UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI

Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

Isadora Francesca Matos Silva

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE MINICURSO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Teófilo Otoni

2019

Isadora Francesca Matos Silva

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE MINICURSO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Faissal Brito

Teófilo Otoni

2019

Ficha Catalográfica
Preparada pelo Serviço de Biblioteca/UFVJM
Bibliotecário responsável: Gilson Rodrigues Horta – CRB6 nº 3104

S586u
2018

Silva, Isadora Francesca Matos.

O uso do Geogebra no ensino de Matemática: uma proposta de minicurso na formação continuada dos professores de Matemática. / Isadora Francesca Matos Silva. Teófilo Otoni, 2018.

84 f. ; il.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Faissal Brito.

1. Recursos computacionais. 2. Geogebra. 3. Formação continuada. 4. Minicursos. I. Título.

CDD: 510

ISADORA FRANCESCA MATOS SILVA

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE MINICURSO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL, nível de MESTRADO como parte dos requisitos para obtenção do título de MAGISTER SCIENTIAE EM MATEMÁTICA

Orientador (a): Prof. Dr. Alexandre Faissal Brito

Data da aprovação : 28/09/2018

Prof.Dr. ALEXANDRE FAISSAL BRITO - UFVJM

Silvia Swain Canôas
Prof.Dr.ª SILVIA SWAIN CANÔAS - UFVJM

Prof.Dr. ANTÔNIO FRANCISCO CRUZ ARAPIRACA - CEFET-MG

TEÓFILO OTONI

Dedico este trabalho ao meu esposo Lucas, ao meu filho Caio e a meus pais Heliomar e Márcia.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, ao meu amado esposo Lucas, por seu apoio, paciência, companheirismo, amizade, compreensão, e amor, por sempre estar a meu lado, me incentivando e ajudando em tudo. Sem seu apoio nada disso seria possível.

Aos meus pais Heliomar e Márcia, por me fazerem quem sou hoje, por serem exemplo e sempre acreditarem na minha capacidade. Obrigada pelo amor incondicional.

Ao meu filho Caio, meu maior tesouro, por me amar mesmo depois de tantas vezes ouvir que estava ocupada.

Aos meus sogros José e Eliana, por me acolherem e cuidar do meu filho enquanto precisei, e sempre que preciso.

Aos professores do PROFMAT.

Em especial, agradeço infinitamente ao Professor Dr. Alexandre Faissal, por aceitar o desafio de me orientar, pela compreensão e por nunca me desmotivar.

Aos colegas de turma, pelos momentos divididos juntos, especialmente Ana Cristina, Leonaldo e Lúcia, que se tornaram mais que colegas, parceiros que fizeram essa jornada mais leve.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) pela organização e coordenação do PROFMAT.

À Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha (UFVJM) por me conceder mais essa oportunidade.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Agradeço a concessão da bolsa de estudos.

À todos que apoiaram de alguma forma, desde gestos simples como um boa sorte até os mais complexos, agradeço de coração.

"Aponta pra fé e rema."
(Los Hermanos)

RESUMO

O trabalho que compreende esta dissertação foi minuciosamente planejado e elaborado com objetivo principal de propor o uso de recursos computacionais no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, com o auxílio do *software* de matemática dinâmica GeoGebra. Para isso, como estratégia de pesquisa, foram aplicados a um grupo de professores de Matemática atuantes na rede municipal e estadual da Educação Básica, minicursos referentes aos tópicos Introdução ao GeoGebra, Noções de Funções e Geometria Espacial, com o intuito de propiciar aos participantes, conhecimentos e práticas necessários para trabalhar com os recursos computacionais em sala de aula, em particular, o GeoGebra. Após reflexão detalhada e criteriosa dos resultados obtidos, pode-se notar um desenvolvimento das técnicas apresentadas aos professores de Matemática em relação a compreensão e da utilização do GeoGebra. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Palavras chave: Recursos Computacionais. GeoGebra. Formação Continuada. Minicursos.

ABSTRACT

The work comprising this dissertation was carefully planned and elaborated with the main purpose of proposing the use of computational resources in the Mathematics teaching and learning process, with the support of GeoGebra dynamic mathematics. Therefore, as a research strategy, they were applied to a group of Mathematics teachers working in the municipal and state Basic Education network, mini-courses referring to the topics Introduction to GeoGebra, Functions Notions and Spatial Geometry, with the purpose of providing participants, knowledge and practices needed to work with computing resources in the classroom, particularly, GeoGebra. After detailed and careful reflection of the results obtained, one can notice a development of the techniques presented to the teachers of Mathematics in relation to the understanding and the use of GeoGebra. This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001

Keywords: Computational Resources. GeoGebra. Continuing Education. Minicourses.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Diante do atual cenário que se encontra a educação, é possível observar todas as discussões que conduzem as investidas de uma reestruturação do ensino de Matemática, tanto no âmbito nacional quanto internacional. Serrazina (2018) afirma que apesar de que esta se faça com ritmos e proporções distintas, pode-se constatar algumas vertentes dominantes, como a forma como se desempenha a aprendizagem de Matemática.

Ademais, a Matemática possui diversos elementos que a tornam uma ciência difícil de ser compreendida, como por exemplo, as inúmeras quantidades de fórmulas presentes em vários conteúdos, bem como o ensino tradicional, descrito por Freire (1996) como ensino bancário que é fortemente criticado pelos educadores matemáticos. Constata-se então que, antes de discorrer sobre a reestruturação do ensino de Matemática, é necessário uma discussão sobre a formação docente, haja vista que a forma como a Matemática é trabalhada em sala de aula interfere diretamente no processo de aprendizagem do estudante.

Considera-se que os estudantes desenvolvam dinamicamente o seu pensamento, logo a referência de ensino não pode ser alicerçada na transmissão de conhecimento por parte do professor, mas sim em um modelo onde a investigação, a concepção e o diálogo entre os estudantes seja o foco principal. As características das atividades produzidas pelos estudantes tem um papel primordial, pois é através das experiências adquiridas que irão desenvolver os conhecimentos, incorporando aos que já dispõem preliminarmente.

Porém, a realidade presenciada nas escolas é, em grande parte, destoante do ideal. É apresentando um modelo de aprendizagem mecânica, onde os exercícios e atividades desenvolvidas não tem correlação com o seu cotidiano ou com os demais conteúdos. Sendo assim, há um questionamento válido a ser estabelecido: O que pode ser feito para minimizar esta situação na qual se encontra o ensino de Matemática? Uma possível resposta para este questionamento origina-se nas propostas do PCN[1], que sugerem recomendações rumo a uma nova pedagogia nas instituições de ensino, reportando-se ao uso dos recursos computacionais como ferramenta auxiliadora nos processos de ensino e de aprendizagem.

Carvalho et al. (2009) alega que a defasagem na formação tecnológica dos docentes de matemática prejudica a reestruturação da educação e a instituição do emprego das tecnologias nas aulas da educação básica. Muitas instituições de ensino dispõem de um ambiente informatizado, inclusive com acesso a internet, porém os docentes em geral não desfrutam desse espaço, pois não possuem as competências necessárias para utilizar o espaço de maneira eficaz.

Cabe ressaltar que a efetivação de um ambiente informatizado em uma insti-

[1]PCN é a sigla de Parâmetros Curriculares Nacionais e foram escritos como referenciais e orientações pedagógicas para os profissionais docentes da educação básica.

tuição de ensino básico não é uma tarefa fácil. Segundo Valente (1999), qualquer ação que vise à implementação de novas tecnologias nas instituições de ensino, requer uma transição de paradigmas, da atividade fundamentada no ensino bancário para uma atividade fundada no processo de ensino e de aprendizagem. Nessa acepção, não basta instaurar um laboratório de informática, é necessário que os procedimentos pressupostos a esse modelo educacional sejam compreendidos e analisados para que estas ferramentas educacionais não tornem-se obsoletas.

Diante dessa conjuntura tecnológica, propiciando em uma nova cultura profissional, torna-se inevitável e essencial refletir sobre os cursos de formação continuada. Segundo Imbernón (1994), é fundamental que esta formação vise propiciar aos futuros professores, conhecimentos e práticas combinadas com as novas vertentes educacionais, que tem-se alavancado com os avanços da tecnologia.

A inserção do ambiente informatizado na educação segundo Valente (2008), consiste em quatro pilares: o computador, o *software* educativo, o professor qualificado para manusear o computador como instrumento educacional e o estudante. Quanto a implementação dos ambientes informatizados na educação básica, o Governo Federal por intermédio do Ministério da Educação tem demandado viabilizar a inclusão digital nas instituições de ensino públicas de todo o País através do PROINFO.[2]

No ensino de Matemática, temos como destaque, os *softwares* de matemática dinâmica. Em particular, o *software* GeoGebra é um aplicativo produzido em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. Tem sido utilizado com muita frequência por professores, pesquisadores e estudantes, e tem-se mostrado bastante eficiente como ferramenta no ensino e aprendizagem de matemática, como apontam pesquisas de Jardim et al. (2015), Da Silva et al. (2016) e Pereira et al. (2017). Por apresentar interface simples e dinâmica, unindo a álgebra computacional e a geometria dinâmica, o GeoGebra pode ser usado em problemas envolvendo funções e geometria, entre outras aplicações. Além disso, o GeoGebra é um software livre, ou seja, é isento de quaisquer custos.

Sendo assim, após destacadas as reflexões pertinentes ao uso dos recursos computacionais na educação, em particular, no ensino de Matemática, o objetivo central deste trabalho é elaborar e propor minicursos de tópicos de Matemática com auxílio do *software* GeoGebra , e posteriormente aplicá-los a um grupo de professores atuantes na Educação Básica do ensino regular. Visa-se proporcionar o aperfeiçoamento reflexivo e consciente ao professor de Matemática em relação a compreensão e da utilização de ambientes computacionais. Além disso, objetiva-se colaborar com a formação continuada dos professores participantes, e indiretamente, contribuir com a aprendizagem dos seus estudantes, visto

[2]O Programa Nacional de Tecnologia Educacional - PROINFO, criado pela portaria nº 522/MEC, de 9 de abril de 1997, buscando, dessa forma, promover o uso pedagógico das tecnologias nas escolas públicas.

que ao adotarem esta prática, os professores serão multiplicadores desta iniciativa.

De forma a facilitar a leitura, este trabalho será apresentado da seguinte forma.

No Capítulo 2 (UMA ANÁLISE SOBRE FORMAÇÃO DOS DOCENTES DE MATEMÁTICA NO BRASIL), foi feito um levantamento sobre como é a formação inicial e continuada dos professores de matemática, visando entender os limites e possibilidades da inserção dos recursos computacionais no ensino e aprendizagem em Matemática.

No Capítulo 3 (ESTRATÉGIAS DE ENSINO: O USO DOS RECURSOS COMPUTACIONAIS E DA MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADOS AO ENSINO), foi realizado um aprofundamento teórico, discutindo as propostas dos PCN para a inserção dos recursos computacionais em sala de aula, e em paralelo, um levantamento sobre a Modelagem Matemática na Educação.

No Capítulo 4 (METODOLOGIA DE PESQUISA - AS ESCOLHAS METODOLÓGICAS), foi realizado um aprofundamento teórico-metodológico, detalhando todas etapas de planejamento e elaboração deste trabalho.

No Capítulo 5 (MINICURSOS - PLANEJAMENTO E ELABORAÇÃO), contém a apresentação de todas as etapas dos Minicursos, tais como planejamento e aplicação, além de algumas reflexões sobre as expectativas futuras.

No Capítulo 6 (DESENVOLVIMENTO DOS MINICURSOS - UMA ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES), é feita uma descrição detalhada do desenvolvimento dos minicursos, além de algumas considerações sobre os resultados obtidos.

No Capítulo 7 (ANÁLISE DOS RESULTADOS), foi realizada uma discussão acerca das análises dos questionários aplicados durante os minicursos, bem como das ponderações feitas durante a aplicação dos mesmos.

No Capítulo 8 (CONSIDERAÇÕES FINAIS), são apresentados os resultados coletivos de todas as etapas deste trabalho.

2 UMA ANÁLISE SOBRE FORMAÇÃO DOS DOCENTES DE MATEMÁTICA NO BRASIL

2.1 Um estudo sobre a formação inicial

A necessidade da formação docente data de meados do século XIX, período após a independência, quando foram criadas as Escolas Normais para o ensino das chamadas "primeiras letras". Este modelo correspondia ao ensino secundário e prevaleceu, segundo Saviani et al. (2009) até o ano de 1890, quando foram propostas reformas no modelo da Escola Normal, implantação de cursos de Pedagogia e Licenciaturas, a necessidade da habilitação específica no Magistério até, finalmente, a publicação da Lei n.9.294/96 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

Com a aprovação da LDB em 1996 e, posteriormente, de algumas ações que direcionariam o Ensino Básico, a saber os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), cujo principal objetivo é a regulamentação e orientação aos educadores sobre alguns aspectos relacionados a cada disciplina, e o PNE (Plano Nacional da Educação), que direciona e determina metas para a educação nos próximos anos, o de maior influência sobre a formação inicial docente foi o PNE. Após sua elaboração, em 2001, o PNE impôs a condição de que todos os professores da Educação Básica deveriam possuir formação em nível superior.

Diante dessa situação e de milhões de professores sem a formação exigida, de acordo com Saviani (2007), 52,7% dos professores atuantes no Ensino Fundamental em 2000, a solução foi recorrer a uma "Política de Resultados". Com o objetivo de minimizar os custos e acelerar o processo de formação desses professores, houve uma popularização da educação à distância (EAD). A partir de então surgiram por todo o Brasil novas instituições formadoras de professores, criticadas por Freitas (2004) como "instituições sem história e sem a pesquisa e a investigação do campo educacional como base da formação".

De acordo com Fiorentini et al. (2005), essas instituições e as instituições privadas de ensino são as que alocam a maioria dos cursos de licenciatura em Matemática, e as mesmas visam, antes de tudo, a obtenção de lucros em vez de uma formação de qualidade. Essas instituições aproveitam-se de brechas nas políticas públicas, para utilizar-se de estratégias e mecanismos, como a redução do tempo de conclusão e o aumento da quantidade de alunos por turma, para tornar seus cursos cada vez mais baratos.

Outro problema que precisa ser destacado é a questão da segunda Licenciatura, onde professores já licenciados em outras áreas do ensino podem, em pouco tempo, obter uma nova titulação. A maioria das titulações obtidas dessa forma são feitas na modalidade EAD, e segundo o próprio Ministério da Educação [3], com carga horária de 800 a 1400 horas.

[3]Dados disponíveis em http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/34254-formacao-do-professor

Face a tantas facilidades de formação oferecidas pelos estabelecimento já citados, o que se tem presenciado, e comprovado na região do Vale do Mucuri, de acordo com estudos de Seiffert (2014) é a evasão cada vez maior nos cursos de Licenciatura em Matemática das instituições Federais de ensino, que, em especial na UFVJM, chega a 59,2%. Diante disso várias instituições com tradição no ensino e pesquisa na área da Educação Matemática têm-se visto obrigadas a cessar a oferta dos cursos de Licenciatura.

Estudos realizados por Castro et al. (2002), Jaramillo Quiceno et al. (2003) e Fiorentini (2004) na Unicamp, apontam que a formação inicial de qualidade do professor deve proporcionar-lhe uma base teórico-científica sólida, e que esta se desenvolva alicerçada na reflexão e investigação sobre sua prática. Esta formação demanda um tempo de estudo e desenvolvimento de uma prática docente, acompanhada de muita reflexão, tempo esse relativamente maior do que o sugerido por essas instituições de ensino que objetivam “aligeirar”a formação do professor.

2.2 O Mestrado Profissional como alternativa de formação continuada

Percebe-se, nos últimos anos, uma imposição sobre a atualização dos professores. Segundo Fiorentini et al. (2005), a educação e o encargo docente, passaram a ser considerados essenciais na formação do novo profissional do mundo informatizado e globalizado. Além disso, a sociedade tem delegado à escola a função de formar sujeitos capazes de promover seu próprio aprendizado. Sendo assim, o professor julga-se no dever de se manter atualizado, objetivando ensinar de um modo diferente, já que o processo de ensino tradicional visto nas escolas se tornou desestimulante e arcaico para os estudantes.

Diante desta atual conjuntura de inovações tecnológicas e de reestruturação dos métodos de ensino e aprendizagem, o que tem sido feito para auxiliar e suprir essas deficiências apresentadas pelo professor de Matemática? Para responder esta questão, deve-se focar em dois tipos de órgãos de essencial importância, a saber: o Governo Federal e as Universidades.

Observa-se paralelamente a pesquisa empírica, apesar de insuficiente, que a tentativa brasileira de formação de conhecimento nos cursos de pós-graduação *stricto sensu* na última década é um dos empreendimentos parcialmente exitosos no atual sistema de ensino, pois abrange todas as áreas do conhecimento e regiões do país.

Frente a este cenário, o Governo Federal tem investido fortemente na expansão dos Mestrados Profissionais. O Mestrado Profissional foi instituído como uma resposta a uma imprescindibilidade socialmente definida de capacitação profissional, especialmente nas áreas do setor industrial e do mercado profissional. Os cursos são dirigidos, primordialmente, para a solução de problemas complexos no trabalho, com ideais voltadas ao progresso tecnológico, socioeconômico e cultural do País.

Ressalta-se os estudos e procedimentos propriamente voltados ao aprimoramento de um alto padrão de qualificação profissional. Dentre as áreas existentes, há uma clara expansão dos Mestrados Profissionais voltados ao aprimoramento de docentes da rede de ensino da Educação Básica , objetivando o aprimoramento do ensino de disciplinas fundamentais à boa formação dos estudantes inseridos nesta realidade. Fischer (2003) afirma que, antes de tudo, o Mestrado Profissional tem o caráter de inovação e reconstrução do modelo tradicional de ensino.

Segundo Cochran-Smith and Lytle (1999), os professores evoluem e prosperam profissionalmente quando aprendem em grupo, seja em comunidades colaborativas ou redes, compondo conhecimento local considerável. Além disso, nesta mesma pesquisa aliado ao conhecimento coletivo, é possível que o professor, em seu caminho percorrido enquanto docente, viva eventos que o faça refletir e conquistar novos saberes.

Portanto, baseado nas perspectivas citadas, constata-se que o Mestrado Profissional é uma alternativa de qualificação profissional de qualidade, que além de pública é gratuita.

3 ESTRATÉGIAS DE ENSINO: O USO DOS RECURSOS COMPUTACIONAIS E DA MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADOS AO ENSINO

3.1 A proposta dos PCN quanto ao uso de recursos tecnológicos em sala de aula

Com a popularização dos recursos computacionais e tecnológicos na sociedade e, consequentemente, na educação, atualmente esbarra-se em um contexto onde há uma maneira de pensar e compreender o mundo totalmente dinâmica. Toffler (1990) caracteriza essa sociedade como a sociedade do conhecimento, onde as informações são processadas de maneira acelerada e incessante.

Por isso, Miskulin (2003) considera que é necessária a formulação de ações educativas que acompanhem e correspondam às necessidades dessa atual sociedade, e que essas ações devem priorizar a formação consciente de professores, a fim de que esses possam preparar indivíduos aptos a serem incorporados em uma sociedade cada vez mais permeada pela tecnologia.

Os PCN foram elaborados de modo a auxiliar as equipes escolares no planejamento e desenvolvimento das atividades na escola. Especificamente para o uso de tecnologias e recursos computacionais os PCN sugerem, dentre outros aspectos, que os alunos possam:

- "Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;"(BRASIL, 2002)
- "Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação."(BRASIL, 2002)
- "compreender e utilizar (...) a tecnologia como conhecimento sistemático de sentido prático" (BRASIL, 2002)

Sendo assim, podemos constatar que a inserção dos recursos computacionais e tecnológicos na Educação deve proporcionar aos indivíduos o desenvolvimento de saberes críticos e de forma autônoma. O uso desses recursos é de exímia relevância para o aprendizado, especialmente na área da matemática, onde tabelas, gráficos, recursos visuais e softwares computacionais não são só instrumentos. O domínio de tais recursos é também um dos objetivos do próprio ensino da Matemática.

Outra competência prevista nos PCN é:

- "Aplicar as tecnologias da comunicação e da informação na escola, no trabalho e em outros contextos relevantes para a sua vida." (BRASIL, 2002)

Nesse sentido, cabe questionar: qual seria afinal a função da escola nessa conjuntura? De acordo com a perspectiva evidenciada pelos PCN, a educação deve proporcionar uma formação integral dos indivíduos, formar cidadãos críticos, construtores do próprio conhecimento e ainda deve viabilizar o contato desses indivíduos com os recursos tecnológicos. Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exige do ensino e da escola uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de competências e ferramentas com as quais o indivíduo possa se orientar nesse mundo do conhecimento cada vez mais dinâmico.

Quaisquer que sejam os recursos, sejam eles computadores, calculadoras, *tablets*, celulares ou outros recursos, estes devem ser compreendidos como algo mais do que apenas instrumentos de aprendizado, pois, caso seja concebível seu uso como instrumentos de formação permanente, se estará complementando as metas da Educação Básica.

3.2 O *software* GeoGebra

Segundo Bento (2010), o uso de recursos computacionais é uma forma de aperfeiçoar as habilidades de visualização. No caso da geometria dinâmica, com a possibilidade de deslocamento das figuras, é capaz de propiciar uma melhor investigação dos conceitos geométricos, para a obtenção da formalização de ideias.

