habilidades, são sugeridas no CBC as seguintes atividades:

- Fazer estimativas de dívidas de rendimentos em diversas situações de juros.
- Buscar revistas, jornais ou lojas com anúncios de venda de bens como computadores, televisores etc.; para que os alunos calculem a taxa mensal de juros cobrada, ou para que calculem os valores das prestações.
- Utilização de calculadoras ou de computadores para elaborar planilhas de amortização. Seria também interessante que os alunos elaborassem planilhas eletrônicas (MINAS GERAIS1, 2007, p.76).

No Centro de Referência Virtual do Professor da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais as orientações pedagógicas para o tema Matemática Financeira apresentam as seguintes sugestões de “como ensinar”:

- Pode-se partir de um problema motivador, por exemplo, o financiamento de um computador anunciado em jornal, revista, ou em anúncios avulsos. Destacar os termos relativos à matemática financeira.
- Introduzir os conceitos de juros e de taxa de juros.
- Dar ênfase ao método utilizado para equacionar o problema dado, para que o aluno adquira as habilidades básicas esperadas para esse tópico.
- Nesse momento o mais relevante são os conceitos, as ferramentas e a terminologia. Assim, o uso da calculadora ou computadores é recomendável na execução de atividades.
- Calcular as prestações em um financiamento com prestações fixas.
- É interessante a utilização de diagramas com o objetivo de tornar o equacionamento mais claro.
- Fazer estimativas dos juros cobrados em um financiamento anunciado.
- Retornar ao problema motivador (MINAS GERAIS2, 2008).

Apresentaremos no capítulo a seguir, os conteúdos de Matemática Financeira cuja abordagem acreditamos ser fundamental para que as habilidades aqui mencionadas sejam desenvolvidas nos alunos.

CAPÍTULO III

CONTEÚDO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira utiliza uma série de conceitos matemáticos aplicados à análise de dados financeiros em geral. É uma área da Matemática especialmente prática, pois é aplicada em situações particulares e objetivas.

Atualmente, qualquer transação comercial demanda, de quem a faz, certos conhecimentos de alguns conceitos específicos dessa área da Matemática. A simples decisão de comprar um bem a prazo ou à vista envolve conhecimentos financeiros: no caso de se dispor do dinheiro e ele estar aplicado, precisaremos comparar os juros cobrados pela loja e os oferecidos pelo banco.

Porcentagem, juros, montante, taxa de juros, capital, inflação, capitalização, amortização. Estes são alguns dentre os muitos conceitos específicos de Matemática Financeira.

Neste capítulo, apresentaremos os conteúdos de Matemática Financeira cujo domínio é essencial para que o aluno demonstre as habilidades básicas indicadas nas propostas curriculares para o Ensino Médio, analisadas no capítulo anterior. Estes conteúdos foram trabalhados com alunos do Ensino Médio na pesquisa que será apresentada no quinto capítulo deste trabalho.

Para o desenvolvimento do mesmo, utilizamos as seguintes referências bibliográficas: Morgado (1993), Iezzi (2004), Lima et al. (2006), Fugita (2009), Dante (2010), Iezzi (2010), Sá (2011) e Nasser (2012). Utilizamos também, informações disponíveis em http://noticias.bol.uol.com.br/economia/2009/02/02/juros-confira-formas-de-caacutelculo-mais-usadas-e-em-que-operaccedilotildees-incidem.jhtm.

Iniciaremos este estudo com a apresentação do conceito “porcentagem”.

PORCENTAGEM

O estudo do conceito de porcentagem é, sem dúvida, muito importante para os alunos, pois esse tópico da Matemática, como podemos perceber através dos meios de comunicação ou simplesmente andando nas ruas, é constantemente utilizado no dia a dia das pessoas.

O termo "porcentagem" deriva da expressão "por cento", do latim *per-centum*, que significa "um em cem" ou "divisão por cem" e, geralmente, é representado pelo símbolo %.

Assim, pode-se dizer que o termo "porcentagem" contém a ideia de relação com o número 100; 3%, por exemplo, indica $\frac{3}{100}$ ou 3 em relação a 100.

Existem inúmeras situações cotidianas em que é utilizado o cálculo da porcentagem de um valor: o desconto dado em uma promoção, o reajuste[3] do valor de um empréstimo financeiro, etc.

De maneira geral, podemos dizer que "porcentagem" é uma forma usada para indicar uma fração de denominador 100 ou qualquer representação equivalente a ela. Veja os exemplos:

1) 50% é o mesmo que $\frac{50}{100}$ ou $\frac{1}{2}$ ou $0{,}50$ ou $0{,}5$ (metade)

2) 75% é o mesmo que $\frac{75}{100}$ ou $\frac{3}{4}$ ou $0{,}75$

3) 9% é o mesmo que $\frac{9}{100}$ ou $0{,}09$

4) $0{,}4$ é o mesmo que $0{,}40$ ou $\frac{40}{100}$ ou 40%

5) $\frac{6}{40}$ é o mesmo que $\frac{3}{20}$ ou $\frac{15}{100}$ ou 15%

6) 8 pessoas em um grupo de 10 correspondem a $\frac{8}{10}$ ou $\frac{80}{100}$ ou 80% do grupo.

7) Num total de R$ 300,00, a quantia de R$ 21,00 equivale a $\frac{21}{300}$ ou $\frac{7}{100}$ ou 7% do total.

[3] *Em geral, o termo "reajustar" indica um aumento do preço, do salário, etc.(*FUGITA, 2009, p. 263).

Observe a seguinte situação-problema:

Uma mercadoria custava R$ 90,00 e seu preço foi reajustado (*aumentado*) em 5%. Se ao novo preço for dado um *desconto* de 5%, ela voltará a custar R$ 90,00?

As pessoas menos educadas matematicamente podem supor que a resposta à situação acima é afirmativa, o que não é verdade.

A seguir apresentaremos como é possível obter-se o valor final de uma mercadoria após a aplicação de aumentos e, ou, descontos sucessivos sobre o mesmo.

AUMENTOS SUCESSIVOS E DESCONTOS SUCESSIVOS

Para determinar o preço de um produto após um desconto ou um aumento percentual, pode-se proceder de, pelo menos, dois modos. Um deles consiste em calcular o valor do aumento ou do desconto e, em seguida, o preço final. O outro em encontrar a relação percentual entre o preço final e o preço inicial e, depois, calcular o preço final. Por exemplo, se uma mercadoria custa R$ 25,00 e sofre um aumento de 20%, pode-se determinar o novo preço como mostrado a seguir.

- 1º modo:

Calculam-se 20% de 25 reais para determinar o valor do aumento.

$$\frac{20}{100} \cdot 25 = \frac{500}{100} = 5$$

Ou seja, R$ 5,00 de aumento.

Em seguida, efetua-se uma adição entre o preço inicial e o valor do aumento para obter o preço final. Assim, o preço mercadoria após o aumento é 25 + 5 = 30.

Logo, o preço do produto após o aumento é R$ 30,00.

- 2º modo:

Determina-se a relação percentual entre o preço final e o preço inicial. Nesse caso, observe que o preço final equivale a 120% do preço inicial, pois 100% representa o preço inicial da mercadoria, e 20% a taxa percentual de aumento.

Desse modo, basta calcular 120% de 25 reais para determinar o preço final desse produto:

$$\frac{120}{100} \cdot 25 = 1{,}20 \cdot 25 = 30$$

Logo, o preço do produto após o aumento é R$ 30,00.

Sejam, V_f,V_i e i, respectivamente, o valor final de um produto após um desconto ou um aumento, o valor inicial desse produto e a taxa percentual de desconto ou aumento. É possível, então, estabelecer a relação a seguir.

$$V_f = (1 \pm i) \cdot V_i$$

Nessa fórmula, o valor 1 refere-se aos $100\% = \frac{100}{100} = 1$ do valor inicial. Para a taxa percentual, usa-se o sinal negativo no caso de desconto, e o sinal positivo no caso de aumento. Veja os exemplos:

1) Um produto custa R$ 80,00. Seu preço, então, após um desconto de 30%, é $V_f = (1 - 0{,}30) \cdot 80 = 56$, ou seja, R$ 56,00.
2) Uma dívida de R$ 350,00 é reajustada em 9,5%; então, o valor dessa dívida após o reajuste é $V_f = (1 + 0{,}095) \cdot 350 = 385{,}25$, isto é, R$ 385,25.

Em algumas situações podem ocorrer descontos ou aumentos percentuais de forma sucessiva, como no problema a seguir.

O preço médio do litro do álcool, em um período de entressafra, era R$ 2,00. Após alguns meses, esse preço sofreu dois descontos sucessivos: um de 10%, e outro de 5%. Em seguida, houve um aumento de 2%. Para calcular o preço médio final do litro do álcool, pode–se proceder da seguinte maneira:

$$V_f = \underbrace{(1 - 0{,}10)}_{\text{desconto de 10\%}} \cdot \underbrace{(1 - 0{,}05)}_{\text{desconto de 5\%}} \cdot \underbrace{(1 + 0{,}02)}_{\text{aumento de 2\%}} \cdot \underbrace{2}_{\text{valor inicial}} \cong 1{,}74$$

Portanto, o preço final do litro do álcool é R$ 1,74.

De modo geral, quando um valor inicial (V_i) sofre variações percentuais sucessivas ($i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$), pode-se obter outra relação com o valor final (V_f):

$$V_f = (1 \pm i_1) \cdot (1 \pm i_2) \cdot (1 \pm i_3) \cdot \dots \cdot (1 \pm i_n) \cdot V_i$$

O objeto de estudo da próxima seção será a aplicação de alguns dos conceitos específicos de Matemática Financeira. Este estudo é fundamental para o desenvolvimento das seções seguintes.

CAPITAL, JUROS, TAXA DE JUROS E MONTANTE

Fundamentalmente, a Matemática Financeira estuda os procedimentos utilizados em pagamentos de empréstimos, bem como os métodos de análise de investimentos em geral.

Quando uma pessoa empresta a outra um valor monetário, durante um certo tempo, essa quantia é chamada de *capital* (ou *principal*, ou *valor inicial*) e é indicada por C (ou por V_i). O valor que o emprestador cobra pelo uso do dinheiro, ou o valor pago pelo tomador do empréstimo é chamado de *juros* e indicado por J.

A *taxa de juros*, indicada por i (do inglês *interest*, que significa juros), é expressa como porcentagem do capital. Ela representa os juros numa certa unidade de tempo, normalmente indicada da seguinte forma: ao dia (a.d.), ao mês (a.m.), ao ano (a.a.), etc. Assim, por exemplo, se o capital emprestado é R$ 8.000,00 e a taxa, 1,5% ao mês, os juros pagos no mês serão iguais a 1,5% sobre R$ 8.000,00, que equivale a $0{,}015 \cdot 8.000$ e, portanto, igual a R$ 120,00. De modo geral, os juros no período são iguais ao produto do capital pela taxa, isto é:

$$J = C \cdot i \quad \text{(juros no período da taxa)}$$

Se o pagamento do empréstimo for feito numa única parcela, ao final do prazo do empréstimo, o tomador pagará a soma do capital emprestado com o juro, cuja quantia é chamada de *montante* (ou *valor final*) e indicaremos por M (ou V_f).

No caso do empréstimo de R$ 8.000,00, durante 1 mês, à taxa de 1,5% ao mês, o montante será igual a R$ 8.120,00. De modo geral, pela definição de montante, teremos:

$$M = C + J$$

As operações de empréstimo são feitas geralmente por intermédio de um banco que, de um lado, capta dinheiro de interessados em aplicar seus recursos e, de outro, empresta esse dinheiro aos tomadores interessados no empréstimo. A captação é feita sob várias formas como as cadernetas de poupança e certificados de depósito bancário (cada aplicação recebe uma taxa de acordo com o prazo e os riscos envolvidos). Os tomadores também podem obter financiamento sob diversas maneiras, e as taxas cobradas dependem do prazo do empréstimo, dos custos do capital para o banco e do risco de não pagamento por parte do tomador.

Veremos a seguir as formas como a taxa de juros pode incidir sobre o capital em vários períodos de tempo, chamadas de regimes de capitalização.

REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

Se um capital é aplicado a uma certa taxa por período, por vários intervalos ou períodos de tempo, o valor do montante pode ser calculado segundo duas convenções de cálculo, chamadas de *regimes de capitalização*: *capitalização simples* (ou juros simples) e *capitalização composta* (ou juros compostos).

Esses regimes de capitalização serão detalhados a seguir.

1. Regime de capitalização simples

De acordo com esse regime, os juros gerados em cada período são sempre os mesmos e são dados pelo produto do capital pela taxa. Os juros são pagos somente no final da aplicação. Veja o exemplo:

Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado a juros simples durante 4 anos à taxa de 20% a.a. Vamos calcular os juros gerados em cada período e o montante após o período de aplicação.

Os juros gerados:

- no 1º ano são $5.000 \cdot 0{,}20 = 1.000$
- no 2º ano são $5.000 \cdot 0{,}20 = 1.000$
- no 3º ano são $5.000 \cdot 0{,}20 = 1.000$
- no 4º ano são $5.000 \cdot 0{,}20 = 1.000$

No cálculo dos juros de cada ano, a taxa incide apenas sobre o capital inicial. Assim, o montante após 4 anos vale R$ 9.000,00.

2. Regime de capitalização composta

Nesse regime, os juros do 1º período correspondem ao produto do capital pela taxa; esses juros são adicionados ao capital, gerando o montante M_1 após um período.

Os juros do 2º período são obtidos multiplicando-se a taxa pelo montante M_1; esses juros são adicionados a M_1, gerando o montante M_2 após dois períodos.

Os juros do 3º período são obtidos multiplicando-se a taxa pelo montante M_2; esses juros são adicionados a M_2, gerando o montante M_3 após três períodos.

Dessa forma, os juros em cada período são iguais ao montante do início do período multiplicado pela taxa, e esses juros são adicionados ao montante do início do período, gerando o montante do final do período. Veja um exemplo:

Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado a juros compostos durante 4 anos à taxa de 20% a.a. Vamos calcular os juros e o montante para cada período.

Os juros do 1º ano são $5.000 \cdot 0{,}20 = 1.000$, e o montante após 1 ano é $M_1 = 6.000$.

Os juros do 2º ano são $6.000 \cdot 0{,}20 = 1.200$, e o montante após 2 anos é $M_2 = 7.200$.

Os juros do 3º ano são $7.200 \cdot 0{,}20 = 1.440$, e o montante após 3 anos é $M_3 = 8.640$.

Os juros do 4º ano são $8.640 \cdot 0{,}20 = 1.728$, e o montante após 4 anos é $M_4 = 10.368$.

No Brasil, o regime de juros compostos é o mais utilizado em operações tradicionais, embora haja também a utilização dos juros simples. Entretanto, quando a operação não tiver uma prática tradicional (ou seja, operações consagradas, tais como cheque especial, crédito direto ao consumidor, desconto de títulos, etc.), o que prevalece é o regime acordado entre o tomador e o emprestador.

O objetivo da próxima seção é descrever como é efetuado o cálculo dos juros simples numa aplicação após um determinado período de tempo. Apresentaremos também o cálculo do montante nessa modalidade de juro.

JUROS SIMPLES

Consideremos um capital C aplicado a juros simples, a uma taxa i por período e durante n períodos de tempo. Os juros no 1º período são iguais a $C \cdot i$ e, de acordo com a definição de capitalização simples, em cada um dos períodos os juros são iguais a $C \cdot i$.

Assim, os juros simples da aplicação serão iguais à soma de n parcelas iguais a $C \cdot i$, ou seja:

$$J = C \cdot i + C \cdot i + C \cdot i + \ldots + C \cdot i$$

E, portanto,

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Os juros simples são resultado do produto do capital pela taxa e pelo prazo da aplicação. Observemos que nessa fórmula o prazo n deve estar expresso na mesma unidade de i, isto é, se a taxa i for definida em meses, o prazo n virá também em meses. Além disso, embora a fórmula tenha sido deduzida para n inteiro, ela é estendida também para qualquer prazo fracionário, por exemplo, $\frac{1}{2}$ ano, $\frac{5}{12}$ de ano.

É possível relacionar o capital, o tempo, os juros, a taxa de juros e o montante no regime de juros simples.

Para o cálculo do montante e dos juros simples, conforme vimos anteriormente, têm-se as respectivas relações

$$M = C + J \quad \text{e} \quad J = C \cdot i \cdot n$$

Daí, substituindo a segunda relação na primeira, podemos concluir que

$$M = C + C \cdot i \cdot n \quad \text{ou} \quad M = C(1 + i \cdot n)$$

Vejamos agora um exemplo de aplicação dos juros simples.

Um estudante contraiu um dívida de R$ 2.000,00 a ser paga em regime de juros simples após 2 anos e meio. Quando, ao fim desse prazo, o estudante tentou quitar a dívida com um pagamento de R$ 3.000,00, o credor recordou-se de que a taxa mensal combinada fora de 2,4% a. m. Entretanto, aceitou o pagamento, permitindo que a quantia faltante fosse paga, por inteiro, 60 dias mais tarde, porém sem cobrança de juros. Calcule o prejuízo de credor.

Resolução

Com base nas informações do enunciado do problema, podemos escrever

$C = 2.000$ (valor inicial)

$$i = 2{,}4\%\, a.m. = 0{,}024\, a.m.$$

$$n = 30\, meses$$

Assim, obtemos o montante

$$M = 2.000\,(1 + 0{,}024 \cdot 30) = 3.440$$

Como o estudante quitou R$ 3.000,00, o valor da dívida passou para

$$3.440 - 3.000 = 440$$

Se o credor cobrasse os juros devidos sobre essa quantia faltante, o estudante deveria pagar além dos R$ 440,00 o valor seguinte:

$$J = 440 \cdot 0{,}024 \cdot 2 = 21{,}12$$

Logo, o prejuízo do credor foi de R$ 21,12.

É importante observar que nos juros simples existe proporcionalidade entre taxa e tempo, ou seja, os juros são lineares. Dessa forma, nas questões relativas a juros simples, poderemos também aplicar proporções ou a conhecida “Regra de três”. Veja o exemplo a seguir.

Qual a taxa mensal de juros simples que, em uma aplicação de 8 meses, elevou um capital de R$ 3.000, 00 para R$ 3.780,00?

Solução

Observe que a elevação foi de R$ 780.

Aplicando a “Regra de três”, obtemos

3.000	100%
780	x%

$$x = \frac{780 \cdot 100}{3.000} = 26$$

Logo, a taxa mensal de juros é de 26%.

Neste ponto, vale ressaltar, que raramente encontramos uso para o regime de juros simples: é o caso das operações de curtíssimo prazo, do processo de desconto simples de duplicatas e do cálculo de juros de mora[4].

Por sua vez, conforme explicação do professor de Matemática Financeira e vice-presidente da OEB (Ordem dos Economistas do Brasil), José Dutra Sobrinho, os juros compostos são usados em todas as operações de aplicação de recursos, como na caderneta de poupança, fundos de investimento, títulos públicos federais, dentre outros. Além disso, em empréstimos para empresas e pessoas físicas.

O consultor financeiro Cláudio Boriola define essa forma de cálculo da seguinte maneira: é uma forma de adicionar juros, em cada parcela mensal, adicionada sempre à maior, para cálculo dos juros devidos, no período subsequente. Resumindo, é a cobrança de juros sobre juros. Essa modalidade de juro será estudada na próxima seção.

JUROS COMPOSTOS

Consideremos um capital *C* aplicado a juros compostos, a uma taxa *i* por período e durante *n* períodos de tempo. Calculando o montante dessa aplicação, obtemos:

- Montante após 1 período:

$$M_1 = C + C \cdot i = C(1+i)$$

- Montante após 2 períodos:

$$M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1(1+i) = C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2$$

- Montante após 3 períodos:

$$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2(1+i) = C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3$$

...

- Montante após *n* períodos:

$$M_n = M_{n-1} + M_{n-1} \cdot i = M_{n-1}(1+i) = C(1+i)^{n-1}(1+i) = C(1+i)^n$$

Em resumo:

$$M_n = C(1+i)^n$$

[4] Os juros de mora são aplicados em razão do cumprimento defeituoso da obrigação quanto ao tempo, lugar ou forma previamente convencionados.

A fórmula acima é indicada habitualmente sem o índice, escrevendo-se simplesmente:

$$M = C(1+i)^n$$

Vale destacar que a fórmula acima pode ser estendida para qualquer valor real não negativo. Além disso, o valor de *n* deve ser expresso de acordo com a unidade de tempo da taxa. Por exemplo, se a taxa for mensal, *n* deve ser expresso em meses, se a taxa for anual, *n* deve ser expresso em anos.

Vejamos um exemplo de situação prática que envolve os juros compostos.

Depois de um ano de trabalho duro e muita economia, Miguel juntou R$ 800,00 e abriu uma caderneta de poupança para seu filho, como presente pelo 10º aniversário do menino.

Vamos supor que o rendimento dessa caderneta de poupança seja de 0,8% ao mês e que não será feita nenhuma retirada de dinheiro nem depósito nos próximos anos.

Quando o filho de Miguel completar 18 anos, que valor ele terá disponível em sua caderneta, considerando que a taxa de 0,8% ao mês não será alterada nesse período?

Resolução

No enunciado da situação-problema, temos as seguintes informações:

$C = 800$

$i = 0{,}8\%\ a.m. = 0{,}008\ a.m.$

$n = 8\ anos = 96\ meses$

Usando a fórmula do montante deduzida anteriormente e uma calculadora, obtemos:

$$M = C(1+i)^n = 800(1+0{,}008)^{96} = 800(1{,}008)^{96} \cong 1.719{,}10$$

Logo, o filho de Miguel terá disponível em sua caderneta, aproximadamente, R$ 1.719,10.

Existem situações que envolvem o conceito de juros compostos nas quais precisamos escolher entre uma e outra forma de pagamento.

Segundo SÁ (2011), *um dos problemas mais comuns que encontramos em nosso dia a dia refere-se à decisão de comprar à vista ou a prazo uma determinada mercadoria. Somos sempre tentados pela propaganda, com promoções do tipo "20% de desconto à vista ou em três vezes sem acréscimo"*.

Para decidir qual é a opção mais vantajosa do ponto de vista financeiro, temos que equiparar os valores numa mesma época. Essa equiparação entre capitais é o tema de estudo da próxima seção.

EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

É importante perceber que o valor de uma quantia depende da época à qual ela está referida. Se eu consigo fazer com que meu dinheiro renda 10% ao mês, ou seja, se o dinheiro vale para mim 10% ao mês, é-me indiferente pagar agora R$ 100,00 ou pagar R$ 110,00 daqui a um mês. É mais vantajoso pagar R$ 105,00 daqui a um mês do que pagar R$ 100,00 agora. É mais vantajoso pagar R$ 100,00 agora do que R$ 120,00 daqui a um mês.

No fundo, só há um único problema de Matemática Financeira: deslocar quantias no tempo.

Outro modo de ler a fórmula $M = C(1+i)^n$, é que uma quantia, hoje igual a C, transformar-se-á, depois de *n* períodos de tempo, em uma quantia igual a $C(1+i)^n$. Isto é, uma quantia, cujo *valor atual* é *A*, equivalerá no *futuro*, depois de *n* períodos de tempo, a $F = A(1+i)^n$.

Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais:

Para obter o valor futuro, basta multiplicar o atual por $(1+i)^n$.

Para obter o valor atual, basta dividir o futuro por $(1+i)^n$.

O exemplo a seguir é, pode-se dizer, um resumo de todos os problemas de Matemática Financeira.

Pedro tomou um empréstimo de 300 reais, a juros de 15% ao mês. Dois meses após, Pedro pagou 150 reais e, um mês após esse pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual é o valor desse último pagamento?

