BRUNO BRAGANÇA

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA PARA A MATEMÁTICA AVANÇAR

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2013

BRUNO BRAGANÇA

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA PARA A MATEMÁTICA AVANÇAR

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 15 de março de 2013.

Anderson Luiz Albuquerque de Araújo

Seme Gebara Neto

Simone Maria de Moraes
(Orientadora)

“Nós avaliamos nossos atos pelas aparências, mas o Senhor examina nossos motivos". (Paráfrase de Prov. 21:2)

Agradecimentos

A Deus toda honra e toda glória para sempre amém!

À Milli, minha linda esposa, pelo apoio, incentivo e principalmente AMOR.

Aos meus pais Gedeão e Margarete Bragança pelas orações e conselhos para as viagens.

As minhas irmãs Rúbia e Juliana Di pelas dicas pessoais e matemáticas.

Aos meus sobrinhos Camila, Gabriel e Liz pela descontração.

Valeu Jegola, você é o melhor motorista.

Obrigado Ivone Brito pela revisão de texto.

Aos novos amigos Patrick, Vandré e Vicente, em nome dos quais agradeço a toda turma pelos finais de semana de estudo.

À Simone Moraes pela confiança, apoio e ensinamentos, com extensão a prof. Lana Mara pela indicação dessa orientação.

Ao CEFET-Timóteo e à EBA por compreenderem minhas necessidades, principalmente relativas a tempo.

Aos professores Anderson L. A. Albuquerque e Seme G. Neto por aceitarem o convite para compor a banca.

A CAPES pelo apoio financeiro.

Sumário

Resumo

BRAGANÇA, Bruno, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2013. **Olimpíada de Matemática para a Matemática Avançar**. Orientadora: Simone Maria de Moraes.

Nesta dissertação elaboramos uma proposta de atividade educacional que envolve competições matemáticas. O trabalho consta de revisão bibliográfica, apresentando um histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil e no Mundo e dando subsídios, através da leitura e estudo de regulamentos, páginas eletrônicas de competições dessa natureza e outros documentos para elaboração da atividade. Neste contexto, apresentamos atividades que podem ser utilizadas como divulgação, preparação e estímulo à participação e envolvimento com a competição ou até mesmo que possam ser utilizadas apenas na sala de aula. Concluímos elaborando uma cartilha, *"A Cartilha da Olimpíada de Matemática"*, um material de suporte e apoio aos interessados em implantar uma competição desse tipo, em uma escola ou até mesmo em contexto mais amplo.

Abstract

BRAGANÇA, Bruno, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March of 2013. **Mathematical Olympiad for Mathematics to Advance**. Adviser: Simone Maria de Moraes.

In this dissertation we developed a proposal for an educational activity involving math competitions. The work consists of a literature review, presenting a route of the history of the Mathematics Olympics in Brazil and around the world, we make this through the reading and study of regulations, the electronic pages of competitions and such other documents. In this context, we present activities that can be used as diffusion, preparation and stimulation of participation and engagement with the competition or even that may be used in the classroom. We concluded by preparing a primer, *"A Primer for the Olympiad Mathematics"*, a backing material and support to those interested in implementing a competition of this kind in a school or even in a broader context.

Introdução

Segundo alguns historiadores, as origens das Olimpíadas de Matemática podem ser encontradas nas *"disputas"* protagonizadas por matemáticos durante o Renascimento na Itália. No final do século XIX, essas *"competições"* assumiram uma estrutura semelhante à utilizada nos dias atuais, tendo como objetivo *"promover"* a Matemática.

Em 1894, a Hungria realizou a **1ª Olimpíada de Matemática** para alunos do último ano da escola secundária. Com o passar dos anos, competições similares foram se espalhando pelo leste europeu, culminando, em 1959, com a organização da *1ª Olimpíada Internacional de Matemática* (*International Mathematical Olympiad* - IMO), na Romênia, com a participação de países daquela região. Em 2013, a IMO será realizada na Colombia, no período de 18 a 28 de julho. Há também a *Olimpíada IberoAmericana de Matemática* que conta com a participação de alunos de mais de 20 países da América Latina, além de Espanha e Portugal. A última iniciativa internacional nesse tipo de competição foi a *Olimpíada de Matemática da Lusofonia*, realizada pela primeira vez em 2011.

No Brasil, a Academia Paulista de Ciências criou em 1977 a *Olimpíada Paulista de Matemática*. Dois anos mais tarde, surgiu a *Olimpíada Brasileira de Matemática* (OBM), organizada pela *Sociedade Brasileira de Matemática* (SBM), neste ano em sua 33ª edição. A OBM, em conjunto com as Olimpíadas Regionais de Matemática, envolve anualmente a participação de cerca de 200 mil estudantes no Brasil.

O Brasil tem tido participação expressiva nas Olimpíadas Internacionais. Na IMO, estudantes brasileiros já conquistaram um bom número de medalhas de ouro, prata e bronze. Nos últimos anos, o Brasil tem figurado entre os 20 países de melhor rendimento, à frente da Alemanha, Canadá, França e Inglaterra, entre outros. Esses resultados mostram toda a capacidade dos estudantes brasileiros. Basta dar-lhes oportunidade e condições de expressar seu potencial.

O êxito do Brasil em Olimpíadas se reflete na sua posição de destaque na pesquisa em Matemática no mundo. Desde 1954, o país participa da *União Internacional de Matemática* (*International Mathematical Union* - IMU), entidade que congrega 66 nações e tem por objetivo fomentar a cooperação internacional nesta área do conhecimento.

Em 2005 foi promovido ao Grupo IV da IMU, isso significa que quanto à qualidade da pesquisa em Matemática estamos ao lado da Coréia, Espanha, Holanda, Índia, Suécia e Suíça, ficando atrás apenas de Alemanha, Canadá, China, Estados Unidos, França, Inglaterra, Israel, Itália, Japão e Rússia, países que pertencem ao Grupo V.

Segundo *Suely Druck*, presidente da SBM no biênio 2003-2005, o desempenho da pesquisa em Matemática no Brasil pode ser considerado *"admirável"*, sobretudo quando se leva em conta que a pesquisa em matemática no Brasil é bastante recente, não somando mais do que 50 anos. No entanto, destaca que essa comemoração não pode ser feita de maneira completa, pois o excelente desempenho da pesquisa matemática brasileira não se reflete no ensino da disciplina, principalmente nas séries iniciais e particularmente nas escolas públicas. Suely, ainda comenta:

> Atualmente, pesquisa e ensino em matemática compõem mundos distintos e distanciados. O primeiro cumpre com competência o seu papel de produzir conhecimento e formar recursos humanos para pesquisa. Já o segundo vem cumprindo muito mal o seu papel de transferir conhecimento e formar cidadãos, e ainda se debate com questões primárias e até surrealistas que dizem respeito à sua missão.

A busca de soluções para diminuir o abismo entre a qualidade da pesquisa em Matemática e a qualidade do ensino de Matemática nos ensinos fundamental e médio no Brasil tem sido foco de discussões de foros de Educação e de Ensino em Matemática. Na verdade, as ações objetivas que podem melhorar a qualidade do ensino de Matemática no país passam por políticas públicas de valorização da careira docente e de qualificação de profissionais do ensino, pela melhoria na formação e nas condições de trabalho, pela adoção de atividades de ensino nas salas de aulas que despertem a curiosidade e o interesse dos alunos pela disciplina, entre outras.

Com a iniciativa de promover alguma mudança no panorama do ensino de Matemática nas escolas públicas, em 2005, a SBM, em parceria com o I*Instituto de Matemática Pura e Aplicada* (IMPA), criou a *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas* (OBMEP), um projeto do *Ministério da Educação* (MEC) e do *Ministério da Ciência e Tecnologia* (MCT) implementado em todo o país, o qual, tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área e tem premiado jovens e crianças dos mais longínquos municípios do Brasil. Em suas últimas edições, a competição teve a participação de quase 20 milhões de alunos, distribuídos em mais de 5.000 municípios.

Sueli Druck afirma em [9] que:

> Talvez uma das maiores contribuições da OBMEP tenha sido apresentar uma visão mais ampla e atraente do que seja aprender e ensinar Matemática, propiciando às escolas um ambiente efervescente para a mobilização de alunos e professores em torno da Matemática – trazendo algo verdadeiramente interessante para dentro das salas de aula – e estabelecer um vínculo direto entre as escolas públicas e 53 universidades (das quais 50 públicas).

Atualmente existem estudos e avaliações acerca da OBMEP, como por exemplo a *Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas* feita pelo *Centro de Gestão e Estudos Estratégicos* (CGEE) do MCT. Essas avaliações apontam que, mesmo sendo uma competição recente, os resultados obtidos pela OBMEP são muito bons dentro de sua proposta. Além disso, têm contribuindo para a melhoria no desempenho dos participantes e despertado o interesse e a motivação pela Matemática.

Esses resultados não passaram desapercebidos por escolas e municípios. Após a implementação da OBMEP outras Olimpíadas Matemáticas regionais e locais têm surgido, buscando usá-las como um instrumento para a melhoria no ensino de Matemática nas escolas.

Seguindo a perspectiva de contribuição, nessa dissertação desenvolvemos um roteiro para a elaboração de uma Olimpíada de Matemática em uma escola ou até em um município. Para isso analisamos de forma sistemática as olimpíadas de Matemática brasileiras: nacional, *da escola pública* e regionais. Além disso, apresentamos atividades pré e pós-olimpíada que estimulem os professores e despertem o interesse pela Matemática em estudantes dos níveis fundamental e médio.

Para isso dividimos o trabalho em quatro capítulos distribuídos como segue:

No capítulo 1 apresentamos um histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil e no Mundo citando Olimpíadas Internacionais das quais o Brasil participa e destacando, no Brasil, a *Olimpíada Brasileira de Matemática* (OBM) e a *Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas* (OBMEP), passando também por algumas olimpíadas regionais brasileiras, a *Olimpíada Paulista de Matemática* como precursora deste movimento no Brasil, a *Olimpíada Mineira* *de Matemática* (OMM), uma das mais importantes do estado de Minas Gerais e a *Olimpíada Viçosense de Matemática* (OVM), competição mais diretamente ligada aos autores dessa dissertação. Neste conjunto, destacamos objetivos e contribuições dessas competições no cenário do ensino e aprendizagem de Matemática.

Em seguida, no segundo capítulo delimitamos, em um primeiro momento, apoiado em resultados de pesquisas nacionais sobre o ensino e aprendizagem de matemática e sobre a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e fazendo uma ligação com os objetivos relatados no capítulo primeiro sobre Olimpíadas de Matemática, o porquê de se organizar uma Olimpíada de Matemática, em qualquer âmbito. Já em um segundo momento apresentamos atividades pré-olímpicas com o objetivo de divulgação e aproximação de estudantes com a Olimpíada de Matemática. Por fim, elaboramos uma roteiro que o professor poderá utilizar para confeccionar um projeto de Olimpíada Escolar a ser apresentado para a coordenação e direção da escola em questão.

O capítulo 3 é dedicado aos problemas olímpicos. Nele apresentamos temas e problemas abordados em Olimpíadas de Matemática diversas baseados nos preconceitos explicitados por *Emanuel Carneiro* [8], pela Comissão Organizadora da Olimpíada de Matemática da UNICAMP [21] e pelos organizadores do Banco de Questões - 2012 da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Apresentamos 30 problemas e suas respectivas soluções, divididos por níveis e variando em aplicabilidade, tema, dificuldade e fonte.

Finalmente, no capítulo 4, apresentamos a "Cartilha da Olimpíada de Matemática", na qual são dadas as diretrizes para a organização de uma competição dessa natureza, sugerimos problemas e temas importante a serem abordados e os resultados esperados ao final da competição. Também indicamos material de outras olimpíadas para serem consultados.

Capítulo 1

Histórico das Olimpíadas de Matemática

Neste capítulo apresentamos um histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil e no Mundo citando Olimpíadas Internacionais das quais o Brasil participa e destacando, no Brasil, a *Olimpíada Brasileira de Matemática* (OBM) e a *Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas* (OBMEP), passando também por algumas olimpíadas regionais brasileiras, a *Olimpíada Paulista de Matemática* como precursora deste movimento no Brasil, a *Olimpíada Mineira de Matemática*, um dos destaques do estado de Minas Gerais e a *Olimpíada Viçosense de Matemática* como uma competição mais diretamente ligada aos autores dessa dissertação. Neste conjunto destacamos objetivos e contribuições dessas competições no cenário do ensino e aprendizagem de Matemática. Parte das informações destacadas sobre as diversas olimpíadas citadas foram retiradas de suas respectivas páginas da internet cujos endereços estão disponibilizados ao final de cada relato.