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito, que reúne a Geometria e a Álgebra em uma mesma interface. Os recursos podem ser utilizados através de ferramentas disponíveis, e também ferramentas que podem ser criadas pelo próprio usuário, permitindo fazer construções de pontos, retas, segmentos, planos, entre outros.

Este software pode ser utilizado em diversos níveis de ensino, abrangendo vários conteúdos relacionados à matemática e outras disciplinas correlatas. Na estatística, por exemplo, podem ser trabalhados gráficos, desvio padrão, tabelas, entre outros recursos. Há a possibilidade de se trabalhar com Cálculo Diferencial também, cujos recursos para essa disciplina vão desde plotagem de gráficos a cálculo de derivadas e integrais.

Pereira (2017) destaca que, o GeoGebra possui duas opções para realizar construções: a janela gráfica e o campo de entrada de texto, como mostra a Figura 1. Onde as construções podem ser realizadas com o auxílio das ferramentas já existentes, ou utilizando comandos para que o software realize as construções.

Além das vantagens já expostas, o GeoGebra possui características que o torna ainda mais atraente, como: distribuição livre; é escrito em linguagem Java, o que permite que esteja acessível em diferentes plataformas; está disponível em vários idiomas; interface simples e intuitiva.

Sendo assim, pode-se afirmar que os benefícios proporcionados pelo uso do GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem são relevantes, e Silva and Santos (2013) reafirmam esta ideia ao observar que o software promove um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo, o que favorece o entendimento da Geometria.

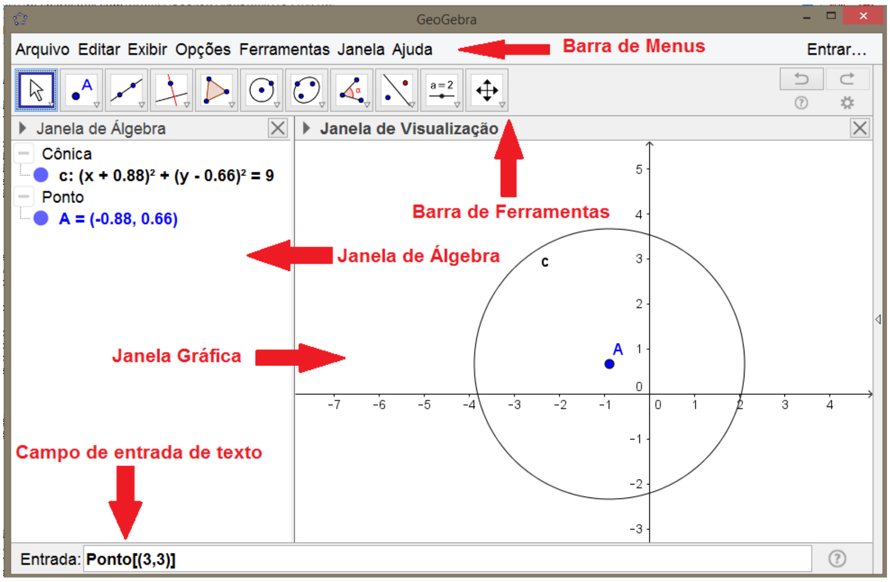


Figura 1: *Interface do GeoGebra*
Fonte: Pereira (2017)

3.3 Modelagem Matemática na Educação

Pesquisadores como Bassanezzi (2012) e D'Ambrosio (1989) têm discutido sobre quais as justificativas para a inserção da Modelagem no currículo dos estudantes. Segundo Cockcroft et al. (1982), atualmente os pesquisadores em Educação Matemática no âmbito internacional vêm reivindicando pelo aprimoramento e renovação da matemática escolar e a forma que ela pode ser desenvolvida.

Para Bassanezzi (1999), a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino-aprendizagem além de um eficiente método científico, capaz de transformar problemas reais em problemas matemáticos. No entanto, segundo Barbosa (2001), há estudos que apontam uma certa prudência dos professores em relação ao uso da Modelagem no ensino. Curiosamente, ao mesmo tempo em que esses professores apontam dificuldades na aplicação da Modelagem em sala de aula, eles defendem o uso da abordagem. Como dificuldades os professores destacam os programas pré-estruturados, a burocracia instalada na educação, os pais e os próprios alunos. Com relação às vantagens da Modelagem, eles destacam principalmente a melhora da compreensão dos conceitos matemáticos e a contribuição para o desenvolvimento da interdisciplinaridade.

Biembengut (2009) afirma que o número de pesquisas e relatos de trabalhos aplicados em sala de aula, que se aportam nos fundamentos da Modelagem Matemática, têm crescido exponencialmente nos últimos 20 anos. Desta forma, faz-se necessário repensar a prática docente e se inteirar das novas metodologias no ensino de Matemática.

No ambiente escolar, Nunes (2017) reitera que a Modelagem Matemática tem sido utilizada para atenuar a distância entre a matemática formal e sua utilização na vida real. Além disso, Barbosa (2001) reforça que, no Brasil as experiências em Modelagem estão fortemente ligadas ao contexto sócio-cultural e interesses do aluno.

Os modelos matemáticos são maneiras de compreender e formalizar fenômenos presentes no cotidiano. Segundo D'Ambrosio (1989), através da modelagem matemática o estudante constata a finalidade da matemática e a praticidade em resolver e averiguar problemas do dia-a-dia. Ainda, D'Ambrosio (1989), defende que é primordial que os conceitos trabalhados tenham uma maior acepção para os estudantes, até mesmo com a possibilidade de torná-los mais críticos na observação e percepção de fenômenos diários. Posto isto, pode-se afirmar que diferentes conteúdos matemáticos podem ser inseridos na proposta da Modelagem Matemática, apresentando diversas opções de contextualização, assim o uso de recursos tecnológicos no ensino de Matemática se destaca como uma exímia contribuição no processo de ensino-aprendizagem.

Diante do exposto, pode-se perceber que a Modelagem, como afirma Bassanezzi (1999), é uma estratégia vantajosa, que pode ser aplicada e adaptada conforme o público alvo, seja esse público de pesquisadores no ambiente Científico, de professores em cursos de Especialização ou de estudantes em cursos regulares.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA: AS ESCOLHAS METODOLÓGICAS

Objetiva-se neste capítulo, apresentar as causas e motivos, assim como as justificativas para inserção dos recursos computacionais no ensino de Matemática. Para tanto, serão discutidos a escolha da escola de aplicação, professores participantes e as ferramentas metodológicas, como o *software* GeoGebra e o *Google Sites*.

Como metodologia de pesquisa, destaca-se nesse contexto a Engenharia Didática, que segundo Almouloud and Silva (2012) é baseada na elaboração e observação de uma afirmação de uma transposição didática para o ensino. Objetiva-se neste trabalho, desenvolver as atividades fundamentadas nas concepções da Engenharia Didática. Entretanto, não serão desempenhadas todas as etapas e premissas propostas por esta metodologia, suas concepções apenas nortearão esta pesquisa.

Pretende-se apresentar a proposta de trabalho agregada ao grupo de professores participantes, e como se dá a idealização das atividades iniciais e os desafios propostos no decorrer da pesquisa.

Presume-se que os professores de Matemática, ao realizar as escolhas das atividades a serem desenvolvidas com os estudantes assim como o processo de avaliação do ensino e aprendizagem, norteiam-se em procedimentos cognitivos que teoricamente suscitarão uma aprendizagem em Matemática.

4.1 O cenário de pesquisa

Este trabalho é destinado primordialmente à qualificação e formação continuada do professor atuante no Ensino Regular da Educação Básica. Baseado nestes fatos, foi realizado um levantamento de quais escolas da cidade já haviam realizado algum projeto de extensão envolvendo o uso de recursos computacionais no ensino de Matemática, e evidenciou-se um caso particular onde há projetos em execução, em parceria com a UFVJM[4].

A Escola encontra-se localizada em uma região que apresenta um dos menores indicativos sociais do Estado de Minas Gerais e, consequentemente, grande vulnerabilidade social e econômica. Sua implementação está ligada à necessidade de impulsionar o desenvolvimento desta localidade, marcada por paradoxos determinados pela forma de exploração das riquezas naturais e das forças de trabalho. A particularidade de sua localização geográfica exige dela uma atenção toda especial aos problemas de sua região, para se tornar uma agência atuante na busca das soluções necessárias ao seu desenvolvimento, ao crescimento humano e cultural de seus membros.

A decisão de desenvolver este trabalho nesta escola, sobreveio em consequência de alguns fatores observados em uma visita e relatos de funcionários desta instituição. O

[4]Universidade Federal do Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Campus Mucuri.

primeiro se deve ao fato do laboratório desta escola, que se encontra em reestruturação, ser disposto como espaço subutilizado, onde são desempenhadas atividades como atos isolados, de caráter lúdico e recreativo. Além disso, as atividades são desvinculadas do componente curricular trabalhado em sala de aula.

Por fim, foi firmado o compromisso em desempenhar todas etapas deste projeto no laboratório desta escola, incluindo como participantes, os professores com formação em Matemática atuantes nesta escola, assim com alguns convidados de outra instituição.

4.2 A escolha dos participantes da pesquisa

A pesquisa desenvolvida neste trabalho contou com a participação de 10 professores de Matemática. Os professores da Rede Estadual de ensino de Minas Gerais têm prevista uma carga horária de 02 horas/aula remuneradas, onde os mesmos devem desenvolver atividades de planejamento, preparação de atividades e correção de avaliações. Em reunião com a direção da escola e os professores participantes, ficou acordado que as atividades compensariam esta carga horária aos sábados. Portanto, foram planejados 04 encontros, onde foram desempenhadas todas as etapas dos minicursos.

Cabe ressaltar que o grupo de professores selecionados é bem heterogêneo, tanto no que diz respeito à idade, experiência e conhecimentos prévios em recursos computacionais. Este fato é importante, pois a diversidade cultural presente neste grupo tende gerar discussões e possibilidades de aprendizagem enriquecedoras.

4.3 As ferramentas metodológicas e materiais utilizados

Nesta seção serão destacados os materiais necessários para o pleno desenvolvimento dos minicursos. Inicialmente, foi necessário um laboratório de informática com no mínimo 15 computadores em perfeito funcionamento. Na escola onde foram aplicados os minicursos já havia um ambiente informatizado com 20 computadores em pleno funcionamento, inclusive com uma rede de internet disponível para todos os equipamentos. Além disso, o ambiente passou por uma reforma e também possui climatização, contando com dois aparelhos de ar condicionado, em perfeito funcionamento, o que garantiu maior conforto aos participantes.

Os computadores possuem como sistema operacional o Windows 10 e o Linux Educacional, onde em ambos os casos, já havia o *software* GeoGebra instalado, não necessitando de nenhuma manutenção. Por fim, com todos os recursos necessários, deu-se prosseguimento às próximas etapas da pesquisa.

4.4 Planejamento, Elaboração, Execução e Validação dos Resultados

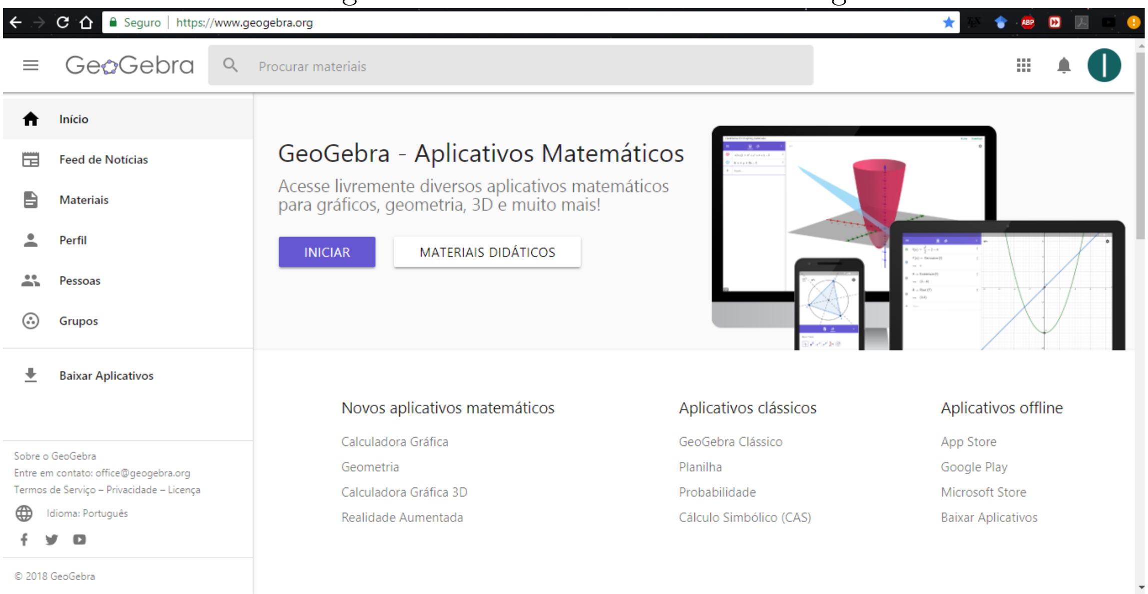
4.4.1 Planejamento

Realizados os levantamentos e escolhas iniciais como a escola participante, a escolha do grupo de professores, os materiais necessários e as ferramentas educacionais, deu-se prosseguimento ao planejamento das atividades.

Inicialmente, foram idealizados 05 minicursos com temas oriundos da análise do baixo rendimento dos estudantes da Educação Básica nas avaliações do sistema. Porém, o ano letivo iniciou-se no dia 19/02/2018, e ainda houve dias de paralisação/greve dos funcionários da Rede Estadual e Municipal de Educação após o início do ano Letivo. Estes fatos, aliados à falta de tempo dos professores participantes, ocasionaram a redução de 05 para 03 minicursos, adaptando-se melhor a realidade de todos os envolvidos neste trabalho.

Quanto aos minicursos, foi planejado utilizar o *software* GeoGebra como ferramenta principal. Após pesquisas em trabalhos e artigos atuais, verificou-se a existência de uma plataforma que permite a criação de *E-books*, aliada à inserção de arquivos pré-elaborados no GeoGebra, como mostra a Figura 2.

Figura 2: Plataforma do GeoGebra.org



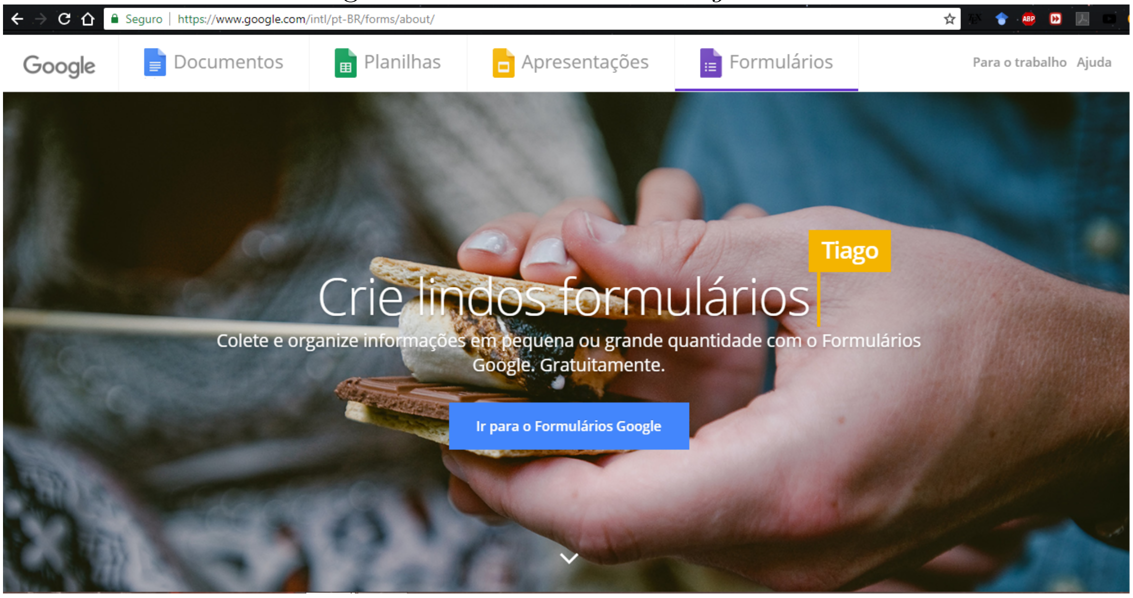
Desta forma, optou-se em criar os minicursos nesta plataforma, e usar o *software* GeoGebra no processo de realização das atividades propostas aos participantes, durante a etapa de verificação de aprendizagem.

Os questionários foram inicialmente planejados para serem respondidos de forma impressa. Porém, constatou-se que o *Google Formulários*[5] é uma plataforma gra-

[5]Ferramenta destinada à criação e análise de pesquisas.

tuita que disponibiliza a criação de questionários de forma *online*, já realizando automaticamente a tabulação dos dados obtidos, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3: Plataforma do *Google Forms*



Devido as suas múltiplas funcionalidades e recursos, optou-se em realizar as aplicações de forma *online* pois, desta forma, os participantes poderão responder os questionários de forma anônima, sem a possibilidade de identificação.

4.4.2 Elaboração

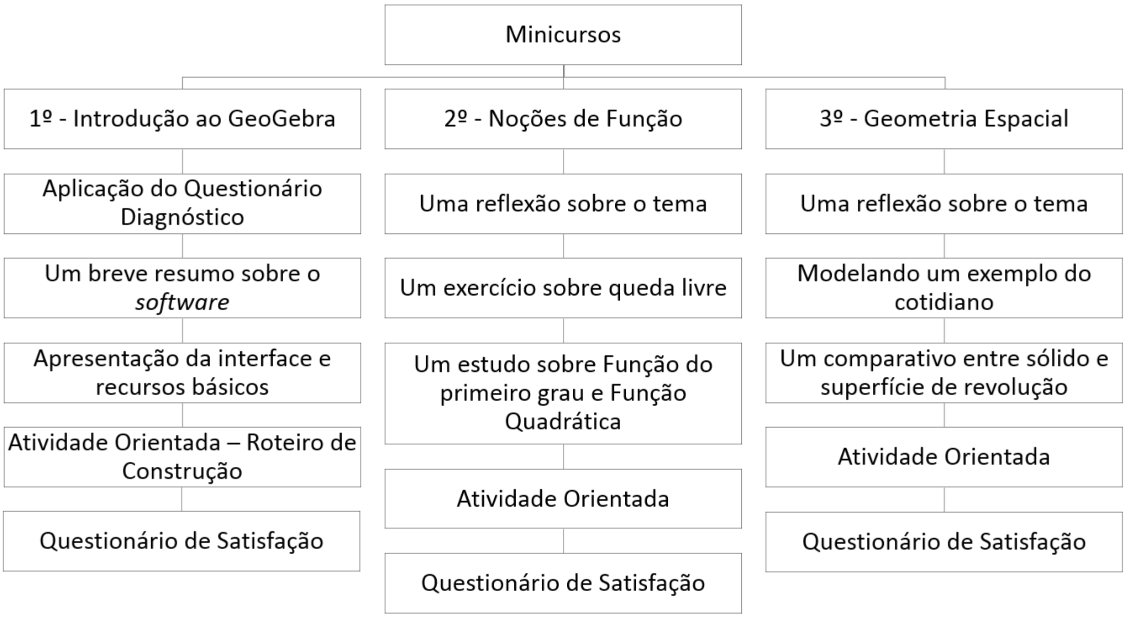
As atividades, minicursos e questionários, previamente planejados foram elaborados dentro do tempo hábil conforme o previsto. Esta etapa elaboração será detalhadamente descrita no Capítulo 5 (MINICURSOS - PLANEJAMENTO E ELABORAÇÃO). Pode-se observar na Figura 4, um organograma que visa apresentar todas as etapas de cada minicurso elaborado.

4.4.3 Execução

Quanto à execução das atividades, tudo ocorreu como planejado. Foram 04 encontros aos sábados com duração de 2 horas, e em alguns casos, foi necessário estender o tempo em mais 1 hora, com devido consentimento de todos os participantes. Não houve ocorrências que impediram a realização das atividades, como falta do fornecimento de energia ou de internet.

Portanto, ajustou-se uma parceria didática com os participantes, e foram realizados todos os registros e observações adequadas que transcorreram durante os minicursos.

Figura 4: Organograma - Aplicação dos Minicursos



4.5 Validação dos Resultados

Esta etapa do trabalho se respalda no conjunto de dados coletados nas etapas anteriores. Nesta pesquisa são empregados os questionários aplicados e as atividades desenvolvidas durante os minicursos como dados complementares. Além disso, no Capítulo 6 (DESENVOLVIMENTO DOS MINICURSOS - UMA ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES) será feito um confronto das hipóteses levantadas no processo de investigação e planejamento dos minicursos, assim como os resultados obtidos durante as etapas finais.

5 MINICURSOS - PLANEJAMENTO E ELABORAÇÃO

Nesta seção são explicitados todos os processos de elaboração, planejamento e estruturação dos minicursos. Inicialmente optou-se em desenvolver três minicursos, cada um com uma temática diferente, todas correlacionadas com a matemática e com o aperfeiçoamento do *software* GeoGebra.