Solução: Os esquemas de pagamento abaixo são equivalentes. Logo, 300 reais, na data 0, têm o mesmo valor de 150 reais dois meses após, mais um pagamento igual a *P*, na data 3.

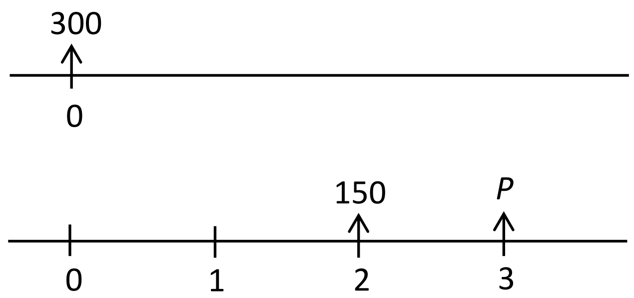


Figura 1 – Esquemas de pagamentos equivalentes

Igualando os valores, na mesma época (0, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos

$$300 = \frac{150}{(1+0{,}15)^2} + \frac{P}{(1+0{,}15)^3}$$

Daí, $P = 283{,}76$. O último pagamento foi de R\$ $283{,}76$.

Muitas vezes, o consumidor, ao comprar um determinado produto, tem que se decidir pela compra à vista ou a prazo.

Para algumas pessoas é muito difícil desembolsar o valor total do produto na compra, restando, assim, a opção da compra parcelada. Essa prática é frequente especialmente em compras de eletrodomésticos, eletroeletrônicos, móveis, automóveis, imóveis, etc. Em geral, a compra parcelada contém juros em suas prestações.

Em outras situações, entretanto, o consumidor dispõe de recursos para pagamento à vista. Qual é a melhor opção de pagamento nesse caso?

Vamos considerar o seguinte problema:

Uma agência de turismo no Rio de Janeiro vende pacotes para Salvador por R$ 800,00 à vista ou em 4 parcelas mensais de R$ 210,00 cada uma, sendo a primeira um mês após a compra.

Ao longo do ano, Márcia conseguiu fazer uma reserva de dinheiro que lhe permite pagar a viagem à vista. Ela pode, alternativamente, colocar esse dinheiro na caderneta de poupança, no ato da compra, recebendo juros mensais de 0,7% ao mês, cumulativamente. Como ela deverá proceder? Ou seja, do ponto de vista financeiro, qual é a melhor opção de pagamento para Márcia?

Solução: Os esquemas de pagamento abaixo são equivalentes. Logo, 800 reais, na data 0, têm o mesmo valor de quatro pagamentos iguais a 210 reais, nas datas 1, 2, 3 e 4.

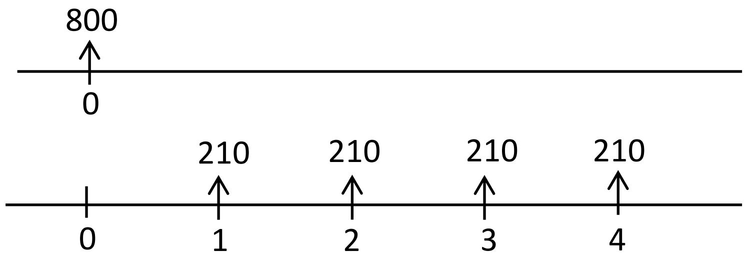


Figura 2 – Esquemas de pagamento equivalentes

Comparando os valores, na mesma época (4, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos

Na opção de pagamento à vista,

$$800(1{,}007)^4 = 822{,}64$$

Na opção de pagamento parcelado,

$$B = 210 + 210(1{,}007) + 210(1{,}007)^2 + 210(1{,}007)^3 = 848{,}86$$

Observe que, se Márcia optar pelo pagamento parcelado, ela terá que desembolsar R$ 26,22 (= R$ 848,86 – R$ 822,64) a mais do que na opção de pagamento à vista.

Desse modo, a opção mais vantajosa para Márcia, do ponto de vista financeiro, é comprar à vista.

Vale destacar, por fim, que muitas vezes o valor total a ser desembolsado em uma compra a prazo coincide com o valor à vista. *Imagine que a agência vendesse o pacote por R$ 800,00 à vista ou em 4 prestações mensais iguais de R$ 200,00 (*$4 \cdot 200 = 800$*), sendo a primeira no ato da compra. Qual seria a opção mais vantajosa, do ponto de vista financeiro?*

Solução: Nesse caso, teríamos os esquemas equivalentes de pagamento abaixo. Logo, 800 reais, na data 0, têm o mesmo valor de quatro pagamentos iguais a 200 reais, nas datas 0, 1, 2 e 3.

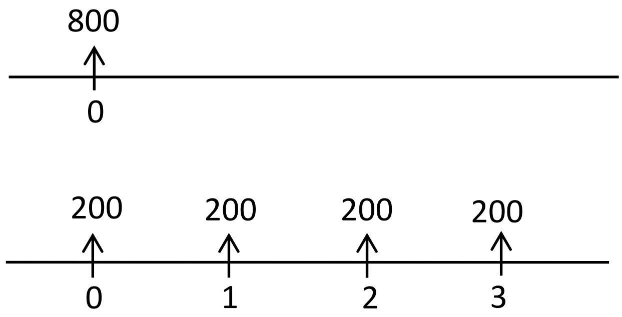


Figura 3 – Esquemas de pagamento equivalentes

Comparando os valores, na mesma época (3, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos

Na opção de pagamento à vista,

$$800(1{,}007)^3 = 816{,}92$$

Na opção de pagamento parcelado,

$$200 + 200(1{,}007) + 200(1{,}007)^2 + 200(1{,}007)^3 = 808{,}44$$

Perceba que, nesse caso, se Márcia optar pelo pagamento parcelado, ela estará economizando R$ 8,48 (= R$816,92 - R$808,44) em relação à opção de pagamento à vista.

Desse modo, a opção mais vantajosa para Márcia, do ponto de vista financeiro, é pagar parcelado.

No próximo capítulo, faremos uma análise das propostas metodológicas para o ensino de Matemática Financeira, especialmente para o Ensino Médio, encontradas em alguns livros, dissertações e artigo.

Capítulo IV

Propostas Metodológicas para o Ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio

Segundo NOVAES (2009), *o tópico de matemática financeira tem sido alvo de algumas pesquisas na área de Educação Matemática, embora ainda haja poucos trabalhos enfocando estratégias de ensino e aprendizagem.*

Especialmente em relação ao Ensino Médio, encontramos as seguintes dissertações: ALMEIDA (2004), NASCIMENTO (2004), CÓSER FILHO (2008), HERMÍNIO (2008), SANTOS (2008), NOVAES (2009) e RADE (2010).

Neste capítulo, faremos uma análise das propostas de ensino do conteúdo Matemática Financeira no Ensino Médio presentes nas dissertações mencionadas anteriormente, nos livros didáticos DANTE (2010) e IEZZI et al. (2010), e no artigo de CECCATTO e FRANCISCO (2009). Apresentaremos também o resultado da investigação realizada por NASCIMENTO (2004) a respeito da formação dos alunos em relação a esse tema.

Inicialmente apresentaremos um descritivo de cada uma dessas propostas.

ALMEIDA (2004) acredita que uma proposta de trabalho não pode prender-se somente às aulas expositivas e às resoluções de listas de problemas de Matemática Financeira. Para desenvolvimento dos tópicos *porcentagem*, *juros simples* e *juros compostos*, a autora propõe o uso de reportagens de jornais com a intenção de promover discussões sobre alguns conceitos e termos matemáticos encontrados nelas; troca de problemas elaborados pelos alunos; resolução em grupo de problemas propostos e resolução individual de problemas.

CÓSER FILHO (2008) apresenta a proposta de trabalhar recursivamente, em Matemática Financeira, utilizando planilhas eletrônicas. Os tópicos desse conteúdo abordados em sua proposta foram os seguintes: juros compostos; sequências de depósitos, uniformes ou não; pagamento de dívidas, uniformes ou não, com e sem entrada, dentre outras variações.

Em HERMÍNIO (2008) encontramos uma proposta de trabalho dos seguintes tópicos: noção de porcentagem; conceitos de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante; juros simples; juros compostos; parcelamento.

Através da metodologia de ensino da Resolução de Problemas, esse autor busca tratar, de forma investigativa e construtiva, de algumas reflexões sociais relacionadas a, por exemplo, cidadania, ética, juros abusivos, entre outros, envolvendo os conceitos de Matemática Financeira.

NOVAES (2009) propõe uma abordagem visual para o ensino da Matemática Financeira, isto é, um modelo que utiliza a visualização das operações financeiras por meio do eixo das setas[5]. A autora acredita que este método é fértil por essência, pois dá autonomia ao aluno, possibilitando a diversidade de resolução de um mesmo problema, auxiliando e estimulando o aluno na criação de sua própria técnica, permitindo que o pensamento aconteça livremente, eliminando fórmulas e regras sem sentido.

Em sua pesquisa, esta autora elaborou uma sequência de aulas organizada em cinco sessões: porcentagem, juros simples, fator de aumento e fator de desconto, juros compostos e o valor do dinheiro no tempo (equivalência de capitais).

A abordagem visual proposta por NOVAES (2009) foi criada pelo professor Augusto César Morgado. No entanto, diferentemente de Morgado, ela utiliza o mesmo diagrama para representar duas situações diferentes e, além disso, propõe outra situação, não explorada pelo professor Morgado, que é a de uma quantia aplicada na data zero, com uma retirada na data dois e outra retirada na data três.

Apoiando-se em ideias sobre jogos e conhecimento de Jean Piaget, Lev Vigotsky, John Huizinga, dentre outros, RADE (2010) investigou como ocorre a aprendizagem utilizando jogos como um recurso didático nas aulas de Matemática Financeira no ensino médio. Para isso, o professor-pesquisador criou os seguintes jogos: “Dominó”, “Corrida Matemática”, “Jogo do Ônibus” e “Mastermática”; e aplicou-os aos alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola pública de Gravataí, no Rio Grande do Sul. Com base nos resultados da pesquisa, Rade afirma que os jogos podem contribuir como um poderoso recurso nas aulas de Matemática.

As atividades desenvolvidas por esse autor através dos jogos abordaram os seguintes conteúdos de Matemática Financeira: porcentagem, acréscimos e descontos sucessivos, juros simples e juros compostos.

[5] O eixo das setas é um diagrama composto por um eixo horizontal que funciona como uma escala de tempo, e setas verticais posicionadas sobre datas, indicando os valores em cada data (NASSER, 2012, p. 21). Utilizamos este recurso para a resolução dos dois exemplos apresentados na seção Equivalência de Capitais do capítulo anterior.

SANTOS (2008) apresenta uma proposta de contextualização dos conteúdos de Matemática Financeira ao desenvolver atividades que abordam esse conteúdo juntamente com Progressão Aritmética, Progressão Geométrica e Funções. Além disso, ele apresenta algumas atividades que utilizam a calculadora simples e outras que exploram o *software* CALC.

A ideia de trabalhar os conteúdos de maneira articulada entre si e não isoladamente está presente nos PCNEM (2000). Esse tipo de atividade que integra os eixos dos conteúdos é muito importante para que o aluno perceba a *unidade da Matemática*. Além disso, o uso dos recursos computacionais é de fundamental importância para o aprendizado porque tabelas, gráficos, computadores, calculadoras e outros equipamentos não são, segundo os PCNEM (2000), só meios. *Dominar seu manuseio é também um dos objetivos do próprio ensino das Ciências, Matemática e suas Tecnologias*.

Apresentaremos, a seguir, um descritivo das propostas de ensino presentes nos livros didáticos do ensino médio utilizados em todas as escolas públicas do município de Carangola-MG. São eles: IEZZI (2010) e DANTE (2010).

Com o título "Matemática Comercial e Financeira", o capítulo 11 de IEZZI (2010) trata do conceito de porcentagem, apresenta as modalidades de juros simples e compostos e estabelece a relação entre juros e funções. O capítulo contém dois textos sobre compras à vista ou a prazo e levanta questões como: vale a pena manter um recurso aplicado numa poupança (por exemplo) e fazer o pagamento parcelado, retirando-se, mensalmente, quantias dessa poupança, ou é preferível pagar à vista? Quais são os juros embutidos em um pagamento parcelado?

Esta obra apresenta ao professor as seguintes sugestões para abordagem do capítulo:

- Trazer para a sala de aula contas de consumo, jornais com encartes de supermercados, anúncios de planos de pagamento para aquisição de certo bem, etc.
- Integrar o capítulo com assuntos anteriores, como função afim (juros simples), função exponencial e logaritmos (juros compostos).
- Uso da calculadora em alguns casos e do cálculo mental em outros.

No Capítulo 10 de DANTE (2010), intitulado Matemática Financeira, o autor recorda algumas noções básicas sobre proporções, divisão de uma quantia em partes proporcionais e porcentagem. Em seguida, são introduzidos os conceitos de fator de atualização, aumentos e descontos, juros simples e compostos, representação gráfica dos juros simples e compostos (fazendo conexão com funções) e equivalência de capitais. No final do capítulo, na seção “A Matemática e as práticas sociais” é apresentado um texto sobre *O Sistema Financeiro Nacional*. Este texto traz informações a respeito de inflação, taxa Selic, Banco Central, entre outros. Após o texto, são propostas algumas questões, onde uma delas propõe a discussão a respeito da relação entre juros simples, função afim e progressão aritmética e entre juros compostos, função exponencial e progressão geométrica.

Além disso, o capítulo inclui uma seção de exercícios, intitulada “Tim-tim por Tim-tim”, em que são seguidas, em detalhes, diferentes fases de resolução de um problema; e Atividades adicionais, que reúnem questões de vestibulares de todas as regiões do país. No final do livro, encontram-se: Questões do Enem; Glossário; Sugestões de leituras complementares; Significado das siglas de vestibulares; Referências bibliográficas e Respostas.

De maneira geral, esta obra propõe ao professor:

- O uso dos seguintes recursos didáticos auxiliares: calculadora (em casos recomendados); livros paradidáticos; jornais, revistas e folhetos de propaganda; vídeos; computador; internet; jogos, divertimentos e quebra-cabeças;
- A formulação e resolução de problemas;
- A utilização da modelagem e da Etnomatemática.

No artigo de CECCATTO e FRANCISCO (2009) encontramos uma proposta para o ensino de Matemática Financeira que consiste em utilizar situações-problemas para desenvolver os conceitos de Matemática Financeira, estudos de série, progressões e funções procurando despertar a capacidade dos alunos em organizar dados, interpretá-los, construir tabelas e gráficos com os recursos da planilha eletrônica BrOffice.org Calc e do *software* Régua e Compasso.

Nesse trabalho, os autores apresentam os resultados da aplicação dessa proposta em duas turmas da segunda série do Ensino Médio de um colégio estadual da cidade de Rio Bonito do Iguaçu – PR. Com base nesses resultados, os autores concluíram que a abordagem através da resolução de problemas com a utilização das novas tecnologias pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de Matemática Financeira.

A seguir, realizaremos uma análise das propostas descritas anteriormente, buscando verificar se as suas abordagens contemplam as potencialidades e a importância do assunto, sua utilização para resolver situações problema que envolvam porcentagens, juros e taxa de juros, e as motivações históricas do desenvolvimento da Matemática Financeira para contextualizar o estudo dos diversos conceitos envolvidos no tema.

ANÁLISE DAS PROPOSTAS

Avaliamos positivamente duas atividades, entre outras, que foram propostas no trabalho de ALMEIDA (2004): uma delas com reportagens de jornais e a outra chamada “troca”. A atividade com reportagens de jornais gera reflexão e discussão a respeito, por exemplo, de termos que são tratados de forma superficial pela imprensa, tais como, alíquota, Imposto de Renda (IR), taxa por atraso, câmbio, desvalorização cambial. Já a atividade chamada “troca” possibilitou que os educandos criassem problemas envolvendo porcentagem e resolvessem os problemas criados por eles e pelos colegas de turma.

No entanto, de maneira geral, observamos que as atividades da proposta priorizaram a resolução de problemas envolvendo porcentagem, enquanto que, situações-problema envolvendo juros e taxa de juros foram pouco exploradas.

A proposta de CÓSER FILHO (2008) é muito interessante. Observamos que a construção da planilha possibilita que o aluno compreenda o papel dos juros, das parcelas, do pagamento ou não da entrada, entre outros. Possibilita que o aluno se qualifique para tomar decisões.

Além disso, ele utiliza a planilha eletrônica para resolver problemas que envolvem porcentagens, juros, taxa de juros, entre outros importantes conceitos do tema. Vale destacar que o trabalho apresenta uma grande quantidade de exercícios e aborda diversas situações de aplicação da Matemática Financeira.

Neste trabalho, o autor elabora e disponibiliza um material amplo para ser utilizado por professores para ensinar Matemática Financeira no Ensino Médio. Amplo no sentido de tratar de conteúdos que a maioria dos livros didáticos não aborda como, por exemplo, sequência de depósitos.

O trabalho com planilhas eletrônicas torna viável a execução de algumas tarefas que seriam impossíveis de se realizarem manualmente com a mesma eficiência – particularmente no caso da Matemática Financeira, onde as questões da prática podem envolver cálculos bastante trabalhosos. Além disso, o trabalho via recursão depende (praticamente) apenas do conceito de porcentagem e do conhecimento da essência de cada movimentação financeira. Todavia, a adoção dessa proposta está diretamente atrelada à existência de um laboratório de informática nas escolas e, mais do que isso, ao conhecimento do professor em relação aos recursos computacionais envolvidos.

Consideramos positiva a abordagem de contextualização dos conteúdos de juros simples e juros compostos com progressão aritmética, progressão geométrica e funções, apresentada por SANTOS (2008), através da resolução de exercícios.

Além disso, ele apresenta alguns exemplos de atividades que podem ser desenvolvidas com o uso de tecnologia tais como as calculadoras simples e as planilhas eletrônicas. Observamos que em alguns casos, o uso da tecnologia, como a calculadora, por exemplo, priorizou a memorização de uma sequência de procedimentos para a resolução da questão. Por outro lado, a seção “Explorando esta atividade” possibilitou a análise e discussão acerca de questões envolvendo taxa de juros, número de prestações, entre outros.

Para inserir os conceitos de Matemática Financeira, HERMÍNIO (2008) propõe situações reais como, por exemplo, uma situação de promoção no departamento de eletrônicos (Problema I) e conta de energia elétrica (“Tarefa para casa”) para trabalhar o conceito de porcentagem. Ele apresenta sete aulas onde são abordados problemas de porcentagens, juros, taxa de juros e situações de parcelamento.

O conteúdo apresentado foi bem trabalhado. Cada atividade propõe a resolução do problema inicial; um momento de reflexão através da “plenária” para discutir questões como o imediatismo do consumidor, os juros abusivos, a necessidade do consumo, entre outros; e a formalização dos novos conceitos.

Achamos que a sugestão de resolver a alternativa c do problema inicial da aula V através de uma tabela contendo dezoito linhas é bastante trabalhosa e pode tomar muito tempo da aula. Seria interessante nesse caso, o uso de uma planilha eletrônica, já que as alternativas anteriores já possibilitaram a construção dos conceitos propostos pelo problema.

Observamos ainda que o autor utiliza a inserção de uma abordagem histórica como uma fonte de produção de conhecimentos e como uma estratégia metodológica de forma a contribuir para o processo do desenvolvimento matemático do aluno.

Verificamos que a proposta de NOVAES (2009) propõe atividades que exploram os problemas práticos do dia a dia dos cidadãos para resolver problemas envolvendo porcentagens, juros e taxa de juros, e que integram o conteúdo de Matemática Financeira com outros conteúdos como progressões e gráficos das funções afim e exponencial.

A proposta metodológica utilizada pela autora citada anteriormente, dá ênfase ao raciocínio evitando a memorização de fórmulas. Isso é destacado na parte teórica, quando, ao resolver cada atividade, a autora utiliza o método proposto no trabalho, que é o eixo das setas e, em seguida, apresenta a resolução da mesma privilegiando o uso de fórmulas. Assim, a autora faz um comparativo entre as duas metodologias mostrando as vantagens do método por ela proposto.

Embora não tenhamos observado a utilização da História na sequência didática elaborada pela professora, as motivações históricas do desenvolvimento da Matemática Financeira são apresentadas na primeira seção do segundo capítulo deste trabalho.

Consideramos que essa proposta é adequada para o ensino da Matemática Financeira, principalmente pela sua simplicidade, priorizando o raciocínio em detrimento das fórmulas decoradas.

Em RADE (2010), observamos que a proposta de trabalhar com jogos no ensino de Matemática Financeira é muito positiva. Esse autor elaborou e utilizou quatro jogos – Dominó, Jogo do ônibus, Corrida Matemática e Mastermática – para trabalhar os conteúdos porcentagem, acréscimos e descontos sucessivos, juros simples e juros compostos.

Sentimos falta de situações do cotidiano nos problemas utilizados pelos jogos. Além disso, não observamos a utilização de atividades que contemplam as possibilidades do tema para a tomada de decisão diante de diferentes opções de pagamento.

Embora não tenhamos observado a utilização da História na sequência didática elaborada pelo professor, as motivações históricas do desenvolvimento da Matemática Financeira são apresentadas na primeira seção do quarto capítulo deste trabalho.

A seguir, faremos uma análise dos livros didáticos DANTE (2010) e IEZZI (2010) observando as características mencionadas na apresentação desta seção.

Em relação ao *capítulo 10: Matemática Financeira* de DANTE (2010):

Os conteúdos são abordados em textos e questões que buscam contextualizar os conhecimentos e motivar os alunos. Em seguida, há o desenvolvimento de conceitos e procedimentos, feito por meio de uma ou mais situações-problema que introduzem os temas tratados. Algumas dessas são deixadas para serem respondidas após a sistematização dos conteúdos.

Essa apresentação segue o modelo tradicional de explanação dos conceitos e dos procedimentos, acompanhada de exercícios de aplicação.

No entanto, a metodologia adotada oferece poucas oportunidades para um papel mais autônomo do aluno na aprendizagem.

Observamos que a interação entre os alunos é incentivada apenas em uma atividade do capítulo.

Em geral, a linguagem usada é clara. Mas em algumas seções a linguagem verbal ou simbólica empregada poderá dificultar a compreensão. Isso acontece, por exemplo, na subseção Fator de atualização.

Na primeira página do capítulo são apresentadas as motivações históricas do desenvolvimento da Matemática Financeira para contextualizar o estudo dos conceitos que serão trabalhados posteriormente. A seção A Matemática e as Práticas Sociais busca conscientizar o aluno sobre a importância da compreensão e da resolução de problemas atuais da sociedade e pode contribuir para a sua formação ética. Assim, a contextualização do conteúdo acontece de forma satisfatória.

Sobre o *capítulo 11: Matemática comercial e financeira* de IEZZI (2010):

Os conteúdos são introduzidos por meio de exemplos ou atividades, seguidos de alguma sistematização e de exercícios resolvidos. E, em geral, são apresentados sem que se propicie maior autonomia do aluno na construção de seu conhecimento. A maior parte dos exercícios exige apenas cálculos com base nas fórmulas apresentadas no texto.

No manual do professor, há sugestões de bons recursos pedagógicos, como as propostas de atividades para serem realizadas em grupo ou aquelas que visam à interação entre os alunos.

As questões levantadas no capítulo estão, em geral, bem contextualizadas. Os temas ligados às práticas sociais atuais são menos presentes e, quando ocorrem, não são estimuladas discussões que contribuam para a formação da cidadania.

O capítulo é bem estruturado graficamente e apresenta clareza de linguagem.

Em uma das seções do capítulo, estabelece-se uma boa articulação entre juros e funções.