1.1 Origem, Evolução e Expansão

Segundo alguns historiadores, as origens das Olimpíadas de Matemática podem ser encontradas nas “disputas"protagonizadas por *“estudiosos"* durante o Renascimento na Itália. Podemos imaginar como eram tais disputas: Um encontro em praça pública anunciado por cartas bem escritas e um *boca a boca* tradicional. Um *“estudioso"* recebe um convite que logo toma a importância de uma convocação. Há então todo um preparo pessoal por parte dos competidores. Pessoas vindas de vários lugares com os mais diversos interesses aglomeram-se para assistir a tal disputa e esperar que alguém se sagre vencedor. Os dois “jogadores"chegam, após um certo tempo de preparação, cada um com suas técnicas e estratégias começam a “disputa". Cada um desafia o outro dando-lhe um “problema"a ser resolvido e após alguns desafios de ambas as partes surge triunfante o vencedor, o que conseguiu resolver todos os problemas que lhe foram colocados e além disso conseguiu propor, ao seu adversário, um problema que este não conseguiu apresentar a solução.

Em uma dessas“disputas"encontra-se a divulgação da descoberta, por matemáticos italianos, da solução de equações cúbicas, o que para *Howard Eves* [12, p. 302] foi *“provavelmente o feito matemático mais extraordinário do século XVI"* .

Baseando seus trabalhos em fontes árabes *Scipione del Ferro* (1465-1526) resolveu algebricamente a equação cúbica $x^3 + mx = n$ e revelou seu segredo a Antônio Fior, seu discípulo. Este não acreditou no anúncio, por parte de *Tartaglia* (Nicolo Fontana de Brescia), em 1535, da descoberta da solução algébrica da equação cúbica $x^3 + px^2 = n$, e assim o desafiou para uma disputa pública que envolveria a solução de equações algébricas. Aceitando o desafio, Tartaglia se preparou dedicando essa preparação à solução da equação cúbica sem o termo quadrático e assim saiu-se vencedor por conseguir resolver os dois tipos de equações cúbicas.

No final do século XIX, essas “competições"assumiram uma estrutura semelhante à utilizada nos dias atuais, tendo como objetivo principal “promover"a Matemática além de “desenvolver a habilidade lógica, a criatividade e a sociabilidade, bem como métodos adequados de pensamento e de trabalho, nos quais os alunos colocam em prática o conteúdo aprendido através de situações problemas, trazendo a Matemática para vida do aluno"[18, p. 2].

Há ainda outros objetivos envolvidos nessas competições como, a descoberta de novos talentos, futuros líderes de sociedades de Matemática, a busca pelo estímulo da Matemática, melhoria da capacidade científica através da motivação e competitividade regional, nacional e internacional que contribuem para o desenvolvimento social, cultural e econômico das regiões, estados e países participantes e ainda proporciona um intercâmbio curricular e fomento de relações amistosas e de cooperação.

Além desses objetivos, temos também a busca por proporcionar um ambiente adequado para que estudantes, principalmente dos ensinos fundamental e médio, descubram suas aptidões e tenham a oportunidade de aplicar suas habilidades matemáticas, ter contato com um espaço acadêmico que favoreça sua formação, contribuir para incentivar e desenvolver o gosto pela matemática e melhorar o sistema de ensino incentivando os professores a se aperfeiçoarem e a buscarem novos recursos para enriquecerem suas aulas.

> O programa de Olimpíadas de Matemática é reconhecido em todos os países do mundo desenvolvido como o mais eficiente instrumento para atingir esses objetivos. Aproveitando o natural gosto dos jovens pelas competições, as Olimpíadas de Matemática têm conseguido estimular alunos a estudar conteúdos além do currículo escolar e, também, por outro lado, aumentar e desenvolver a competência dos professores. [11]

Hoje "a Olimpíada de Matemática pode ser definida como uma competição equivalente às esportivas, sendo que o treino consiste em estimular o raciocínio lógico através de situações problemas e é uma disputa de caráter intelectual entre jovens"[18, p. 2].

Na busca constante por atingir esses objetivos os estudantes são colocados ante a problemas que vão desde questões que necessitam de ferramentas básicas de matemática, criatividade, imaginação com um apelo à qualidade de raciocínio, até questões com alto grau de formalismo matemático. Nas provas discursivas presa-se pelo rigor lógico, clareza de exposição e elegância nas resoluções. Os alunos que se destacam recebem, em grande parte, treinamento especial na resolução de problemas e de conteúdo matemático.

O estilo das provas é variado, passando por questões objetivas e discursivas, com um número de questões que também varia de uma competição para outra em diversos níveis de ensino. Há competições que se dividem em diversas fases com aumento ou não do grau de dificuldade ou até mesmo dividindo as fases em, local, regional e nacional, muitas delas culminando na formação de equipes para competições internacionais como é o caso da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM).

A forma de distribuição dos prêmios (medalhas de ouro, prata e bronze e menções honrosas, normalmente) é definida pela comissão organizadora e especificada por cada uma delas em seus regulamentos, tendo, em geral, vários estudantes recebendo cada premiação. Algumas olimpíadas ainda classificam as equipes participantes levando em consideração os resultados individuais dos estudantes que a compunham.

> Na prática, os Jogos Olímpicos são mais do que apenas uma competição. Por um lado, servem para promover a matemática e fornecer-lhe um teor lúdico que, infelizmente, tem-se quase completamente perdido por diversas razões, por exemplo, a confusão entre exercícios e problemas, com o desaparecimento desses últimos. O erro, cada vez mais comum, consistente em assumir que o ensino deve ser direcionado apenas para o aluno com maior facilidade, o que conduz a levantar questões que não podem ser resolvidas pela maioria dos estudantes com uma formalização exagerada. Estas circunstâncias fazem com que muitos sintam, cada vez mais forte, a Matemática como uma barreira, anulando sua capacidade de formação e criando nos alunos um sentimento de desamparo [23].

1.2 Competições Internacionais

Segundo Neto e Vilela [20], em 1896 foram realizados os primeiros *Jogos Olímpicos* da Era Moderna em Atenas, porém, uma disputa envolvendo conhecimento matemático ocorrera a algum tempo antes. Em Bucareste, na Romênia, no ano de 1885 houve uma dessas disputas que envolveu setenta estudantes de uma escola primária.

Em 1894, a Hungria realizou a primeira Olimpíada de Matemática para alunos do último ano da escola secundária, em homenagem a um famoso professor de matemática húngaro, *Jósef Kurschák*, que havia sido nomeado como ministro da educação. Essa competição foi a precursora das atuais olimpíadas desse gênero, sendo que, para Bagatini [3] a primeira competição dessa natureza, que podemos classificar como “moderna"ocorreu em 1934 na antiga União Soviética, na cidade de Leningrado.

Com o passar dos anos, competições similares foram se espalhando pelo leste europeu, culminando, em 1959, com a organização da *1ª Olimpíada Internacional de Matemática* (*International Mathematical Olympiad* - IMO).

O Brasil tem participado, além da IMO, de outras olimpíadas a nível internacional, coordenado, pela OBM. As equipes brasileiras selecionadas para tais competições são formadas por estudantes premiados na OBM e a convocação é realizada na *Semana Olímpica* sobre a qual discutiremos mais adiante.

Apresentamos a seguir as olimpíadas internacionais listadas na página da internet da OBM relatando pontos como início da competição, países participantes além do Brasil, premiações recebidas por estudantes brasileiros, alguns objetivos e em que edição se encontra determinada competição.

1. **Olimpíada Internacional de Matemática - IMO**

   A IMO surge em 1959 na Romênia, com a participação de países daquela região. Essa competição cresceu gradualmente até ultrapassar a participação de 100 países de cinco continentes. Esses países integrantes começam então a promover suas próprias olimpíadas nacionais segundo Alves [1].

   Composta por seis problemas selecionados entre os propostos pelos países participantes, a competição é realizada em dois dias e como premiação os alunos que se destacam recebem medalhas de ouro, prata e bronze e menções honrosas.

   Em 2012, a IMO foi realizada na Argentina e em 2017, segundo divulgação do site oficial da competição, essa Olimpíada terá como seu país sede o Brasil, que participa dela desde 1979, já tendo conquistado cinco medalhas de ouro e nos últimos anos tem ficado entre os 20 países de melhor rendimento, à frente da Alemanha, Canadá, França, Inglaterra entre outros. Nesta última edição o Brasil conquistou duas medalhas de ouro, uma de prata, três de bronze e uma menção honrosa.

   Site: `http://www.imo-official.org/`

2. **Olimpíada de Maio**

   Olimpíada organizada pela Federação Iberoamericana de Competições de Matemática, teve sua primeira edição no ano de 1995, está em sua 18ª edição e tem como participantes países da America Latina, Espanha e Portugal. Está dividida em dois níveis: estudantes menores de 13 anos e estudantes menores de 15 anos. É realizada por correspondência baseada no modelo da Olimpíada de Matemática do Pacífico - APMO [11]. No Brasil os estudantes que participam são aqueles premiados na OBM ou selecionados pelos coordenadores regionais. Nessa competição o Brasil tem se destacado desde o ano de 1997, tendo obtido, em sua última edição 2 medalhas de ouro, 4 de prata, 8 de bronze e 6 menções honrosas [22].

   Site: `http://www.oma.org.ar/internacional/may.htm`

3. **Olimpíada Iberoamericana de Matemática - OIM**

É uma competição da qual participam os países da América Latina, Espanha e Portugal, representados por equipes de até 4 estudantes que não tenham feito 18 anos de idade em 31 de dezembro do ano imediatamente anterior à celebração da Olimpíada e que não tenham participado anteriormente em duas OIM. "Os objetivos principais do evento são fortalecer e estimular o estudo da Matemática, contribuir para o desenvolvimento científico da comunidade iberoamericana, detectar jovens talentos nesta ciência e incentivar a troca de experiências entre os países participantes"[22].

O Brasil tem participado dessa competição desde sua primeira edição em 1985 e obtido os melhores resultados entre os países participantes tendo conquistado 50 medalhas de ouro, 36 de prata e 11 de bronze. O país foi sede da OIM, pela primeira vez, em 1994 e, na 27ª edição, realizada na Bolívia no mês de outubro de 2012, teve um resultado importante, obtendo o primeiro lugar geral.

Site: `http://www.oei.es/oim/index.html`

4. **Olimpíada de Matemática do Cone Sul - OMAPA**

Competição disputada pelos países da porção meridional da América do Sul com equipes de 4 estudantes de até 16 anos, com o objetivo de "proporcionar aos jovens um ambiente no qual seja possível demonstrar suas habilidades em Matemática, bem como trocar conhecimentos e reforçar os contatos interculturais no ensino médio"[5], tem a participação brasileira desde 1988. O Brasil ainda sediou a 21ª edição desta competição em 2010. Em 2012 a competição aconteceu no Peru.

Site:

http://www.olimpiadascientificas.com/olimpiadas/olimpiadas-de-matematica/cone-sul/

5. **Olimpíada Iberoamericana de Matemática Universitária - OIMU**

Olimpíada que tem por objetivo a busca pela excelência acadêmica em nível universitário, promoção da investigação e pensamento criativo, desenvolvimento de líderes para comunidade matemática e troca de informações sobre currículos universitários esta competição acontece anualmente desde 1997 tendo sua coordenação passada por diversos países e desde 2006 sendo coordenada pela Colômbia. Podem participar estudantes que não tenham concluído nenhuma graduação e estejam matriculados em uma universidade em qualquer curso que aborde cadeiras matemáticas. A 15ª edição foi disputada em novembro de 2012 e o Brasil obteve uma medalha de ouro, duas de prata, quatro de bronze e três menções honrosas.

Site: `http://oc.uan.edu.co/default.aspx`

6. **Competição Internacional de Matemática para Estudantes Universitários - IMC**

Competição anual com participação de renomadas instituições como por exemplo *Universidade de Cambridge*, *École Polytechnique*, *Instituto Max Planck*, *Massachusetts Institute of Technology*, MIT, *Universidade de Oxford*, *Universidade Complutense de Madri* e *Universidade de Moscou*, teve a primeira participação brasileira em sua 10ª edição, em 2003, na Romênia. A 19ª edição ocorreu na Bulgária no final de julho e início de agosto de 2012. Nesta última edição, o Brasil conquistou 4 medalhas de ouro, 2 de prata, 9 de bronze e 7 menções honrosas.