Com a finalidade de definir quais temas possuem maior relevância e aplicabilidade no que se refere ao uso dos recursos computacionais no ensino de Matemática, foi realizado um levantamento no banco de provas do Governo Estadual de Minas Gerais, em específico o PROEB[6]. Com base nos dados obtidos, e avaliando o baixo desempenho dos estudantes, foi feita a seleção dos temas a serem trabalhados nos minicursos. São eles:

1. Introdução ao GeoGebra

2. Noções de Função

3. Geometria Espacial

Pesquisadores como Hiebert and Wearne (1993), afirmam que atividades fundamentadas na exploração dos conceitos matemáticos, estimulam formas de refletir mais proveitosas do que atividades constituídas numa aprendizagem mecânica. Além disso, um ensino fundamentado em atividades associadas a competências de condições cognitivas elevadas tendem a direcionar melhores desempenhos na aprendizagem de Matemática.

Fundamentado nestes conceitos, deliberou-se que os minicursos “Noções de Funções”e “Geometria Espacial”devem ser constituídos de quatro etapas, que serão detalhadas a seguir.

- 1ª Etapa - *Introdução ao Tema*

  Esta etapa consiste na iniciação ao tema de modo contextualizado e interativo. É apresentado um *applet*, previamente planejado e elaborado na plataforma do *software* GeoGebra, onde são trabalhados exemplos práticos do cotidiano, correlacionados ao tema em questão.

- 2ª Etapa - *Aprofundamento Teórico-Prático*

  Nesta etapa, é realizado um aprofundamento dos conceitos relativos ao tema. Para isso, é proposta uma atividade dinâmica e interativa onde o participante deve manipular os recursos pré-estabelecidos. O objetivo desta atividade é salientar aos professores participantes que o método interativo do *applet* viabiliza a elaboração hipóteses sobre um fato observado, conduzindo-o à formalização dos conceitos.

[6] O Proeb avalia as habilidades e competências desenvolvidas pelos alunos do ensino fundamental e médio em Língua Portuguesa e Matemática.

- 3ª Etapa - *Atividade Orientada*

  Esta etapa é direcionada ao aperfeiçoamento das técnicas apresentadas nas etapas anteriores. É proposta uma atividade com um roteiro pré-estabelecido onde cada participante deve realizar uma atividade de construção, e posteriormente debater sobre as percepções relativas ao que foi apresentado.

- 4ª Etapa - *Questionário de Satisfação*

  Nesta etapa, é aplicado um questionário onde o participante deve expor sua opinião relativa aos limites e possibilidades observadas durante a aplicação de cada minicurso. Cabe ressaltar que as aplicações são feitas via *Google Forms*, de forma anônima.

5.1 Minicurso 1 - Introdução ao GeoGebra

5.1.1 Roteiro de trabalho - Plano de aula

Tema: O *software GeoGebra.*

Duração: 2 horas e 30 minutos.

Pré Requisitos: Conhecimentos básicos em informática.

Perfil do Público Alvo: Professores de Matemática atuantes na Rede Municipal e Estadual da Educação Básica .

Ementa da Atividade: O *software* GeoGebra, A interface do GeoGebra, Video Aula Introdutória, Atividade Orientada com roteiro de construção.

Objetivos:

- Diagnosticar o nível de conhecimento e aptidão dos participantes, quanto ao uso do computador e *softwares* matemáticos, com o auxílio de um Questionário Diagnóstico.
- Apresentar uma visão geral motivacional sobre os recursos computacionais no ensino de Matemática;
- Apresentar a interface do GeoGebra, destacando suas principais funcionalidades e recursos;
- Entender como funcionam alguns comandos presentes no campo de entrada de texto;
- Formalizar os conceitos apresentados a partir de uma atividade orientada, com roteiro de construção;

5.1.2 1ª Etapa - Aplicação do Questionário Diagnóstico

A primeira etapa deste minicurso tem como objetivo a aplicação do Questionário Diagnóstico, com intuito de averiguar o nível de conhecimento e aptidão que os participantes tem com o computador. Além disso, visa-se investigar sob quais condições as atividades desenvolvidas com os professores durantes os minicursos, podem ser realizadas nas suas aulas da Educação Básica. Para isso, é solicitado que os participantes respondam ao questionário a seguir de forma imparcial e objetiva.

Questionário Diagnóstico

Questão 1 Em qual(is) local(is) você tem acesso regular ao computador:

- ☐ Em casa.
- ☐ Na Universidade.
- ☐ No Trabalho.
- ☐ Não Possui.

Questão 2 Você classificaria seu conhecimento quanto ao manuseio do computador como:

- ◯ Nenhum.
- ◯ Básico.
- ◯ Intermediário.
- ◯ Avançado.

Questão 3 Com que frequência você costuma usar *softwares* de fins matemáticos:

- ◯ Nunca.
- ◯ Raramente.
- ◯ Frequentemente.

Questão 4 Marque os softwares de fins matemáticos que você já usou:

- ☐ WxMáxima.
- ☐ R.
- ☐ GeoGebra.
- ☐ Octave.
- ☐ Matlab.
- ☐ Planilha Eletrônica.
- ☐ Outros: ....

Questão 5 Caso já utilize algum *software* educacional, onde isso ocorre com maior frequência:

- ☐ Em casa.
- ☐ Em Lan House.
- ☐ No local de trabalho.
- ☐ Outros ....

Questão 6 Você já desenvolveu alguma atividade envolvendo o *software* GeoGebra em alguma ocasião?

- ◯ Sim.
- ◯ Não.

Questão 7 Se na questão anterior sua resposta foi sim, descreva quando, como e onde.

Questão 8 A escola que você trabalha possui um ambiente informatizado onde possa trabalhar com um grupo de estudantes, alguma atividade diferenciada? Discorra um pouco sobre a situação.

Questão 9 A equipe pedagógica da sua escola incentiva o uso de recursos computacionais nas suas aulas? Em caso afirmativo, você recebe o apoio necessário?

Questão 10 Você já foi convidado ou participou de algum programa de capacitação oferecido por alguma Instituição de Ensino? Descreva.

5.1.3 2ª Etapa - Um breve resumo sobre o software

Nesta etapa é apresentado aos participantes um pouco sobre a história do *software* GeoGebra. O *software* GeoGebra possui propósitos didáticos para ser empregado em situações de ensino e aprendizagem de matemática, e outras disciplinas. A partir de seus recursos, pode-se desempenhar cálculos aritméticos, algébricos e utilizar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos.

O projeto do *software* GeoGebra foi idealizado por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo, onde atua como um de seus principais desenvolvedores em conjunto com Yves Kreis da Universidade de Luxemburgo. O GeoGebra está disponível em múltiplas plataformas, e seus desenvolvedores permitem o seu *download* gratuito.

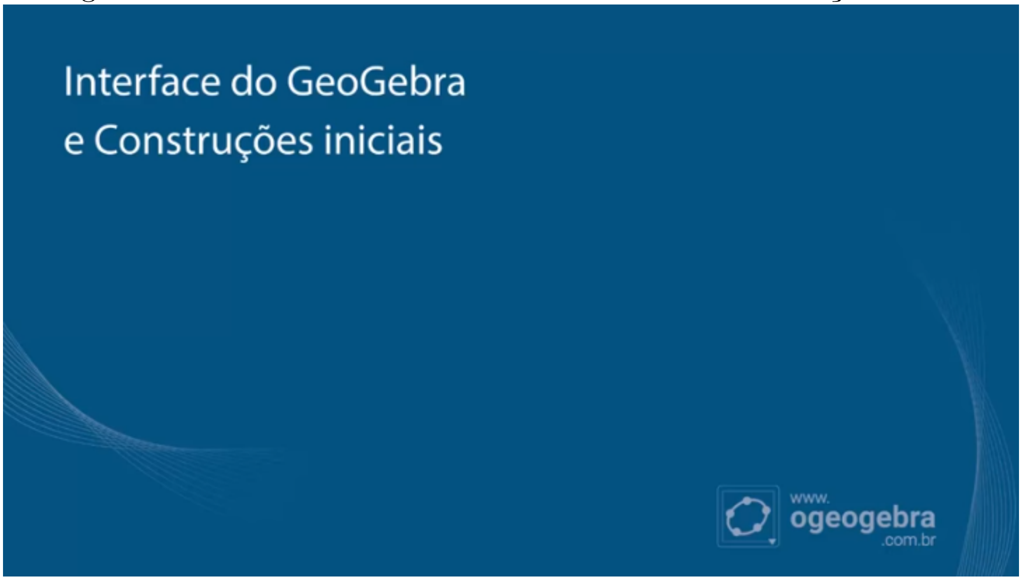
5.1.4 3ª Etapa - Apresentação da Interface e Recursos Básicos

Nesta etapa, é proposta a visualização de uma vídeo aula do canal OGeoGebra[7], intitulada “Interface do GeoGebra e Construções Iniciais”, conforme mostra a

[7] A página do OGeoGebra (http://ogeogebra.com.br/site/) é um espaço para a divulgação do *software* GeoGebra. Nela são disponibilizados materiais e recursos para capacitar usuários em seus aspectos

Figura 5.

Figura 5: Vídeo Aula - Interface do GeoGebra e Construção Iniciais



Neste vídeo, é apresentada a interface do GeoGebra, destacando alguns dos seus principais elementos, tais como a Janela de Visualização, Janela de Álgebra e Campo de Entrada. Além disso, são discutidos alguns aspectos das construções realizadas a partir de ferramentas pré-determinadas, assim como por meio de comandos internos.

Espera-se que a partir desta vídeo aula, os participantes consigam ter uma noção do funcionamento do GeoGebra e aprender algumas de suas funcionalidades, necessárias para a atividade proposta na terceira etapa deste minicurso.

5.1.5 4ª Etapa - Atividade Orientada - Roteiro de Construção

Nesta etapa, são propostas duas atividades de construção voltadas ao estudo de funções trigonométricas. A seguir, é apresentado o roteiro de construção proposto aos participantes, que foi previamente elaborado e testado.

Atividade 1 - Circunferência trigonométrica

Passo 1 - Para construir o círculo digite na caixa de entrada: $circulo[(0,0),1]$.

Passo 2 - Agora iremos construir os segmentos que serão os eixos do círculo trigonométrico, para isso digite na caixa de entrada: $segmento[(-1.5,0),(1.5,0)]$. Depois, para construir o segundo segmento digite: $segmento[(0,-1.5),(0,1.5)$.

Passo 3 - Oculte os eixos.

Passo 4 - Obtenha o centro da circunferência, e chamemos o ponto de O, para isso digite: $O=(0,0)$.

técnicos e para fomentar reflexões sobre seu uso em situações de ensino e aprendizagem.

Passo 5 - Crie um ponto sobre a circunferência utilizando o recurso ponto sobre objeto, e chame este ponto de A.

Passo 6 - Crie o ponto B, para isso digite: $B = (1, 0)$

Passo 7 - Crie uma semirreta com origem em O e passando por A.

Passo 8 - Crie um arco com centro em O, e as extremidades em B e A.

Passo 9 - Altere as configurações do arco mudando sua cor para vermelho e a espessura da linha um pouco mais grossa.

Passo 10 - Ache o ponto C, sobre o eixo x, tal que C é a projeção ortogonal de A sobre o eixo x. Para isso, digite: $C = (x(A), 0)$.

Passo 11 - Trace os segmentos AC e OC.

Passo 12 - Mude a cor dos dois segmentos criados acima para verde e azul, respectivamente. Em seguida altere a espessura a linha para 7.

Passo 13 - Trace o ângulo $B\widehat{O}A$ e omita o rótulo do ângulo.

Agora responda, como obter o seno, cosseno e tangente do ângulo $B\widehat{O}A$ em função dos lados do triângulo AOC.

<u>Atividade 2</u> - Obtendo uma Função trigonométrica em função do Círculo trigonométrico

Passo 1 - Primeiro, abra uma segunda janela de visualização no arquivo do exercício anterior, no menu Exibir.

Passo 2 - Clique com botão direito do mouse na segunda janela e vá em "Janela de Visualização". Na barra básico, desmarque a opção "Exibir coordenadas do Mouse". Na barra Eixo x, vá na opção distância e altere para $\frac{\pi}{2}$. Na barra Eixo y, fixe a distância em 1.

Passo 3 - Na janela de visualização 2, construa um ponto E, para isso digite: $E = (e, 0)$. Observe que e é o tamanho do arco AB.

Passo 4 - Vamos construir o segmento, OE, para isso digite: $segmento[O, E]$. Faça com que ele seja visível na janela de visualização 2. Copie o estilo do arco AB no segmento OE.

Passo 5 - Crie o ponto F, para isso digite: $F = (e, x(C))$

Passo 6 - Habilite o rastro do ponto F.

O rastro obtido é o gráfico da função $f(x) = cos(x)$. Agora faça, de forma similar, a construção da função $g(x) = sen(x)$. Por fim, explique como essa construção pode auxiliar a introdução da matéria função trigonométrica em uma turma do 2º ano do ensino médio.

5.2 Minicurso 2 - Noções de Funções

5.2.1 Roteiro de trabalho - Plano de aula

Tema: Função do Primeiro Grau e Função Quadrática.

Duração: 2 horas e 30 minutos.

Pré Requisitos: Conhecimentos básicos sobre o GeoGebra, Noções de Funções e Representação Cartesiana de Pontos.

Perfil do Público Alvo: Professores de Matemática atuantes na Rede Municipal e Estadual da Educação Básica .

Ementa da Atividade: Plano cartesiano, Função do primeiro grau, Função do segundo grau, Plotagem de gráficos de Função do primeiro grau e Função do segundo grau, Comandos básicos no GeoGebra, Animação de objetos do GeoGebra, Elementos da Reta e Elementos da Parábola.

Objetivos:

- Apresentar uma visão geral sobre Recursos Computacionais no ensino de Matemática;
- Apresentar um exemplo de queda livre e realizar uma análise do esboço de gráficos de funções;
- Reconhecer funções do primeiro grau como as que têm variação constantes.
- Identificar a representação gráfica de uma Função do primeiro grau e de uma Função Quadrática a partir de sua representação algébrica.
- Formalizar os conceitos de Função do primeiro grau e Função do segundo grau, apresentando os seus principais elementos;
- Apresentar novos recursos de trabalho, a exemplo do GeoGebra;

5.2.2 Uma reflexão sobre o o tema

O estudo de funções tem uma relevância não restrita apenas ao estudo da Matemática (por exemplo, para aprendizagem de conceitos fundamentais de Cálculo Diferencial e Integral), mas é similarmente importante para o estudo de conceitos de disciplinas correlatas, tais como a Física, a Química e a Biologia.

Atualmente tem-se discutido demasiadamente sobre a reavaliação do currículo dos estudantes do Ensino Médio, haja vista a presença dos recursos tecnológicos e científicos, pois esse aspecto tem motivado necessidades adicionais e diferentes em relação ao ensino introdutório usualmente realizado. Lavaqui and Batista (2007) afirmam que a Educação Científica deve preparar o estudante para o exercício da cidadania, submetendo-nos a uma reflexão em relação à adesão de habilidades interdisciplinares no Ensino Matemática e outras ciências como uma alternativa para seu desenvolvimento e melhoria.

De acordo o CBC[8], o tema Funções está presente no Eixo Temático II, denominado por "Funções Elementares e Modelagem". O conteúdo Noções de Funções é inserido no currículo dos estudantes no primeiro ano do Ensino Médio.

Este minicurso é focado em dois tipos de função, em particular: Função do Primeiro Grau e Função Quadrática. O CBC enumera em seu texto algumas habilidades a serem trabalhadas com os estudantes em cada tópico do conteúdo. Neste trabalho, é dado ênfase as seguintes habilidades:

Habilidade 8.3 - Reconhecer funções do primeiro grau como as que têm variação constante.

Habilidade 8.4 - Identificar uma função do primeiro grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica.

Habilidade 8.6 - Reconhecer funções do primeiro grau crescentes ou decrescentes.

Habilidade 10.1 - Identificar uma função do segundo grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica.

Habilidade 10.2 - Representar graficamente funções do segundo grau.

Habilidade 10.5 - Resolver problemas de máximos e mínimos que envolvam uma função do segundo grau.

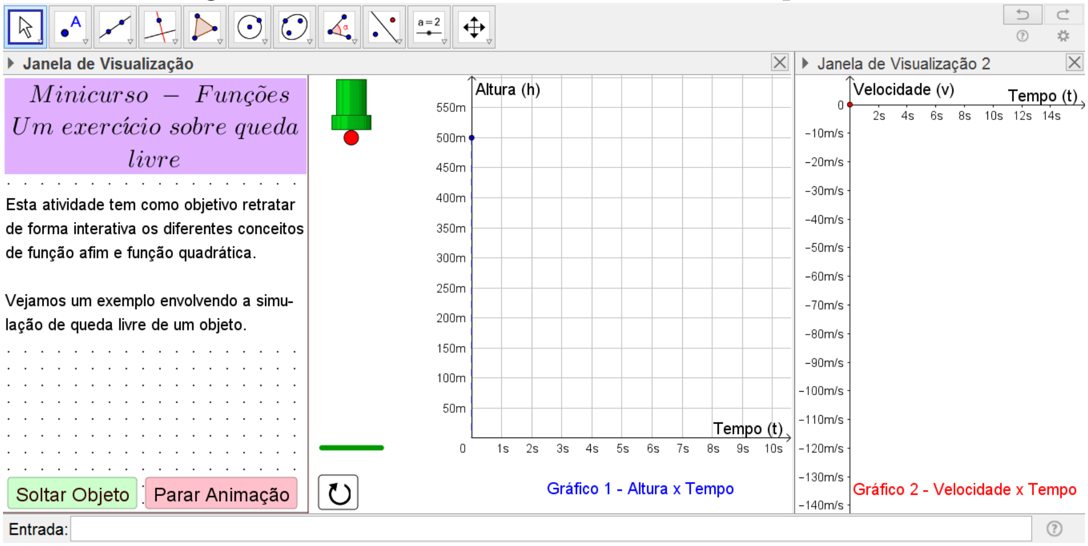
5.2.3 1ª Etapa - Um exercício sobre queda livre

Nesta etapa, é apresentado um *applet* desenvolvido no *software* GeoGebra. Nessa construção é possível observar um objeto que realizará uma queda livre através de uma animação no GeoGebra, como mostra a Figura 6.

Ao clicar no botão "Soltar Objeto", nota-se que o objeto cai em queda livre e, simultaneamente, são traçados os gráficos *Altura x Tempo* e *Velocidade x Tempo*.

[8]O Conteúdo Básico Comum (CBC) consiste na proposta curricular elaborada pela Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais (SEE-MG) no ano de 2005 focada para as escolas da rede pública.

Figura 6: Minicurso 2 - Um exercício sobre queda livre



Essa construção tem como objetivo retratar de forma interativa os diferentes conceitos de função do primeiro grau e função do segundo grau, correlacionando a interdisciplinaridade, haja vista que estes conceitos são trabalhados em Física.

5.2.4 2ª Etapa - Um estudo sobre Função do primeiro grau e Função Quadrática

Nesta etapa do minicurso, é proposta uma atividade dinâmica e interativa, onde os cursistas devem manusear os recursos presentes no *applet* desenvolvido no GeoGebra, com a orientação da equipe de trabalho. Por se tratar de uma atividade com recursos previamente elaborados, os cursistas poderão verificar, experimentar e observar as diversas ferramentas do GeoGebra.

Esta atividade consiste na manipulação de alguns controles deslizantes, onde, ao movê-los, poderão observar o que acontece com os elementos gráficos e textuais presentes na construção, como pode-se observar na Figura 7.

A partir dessas construções, serão discutidos conceitos específicos pertinentes ao tema, tais como o crescimento e decrescimento de funções e análise de suas raízes, bem como a maneira que podem ser abordados em sala de aula. Para tanto, foram elaboradas questões a serem debatidas entre os participantes. São elas:

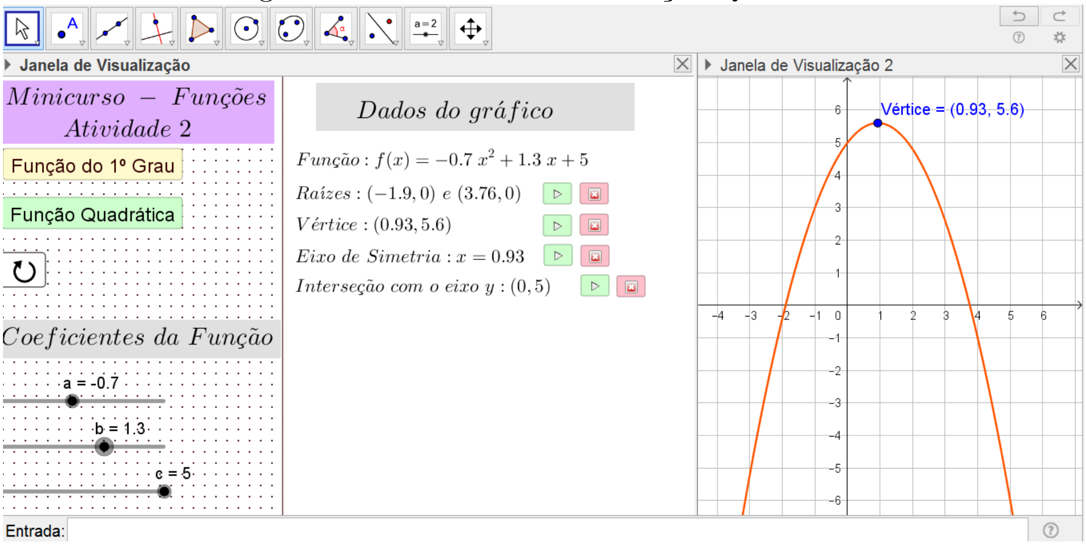
Questão 1 Em relação a função do primeiro grau $g(x) = ax + b$ e aos coeficientes a e b, responda:

a) A partir de quais valores de a a função é decrescente? E crescente?

b) Ao variar os valores de b, o que pode se observar no gráfico da função?

c) Quais as características do gráfico da função, quando $b = 0$?