Como o aluno não é estimulado a exercer um papel mais autônomo na aprendizagem, sugere-se que o docente proponha atividades de exploração e investigação. Seria bom, também, organizar discussões com os alunos que possibilitem o desenvolvimento do senso crítico e da formação cidadã.

Nas duas obras são apresentadas situações-problema que envolvem porcentagens, juros, taxa de juros, entre outros conceitos.

Um ponto a se destacar nas duas obras analisadas é a ênfase em exercícios. Sem dúvida, é consensual que se aprende Matemática resolvendo problemas. No entanto, pela seleção e quantidade de exercícios disponibilizados, pode-se afirmar que a ênfase recai no treinamento a partir de modelos. Tal opção tira do aluno qualquer necessidade de decisão sobre o conteúdo e a estratégia de resolução necessária. Essas competências são essenciais para a realização de atividades matemáticas.

É preciso ressaltar a excessiva inclusão de exercícios de concursos, vestibulares e do Enem na obra de DANTE (2010). Tais exercícios estão disponíveis em outros meios e não precisariam ocupar tantas páginas dos livros didáticos. Além disso, conforme BRASIL5 (2011), ao distribuir exercícios do Enem, por exemplo, em listas propostas logo após a apresentação de um determinado tópico, desperdiça-se uma ocasião para desenvolver a principal habilidade para resolução de exercícios em concursos, que é identificar a que tópico e a que estratégia se pode recorrer para resolvê-lo.

A Tabela 1, a seguir, apresenta o total de exercícios presentes no capítulo. Confirmando a avaliação de que esse número é muito elevado. Nela, apresentamos em separado os exercícios que são reproduzidos de concursos, exames de vestibular ou do Enem.

TIPOS DE EXERCÍCIOS	DANTE	IEZZI
Resolvidos e propostos	100	59
Em forma de atividades	7	0
Complementares	0	21
Exercícios de concursos, vestibular e Enem	17	5
Total	124	85

Tabela 1 - Comparação do número total de exercícios no capítulo de Matemática Financeira das obras de DANTE (2010) e IEZZI (2010).

Diante desse excesso, será preciso fazer escolhas, levando em conta o tempo didático e a carga horária da disciplina.

Para além da quantidade, vamos mostrar a seguir, através da Tabela 2, a distribuição dos exercícios em relação à apresentação dos conteúdos e aos aspectos mais gerais que podem ajudar a caracterizá-los.

	DANTE	IEZZI
Exercícios na abertura do capítulo para levantar conhecimentos prévios ou motivar o estudo.	Sim	Não observado
Exercícios na abertura dos conteúdos para motivar o estudo.	Sempre	Sempre
Exercícios para apresentar novos conteúdos, entremeados a listas de exercícios propostos.	Não observado	Raro
Exercícios inovadores e desafiadores.	Às vezes	Raro
Exercícios envolvendo questões da sociedade moderna, bem contextualizados e desafiadores.	Raro	Raro
Exercícios que incentivam o uso de diferentes estratégias de resolução.	Raro	Às vezes
Exercícios que valorizam a verificação de processos e validação de respostas.	Raro	Raro

Atividades que estimulam a interação dos alunos e o trabalho em grupo.	Raro	Não observado
Exercícios de aplicação, análogos aos exemplos usados na apresentação dos conteúdos.	Sempre	Sempre
Exercícios de treino de procedimentos e simples aplicação de fórmulas.	Sempre	Sempre
Exercícios de vestibulares, concursos e Enem.	Sempre	Às vezes

Tabela 2 - Caracterização dos exercícios propostos nas obras de DANTE (2010) e IEZZI (2010).

Finalmente, vamos analisar a proposta do artigo “Ensino de Matemática Financeira aplicada ao Ensino Médio com o uso de Novas Tecnologias”, dos autores CECCATTO e FRANCISCO (2009).

Mediante a apresentação de situações-problema, os autores desenvolveram o estudo da Matemática Financeira utilizando os métodos da resolução de problemas com a utilização das novas tecnologias. Observamos que a escolha dessas situações-problema foi adequada aos objetivos da proposta.

Os problemas propostos para as atividades envolviam os conteúdos de montantes de juros simples e compostos, série de progressões e funções.

Em relação ao uso da História, verificamos que os autores apresentaram um breve histórico do desenvolvimento do conceito de função.

NASCIMENTO (2004) investigou a formação dos alunos do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira e a visão do professor dessa etapa da escolaridade a respeito desse tópico. Através de uma pesquisa realizada nas escolas públicas de Araçatuba-SP e com um grupo de professores do estado de São Paulo, esse autor constatou que, apesar de um forte discurso acerca da importância desse tema, de certa forma já incorporado à fala dos professores, o aluno do Ensino Médio, de modo geral, não recebe informação nem formação suficiente, relativamente a Matemática Financeira, que lhe permita resolver problemas, mesmo os que envolvem conceitos ou procedimentos elementares.

> Pudemos constatar que tanto em relação aos aspectos conceituais, como aos que envolvem a noção de proporcionalidade e, em particular, a porcentagem, em relação

> aos aspectos procedimentais como a estimativa de um resultado, o uso da regra de três, a interpretação de uma resposta (plausível ou não), as dificuldades reveladas são muito grandes. Mesmo assim, os alunos pesquisados mostraram interesse pelo assunto e o valorizaram como parte importante em sua formação (NASCIMENTO, 2004, p. 122).

O pesquisador atribui, em parte, essas dificuldades à ausência do tema Matemática Financeira no planejamento dos professores e, consequentemente ao não tratamento dele em sala de aula. Para ele, a decisão dos professores de não incluir esse tema pode ter seu motivo relacionado com o fato de os programas e provas de vestibulares não priorizarem-no; com a pouca atenção dada ao tema pelos livros didáticos; com a questão da formação dos professores de Matemática que, de modo geral, não têm em sua formação inicial, nos cursos de Licenciatura, estudos sobre esse tema nem sobre suas possíveis abordagens didáticas.

No próximo capítulo, proporemos algumas atividades envolvendo porcentagens, juros e taxa de juros, e avaliaremos os seus resultados da aplicação das mesmas em salas de aula do município de Carangola, da Zona da Mata de Minas Gerais.

CAPÍTULO V

DESENVOLVIMENTO DE UMA PESQUISA

O objetivo principal deste capítulo é apresentar as atividades por nós elaboradas para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio e os resultados obtidos com a aplicação das mesmas.

Inicialmente, apresentaremos o resultado da aplicação de um questionário aos alunos da terceira série do Ensino Médio das escolas públicas de um município de Minas Gerais, envolvendo os conteúdos de Matemática Financeira estudados no terceiro capítulo.

PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA: APLICAÇÃO DE UM QUESTIONÁRIO

Com o intuito de verificar o conhecimento sobre o tema Matemática Financeira dos alunos que estão concluindo a última etapa da Educação Básica, aplicamos um questionário composto por seis questões (ver anexo 1) em oito turmas de terceira série do Ensino Médio regular de duas escolas públicas do município de Carangola-MG. A pesquisa foi realizada no segundo semestre do ano de dois mil e doze e contou com a participação de cento e trinta alunos. Vale ressaltar que restringimos a pesquisa a essa região pela questão da acessibilidade.

As questões desse questionário pretendiam avaliar as habilidades dos alunos de resolver problemas que envolvem: os conceitos de porcentagem e de aumento percentual, o cálculo da taxa de juros embutida numa compra parcelada e o conceito de juros compostos, com ênfase no cálculo do tempo de uma aplicação financeira – situação que envolve o uso de logaritmos.

Apresentamos a seguir o Gráfico 1 com as porcentagens de acertos, erros e de questões sem resposta:

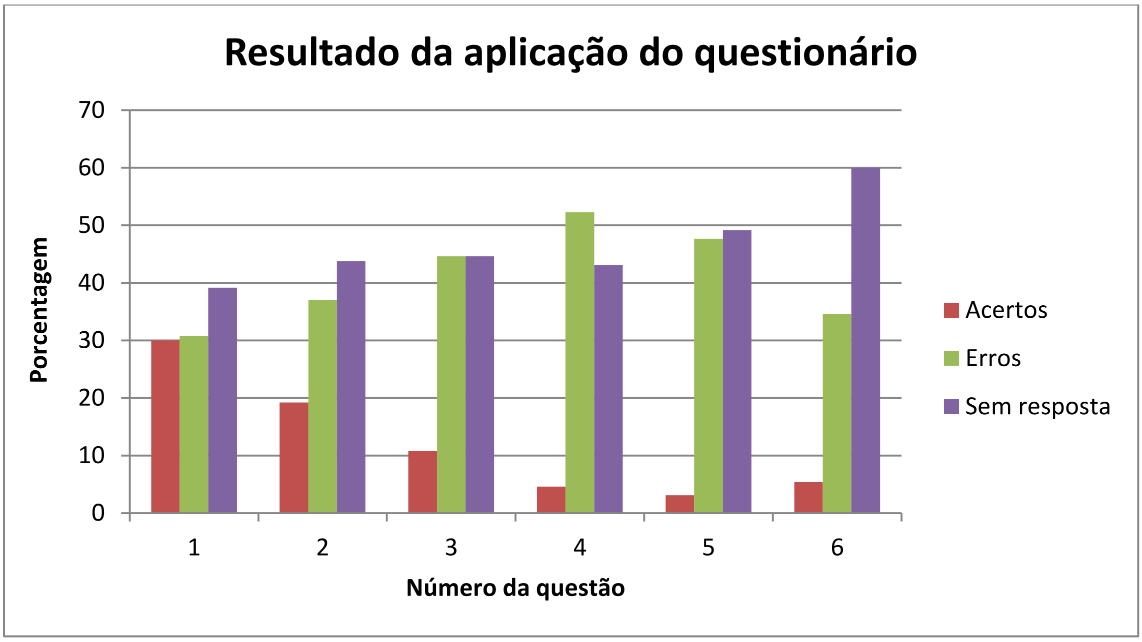


Gráfico 1: Percentual de acertos, erros e de questões sem resposta dos alunos de oito turmas de terceira série do Ensino Médio regular de duas escolas públicas estaduais do município de Carangola-MG.

Através do Gráfico 1, pode-se observar, em todas as questões, a predominância dos índices de erros e de questões sem resposta sobre o índice de acertos.

Esses resultados apontaram, mais especificamente, que:

- apenas 30% dos alunos que concluíram o Ensino Médio em 2012 na cidade de Carangola-MG, conseguiram resolver um problema de aumento percentual – questão 1 do questionário;
- apenas 19,2% dos alunos conseguiram calcular o preço de um produto, dados a porcentagem de entrada e o valor das parcelas restantes – questão 2 do questionário;
- apenas 10,8% dos alunos resolveram um problema que envolve o conceito de juros compostos – questão 3 do questionário;
- apenas 4,6% dos alunos avaliados resolveram um problema que envolve porcentagem e aumento (sem a indicação do valor do produto) – questão 4 do questionário;
- apenas 3,1% dos alunos conseguiram calcular a taxa de juros embutida numa compra parcelada – questão 5 do questionário;

- apenas 5,4% dos alunos avaliados conseguiram resolver um problema que envolve o conceito de juros compostos, com ênfase no cálculo do tempo – situação que envolve o uso de logaritmos – questão 6 do questionário.

Portanto, mediante os resultados da pesquisa, observamos que a maioria dos alunos avaliados não domina os conteúdos básicos de Matemática Financeira apresentados no terceiro capítulo do presente trabalho, isto é, a maioria não tem as noções básicas de porcentagem, aumentos e descontos, juros simples, juros compostos e equivalência de capitais. Com base nesses resultados, podemos concluir que a maioria dos alunos avaliados não possui conhecimento matemático para decidir, de forma vantajosa do ponto de vista financeiro, entre as opções de pagamento que lhes são oferecidas no dia a dia.

<u>Resultados dos alunos nas avaliações de larga escala</u>

A dificuldade dos alunos com o conceito de porcentagem é comprovada pelo baixo índice de acerto em testes de avaliação de larga escala (SAEB, Prova Brasil, SIMAVE, etc.). Apresentamos a seguir alguns exemplos que comprovam isto.

Exemplo 1: PDE – SAEB – Ensino Médio – 2009 (avaliação nacional)

Com itens referentes ao Descritor 16 do SAEB, pretende-se avaliar a habilidade de o aluno usar os conceitos de percentagens para solucionar problemas (BRASIL6, 2008, p.101).

Exemplo de item:

Uma pesquisa sobre o perfil dos que bebem café mostrou que, num grupo de 1 000 pessoas, 70% bebem café e, dentre os que bebem café, 44% são mulheres. Qual a quantidade de homens que bebem café no grupo de 1 000 pessoas?

(A) 700 (B) 660 (C) 392 (D) 308 (E) 260

Resposta correta: (C) 392

Percentual de respostas às alternativas:

A	B	C	D	E
13%	23%	26%	11%	26%

Observamos que apenas 26% dos alunos, pouco mais que um quarto, responderam acertadamente a esse item.

Exemplo 2: SIMAVE – PROEB – Ensino Médio – 2011 (avaliação estadual/MG)

Segundo o PROEB, em relação aos conteúdos de Matemática Financeira, aqueles estudantes cuja proficiência se localiza **no intervalo de 300 a 350 pontos**, num total de 500 pontos, já conseguem, entre outras coisas, resolver problemas envolvendo **porcentagens.** Esses estudantes também resolvem problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, variações entre mais de duas grandezas, **juros simples**, **porcentagem** e lucro. De **350 a 400 pontos na escala**, indica uma maior complexidade nas habilidades associadas a essa competência. Neste nível de proficiência, os estudantes resolvem as questões no intervalo de proficiência anterior e os problemas mais complexos envolvendo **juros simples. Acima de 425 pontos na escala**, os estudantes apresentam as habilidades dos intervalos de proficiência anteriores e identificam gráficos de funções exponenciais no contexto de crescimento populacional e **juros compostos**, entre outras habilidades. (MINAS GERAIS3, 2011)

Veja os resultados do PROEB referentes ao ano de 2011:

- Proficiência média da Rede Estadual de Minas Gerais: 284,77
- Proficiência média dos alunos do município de Carangola: 284,18

Veja na Tabela 3, a seguir, o percentual de alunos da Rede Estadual por nível de proficiência:

Intervalo	**Percentual de alunos**
0 a 300 pontos	60,16%
300 a 350 pontos	29,48%
Acima de 350 pontos	10,36%

Tabela 3: Percentual de alunos por nível de proficiência, segundo os intervalos avaliados pelo PROEB no ano de 2011. (Disponível em: <http://201.20.24.232/simave/proeb/selecaoGeral2.faces>. Acesso em: 4 fev. 2013)

Analisando os resultados da Rede Estadual podemos observar que 60,16% dos alunos não resolvem problemas envolvendo porcentagens, juros simples e juros compostos. Portanto, a maioria dos alunos do Estado de Minas Gerais não dominam os conhecimentos básicos de Matemática Financeira.

Veja agora a Tabela 4 com o percentual de alunos do Município de Carangola por nível de proficiência:

Intervalo	Percentual de alunos
0 a 300 pontos	63,23%
300 a 350 pontos	27,85%
Acima de 350 pontos	8,92%

Tabela 4: Percentual de alunos do município de Carangola por nível de proficiência, segundo os intervalos avaliados pelo PROEB no ano de 2011.

Portanto, com base nos dados da Tabela 4, podemos afirmar que 63,23% dos alunos do Município de Carangola, que foram avaliados em 2011, não dominam os conhecimentos básicos de Matemática Financeira. Note que a situação desse Município é um pouco pior que a do Estado de Minas Gerais.

Apoiados nos resultados das pesquisas apresentadas anteriormente, concluímos que o nível de conhecimento dos alunos de Ensino Médio sobre o tema Matemática Financeira, de maneira geral, está muito aquém do desejado.

Incentivados pelos PCN (1998), pelos trabalhos de RADE (2010), SILVA e KODAMA (2004), SILVA (2008), GRANDO (2000), GRANDO (1995), entre outros, decidimos pelo uso de duas propostas metodológicas de ensino: jogo didático e resolução de problemas. Estas duas propostas foram utilizadas em três turmas de segunda série do ensino médio de uma escola pública estadual do município de Carangola, nas quais a autora deste trabalho lecionava, no ano de 2012.

Na seção seguinte apresentaremos algumas questões importantes sobre o uso de jogos no ensino, especialmente no ensino de Matemática.

O USO DE JOGOS NO ENSINO

Apesar de não ser uma estratégia nova no processo de aprendizagem e ter seus méritos educativos comprovados por diversos autores, o uso de jogos continua desvinculado da escola no sentido da construção do conhecimento, aparecendo, na maioria das vezes, apenas como uma atividade de descanso ou passatempo.

Conforme as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, as atividades com jogos podem representar um importante recurso pedagógico, já que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Os PCN ainda afirmam que *os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para aprendizagem da Matemática.*

Para SILVA e KODAMA (2004),

> das situações acadêmicas, provavelmente a mais produtiva é a que envolve o jogo, quer na aprendizagem de noções, quer como meios de favorecer os processos que intervêm no ato de aprender e não se ignora o aspecto afetivo que, por sua vez, se encontra implícito no próprio ato de jogar, uma vez que o elemento mais importante é o envolvimento do indivíduo que brinca. A atividade lúdica é, essencialmente, um grande laboratório em que ocorrem experiências inteligentes e reflexivas e essas experiências produzem conhecimento (SILVA; KODAMA, 2004, p. 3).

SILVA (2008) ainda afirma que os jogos têm sido um dos aspectos de maior interesse dos estudiosos da Educação Matemática, pois essa prática tem sido responsável por dinamizar as aulas, desafiando e estimulando o aluno na resolução de problemas.

Conforme mencionamos no capítulo anterior, apoiando-se em ideias sobre jogos e conhecimento de Jean Piaget, Lev Vigotsky, John Huizinga, dentre outros, RADE (2010) investigou como ocorre a aprendizagem utilizando jogos como um recurso didático nas aulas de Matemática Financeira no ensino médio. Este autor afirma que *os jogos podem contribuir como um poderoso recurso nas aulas de Matemática.*

De acordo com PASSOS (2006), os jogos podem ser usados para introduzir e amadurecer conceitos e preparar o aluno para aprofundar os itens já trabalhados, devendo ser utilizados como facilitadores da aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos e, em geral, na resolução de problemas. Este autor, afirma também que a utilização do jogo como um auxiliar na resolução de problemas traz alguns benefícios, tais como:

- O professor consegue detectar os alunos que estão com dificuldades na assimilação dos conceitos;
- O aluno consegue demonstrar se o conceito foi bem assimilado;
- Os alunos se aperfeiçoam e ultrapassam seus limites;
- Durante o jogo, o aluno torna-se mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões sem a necessidade da interferência do professor;
- O aluno sente-se motivado com o clima de uma aula diferente e aprende sem perceber (PASSOS, 2006 apud SOUSA, 2006, p. 26).

Para GRANDO (2000, p. 33) *o jogo se apresenta como um problema que "dispara" para a construção do conceito, mas que transcende a isso, na medida em que desencadeia esse processo de forma lúdica, dinâmica, desafiadora e, portanto, mais motivante ao aluno.*

Vale ressaltar que, segundo GRANDO (1995, p. 89), *quando se escreve sobre a importância dos jogos, no ensino, não se está restringindo o seu uso apenas aos níveis infantis, mas também se prevê a sua utilização em níveis maiores de 2º e 3º graus. Este é um ponto que merece destaque na medida em que existem poucas pesquisas realizadas com jogos nestes níveis escolares.*

E, finalizando,

> Kamii e DeVries defendem a utilização de vários tipos de jogos no ensino, dentre eles: jogos de estratégia (e/ou de construção de conceitos) e jogos de fixação de conceitos. Mas eles também defendem a utilização dos jogos de azar, pois estes podem vir a ser aplicados com os alunos que não se saem bem em outros tipos de jogos e que poderão vencer nestes, que só dependem de sorte. Assim, a autoconfiança e a autoestima do aluno são resgatadas (GRANDO, 1995, p. 89).

Neste contexto, realizamos uma pesquisa para investigar as possibilidades de um trabalho pedagógico baseado em um jogo didático e na resolução de situações-problema. Essa pesquisa será apresentada a seguir.

SEGUNDA ETAPA DA PESQUISA: DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES

Essa etapa da pesquisa foi realizada no período de outubro a dezembro de 2012, em três turmas de segunda série do ensino médio regular, contando com a participação de 73 alunos, com faixa etária de 15 a 18 anos, do turno diurno de uma escola pública estadual da cidade de Carangola-MG. A escolha das turmas foi motivada pela questão da acessibilidade, pois, conforme já informamos, a autora deste trabalho lecionava nessas turmas.

Todas as atividades envolvidas na pesquisa foram realizadas, no horário de aula, em dois períodos consecutivos, de 50 minutos cada um, totalizando 1 hora e 40 minutos de tempo para a execução de cada atividade. Tais atividades foram desenvolvidas através das propostas didáticas citadas anteriormente, a saber:

Proposta 1: Jogo didático

Adquirimos o jogo “Super Banco Imobiliário” da Estrela e o reestruturamos para o ensino da Matemática Financeira, de forma que os conteúdos apresentados no quarto capítulo deste trabalho estivessem presentes nas diversas situações do jogo.

A seguir apresentaremos uma descrição detalhada do jogo após essa reestruturação.

Nº de alunos participantes por jogada: 8

Conteúdo: 6 peões de plástico, 1 Tabuleiro, 28 títulos de posse, 13 cartões de Notícia (desenvolvidos pela autora deste trabalho), 2 dados, 80 casas plásticas, 6 cartões, 1 Máquina de cartões, 1 cartão do Delegado (desenvolvido pela autora deste trabalho), Ficha de Registro de Jogada para identificação dos jogadores e outros controles (desenvolvidos pela autora deste trabalho).

Objetivo do jogo: Conquistar o maior aumento percentual de renda do jogo.

Regras do jogo:

Os jogadores deverão lançar os dados para que seja feita a identificação de cada um deles na Ficha de Registro de Jogada, que contém os seguintes dados: Número, Nome, Salário, Moradia Própria, Aluguel, INSS, Seguro da Moradia, Seguro do Carro, Controle de consultas do saldo.

Sobre os campos Número, Nome e Salário:

Sempre que o peão do jogador passar pela casa “Início” ou nela parar, o mesmo deverá requerer o pagamento de seu salário.

O jogador que tirar o número 1 no dado, terá um salário igual a R$ 8.000,00, o que tirar o número 2 terá um salário de R$ 13.000,00, o que tirar 3, de R$ 15. 000,00, o que tirar 4, de R$ 16.000,00, o que tirar 5, de R$ 18.000,00, o que tirar 6, de R$ 20.000,00, o que tirar 7 será o USURÁRIO e receberá R$ 200.000,00 no início do jogo, sem direito a salário, e o que tirar 8, será o DELEGADO, também sem direito a salário. As funções do USURÁRIO e do DELEGADO serão explicadas a seguir.

USURÁRIO: oferecer empréstimos aos jogadores em qualquer momento do jogo, com taxas e prazos de pagamentos por ele determinados. O USURÁRIO pode cobrar o pagamento de um empréstimo tomado por qualquer jogador em qualquer momento do jogo, podendo inclusive, no caso de não pagamento, “eliminar” um jogador, isto é, tirá-lo do jogo.

DELEGADO: ler o cartão do DELEGADO no final do jogo.

Cartão do DELEGADO

Segue abaixo, na Figura 4, a ilustração do cartão do DELEGADO.

“Sr. (nome do(a) Usurário), qual o valor total atual de seus bens? Qual a origem dos seus recursos, já que no início do jogo você possuía R$ 200.000,00. Como você não declarou o Imposto de Renda e praticou atividade ilegal de empréstimo, você deverá entregar seus bens ao estado e será preso!”