Site: `http://imc-math.org/`

7. **Romanian Master in Mathematics - RMM**

Olimpíada que convoca para participação apenas os melhores países do mundo em competições internacionais do gênero. Teve a participação do Brasil, pela primeira vez em 2010, sendo organizada desde de 2007 pela Escola Nacional de Informática *"Tudor Vianu"* juntamente com a Sociedade Científica Romena de Matemática e o Ministério de Educação, Investigação e Juventude. Na sua 5ª edição, ocorrida no final de fevereiro e início de março de 2012, o Brasil obteve 3 medalhas entre prata e bronze e 2 menções honrosas, colocando a equipe brasileira em 9º lugar entre os 15 países participantes.

Site: `http://rmm.lbi.ro/index.php?id=home`

8. **Competição IberoAmericana Interuniversitária de Matemática - CIIM**

   Competição entre equipes de estudantes universitários, cada universidade pode ter a sua equipe ou ainda pode ser enviada uma equipe representante de cada país. Em sua 4^a edição disputada no México em outubro de 2012 o Brasil foi representado por duas equipes sendo uma selecionada entre os vencedores da OBM, que conquistou quatro das seis medalhas de ouro distribuídas na competição e outra enviada pelo *Instituto Militar de Engenharia* (IME), que conquistou uma medalha de prata, duas de bronze e uma menção honrosa.

   Site: `http://oc.uan.edu.co/ciim/`

9. **Canguru Matemático - Canguru sem Fronteiras**

   Competição criada no início dos anos 80 pelo professor de Matemática *Peter O'Holloran*, em Sydney, considerada como um novo tipo de Concurso Nacional em escolas australianas e composta por um questionário de múltipla escolha.

   Em 1991, dois professores franceses, *André Deledicq* e *Jean Pierre Boudine*, decidiram iniciar a competição na França com o nome Canguru (*"Kangourou"*) para prestar homenagem aos seus precursores australianos. Na primeira edição, participaram 120 mil estudantes, atraindo a atenção dos países vizinhos. Em Junho de 1993, o Conselho de Administração do Canguru Francês convocou um encontro europeu em Paris e sete países decidiram adotar o mesmo concurso. Em Junho de 1994, em Estrasburgo, no Conselho Europeu, a Assembléia Geral dos representantes de 10 países europeus decidiram a criação do *Canguru Matemático sem Fronteiras*. Atualmente, a associação conta com representantes de 47 países e mais de 6 milhões de participantes em todo o mundo.

   O concurso consiste numa única prova da qual pode participar qualquer estudante interessado através da sua escola (pública ou privada). Existem 6 níveis de prova, de acordo com o período escolar dos estudantes:

   - Nível PE - 3^o e 4^o anos do ensino fundamental.
   - Nível E - 5^o e 6^o anos do ensino fundamental.

- Nível B - 7^o e 8^o anos do ensino fundamental.
- Nível C - 9^o ano do ensino fundamental.
- Nível J - 1^a e 2^a séries do ensino médio.
- Nível S - 3^a série do ensino médio.

A prova consiste num questionário de múltipla escolha com questões de dificuldade crescente.

Serve mais como auto-avaliação das habilidades matemáticas, do que comparação com estudantes de outras escolas. É a única competição internacional da qual o Brasil participa que envolve alunos desde do 3º ano de ensino fundamental até a 3ª série do ensino médio, sendo coordenada aqui pela Olimpíada Paulista de Matemática.

Site: `http://www.mathkang.org/default.html`

10. **Asian Pacific Mathematics Olympiad - APMO**

No Brasil, a APMO é aplicada aos alunos premiados na OBM, na última participação, ainda em 2012, obteve uma medalha de ouro, duas medalhas de prata, quatro medalhas de bronze e três menções honrosas. As provas da APMO são aplicadas no próprio país e depois enviadas para o Japão onde são corrigidas pela comissão organizadora, que faz também a classificação final.

Site: `http://www.mmjp.or.jp/competitions/APMO/`

11. **Olimpíada de Matemática da Lusofonia**

É uma competição de caráter internacional voltada para jovens dos oito países de língua portuguesa: Angola, Brasil, Cabo Verde, Guiné-Bissau, Moçambique, Portugal, São Tomé e Príncipe e Timor Leste. A primeira edição da competição ocorreu em 2011, em 2012 foi ralizada na cidade de Salvador-BA com o Brasil obtendo duas medalhas de ouro e duas medalhas de prata.

Site: `http://www.uc.pt/fctuc/dmat/oml`

1.3 Competições Nacionais: a OBM e a OBMEP

Competições nacionais se espalham por todo o mundo. Na página eletrônica `http://www.olimpiadaparaensemat.hd1.com.br/` da *Olimpíada Paraense de Matemática* [25] encontramos uma lista de 29 países que mantém competições como estas, disponibilizando um link de acesso às páginas oficiais dessas competições. Os países relacionados são: Argentina, Austrália, Bulgária, Canadá, República Checa, Dinamarca, Estônia, Alemanha, Irlanda, Israel, Itália, Japão, Luxemburgo, México, Nova Zelândia, Noruega, Panamá, Peru, Polônia, Portugal, Singapura, Eslováquia, África do Sul, Espanha, Suíça, Reino Unido, Uruguai e Estados Unidos, além do Brasil.

Essas competições nacionais têm, em sua maioria, o objetivo de selecionar alunos de seus respectivos países para participação em competições internacionais, como as mencionadas anteriormente, e outros objetivos como os também já listados neste trabalho.

No Brasil temos duas competições nacionais em destaque que são a *Olimpíada Brasileira de Matemática* (OBM) e a *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas* (OBMEP).

1.3.1 Olimpíada Brasileira de Matemática - OBM

A *Olimpíada Brasileira Matemática* (OBM) é um projeto bem sucedido da *Sociedade Brasileira de Matemática* (SBM) e do *Instituto de Matemática Pura e Aplicada* (IMPA) com apoio do *Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico* (CNPq) e do *Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Matemática* (INCTMat), que visa o emprego de competições matemáticas como meio de conduzir a uma melhoria do ensino de matemática e à busca, adjetivada como precoce por seus próprios organizadores, por jovens talentos não só para Matemática, mas para as ciências em geral.

Amplamente estabelecida no cenário da Educação Matemática no Brasil, a OBM é uma competição da qual podem participar estudantes das redes públicas e privadas que estejam cursando desde o ensino fundamental II (iniciando no 6º ano) até universitários. A participação desses alunos é, em um primeiro momento, condicionada ã nomeação de um professor representante que irá cadastrar sua escola ou universidade abrindo assim a oportunidade de participação, sem limite de inscrições, de seus alunos, pelo menos na primeira fase dessa disputa. Há ainda uma segunda forma de participar dessa competição que é através do contato com um coordenador regional que irá avaliar a situação do estudante que o procurou e este poderá participar individualmente.

Possui todo um cenário de organização, apoio, comunicação e motivação já consolidados através da criação de uma secretaria no IMPA, ampliando a *Comissão de Olimpíadas* da SBM, onde ficou centralizada a organização da OBM e toda sua logística como, por exemplo, montagem das provas, critérios de classificação, treinamento e apoio a professores, alunos, escolas e universidades além de apoiar a participação de alunos em competições internacionais.

Os participantes têm à sua disposição uma página eletrônica, facilmente navegável que estabelece um espaço constante de comunicação entre as partes envolvidas e ainda contém um vasto banco de problemas nacionais e internacionais.

Têm também acesso a listas de discussões e ainda a uma revista, a **EUREKA!**, que teve sua 1ª edição em 1998, especialmente para tratar da OBM e outras Olimpíadas Internacionais que têm participação brasileira, com a publicação de questões inéditas, discussão de provas nacionais e internacionais e também artigos que versam sobre temas relevantes para os interessados em se aprofundar em alguns conteúdos, além de disponibilizar uma agenda olímpica e formas de contato com os coordenadores. A revista encontra-se em sua 36ª edição e está disponível para download na página da SBM: `http://www.obm.org.br/opencms/re\-vis\-ta\_eureka/`

Estrutura da OBM

Organizada em 1979 a OBM já passou por diversas mudanças em seu formato, até chegar aos dias atuais (ver tabela 1), está organizada em três fases, exceto no nível universitário em que há apenas duas fase. A distribuição dos níveis é feita da seguinte maneira:

- Nível I - 6^o e 7^o anos do ensino fundamental.
- Nível II - 8^o e 9^o anos do ensino fundamental.
- Nível III - 1ª, 2ª e 3ª séries do ensino médio.
- Nível Universitário - estudantes de qualquer curso do ensino superior.

Quanto às provas, o tipo e a distribuição são os seguintes:

	Nível I	Níveis II e III	Nível Universitário
1ª fase (Duração: 3h)	20 questões de múltipla escolha	25 questões de múltipla escolha	6 questões discursivas
2ª fase (Duração: 4h30min)	9 questões discursivas	9 questões discursivas	6 questões discursivas
3ª fase (Duração: 4h30min)	5 questões discursivas	6 questões discursivas (dois dias)	

Para os Níveis 1, 2 e 3 a primeira fase é realizada no primeiro semestre, a segunda e a terceira são realizadas no segundo semestre. Enquanto que no Nível Universitário, a OBM é realizada em duas fases ambas aplicadas no segundo semestre coincidindo em dia e horário com a segunda e terceira fases dos níveis 2 e 3.

As datas são estabelecidas e divulgadas anualmente pela Comissão Nacional de Olimpíadas da SBM.

Para os Níveis 1, 2 e 3 a primeira fase consta de uma prova de múltipla escolha com 20 a 25 questões com duração de 3 horas, na segunda fase é constituída de uma prova mista (parte A e parte B) realizada apenas nas escolas que enviaram o relatório da primeira fase, com duração de 4 horas e 30 minutos.

A terceira fase, para o Nível 1, é constituída de uma prova discursiva com 5 problemas com duração de 4 horas e 30 minutos; e para os Níveis 2 e 3 são duas provas discursivas realizadas em dois dias consecutivos com 3 problemas em cada dia com uma duração de 4 horas e 30 minutos por dia.

Quanto ao Nível Universitário, a primeira fase é uma prova discursiva com 6 problemas com duração de 4 horas e 30 minutos. Já a segunda fase é uma prova discursiva com 6 problemas com duração de 4 horas e 30 minutos.

Abaixo apresentamos uma tabela com as alterações na estrutura da OBM ocorridas no decorrer dos anos:

Premiação da OBM

Os prêmios da OBM são Medalhas de Ouro, de Prata e de Bronze, que são dados aos estudantes com maiores pontuações finais, classificados aproximadamente

ANO	ALTERAÇÃO
1979	I Olimpíada Brasileira de Matemática
1991	Dois níveis: Júnior: para alunos completando no máximo 15 anos em 1991 Sênior: para alunos cursando o ensino médio
1992	Duas fases Primeira: prova com 25 questões de múltipla escolha Segunda: dois dias com 3 problemas em cada dia O nível júnior passa a ser para alunos cursando até a 8ª série
1993	A 2ª fase do nível júnior volta a ser realizada em um dia, com 5 problemas
1995	O nível júnior volta a ser para estudantes de até 15 anos
1998	Três níveis I: 5ª e 6ª séries II: 7ª e 8ª séries III: Ensino Médio Três fases: 1ª fase: múltipla escolha com 20 ou 25 questões 2ª fase: prova aberta com 6 questões 3ª fase: 5 questões (nível I e II) e 6 questões no nível III (em dois dias)
1999	As provas do nível II passam a ser realizadas em dois dias na fase final
2001	É criado o nível universitário com duas fases

Tabela 1.1: Alterações na Estrutura da OBM

na proporção de 1 : 2 : 3. Também são há premiações de Menções Honrosas, estas são concedidas a critério da Comissão Organizadora da OBM.

A cerimônia de premiação da OBM é realizada anualmente e coincide com a reunião anual da Comissão Nacional de Olimpíadas de Matemática, durante a realização da *Semana Olímpica*. Na cerimônia são entregues as Medalhas de Ouro, de Prata e de Bronze. Os participantes agraciados com Menções Honrosas recebem diplomas que são enviados por correio pela OBM.

Na *Semana Olímpica*, os estudantes premiados na OBM do ano anterior participam de um treinamento intensivo com professores de várias partes do país com o intuito de iniciar a preparação e processo de seleção das equipes que irão representar o Brasil em competições internacionais. Há também nessa semana a reunião da Comissão de Olimpíadas da SBM para avaliação da Olimpíada ocorrida e planejamento da próxima.