Figura 7: Um estudo sobre Função Quadrática



Questão 2 Como você faria para calcular o valor da raíz da função algebricamente?

Questão 3 Qual coeficiente da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ é responsável pela mudança de concavidade da parábola? Para quais valores de a a parábola é côncava para baixo?

Questão 4 Em quais condições a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ não possui raízes reais? Pode-se responder esta questão analisando apenas graficamente?

Questão 5 Para quais valores de a, b ou c, a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ tem como gráfico uma reta?

5.2.5 3ª Etapa - Atividade Orientada

Esta é a última etapa do minicurso, onde os cursistas devem desenvolver três atividades com roteiro pré-estabelecido, com o auxílio do *software* GeoGebra. Durante o andamento das atividades, os participantes serão orientados pela equipe de trabalho, que dará suporte a todo momento. Além disso, será incentivada a interação entre os cursistas, dando-lhes a oportunidade de resolvê-las em duplas.

Schein and Coelho (2006) destacam a necessidade da interação dos cursistas com o docente, pois a indagação manifesta-se como uma ferramenta facilitadora no processo de ensino e aprendizagem, manifestando as habilidades de observação, análise e explicação, contribuindo assim para a desenvolvimento do participante em concepção que necessita maior entendimento conceitual.

Cabe ressaltar que, apesar dos *softwares* de Matemática dinâmica não realizarem demonstrações, as técnicas empregadas na experimentação de suposições, norteiam o estudante na busca pela resolução de um problema de forma analítica.

As atividades descritas a seguir serão propostas aos cursistas como um exercício de aperfeiçoamento de aprendizagem.

Atividade 1 Faça o que se pede e em seguida responda as perguntas.

1. Abra o GeoGebra.
2. Crie quatro controles deslizantes a, b, c e d, ambos variando de -5 a 5.
3. Crie duas funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$.

a) O que acontece com as retas quando $a = c$ e $b \neq d$?

b) O que acontece com as retas quando $a \neq c$ e $b = d$?

c) Qual o valor do ângulo entre as retas quando os valores a e c forem opostos e inversos?

Atividade 2 Suponha que uma pessoa deva escolher um plano de saúde ofertado por duas empresas "Saúde Total"e "Bem Estar". Veja as ofertas:

- A empresa "Saúde Total"cobra $R\$100,00$ de taxa de adesão e $R\$50,00$ por consulta num certo período.
- A empresa "Bem Estar"cobra $R\$80,00$ de taxa de adesão e $R\$55,00$ por consulta num mesmo período.

Sabendo que o gasto total de cada plano é dado em função do número x de consulta, determine as funções que representam cada situação e esboce os gráficos no GeoGebra. A seguir responda:

Qual dos planos é mais econômico? Como explicar esta situação geometricamente?

Atividade 3 Seja a função $f(x) = x^2 - 4x - 5$. Explicite o processo que você utilizaria para determinar a reta que define o eixo de simetria desta função, utilizando as ferramentas do GeoGebra.

5.2.6 4ª Etapa - Questionário de Satisfação

Questão 1 Na sua opinião, as construções realizadas com o auxílio do GeoGebra contribuem para introdução do tópico de "Função do primeiro grau"e "Função Quadrática"?

Questão 2 Em particular, no estudo dos tópicos "Função do Primeiro grau"e "Função Quadrática", o *software* GeoGebra permitiu a visualização dos conceitos de modo a associá-lo à notação matemática formal?

Questão 3 Você encontrou alguma dificuldade em resolver as questões utilizando o GeoGebra como ferramenta principal? Se sim, quais?

Questão 4 O exemplo de queda livre permite esclarecer as dúvidas relativas a diferenciação entre Função do primeiro grau e Função Quadrática?

Questão 5 Na sua opinião, quais as vantagens do uso do GeoGebra para o entendimento dos conceitos introdutórios relativos a Função do primeiro grau e Função Quadrática?

Questão 6 Você incluiria o uso do GeoGebra nas suas aulas sobre Função do primeiro grau e Função Quadrática?

Questão 7 Após utilizar o GeoGebra durante as etapas do minicurso você é capaz de propor uma atividade dentro desta temática? Se sim, esboce a sua ideia.

Questão 8 Cite os pontos positivos e/ou negativos observados na primeira etapa do minicurso "Noções de Funções".

5.3 Minicurso 3 - Geometria Espacial

5.3.1 Roteiro de trabalho - Plano de aula

Tema: Geometria Espacial.

Duração: 2 horas e 30 minutos.

Pré Requisitos: Conhecimentos intermediários sobre o GeoGebra, Noções de Funções e Representação Cartesiana de Pontos, Geometria Plana Básica, Geometria Espacial, Volume de Sólidos.

Perfil do Público Alvo: Professores de Matemática atuantes na Rede Municipal e Estadual da Educação Básica .

Ementa da Atividade: Plano cartesiano, Modelagem Matemática, Sólidos de Revolução, Superfícies de Revolução, Comandos SPLINE no GeoGebra, Animação de objetos do GeoGebra, Janela de Visualização 3D, Cálculo Diferencial e Integral.

Objetivos:

- Apresentar uma visão geral sobre Modelagem Matemática no ensino de Matemática;
- Apresentar exemplos de sólidos e superfícies de revolução oriundos do cotidiano;

- Reconhecer funções geradoras de superfícies de revolução;
- Realizar um comparativo interativo entre superfícies e sólidos de revolução;
- Formalizar os conceitos de sólidos e superfícies de revolução, apresentando os seus principais elementos;
- Apresentar novos recursos do *software* GeoGebra.

5.3.2 Uma reflexão sobre o tema

Através da imprescindibilidade do homem em interpretar e representar o seu meio ambiente, tanto físico quanto mental, é que as imagens, retratadas através de desenhos, foram aos poucos conceitualizadas até obterem uma definição matemática e, simultaneamente com conceitos e relações geométricas, desenvolveram a Geometria Euclidiana.

O estudo da Geometria é crucial para o desenvolvimento do pensamento espacial e o raciocínio estimulado pela visualização, carecendo empregar a intuição, a compreensão e a representação, que são competências fundamentais para interpretar o mundo em que vivemos.

Segundo o CBC, o tema Geometria Métrica e de Posição, está presente no Eixo Temático IV, denominado por "Geometria e Medidas". O conteúdo relativo a Superfícies e Sólidos de Revolução é inserido no currículo dos estudantes no segundo ano do Ensino Médio.

Este minicurso tem como objetivo principal modelar figuras tridimensionais como auxílio do GeoGebra, apresentando as principais diferenças entre sólidos e superfícies de revolução. Neste minicurso, é dado ênfase às seguintes habilidades provenientes do CBC:

Habilidade 35.1 Resolver problemas que envolvam o cálculo da área lateral ou total de figuras tridimensionais.

Habilidade 36.1 Resolver problemas que envolvam o cálculo de volume de sólidos.

5.3.3 1ª Etapa - Modelando um exemplo do cotidiano

Nesta etapa do minicurso, foram observados objetos do cotidiano dos estudantes da Educação Básica que se enquadram na proposta da atividade, para que possam ser modelados com o auxílio do software GeoGebra. A partir desta observação, nota-se que alguns objetos podem ser facilmente obtidos através da revolução de uma função conhecida em torno de um eixo específico, como mostra o copo azul da Figura 8.

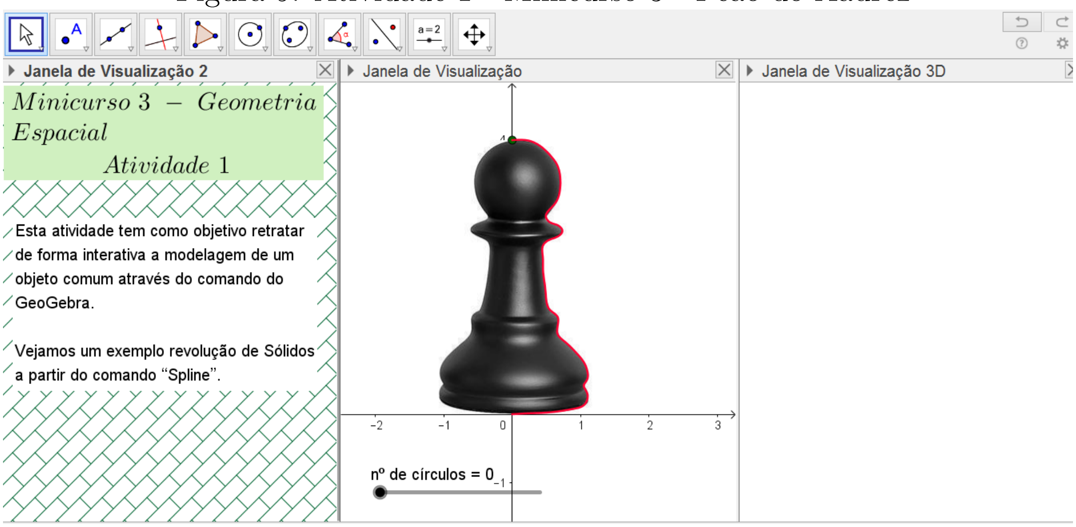
Neste caso, o copo ilustrado na Figura 8 pode ser obtido pela revolução de um segmento de reta em torno de um eixo específico. Porém, há objetos que tornam o exercício de determinar uma função a ser rotacionada uma tarefa complexa. Diante de

Figura 8: Objetos a serem modelados

tais fatos, foi elaborado um *applet* na plataforma do GeoGebra, onde é apresentado uma forma de modelar a peça de xadrez mostrada na Figura 8.

Na construção apresentada pelo *applet* desenvolvido no *software* GeoGebra, pode-se observar um peão do xadrez que será modelado na Janela de Visualização 3D, conforme mostra a Figura 9.

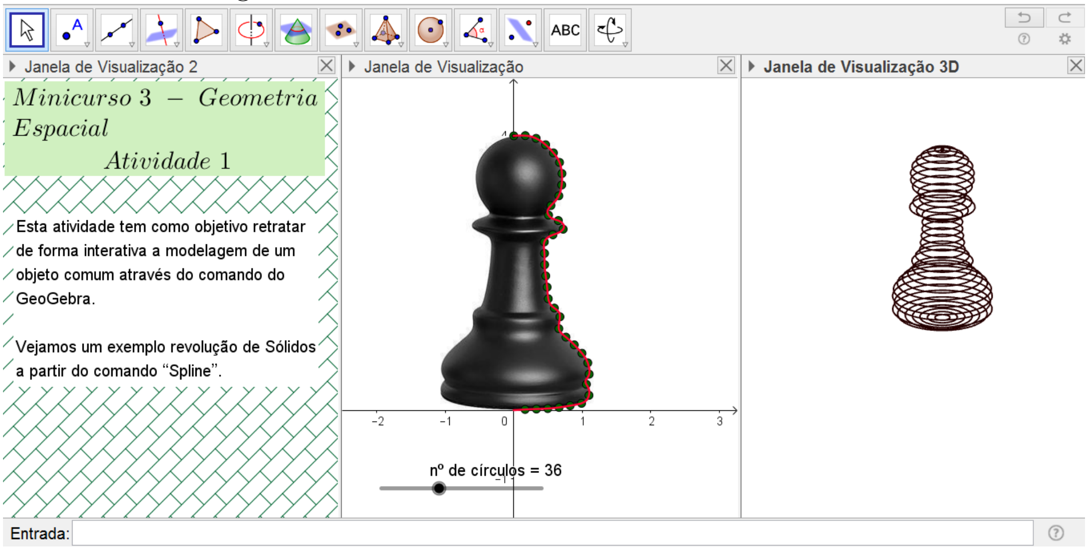
Figura 9: Atividade 1 - Minicurso 3 - Peão do Xadrez



Para tanto, será apresentado aos professores participantes o comando *Spline* do GeoGebra, que permite traçar uma curva em torno do peão e a partir de pontos específicos, gerar o modelo apresentado na Janela de Visualização 3D, como mostra a Figura 10.

Essa construção tem como objetivo apresentar novos recursos do GeoGebra que podem tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e interativas.

Figura 10: Atividade 1 - Minicurso 3 - Modelo 3D



5.3.4 2ª Etapa - Um comparativo entre sólido e superfícies de revolução

Nesta etapa do minicurso, é apresentada uma atividade que tem por objetivo realizar um comparativo entre os conceitos de sólidos e superfícies de revolução. Estes conceitos são discutidos isoladamente no 2º ano do ensino médio, e grande parte dos estudantes não sabem diferenciá-los.

Em uma pesquisa, Kaleff (2003) ressalta a importância da visualização espacial e das representações gráficas no processo de ensino e aprendizagem de Geometria, além da alternativa de associar seu saber com o mundo real.

Assim, a construção proposta nesta etapa faz um elo entre a conceituação formal das definições de sólidos e superfícies de revolução e a representação dos mesmos através de modelos extraídos do mundo real. Para isso, a partir de um modelo já elaborado, os participantes devem escolher uma função que determinará a figura a ser gerada, a partir da revolução em torno do eixo x. Ao mover o controle deslizante α, dá-se origem ao objeto obtido, conforme pode-se observar na Figura 11.

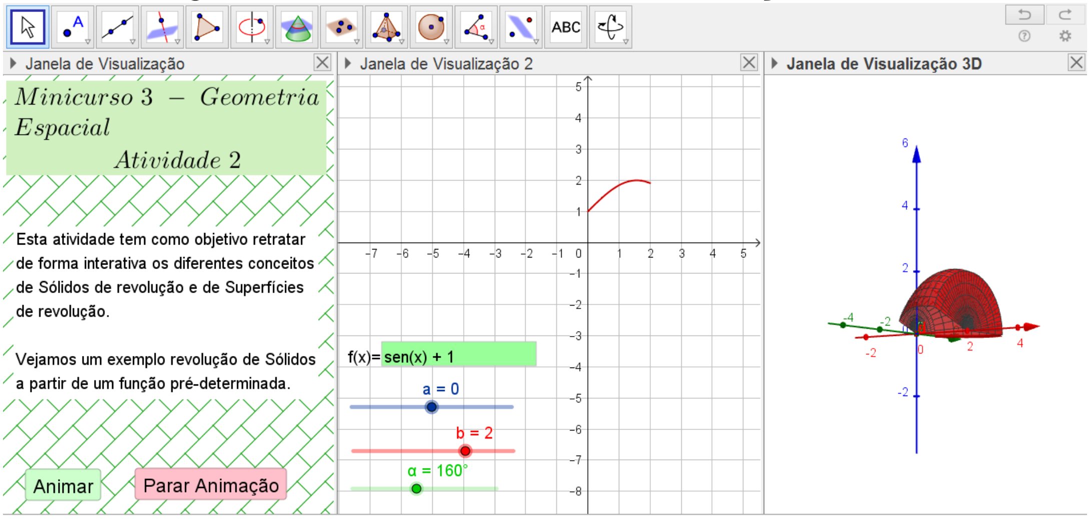
Após as orientações sobre a manipulação dos recursos disponíveis no *applet*, são realizados alguns questionamentos sobre a obtenção de curvas específicas, que possam ser trabalhadas em uma sala de aula da Educação Básica.

5.3.5 3ª Etapa - Atividade Orientada

Na 3º etapa do minicurso, são apresentados recursos e comandos do GeoGebra para a obtenção de superfícies fechadas[9] de revolução. Inicialmente será apresentado um roteiro de construção da atividade 1, e posteriormente serão discutidos os conceitos matemáticos que permanecem implícitos durante a inserção dos comandos no GeoGebra.

[9]Diz-se que S é uma superfície fechada se ela é fronteira de um região compacta em $\mathbb{R}^3$.

Figura 11: Atividade 2 - Minicurso 3 - Rotação da Curva



Atividade 1 - Roteiro de Construção

Passo 1: Abra um arquivo no *software* GeoGebra e salve-o no computador. Além disso, no menu *Exibir*, habilite a *Janela de Visualização 3D*.

Passo 2: No campo de entrada do GeoGebra digite a função que deseja rotacionar, como por exemplo, *f(x)=sen(x)+x*. Logo após, oculte a função f da *Janela de Visualização 1*.

Passo 3: Crie dois controles deslizantes a e b do tipo número, ambos com valor inicial -5, valor final 5 e incremento 0.1.

Passo 4: Crie uma função g suporte, tal que $a \leq x \leq b$. Para isso, no campo de entrada do GeoGebra digite *g(x)=Função(f, a, b)*. Nesta etapa, a aparência da construção realizada estará similar a apresentada na Figura 12.

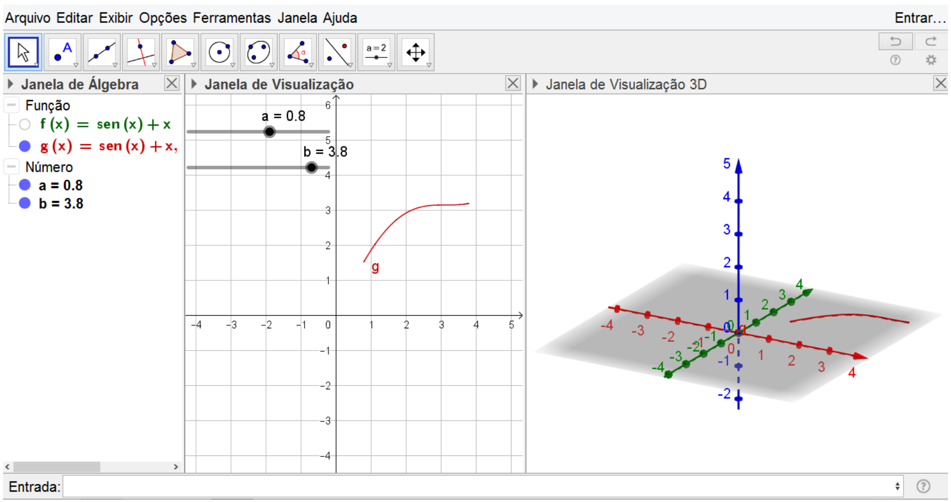


Figura 12: Interface GeoGebra - Etapa 4

Passo 5: Crie um controle deslizante α do tipo ângulo, com valor inicial 0, valor final 2π e incremento 5°.

Passo 6: Para realizar a revolução da curva em torno do eixo Ox, digite no campo de entrada o comando *Superfície(r, f(r) cos(θ), f(r) sen(θ), r, a, b, θ, 0, α)*. Nesta etapa, ao alterar os valores do controle deslizante α, já é possível visualizar a superfície de revolução, como pode ser observado na Figura 13.

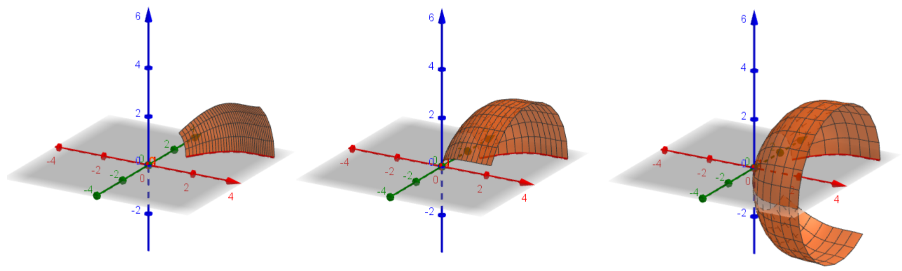


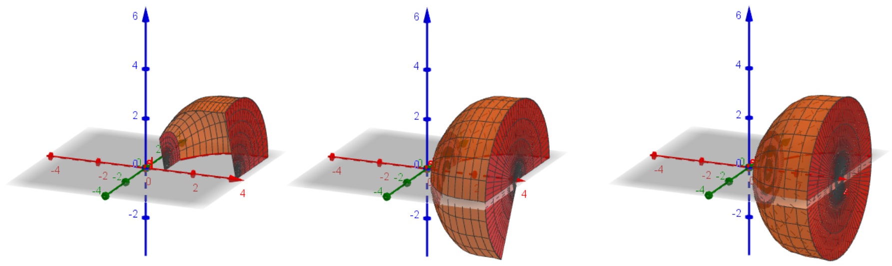
Figura 13: Revolução da função em torno do eixo.

Passo 7: Para construir os círculos que limitam as superfícies fechadas inferiormente e superiormente, quando conveniente, digite os seguintes comandos no campo de entrada:

- *Superfície(b, cos(θ) (t*f(b)), sen(θ) (t*f(b)), t, 0, 1, θ, 0, α)*
- *Superfície(a, cos(θ) (t*f(a)), sen(θ) (t*f(a)), t, 0, 1, θ, 0, α)*

Após inseridos os comandos, pode-se visualizar a superfície fechada por completa, conforme apresenta a Figura 14.