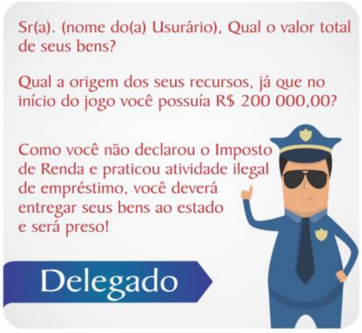


Figura 4 – Ilustração do Cartão do DELEGADO

Sobre o campo INSS

No início do jogo, os jogadores deverão optar pelo pagamento ou não do INSS cujo valor é 10% do salário e será descontado sempre que o peão do jogador passar pela casa “Início” ou nela parar.

Sobre o campo Moradia Própria

Neste campo será registrado o valor da Moradia Própria do jogador, quando for o caso.

Existem três tipos de Moradias no jogo:

- Moradia 1: Casa Simples – corresponde a uma casa do jogo e tem o valor de R$ 50.000,00.
- Moradia 2: Casa de Luxo – corresponde a duas casas do jogo, encaixadas uma em cima da outra e tem o valor de R$ 100.000,00.
- Moradia 3: Mansão – corresponde a três casas do jogo, encaixadas uma em cima da outra e tem o valor de R$ 150.000,00.

Os jogadores que tirarem os números 1, 3 e 6 nos dados receberão, no início do jogo, Moradias no valor de R$ 50.000,00, R$ 100.000,00 e R$ 150.000,00, respectivamente. Os outros jogadores deverão optar entre o aluguel ou a compra da Moradia.

Para a compra da Moradia o jogador tem as seguintes opções de pagamento, oferecidas pelo banco:

- Opção 1: à vista, com 20% de desconto;
- Opção 2: com acréscimo de 10% sobre o preço, em 2 prestação iguais, uma no ato da compra e a outra prestação quando o jogador passar pela casa “Início” ou nela parar.

- Opção 3: com acréscimo de 15% sobre o preço, para pagamento em uma prestação sem entrada, quando o jogar passar pela casa “Início” ou nela parar.

A Moradia deverá ficar junto com o jogador, fora do tabuleiro.

Sobre o campo Aluguel

Nos casos em que o jogador não possuir Moradia Própria, este campo será utilizado para registrar o valor do aluguel que o mesmo deverá pagar ao banco pela Moradia.

Os valores dos aluguéis das Moradias 1, 2 e 3 são R$ 500,00, R$ 1.000,00 e R$ 1.500,00, respectivamente. O valor do aluguel deverá ser pago sempre que o jogador passar pela casa “Início” ou nela parar.

Sobre o campo Seguro da moradia

Cada jogador deverá optar no início do jogo pelo pagamento ou não do Seguro da Moradia. Os valores dos seguros das Moradias 1, 2 e 3 são R$ 10.000,00, R$ 20.000,00 e R$ 30.000,00, respectivamente. As formas de pagamento são: à vista com 10% de desconto ou em 2 prestações sem entrada, quando o jogador passar pela primeira e pela segunda vez na casa INÍCIO ou nela parar.

Sobre o campo Seguro do carro

No início do jogo, cada jogador deverá optar pelo pagamento ou não do seguro do carro. O valor desse seguro é igual a 10% do salário do jogador.

Sobre o campo Controle de consultas do saldo:

Cada jogador poderá consultar o saldo do cartão gratuitamente por até três vezes. A partir daí, o jogador deverá pagar ao banco o valor de R$ 100,00 por cada consulta realizada. Assim, este campo da ficha será usado para efetuar esse registro.

Preparação

Os jogadores deverão escolher o peão e o cartão de sua preferência, e, logo após, devem posicionar os peões na casa “Início”. As cartas notícias devem ser embaralhadas e colocadas no espaço indicado no tabuleiro.

Os jogadores deverão fazer uso de papel e caneta para efetuarem os cálculos necessários no decorrer do jogo e também para terem conhecimento do saldo disponível no cartão. Não será permitido o uso de calculadora.

Cada jogador deverá iniciar o jogo com o valor do seu salário, conforme os campos Número, Nome e Salário. Este valor deve ser creditado pelo banqueiro (professor) no cartão de cada jogador.

Começa o Jogo

Todos os jogadores, com exceção do USURÁRIO e do DELEGADO, deverão lançar os dados. Quem tirar o maior número nos dados começa o jogo, seguido pelo jogador à esquerda e assim por diante.

O primeiro jogador lança um dos dados novamente, avança o número de casas indicado no dado e cumpre o que indica a casa.

Movimentando o peão

Ao cair em uma propriedade ou companhia SEM DONO, o jogador pode comprá-la pelo preço indicado no tabuleiro. Para isso, ele deverá entregar o seu cartão ao banqueiro para que ele faça o pagamento na máquina, e em seguida, a entrega do Título de Posse.

Na casa "Receita Federal" o jogador deverá pagar ao banco 5% do valor do seu saldo atual. Para isso, o banqueiro deverá informar ao jogador o saldo atual do seu cartão para que ele faça os cálculos do valor a ser pago. Neste caso, a consulta do saldo não deverá ser registrada no campo Quantidade de consultas do saldo.

Na casa "Restituição do Imposto de Renda" o jogador deverá receber do banco 5% do valor do seu saldo atual. Para isso, o banqueiro deverá informar ao jogador o saldo atual do seu cartão para que ele faça os cálculos do valor a ser recebido. Neste caso, a consulta do saldo não deverá ser registrada no campo Quantidade de consultas do saldo.

Na casa "Feriado" segue-se as regras do jogo Super Banco Imobiliário da ESTRELA.

Casa "Início"

Sempre que o peão passar pela casa "Início" ou nela parar, o jogador deverá receber seu salário.

No entanto, ele deverá lembrar o banqueiro de pagá-lo, pois se ele não pegar o dinheiro até o final da sua jogada, não poderá recuperá-lo depois.

Casas "Notícias"

Ao parar em uma casa "Notícias", sorteie uma carta deste monte e cumpra o que indica a carta. Em seguida, devolva a carta para o final da pilha.

Abaixo segue o conteúdo de cada carta:

- "Títulos de Posse sobem 10%. A explicação está na estabilidade econômica - que dá mais segurança para fazer negócios em longo prazo e na grande oferta de crédito."
- "Com grande oferta e demanda em baixa, Títulos de Posse caem 8%."
- "Parabéns, você foi promovido! Receba um aumento de 10% no valor do salário."
- "Você foi demitido. Fique uma rodada sem receber salário. Se pagou o INSS, receba o seguro desemprego."
- "Sua casa pegou fogo. Pague 20% do valor do imóvel. Se tem seguro imobiliário, receba este valor. Se a casa é alugada, pague ou receba 10% do valor do imóvel."
- "Seu carro foi roubado. Pague R$ 10.000,00 ou receba R$ 10.000,00 se pagou o seguro."
- "Você está doente e não pode trabalhar. Fique sem receber salário por uma rodada. Se pagou o INSS, receba o seguro."
- "Com sinais de aumento da inadimplência, as ações do Itaú recuaram 6%."
- "As ações da TAM caem 10% em meio aos preparativos da empresa para troca de papéis com a LAN no processo de fusão das duas empresas."
- "Com a fusão entre a Vivo e a Telesp as ações da Vivo se valorizaram 15%."
- "As ações da Fiat registram alta de 5% após a compra de 38% de sua unidade norte-americana, Chrysler."
- "As ações da Nivea obtiveram uma valorização de 21% por conta de especulações sobre um novo investidor no bloco controlador na companhia."
- "Ações dos Postos Ipiranga sobem 30% após venda para Petrobras, Ultra e Braskem."

Casa “Detenção”

Ao cair na casa “Vá para a Detenção” o jogador deverá ir para a casa “Prisão”. Na próxima jogada, ele poderá pagar R$ 10.000,00 de fiança e se livrar. Caso o jogador não queira pagar a fiança ele deverá esperar por três rodadas para sair desta casa.

Propriedade

Caso o jogador pare em uma propriedade que ainda está com o banqueiro, ele tem duas opções: pagar o valor do aluguel ao banco, indicado no Título de Posse ou comprar a propriedade pelo valor indicado no tabuleiro.

Caso o jogador pare em uma propriedade de outro jogador, ele deverá pagar o valor do aluguel para o proprietário.

Ações das Companhias

Segue-se as regras do jogo Super Banco Imobiliário da ESTRELA.

Casas

Após a compra de um Título de Posse, o jogador terá direto a construir casas na sua vez de jogar, podendo construir até 4 casas em um mesmo terreno – depois disso somente um hotel. O valor de compra de cada casa é informado no Título de Posse.

Hotel

Segue-se as regras do jogo Super Banco Imobiliário da ESTRELA.

Compras e Vendas

Todos os jogadores podem comprar ou vender propriedades entre si a qualquer momento do jogo.

Caso alguém queria negociar uma propriedade com imóveis, primeiramente o jogador deverá vender as casas ou o hotel ao banco pela metade do valor pago, para só então negociar o Título de Posse.

As negociações devem ser de conhecimento de todos.

A qualquer momento do jogo o banco pode oferecer a qualquer jogador:

- Propriedades, por 10% a mais do valor indicado no tabuleiro;

- Ações das Companhias, por 15% a mais do valor indicado no tabuleiro;
- Poupança com rendimento de 0,8% a cada período. (Nesse caso, o período será calculado com base no momento em que o jogador passar na casa “Início” ou nela parar. Após o jogador fazer o depósito na poupança, a primeira vez que ele passar na casa “Início” ou nela parar, por exemplo, será considerado como período 1.)
- Empréstimos, com duas opções de pagamento:

  1) Juros simples com taxa de 10% sobre o valor total do empréstimo, a ser pago no momento em que o jogador passar na casa “Início” ou nela parar.

  2) Juros compostos com taxa de 4% ao período, sendo o período calculado da mesma forma que na poupança.

Encargos bancários

Os jogadores deverão pagar uma mensalidade ao banco no valor de R$ 100,00, no momento em que passar na casa “Início” ou nela parar.

Hipoteca

Segue-se as regras do jogo Super Banco Imobiliário da ESTRELA

Proposta 2: Resolução de problemas

Consistiu em escolher e propor aos alunos situações-problema cujos enunciados reproduzissem situações da vida cotidiana, da economia familiar, que provocassem seu interesse e que mantivessem sua atenção. Assim, os alunos foram familiarizados com as situações-problemas e desafiados a resolvê-las, individualmente e, ou, em grupos.

Após a tentativa de resolução e discussão entre os alunos a respeito de possíveis soluções para o problema, o professor fez as intervenções necessárias para favorecer o processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.

Assim, no desenvolvimento da pesquisa, foram utilizadas as duas propostas descritas anteriormente, em cada uma das turmas, porém em ordens diferentes, conforme indicado na Tabela 5, a seguir.

.

Turma	Atividades Parte 1	Atividades Parte 2
A	Proposta 1	Proposta 2
B	Proposta 2	Proposta 1
C	Proposta 1	Proposta 2

Tabela 5: Ordem da aplicação das Propostas 1 e 2 nas turmas A, B e C.

A escolha da ordem de aplicação das propostas metodológicas em cada turma foi feita considerando que as turmas A e B são muito parecidas em termos de rendimento escolar e a média de desempenho dos alunos nos meses de fevereiro a setembro de 2012 foram muito próximas nestas turmas. Como os alunos da turma C apresentaram uma média de desempenho menor que a média das turmas A e B nos meses de fevereiro a setembro de 2012, a escolha da ordem de aplicação das propostas metodológicas foi feita com o objetivo de verificar se esta escolha pode favorecer para um melhor rendimento escolar e, consequentemente, com um aumento na média de desempenho dessa turma em relação aos meses anteriores.

Além do desenvolvimento das atividades mencionadas, aplicamos nas três turmas um questionário composto por dez questões de Matemática Financeira (veja a descrição do questionário completo no anexo 2).

Pretendíamos avaliar, com esse questionário, as habilidades dos alunos de resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem; de resolver problemas de porcentagem envolvendo os conceitos de juro e de taxa de juros; de resolver problemas que envolvem porcentagem e aumentos; de resolver problemas que envolvem o conceito de juros compostos; de resolver problemas que envolvam o conceito de juros compostos e o cálculo de prestações em financiamentos com um número pequeno de parcelas, iguais ou não; de calcular a taxa de juros embutida numa compra parcelada; de comparar e emitir juízo sobre diversas opções de financiamento; de resolver problemas que envolvem o conceito de juros compostos, com ênfase no cálculo do tempo de uma aplicação financeira – situação que envolve o uso de logaritmos.

Esse mesmo questionário foi aplicado em três momentos distintos: *pré-teste*, *pós-teste* e *teste final*.

O *pré-teste* foi aplicado aos alunos antes do início do desenvolvimento das atividades sobre o conteúdo e tinha por objetivo diagnosticar se os alunos possuíam algum conhecimento sobre os tópicos de Matemática Financeira.

Depois do desenvolvimento das Atividades parte 1 e antes do desenvolvimento das Atividades parte 2, aplicamos um *pós-teste*, com as mesmas questões do *pré-teste*, apenas com ordens diferentes de questões e alternativas, a fim de verificar os efeitos da proposta de ensino na aprendizagem dos tópicos trabalhados. Ou seja, o *pós-teste*, serviu para diagnosticar o conhecimento dos alunos após a abordagem do conteúdo mediante a utilização de uma das propostas metodológicas de ensino.

Já o *teste final*, foi aplicado no final da pesquisa, após o desenvolvimento das Atividades parte 2, com as mesmas questões do *pré-teste* e do *pós-teste*, apenas em ordens diferentes, com o objetivo de verificar e comparar os efeitos da utilização da proposta metodológica no aprendizado dos alunos a respeito do conteúdo trabalhado. Ou seja, o *teste final* teve por objetivo, verificar o nível de conhecimento dos alunos a respeito do tema após o desenvolvimento das atividades através da outra proposta metodológica, ou seja, no final do processo.

Vale ressaltar que o intervalo entre cada aplicação do questionário foi de vinte e cinco dias entre o *pré-teste* e o *pós-teste* e de quinze dias entre o *pós-teste* e o *teste final*. O prazo maior entre o *pré-teste* e o *pós-teste* ocorreu por causa dos feriados de Finados e Proclamação da República e de recessos escolares ocorridos nesse período.

Dessa forma, cada turma passou por cinco etapas durante a pesquisa. São elas:

- *Pré-teste*,
- Desenvolvimento de atividades (parte 1),
- *Pós-teste*,
- Desenvolvimento de atividades (parte 2),
- *Teste final*.

Os resultados das três aplicações do questionário, bem como as considerações finais sobre a pesquisa, serão apresentados na próxima seção.

RESULTADO DAS TRÊS APLICAÇÕES DO QUESTIONÁRIO

Conforme mencionamos na seção anterior, a escolha da ordem de aplicação das Propostas 1 e 2 nas turmas foi feita com base no desempenho dos alunos nos meses de fevereiro a setembro de 2012. O nosso objetivo era escolher duas turmas mais homogêneas para invertermos a ordem da aplicação das Propostas nas mesmas e verificar os possíveis efeitos causados na aprendizagem desses alunos. Além disso, queríamos verificar se a utilização do jogo no início do estudo dos conteúdos de Matemática Financeira poderia estimular os educandos a se interessarem mais pelo estudo do tema. Dessa forma, conforme já mencionamos, escolhemos as Turmas A e B para observar os efeitos da inversão dessas Propostas, e a Turma C, para verificar o seu desempenho mediante o uso dos jogos.

Em relação às Turmas A e B, observei[6] uma grande diferença em relação à motivação dos alunos no processo de aprendizagem. Percebemos que ao inserir a situação de jogo no início dos estudos, os alunos da Turma A tiveram um maior interesse em participar das atividades e aprender a respeito do tema.

Na primeira aula em que o jogo foi utilizado na Turma A, os alunos ficaram bastante surpresos com a proposta. Eles pareciam não acreditar no que estavam vendo: a professora de Matemática propondo o jogo Banco Imobiliário na hora da aula! A maioria deles ficou eufórica, apenas alguns alunos pareciam não aprovar muito a ideia.

Na medida em que jogaram, os alunos ficaram mais interessados pelo jogo. Isso foi comprovado ainda na primeira aula, no momento de encerramento do jogo, quando eles disseram que não queriam parar de jogar e pediram, insistentemente, para continuarem.

Na Turma C, também observei uma atitude diferente dos alunos, em especial daqueles que geralmente não gostavam de participar das aulas de matemática. Eles fizeram perguntas e participaram das atividades do jogo. Nessa turma, os alunos que não estavam jogando numa determinada partida – pois apenas oito alunos jogavam em cada partida –, ficavam assistindo aos colegas jogarem e, em alguns momentos, (até mesmo) opinavam em suas jogadas.

---

[6] A partir deste momento, para relatar a minha experiência na realização da pesquisa, usarei o verbo conjugado na primeira pessoa.

O nível de interesse que os alunos das Turmas A e C demonstraram foi realmente muito bom. Veja as falas de alguns alunos dessas turmas[7]:

Caso André: “Keyla, a sua aula está sendo a mais esperada de todas!” – referindo-se ao uso do jogo Super Banco Imobiliário nas aulas de matemática;

Caso Carlos: “Keyla, a gente bem que podia vir pra escola no sábado jogar!”

Caso Júlio: “Eu vou comprar esse jogo pra jogar com essas regras, você me passa elas depois?”

Caso Mariana: “Agora eu sei calcular a comissão que eu devo receber.” – referindo-se ao cálculo da porcentagem sobre as vendas que realiza no trabalho.

Caso Cláudia: “Gente, eu aprendi a calcular porcentagem!” – dizendo com um grande entusiasmo.

Caso Felipe: “Não, deixa a gente continuar. Eu peço à professora de Biologia.” – após o toque do sinal de encerramento da aula.

Durante o jogo, os alunos faziam (espontaneamente, naturalmente) várias perguntas sobre porcentagem, divisão, entre outros tópicos e assuntos; discutiam possibilidades de compra e venda; decidiam entre opções de pagamento; negociavam com o banco e com os colegas; faziam sugestões e ajudavam os colegas a responderem às questões que apareciam naturalmente nas situações do jogo.

Foi interessante observar, por exemplo, “o sonho da casa própria”, estímulo constante na mídia durante a realização deste trabalho, demonstrado nas atitudes de alguns alunos: insistiam em comprar a moradia (casa própria) logo no início do jogo, mesmo sem ter condições de pagá-la. Outros queriam “morar” na mansão logo no início do jogo: faziam empréstimos até com o “Usurário” para realizar esse “sonho”. Por outro lado, também pude observar outros alunos propondo a venda de suas moradias, que haviam ganhado no início do jogo, para investir o dinheiro e receber os juros. Algumas vezes, eles faziam propostas que nem estavam previstas no jogo como, por exemplo, alugar as suas moradias para o colega que estava disposto a pagar o aluguel, com o objetivo de conseguir mais dinheiro. Nessas situações que não estavam previstas nas regras, conversamos e concluímos que iríamos acrescentá-las em outro momento, após o desenvolvimento da pesquisa, pois poderíamos jogar sem nos preocupar tanto com a questão do tempo.

[7] Usamos nomes fictícios para preservar a identidade dos sujeitos participantes da pesquisa.

Todas essas situações, apresentadas durante o jogo foram discutidas com os alunos posteriormente, com o intuito de reflexão acerca de questões envolvendo consumismo, justiça e ética, juros exorbitantes, o papel do banco, tomada de decisões, vontade *versus* necessidade, realização de sonhos, entre outros.

Em alguns momentos os alunos insistiram no uso da calculadora, mas conforme mencionei anteriormente, eu e meu orientador, decidimos por não utilizá-la.

A Turma B não demonstrou o mesmo entusiasmo e interesse pelo conteúdo. Tive o cuidado de selecionar atividades que envolvessem situações-problema do cotidiano, que os instigasse a resolvê-las. No entanto, com o desenvolvimento da proposta de resolução de problemas (Proposta 2) na Turma B, percebi que os alunos não tinham a mesma curiosidade pelo conteúdo quanto os alunos da turma que estavam jogando.

Vale ressaltar também, que a Turma A, quando foi exposta a essas mesmas situações-problema, citadas anteriormente, da Proposta 2 – que nessa sala foi desenvolvida após o jogo –, apresentou maior interesse e participação do que a Turma B.

Dessa maneira, verifiquei que a utilização do jogo didático Banco Imobiliário gerou um comportamento mais ativo na maioria dos alunos. Eles demonstraram muito mais entusiasmo e interesse em participar do que em outras aulas ministradas por mim anteriormente, sem a utilização de jogos.

Apresentaremos nos Gráficos 2, 3 e 4 a seguir, os resultados das três aplicações do questionário (*pré-teste, pós-teste* e *teste final*) nas turmas A, B e C, em relação ao percentual de acertos em cada uma das dez questões:

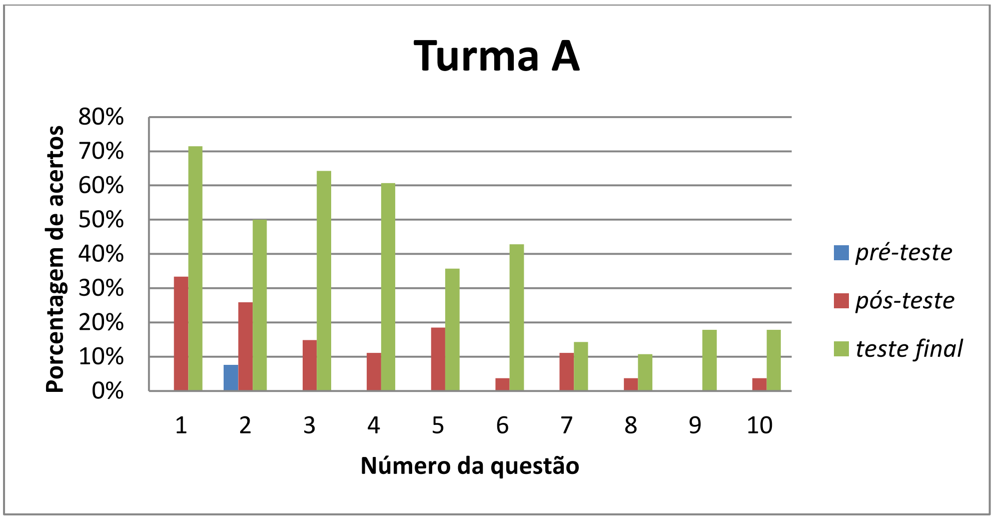


Gráfico 2: Percentual de acertos dos alunos da turma A em cada uma das dez questões, nas três aplicações do questionário.

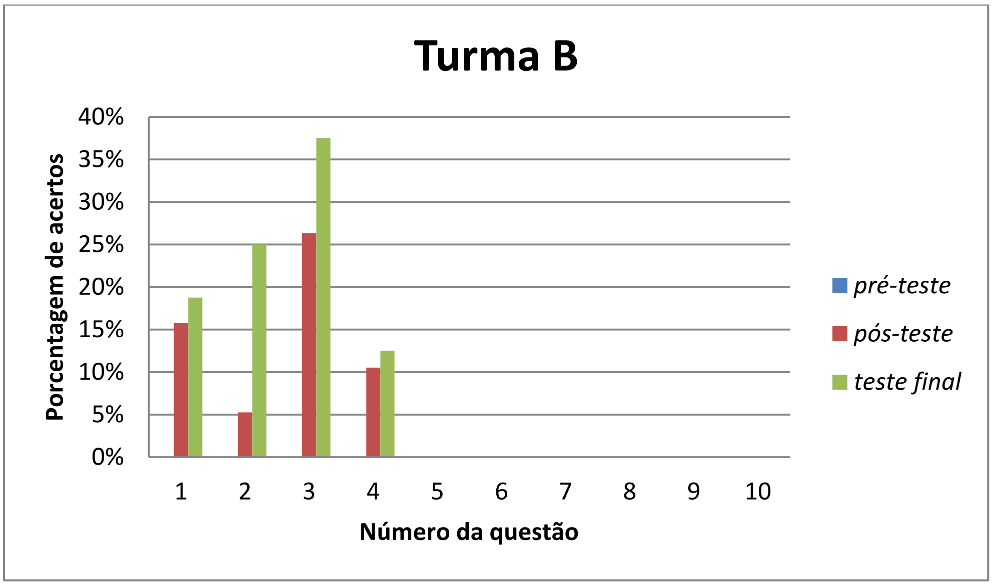


Gráfico 3: Percentual de acertos dos alunos da turma B em cada uma das dez questões, nas três aplicações do questionário.