Em sua última edição, 34ª edição – 2012, a competição contou com mais de 3,5 mil escolas da rede pública e privada e 155 instituições de nível superior totalizando mais de 200 mil jovens e seus professores. O cronograma da 35ª edição (2013) já se encontra disponível em:`http://www.obm.org.br/opencms/`

1.3.2 Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

Com objetivos de estimular e promover o estudo da Matemática entre estudantes das escolas públicas municipais, estaduais e federais, contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica, identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas, incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional, contribuir para a integração das escolas públicas com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e sociedades científicas e promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento a *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas* (OBMEP) é uma realização do *Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada* (IMPA) com apoio da *Sociedade Brasileira de Matemática* (SBM) e promoção do *Ministério da Ciência e Tecnologia* (MCT) e do *Ministério da Educação* (MEC).

Segundo Barbosa [4, p. 2] esses objetivos podem ser ainda colocados sob um objetivo macro que é o de "corrigir deficiências da educação formal que afetam a cidadania e a inclusão social, dificultando o crescimento científico e tecnológico e a qualidade da educação profissional e superior."

Lançada oficialmente no dia 19 de maio de 2005 em Brasília, pelo então presidente da República, *Luiz Inácio Lula da Silva* e os ministros da Ciência e Tecnologia, *Eduardo Campo* e da Educação, *Tarso Genro* encontra suas origens no projeto *Linguagem dos Números - NUMERATIZAR*, do Estado do Ceará, cujos objetivos, segundo Bagatini [3], eram o da melhoria do ensino das escolas públicas cearenses, a descoberta de novos talentos e o incentivo do estudo da Matemática.

Motivado pelos resultados obtidos pelos estudantes participantes de Olimpíadas de Matemática nas escolas privadas de Fortaleza, esse projeto tem início em 2003 sob a supervisão da Universidade Federal do Ceará com a participação de mais de 110 mil estudantes de 646 escolas situadas em 190 municípios do Estado. Desses estudantes participantes aproximadamente 6% foram para a segunda fase da Olimpíada e 346 receberam premiação e a oportunidade de participarem de um treinamento olímpico [4].

A OBMEP é dirigida aos estudantes do ensino fundamental (6º ano ao 9º ano) e alunos do Ensino Médio das escolas públicas municipais, estaduais e federais.

> Assim, a principal razão para a existência da OBMEP são os alunos das escolas públicas, seus desempenhos, interesse e motivação pela matemática. Este grupo de atores individuais é o foco principal dessa política porque está no cerne de problemas existentes e inter-relacionados: o baixo desempenho dos alunos em matemática, a importância da matemática para o desenvolvimento tecnológico do país, a baixa adesão dos profissionais a esta carreira, a necessidade de profissionais para a formação de novos alunos. [4, p. 37]

Estrutura da OBMEP

A OBMEP tem está estruturada de maneira que estudantes de todas as escolas públicas do país possam participar da competição, para isso conta com coordenadores locais em diversas localidades distribuídas em todo o território nacional.

As inscrições dos estudantes participantes da OBMEP é feita pela escola mediante o preenchimento de uma *Ficha de Inscrição*, disponibilizada pelos coordenadores locais, que indica o número de participantes da escola.

As provas da competição são divididas em três níveis, de acordo com o seu grau de escolaridade:

- Nível 1: estudantes matriculados no 6º ou 7º ano do ensino fundamental regular ou na *Educação de Jovens e Adultos* (EJA).
- Nível 2: estudantes matriculados no 8º ou 9º ano do ensino fundamental regular ou na EJA.
- Nível 3: estudantes matriculados em qualquer série do ensino médio ou na EJA.

Em 2013, o cronograma de inscrição da competição foi disponibilizado em 18 de fevereiro para ampla divulgação da OBMEP. A primeira fase está agendada para o dia 04 de junho.

A OBMEP é realizada em duas fases:

Primeira Fase: Não limite de participação de estudantes não tem limite, consta de de uma prova objetiva (múltipla escolha) diferenciada por níveis, contendo 20 problemas com duração máxima de duas horas e meia, aplicadas na escola de origem dos estudantes pelos próprios professores que também são responsáveis pela correção dessas provas seguindo instruções e gabaritos elaborados pela coordenação geral e pelo envio à essa coordenação, do número de alunos classificados para a segunda fase. a todos os alunos inscritos pelas escolas.

Segunda Fase: Prova discursiva, também diferenciada por níveis, os participantes são os classificados para esta fase, cada escola seleciona 5% do total de alunos participantes da primeira fase levando em consideração as maiores notas e em caso de empate a escola deve proceder de acordo com critérios explicitados previamente pela mesma.

Nesta fase as provas têm duração máxima de três horas e são aplicadas por fiscais selecionados pela coordenação geral e em local também definido por esta coordenação.

Premiação da OBMEP

A OBMEP premia estudantes, professores, escolas e secretarias de educação baseando-se exclusivamente no resultado das provas da Segunda Fase. Aos estudantes são concedidas medalhas de ouro, prata e bronze, certificados de menções honrosas, bolsas de *Iniciação Científica Jr.* (PIC) e de mestrado, estas duas últimas dentro do *Programa de Iniciação Científica e Mestrado* PICME segundo critérios previamente estabelecidos no regulamento da OBMEP.

A premiação das escolas está vinculada à premiação obtida por seus estudantes segundo critérios estabelecidos e o que compõe a lista de prêmios são: um computador, com pacote de programas livres relacionados ao ensino de matemática, e uma impressora. Já as secretarias de educação dependem dos resultados das escolas municipais inscritas na OBMEP e terão direito a concorrer a troféus.

A premiação de professores ocorre de acordo com critérios estabelecidos e divulgados pela coordenação da OBMEP. A cada ano, após a divulgação da lista de classificados para a 2ª fase da OBMEP as escolas indicam os professores que devem concorrer aos prêmios.

Em 2012, os professores foram premiados com um tablet, uma placa de homenagem, uma assinatura anual da *Revista Professor de Matemática* (RPM), também foram convidados a participar do fórum virtual *Hotel de Hilbert* do PIC da OBMEP.

Além disso, em alguns estados como Minas Gerais, a própria Secretaria de Educação realiza premiação para os medalhistas, professores de destaque e escolas com melhor desempenho.

Programas de Iniciação Científica da OBMEP

Atualmente há dois programas de Iniciação Científica vinculados à OBMEP, o PIC e o PICME. De modo geral, a Iniciação Científica em Matemática visa transmitir aos estudantes cultura sobre a área, desenvolver o rigor da leitura e da escrita, introduzir novos conceitos, técnicas e métodos, além da independência do raciocínio analítico.

O principal objetivo do PIC e do PICME é despertar a vocação científica do estudante, as atividades ocorrem sob a orientação de professores qualificados de instituições de ensino superior e de pesquisa. As atividades dos programas propiciam um intercâmbio entre docentes de universidades, bolsistas dos programas, estudantes de cursos de graduação e de pós-graduação em Matemática e professores de escolas públicas aproximando-os das universidades e deste tipo de competição.

O PIC é um programa desenhado especialmente para medalhistas e menções honrosas da OBMEP, os participantes do programa que estudam em escolas públicas recebem bolsa de Iniciação Científica Jr. do CNPq. As atividades ocorrem no ano subsequente à premiação, são realizadas em encontros presencias realizados mensalmente em polos distribuídos em diversas cidades do país e conduzidas por professores de escolas e de universidades, com o auxílio de monitores que são estudantes de cursos de graduação em Matemática.

Nos encontros do PIC são abordados vários conteúdos, através de material didático preparado especialmente para os participantes e distribuídos de acordo com o nível da OBMEP que o estudante foi premiado. Também são propostos problemas interessantes de Matemática que visam estimular a criatividade dos participantes.

Além disso, os participantes do PIC têm acesso a um forum virtual *Hotel de Hilbert*, elaborado pela OBMEP, no qual encontram diversos materiais, podem participar de discussões, acompanham os resultados das atividades dos encontros presencias e, com ajuda de moderadores, realizam tarefas complementares às aulas presenciais.

O desempenho no PIC, tanto nos encontros presenciais, como no forum *Hotel de Hilbert*, determina quais participantes serão selecionados para o encontro anual do *Hotel de Hilbert*, evento organizado pela OBMEP, destinado a medalhistas da OBMEP que participaram do PIC, com diversas atividades matemáticas, o encontro é realizado em um hotel em Nova Friburgo no estado do Rio de Janeiro.

Já o PICME é um programa direcionado aos medalhistas da OBMEP e da OBM que ingressaram em em cursos de graduação ou em curso de pós-graduação em Matemática, os participantes que são estudantes de graduação recebem bolsa de iniciação científica do *Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico* (CNPq) e os que são estudantes de pós-graduação recebem bolsa da *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior* (CAPES), esta última garantida automaticamente a todo medalhista que ingressem em curso de pós-graduação em Matemática.

Os orientadores do PICME são docentes de departamentos de Matemática de universidades que têm programas de pós-graduação em Matemática, as Comissões Coordenadoras destes cursos são responsáveis pelo gerenciamento das atividades do PICME nas universidades.

Outros Programas da OBMEP

No corrente ano (2013), foram criados e estão sendo divulgados os *Clubes de Matemática da OBMEP*, concebidos como ambientes interativos nos quais será possível desenvolver, pesquisar e criar atividades matemáticas de forma ampla e divertida através de atividades como gincanas regionais e nacionais, discussão de filmes, resolução de problemas, jogos, além de filmagens e atividades que explorem programas de geometria dinâmica.

A participação nos clubes de matemática não é restrita aos alunos participantes da OBMEP, ou seja, alunos de escolas privadas, dos ensinos fundamental II e médio podem também organizar um *Clube Olímpico de Matemática - COM.* Alunos do ensino superior, assim como professores, podem também participar como orientador de um COM.

As normas de um COM, como participar e o regulamento, estão disponíveis na página dos Clubes de Matemática da OBMEP:

`http://clubes.obmep.org.br/blog/`.

Ainda em 2013 a OBMEP, juntamente com a organização da OBM e o IMPA estão dando maior ênfase e divulgação aos *Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo - POTI.* Hoje já existem 8 POTI no Brasil, nos estados da Bahia, Ceará, Piauí, São Paulo e Rio de Janeiro. Nesses polos, são oferecidos, ao longo de todo ano, cursos gratuitos e presenciais de matemática para os interessados em participar da OBM e OBMEP e que estejam matriculados no oitavo ou nono ano do Ensino Fundamental (nível II de ambas as competições) ou qualquer uma das três séries do Ensino Médio (nível III).

O curso abrange os conteúdos de Álgebra, Combinatória, Geometria Plana e Teoria dos Números e os vídeos das aulas e outras informações encontram-se disponíveis em: `http://poti.impa.br/`.

Criado em 2009, um outro programa de treinamento olímpico é o *PECI - Preparação Especial para Competições Internacionais*, este destinado à um grupo seleto de medalhistas de ouro da OBMEP. As atividades são virtuais e presenciais, em encontros que ocorrem ao longo do ano. Em 2013 os alunos terão 4 encontros presenciais, com professores com muita experiência em olimpíadas internacionais. Como requisito inicial para a participação de olimpíadas internacionais, os alunos participantes devem participar e ser premiados na OBM.

Avaliação da OBMEP

Até o presente momento a OBMEP é uma competição de Matemática única, que não tem um paralelo no mundo. O documento *Avaliação de Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP - 2005/2009)*, [16, p. 15], diz que:

> "A OBMEP é uma política pública mundialmente reconhecida, uma das maiores iniciativas governamentais voltadas ao processo de ensino-aprendizagem em matemática, visando melhorar a motivação, o interesse e o desempenho dos alunos nas escolas públicas brasileiras.

O projeto da OBMEP é jovem e de dimensão ampla, recentemente surgiram os primeiros artigos sobre os impactos da competição e as primeiras avaliações, sendo a mais completa a supracitada ([16]), na qual são avaliados o desenvolvimento da competição, atividades, planos de ação e objetivos.

A avaliação de [16] é dividida em três artigos que avaliam os resultados da OBMEP como um plano de ação político listando críticas, sugestões e aprimoramentos. Destacam:

1. O material, banco de questões e apostilas do PIC, sendo de ótima qualidade, desafiador, inovador e exigente de raciocínio lógico.
2. As provas, que apresentam alto grau de dificuldade em relação ao atual nível de ensino e aprendizagem das escolas públicas.
3. Os programas de aprimoramento dentro da OBMEP.
4. A identificação da olimpíada como canal para excelência da educação pública.
5. O impacto nas práticas de ensino desde a preparação de material, passando pela avaliação e visão da matemática.