Figura 14: Superfície fechada gerada pela revolução da função em torno do eixo Ox.



5.3.6 *4ª Etapa - Questionário de Satisfação*

Questão 1 Na sua opinião, as construções realizadas com o auxílio do GeoGebra contribuem para introdução do tópico de "Sólidos e Superfícies de Revolução"?

Questão 2 Em particular, no estudo do tópico "Sólidos e Superfícies de Revolução"o *software* GeoGebra permitiu a visualização dos conceitos de modo a associá-lo à notação matemática formal?

Questão 3 As construções realizadas permitem esclarecer as dúvidas relativas a diferenciação entre ”Superfícies de Revolução”e ”Sólidos de Revolução”?

Questão 4 Na sua opinião, quais as vantagens do uso do GeoGebra para o entendimento dos conceitos introdutórios relativos a ”Superfícies de Revolução”e ”Sólidos de Revolução”?

Questão 5 Cite os pontos positivos e/ou negativos observados no Minicurso “Geometria Espacial”.

6 DESENVOLVIMENTO DOS MINICURSOS - UMA ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES

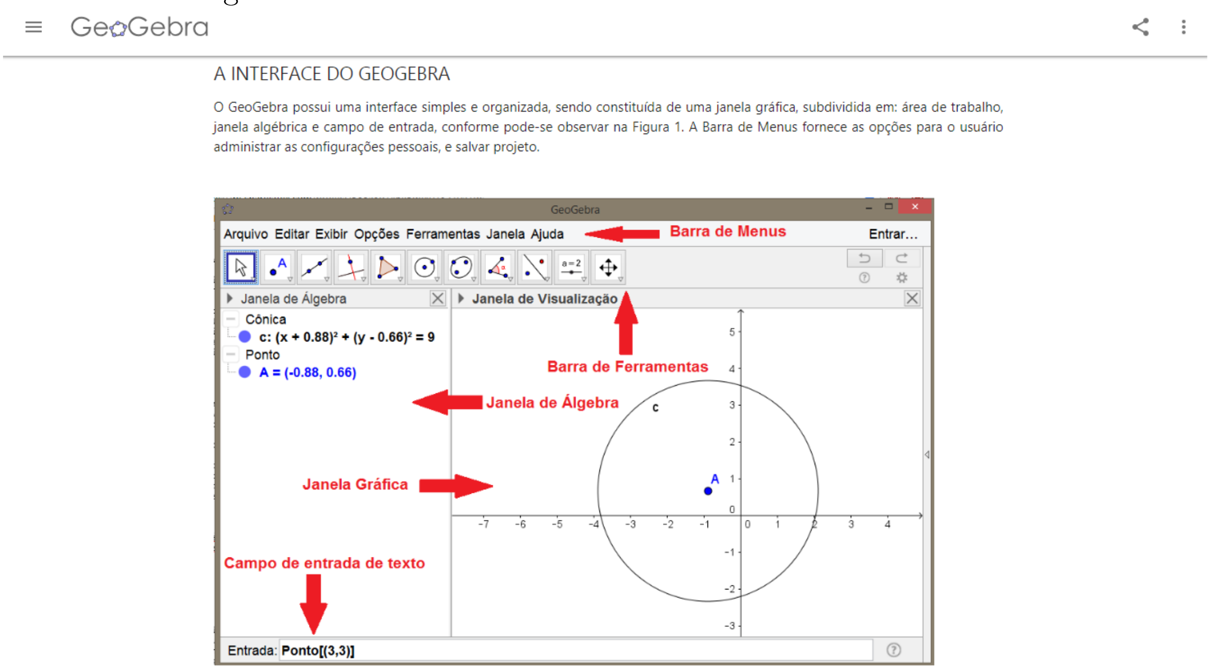
Nesta etapa do trabalho são descritas todas as observações feitas durante a aplicação dos minicursos. Para tanto, são apresentados todos os pontos de vista, tanto por parte do pesquisador quanto por parte dos participantes.

6.1 Minicurso 1 - Introdução ao GeoGebra

Iniciou-se o minicurso com a apresentação do *software* GeoGebra, através de uma breve explanação de como o *software* foi idealizado, até os dias atuais. Além disso, foram discutidas suas principais qualidades além das limitações encontradas, tanto em experiências pessoais e profissionais, quanto em pesquisas realizadas nas etapas iniciais deste trabalho.

Logo após apresentado o *software*, que é usado como ferramenta principal deste trabalho, foi dada sequência à apresentação da interface do GeoGebra. É imprescindível que neste momento todos os participantes entendam a função de cada elemento exibido, para tanto, a apresentação da interface foi realizada concomitantemente com os participantes pelo *ebook* criado na plataforma *online* do *software*, como pode se observar na Figura 15.

Figura 15: *Ebook* do Minicurso 1 - A Interface do GeoGebra



Após esclarecidas as dúvidas levantadas, foi dado prosseguimento a próxima atividade do minicurso que consiste na visualização da vídeo aula introdutória do *soft-*

ware GeoGebra, intitulada “Interface e Construções Iniciais”. De forma individual, cada participante assistiu à vídeo aula, e após o seu término, não houve questionamentos.

Realizadas as explanações iniciais que concernem a adaptação do participante ao *software* GeoGebra, é proposta a primeira atividade orientada. Esta atividade consiste na construção do gráfico de funções trigonométricas, tomando como recurso, um ciclo trigonométrico elaborado em uma janela de visualização a parte.

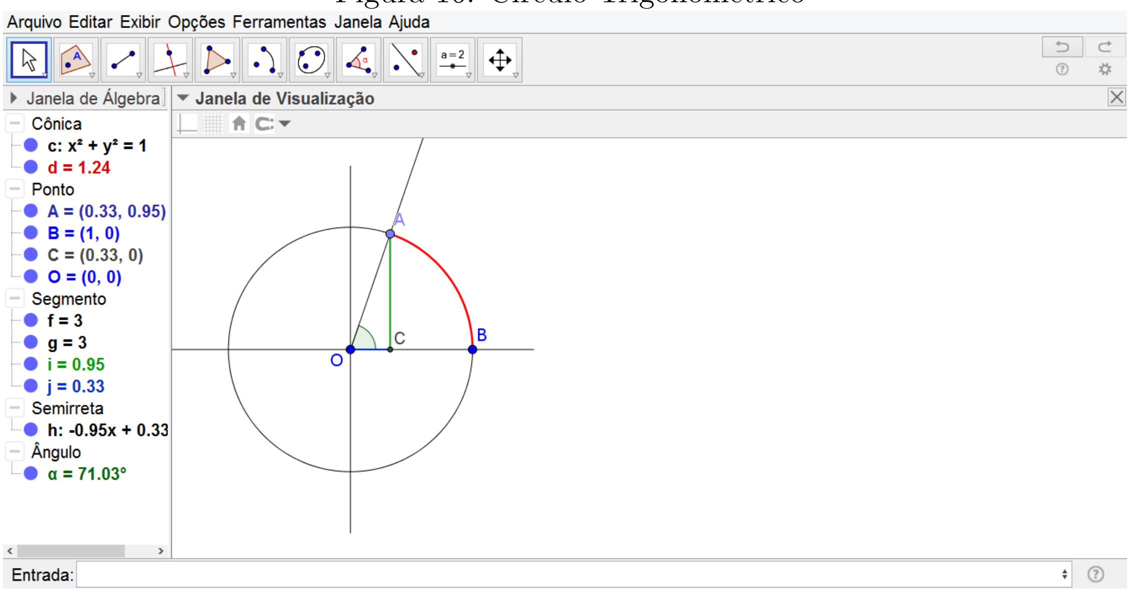
Neste momento, as etapas da construção são realizadas simultaneamente com os participantes, com o intuito de priorizar o aprendizado coletivo. Logo no primeiro item da construção, que consiste na criação de um círculo através de um comando na janela de álgebra, um participante questionou se não seria mais simples criá-lo usando a ferramenta “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos”. Foi orientado aos participantes que a qualquer momento poderiam ser feitas adaptações no roteiro, resguardado a disposição final dos objetos criados, pois nos passos a seguir será necessário que os objetos criados preservem nomes e tamanhos.

No terceiro passo da atividade, outro participante questionou como ocultar os eixos, pois é proposto na atividade, mas não é informado o procedimento. Esclarecida esta dúvida, fica nítido que neste momento do aprendizado, qualquer falta de clareza para o participante, torna o desenvolvimento da atividade uma tarefa complexa.

Nos passos seguintes houve dúvidas de mesmo teor, porém nada que atrapalhasse o andamento da atividade, pelo contrário, a discussão e os questionamentos que surgem no decorrer do minicurso, reforçam a parceria e interação que existe entre todos os integrantes, gerando um ambiente colaborativo e favorável à prática de atividades de caráter investigativo.

Finalizados os passos iniciais da atividade, a estrutura do círculo trigonométrico feito no GeoGebra assemelha-se a mostrada na Figura 16.

Figura 16: Círculo Trigonométrico



Ainda no roteiro da atividade há um questionamento a ser discutido após os passos iniciais: Como obter o seno, o cosseno e a tangente do ângulo $B\widehat{O}A$ em função dos lados do triângulo AOC? Prontamente surgiram duas ideias:

1. Usar as relações trigonométricas $sen(\alpha) = \dfrac{AC}{AO}$, $cos(\alpha) = \dfrac{OC}{AO}$ e $sen(\alpha) = \dfrac{AC}{OC}$.
2. Usar algum comando interno ao GeoGebra que calculasse direto este valor.

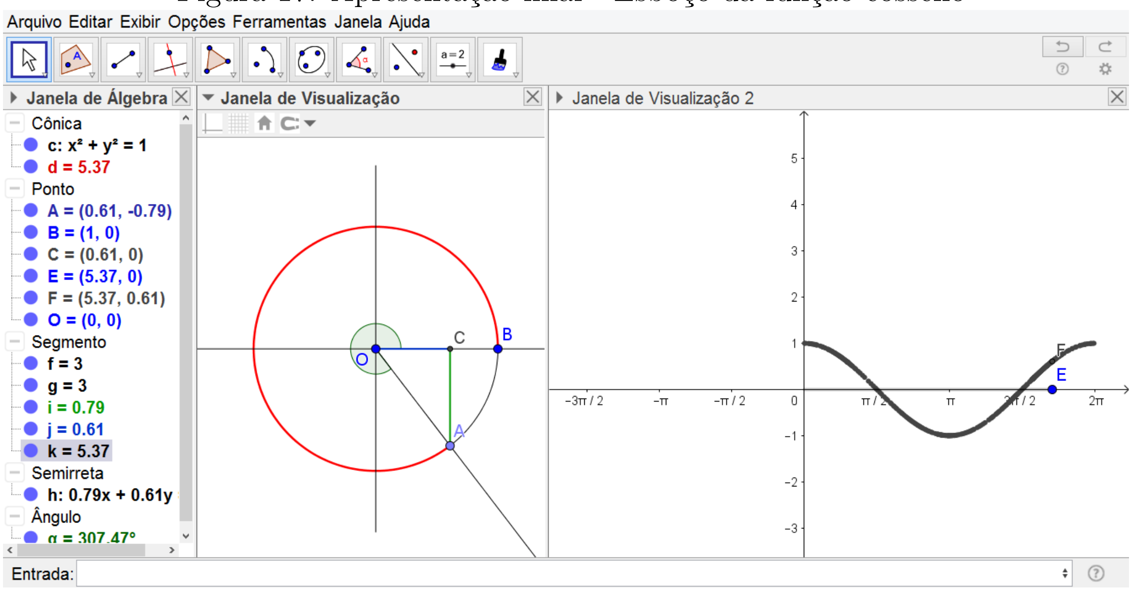
As duas ideias são relevantes e plausíveis, porém a primeira opção sugerida responde melhor ao questionamento, pois envolve diretamente os lados do triângulo AOC. Orientados de como prosseguir e realizar os procedimentos necessários, deu-se início a segunda parte da atividade orientada, que consiste na criação do ambiente onde serão esboçado os gráficos das funções trigonométricas propostas.

O passo a passo desta etapa é similar aos propostos nas etapas anteriores, assim como as dificuldades encontradas, que a princípio se remetem apenas a limitação do uso do *software*. Esses empecilhos já eram esperados, tendo em vista que os participantes do minicurso não possuíam conhecimento necessário para utilizar o GeoGebra perfeitamente.

Um ponto importante a ser discutido foi levantado por um participante, onde o mesmo questionou se ele não poderia terminar a atividade em dupla, pois o ritmo de aprendizagem imposto pelos participantes era além do que ele conseguia manter. Este fato havia passado despercebido, pois quando não há manifestação de dificuldade por parte dos participantes, fica difícil notar estes acontecimentos.

Foi permitido que o participante em questão finalizasse a atividade em dupla, e sem outros fatos relevantes, todos completaram as etapas propostas. O resultado final ficou similar ao que pode se observar na Figura 17.

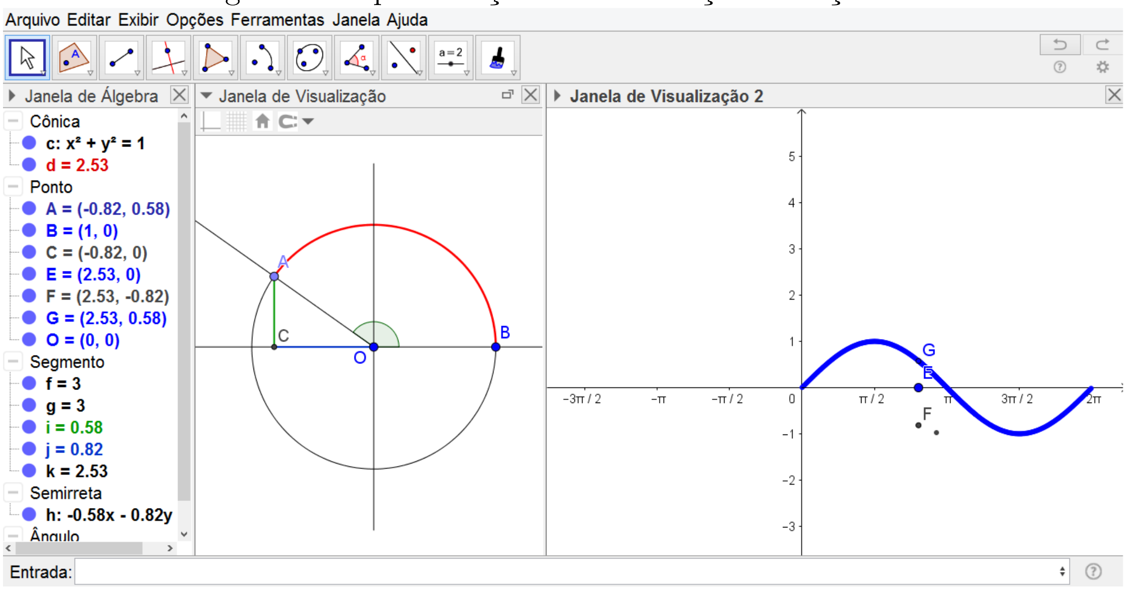
Figura 17: Apresentação final - Esboço da função cosseno



Finalizando as atividades, é questionado aos participantes se os mesmos são capazes de propor a criação de um ponto que permita esboçar a função seno ao ser animado. Como a atividade é orientada e o passo a passo é informado aos participantes, há conceitos implícitos nas construções que não ficam nítidos durante a atividade.

Desta forma, nenhum dos participantes soube responder como realizar tal tarefa, porém matematicamente alguns participantes opinaram, e com o auxílio e esclarecimentos do processo de obtenção do ponto F, descrito no roteiro para a obtenção da função cosseno, chegou-se à conclusão que o ponto G é obtido através do comando $G = (e, y(A))$. O resultado desta construção pode ser observado na Figura 18.

Figura 18: Apresentação final - Esboço da função seno



Como última etapa do minicurso, é aplicado um questionário de satisfação, onde os participantes devem responder as questões propostas, com intuito de avaliar e propor melhorias para os minicursos futuros.

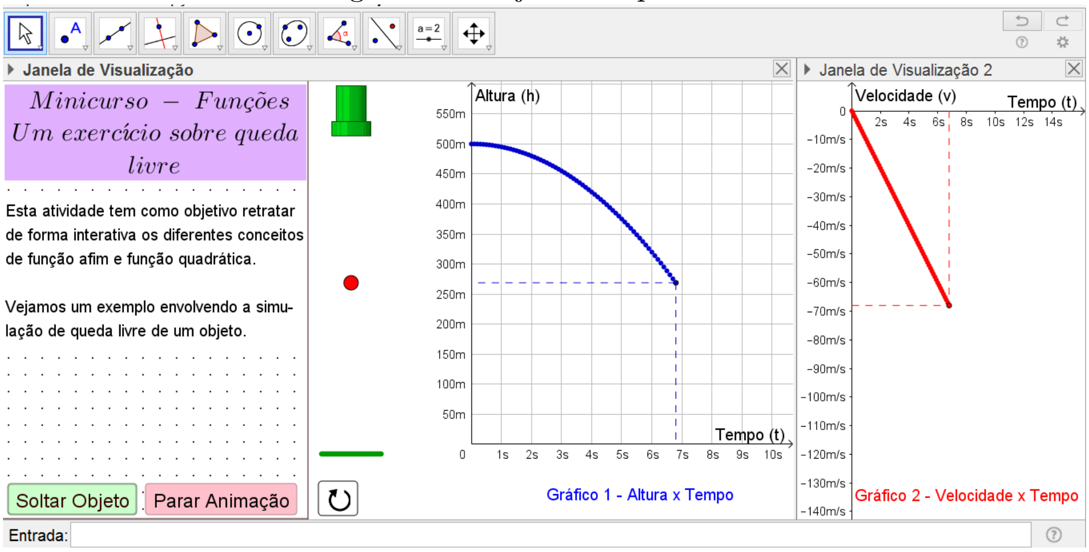
6.2 Minicurso 2 - Noções de Funções

Para início dos trabalhos, os participantes são orientados a acessar o *ebook* do minicurso na plataforma online do GeoGebra. Após uma reflexão e discussão sobre a importância do tema *Funções* no currículo dos estudantes, deu-se início à primeira atividade do minicurso.

A primeira impressão que os participantes tiveram do *applet* foi de surpresa. alguns questionaram se o mesmo era desenvolvido no GeoGebra, visto o *design* e a aparência apresentada. Foi esclarecido aos participantes que para idealizar e desenvolver este *applet* foi necessário um bom tempo de planejamento e criatividade, e que posteriormente seria trabalhado um passo a passo de como desenvolver uma atividade similar.

O objetivo central desta atividade é realizar a comparação entre as diferentes formas de representação de uma função afim e função quadrática, para isso foi solicitado que os participantes clicassem no botão "Soltar Objeto"e observassem a trajetória realizada pelo objeto em queda livre, conforme pode-se observar na Figura 19.

Figura 19: Objeto em queda livre



Empolgados com a animação do objeto no GeoGebra, os participantes questionaram incessantemente quais comandos foram utilizados para desempenhar tal feito, e se a atividade foi realmente feita no GeoGebra, visto que a atividade foi realizada na plataforma *online* do *GeoGebra*, através do *ebook* desenvolvido com antecedência. Foi frisado que os elementos presentes na animação são complexos para serem apresentados neste momento, porém foi feita uma breve explicação dos processos de construção.

Firmado o compromisso de apresentar futuramente a proposta de criação de uma atividade em conjunto com os participantes, foi retomada a discussão acerca dos objetivos da atividade. Várias considerações foram feitas acerca das atividades em sala de aula, e algumas se destacaram:

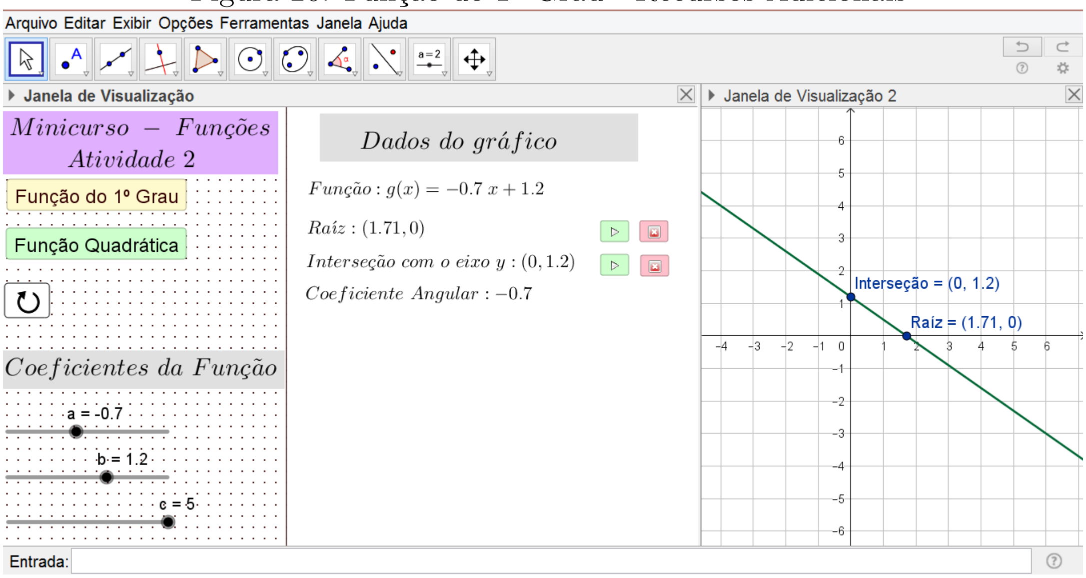
- "*O uso do GeoGebra em sala de aula se destaca como exímia contribuição no processo de interdisciplinaridade.*"
- "*Como professor de Matemática e Física sempre quis trabalhar com os recursos computacionais em sala de aula, porém o receio de não conseguir elaborar e trabalhar com qualidade uma aula diferenciada, sempre me distanciou deste propósito.*
- "*A riqueza gráfica apresentada, aliada aos recursos de animação proporcionados pelo software reforçam ainda mais a necessidade de me aperfeiçoar e garantir aos meus alunos momentos como este.*"
- "*A forma interativa como é apresentada os conceitos das funções tornam o aprendizado mais fácil e simples. A atratividade proporcionada pelo software tende a contribuir com esta quebra de paradigma presente nos estudantes. A Matemática é sempre tida como uma matéria difícil e impossível de compreender.*"

Fica evidente nos comentários feitos pelos participantes que o uso dos recursos computacionais nas aulas de Matemática se destacam em diversos aspectos. Porém, o despreparo frente as novas tecnologias, a falta de tempo e planejamento, promovem a não inclusão destes recursos em sala de aula. Desta forma, oportunidades de se aperfeiçoar como esta, resgatam nossos educadores e desmistificam esse bloqueio frente aos recursos computacionais presente nos dias atuais.