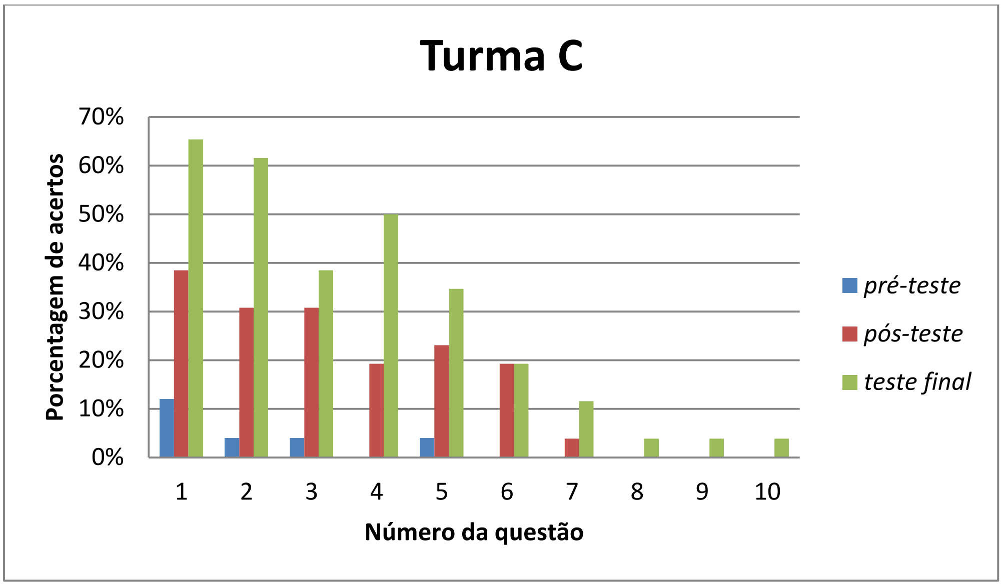


Gráfico 4: Percentual de acertos dos alunos da turma C em cada uma das dez questões, nas três aplicações do questionário.

Observamos com os resultados do *pré-teste* que pouquíssimos alunos tinham algum conhecimento prévio dos conteúdos de Matemática Financeira que foram avaliados. No caso da Turma B, nenhum aluno demonstrou conhecer esses conteúdos, conforme podemos observar no Gráfico 3.

Após o desenvolvimento do jogo nas turmas A e C, verificamos através do *pós-teste* que o percentual de acertos dos alunos dessas turmas aumentou na maioria das questões do questionário. Além disso, nessas turmas, verificamos que o índice de acertos dos alunos no *teste final* foi maior que no *pré-teste* e no *pós-teste*, conforme mostram os Gráficos 2 e 4.

Na turma B, verificamos que, embora o percentual de acertos dos alunos nas questões de números 1 a 4 tenha aumentado no *teste final*, eles não conseguiram acertar as outras questões do questionário em nenhuma das aplicações. Entretanto, conforme será apresentado no Gráfico 6 a seguir, observamos que o percentual de alunos que marcaram a alternativa E (Não sei) no *teste final* diminuiu em relação às aplicações anteriores do questionário. Com base nessa informação, podemos constatar que esses alunos tiveram um aumento no percentual de erros nas questões de números 5 a 10. Essa constatação leva-nos a concluir que apesar deles terem estudado os conteúdos que foram avaliados nessas questões, eles ainda não os estavam dominando.

Apresentaremos nos Gráficos 5, 6 e 7 a seguir, os resultados das três aplicações do questionário (*pré-teste*, *pós-teste* e *teste final*) em cada uma das turmas, em relação ao percentual de alunos que não souberam responder às questões, isto é, alunos que marcaram a alternativa E (Não sei):

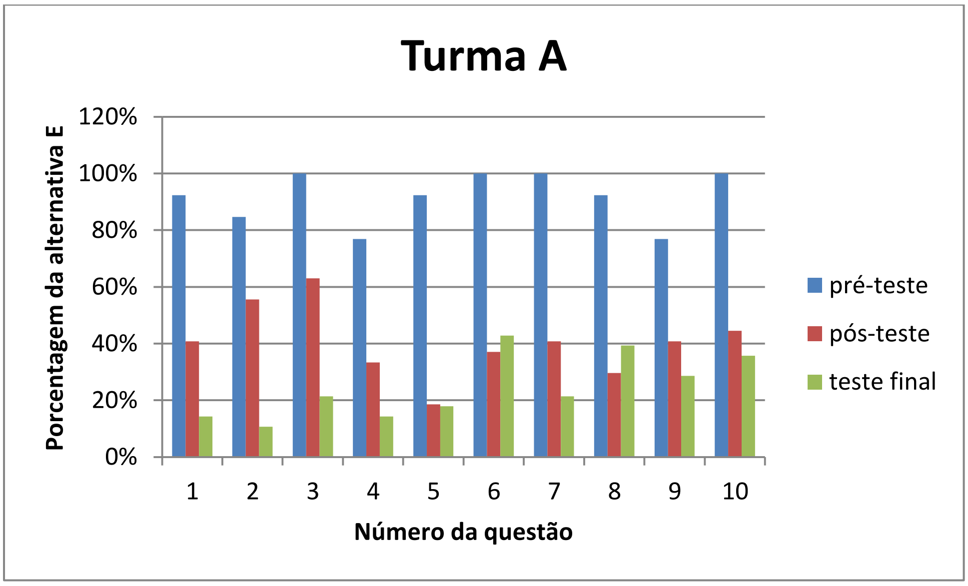


Gráfico 5: Percentual de alunos da turma A que marcaram a alternativa E (Não sei) em cada uma das dez questões, nas três aplicações do questionário.

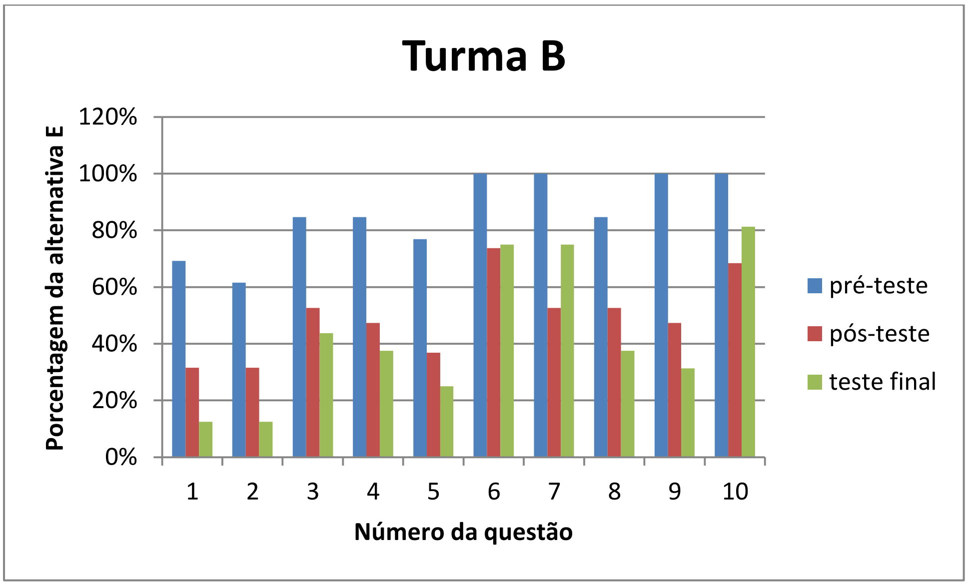


Gráfico 6: Percentual de alunos da turma B que marcaram a alternativa E (Não sei) em cada uma das dez questões, nas três aplicações do questionário.

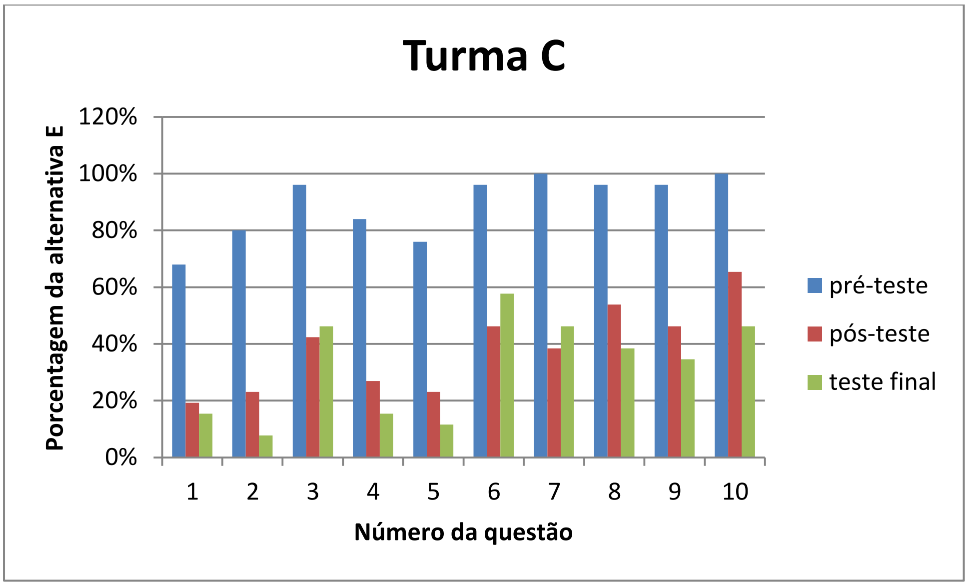


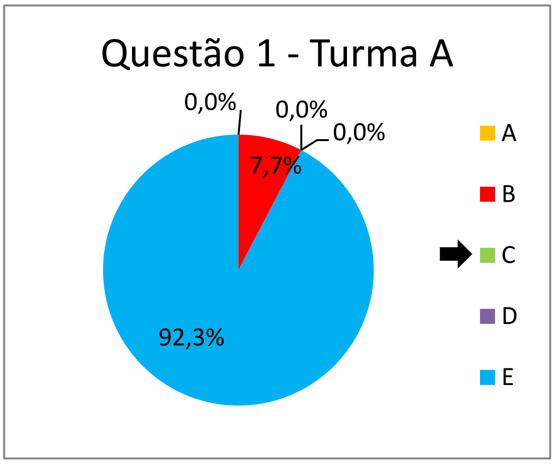
Gráfico 7: Percentual de alunos da turma C que marcaram a alternativa E (Não sei) em cada uma das dez questões, nas três aplicações do questionário.

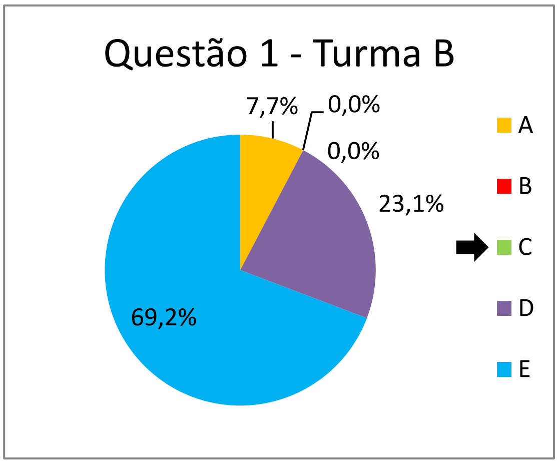
Ao compararmos os resultados das três aplicações do questionário através dos Gráficos 5, 6 e 7, podemos observar que, de maneira geral, o número de alunos que marcou alternativa E (Não Sei) diminuiu, consideravelmente, nas três turmas.

Outra análise que poderia ser feita seria comparar os resultados obtidos nas três aplicações (no *pré-teste*, no *pós-teste* e no *teste final)* nas turmas A e B, em cada uma das questões.

Por exemplo, em relação à Questão 1, as Turmas A e B obtiveram os seguintes resultados (a seta no gráfico indica a alternativa correta):

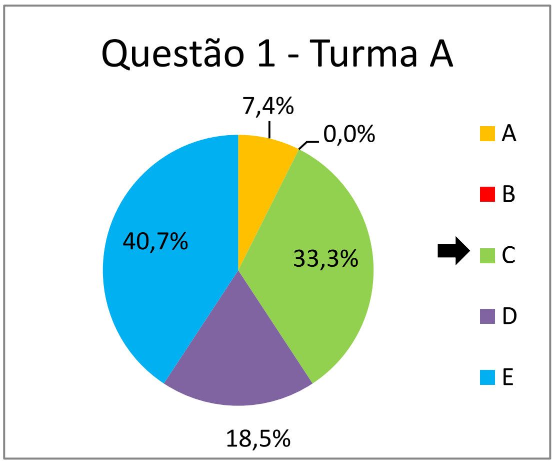
- **no *pré-teste*:**

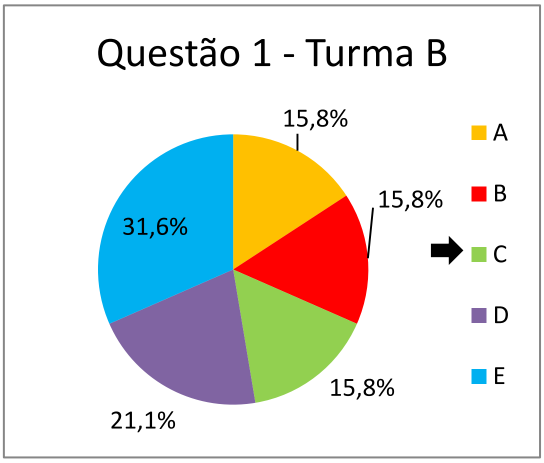




O objetivo desta questão é avaliar as habilidades dos alunos de resolver problemas que envolvem porcentagem. Observe que nenhum dos alunos acertou a resposta correta, que é a alternativa C. 7,7% dos alunos da Turma A marcaram uma alternativa incorreta, já na Turma B, foram 30,8%. Vale destacar o percentual de alunos que marcou a alternativa E (Não sei), que foram, na turma A 92,3% e, na turma B, 69,2%.

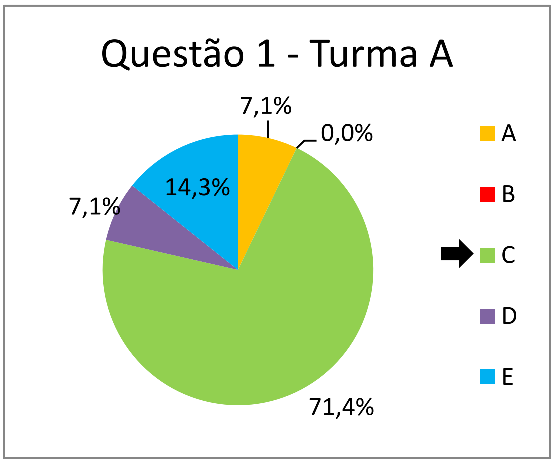
- **no pós-teste:**

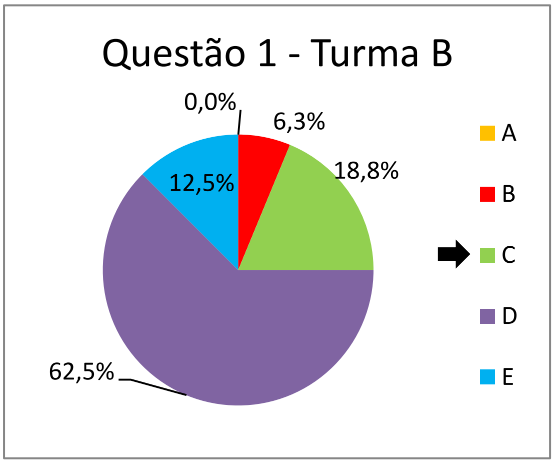




Observe que após o uso do jogo na Turma A, 33,3% dos alunos acertaram, 25,9% erraram e 40,7% não souberam responder à questão 1. Já na Turma B, o percentual de alunos que acertaram, erraram e não souberam responder à essa questão, após o desenvolvimento da proposta de resolução de problemas, foi de, respectivamente, 15,8%, 52,7% e 31,6%.

- **no teste final:**





Em relação a essa questão, com base nos resultados apresentados pelos gráficos, podemos constatar que no final da pesquisa, após o desenvolvimento das duas propostas de ensino, a turma que iniciou com o jogo (Turma A) teve um índice de acertos maior que o da Turma B. Nessa última aplicação do questionário, o percentual de erros dos alunos da Turma A foi de 14,2% e o percentual de alunos que não souberam responder foi de 14,3%. Na Turma B, esses percentuais foram de 68,8% e 12,5%, respectivamente.

Através das análises que fizemos ao longo dessa seção, podemos afirmar que, a turma C – que havia apresentado menor média de desempenho nos meses de fevereiro a setembro em comparação às turmas A e B –, apresentou um resultado final superior ao da turma B.

De maneira geral, observamos que os alunos das turmas A e C obtiveram um resultado superior ao dos alunos da turma B. Acreditamos que o fator motivação foi um dos grandes responsáveis por esse resultado, pois a turma B não apresentou tanto interesse no estudo dos conteúdos quanto as turmas A e C. As falas dos alunos das turmas A e C que foram apresentadas no início desta seção comprovam esse interesse e motivação para a aprendizagem dos conteúdos através do jogo. Portanto, através dos resultados da pesquisa, concluímos que a utilização do jogo Super Banco Imobiliário no início do processo de ensino dos conteúdos de Matemática Financeira foi uma importante estratégia para a motivação dos alunos e, consequentemente, para o desenvolvimento de uma aprendizagem mais significativa para os mesmos.

Após o desenvolvimento da pesquisa com o uso do jogo Super Banco Imobiliário sentimos a necessidade de confeccionar um jogo próprio para ser usado no ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio. Apresentaremos na seção seguinte, um jogo que poderá ser confeccionado por qualquer professor interessado em utilizar a sequência metodológica proposta no nosso trabalho.

PRODUTO FINAL

A seguir apresentaremos uma descrição detalhada do jogo que elaboramos a partir do Super Banco Imobiliário para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio.

Conteúdo do jogo: 6 peões de plástico, 1 Tabuleiro, 18 Títulos de Posse, 13 cartões de Notícia, 10 Cartões do Museu, 2 dados, 40 casas plásticas, 1 cartão do Delegado, Fichas de Registro de Jogada para identificação dos jogadores e outros controles, Cartões de Conta Corrente e Fichas de Registro de Transações Bancárias do Jogador.

Nº de alunos participantes por jogada: 8

Objetivo do jogo: Conquistar o maior aumento percentual de renda do jogo.

Regras do jogo:

Os jogadores deverão lançar o dado para que seja feita a identificação de cada um deles na Ficha de Registro de Jogada, que contém os seguintes dados: Número, Nome, Salário, Moradia Própria, Aluguel, INSS, Seguro da Moradia, Seguro do Carro, Controle de consultas do saldo.

Sobre os campos Número, Nome e Salário:

Sempre que o peão do jogador passar pela casa “Banco” ou nela parar, o mesmo deverá requerer o pagamento de seu salário.

O jogador que tirar o número 1 no dado, terá um salário igual a R$ 8.000,00, o que tirar o número 2 terá um salário de R$ 13.000,00, o que tirar 3, de R$ 15. 000,00, o que tirar 4, de R$ 16.000,00, o que tirar 5, de R$ 18.000,00, o que tirar 6, de R$ 20.000,00, o que tirar 7 será o USURÁRIO e receberá R$ 200.000,00 no início do jogo, sem direito a salário, e o que tirar 8, será o DELEGADO, também sem direito a salário. As funções do USURÁRIO e do DELEGADO serão explicadas a seguir.

USURÁRIO: oferecer empréstimos aos jogadores em qualquer momento do jogo, com taxas e prazos de pagamentos por ele determinados. O USURÁRIO pode cobrar o pagamento de um empréstimo tomado por qualquer jogador em qualquer momento do jogo, podendo inclusive, no caso de não pagamento, “eliminar” um jogador, isto é, tirá-lo do jogo.

DELEGADO: ler o cartão do DELEGADO no final do jogo.

Cartão do DELEGADO

Segue abaixo, na Figura 4, a ilustração do cartão do DELEGADO.

“Sr. (nome do(a) Usurário), qual o valor total atual de seus bens? Qual a origem dos seus recursos, já que no início do jogo você possuía R$ 200.000,00. Como você não declarou o Imposto de Renda e praticou atividade ilegal de empréstimo, você deverá entregar seus bens ao estado e será preso!”

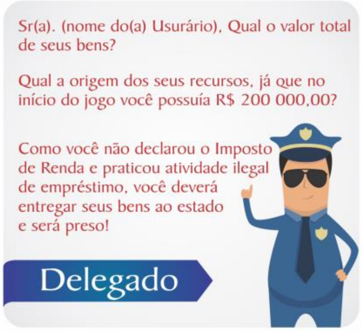


Figura 4 – Ilustração do Cartão do DELEGADO

Sobre o campo INSS

No início do jogo, os jogadores deverão optar pelo pagamento ou não do INSS cujo valor é 10% do salário e será descontado sempre que o peão do jogador passar pela casa “Banco” ou nela parar.

Sobre o campo Moradia Própria

Neste campo será registrado o valor da Moradia Própria do jogador, quando for o caso.

Existem três tipos de Moradias no jogo:

- Moradia 1: Casa Simples – corresponde a uma casa do jogo e tem o valor de R$ 50.000,00.
- Moradia 2: Casa de Luxo – corresponde a duas casas do jogo, encaixadas uma em cima da outra e tem o valor de R$ 100.000,00.
- Moradia 3: Mansão – corresponde a três casas do jogo, encaixadas uma em cima da outra e tem o valor de R$ 150.000,00.

Os jogadores que tirarem os números 1, 3 e 6 nos dados receberão, no início do jogo, Moradias no valor de R$ 50.000,00, R$ 100.000,00 e R$ 150.000,00, respectivamente. Os outros jogadores deverão optar entre o aluguel ou a compra da Moradia.

Para a compra da Moradia o jogador tem as seguintes opções de pagamento, oferecidas pelo banco:

- Opção 1: à vista, com 20% de desconto;
- Opção 2: com acréscimo de 10% sobre o preço, em 2 prestação iguais, uma no ato da compra e a outra prestação quando o jogador passar pela casa “Banco” ou nela parar.

- Opção 3: com acréscimo de 15% sobre o preço, para pagamento em uma prestação sem entrada, quando o jogar passar pela casa “Banco” ou nela parar.

A Moradia deverá ficar junto com o jogador, fora do tabuleiro.

Sobre o campo Aluguel

Nos casos em que o jogador não possuir Moradia Própria, este campo será utilizado para registrar o valor do aluguel que o mesmo deverá pagar ao banco pela Moradia.

Os valores dos aluguéis das Moradias 1, 2 e 3 são R$ 500,00, R$ 1.000,00 e R$ 1.500,00, respectivamente. O valor do aluguel deverá ser pago sempre que o jogador passar pela casa “Banco” ou nela parar.