6. A valorização de alunos e professores através das premiações.
7. A interdisciplinaridade com proporcionada pela competição, notadamente com a materia de Língua Portuguesa.

Neste documento constam também as avaliações da OBMEP em diferentes perspectivas, do gestores, dos professores e dos estudantes. Os primeiros vêem a OBMEP como cumpridora do seu papel de mobilização do conjunto de atores da instituição em torno de um objetivo comum: o sucesso das escolas.

Assim os gestores promovem a preparação contínua dos professores; oferecimento de pontuação; apoio específico e direcionado para a segunda fase buscando mecanismos para aproximar o conteúdo da OBMEP do conteúdo curricular de Matemática.

Os professores vêem a OBMEP como uma competição que organiza temas extracurriculares de abordagem da matemática, estabelecendo uma proximidade pessoal com os alunos além de proporcionar a estes envolvimento em atividades de pesquisa em Matemática.

Os professores exploram o banco de dados da OBMEP e as provas dos anos anteriores, selecionam previamente alunos com potencial de premiação na competição, promovem a criação de uma cultura geral de apreço pela disciplina, envolvem alunos com maior desempenho com alunos com menor desempenho, promovem estabelecimento de clima de competitividade positiva e ministram o conteúdo de forma motivadora e desafiadora.

Já os alunos envolvidos inicialmente não se preparam especificamente para a Olimpíada. Mas após uma boa participação individual ou de um grupo da escola e quando contam com o apoio e o incentivo de professores passam a participar de atividades extracurriculares de matemática, envolve-se em aulas práticas, desafiadoras e motivantes, têm espírito de competitividade e interesse nos prêmios. Preparam-se resolvendo “problemas olímpicos"de anos anteriores contam com o apoio e acompanhamento familiar.

De fato, nesta avaliação encontramos a seguinte afirmação:

> Mais provável, entretanto, é que o efeito das Olimpíadas no conjunto dos alunos da escola se dê por um mecanismo de irradiação. A presença de alunos e professores premiados impacta o clima pedagógico da escola. O maior envolvimento de todos resulta em melhor desempenho dos alunos.

Iniciada, como já citado, em 2005, a OBMEP vem crescendo a cada ano e criando um ambiente estimulante para o estudo da Matemática entre alunos e professores de todo o país.

A tabela abaixo apresenta o crescimento numérico e abrangência da OBMEP.

ANO	**MUNICÍPIOS (%)**		**ESCOLAS**		**PARTICIPANTES**	
	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE
2005	93,5	91,9	31.031	29.074	10.520.831	457.725
2006	94,5	92,4	32.655	29.661	14.181.705	780.864
2007	98,1	96,9	38.450	35.483	17.341.732	780.333
2008	98,7	96,9	40.397	35.913	18.326.029	789.998
2009	99,1	98,1	43.854	39.387	19.198.710	841.139
2010	99,16	98,3	44.717	39.929	19.665.928	863.000
2011	98,9	98,1	44.691	39.935	18.720.068	818.566
2012	99,42	98,5	46.728	40.770	19.140.824	823.871

Tabela 1.2: OBMEP em números

Esses números e os resultados obtidos até o momento vão de encontro ao que se conclui na avaliação [16]:

> Os procedimentos de investigação relatados [...] nos remetem a uma iniciativa de grande envergadura que, de uma forma ou de outra, é um dos mais significativos movimentos de mobilização de escolas públicas no Brasil e uma das políticas públicas de maior alcance geográfico e humano de que se tem notícia.

1.4 Olimpíadas Regionais

Aqui chamamos de regionais as olimpíadas estaduais, municipais e outras olimpíadas de menor abrangência que as nacionais. Dissertaremos apenas sobre três olimpíadas: *Olimpíada Paulista de Matemática*, por ser precursora das Olimpíadas de Matemática no Brasil; *Olimpíada Mineira de Matemática*, por ser uma das mais importantes do estado de Minas Gerais e estarmos situados neste estado e a *Olimpíada Viçosense de Matemática*, por ser organizada pelo *Departamento de Matemática* da *Universidade Federal de Viçosa* onde o autor dessa dissertação cursa o programa de *Mestrado Profissional em Matemática* e a orientadora dessa dissertação ser a coordenadora dessa Olimpíada.

1.4.1 Olimpíada Paulista de Matemática

Durante o *Movimento da Matemática Moderna* (MMM), foi criado, em 1961, no Brasil, o Grupo de Estudo do Ensino de Matemática (GEEM) com o objetivo de coordenar e divulgar o movimento.

Dentre as atividades do GEEM destacou-se a criação da *Olimpíada de Matemática do Estado de São Paulo* (OMESP) que vinha com o objetivo de incentivar a competição individual e em equipe e instaurar ideias do MMM nas escolas secundárias.

Em sua primeira edição já contou com a participação de 100 mil estudantes que eram colocados frente a testes mistos, ou seja, com questões de múltipla escolha e também questões dissertativas.

Em 1969 houve a segunda e última edição da OMESP, agora contando com o quádruplo do número de participantes da primeira edição. Essa foi a última edição pois o MMM foi extinto fazendo com que o Estado de São Paulo ficasse por 8 anos sem uma Olimpíada de Matemática.

Assim como a disputa matemática ocorrida em 1894 na Hungria foi a precursora das atuais olimpíadas, a *Olimpíada Paulista de Matemática* (OPM), organizada em 1977 pela *Academia Paulista de Ciência*, tendo como idealizador o professor *Shigeo Watanabe* e apoiada inicialmente pela Microsoft Brasil e agora também pela *Fundação Carlos Chagas*, *Sociedade Brasileira de Matemática* e o Governo do Estado de São Paulo, foi a precursora das Olimpíadas de Matemática no Brasil.

Desta olimpíada podem participar estudantes das escolas municipais, estaduais, federais e privadas do Estado de São de Paulo que estejam cursando o ensino fundamental ou o ensino médio. Há também a possibilidade de serem aceitos participantes de outros Estados e países.

Os participantes são escolhidos pelos professores da escola, sem limite de número de participantes, na primeira fase e são divididos em três níveis:

- Nível α (alfa): composto por alunos do 6º e 7º anos do ensino fundamental.
- Nível β (beta): composto por alunos do 8º e 9º anos do ensino fundamental.
- Nível γ (gama): composto por alunos das duas primeiras séries do ensino médio.

Com a finalidade de ampliar a divulgação do evento criou-se uma associação denominada Associação Paulista de Olimpíada de Matemática (APOM) que se propõe a organizar a OPM, publicar material de apoio a estudantes e professores, proporcionar capacitações, formular provas e banco de questões e acompanhar os interessados em participar de outras olimpíadas regionais, nacionais e internacionais.

Essa comissão também propõe um roteiro de estudos para as provas que é diferenciado em níveis e fases. Esse tipo de informação e divulgação não é comum em Olimpíadas de Matemática. Veja abaixo a relação desses conteúdos extraída do site da competição que pode ser acessado em: `http://www.opm.mat.br`

Nível Alfa 6º e 7º anos do Ensino Fundamental

Primeira Fase

1) Sistema de numeração decimal;

2) Números naturais, inteiros e racionais;

3) Múltiplos e divisores de um número inteiro; MMC e MDC;

4) Potenciação de racionais;

5) Ângulos e polígonos;

6) Noções intuitivas sobre sólidos geométricos.

Fase Final

1) O conteúdo da primeira fase;

2) Expressões algébricas e sentenças matemáticas;

3) Equações e problemas do 1^o grau;

4) Razão e proporção; grandezas diretamente e inversamente proporcionais;

5) Porcentagem Medidas de comprimento, área, volume, massa e tempo;

6) Ângulos: bissetrizes, ângulos consecutivos, adjacentes, complementares e suplementares;

ângulos formados por duas paralelas e uma transversal;

7) Noções elementares de contagem.

Nível Beta 8º e 9º anos do Ensino Fundamental

Primeira Fase

1) Números reais, polinômios;

2) Fatoração algébrica e produtos notáveis;

3) Equações, sistemas e problemas do 1° e 2° graus;

4) Construção e interpretação de gráficos;

5) Ângulos: bissetrizes, ângulos consecutivos, adjacentes, complementares e suplementares;

6) Ângulos formados por duas paralelas e uma transversal;

7) Teorema de Pitágoras;

8) Áreas de polígonos

Fase Final

1) O conteúdo da primeira fase;

2) Funções afins e quadráticas;

3) Congruência e semelhança;

4) Trigonometria no triângulo retângulo;

5) Relações métricas nos polígonos e na circunferência;

6) Áreas de polígonos e do círculo;

7) Noções elementares de contagem e probabilidade;

8) Noções de estatística.

Nível Gama 1^a **e** 2^a **séries do Ensino Médio**

Primeira Fase

1) Funções afins e quadráticas;

2) Funções logarítmicas;

3) Funções exponenciais;

4) Funções trigonométricas;

5) Análise combinatória;

6) Binômio de Newton;

7) Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas.

Fase Final

1) O conteúdo da primeira fase;

2) Matrizes;

3) Determinantes;

4) Sistemas lineares

5) Noções elementares de probabilidade

6) Geometria espacial: métrica e posição

De acordo com a OPM a participação é cada vez mais expressiva sendo que cerca de 1000 escolas e 45000 estudantes só do Estado de São Paulo, já participam dessa competição.

1.4.2 Olimpíada Mineira de Matemática

A *Olimpíada Mineira de Matemática* é uma saudável competição em que os estudantes resolvem problemas de Matemática que envolvem bastante raciocínio e criatividade. É um projeto de extensão da *Universidade Federal de Minas Gerais* (UFMG) e tem como objetivos principais a difusão e divulgação desta ciência, estimulando o interesse de professores e estudantes; o fortalecimento do contato entre as escolas de educação básica e o *Departamento de Matemática* da UFMG, prioritariamente as escolas públicas; detectar e orientar jovens com especial talento para a pesquisa científica, especialmente em Matemática [24].

Para participar a escola deverá fazer sua inscrição convidando todos os alunos interessados não havendo limite de participação na primeira fase da competição. Os estudantes inscritos, por suas respectivas escolas, são divididos em três níveis:

- Nível 1 - 6^o e 7^o anos do ensino fundamental.
- Nível 2 - 8^o e 9^o anos do ensino fundamental.
- Nível 3 - 1ª, 2ª e 3ª séries do ensino médio.

A OMM é dividida em duas fases. Até 2009 todas duas fases eram de responsabilidade da organização dessa olimpíada, ou seja, a elaboração das provas eram feitas pelo Departamento de Matemática da UFMG. As provas da primeira fase eram compostas por 15 questões de múltipla escolha e as da segunda fase por 5 problemas discursivos.

A partir de 2010 a OMM adotou como primeira fase a prova da OBM na busca por apoiar e divulgar essa competição. Assim todas as escolas e estudantes inscritas na OBM estarão automaticamente inscritos na OMM. A segunda fase continua a cargo da organização da OMM nos mesmos moldes já citados acima.

1.4.3 Olimpíada Viçosense de Matemática

A *Olimpíada Viçosense de Matemática* (OVM) é uma competição anual voltada aos estudantes das escolas municipais e estaduais do município de Viçosa em Minas Gerais, com o objetivo inicial de estimular, incentivar e promover o estudo de Matemática na cidade.

A competição teve início em 2010 com um grupo de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa (UFV), através de uma atividade proposta na disciplina Prática de Ensino de Matemática I. Organizada em um único nível, teve a participação de mais de 200 estudantes do ensino médio.

Em 2011 houve uma sistematização dessa competição que passou por uma reformulação, reorganização, regulamentação e ampliação tornado-se um projeto de extensão da UFV e sendo oferecida em dois níveis: o nível 1 destinado a estudantes dos 8^{o} e 9^{o} anos do ensino fundamental e o nível 2 para estudantes do ensino médio.

Na sua terceira edição, ocorrida em 2012, a competição é novamente ampliada, agora constando de duas fases e três níveis, abrangendo também estudantes dos 6^{o} e 7^{o} anos do ensino fundamental. Com isso amplia-se também os objetivos da competição que passam a ser:

1. Estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das redes estaduais e municipais de ensino da cidade de Viçosa-MG;
2. Colaborar na melhoria da qualidade do ensino de Matemática na Educação Básica do município;
3. Estimular a prática docente dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UFV;
4. Apresentar aos professores de Matemática das redes estaduais e municipais de ensino da cidade de Viçosa-MG novas ideias no ensino de Matemática;
5. Despertar nos alunos do ensino básico a curiosidade para pesquisar e a vontade de querer aprender e solucionar problemas matemáticos;
6. Contribuir para a integração das escolas estaduais e municipais de Viçosa com a UFV.
7. Promover a inclusão social através da difusão do conhecimento matemático;
8. Identificar jovens talentos. [26, p. 1]

A 1^{a} fase é composta de uma prova de múltipla escolha com 10 questões e duração máxima de 2 horas. Já a segunda fase é uma prova discursiva com 5 problemas e duração máxima de 3 horas.