Encerradas as discussões relativas à primeira atividade, deu-se início a próxima etapa do minicurso. A segunda atividade, assim como a primeira, já é pré-elaborada e seus recursos já foram previamente estipulados. Os participantes devem manipular alguns controles deslizantes presentes que, ao movimentá-los, poderão notar que os elementos gráficos e textuais presentes na construção se alteram.

Os participantes foram instruídos a clicar com o botão esquerdo do mouse sobre o botão "*Função do 1º Grau*", e navegar pelos recursos presentes na construção, conforme pode-se observar na Figura 20.

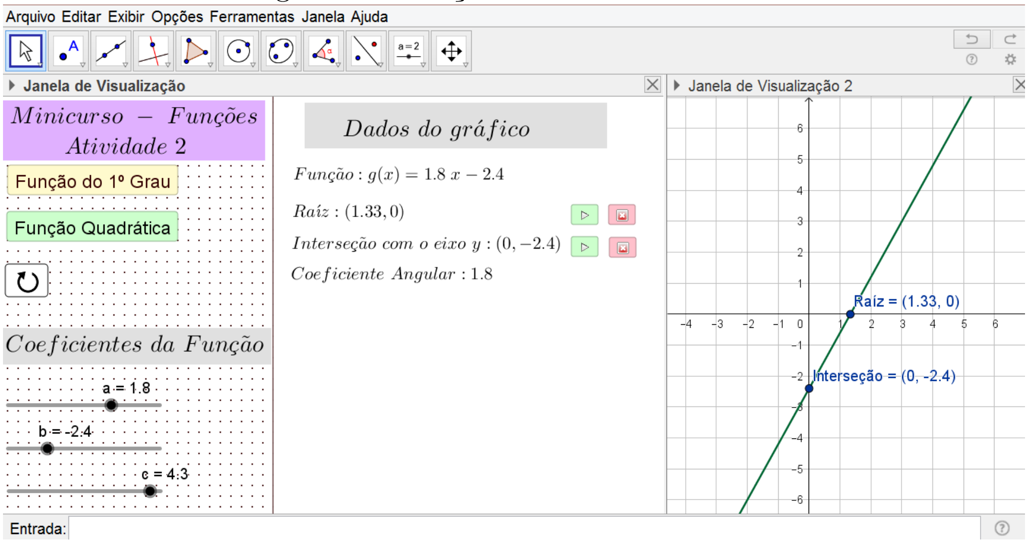
Figura 20: Função do 1º Grau - Recursos Adicionais



Neste momento, alguns dados referentes à função descrita, tais como coeficientes da função, a função propriamente dita, as raízes e interseções com o *eixo y*, ficam disponíveis na tela principal. Conforme pode-se observar a na Figura 20, a função apresentada a princípio é decrescente, com coeficiente angular igual a $-0,7$. Ao alterar o valor do controle deslizante a para valores positivos, nota-se que o gráfico da função torna-se crescente, conforme mostra a Figura 21.

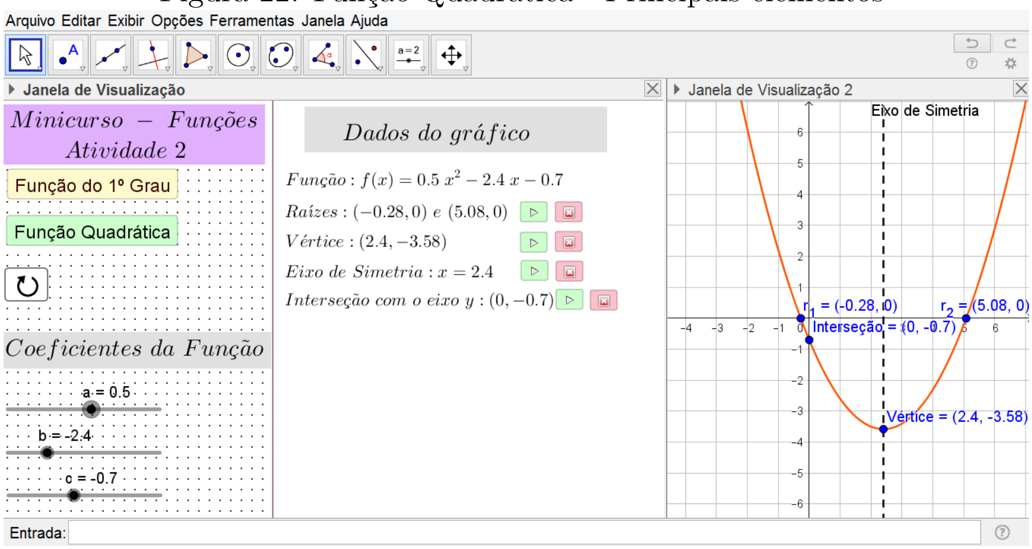
Os participantes destacaram que os recursos presentes nesta construção podem ser de grande auxílio nas aulas de Matemática, pois além de poupar seu tempo na construção de gráficos na lousa, o estudante ao manipular os controles deslizantes referentes aos coeficientes da função, poderão ver na prática as variações da estrutura gráfica.

Figura 21: Função do 1º Grau crescente



Similarmente, foram trabalhados alguns elementos referentes à função quadrática, tais como a função propriamente dita, as raízes, o vértice, o eixo de simetria e a interseção com o *eixo y*, conforme mostra a Figura 22.

Figura 22: Função Quadrática - Principais elementos

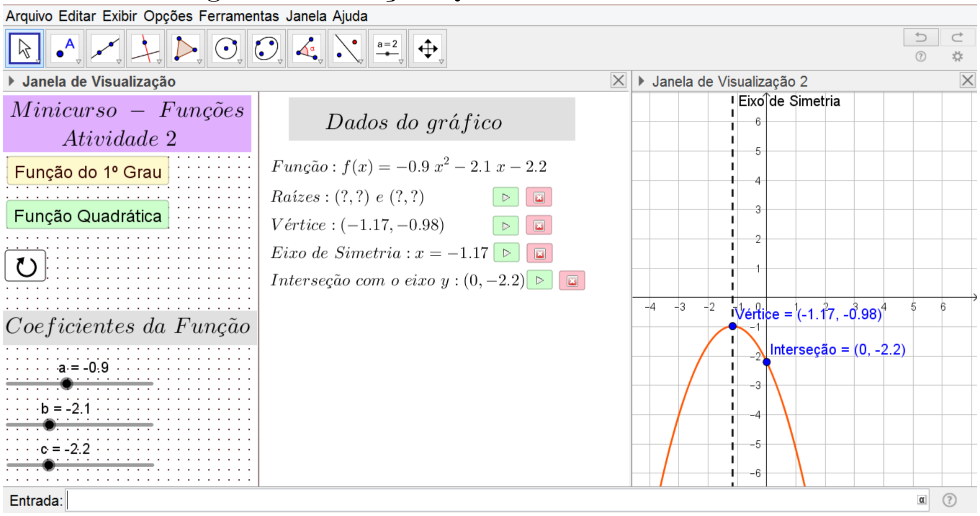


Dentre as questões levantadas pelos participantes, uma se destacou: "*Por que ao movimentar os controles deslizantes, em certas posições aparecem interrogações nas coordenadas dos pontos referentes às raízes?*

Foi esclarecido aos participantes, que o elemento textual relativo as raízes da função apresentada são originados pelo comando *Raíz(<Polinômio>)*, desta forma, se a função de origem não possui raízes reais, serão apresentados caracteres especiais como interrogações, conforme pode-se observar na Figura 23.

Após a explanação de todos os recursos presentes na atividade, foi realizado um debate teórico das questões pré-estabelecidas na etapa de planejamento. Por se tratar

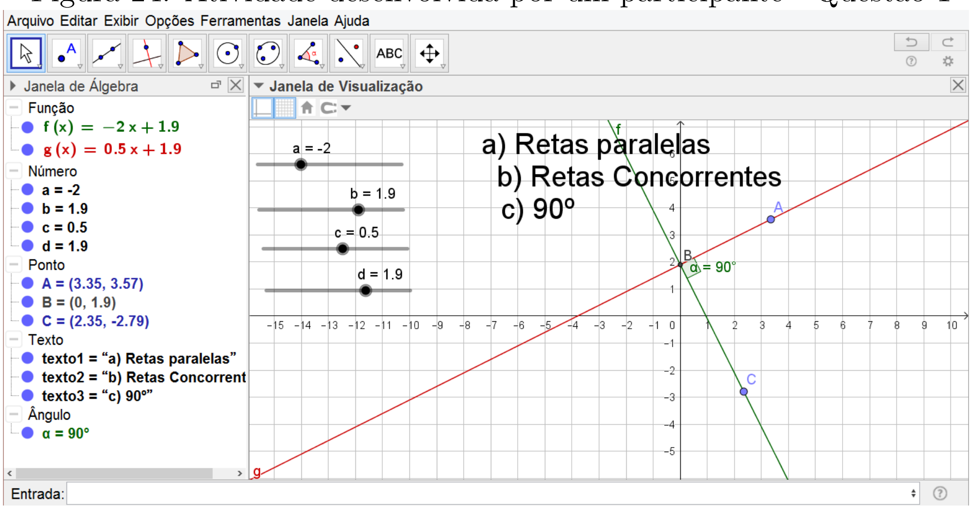
Figura 23: Função Quadrática sem raízes reais



de professores de Matemática atuantes na Educação Básica, todas as questões foram respondidas prontamente e de forma correta. Sem mais ressalvas, deu-se prosseguimento a terceira etapa do minicurso, onde é proposta uma atividade orientada com roteiro de construção.

Na Questão 1 é solicitado aos participantes a criação de duas funções afins, ambas vinculadas a controles deslizantes no lugar de seus coeficientes. Apenas nesse passo que surgiram alguns questionamentos de qual o processo para a criação de um controle deslizante. O restante da atividade foi realizada com êxito, o que mostra a evolução dos participantes frente ao uso do GeoGebra. Pode se observar na Figura 24 a atividade finalizada por um participante.

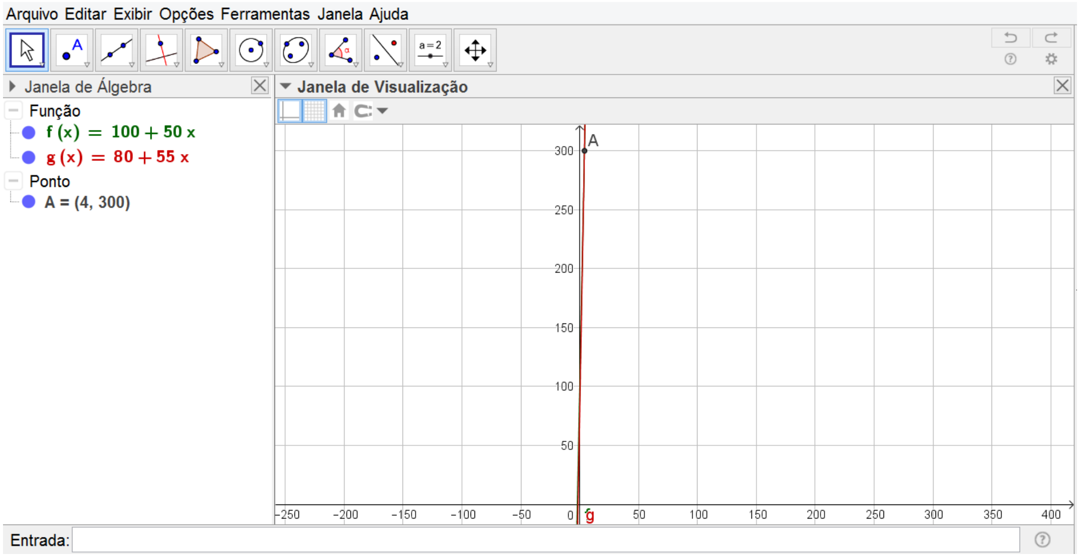
Figura 24: Atividade desenvolvida por um participante - Questão 1



Pode-se observar no processo de resolução do participante que, além de usar os recursos textuais para dar a solução das alternativas a, b e c, foi criado um ângulo entre as retas construídas, com intuito de verificar a veracidade da resposta da alternativa c. Tais fatos reforçam a evolução dos participantes em manipular e descobrir novas ferramentas do GeoGebra, que até o momento, não foram apresentadas.

Na Questão 2 é apresentado aos participantes duas propostas de um plano de saúde, onde deverão ser elaboradas uma função para cada caso. Posteriormente é solicitado que os mesmos apresentem uma solução gráfica para o exercício. Por se tratar de uma questão simples, grande parte dos participantes não teve dificuldade em resolvê-la analiticamente e geometricamente, utilizando o GeoGebra como recurso. Para tanto, os participantes foram instruídos em utilizar o comando “*Interseção(<Objeto>,<Objeto>)* . Na Figura 25, pode-se observar a solução apresentada por um participante.

Figura 25: Atividade desenvolvida por um participante - Questão 2



Na Questão 3 é proposto encontrar o eixo de simetria de uma função quadrática em específico, utilizando o GeoGebra. Foram apresentadas pelos participantes duas soluções diferentes para mesma questão. São elas:

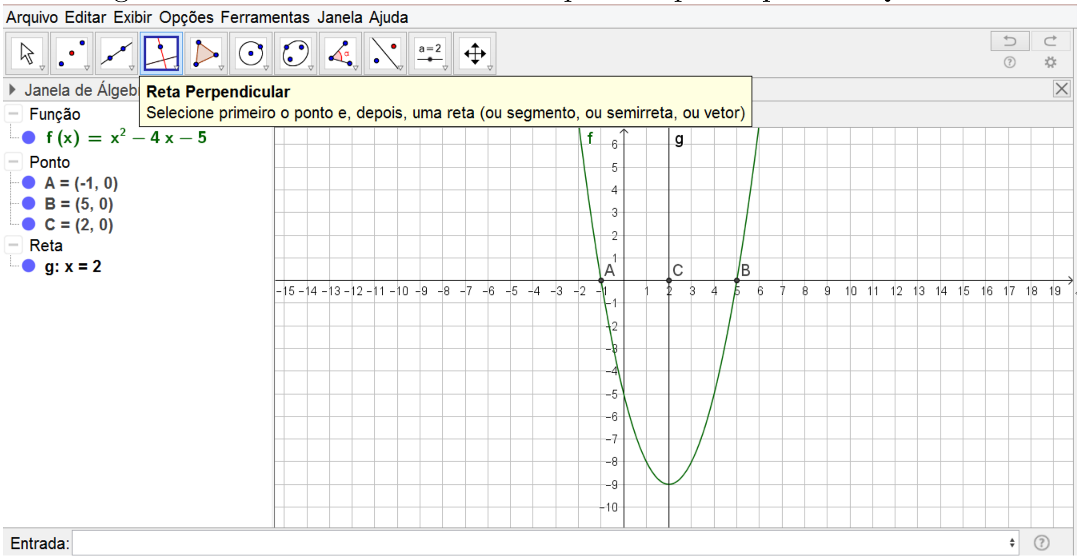
- Determinar as coordenadas do vértice da parábola e traçar uma reta perpendicular ao *eixo x*;

- Calcular o ponto médio das raízes da função e traçar uma reta perpendicular ao *eixo x*;

Ambas as soluções são válidas, e a partir das informações levantadas, os participantes foram orientados a por em prática todas as ideias. Alguns questionamentos surgiram durante a realização desta tarefa, tais como a existência de comandos para gerar o vértice e ponto médio dados dois pontos. Orientados de como proceder nestes casos, os participantes conseguiram completar a tarefa, conforme mostra a resolução de um dos participantes na Figura 26.

Finalizadas as atividades planejadas para este minicurso, foi aplicado o questionário de satisfação.

Figura 26: Atividade desenvolvida por um participante - Questão 3



6.3 Minicurso 3 - Geometria Espacial

Iniciou-se os trabalhos do terceiro minicurso com uma breve explanação sobre a importância do estudo da Geometria para o desenvolvimento do pensamento espacial e raciocínio lógico, estimulado pela visualização. Após o debate, deu-se prosseguimento a primeira atividade proposta, apresentando um *applet* que contém a construção de um modelo $3D$ de uma peça de xadrez conhecida como peão.

O objetivo central desta atividade é mostrar aos participantes que pode-se relacionar objetos comuns extraídos do cotidiano dos estudantes com o estudo de Geometria Espacial, em particular, os sólidos e superfícies de revolução.

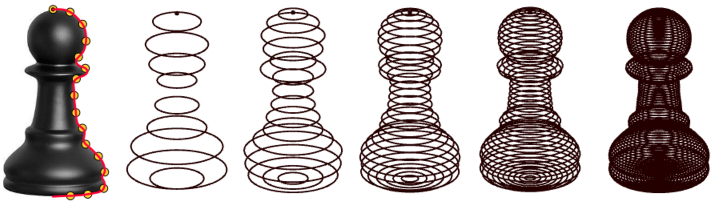
Como ponto de partida, os participantes foram questionados sobre quais objetos poderiam ser facilmente modelados pela revolução de uma função em torno de um eixo específico, e quais objetos seriam complexos de obter utilizando o mesmo método. Os dados obtidos foram:

- **Objetos possíveis de serem obtidos pelo método de revolução:** Chapéu de festa, Lata de leite condensado, Copo americano, Vaso de planta e Bola de futebol americano.

- **Objetos de complexa geração pelo método de revolução:** Peão do xadrez, Botijão de gás, Pera, Latinha de refrigerante e Maçã.

Tais dados foram reservados, e foram utilizados em atividades posteriores. Ainda na primeira atividade, foi orientado aos participantes que alterassem o valor do controle deslizante apresentado, para que assim fosse gerado o modelo tridimensional na janela de visualização $3D$. Pode-se observar na Figura 27 que, conforme o valor de n cresce, o modelo $3D$ criado se aproxima da representação real do Peão.

Figura 27: Modelo tridimensional do Peão do Xadrez

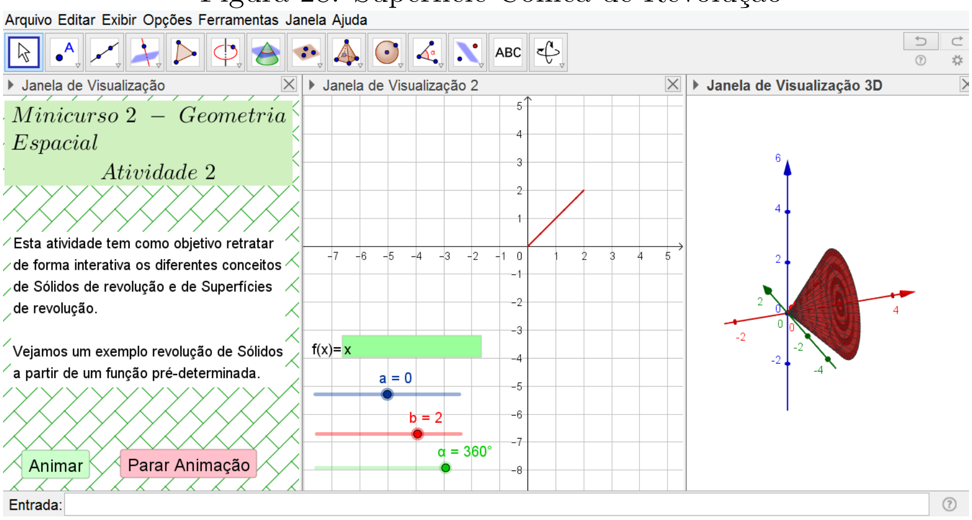


Fascinados com a técnica utilizada, o participantes questionaram quais foram as ferramentas utilizadas no processo desta construção. Foi explanado que o comando *Spline* cria uma curva suave que passa no decorrer ou perto de um grupo de pontos de ajuste e, logo após, é criada uma sequência de circunferências ao longo da curva, dando origem ao modelo $3D$.