Sobre o campo Seguro da moradia

Cada jogador deverá optar no início do jogo pelo pagamento ou não do Seguro da Moradia. Os valores dos seguros das Moradias 1, 2 e 3 são R$ 10.000,00, R$ 20.000,00 e R$ 30.000,00, respectivamente. As formas de pagamento são: à vista com 10% de desconto ou em 2 prestações sem entrada, quando o jogador passar pela primeira e pela segunda vez na casa “Banco” ou nela parar.

Sobre o campo Seguro do carro

No início do jogo, cada jogador deverá optar pelo pagamento ou não do seguro do carro. O valor desse seguro é igual a 10% do salário do jogador.

Sobre o campo Controle de consultas do saldo:

Cada jogador poderá consultar o saldo do cartão gratuitamente por até três vezes. A partir daí, o jogador deverá pagar ao banco o valor de R$ 100,00 por cada consulta realizada. Assim, este campo da ficha será usado para efetuar esse registro.

Preparação

Os jogadores deverão escolher o peão e o cartão de conta corrente de sua preferência, e, logo após, devem posicionar os peões na casa “Banco”. Os cartões de Notícias e os Cartões do Museu devem ser embaralhados e colocados no tabuleiro.

Os jogadores deverão fazer uso de papel e caneta para efetuarem os cálculos necessários no decorrer do jogo e também para terem conhecimento do saldo disponível na conta. Não será permitido o uso de calculadora.

Cada jogador deverá iniciar o jogo com o valor do seu salário, conforme os campos Número, Nome e Salário. Este valor deve ser creditado pelo banqueiro (professor) na Ficha de Registro de Transações Bancárias do Jogador.

Começa o Jogo

Todos os jogadores, com exceção do USURÁRIO e do DELEGADO, deverão lançar o dado. Quem tirar o maior número no dado começa o jogo, seguido pelo jogador à esquerda e assim por diante.

O primeiro jogador lança o dado novamente, avança o número de casas indicado no dado e cumpre o que indica a casa.

Movimentando o peão

Ao cair em uma propriedade ou empresa sem dono, o jogador pode comprá-la pelo preço indicado no Título de Posse. Para isso, ele deverá entregar o seu Cartão de Conta Corrente ao banqueiro para que ele faça o lançamento na Ficha de Registro de Transações Bancárias e, em seguida, a entrega do Título de Posse.

Na casa “Impostos” o jogador deverá pagar ao banco 5% do valor do seu saldo atual. Para isso, o banqueiro deverá informar ao jogador o saldo atual da sua conta corrente para que ele faça os cálculos do valor a ser pago. Neste caso, a consulta do saldo não deverá ser registrada no campo Quantidade de consultas do saldo.

Na casa “Receita” o jogador deverá receber do banco 5% do valor do seu saldo atual. Para isso, o banqueiro deverá informar ao jogador o saldo atual da sua conta corrente para que ele faça os cálculos do valor a ser recebido. Neste caso, a consulta do saldo não deverá ser registrada no campo Quantidade de consultas do saldo.

A casa “Lazer” é aquele momento de descanso e lazer tão merecidos após tantos negócios. Não é preciso fazer nada ao parar nessa casa.

A casa “Museu” é para o jogador conhecer um pouco mais a respeito da história do município de Carangola e da história da Matemática Financeira. Quando o jogador parar nessa casa ele deverá retirar um cartão “Museu” e fazer a sua leitura em voz alta, para todos os jogadores. A visita ao “Museu” é gratuita, ou seja, o jogador não precisará pagar nada quando parar nessa casa.

Casa “Banco”

Sempre que o peão passar pela casa “Banco” ou nela parar, o jogador deverá receber seu salário, isto é, o valor do seu salário deverá ser lançado na Ficha de Registro de transações bancárias do jogador.

No entanto, ele deverá lembrar o banqueiro de pagá-lo, pois se ele não o fizer até o final da sua jogada, não poderá recuperá-lo depois.

Casas “Notícias”

Ao parar em uma casa “Notícias”, sorteie uma carta deste monte e cumpra o que indica a carta. Em seguida, devolva a carta para o final da pilha.

Abaixo segue o conteúdo de cada carta e na Figura 5, a ilustração de um desses cartões:

- “Títulos de Posse sobem 10%. A explicação está na estabilidade econômica - que dá mais segurança para fazer negócios em longo prazo e na grande oferta de crédito.”
- “Com grande oferta e demanda em baixa, Títulos de Posse caem 8%.”
- “Parabéns, você foi promovido! Receba um aumento de 10% no valor do salário.”
- “Você foi demitido. Fique uma rodada sem receber salário. Se pagou o INSS, receba o seguro desemprego.”
- “Sua casa pegou fogo. Pague 20% do valor do imóvel. Se tem seguro imobiliário, receba este valor. Se a casa é alugada, pague ou receba 10% do valor do imóvel.”
- “Seu carro foi roubado. Pague R$ 10.000,00 ou receba R$ 10.000,00 se pagou o seguro.”
- “Você está doente e não pode trabalhar. Fique sem receber salário por uma rodada. Se pagou o INSS, receba o seguro.”
- “Com sinais de aumento da inadimplência, as ações da Empresa 1 recuaram 6%.”

- “As ações da Empresa 2 caem 10% em meio aos preparativos da empresa para troca de papéis com a Empresa X no processo de fusão das duas empresas.”
- “Com a fusão entre a Empresa 3 e a Empresa Y as ações da Empresa 3 se valorizaram 15%.”
- “As ações da Empresa 4 registram alta de 5% após a abertura de uma nova unidade no bairro Eldorado.”
- “As ações da Empresa 5 obtiveram uma valorização de 21% por conta de especulações sobre um novo investidor no bloco controlador na companhia.”
- “Ações da Empresa 6 sobem 30% após venda para Empresa Z .”

(Frente) (Verso)

Figura 5 – Ilustração de um cartão Notícia

Casa “Cadeia”

Ao cair na casa “Cadeia” o jogador deverá ficar uma rodada sem jogar. Na próxima jogada, ele poderá pagar R$ 10.000,00 de fiança e se livrar. Caso o jogador não queira pagar a fiança ele deverá esperar por três rodadas para sair desta casa.

Propriedade

Caso o jogador pare em uma propriedade que ainda está com o banqueiro, ele tem duas opções: pagar o valor do aluguel ao banco ou comprar a propriedade. Os valores dessas duas opções estão indicados no Título de Posse. O pagamento será efetuado através do lançamento do valor na Ficha de Registro de Transações Bancárias.

Caso o jogador pare em uma propriedade de outro jogador, ele deverá pagar o valor do aluguel para o proprietário. O pagamento será efetuado através do lançamento do valor nas Fichas de Registro de Transações Bancárias desses jogadores.

Ações das Empresas

O jogador que parar em uma dessas propriedades deverá pagar ao proprietário da Empresa a quantia indicada no Título de Posse multiplicada pelo número tirado no dado.

Casas

Após a compra de um Título de Posse, o jogador terá direto a construir casas na sua vez de jogar, podendo construir até 3 casas em um mesmo terreno – depois disso somente um hotel. O valor de compra de cada casa é informado no Título de Posse.

Hotel

O valor de compra de cada hotel é informado no Título de Posse. O jogador só poderá construir um hotel por propriedade. Além disso, para construir um hotel, é necessário que a propriedade tenha uma casa.

Compras e Vendas

Todos os jogadores podem comprar ou vender propriedades entre si a qualquer momento do jogo.

Caso alguém queria negociar uma propriedade com imóveis, primeiramente o jogador deverá vender as casas ou o hotel ao banco pela metade do valor pago, para só então negociar o Título de Posse.

As negociações devem ser de conhecimento de todos.

A qualquer momento do jogo o banco pode oferecer a qualquer jogador:

- Propriedades, por 10% a mais do valor indicado no Título de Posse;
- Ações das Empresas, por 15% a mais do valor indicado no Título de Posse;
- Poupança com rendimento de 0,8% a cada período. (Nesse caso, o período será calculado com base no momento em que o jogador passar na casa "Banco" ou nela parar. Após o jogador fazer o depósito na poupança, a primeira vez que ele passar na casa "Banco" ou nela parar, por exemplo, será considerado como período 1.)

- Empréstimos, com duas opções de pagamento:

  1) Juros simples com taxa de 10% sobre o valor total do empréstimo, a ser pago no momento em que o jogador passar na casa “Banco” ou nela parar.

  2) Juros compostos com taxa de 4% ao período, sendo o período calculado da mesma forma que na poupança.

Encargos bancários

Os jogadores deverão pagar uma mensalidade ao banco no valor de R$ 100,00, no momento em que passar na casa “Banco” ou nela parar.

Hipoteca

Os jogadores poderão hipotecar suas propriedades que não tiverem imóveis. Para isso, ele deverá entregar o Título de Posse ao banco e receber 50% do valor indicado no cartão, que será lançado na Ficha de Registro de transações bancárias. Nesse caso, a propriedade não poderá ser negociada com nenhum outro jogador sem a autorização do proprietário.

Enquanto a propriedade estiver hipotecada, caso alguém pare nessa casa o aluguel deverá ser pago ao banco.

Para recuperar o Título de Posse, o jogador deverá pagar o valor indicado no Título mais 30% como taxa de juros. Além disso, o jogador só poderá recuperá-lo na sua vez de jogar.

As ilustrações do Tabuleiro, dos Cartões e das Fichas descritas nessa seção serão apresentadas no Anexo 4 deste trabalho.

No próximo capítulo, proporemos algumas atividades envolvendo porcentagens, juros e taxa de juros, para serem aplicadas em sala de aula com o uso de recursos computacionais.

CAPÍTULO VI

RECURSOS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Conforme mencionamos no quarto capítulo, achamos muito interessante a proposta de CÓSER FILHO (2008) que utiliza as planilhas eletrônicas no ensino de Matemática Financeira. Observamos que a construção da planilha possibilita que o aluno compreenda o papel dos juros, das parcelas, do pagamento ou não da entrada, entre outros. Possibilita que o aluno se qualifique para tomar decisões.

Neste sentido, o objetivo deste capítulo é apresentar algumas atividades de Matemática Financeira que podem ser desenvolvidas com o uso de *softwares* matemáticos, na busca de minimizar os problemas de aprendizagem no conteúdo, para assim tentar desenvolver no estudante uma melhor formação, de forma que ele possa resolver situações-problemas que envolvam tal assunto e, futuramente, exercer de forma mais consciente suas escolhas no âmbito financeiro.

As atividades que vamos propor não foram utilizadas na pesquisa que realizamos pelo fato de a escola não possuir um laboratório de informática para os alunos.

Vamos inicialmente, discorrer a respeito de alguns dos recursos que serão utilizados.

O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA COM ATIVIDADES COMPUTACIONAIS

Desenvolver o ensino de Matemática Financeira com atividades que promovam articulações múltiplas entre formas de representação tais como algébricas (fórmulas), gráficas (gráficos) e numéricas (tabelas) além de contribuir para a aprendizagem neste campo do conhecimento, também pode ser uma maneira de contribuir para uma compreensão mais qualitativa sobre funções reais. Os *softwares* Graphmatica, Winplot, Geogebra ou outros equivalentes de sua preferência, ou ainda planilhas eletrônicas que tenham recursos para traçar gráficos disponíveis podem ajudar neste objetivo. Esses programas não requerem comandos ou sintaxe de programação específicos e permitem manipular gráficos de funções de forma integrada com representações algébricas e numéricas, usando essencialmente a mesma simbologia algébrica usual.

Na abordagem de tratamento da informação e Matemática Financeira, as planilhas eletrônicas podem ser empregadas com dados extraídos de situações concretas, que podem ser coletados pelos próprios alunos. Segundo GIRALDO et al. (2012), *além das planilhas oferecerem muito mais recursos e funções que a calculadora de bolso, seu uso apresenta algumas diferenças importantes do ponto de vista pedagógico, em relação ao uso da calculadora:*

> I) De forma geral as planilhas possuem maior precisão que as calculadoras, portanto possibilitam a visualização e o tratamento de dados numéricos com mais casas decimais. II) Os recursos das planilhas também oferecem a possibilidade de manusear os dados das atividades de forma mais dinâmica e com menos uso de teclas, uma vez que as fórmulas e dados digitados em uma célula podem ser generalizados para outras por meio do recurso de arrastar. III) As planilhas geram automaticamente um registro tanto das operações e funções matemáticas empregadas no problema, quanto dos dados da solução. Para guardar tais registros com o uso da calculadora, é preciso manter um controle paralelo em papel. IV) Por outro lado, os símbolos encontrados nas calculadoras de bolso são essencialmente os mesmos e obedecem às mesmas regras com que os alunos estão acostumados a lidar desde a alfabetização matemática nos anos iniciais, enquanto as planilhas eletrônicas possuem simbologia e sintaxe próprias, cuja aprendizagem por si só demanda maior maturidade por parte do aluno (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012, p. 18).

Na maioria das questões de Matemática Financeira os cálculos e procedimentos algébricos podem ser trabalhosos, e o objetivo das atividades não é treinar a destreza em contas ou em procedimentos algébricos tais como encontrar as raízes de um polinômio de quinto grau, e sim possibilitar interpretações de situações e dar suporte a tomadas de decisões. Nesse sentido, sugerimos a utilização de outros *softwares* matemáticos, os sistemas de computação algébrica, que integram recursos numéricos, gráficos e simbólicos.

Os recursos disponíveis nos sistemas de computação algébrica fornecem ferramentas para abordar, numérica e simbolicamente, problemas envolvendo uma ampla gama de conceitos matemáticos, desde os mais básicos até os mais avançados.

Entretanto, isto não significa que as ferramentas desses sistemas sejam isentas de limitações. Dessa forma, a interpretação dos resultados produzidos, mesmo nos sistemas de computação algébrica mais poderosos, não dispensa ou substitui o conhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos. Pelo fato de poder ser obtido gratuitamente na internet, optamos pelo uso do *software* Maxima.

As atividades a seguir ilustram como é possível desenvolver atividades pedagógicas interessantes, enriquecedoras, a partir de situações práticas e explorar os benefícios dos recursos computacionais citados anteriormente no ensino de Matemática Financeira.

ATIVIDADES

A atividade 1 foi adaptada do artigo "A Matemática Financeira dos encartes de lojas (uma atividade para a 6a série)", do autor Claudemir R. Santiago, da Revista do Professor de Matemática, nº. 67, publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática.

A Atividade 2 foi adaptada dos livros "Matemática: contexto e aplicações. Volume 1", do autor Luiz Roberto Dante, publicado pela Ática, em 2011; e "Progressões e Matemática Financeira", dos autores Augusto Cesar Morgado, Eduardo Wagner e Sheila C. Zani, publicado pela SBM, em 1993. Não encontramos menção do uso de *softwares* matemáticos para a resolução dessa atividade, nas obras mencionadas.

A atividade 3 foi adaptada do livro "Matemática Financeira na Escola Básica: uma abordagem prática e visual", de coordenação da professora Lilian Nasser, do Projeto Fundão, publicado pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, em 2012. Na resolução dessa atividade o livro sugere o uso do *software* Maple.

A atividade 4 foi elaborada por nós e, finalmente, a atividade 5 foi adaptada do artigo "Salários e Aluguéis", de Rogério César Santos e, da Revista do Professor de Matemática, nº 78, p. 11-13, de 2012, publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática.

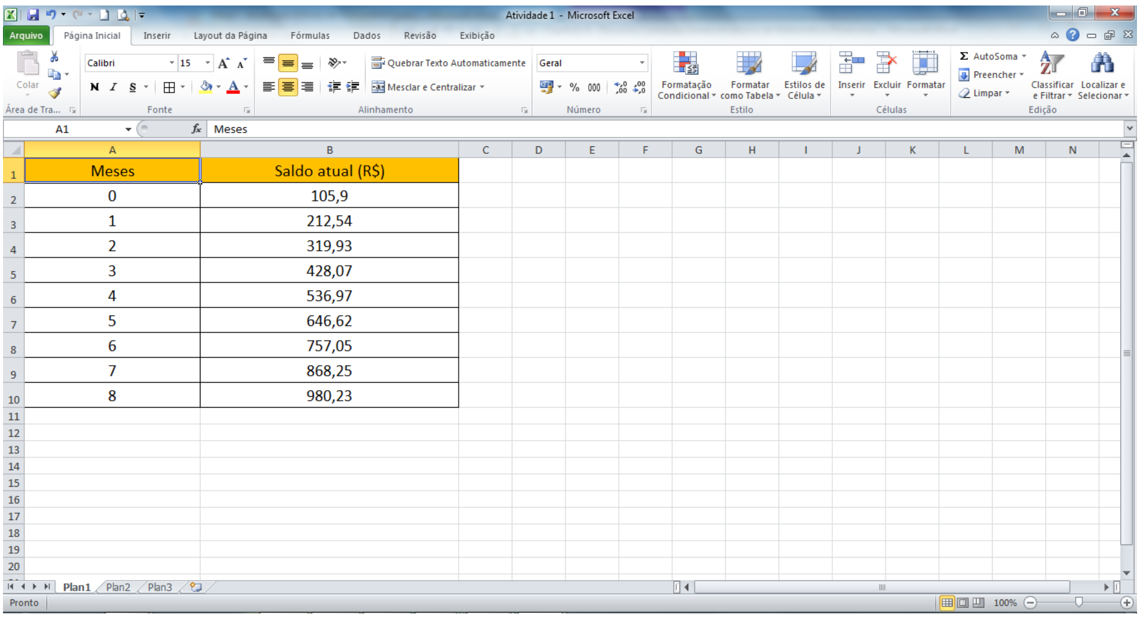
Atividade 1

Depois de distribuir encartes de propaganda entre os alunos, simular compras de diferentes tipos de produtos e calcular o valor a ser pago em diferentes condições de pagamento, por exemplo, à vista com 10% de desconto ou pagamento em parcelas iguais, sem desconto.

Num segundo momento, discutir a respeito das alternativas para fugir dos juros exorbitantes. Vejamos um exemplo.

Um aluno escolheu um aparelho de celular que custava à vista R$ 879,00, e no encarte era anunciado por 12 prestações de R$ 105,90.

Podemos analisar a seguinte opção: antes da compra, fazer depósitos mensais numa conta-poupança. Supondo então, depósitos mensais no valor de R$ 105,90 e que a taxa de juros da poupança seja de 0,7% ao mês, podemos construir uma tabela no Excel que relaciona os meses com seus respectivos saldos e, a partir disso, verificar após quantos meses teremos o valor do aparelho celular à vista, supondo que esse valor não será reajustado nos próximos meses.



Meses	Saldo atual (R$)
0	105,9
1	212,54
2	319,93
3	428,07
4	536,97
5	646,62
6	757,05
7	868,25
8	980,23

Figura 6: Ilustração da planilha de cálculo no Excel

Completada a tabela, os alunos chegarão à conclusão de que em 8 meses de poupança programada, comprar-se-ia o celular e ainda sobrariam R$ 101,23.

Com base nessa atividade, o professor pode (e deve) levantar outras questões para os alunos responderem, tendo em mente que a experiência com a planilha pode também contribuir com a aprendizagem da simbologia algébrica e com a transição do pensamento puramente aritmético para o pensamento algébrico. Veja algumas possibilidades:

- Justifique matematicamente cada um dos valores numéricos presentes nas células da coluna 2.
- Qual será o saldo da conta-poupança após 12 meses de depósitos sem retiradas?
- Escreva uma fórmula matemática que expresse o saldo da conta-poupança em função do número de meses decorridos.
- Escolha outro produto no encarte e faça o mesmo procedimento, isto é, compare as formas de pagamento à vista e parcelada considerando o rendimento da poupança e decida qual delas é mais vantajosa do pondo de vista financeiro.

Além do conhecimento matemático, é importante destacar a importância do desenvolvimento de uma atitude de interpretação crítica dos resultados produzidos pelo Excel. Essa formação crítica pode ser desenvolvida a partir de usos errôneos do *software*, isto é, erros cometidos pelo próprio usuário e também através de resultados aparentemente errados ou inesperados que podem ser causados por limitações inerentes ao próprio *software*.

Atividade 2

Rogério comprou uma bicicleta no valor de R$ 800,00 em uma loja que oferece duas opções de pagamento:

a) à vista, com 4% de desconto;

b) em quatro prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira, um mês após a compra.

Qual é a melhor opção para Rogério, do ponto de vista financeiro, considerando que ele pode conseguir juros de 2,5% ao mês se deixar o dinheiro no banco?

Os esquemas de pagamento são:

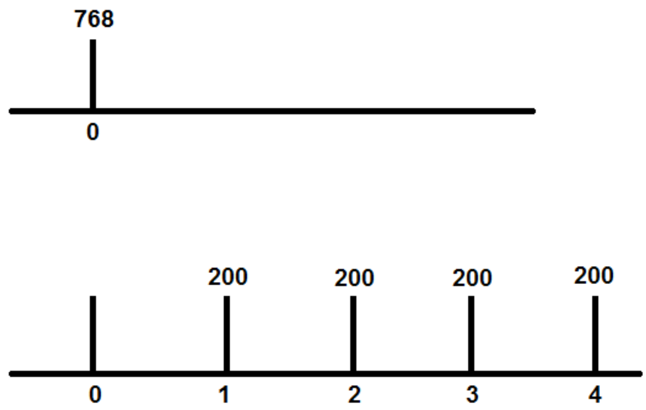


Figura 7: Eixos representativos

Para comparar, determinaremos o valor dos dois conjuntos de pagamentos na mesma época, por exemplo, na época 0. Temos,

$$\text{À } vista: V_1 = 0{,}96\,.\,800 = R\$\,768{,}00 \text{ e}$$

$$\text{Parcelado: } V_2 = \frac{200}{1{,}025} + \frac{200}{1{,}025^2} + \frac{200}{1{,}025^3} + \frac{200}{1{,}025^4} = \text{R\$ } 752{,}39$$

Logo, a melhor opção é parcelar a compra.

Observe que esse exemplo contraria a ideia de muitas pessoas que acham que, em qualquer situação de compra, a melhor opção do ponto de vista financeiro é fazer o pagamento à vista.

Podemos observar ainda que quanto maior o número de prestações, mais trabalhoso será o cálculo do valor parcelado numa época específica. Nesses casos, sugerimos a utilização do *software* Maxima.

Veja esta outra situação:

Hélen tem duas opções de pagamento na compra de um televisor:

- *3 prestações mensais de R$ 150,00 cada;*
- *7 prestações mensais de R$ 65,00 cada.*

A primeira prestação é paga no ato da compra em ambos os casos. O dinheiro vale 2% ao mês para Hélen. Do ponto de vista financeiro, qual é a melhor opção de compra?

Muitas pessoas acham que o primeiro esquema é o melhor, pois o total pago é de R$ 450,00 ao passo que no segundo esquema o total pago é de R$ 455,00.

A título de comparação, vamos determinar o valor dos dois conjuntos de pagamentos na mesma época, por exemplo, na época 2. Então temos:

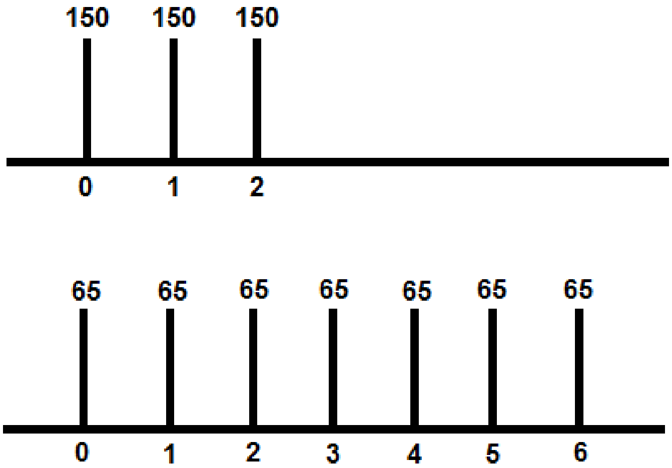


Figura 8: Eixos representativos

$V_1 = 150(1 + 0{,}02)^2 + 150(1 + 0{,}02) + 150$

e

$V_2 = 65(1 + 0{,}02)^2 + 65(1 + 0{,}02) + 65 + \frac{65}{1+0{,}02} + \frac{65}{1+0{,}02^2} + \frac{65}{1+0{,}02^3} + \frac{65}{1+0{,}02^4}$

Calculando esses valores no Maxima, obtemos $V_1 = 459{,}06$ e $V_2 \cong 446{,}43$.