Segundo o regulamento dessa competição são selecionados, para a 2^{a} fase, dez por cento (10%) do total de inscritos, por escola, para a 1^{a} fase.

Ainda segundo o mesmo regulamento, serão premiados, em cada nível, os estudantes com melhor rendimento, com medalhas de ouro, prata e bronze, além de menções honrosas e outros prêmios. Os professores incentivadores da OVM também são premiados com placas de homenagem e as escolas destaques recebem troféus como premiação.

“Neste processo pretende-se estabelecer um diálogo com os professores de Matemática das escolas envolvidas a fim de criar novas estratégias para superar dificuldades no ensino da disciplina"[19, p. 6].

Capítulo 2

Organizando uma Olimpíada de Matemática

Neste capítulo delimitamos, em um primeiro momento, apoiados em resultados de pesquisas nacionais sobre o ensino e aprendizagem de matemática e sobre a *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas* e fazendo uma ligação com os objetivos relatados no capítulo primeiro sobre Olimpíadas de Matemática, o porquê de se organizar uma Olimpíada de Matemática.

Em seguida apresentamos atividades que chamamos de pré-olímpicas com o objetivo de divulgação e aproximação de estudantes com a Olimpíada de Matemática, atividades estas que podem ser aplicadas ainda fora do contexto das olimpíadas.

Finalizamos apresentamos uma sequência de pontos que se seguida pelo professor levará à confecção de um projeto de Olimpíada Escolar a ser apresentado para a coordenação e direção da escola em questão.

2.1 O porquê de se organizar uma Olimpíada

Resultados do 2º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional especificamente em Matemática mostram que "a dificuldade maior dos entrevistados não está em "fazer contas", mas em resolver problemas"[17, p. 19], sugerindo-se assim novas diretrizes para o ensino da matemática que tentem suprir essa dificuldade.

> Surge, pois, como fundamental a necessidade de a escola dar mais atenção ao desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas. Desenvolver estratégias de resolver problemas é muito mais do que ensinar a fazer contas ou decorar fórmulas. O aluno precisa aprender a estabelecer um plano, selecionar dados relevantes, executar o planejamento e controlar essa execução, interpretar e criticar as respostas. [17, p. 19]

Esse estudo revela também a privação, de boa parte dos brasileiros, de uma participação efetiva em sua própria vida social pela dificuldade encontrada e demonstrada para acessar dados e relações apresentados em gráficos e tabelas que podem ser importantes na avaliação de situações e na tomada de decisões.

Vimos no primeiro capítulo desta dissertação, ao tratarmos do histórico das olimpíadas, que objetivos como: desenvolver a habilidade lógica, a criatividade e sociabilidade; desenvolver métodos adequados de pensamento e de trabalho; proporcionar um ambiente adequado para ampliação de habilidade matemáticas; melhorar o sistema de ensino e etc... vão ao encontro às necessidades explicitadas na pesquisa citada acima.

A inserção das olimpíadas no panorama da educação pública brasileira tem sido estimulada pelo *Ministério da Educação* (MEC) e pelo *Ministério da Ciência e Tecnologia* (MCT), em parceria com o *Instituto de Matemática Pura e Aplicada* (IMPA) e com a *Sociedade Brasileira de Matemática* (SBM), responsáveis pela Direção Acadêmica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

> Atualmente, cerca de 90 países utilizam Olimpíadas de Matemática como parte de suas políticas educacional, científica e tecnológica. O InterAcademy Council, que reúne as mais prestigiadas Academias de Ciências do mundo, defende a idéia de que as atividades com Olimpíadas são uma ferramenta de inclusão social e de avanço científico e tecnológico, principalmente para os países periféricos. [15, p. 5]

A introdução da OBMEP na rede pública visa à diminuição dos altos índices de reprovação em Matemática e à evasão nesta disciplina, proporcionando aos estudantes uma visão diferenciada e de maior interatividade, a fim de desenvolver a habilidade lógica, a criatividade e a sociabilidade, bem como métodos adequados de pensamento e de trabalho.

Bagatini [3] aponta que, diante das diversas tentativas de incentivar o estudo da Matemática, algumas se sobressaem, entre elas, as Olimpíadas de Matemática realizadas em âmbito mundial, nacional, regional, etc...

Corroborando com Bagatini, Arancibia, et al. [2] ressaltam a importância da olimpíada para restaurar o ensino e aprendizagem de Matemática através da proposta de resolução de problemas que busca explorar o raciocínio lógico, adquirir estratégias e capacidade de leitura e interpretação de dados e ainda observam que a participação nas olimpíadas é uma forma de perceber a aplicabilidade de conteúdos tomados, em primeiro momento, apenas como teoria.

Como complemento, Barbosa [4] propõe que as vantagens de uma Olimpíada ainda incluem a elevação da autoestima de professores, alunos e da comunidade escolar.

Em pesquisa que buscou traçar um panorama dos recursos humanos em matemática no Brasil, a SBM e o IMPA por meio dos pesquisadores J. L. Barbosa (UFC), M. J. Carneiro (UFMG), S. Druck (UFF), J. Koiller (LNCC), M. A. Ruas (USP/SCar), C. Tomei (PUC/Rio), com a colaboração de J. Palis (IMPA) ressaltam a preocupação com o ensino de Matemática em todos os níveis e fundamentam a hipótese de um ensino fundamental e médio com grandes deficiências matemáticas seja pela má formação dos professores, desinteresse dos estudantes e políticas públicas.

Diante o cenário encontrado, o documento afirma ser "necessária uma mobilização imediata da comunidade matemática na discussão de diretrizes para o ensino da matemática e na implementação de novos programas de aperfeiçoamento dos atuais professores e ampliação dos já existentes..."[27, p. 5], e aponta ser de extrema importância esses programas de aperfeiçoamento dos professores já inseridos nos ensinos fundamental e médio.

Ainda segundo esse mesmo documento [27], para esse grupo de professores seria necessário a produção de material bibliográfico, o intercâmbio entre esses professores e instituições formadoras mais qualificadas e etc. sendo que umas das alternativas para se alcançar o que está sendo proposto seria a ampliação das Olimpíadas de Matemática.

Percebemos então, que os objetivos traçados no início da implementação de uma olimpíada de matemática, até aqueles mais direcionados aos professores tal como o incentivo ao aperfeiçoamento na busca de novos recursos, são de extrema importância para a melhoria do ensino e aprendizagem de matemática.

O documento supra citado também comenta que os estudantes que se preparam, ou poderiam se preparar, para ingressar em uma licenciatura ou bacharelado em matemática não o fazem por falta de estímulo, seja da escola, professores e/ou políticas públicas. E novamente temos as *Olimpíadas de Matemática* colocadas como uma ferramenta na tentativa de sanar essa dificuldade ao objetivar o incentivo e desenvolvimento do gosto pela matemática, o contato com um espaço acadêmico que favoreça a formação do estudante e a descoberta de novos talentos e futuros líderes de sociedades matemáticas.

Em sua pesquisa sobre a Avaliação de impacto da OBMEP na comunidade escolar e na comunidade externa, a partir das percepções dos diversos atores envolvidos, tais como, alunos, professores, pais de alunos e gestores educacionais, Maranhão [16] destaca alguns aspectos positivos dessa prática: a existência de interesse, motivação e estímulo à melhoria do aprendizado dos estudantes em relação à Matemática; a formação de grupos e melhoria das relações entre estudantes e professores e entre os próprios estudantes fortalecendo laços de solidariedade, a sensação de responsabilidade, de integração social, de inclusão social e ampliação do reconhecimento da autonomia individual que possuem frente ao próprio desenvolvimento e ainda o repensar as práticas pedagógicas dos professores pelos próprios professores.

A implantação de uma Olimpíada, seja em qualquer âmbito, permite então estabelecer um diálogo entre professores de Matemática das escolas envolvidas permitindo estabelecer novas estratégias para superar dificuldades no ensino desta disciplina.

Moraes [19] destaca o comentário feito pelo matemático *Jacob Palis* na apresentação do livro *Olimpíadas Brasileira de Matemática, 9ª a 16ª: problemas de resoluções*:

> As Olimpíadas de Matemática são hoje reconhecidamente um poderoso instrumento não só para a descoberta de talentos, mas também para difusão desta área fundamental do conhecimento, a que são expostas nossas crianças desde bem cedo. De fato, quando organizadas em várias etapas ou fases para o mesmo grupo de crianças ou jovens, pode-se ir desde testes amigáveis e atraentes até a etapa mais seletiva da descoberta de talentos, muitos deles tornando-se mais tarde excelentes cientistas ou profissionais em geral (p. 7).

A participação em Olimpíadas de âmbito nacional como a OBMEP tem crescido rapidamente como vimos na Tabela 1.2 e isso faz com que o percentual de premiados seja reduzido proporcionalmente em função da premiação disponível e da crescente participação, segundo Maranhão [16], já que o número de premiados, de acordo com o regulamento da OBMEP, não se altera em consonância com o número de participantes.

Por exemplo, na realização da OBMEP em 2012, com uma participação de mais de 19 milhões de estudantes na primeira fase e a quantidade de prêmios segundo o seu regulamento, temos uma porcentagem máxima de 0,26% de alunos premiados participantes da 1ª fase e considerando somente os participantes da 2ª fase essa porcentagem sobe para 6,15%.

Assim a implementação de uma Olimpíada em um município ou em uma escola, terá uma abrangência populacional menor, possibilitando que uma porcentagem maior de estudantes sejam premiados, ou tenham mais possibilidade de receber uma premiação, que talvez não teriam na OBMEP por exemplo, favorecendo então uma maior motivação para participação e ainda servindo como preparação para competições de maior abrangência.

Além disso, a implementação de uma Olimpíada em um município ou em uma escola possibilita captar a atenção e o interesse não só dos alunos mais preparados, mas também daqueles que apresentam baixo desempenho, desenvolver, também, um espírito competitivo, sadio e a criatividade na resolução de problemas além de que perceber que a Matemática é uma ciência viva.

2.2 Atividades Pré-Olímpicas

É de extrema importância a divulgação das olimpíadas sejam elas escolares, municipais, estaduais, nacionais ou internacionais.

Quando falamos em Matemática já há uma aversão por parte de muitos estudantes, imagine então quando estes se deparam com um cartaz que divulga uma Olimpíada de Matemática. É claro que a reação de alguns é logo a de se afastar o máximo possível de tal evento, daqueles que irão participar, seus organizadores e demais envolvidos.

Preocupados em como deve ser esse primeiro contato com as olimpíadas e mais especificamente com as questões e suas formas de abordar a matemática, sugerimos que essa divulgação tenha início dentro de cada sala de aula ainda como uma aula comum, através de algumas atividades.

Os objetivos das atividades pré-olímpicas são portanto:

- Divulgar a futura olimpíada;

- Colocar os alunos em contato com problemas olímpicos;
- Despertar o interesse de um maior número de estudantes para participar da futura olimpíada.

Buscaremos isto através de atividades que consideramos de maior alcance e ao final daremos outras sugestões de inserção de problemas olímpicos no cotidiano de sala de aula.

As duas primeiras atividades são adaptações de atividades propostas no livro *Círculos Matemáticos: A experiência Russa* [13].

2.2.1 Campeonato Pré-Olímpico

Essa atividade tem a previsão de duração de 2 aulas de aproximadamente 50 min que devem ser, se possível em semanas diferentes e tem como público alvo todos os alunos que se pretende envolver na futura olimpíada.

É importante frisar que a não impressão da obrigatoriedade de participação faz com que o estudante se sinta mais a vontade em envolver-se ou não com as demais atividades e a própria olimpíada. Mas também é importante ressaltar o papel do professor neste momento crucial de envolvimento dos estudantes.

A motivação dos estudantes partirá da motivação do professor e da forma de abordá-los para tal atividade. Há ainda a possibilidade de incentivo através de premiação e a seleção de atividades que estejam relacionadas com assuntos já estudados e até mesmo com um grau de dificuldade menor.