Na segunda atividade é realizado um comparativo entre sólidos e superfícies de revolução, onde são apresentados modelos tridimensionais baseados na revolução de curvas pré-estabelecidas em torno de um eixo específico. A atividade conta com um campo de entrada onde pode ser inserida uma função, assim como os valores a e b do domínio $D_f = [a, b]$ da função.

Foi proposto aos participantes que os mesmos definissem quais curvas e intervalos do domínio da função poderiam gerar superfícies de revolução conhecidas, tais como: Superfície Cônica, Superfície Cilíndrica e Superfície Esférica. Alguns participantes chegaram a conclusões corretas, e representaram através do *applet* criado tais superfícies. Pode-se observar na Figura 28 uma superfície cônica de revolução, criada a partir da função $f(x) = x$ e domínio $D_f = [0, 2]$.

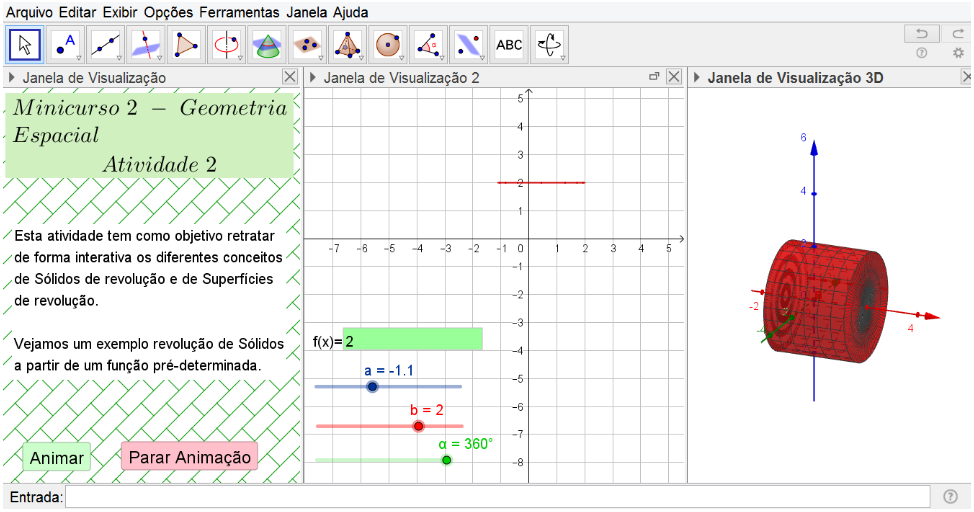
Figura 28: Superfície Cônica de Revolução



Já na Figura 29, pode-se observar a superfície cilíndrica de revolução, gerada pela rotação da função $f(x) = 2$ e domínio $D_f = [-1.1, 2]$.

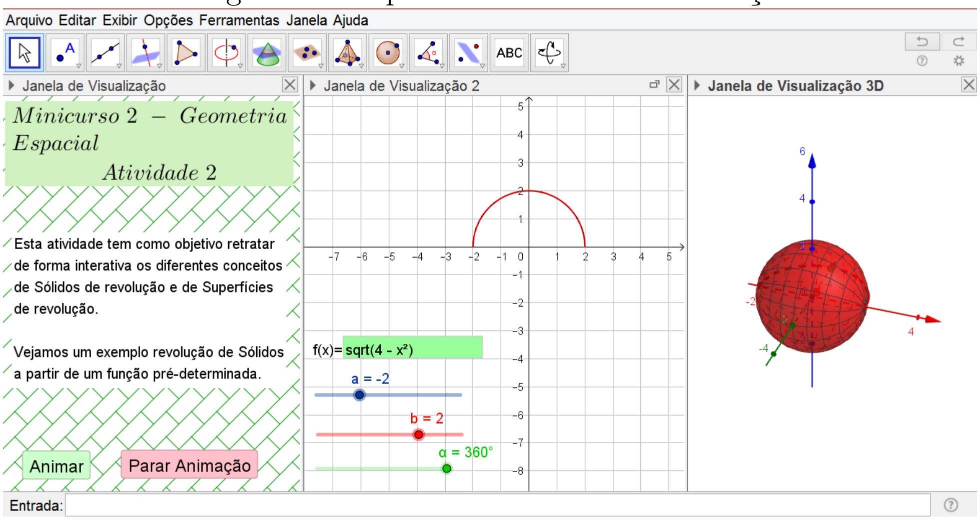
E finalizando as construções, pode-se observar na Figura 30, a superfície esfé-

Figura 29: Superfície Cilíndrica de Revolução



rica de revolução, gerada pela rotação da função $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ e domínio $D_f = [-2, 2]$.

Figura 30: Superfície Esférica de Revolução



Após realizada a segunda atividade, foi proposto aos participantes que explicassem os conceitos de superfície de revolução e sólidos de revolução. Após discussão entre os mesmos, um participante os representou e apresentou as definições formuladas, a saber:

- **Superfície de Revolução:** Denota-se por superfície de revolução, toda superfície gerada através da revolução de uma curva em torno de um eixo específico.

- **Sólido de Revolução:** Denota-se por sólido de revolução, todo sólido gerado através da revolução de uma região em torno de um eixo específico.

De modo geral, pode-se notar pelas respostas dos participantes que os mesmos absorveram perfeitamente os conceitos trabalhados durante a atividade.

Na terceira etapa do minicurso são apresentados recursos e comandos do GeoGebra para a obtenção de superfícies fechadas de revolução. Os participantes foram orientados a seguir o roteiro de construção, e sempre que houver dúvidas, recorrer a equipe de trabalho.

Os participantes conseguiram desenvolver a atividade com êxito, visto que a mesma possui um roteiro de construção, com um passo a passo bem detalhado. Os questionamentos feitos durante o processo de construção foram quanto aos comandos inseridos no GeoGebra, assim como a matemática por trás deste processo. Foi explicado aos participantes que os conceitos atribuídos nesta construção são oriundos do Cálculo Integral e Diferencial, e conforme o combinado, foi apresentado na lousa os conceitos matemáticos implícitos na atividade. Cabe ressaltar que no Capítulo 7 (ANÁLISE DOS RESULTADOS) será detalhadamente explicado este processo.

Finalizando os trabalhos, foi aplicado o questionário de satisfação referente ao Minicurso - Geometria Espacial.

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta etapa, será realizada uma análise minuciosa dos dados obtidos durante as aplicações dos minicursos, através da observação e anotações. Além disso, serão tabulados e discutidos os dados originados pelos questionários aplicados ao final de cada minicurso.

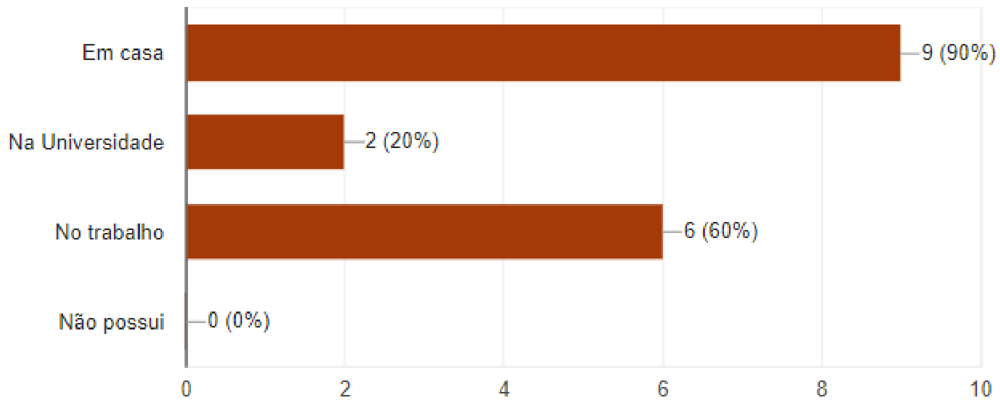
No total, foram aplicados quatro questionários: Questionário Diagnóstico, Questionário de Satisfação 1 (Minicurso - Introdução ao GeoGebra), Questionário de Satisfação 2 (Minicurso - Noções de Funções) e Questionário de Satisfação 3 (Minicurso - Geometria Espacial).

7.1 Questionário Diagnóstico

O Questionário Diagnóstico teve como objetivo investigar a familiaridade dos participantes com o uso do computador e dos recursos computacionais, no âmbito pessoal e profissional.

Na Questão 1, foi perguntado em quais locais o participante usa o computador, e os dados obtidos podem ser observados na Figura 31.

Figura 31: Questionário Diagnóstico - Gráfico dos Resultados Questão 1

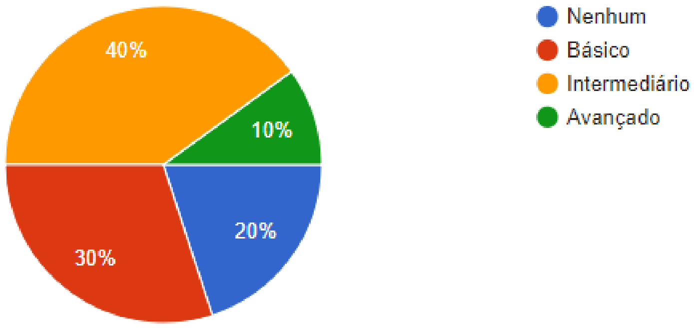


Nota-se que 90% dos participantes possui computador em casa, um dado confortante. Além disso, todos têm acesso ao computador em algum lugar, seja no trabalho ou na Universidade. Porém, quando questionados quanto ao nível de conhecimento, dois participantes alegaram não possuir conhecimento algum no manuseio do computador, como pode-se observar na Figura 32.

O despreparo apresentado por estes participantes foi um desafio a ser superado a cada atividade, entretanto, a diversidade deste grupo de participantes apenas reforça a necessidade de aperfeiçoamento dos professores da Educação Básica, conforme já evidenciado por Carvalho et al. (2009) e Barbosa (2001).

Na Questão 3, 50% dos participantes afirmaram nunca ter utilizado *software* de fins matemáticos e 50% alegaram usar raramente. Baseado nestes dados, buscou-

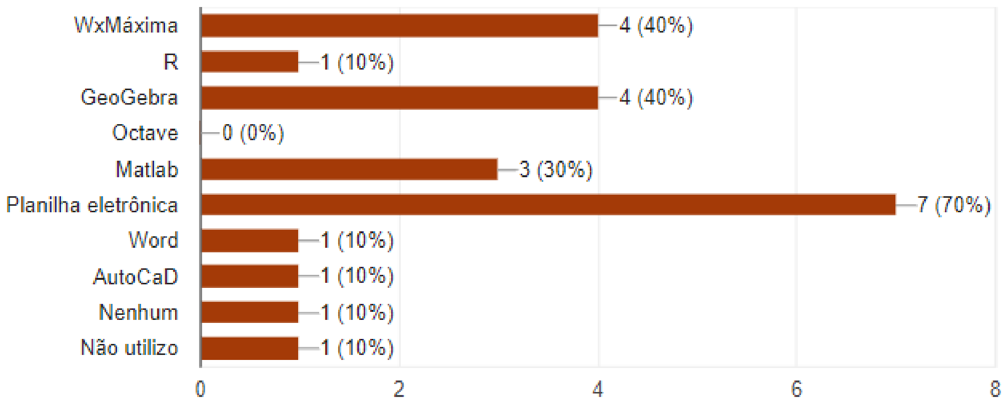
Figura 32: Questionário Diagnóstico - Gráfico dos Resultados Questão 2



se estratégias para difundir a importância do uso de *softwares* matemáticos, tais como disponibilização de materiais didáticos com roteiros pré-estabelecidos.

Na Questão 4, quando questionados sobre quais *softwares* de fins matemáticos já haviam utilizado, grande parte alegou usar apenas a planilha eletrônica, como mostra a Figura 33.

Figura 33: Questionário Diagnóstico - Gráfico dos Resultados Questão 4



Entretanto, em uma discussão durante a aplicação do minicurso de Introdução ao GeoGebra, 100% dos participantes admitiram que o uso das planilhas eletrônicas nunca foram direcionados ao ensino de Matemática. Percebe-se que apesar de possuir esta ferramenta e inúmeras possibilidades trabalhar conteúdos diversos em sala de aula, prevalece a falta de conhecimento.

Na Questão 5, 60% dos participantes afirmaram que já fizeram uso de algum *software* educacional em casa, enquanto 40% utilizam no local de trabalho.

Nas Questões 6 e 7, foi perguntado aos participantes se os mesmos já haviam desenvolvido alguma atividade com o *software* GeoGebra, e apenas 30% responderam positivamente e justificaram:

- “Na graduação, em uma atividade prática.”
- “No curso de pós-graduação, como atividade de uma disciplina específica.”

- “Nos meus cursos de graduação e pós-graduação.”

Fica claro pelas respostas dos participantes que, apesar de já terem utilizado o GeoGebra em algumas ocasiões, em nenhum momento houve atividade direcionada no âmbito profissional, em sala de aula.

Na Questão 8, foi dado um espaço para o participante discorrer um pouco sobre como são os espaços informatizados de sua escola e se é possível trabalhar com atividades interativas. Como pode-se observar na Figura 34, apesar de boa parte das escolas possuírem este espaço, o mesmo é obsoleto e sem uso.

Figura 34: Questionário Diagnóstico - Respostas obtidas na Questão 8

Não. (3)
Sim, porém o espaço está inutilizado e obsoleto.
Sim, porém é tão burocrático que nunca me interessei.
Possui, mas não tenho conhecimento necessário para desempenhar atividade no laboratório.
Não possui.
Possui. Há um funcionário responsável em cuidar do ambiente.
Sim. A escola possui laboratório de informática à disposição dos pr5ofessores e alunos.
Uma delas não possui. Na outra sim, possui laboratório de informática.

Além disso, um dos participantes ressalta que a burocracia imposta pelas instituições de ensino para se utilizar este espaço, dificulta e desestimula a criação de atividades diferenciada em suas aulas.

Paralela a esta discussão, é perguntado na Questão 9 se os participantes recebem incentivo e apoio da escola, quanto ao uso de recursos computacionais em suas aulas de Matemática. Nota-se nos relatos mostrados na Figura 35, que quando o professor é direcionado a trabalhar com os recursos computacionais, nem sempre há um funcionário disponível na escola que possa lhe auxiliar na elaboração e execução das atividades. Isso acaba fazendo com que os laboratórios informatizados se tornem espaços subutilizados, como já foi observado em estudos de Fiorio et al. (2014) e Eichler and Del Pino (2000)

Na Questão 10 é questionado aos participantes quanto a sua presença em cursos de aperfeiçoamento e formação continuada. Observa-se nas respostas apresentadas na Figura 36, que apenas dois participantes já frequentaram algum tipo de curso de aperfeiçoamento. O restante nunca participou por ausência de oferta de cursos deste tipo, ou por desinteresse pessoal.

Após as discussões das questões referentes ao Questionário Diagnóstico, fica em evidência a precária formação do professor de Matemática frente as novas tecnologias. Além disso, destaca-se que, apesar das escolas possuírem espaços informatizados, os mesmos são obsoletos e inacessíveis.

Figura 35: Questionário Diagnóstico - Respostas obtidas na Questão 9

Não. (2)
Sim, não há apoio.
Não, pois nem os mesmo sabem como proceder.
Sim, mas sempre desvio deste assunto.
Incentiva o uso de recursos variados, porém a escola não dispõe de computadores para uso dos professores ou dos alunos.
Sim, tem um funcionário destinado a manter o laboratório em funcionamento. Porém o mesmo não tem formação na área de exatas e nunca pode me auxiliar neste quesito.
Não incentiva, pois não temos os recursos necessários.
Sim. Sim.
De uma das escolas não. Da outra sim.

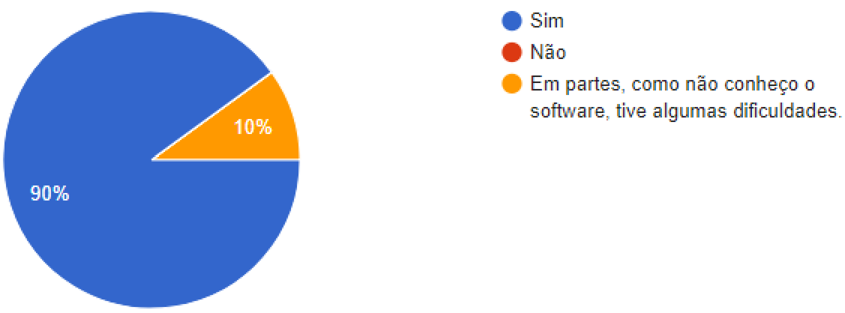
Figura 36: Questionário Diagnóstico - Respostas obtidas na Questão 10

Não. (5)
Não, esta é a primeira vez.
Já, mas devido ao tempo nunca participei.
Sim, mas nunca tive interesse.
Sim. Atualmente participo de um programa de pós graduação na minha área.
Sim. Já concluí um curso de pós-graduação.

7.2 Questionário de Satisfação 1 (Minicurso - Introdução ao GeoGebra)

Na Questão 1, os participantes foram questionados se as atividades e construções realizadas durante o minicurso contribuíram com a familiarização com o *software* GeoGebra. Pode-se observar na Figura 37 que, 90% dos participantes responderam positivamente, onde apenas um afirmou precisar de mais intervenções.

Figura 37: Questionário de Satisfação 1 - Gráfico dos Resultados Questão 1



Na Questão 2, 80% dos participantes afirmaram conseguir realizar as atividades individualmente. Os participantes restantes alegaram estar com dificuldades para realizar as atividades propostas, e assim foi permitido que os mesmos realizassem atividades com outros colegas. A cooperação é fundamental neste processo, pois ao trabalhar com atividades similares em sala de aula com estudantes, poderão ocorrer situações semelhantes, e é bom estar preparado.

Na Questão 3, quando questionados quanto às dificuldades encontradas no desenvolvimento do minicurso, 50% dos participantes alegaram não ter apresentado dificuldade. Pode-se observar na Figura 38 os relatos dos participantes.

Figura 38: Questionário de Satisfação 1 - Respostas obtidas na Questão 3

Não. (4)
Sim. Enquanto meus colegas acompanhavam as atividades tive um pouco de dificuldade com o tempo. Os comandos do campo de entrada foram minhas principais dificuldades.
Não. O roteiro estava bem explicado.
Alguns comandos eram difíceis de entender.
Sim, quando é solicitado alguma tarefa, demoro um pouco para encontrar os atalhos propostos.
Um pouco, mas com a ajuda da equipe ficou tudo bem.
Sim. Não tenho muita habilidade com o uso de computadores.

Evidencia-se, analisando as respostas dos participantes, que os comandos utilizados nas construções, aliados ao despreparo quanto ao manuseio do computador, foram as principais origens das dificuldades apresentadas.

Na Questão 4, foi solicitada a opinião dos participantes quando às vantagens do uso do GeoGebra em sala de aula. Nota-se nos relatos apresentados na Figura 39, que o fator atrativo e os recursos visuais disponíveis são os maiores benefícios empreendidos pelo *software*. Observações como essas podemos verificar em trabalhos de Borba and Penteado (2007) e Lopes (2013).

Na Questão 5, 100% dos participantes alegaram a possibilidade de inclusão do GeoGebra em suas aulas. Entretanto, um participante disse que ainda não se sente confortável para aplicar uma atividade apenas com o conhecimento que possui.

Na Questão 6, o participante é orientado a propor uma atividade envolvendo um tópico da Matemática com auxílio do GeoGebra. Em sua totalidade, os participantes argumentaram que, por mais que se tenha uma ideia do que trabalhar, os mesmos ainda não possuem conhecimento suficiente das ferramentas e funcionalidades do GeoGebra.

Na Questão 7, pede-se aos participantes para destacar os pontos positivos e negativos observados neste minicurso. Foi realizado um compilado das respostas fornecidas pelos participantes. São elas:

Pontos Positivos:

- “A paciência e apoio da equipe de trabalho.”

Figura 39: Questionário de Satisfação 1 - Respostas obtidas na Questão 4

Atualmente os alunos usam bastante as tecnologias no dia a dia, então o uso do GeoGebra nas aulas de matemática pode ser um fator atrativo.
É um recurso que pode tornar as aulas mais interessantes para o aluno.
Bom para visualização e construções.
Visualização Gráfica.
Além de atrair atenção do aluno, os recursos gráficos.
Com o GeoGebra, as aula de matemática se torna mais dinâmicas, transgredindo o ensino tradicional.
Visualização de figuras; Atrativo para os alunos
Sem dúvidas o fator atrativo. Permite a aproximação do estudante com a matemática que é tida como vilã por muitos.
É uma maneira diferente de abordar os conteudos.
Atrair os alunos para uma aula diferenciada.

- "Boa iniciativa e bem elaborado."
- "Exercícios bem elaborados, sequência didática excelente."
- "Destaco a organização das atividades."

Pontos Negativos

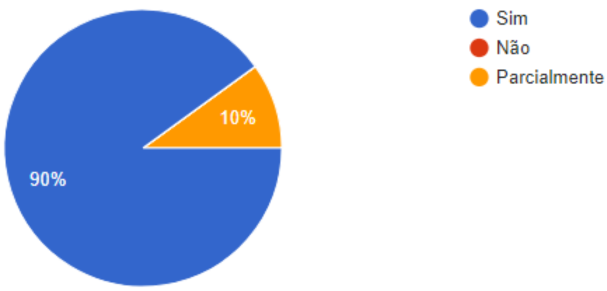
- "O tempo de duração que foi curto."
- "Tempo curto para executar as atividades."
- "A quantidade de atividades, poderia ter mais."
- "Para quem não tem habilidade com o computador é um pouco complicado de acompanhar."