Portanto, a melhor opção para Hélen é fazer o pagamento em 7 prestações.

Atividade 3:

Aline deseja comprar um iPad em uma loja que oferece um desconto de 30% nas compras à vista ou pagamento em 3 prestações mensais iguais, sem desconto. Determine a taxa mensal de juros embutida nas vendas, supondo o pagamento da primeira prestação:

a) um mês após a compra;

b) dois meses após a compra.

Vamos resolver o item a:

Os esquemas de pagamento a seguir são equivalentes:

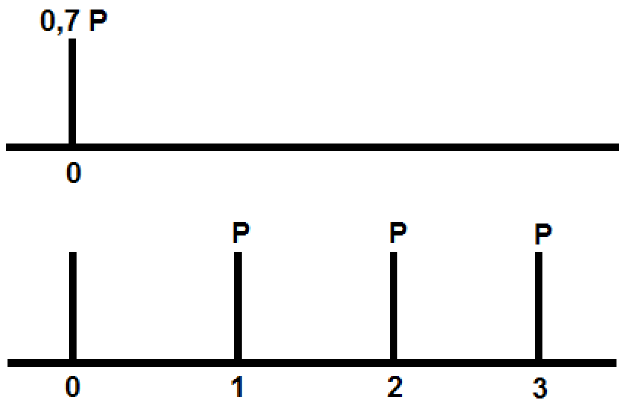


Figura 9: Eixos representativos

Igualando os valores na mesma época (0, por exemplo) dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos:

$$0{,}7\,.\,3P \;=\; \frac{P}{1+i}+\frac{P}{(1+i)^2}+\frac{P}{(1+i)^3} \;\Rightarrow\; 2{,}1=\frac{1}{1+i}+\frac{1}{(1+i)^2}+\frac{1}{(1+i)^3} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2{,}1i^3+6{,}3i^2+6{,}3i+2{,}2=1+2i+i^2+2+i \Rightarrow 21i^3+53i^2+33i-9=0$$

Vamos resolver essa equação no Maxima.

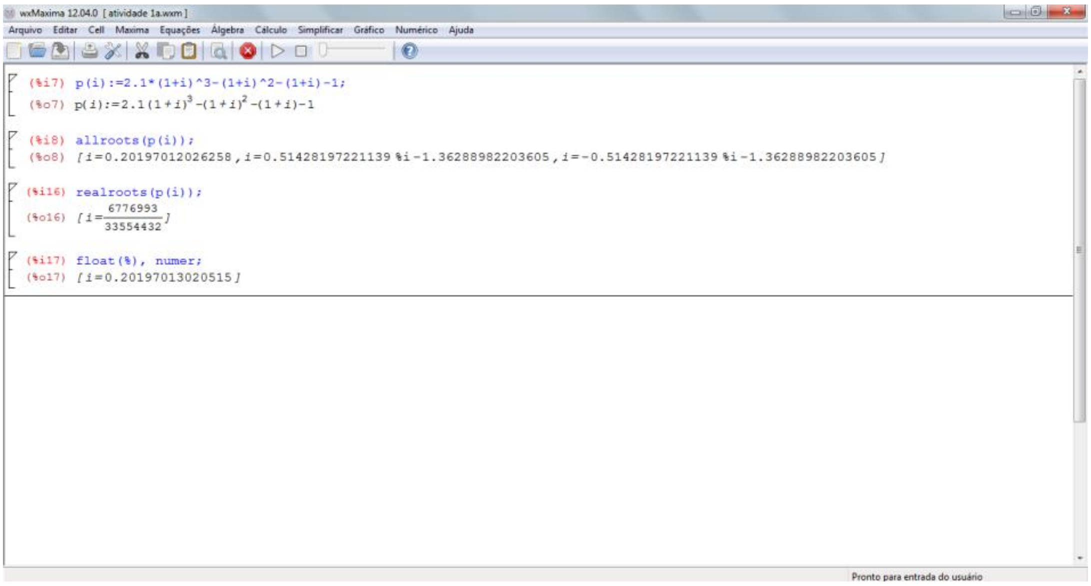


Figura 10: Ilustração da tela do Maxima com a solução da equação.

Observe que o polinômio de grau 3 possui duas raízes complexas e uma única raiz real que é i = 0.20197013020515 = 20,2%

Portanto, a loja cobra 20,2% ao mês.

Vamos agora, resolver o item b:

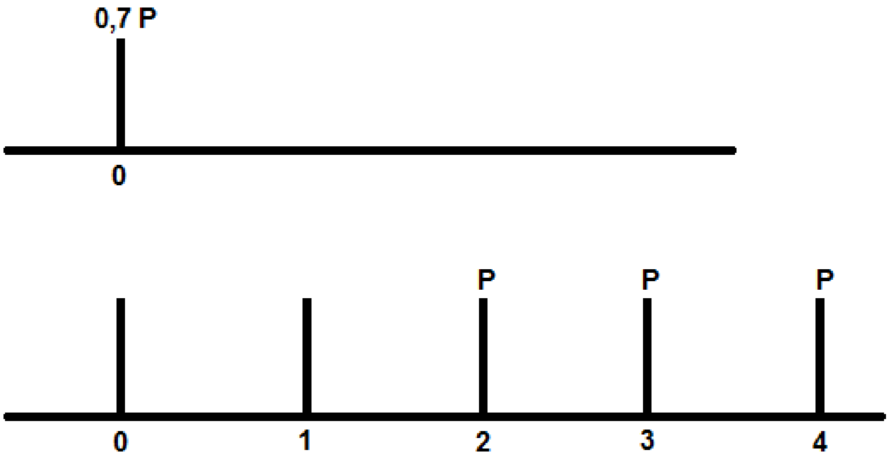


Figura 11: Eixos representativos

Igualando os valores na mesma época (0, por exemplo) dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos:

$$0{,}7 \cdot 3P = \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \frac{P}{(1+i)^4} \Rightarrow 2{,}1 = \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2{,}1(1+i)^4 = (1+i)^2 + (1+i) + 1 \;\Rightarrow\; 21i^4 + 84i^3 + 116i^2 + 54i - 9 = 0$$

Portanto, obtemos uma equação de quarto grau. Resolvendo esta equação no Maxima, encontramos a única raiz possível para o problema:

$$i=0.12806430459023=12,8\%$$

Logo, nessa modalidade de pagamento, a loja cobra 12,8% ao mês.

Atividade 4:

4.1 João contratou um empréstimo no valor de R$ 1 000,00 a ser pago em uma única parcela. O credor a título de compensação pelo tempo em que ficará sem o seu dinheiro, resolveu cobrar uma taxa de juros simples de 5% ao mês.

a) Faça uma tabela no Excel para representar a dívida de João depois de 1, 2, 3 e 4 meses da data da contração do empréstimo.

b) Escreva a lei que expressa os juros simples (J), a serem pagos por João, após um período de t meses da data da aquisição do empréstimo.

c) Escreva a lei que relaciona o total ou montante da dívida (M) em função do tempo (t).

d) Sabendo que João quitou a dívida 12 meses depois da contratação, qual foi o valor pago pelo empréstimo?

e) De maneira geral, como podemos expressar os juros simples J, obtidos em uma aplicação de um capital C, durante um determinado período de tempo t, a uma taxa de juros i?

f) E como podemos expressar o montante M dessa aplicação em função do tempo t? Que tipo de função você encontrou?

g) Represente graficamente, em um software matemático, a função J: $\mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ *obtida em função do tempo t no item e. Essa função é de que tipo?*

h) Represente graficamente, em um software matemático, a função M: $\mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ *obtida em função do tempo t no item f. Essa função é de que tipo?*

i) Considerando a tabela que você construiu no item a, especialmente a coluna da dívida de João, subtraia o valor contido em uma das linhas pelo valor da linha imediatamente anterior. Repita esse procedimento para as outras linhas. O que você observa? Os valores da dívida formam que tipo de sequência?

Com essa atividade, através do uso dos recursos computacionais, espera-se que o aluno compreenda os conceitos de juros simples e montante, construa a fórmula de juros simples e relacione essa modalidade de juros com função afim e com progressão aritmética.

4.2 Resolva a questão anterior, agora, no sistema de juros compostos. Em seguida, compare as respostas dessa atividade com as da atividade 4.1. O que você observa? Qual das duas situações é mais vantajosa para João? Justifique.

Com essa atividade, espera-se que o aluno compreenda o conceito de juros compostos, compare as duas modalidades de juros abordadas nessas atividades, construa as fórmulas de juros compostos e relacione essa modalidade de juros com função exponencial e com progressão geométrica.

Especialmente nessa atividade, será possível perceber que o *software* não só ajudará na organização dos dados como também terá uma grande importância na resolução dos cálculos que se apresentarão mais complexos e trabalhosos.

4.3 Considere f(t) e g(t) as leis das funções que expressam o montante em função do tempo t no sistema de juros simples e de juros compostos, respectivamente, obtidas nas questões anteriores. Construa o gráfico dessas funções no Geogebra e responda:

a) Para quais valores de t temos f(t) > g(t)?

b) Para quais valores de t temos g(t) > f(t)?

c) Para qual(is) valor(es) de t temos g(t) = f(t)

Com essa atividade, espera-se que, através do *software* de geometria dinâmica, o aluno seja capaz de comparar o comportamento da função afim com o da função exponencial. Isto é, que ele compreenda em quais momentos uma função é menor, maior ou igual à outra. Dessa forma, espera-se que o aluno entenda qual dos sistemas de juros, simples ou compostos, é mais vantajoso, do ponto de vista financeiro, em determinados intervalos de tempo.

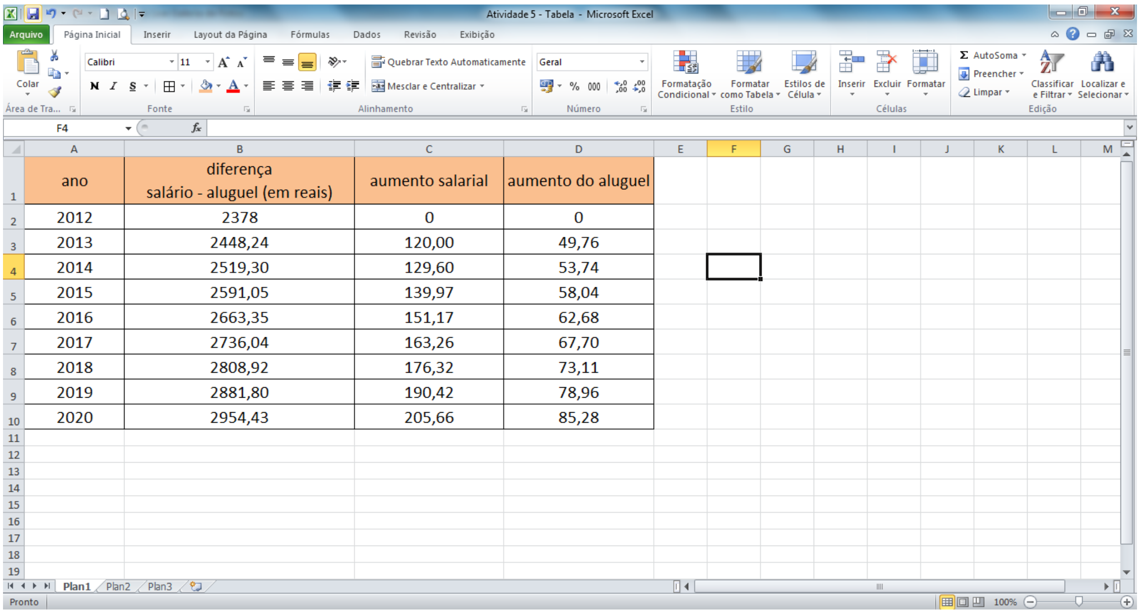
Atividade 5:

O professor Lucas recebeu durante todo o ano de 2012 um salário de R$ 3.000,00 e, em 2013, esse valor será aumentado em 4%. Ele também foi *informado que o aluguel do seu apartamento, que em 2012 foi de R$ 622,00, terá um aumento de 8% em 2013.*

Supondo que esses aumentos anuais serão os mesmos durante os próximos 50 anos, responda:

A diferença entre o salário e o aluguel de Lucas vai aumentando ou diminuindo nos próximos anos? Essa diferença será sempre positiva? Em caso negativo, descubra o momento no qual essa diferença será nula.

Observe que o aumento percentual do aluguel é maior que o aumento percentual do salário. Sendo assim, alguém poderia pensar que a diferença entre o salário e o aluguel vai sempre diminuindo. Mas não é bem assim, pelo menos nos primeiros anos. Vamos analisar a situação acima com a ajuda de uma tabela construída no Excel.



ano	diferença salário - aluguel (em reais)	aumento salarial	aumento do aluguel
2012	2378	0	0
2013	2448,24	120,00	49,76
2014	2519,30	129,60	53,74
2015	2591,05	139,97	58,04
2016	2663,35	151,17	62,68
2017	2736,04	163,26	67,70
2018	2808,92	176,32	73,11
2019	2881,80	190,42	78,96
2020	2954,43	205,66	85,28

Figura 12: Ilustração da tabela construída no Excel

Observamos que a diferença entre o salário e o aluguel está aumentando. Isso porque olhando agora as duas últimas colunas, nesses primeiros anos, o aumento salarial ainda é maior do que o aumento do aluguel, pois, nesse início, 4% do salário ainda é maior do que 8% do aluguel.

Em algum momento mais adiante, o aumento do aluguel é que será maior do que o aumento do salário. E aí, sim, a diferença salário-aluguel começará a diminuir. Vamos determinar quando isso acontecerá.

Seja x o número de anos após 2012, ou seja, x = 0 para 2012; x = *1* para 2013; x = *3* para 2014, etc. e seja y o valor, em reais, do salário no ano $2012 + x$. Usando a fórmula do montante a juros compostos, obtemos $y = 3000.\,1{,}04^x$. Se z denota o valor do aluguel no ano $2012 + x$, então $z = 622.\,1{,}08^x$.

Vamos pensar em dois anos consecutivos, 2012 + (x – 1) e 2012 + x. O aumento salarial, S, e o aumento do aluguel, A, de um ano para o outro serão dados por

$S = 3000.\,1{,}04^x - 3000.\,1{,}04^{x-1}$ e $A = 622.\,1{,}08^x - 622.\,1{,}08^{x-1}$

Estamos procurando o valor de x para o qual S se torna menor do que A.

Vejamos:

$$3000.\,1{,}04^x - 3000.\,1{,}04^{x-1} < 622.\,1{,}08^x - 622.\,1{,}08^{x-1}$$

se, e somente se,

$$3000.\,1{,}04^x(1 - 1{,}04^{-1}) < 622.\,1{,}08^x(1 - 1{,}08^{-1})$$

Daí, como todos os termos são positivos, temos, com aproximação de três casas decimais,

$$\frac{3000}{622} < \left(\frac{1{,}08}{1{,}04}\right)^x \frac{1 - 1{,}08^{-1}}{1 - 1{,}04^{-1}}$$

Usando logaritmos e efetuando os cálculos, com aproximação decimal de três casas decimais, obtemos $x > 24{,}324$.

Concluímos que a partir de $x = 24{,}324$ o aumento salarial será menor do que o aumento do aluguel e, consequentemente, a função diferença y – z começa a cair a partir desse tempo.

Observemos agora que apesar de a diferença começar a cair a partir de $x = 24{,}324$, ela ainda é positiva. Mas até quando? Existirá um momento no qual y – z = 0? Vejamos:

$$y = z \Leftrightarrow 3000.\,1{,}04^x = 622.\,1{,}08^x \Leftrightarrow 4{,}823 = 1{,}038^x \Leftrightarrow$$

$$\ln\left(\frac{3000}{622}\right) = x.\,ln\left(\frac{1{,}08}{1{,}04}\right) \Leftrightarrow x \cong 41{,}691.$$

Além disso, como y – z é decrescente para todo x maior do que $24{,}324$; então, a partir de 41,691, essa diferença será negativa.

Enfim, daqui a 42 anos, o salário do trabalhador será sempre menor do que o aluguel que deverá pagar. *Plotando* o gráfico da função y – z numa planilha eletrônica (ou qualquer outro *software* matemático de construção de gráficos), obtemos a Figura 13, abaixo.

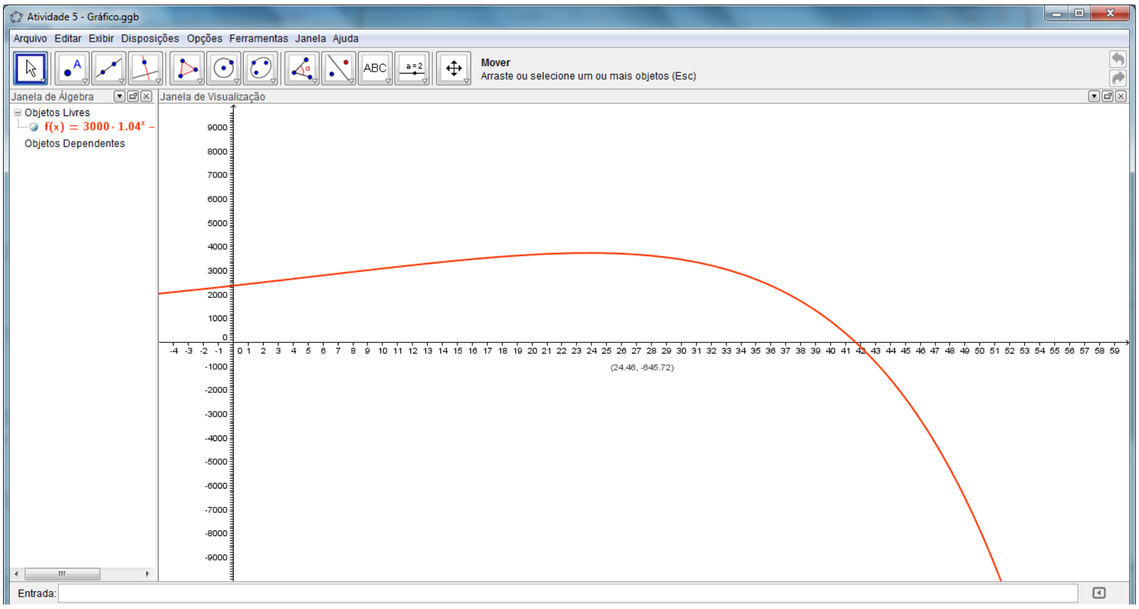


Figura 13: Ilustração do gráfico da função $y - z$ *plotada* no Geogebra.

Observe que a função diferença é crescente até x = 24,324, e se torna negativa para x maior do que 41,691.

É importante observar que as atividades não devem se resumir à mera verificação de resultados com os *softwares*. Seus desenvolvimentos em sala de aula sempre devem incluir as justificativas matemáticas desses resultados.

Apresentaremos a seguir, as considerações finais a respeito do trabalho desenvolvido.

Considerações Finais

É fácil perceber a presença da matemática financeira no nosso cotidiano. Constantemente somos desafiados a escolher adequadamente descontos, dívidas, aplicações financeiras, crediários, entre outras transações financeiras. No entanto, as atuais reportagens sobre inadimplência do consumidor, mostram que as pessoas e em especial os jovens, não estão preparados para tomar decisões no âmbito financeiro e, em grande parte, o motivo é a falta de formação sólida neste campo. Concluímos, portanto, que o tema em questão é extremamente importante e precisa ser trabalhado de maneira contextualizada, com situações aplicáveis ao dia a dia e através de métodos que facilitem o aprendizado e que tornem a abordagem do conteúdo mais atraente para o aluno.

É nessa perspectiva de metodologia que acreditamos no uso dos recursos computacionais, do jogo Super Banco Imobiliário reformulado e do jogo elaborado como instrumentos didáticos, pelo fato de oferecer ao contexto da sala de aula, em situações devidamente planejadas e bem direcionadas, uma metodologia de ensino que permite ao professor dinamizar de modo simples as aulas teóricas tratadas geralmente com metodologias tradicionais; por possibilitarem a exploração de ideias e situações pelos alunos de maneira ampla, prática e atraente; e por fazer parte da realidade atual dos alunos.

Acreditamos que as atividades que foram apresentadas proporcionam o desenvolvimento do senso crítico do aluno e contribuem, entre outros aspectos, para a sua formação cidadã.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, A. C. *Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública*. 2004. 124f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

BRASIL1, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros curriculares nacionais - ensino médio (PCNEM): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.* Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2013.

BRASIL2, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros curriculares nacionais - ensino médio (PCN+EM): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.* Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2013.

BRASIL3, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros curriculares nacionais - ensino médio (PCNEM): Ciências Humanas e suas Tecnologias.* Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/cienciah.pdf> Acesso em: 19 jan. 2013.

BRASIL4. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB. Brasília, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm> Acesso em: 19 jan. 2013.

BRASIL5. Ministério da Educação. *Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática* / Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011, 104 p. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guia-pnld?download=5512:guia-pnld-2012-matematica>. Acesso em: 3 fev. 2013.

BRASIL6. Ministério da Educação. *PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores.* Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 127 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf>. Acesso em: 3 fev. 2013.

CECCATTO, V.; FRANCISCO, R. *Ensino de matemática financeira aplicada ao Ensino Médio com o uso de novas tecnologias.* Disponível em:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2462-8.pdf>. Acesso em: 31 jan. 2013.

CÓSER FILHO, M. S. *Aprendizagem de Matemática financeira no ensino médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas.* Porto Alegre, 2008. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/14828/000668627.pdf?sequence=1>. Acesso em: 4 set. 2012.

COSTA, C. *Tópicos de matemática e atualidade* / Celso Costa, Luiz Manoel Silva de Figueiredo. – Rio de Janeiro: UFF / CEP – EB, 2006. 156 p. – (Curso de Instrumentação para o Ensino de Matemática).

D´AMBROSIO, U. *A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática*. In: BICUDO, M. A. V.(org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115.

DANTE, L. R. *Matemática: contexto e aplicações. – Volume 1.* 1 ed. São Paulo: Ática, 2010.

ESTRELA. Manual de Instruções do Super Banco Imobiliário.

EVES, H. *Introdução à história da matemática* / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FUGITA, F.; FERNADES, M. A.; POLICASTRO, M. S.; TAMASHIRO, W. *Matemática, 1ª serie: ensino médio.* São Paulo: Edições SM, 2009. – (Coleção ser protagonista)

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática.* Rio de Janeiro: SBM, 2012.

GONÇALVES, C. B. *Casa da Moeda do Brasil: 290 anos de história, 1694-1984.* Rio de Janeiro, 1985. Disponível em: <http://www.casadamoeda.gov.br/portalCMB/menu/cmb/sobreCMB/origem-dinheiro.jsp;jsessionid=2A915A883ACE1CED4EE2BADED0990ABA>. Acesso em: 18 jan. 2013.

GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.* 2000. 239f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GRANDO, R. C. *O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da Matemática.* 1995. 194f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

HERMINIO, P. H. *Matemática Financeira – um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem*. 2008. 244f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

IEZZI, G.; DOLCE, O., DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R. *Matemática: ciência e aplicações. –Volume 1*. 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. *Fundamentos de matemática elementar - volume 11: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva.* São Paulo: Atual, 2004.