Ainda assim se alguns estudantes relutarem em não participar da atividade prepare atividades relacionadas ao conteúdo que está sendo trabalho normalmente em sala de aula e peça-os para fazerem as atividades enquanto o campeonato estiver em progresso, mas não os retire da sala pois pode ser interessante o contato indireto deles com as outras atividades e toda movimentação daqueles que aceitaram participar.

O campeonato será disputado em duas fases:

1ª fase: Ocorrerá na primeira aula destinada a esta atividade. Os participantes devem ser divididos em grupos iguais de, no máximo, quatro pessoas cada um. Se o número de alunos participantes não for múltiplo de quatro, fica a critério do professor um novo agrupamento ou distribuição nos grupos dos alunos restantes.

Esta fase será composta de rodadas e o número de rodadas será definido em função do número de participantes de cada grupo. Em cada rodada, os representantes dos grupos deverão resolver uma questão pré-definida pelo professor (a mesma para todos os grupos), com um tempo limite de 5 minutos. Em cada rodada muda-se o representante do grupo.

O grupo do estudante que terminar corretamente e em menor tempo ganha n pontos na tabela deste campeonato, sendo n o número de grupos. O segundo mais rápido e correto ganha $(n-1)$ pontos, o terceiro $(n-2)$ pontos e assim por diante.

O número de rodadas será definido em função do número de participantes em cada grupo. Se um grupo ou mais grupos ficarem com um número maior de participantes algum componente dos grupos menores participará em mais de uma rodada.

Terminada essa fase o professor apresenta a segunda fase, que ocorrerá na próxima semana, visto que, como veremos mais adiante, essa fase requer uma preparação e pesquisa por parte dos alunos e do professor.

No próximo capítulo apresentaremos algumas questões e suas respectivas soluções para cada nível comumente distribuído pelas olimpíadas de matemática a saber: Nível I: 6º e 7º anos; Nível II: 8º e 9º anos e Nível III: Ensino Médio, e ainda fontes na rede nacional de computadores, algumas dessas podem ser usadas pelo professor nesta primeira fase.

2ª fase: Esta fase será composta de 3 rodadas e ocorrerá na segunda aula. Na primeira rodada, cada grupo sorteia um outro grupo e o desafia propondo uma questão. Nas segunda e terceira rodadas, cada grupo propõe uma questão a um outro grupo de sua escolha.

Um grupo não poderá ser desafiado por mais de um outro grupo em uma mesma rodada. Em todas as três rodadas se o grupo resolver corretamente, num tempo máximo de 10 minutos, a questão proposta, ganha 2 pontos. Caso o grupo desafiado não resolva a questão, um componente do grupo desafiante, escolhido pelo seu grupo, deverá apresentar, sem consulta, a solução.

Na segunda rodada, o aluno que apresentará a solução, caso o grupo desafiado não a apresente, será escolhido pelo grupo que propôs a questão. Já na terceira rodada o aluno é escolhido pelo grupo desafiado. Caso o desafiante não consiga apresentar a solução, seu grupo perde 1 ponto.

As questões desta fase deverão ser selecionadas pelos grupos participantes em materiais impressos ou eletrônicos e depois, organizados em um documento. Devem ser entregues, com antecedência ao professor, impressas, com referência e com solução para que este analise as soluções apresentadas, prepare suas próprias soluções e ainda organize um material com todas as questões propostas durante toda a atividade.

2.2.2 Leilão Matemático

Essa atividade pode ser individual ou em equipes e funciona da seguinte maneira.

O professor, que será o leiloeiro, prepara uma lista de problemas que serão *"leiloados"*. É interessante que os problemas sejam colocados em ordem crescente de dificuldade para que os estudantes não se sintam desmotivados por não conseguirem resolver nenhum problema.

Um leilão envolve dinheiro, logo o professor deve criar uma "moeda"fictícia, como por exemplo, *"gaussio"*, ou uma sugestão dada pelos próprios estudantes. Criada a moeda o professor distribui para cada estudante ou grupo de estudantes uma quantia inicial que pode ser de 1000 *gaussios*.

Finalmente começa-se o leilão propriamente dito e o leiloeiro (professor) anuncia um problema e o valor dele. O estudante ou grupo que comprar esse problema terá por objetivo apresentar, dentro de um tempo determinado pelo professor, a solução do problema tentando assim aumentar o capital que recebeu.

Suponha que o primeiro problema seja oferecido por 100 *gaussios* e um determinado estudante ou equipe dê um lance de 10 *gaussios* e arremate o problema. Essa equipe então terá que apresentar uma solução para o problema dentro do prazo estabelecido pelo leiloeiro. Se essa solução estiver correta a equipe que arrematou o problema aumenta seu capital em 90 *gaussios* $(100 - 10 = 90)$.

Suponha que a solução não esteja totalmente apresentada, ou com alguns erros. Depois de uma avaliação pelo leiloeiro, este avisa a todos que a solução apresentada não está totalmente correta e o estudante ou equipe perde os 10 *gaussios*, e o problema, acompanhado ou não da solução incompleta, volta a ser leiloado dando oportunidade para que outro participante dê um lance e tente apresentar a solução correta.

O problema é oferecido no leilão várias vezes, até que nenhuma equipe queira comprá-lo. Quando isto acontece, a equipe que conseguiu o melhor resultado recebe o valor do problema, descontado, é claro, o valor que ela ofereceu. Então o próximo problema é oferecido em leilão e assim por diante.

2.2.3 Circuito Matemático

A atividade aqui proposta pode ser melhor trabalhada de forma interdisciplinar com o professor de Educação Física e até mesmo professores de outras disciplinas em qualquer faixa etária, tomando o cuidado de adaptar as atividades ao nível de escolaridade dos alunos.

Além disso, esse tipo de atividade é desenvolvida com a *energia* dos estudantes, que nesse caso pode ser utilizada, trabalhada e ainda servir como motivação para a participação nas atividades. Na verdade um dos grandes desafios dos professores é propor atividades de aprendizagem associadas a atividades físicas.

O circuito poderá, entre uma tarefa e outra, de matemática ou outra disciplina, conter uma atividade física como por exemplo uma simples corrida até alcançar o local onde está o outro problema, ou uma *“corrida de saco"*, etc.

Divida os participantes em equipes preocupando-se com uma divisão homogênea. Essas equipes deverão percorrer o circuito e em alguns momentos deverão cumprir algumas tarefas para que possam dar prosseguimento ao percurso e chegar ao fim do circuito.

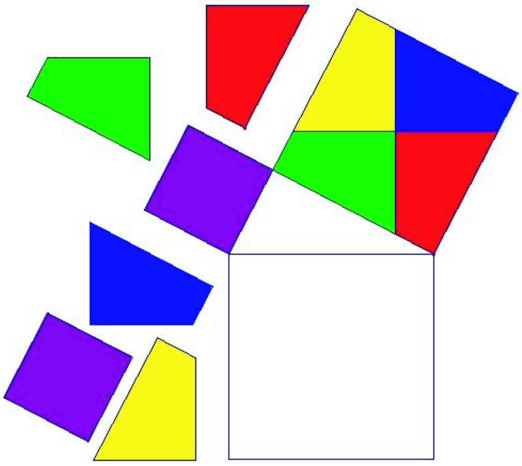
Cada equipe deverá percorrer o circuito sozinha. Em cada tarefa haverá um tempo máximo para que esta seja cumprida. Caso a equipe cumpra a tarefa antes do tempo máximo terá, como bônus, o tempo que ainda restava descontado de seu tempo final. Mas caso ela não cumpra no prazo máximo terá, como penalidade, esse tempo acrescido ao seu tempo final. Sagra-se campeã a equipe que após subtraídos os bônus e somadas as penalidades obtiver o menor tempo.

A seguir daremos sugestões para as tarefas que têm como objetivo principal divulgar a Matemática e despertar o interesse dos alunos e envolver, principalmente, aqueles que são apáticos em relação a esta disciplina. Essas tarefas devem ser apresentadas aos alunos na forma escrita.

Tarefa 1: *Quebra-Cabeças Pitagórico*

A tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta independente do teorema sobre triângulos hoje universalmente conhecido pelo seu nome - que o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma dos quadrados sobre os catetos. Mas esse teorema já era conhecido pelos babilônios mais de um milênio antes, mas sua primeira demonstração geral pode ter sido dada por Pitágoras.

Se o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma dos quadrados sobre os catetos então é possível cobrir a superfície limitada pelo quadrado de lado igual à hipotenusa do triângulo com as peças que formam os outros dois quadrados de lados iguais às medidas dos catetos desse mesmo triângulo.



Essa é a sua tarefa para poder continuar seu trajeto, ou seja, monte o quebra-cabeças pitagórico e prossiga, com sua equipe, para a próxima tarefa. O tempo máximo é de 5min.

Tarefa 2: *Limitando áreas*

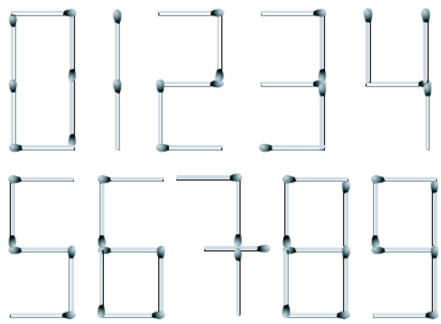
Há muitas situações na vida das pessoas que envolvem medidas de superfície. Por exemplo, na compra de um imóvel é importante conhecer a área do terreno e o preço do metro quadrado da região.

Sua tarefa neste momento é, com a corda que contém 12 nós, limitar 3 superfícies que tenham áreas iguais a 9 u.a.; 5 u.a. e 6 u.a. Você tem, no máximo 10 minutos para cumprir esta tarefa.

Tarefa 3: *Palitos de Fósforo*

Com palitos de fósforo formamos algarismos, conforme a figura. Deste modo, para escrever o número 188, usamos 16 palitos.

Sua tarefa aqui é escrever o maior número possível usando exatamente 13 palitos. Seu tempo máximo é de 5min.



Tarefa 4: *Balões com Problemas*

Selecione alguns problemas e coloque-os dentro de balões. Ao alcançar essa atividade o estudante deverá escolher um balão, enchê-lo até que ele estoure e então resolver o problema proposto.

O objetivo do estudante é resolver um único problema, logo, ele deverá encher, até estourar, quantos balões forem necessários até que apresente a solução correta de um problema.

Nesta atividade não há tempo limite, mas há um limite de quantidade de balões. Se os balões acabarem e a equipe não tiver conseguido resolver nenhuma problema esta deverá ser penalizada em 3min. Caso resolva algum problema prossegue o circuito não obtendo bônus.

Tarefa 5: *Tarefa 5: História da Matemática*

O que estudamos em matemática hoje e o que utilizamos para outras pesquisas é fruto de muita observação, criatividade e dedicação por parte de alguns estudiosos de séculos passados.

O objetivo desta atividade é relacionar, corretamente, três matemáticos ao seu respectivo feito. Para isso você tem uma tabela (ver no final desta atividade) em que na primeira linha haverá três “feitos"de três dos 6 matemáticos que estarão listados separadamente.

Escolha três dos 6 seis nomes, escreva-os abaixo dos três feitos que constam na tabela. Feita a primeira tentativa, um “monitor” que sabe a associação correta irá preencher as duas últimas colunas (4^a e 5^a) da tabela. A quarta coluna vai indicar quantos matemáticos foram usados corretamente, mas não estão no lugar certo. Já na quinta coluna será colocado o número que corresponderá a quantidade de matemáticos que foram usados corretamente e relacionados corretamente também ao seu feito.

Matemático
Gauss
Isaac Newton
Euler
Tales de Mileto
Pitágoras
Al-Khwarizmi

Cálculo da altura de uma pirâmide por meio da sombra	Efetuou a soma $1+2+3+\cdots+98+99+100$ mentalmente, com 10 anos	Implantou a notação $f(x)$ para funções		

Nesta atividade também não há tempo limite, apenas um limite de quantidade de tentativas que será dada a equipe e está relacionada diretamente com o número de linhas inseridas na tabela acima.

2.2.4 Outras atividades pré-olímpicas

As atividades relatadas acima são atividades de maior amplitude que geram um ambiente de competição saudável entre os alunos.

Há ainda outras opções de atividades pré-olímpicas que servirão de treinamento e adaptação às diversas formas de abordagem da matemática nas questões olímpicas.

Uma dessas atividades é a inserção de questões olímpicas em folhas de exercícios passadas normalmente para os alunos como fixação, aprofundamento e revisão do conteúdo que está sendo trabalhado em sala de aula. É possível selecionar questões olímpicas relacionadas a um determinado conteúdo do currículo corrente.