Após feitas as análises das respostas obtidas nas questões, pode-se perceber um certo avanço nas técnicas aplicadas nas construções propostas pelas atividade. Entretanto, os participantes ainda não se sentem seguros perante a sua capacidade de propor atividades similares.

7.3 Questionário de Satisfação 2 (Minicurso - Noções de Funções)

Na Questão 1, os participantes são questionados se a atividade inicial aplicada de forma interativa, contextualizada e interdisciplinar, com auxílio do GeoGebra, contribuí na introdução ao tema "Função do 1º grau e Função Quadrática". Como pode se observar

Figura 40: Questionário de Satisfação 2 - Gráfico dos Resultados Questão 1



na Figura 40, 90% dos participantes responderam positivamente, e apenas um participante respondeu que contribuiu parcialmente.

Na Questão 2, quando questionados se as construções realizadas no GeoGebra durante o minicurso auxiliam no processo de formalização dos conceitos teóricos, obteve-se um resultado idêntico ao da Questão 1, onde 90% responderam positivamente e apenas um respondeu que as expectativas foram atendidas parcialmente. Corroborando com estas ideias, temos estudos realizados por Silva et al. (2012), que afirma que as construções realizadas no *software* têm um potencial maior se comparado àquelas realizadas na lousa.

Na Questão 3, 70% dos participantes alegaram não apresentar dificuldades no manuseio do *software* GeoGebra durante o Minicurso 2. Os 30% restantes alegaram apresentar dificuldades na questão de construção, porém ressaltaram que após esclarecimentos, todas as dúvidas foram sanadas. Nota-se um progresso quando comparado ao minicurso anterior, onde 50% dos participantes alegaram dificuldades para desenvolver as atividades.

Na Questão 4, 100% dos participantes afirmaram ter compreendido com clareza a diferenciação entre Função do 1º grau e Função Quadrática, apresentado pelo *applet* do GeoGebra.

Na Questão 5, os participantes apontaram quais as vantagens de utilizar o GeoGebra no ensino de Funções. Na Figura 41 é apresentado um compilado das respostas obtidas.

Pode-se observar que o principal fator destacado pelos participantes foi a dinâmica e interatividade do *software*. Evidencia-se então que, conforme são apresentados mais recursos e ferramentas do GeoGebra, nota-se uma maior receptividade por parte dos participantes quanto aos benefícios apresentados pelo *software*.

Na Questão 6, 100% dos participantes afirmaram que incluiriam o GeoGebra nas suas aulas de Matemática após a sua participação nos minicursos.

Na Questão 7, os participantes, caso possível, devem propor uma atividade utilizando o GeoGebra. Apenas dois participantes apresentaram propostas de atividades, como destacadas a seguir.

Figura 41: Questionário de Satisfação 2 - Respostas obtidas na Questão 4

O GeoGebra tende a ajudar na compreensão gráfica, visto que os alunos tem muita dificuldade na parte geométrica.
A dinâmica e interatividade.
O fator atrativo.
Realizar a introdução com um exemplo prático é fantástico, aliado ao GeoGebra ficou sensacional.
Quando a matéria é presa a fórmulas e o ensino tradicional, há um afastamento dos alunos. Porém trabalhar desta forma, conciliando várias disciplinas é super importante para a formação intelectual do aluno.
A visualização dos gráficos e do comportamento dos mesmos.
Visualizar o gráficos e o comportamento de cada função, de acordo com as variações.
Vantagem da visualização.
Não vejo
É um bom recurso visual. Os alunos podem manipular as funções e ver o que acontece em cada caso.

- ***Proposta 1:*** Utilizar uma simulação de projéteis para descrever curvas parabólicas e, a partir desta simulação, realizar um estudo de Função Quadrática;

- ***Proposta 2:*** Criar funções vinculadas a controles deslizantes, conforme o que foi apresentado durante o minicurso, porém vinculado a funções de outros tipos. Por exemplo, funções modulares, logarítmicas e exponenciais.

Note-se que, embora as asserções apresentadas sejam propostas não desenvolvidas, os participantes vão aos poucos participando e explanando suas ideias. Cabe salientar que anteriormente, nenhum participante mostrou-se capaz de propor uma atividade aliada ao GeoGebra.

Na Questão 7, é solicitado aos participantes que apresentem os pontos positivos e negativos observados durante o minicurso sobre Funções. Foi realizada uma seleção das respostas obtidas que serão apresentadas a seguir.

Pontos Positivos:

- "A iniciativa de apresentar uma atividade envolvendo conceitos de Física e Matemática"

- "A forma como é apresentada a contextualização das atividades."

- "A criatividade e os detalhes das atividades."

- "Roteiro bem elaborado e executado."

- "Equipe sempre disposta as tirar dúvidas."

- “Tema interessante e aplicável em sala de aula.”
- “As discussões foram bastante construtivas.”

Pontos Negativos

- “O tempo de duração que foi curto.”

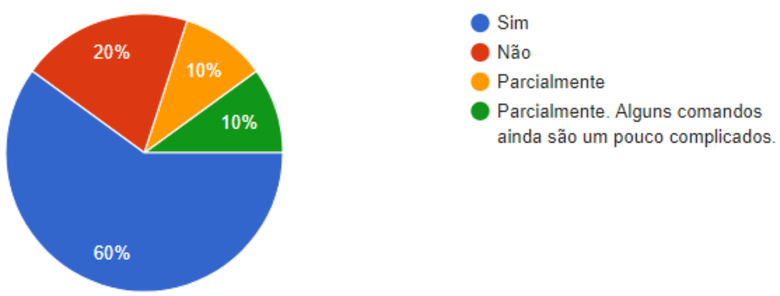
Destaca-se nesses relatos que a forma como foram elaboradas e executadas as ações presentes neste minicurso, contribui para um melhor aprendizado dos participantes. Ressalta-se que o tempo novamente foi uma das críticas dos participantes, que alegam ser muito curto.

7.4 Questionário de Satisfação 3 (Minicurso - Geometria Espacial)

Na Questão 1, 100% dos participantes afirmaram que o *software* GeoGebra e as aplicações realizadas contribuíram com familiarização do tema Geometria Espacial.

Na Questão 2, quando questionados se o uso do GeoGebra auxilia na transição da visualização dos conceitos de modo a associá-los a notação Matemática formal, houve um equilíbrio nas respostas. Pode-se observar na Figura 42, que embora 60% dos participantes responderem positivamente, o restante alegou que o fato do conteúdo envolver conceitos pertinentes a Cálculo Integral e Diferencial, dificultou o entendimento dos mesmos.

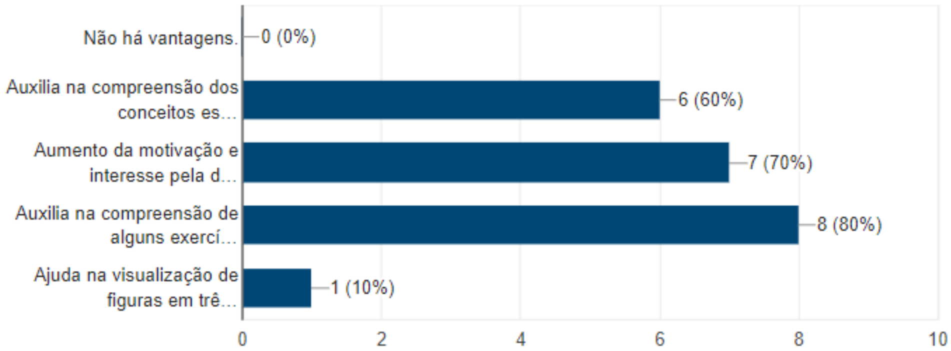
Figura 42: Questionário de Satisfação 3 - Gráfico dos Resultados Questão 2



Na Questão 3, 80% dos participantes afirmaram que as atividade realizadas durante o minicurso auxiliaram a diferenciação dos conceitos de sólido e superfícies de revolução. Entretanto, os restantes alegaram sentir falta de uma construção de sólido de revolução.

Na Questão 4, os participantes foram questionados quais as vantagens do uso do GeoGebra para o entendimento dos conceitos introdutórios relativos à Superfícies de Revolução e Sólidos de Revolução. Pode-se observar na Figura 43, que o fator de destaque é o auxílio na resolução e compreensão de exercícios.

Figura 43: Questionário de Satisfação 3 - Gráfico dos Resultados Questão 4



Na Questão 5, é solicitado aos participantes que apontem os pontos positivos e negativos observados durante o minicurso Geometria Espacial. Um compilado destas respostas pode ser observado a seguir:

Pontos Positivos:

- "Por apresentar objetos do cotidiano, pode tornar a aula mais atrativa para o aluno."
- "Ajuda na visualização de figuras que seriam difíceis de desenhar no quadro."
- "Auxilia na compreensão dos conceitos da geometria espacial."
- "Pode ser um bom recurso para se trabalhar em sala e ajuda a enxergar figuras difíceis de se desenhar."
- "Ajuda na compreensão de exercícios mais complexos."
- "Boa conexão com os objetos do cotidiano."
- "A visualização tridimensional é perfeita."
- "A riqueza de detalhes trabalhados neste minicurso."
- "Ótimo roteiro, bem explicativo."
- "ressalto a dedicação, organização e materiais bem elaborados."
- "As atividades, a equipe de trabalho, a colaboração dos colegas."

Pontos Negativos

- "Tempo curto, tema difícil."
- "Não me recordava de alguns conceitos do ensino superior."
- " Um pouco complexo para trabalhar com os alunos do segundo grau."

- ”Não houve construção de um sólido de revolução, apesar de ter havido discussão sobre o mesmo.”

Os relatos positivos dos professores reforçam as ideias de Feijó (2007), que afirma que o processo de mudança no ensino-aprendizagem é caracterizado justamente pela implantação das novas tecnologias na escola, o que deve fazer com que professores e alunos participem de forma ativa nas atividades desenvolvidas.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscou-se, no decorrer texto, compartilhar um experimento didático vivenciado com um grupo de professores de Matemática atuantes na Educação Básica. As observações e anotações foram executadas perante um olhar teórico, associado às aplicações metodológicas dos minicursos, em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos.

Ingressei na profissão docente ainda cedo, antes de concluir o curso de graduação em Matemática. Desde então tenho observado professores, principalmente os mais antigos, cada dia mais despreparados com relação ao uso da tecnologia, seja para o uso de algum recurso em sala de aula, ou para a simples elaboração de uma avaliação no computador. A partir desta inquietação, verifiquei que a principal causa dessa falta de preparo, de maneira geral, está na formação desses professores, que não contemplou o estudo dessas novas tecnologias, uma vez que a discussão sobre a necessidade da inserção dessas tecnologias na educação é relativamente recente, se comparada ao tempo em que esses profissionais foram formados. Outro motivo pelo qual muitos não utilizam estes recursos, segundo relatos dos próprios professores, é a tentativa frustrada da utilização dos mesmos, além do medo de que os alunos possam "saber mais"do que eles.

Além disso, observei que na maioria das escolas onde tive alguma experiência, não há um espaço adequado com equipamentos disponíveis para o uso destes recursos, ou o espaço disponibilizado não conta com a devida manutenção, já que a própria escola deve arcar com os custos de manutenção dos equipamentos, o que muitas vezes é bastante complicado, fazendo com que esses ambientes fiquem subutilizados e sucateados na escola.

Buscando amenizar e contribuir com esta situação descrita, objetivou-se com este trabalho, apresentar e propor o uso de recursos computacionais no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, com o auxílio do *software* de matemática dinâmica GeoGebra. Para isso, foi planejada, elaborada e executada uma sequência de minicursos, apresentado revisões teóricas e atividades interativas orientadas.

Os minicursos têm como foco a formação docente e continuada, pois, como aponta um estudo feito por de Carvalho and Ferreira (2015), onde foi feita uma análise sobre a produção brasileira em programas de pós-graduação nos últimos anos, poucos são os trabalhos que têm relação com a formação de professores. O que indica que deve-se ter mais atenção com esse público, para que haja uma maior contribuição para o processo de ensino e aprendizagem.

Percebe-se, então a necessidade de se reforçar a aprendizagem da Matemática na Educação Básica, como destaca Alves (2007), pois é nesse estágio do ensino que o estudante começa a compreender os aspectos espaciais do mundo físico e começa a desenvolver essa visão, e com o passar do tempo, seu pensamento lógico, que servirá de base para prosseguir em estudos mais avançados.

Com o uso dos softwares, especificamente do GeoGebra, essa tarefa pode ser facilitada, pois permite a visualização de situações que seriam complicadas, ou até mesmo impossíveis de serem concebidas com o uso de métodos tradicionais, como quadro e giz, por exemplo.

Sendo assim, foram usadas diferentes ferramentas presentes no GeoGebra, permitindo ao professor a percepção das inúmeras possibilidades de contextualização de conteúdos Matemáticos e de outras disciplinas. Como por exemplo, a alternativa de modelar e determinar volumes de formas presentes no cotidiano dos estudantes, um fator um atrativo para o ensino de Geometria, onde segundo Dantas and Mathias (2017), são trabalhados volumes de alguns sólidos e formas que não têm muitas aplicações e não fazem parte do cotidiano dos estudantes.

Constatou-se que o uso dos recursos computacionais no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, no grupo de professores participantes, contribuiu significativamente em vários aspectos, tais como:

- Melhor desempenho frente às ferramentas presentes no *software*;
- Melhor aceitação do uso das tecnologias em sala de aula;
- Melhor visualização das propriedades referentes a cada conteúdo;

Evidenciou-se uma notável evolução nas técnicas dos professores aplicadas no desenvolvimento dos minicursos. Isto se deve ao fato das tarefas propostas serem adequadas ao nível dos participantes e de uma boa organização pedagógica. Desta forma, conclui-se, após de investigações e debates realizados, e fundamentado nos resultados obtidos na pesquisa que o *software* GeoGebra é uma ferramenta auxiliadora eficaz na compreensão das especificidades matemáticas relativas aos temas propostos.

Além do exposto, cabe ressaltar que as experiências adquiridas neste trabalho, condizem a formação dos pesquisadores e leitores ainda que de maneira limitada, contribuindo para futuras discussões sobre a prática docente no ensino de Matemática em geral.

REFERÊNCIAS

Almouloud, S. A. and Silva, M. J. F. (2012). **Engenharia didática: evolução e diversidade**. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2):22–52.

Alves, G. (2007). **Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador**. In *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, volume 1, pages 1–10.

Barbosa, J. C. (2001). ***Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores***. PhD thesis, Instituto de Geociêcias e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista.

Bassanezzi, R. (2012). **Modelagem Matemática: uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. 1999**.

Bassanezzi, R. C. (1999). **Modelagem Matematica Uma disciplina emergente nos programas de formaç ao de professores**.

Bento, H. A. (2010). **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: GeoGebra**. Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG.

Biembengut, M. S. (2009). **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. *Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia*, 2(2):07–32.

Borba, M. d. C. and Penteado, M. G. (2007). ***Informática e educação matemática***. Autêntica.

BRASIL (2002). ***PCN+:ensino médio. Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio***. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica.

Carvalho, A. M. d. et al. (2009). **Significados do trabalho coletivo no processo de formação inicial de docentes em Educação Matemática digital**.

Castro, F. C. d. et al. (2002). **Aprendendo a ser Professor (a) na prática: estudo de uma experiência em prática de ensino de Matemática e estágio supervisionado**.

Cochran-Smith, M. and Lytle, S. L. (1999). **Chapter 8: Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities**. *Review of research in education*, 24(1):249–305.

Cockcroft, W. H. et al. (1982). **Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools**. *London: Her Majesty Stationery Office*.

Da Silva, J. M., JARDIM, D. F., PEREIRA, M. M., SOARES, E. A., NEPOMUCENA, T. V., and PINHEIRO, T. (2016). **O ensino e a aprendizagem de conceitos de Cálculo usando modelos matemáticos e ferramentas tecnológicas**. *Revista de Ensino de Engenharia*, 35(2).

Dantas, S. C. and Mathias, C. V. (2017). **Formas de revolução e cálculo de volume**. *Ciência e Natura*, 39(1):142.

de Carvalho, H. A. F. and Ferreira, A. C. (2015). **Visualização espacial e pensamento geométrico: um panorama da produção brasileira em programas de pós-graduaçao nos últimos anos**. *EMEM - UFJF*.

D'Ambrosio, B. S. (1989). **Como ensinar matemática hoje**. *Temas e debates. SBEM. Ano II*, 2:15–19.

Eichler, M. L. and Del Pino, J. C. (2000). **Computadores em educação química: estrutura atômica e tabela periódica**. *Química nova. São Paulo. Vol. 23, n. 6 (nov./dez. 2000), p. 835-840*.

Fiorentini, D. (2004). **A didática e a prática de ensino mediadas pela investigação sobre a prática**. *Conhecimento local e conhecimento universal: pesquisa, didática e ação docente. Curitiba: Champagnat*, 1:243–258.

Fiorentini, Dario, F. M. T. M., Nacarato, A. M., Passos, C. L. B., Parente, L., and MISKULIN, R. G. S. (2005). **O desafio de ser professor de Matemática hoje no Brasil**. *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática. Campinas: Musa*, pages 196–219.

Fiorio, R., Esperandim, R. J., Silva, F. A., Varela, P. J., Leite, M. D., and Reinaldo, F. A. F. (2014). **Uma experiência prática da inserção da robótica e seus benefícios como ferramenta educativa em escolas públicas**. In *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, volume 25, page 1223.

Fischer, T. (2003). **Seduções e riscos: a experiência do mestrado profissional**. *Revista de Administração de Empresas*, 43(2):119–123.

Freire, P. (1996). ***Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa***. Paz e Terra, São Paulo.

Freitas, H. C. L. d. (2004). **Novas políticas de formação: da concepção negada à concepção consentida**. *Trajetórias e perspectivas da formação de educadores. São Paulo: Editora UNESP*, pages 89–115.

Hiebert, J. and Wearne, D. (1993). **Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic**. *American educational research journal*, 30(2):393–425.

Imbernón, F. (1994). ***La formación y el desarrollo profesional del profesorado: hacia una nueva cultura profesional***, volume 119. Graó.

Jaramillo Quiceno, D. V. et al. (2003). **(Re) constitutição do ideario de futuros professores de matematica num contexto de investigação sobre a pratica pedagogica**.

Jardim, D. F., da Silva, J. M., Pereira, M. M., Soares, E. A., Nepomucena, T. V., and Pinheiro, T. (2015). **Estudando Limites com o GeoGebra**. *Revista Vozes dos Vales*, 4(8).

Kaleff, A. M. M. R. (2003). ***Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos***. EdUFF.

Lavaqui, V. and Batista, I. d. L. (2007). **Interdisciplinaridade em ensino de ciências e de matemática no ensino médio**. *Ciência & Educação (Bauru)*, 13(3).

Lopes, M. M. (2013). **Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra**. *Revista online: BOLEMA Rio Claro (SP)*, 27(46):631–644.

Miskulin, R. G. S. (2003). **As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática**. *Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras*, pages 217–248.

Nunes, L. F. (2017). **Modelos de crescimento e decaimento aplicados ao ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas.** Master's thesis, Ufvjm, Teófilo Otoni.

Pereira, L. R. (2017). **Práticas de ensino em Geometria Plana**. Master's thesis, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni.

Pereira, L. R., da Silva, J. M., and Jardim, D. F. (2017). **Practices for Geometry Teaching Using GeoGebra**. In *Conference Proceedings. New Perspectives in Science Education*, page 211. libreriauniversitaria. it Edizioni.

Saviani, D. (2007). **Entrevista concedida à jornalista Juliana Monachesi** . *Folha de SãoPaulo.*

Saviani, D. et al. (2009). **Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro**. *Revista brasileira de educação.*

Schein, Z. P. and Coelho, S. M. (2006). **O papel do questionamento: intervenções do professor e do aluno na construção do conhecimento**. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23(1):72–98.

Seiffert, R. B. (2014). **Estudo sobre a evasão, retenção e diplomação no Curso de Licenciatura em Matemática da UFVJM, Campus Mucuri**. Monografia. Curso de Matemática, Dcex, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni.

Serrazina, L. (2018). **A formação para o ensino de Matemática: perspectivas futuras**. *Educação matemática em revista*, (14):67–73.

Silva, A. Q. d. and Santos, T. S. d. (2013). **O uso do software GeoGebra no ensino de Geometria Plana**. *CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA*, volume 6.

Silva, J. W. A., DE OLIVEIRA, K. V., da SILVA, K. A., Barbosa, M. R., LIMA, M. L. S., ELOY, R. A. O., DA SILVA, S. H., and CAMELO, S. M. (2012). **O uso do GeoGebra no estudo de alguns resultados da Geometria Plana e de Funções**. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657*, 1(1).

Toffler, A. (1990). ***As Mudanças do Poder***. Editora Record, second edition.

Valente, J. A. (1999). ***O Computador na Sociedade do Conhecimento***. OEA-NIED, Unicamp, Campinas, Brasil.

Valente, J. A. (2008). **Diferentes usos do computador na educação**. *Em Aberto*, 12(57).

UFVJM