LIMA, E. L. et al. *A Matemática do Ensino Médio – volume 2.* 6 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 308p.

MINAS GERAIS1. *Proposta curricular de Matemática. Educação Básica. Cadernos Pedagógicos: Matemática.* Belo Horizonte, 2007.

MINAS GERAIS2. Secretaria de Estado de Educação. Centro de Referência Virtual do Professor. *Orientação Pedagógica: Matemática Financeira. Conteúdo Básico Comum - Matemática Médio.* Autor: Mario Jorge Dias Carneiro. Belo Horizonte: SEE-MG, 2008. Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.aspx?ID_OBJETO=103059&tipo=ob&cp=B53C97&cb=&n1=&n2=Orienta%EF%BF%BD%EF%BF%BDes%20Pedag%EF%BF%BDgicas&n3=Ensino%20M%EF%BF%BDdio&n4=Matem%EF%BF%BDtica&b=s>. Acesso em: 17 jan. 2013.

MINAS GERAIS3. *SIMAVE: PROEB*. 2011. Disponível em: <http://www.simave.caedufjf.net/simave/proeb/selecaoGeral.faces>. Acesso em: 5 fev. 2013

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. C. *Progressões e Matemática Financeira*. Rio de Janeiro: SBM, 1993.

NASCIMENTO, P. L. *A formação do aluno e a visão do professor do ensino médio em relação à Matemática Financeira*. São Paulo, 2004. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/pedro_lopes_nascimento.pdf>. Acesso em: 3 set. 2012.

NASSER, L. (coordenação): *Matemática Financeira na Escola Básica: uma abordagem prática e visual.* Projeto Fundão, Editora IM-UFRJ: Rio de Janeiro, 2012.

NOVAES, R. C. N. *Uma abordagem visual para o ensino de matemática financeira no ensino médio*. 2009. 206f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

PASSOS, H. R. D. *A Ludicidade no Ensino da Matemática*. Faculdades Integradas IESGO. 2006.

PITON-GONÇALVES, J. *A História da Matemática Comercial e Financeira.* 2009. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>. Acesso em: 18 jan. 2013.

RADE, A. V. *Contribuições de jogos como um recurso didático nas aulas de matemática financeira*. 2010. 93f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

ROSETTI JR., H.; SCHIMIGUEL, J. *Matemática financeira: educação matemática e a história monetária*. 2011. Disponível em: <https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&ved=0CC4QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.conhecer.org.br%2Fenciclop%2F2011b%2Fciencias%2520exatas%2520e%2520da%2520terra%2Fmatematica%2520financeira.pdf&ei=iL35UJiUHZT-8ASKi4HwBA&usg=AFQjCNEDOHLtYejCpSuzLh77CIsCHDsPtw&bvm=bv.41248874,d.eWU>. Acesso em: 18 jan. 2013.

SÁ, I. P. *Matemática Financeira para Educadores Críticos*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2011.

SANTOS, E. A. S. *A Matemática Financeira como alternativa de contextualização*. Paraná, out. 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/672-4.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2012.

SANTOS, R. C.. *Salários e Aluguéis*. Revista do Professor de Matemática, nº 78, p. 11-13, SBM, 2012.

SILVA, A. F; KODAMA, H. M. Y. *Os jogos no ensino da Matemática*. 2004. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf>. Acesso em: 12 jan. 2013.

SILVA, K. C. O. *O Jogo como Estratégia no Processo Ensino-Aprendizagem de Matemática na 6ª Série ou 7º Ano.* 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1665-8.pdf. Acesso em: 28 jan. 2010.

SOUSA, D. M. F.; SOUSA, L. A. *O ensino da matemática através de jogos aplicado nas séries iniciais*. 2006. 54f. TCC (graduação em Normal Superior) – Faculdades Integradas IESGO, Formosa.

REPORTAGENS

Cresce a inadimplência entre jovens em 2012. 23/03/2012. Disponível em: <http://www.band.com.br/noticias/economia/noticia/?id=100000493177>. Acesso em: jun. 2012.

Disponível em: <http://6r.com.br/negocios-e-financas/financa-pessoal/81973-planeje-se-para-aproveitar-os-cortes-das-taxas-de-juros>. Acesso em: jun. 2012.

Disponível em: <http://www.fazenda.gov.br/resenhaeletronica/MostraMateria.asp?page=&cod=827979>. Acesso em: 10 set. 2012.

Jovens estão no topo do ranking da inadimplência. 08/06/2012. Disponível em: <http://www.dnonline.com.br/app/outros/ultimas-noticias/38,37,38,72/2012/06/08/noticia_interna_brasilemundo,99692/jovens-estao-no-topo-do-ranking-da-inadimplencia.shtml>. Acesso em: 4 dez. 2012.

UOL ECONOMIA. Juros: confira formas de cálculo mais usadas e em que operações incidem. São Paulo, 2 fev. 2009. Disponível em: <http://noticias.bol.uol.com.br/economia/2009/02/02/juros-confira-formas-de-caacutelculo-mais-usadas-e-em-que-operaccedilotildees-incidem.jhtm>. Acesso em: 2 fev. 2013.

ANEXO 1

APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO APLICADO ÀS TURMAS DE TERCEIRA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

A seguir, iremos apresentar as questões que foram utilizadas para compor o questionário e relacionar cada uma delas com os seguintes itens:

- a fonte de onde a mesma foi tirada;
- o vestibular ou concurso onde foi cobrada, quando for o caso;
- a habilidade que pretendemos avaliar;
- a resposta da questão;
- o percentual de respostas às alternativas.

Questão 1

Investi R$ 11.000,00 num fundo de aplicação de um banco e hoje, após 3 meses, tenho R$ 11.440,00. Qual foi o rendimento percentual obtido nesse período de 3 meses?

(A) 1,3% (B) 3,8% (C) 4% (D) 4,4% (E) Não Sei

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Dante (2010)
- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem
- a resposta da questão: alternativa C
- o percentual de respostas às alternativas:

A	B	C	D	E
7%	10%	30%	14%	39%

Questão 2

Um aparelho celular está sendo vendido nas seguintes condições: 30% de entrada e o restante em 5 prestações iguais de R$ 58,80 cada uma. Qual é o preço desse aparelho?

(A) R$ 382,20 (B) R$ 420,00 (C) R$ 480,90 (D) R$ 520,00 (E) Não sei.

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Dante (2010)

- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem

- a resposta da questão: alternativa B

- o percentual de respostas às alternativas:

A	B	C	D	E
31%	19%	2%	5%	44%

Questão 3

João deseja comprar um imóvel cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R$ 21.000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do imóvel. Para ter o imóvel, João deverá esperar

(A) três meses, e terá a quantia exata.
(B) três meses, e ainda sobrarão, exatamente, R$ 200,00.
(C) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 225,00.
(D) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente R$ 625,00.
(E) Não sei.

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Coleção Estudo da Editora Bernoulli (2011)

- o vestibular ou concurso onde foi cobrada: ENEM de 2000

- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvem o conceito de juros compostos

- a resposta da questão: alternativa C

- o percentual de respostas às alternativas:

A	B	C	D	E
7%	35%	11%	3%	45%

Questão 4

Um imóvel podia ser comprado, há algum tempo atrás, por 80% do seu valor atual. Qual o aumento percentual sofrido pelo preço do produto neste período de tempo?

(A) 20% (B) 22% (C) 24% (D) 25% (E) Não sei

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Coleção Estudo da Editora Bernoulli (2011)
- o vestibular ou concurso onde foi cobrada, quando for o caso: vestibular da UFPE no ano de 2009
- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvem porcentagem e aumento
- a resposta da questão: alternativa D
- o percentual de respostas às alternativas:

A	B	C	D	E
45%	2%	5%	5%	43%

Questão 5

O proprietário de um imóvel oferece as seguintes opções de compra:
1) à vista, com 30% de desconto, sobre o preço de mercado;
2) com um acréscimo de 20% sobre o preço de mercado, em duas prestações iguais: uma no momento da compra e a outra após 30 dias.
Qual a taxa de juros, sobre o saldo devedor que a loja está cobrando na segunda opção oferecida?

(A) 50% (B) 71% (C) 83% (D) 500% (E) Não sei.

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Sá (2011)
- a habilidade que pretendemos avaliar: calcular a taxa de juros embutida numa compra parcelada. A resolução dessa questão exige conhecimento sobre equivalência de capitais.

- a resposta da questão: alternativa D

- o percentual de respostas às alternativas:

A	B	C	D	E
41%	4%	3%	3%	49%

Questão 6

Um empresário comprou um apartamento com intenção de investir seu dinheiro. Sabendo-se que esse imóvel valorizou 12% ao ano, é correto afirmar que seu valor duplicou em, aproximadamente:

(A) 7 anos e 6 meses.
(B) 8 anos e 4 meses.
(C) 10 anos e 3 meses.
(D) 13 anos e 6 meses.
(E) Não sei.

(Dados: $log_{10} 2 \cong 0{,}30$ e $log_{10} 7 \cong 0{,}84$.)

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Iezzi et al (2007)

- o vestibular ou concurso onde foi cobrada: vestibular da Universidade Estadual de Londrina, no Paraná.

- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvem o conceito de juros compostos, com ênfase no cálculo do tempo de uma aplicação financeira – situação que envolve o uso de logaritmos.

- a resposta da questão: alternativa A

- o percentual de respostas às alternativas:

A	B	C	D	E
5%	12%	22%	1%	60%

ANEXO 2

APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO APLICADO ÀS TURMAS DE SEGUNDA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

A seguir, iremos apresentar as questões que foram utilizadas para compor o questionário e relacionar cada uma delas com os seguintes itens:

- a fonte de onde a mesma foi tirada;
- o vestibular ou concurso onde foi cobrada, quando for o caso;
- as habilidades que pretendemos avaliar;
- a resposta da questão;
- o percentual de respostas às alternativas.

Questão 1

Investi R$ 11.000,00 num fundo de aplicação de um banco e hoje, após 3 meses, tenho R$ 11.440,00. Qual foi o rendimento percentual obtido nesse período de 3 meses?

(A) 1,3%　　(B) 3,8%　　(C) 4%　　(D) 4,4%　　(E) Não Sei

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Dante (2010);
- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem;
- a resposta da questão: alternativa C;
- o percentual de respostas às alternativas:
    - *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	8%	0%	0%	92%
Turma B	8%	0	0%	23%	69%
Turma C	8%	0%	0%	23%	69%

- *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	7%	0%	33%	19%	41%
Turma B	16%	16%	16%	21%	32%
Turma C	16%	16%	16%	21%	32%

- *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	7%	0%	71%	7%	14%
Turma B	0%	6%	19%	63%	13%
Turma C	0%	6%	19%	63%	13%

Questão 2

Um aparelho celular está sendo vendido nas seguintes condições: 30% de entrada e o restante em 5 prestações iguais de R$ 58,80 cada uma. Qual é o preço desse aparelho?

(A) R$ 382,20 (B) R$ 420,00 (C) R$ 480,90 (D) R$ 520,00 (E) Não sei.

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Dante (2010)
- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem
- a resposta da questão: alternativa B
- o percentual de respostas às alternativas:

- *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	8%	8%	0%	0%	85%
Turma B	31%	0%	8%	0%	62%
Turma C	31%	0%	8%	0%	62%

- *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	15%	26%	0%	4%	56%
Turma B	47%	5%	11%	5%	32%
Turma C	47%	5%	11%	5%	32%

- *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	32%	50%	4%	4%	11%
Turma B	56%	25%	6%	0%	13%
Turma C	56%	25%	6%	0%	13%

Questão 3

Há um ano, Bruno comprou uma casa por R$ 50.000,00. Para isso, tomou emprestados R$ 10.000,00 de Edson e R$ 20.000,00 de Carlos, prometendo devolver-lhes o dinheiro após um ano, acrescido de 5% e 2% de juros, respectivamente. A casa valorizou 3% durante esse período de um ano. Sabendo-se que Bruno vendeu a casa hoje e pagou o combinado a Edson e a Carlos, o seu lucro foi de:

(A) R$ 300,00
(B) R$ 450,00
(C) R$ 600,00
(D) R$ 700,00
(E) Não sei

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Coleção Estudo da Editora Bernoulli (2011)

- o vestibular ou concurso onde foi cobrada: FUVEST/2009

- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas de porcentagem envolvendo os conceitos de juro e de taxa de juros

- a resposta da questão: alternativa C

- o percentual de respostas às alternativas:

- *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	0%	4%	0%	96%
Turma B	0%	0%	0%	0%	100%
Turma C	0%	8%	0%	8%	85%

- *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	19%	31%	8%	42%
Turma B	4%	0%	15%	19%	63%
Turma C	5%	5%	26%	11%	53%

- *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	4%	8%	38%	4%	46%
Turma B	0%	14%	64%	0%	21%
Turma C	0%	6%	38%	13%	44%

Questão 4

João deseja comprar um imóvel cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R$ 21.000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do imóvel. Para ter o imóvel, João deverá esperar

(A) três meses, e terá a quantia exata.
(B) três meses, e ainda sobrarão, exatamente, R$ 200,00.
(C) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 225,00.
(D) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente R$ 625,00.
(E) Não sei.

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Coleção Estudo da Editora Bernoulli (2011)

- o vestibular ou concurso onde foi cobrada, quando for o caso: ENEM/2000

- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvem o conceito de juros compostos

- a resposta da questão: alternativa C

- o percentual de respostas às alternativas:

  - *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	4%	12%	0%	0%	84%
Turma B	0%	23%	0%	0%	77%
Turma C	0%	8%	0%	8%	85%

  - *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	8%	42%	19%	4%	27%
Turma B	11%	37%	11%	7%	33%
Turma C	16%	26%	11%	0%	47%

  - *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	4%	27%	50%	4%	15%
Turma B	0%	21%	61%	4%	14%
Turma C	6%	31%	13%	13%	38%

Questão 5

Um imóvel podia ser comprado, há algum tempo atrás, por 80% do seu valor atual. Qual o aumento percentual sofrido pelo preço do produto neste período de tempo?

(A) 20% (B) 22% (C) 24% (D) 25% (E) Não sei

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Coleção Estudo da Editora Bernoulli (2011)

- o vestibular ou concurso onde foi cobrada, quando for o caso: UFPE/2009

- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvem porcentagem e aumento

- a resposta da questão: alternativa D

- o percentual de respostas às alternativas:

  - *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	20%	0%	0%	4%	76%
Turma B	8%	0%	0%	0%	92%
Turma C	23%	0%	0%	0%	77%

  - *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	50%	4%	0%	23%	23%
Turma B	48%	7%	7%	19%	19%
Turma C	58%	0%	5%	0%	37%

  - *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	50%	4%	0%	35%	12%
Turma B	43%	0%	4%	36%	18%
Turma C	69%	0%	6%	0%	25%

Questão 6

Em julho de 2011, uma pessoa gastava 27,3% do seu salário com o pagamento da prestação da casa própria. Em 2012, houve dois reajustes no seu salário: 40% em janeiro e 30% em junho. Se, em julho de 2012, o aumento daquela prestação foi de 130%, que porcentagem de seu salário a pessoa passou a gastar?

(A) 19,5% (B) 20,9% (C) 34,5% (D) 36,9% (E) Não sei

- a fonte de onde a mesma foi tirada: adaptada de Youssef (2005)

- o vestibular ou concurso onde foi cobrada, quando for o caso: AFA-SP

- a habilidade que pretendemos avaliar: avaliar o conhecimento do tópico porcentagem, porém com um nível de dificuldade maior que as anteriores.

- a resposta da questão: alternativa C

- o percentual de respostas às alternativas:

  - *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	0%	0%	4%	96%
Turma B	0%	0%	0%	0%	100%
Turma C	0%	0%	0%	0%	100%

  - *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	12%	8%	19%	15%	46%
Turma B	7%	33%	4%	19%	37%
Turma C	5%	11%	0%	11%	74%

  - *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	8%	12%	19%	4%	58%
Turma B	4%	4%	43%	7%	43%
Turma C	13%	13%	0%	0%	75%

Questão 7

João contratou um empréstimo no valor de R$ 8.000,00 que deverá ser pago em duas parcelas. A primeira parcela, no valor de R$ 5.512,50, deverá ser paga em 60 dias. A segunda parcela deverá ser paga em 90 dias. Se a taxa de juros contratada foi de 5% ao mês, com capitalização mensal, então o valor da segunda parcela deverá ser

(A) R$ 2.756,25

(B) R$ 3.451,87

(C) R$ 3.472,87

(D) R$ 3.748,50

(E) Não sei.

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Coleção Estudo da Editora Bernoulli (2011)

- o vestibular ou concurso onde foi cobrada: concurso da FJP-MG no ano de 2010

- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvam o conceito de juros compostos e o cálculo de prestações em financiamentos com um número pequeno de parcelas

- a resposta da questão: alternativa C

- o percentual de respostas às alternativas;

  - *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	0%	0%	0%	100%
Turma B	0%	0%	0%	0%	100%
Turma C	0%	0%	0%	0%	100%

  - *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	27%	8%	4%	23%	38%
Turma B	37%	7%	11%	4%	41%
Turma C	16%	26%	0%	5%	53%

  - *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	15%	8%	12%	19%	46%
Turma B	36%	7%	14%	21%	21%
Turma C	13%	6%	0%	6%	75%

Questão 8

Um banco concedeu um empréstimo de R$ 60.000,00 para uma pessoa adquirir um imóvel. O pagamento deveria ser feito em 2 prestações mensais iguais, sem entrada. Qual o valor da prestação mensal, se o banco cobra taxa de juros compostos de 3% a.m.?

(A) R$ 31.343,54

(B) R$ 31.356,65

(C) R$ 31.800,00

(D) R$ 31.827,00

(E) Não sei

- a habilidade que pretendemos avaliar: de resolver situações-problema que envolvem o cálculo de prestações em financiamentos com um número pequeno de parcelas. Neste caso, com ênfase no cálculo de prestações iguais.

- a resposta da questão: alternativa B

- o percentual de respostas às alternativas:

  - *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	0%	4%	0%	96%
Turma B	0%	0%	8%	0%	92%
Turma C	0%	0%	15%	0%	85%

  - *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	12%	0%	31%	4%	54%
Turma B	11%	4%	22%	33%	30%
Turma C	0%	0%	42%	5%	53%

  - *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	8%	4%	38%	12%	38%
Turma B	11%	11%	4%	36%	39%
Turma C	0%	0%	56%	6%	38%

Questão 9

O proprietário de um imóvel oferece as seguintes opções de compra:
1) à vista, com 30% de desconto, sobre o preço de mercado;
2) com um acréscimo de 20% sobre o preço de mercado, em duas prestações iguais: uma no momento da compra e a outra após 30 dias.
Qual a taxa de juros, sobre o saldo devedor que a loja está cobrando na segunda opção oferecida?

(A) 50% (B) 71% (C) 83% (D) 500% (E) Não sei.

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Sá (2011).
- a habilidade que pretendemos avaliar: essa questão, cuja resolução exige conhecimento sobre equivalência de capitais, avaliou as habilidades de calcular a taxa de juros embutida numa compra parcelada. Este tipo de questão permite também avaliar as habilidades de comparar e emitir juízo sobre diversas opções de financiamento.
- a resposta da questão: alternativa D
- o percentual de respostas às alternativas:

  - *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	4%	0%	0%	0%	96%
Turma B	23%	0%	0%	0%	77%
Turma C	0%	0%	0%	0%	100%

  - *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	23%	15%	15%	0%	46%
Turma B	37%	15%	7%	0%	41%
Turma C	42%	11%	0%	0%	47%

- *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	19%	31%	12%	4%	35%
Turma B	4%	32%	18%	18%	29%
Turma C	63%	6%	0%	0%	31%

Questão 10

Um empresário comprou um apartamento com intenção de investir seu dinheiro. Sabendo-se que esse imóvel valorizou 12% ao ano, é correto afirmar que seu valor duplicou em, aproximadamente:

(A) 7 anos e 6 meses.
(B) 8 anos e 4 meses.
(C) 10 anos e 3 meses.
(D) 13 anos e 6 meses.
(E) Não sei.

(Dados: $log_{10}\ 2 \cong 0{,}30$ e $log_{10}\ 7 \cong 0{,}84$.)

- a fonte de onde a mesma foi tirada: Iezzi et al (2007)
- o vestibular ou concurso onde foi cobrada, quando for o caso: vestibular da Universidade Estadual de Londrina, no Paraná
- a habilidade que pretendemos avaliar: resolver problemas que envolvem o conceito de juros compostos, com ênfase no cálculo do tempo de uma aplicação financeira – situação que envolve o uso de logaritmos
- a resposta da questão: alternativa A
- o percentual de respostas às alternativas:

- *pré-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	0%	0%	0%	100%
Turma B	0%	0%	0%	0%	100%
Turma C	0%	0%	0%	0%	100%

- *pós-teste*

	A	B	C	D	E
Turma A	0%	19%	8%	8%	65%
Turma B	4%	26%	19%	7%	44%
Turma C	0%	21%	5%	5%	68%

- *teste final*

	A	B	C	D	E
Turma A	4%	19%	12%	19%	46%
Turma B	18%	39%	0%	7%	36%
Turma C	0%	19%	0%	0%	81%

ANEXO 3

FOTO DO JOGO SUPER BANCO IMOBILIÁRIO

Figura 14 – Ilustração do Jogo Super Banco Imobiliário® da ESTRELA

ANEXO 4

ILUSTRAÇÕES DO PRODUTO FINAL

Figura 15: Ilustração do Tabuleiro do jogo.

Figura 16: Ilustração dos Títulos de Posse.

Figura 17: Ilustração dos Títulos de Posse (Empresas).

Figura 19: Ilustração de um Cartão de Conta Corrente.

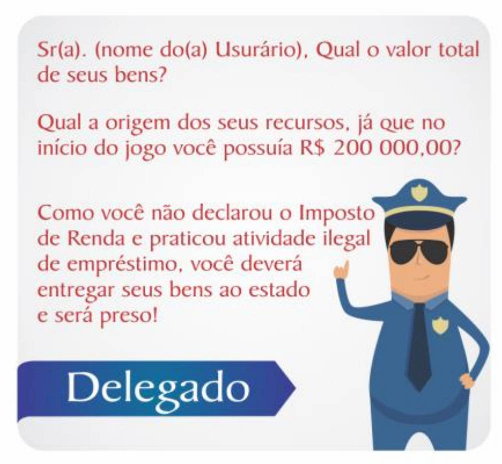


Figura 18: Ilustração do cartão do Delegado.

Figura 20: Ilustração de alguns cartões de Notícia.

Figura 21: Ilustração de um cartão do Museu

FICHA DE REGISTRO DE JOGADA										
VALOR NO DADO	IDENTIFICAÇÃO DO JOGADOR	REGISTRO DE VALORES						CONTROLE DE CONSULTAS DO SALDO		
Nº	NOME	SALÁRIO	MORADIA PRÓPRIA	ALUGUEL	INSS	SEGURO CASA	SEGURO CARRO	1ª	2ª	3ª
1		8.000								
2		13.000								
3		15.000								
4		16.000								
5		18.000								
6		20.000								
7		0								
8		0								

Figura 22: Ilustração da Ficha de Registro de Jogada.

Ficha de Registro de Transações Bancárias do Jogador

Nome do jogador:______________________________

Nº	Tipo	Valor	Nº	Tipo	Valor

Nº	Tipo	Valor	Nº	Tipo	Valor

Figura 23: Ilustração da Ficha de Registro de Transações Bancárias.

ANEXO 5

FOTOS DOS ALUNOS JOGANDO


Esteves