Mas as questões inseridas não necessariamente devem estar relacionadas ao conteúdo do currículo que está sendo trabalhado. Essas questões podem, por exemplo, servir de revisão de algum conteúdo anterior ou, ainda melhor, podem estar relacionadas ao raciocínio lógico que normalmente não é abordado como conteúdo curricular e nem mesmo é aguçado nos alunos quando se trabalha apenas os exercícios de livros didáticos e apostilas.

Atividade 1: *Banco de Questões*

Uma outra atividade, mais comum nas *Olimpíadas de Matemática* em geral, é a disponibilização de um banco de questões. Esse banco de questões pode ser impresso e entregue aos estudantes que se interessarem por essa atividade extra-classe ou pode ser disponibilizado em vias eletrônicas como e-mail, portal da escola, grupos de discussão, etc. É importante a disponibilização das soluções de tais questões, para que os alunos ganhem também um certo grau de autonomia em seus estudos.

Durante todo período pré-olímpico é importante que o(s) professore(s) envolvido(s) disponibilize(m) um tempo para tirar dúvidas dos alunos quanto aos problemas sugeridos nas atividades.

Atividade 2: *Gincana de Matemática Olímpica*

Essa Gincana consiste basicamente em disponibilizar um problema por semana para os alunos da escola como desafio.

Os alunos devem resolver o problema e entregar a sua solução para o professor coordenador que irá analisar todas as soluções a ele entregues e na semana seguinte, juntamente com um novo problema, publicará a melhor solução baseado em critérios como coerência matemática e organização escrita do raciocínio, do problema anteriormente proposto.

Atividade 2: *Turmas de Treinamento*

Passada a prova da primeira fase da olimpíada uma atividade interessante a ser oferecida aos alunos são as *"Turmas de Treinamento"* para a prova da segunda fase da olimpíada. Poderão participar dessa turma os alunos classificados para a segunda fase da olimpíada e aqueles que, mesmo não sendo classificados, ainda continuam a demonstrar interesse por participar de tais atividades.

Os encontros (aulas) deverão ser agendados com antecedência, para que os alunos interessados se organizem para poder participar. Em cada encontro deve-se ter um responsável por conduzir a atividade e pelo menos mais uma pessoa que dê suporte a este.

O responsável deverá elaborar uma lista com cinco ou seis questões do tema proposto para o encontro baseado em questões olímpicas. Esse material deve ser preparado para ser repassado aos alunos no início do encontro.

Nos treinamentos, deve-se dividir os alunos em grupos, entregar os problemas e dar um tempo para tentar resolvê-los. É importante estimular a discussão dos problemas no grupo. Após um tempo estipulado passa-se à discussão e então à resolução‘, que deve ser feita preferencialmente por algum grupo. No caso de não conseguirem resolver o problema, a resolução deve ser feita por algum professor, mas sempre discutindo com os alunos.

É interessante colocar nesses treinamentos questões factíveis para que não desanimem, mas também é importante propor desafios.

2.2.5 Atividades pré-olímpicas para professores

Quanto aos professores, é importante que esses tenham contato com os problemas olímpicos para que possam ter condições de preparar as atividades citadas anteriormente. Podemos dizer que a maioria dos professores de Matemática não participaram de Olimpíadas de Matemática enquanto estudantes e isso pode ser uma barreira que deve portanto ser transposta.

Os professores devem ser motivados de alguma forma a se envolverem na competição. Se a competição é escolar, há algum sujeito tomando frente nessa empreitada, se é municipal ou de abrangência maior há um sujeito que pode ser um professor ou um grupo de professores ligados a uma certa instituição que também estão à frente da competição.

Esses sujeitos precisam de cooperação e podem muitas vezes esbarrar na falta dela. Assim como os estudantes, os professores devem ser envolvidos em atividades que os façam sentir-se motivados e um pouco mais seguros para trabalhar com questões olímpicas.

Uma proposta de atividade para os professores é o *"estudo em grupo"*. Este estudo pode ser feito durante todo o ano letivo, mesmo fora de períodos, vamos dizer, olímpicos. É claro que neste momento poderemos esbarrar na disponibilidade dos professores, portanto um contato com a direção da(s) escola(s) se faz necessário para que possa haver, quem sabe, um acerto de algumas horas (pagas) destinadas a esses encontros. Podem ser usados também alguns encontros pedagógicos existentes em algumas instituições.

Nesse grupo de estudos, após definidos dias e horários (de início e fim) pode-se começar pela resolução de provas mais recentes como as da OBMEP e OBM. Neste tempo os professores poderão tirar dúvidas uns com os outros e já terão oportunidade de preparar atividades para os alunos selecionando as questões que estão sendo resolvidas e até mesmo separando-as em determinados blocos de assuntos.

Após alguns encontros de resolução e discussão de exercícios e ainda de preparação de material para os estudantes, os professores podem elencar assuntos que eles terão que estudar. Devem estabelecer um calendário com compromisso de apresentar para a escola turmas de olimpíada.

Os assuntos elencados podem ser distribuídos para os professores participantes que também receberão sugestões de materiais de pesquisa e estes ficarão responsáveis por preparar um material e uma apresentação do assunto em outros encontros.

No artigo *"Olimpíada de Matemática - uma porta para o futuro"*, Carneiro [8] lista alguns materiais para estudos com turmas que estão se preparando para uma olimpíada, que ele denomina de *"Turma Olímpica"*. Há também o material disponibilizado no portal da OBMEP. Daremos ainda mais dicas de materiais no quarto capítulo desta dissertação.

É interessante também levar para a escola professores de outras instituições de ensino, seja privada ou pública, de ensino superior ou não e estudantes de graduação que estejam mais familiarizados com determinados assuntos abordados nas reuniões em grupo. Esse intercâmbio, com certeza, será benéfico para ambas as partes, pois dará a oportunidade de uma aproximação entre instituições de ensino superior, seus estudantes e a realidade das escolas e professores visitados.

O contato mais direto com os assuntos abordados em olimpíadas e a forma como são abordados poderá também suscitar nos professores uma mudança em sua postura acadêmica e a vontade de elaborar questões semelhantes que poderão até mesmo ser inseridas no banco de questões ou na própria prova da olimpíada.

2.3 Organização da Olimpíada

As justificativas para se organizar uma Olimpíada de Matemática já foram colocadas no início deste capítulo. Logo após, sugerimos atividades pré-olímpicas para alunos e professores. Neste momento descreveremos como se organizar uma Olimpíada de Matemática escolar. Esse pode ser um projeto para se apresentar à coordenação e direção da escola.

A escolha por organizar uma olimpíada escolar deve-se ao fato de termos como um dos objetivos desta dissertação propor um projeto com aplicação direta pelo professor em sua escola, o que vai ao encontro da primeira modalidade de trabalho de conclusão de curso proposta pela coordenação nacional do PROFMAT que é a de elaboração de proposta de atividades educacionais.

Mas isso não impede que esse mesmo detalhamento e passos de organização sejam utilizados para uma competição de maior ou menor abrangência, como olimpíadas municipais ou só para determinadas séries dentro da escola. Almejamos ainda que possa até mesmo ser utilizado para organizar olimpíadas de outras áreas do conhecimento.

Tomando como ponto de partida a experiência da orientadora deste trabalho na organização e implementação da *Olimpíada Viçosense de Matemática* e nossas pesquisas a projetos, regulamentos, *sites*, provas e outros de outras olimpíadas, destacaremos abaixo pontos essenciais para a organização de uma olimpíada. Aqui tratamos como pontos essenciais aquilo que deve estar bem definido para garantir o sucesso na implementação do projeto.

2.3.1 Introdução

Sendo este o primeiro ponto, portanto, o primeiro contato com o projeto, deve conter um breve relato de todo o documento citando os tópicos que serão abordados nele e deixando claro os objetivos do documento. Aqui é importante diferenciar objetivos do documento dos objetivos da Olimpíada. Haverá um espaço próprio para esses últimos.

Trace um breve perfil da proposta de olimpíada citando que há uma comissão organizadora, os objetivos do projeto em questão, que normalmente são: delimitar e apresentar as atividades que ocorrerão e o custo de cada uma, público alvo, sujeitos envolvidos e o retorno que isso poderá trazer para a escola.

Note que já neste ponto devem haver responsáveis (comissão organizadora), que já deverá ter se reunido e discutido estratégias iniciais. Para uma olimpíada escolar, essa "comissão" pode ser formada por um professor e este, com apoio neste trabalho ou na cartilha que apresentaremos posteriormente, apresentará este projeto e poderá então adicionar adeptos ao seu trabalho.

2.3.2 Objetivos

Este é o momento de definir os objetivos da olimpíada. O que se pretende alcançar com a implementação da Olimpíada de Matemática na escola? Busque delinear os objetivos que tendem a ser atingidos em curto, médio e longo prazo, talvez até mesmo nessa ordem.

Ao descrever os objetivos tenha em mente as atividades que acontecerão durante todo o período da competição para que elas levem a alcançar os objetivos propostos, lembrando sempre que objetivos são metas a serem alcançadas e devem ser a todo momento retomados, porque eles servirão como base para uma possível avaliação da competição.

Listaremos, abaixo, os objetivos mais comumente encontrados em regulamentos e relatos de experiência com Olimpíadas de Matemática. Esses objetivos podem servir como ponto de apoio para que sejam traçados os objetivos da competição que se pretende organizar.

- Estimular o estudo da Matemática por alunos e professores;
- Desenvolver e incentivar a capacitação de professores;
- Contribuir e influenciar na melhoria do ensino da matemática;
- Detectar jovens talentos;
- Contribuir para a integração das escolas com as universidades, institutos de pesquisa e sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento;
- Estimular a prática docente dos estudantes de licenciatura;
- Despertar nos alunos do ensino básico a curiosidade para pesquisar e a vontade de querer aprender e solucionar problemas matemáticos;
- Preparar os alunos para outras competições.

2.3.3 Comissão Organizadora

Após contato e apresentação verbal da ideia de implementação de uma olimpíada em sua escola para os professores, sugira que seja montada uma comissão que responderá e se responsabilizará por toda a organização da olimpíada.

Neste momento há a oportunidade de entrar em contato com instituições de ensino superior, secretarias de educação e outras instituições que talvez possam auxiliar mais de perto na organização e implementação da competição.

Liste as responsabilidades dessa comissão. Abaixo apresentamos algumas que não deverão ficar de fora:

- Divulgação da competição;
- Montagem do regulamento;
- Elaboração e implementação das atividades de preparação;

- Elaboração das provas e seus respectivos gabaritos;
- Traçar critérios de correção das provas e corrigi-las;
- Divulgação dos resultados;
- Cumprimento do cronograma;
- Elaboração de um relatório final.
- Organização de solenidade de premiação

2.3.4 Público Alvo

Defina o seu público alvo. Talvez se sinta mais confortável em iniciar o projeto com algumas turmas apenas; portanto, é importante deixar bem claro quem participará das atividades propostas no projeto.

Para uma olimpíada escolar, nossa sugestão é que seu público alvo seja separado em 4 grupos:

***Grupo 1*:** Estudantes de 6^o e 7^o anos;

***Grupo 2*:** Estudantes de 8^o e 9^o anos;

***Grupo 3*:** Estudantes do ensino médio;

***Professores*:** Professores de Matemática e outros interessados.

2.3.5 Atividades Preparatórias

Sugestões para estas atividades já foram colocadas neste mesmo capítulo. No projeto, cite cada atividade que pretende realizar e um breve resumo sobre elas contendo o responsável, público alvo e objetivos.

2.3.6 Inscrições

É imprescindível que sejam efetuadas as inscrições por parte dos estudantes para que se prepare o material necessário para aplicação das provas. Essa inscrição deve ser efetuada pelo próprio estudante através de um formulário impresso, portal da escola (se a escola possuir um) ou através de um outro meio eletrônico como o *google docs*.

A inscrição pode ser obrigatória apenas para a participação na primeira fase da olimpíada ao adotar um critério de estudantes classificados, e assim automaticamente inscritos, para a segunda fase.

Sugerimos que para as *turmas de treinamento* também seja exigida a inscrição dos alunos visto que, dependendo do número de classificados e dentre esses os interessados, ainda poderão ter direito de participar aqueles que ainda demonstrarem interesse no treinamento. Isso também visa economizar material a ser impresso.

2.3.7 Provas

Neste ponto elabore um texto explicativo respondendo às seguintes questões:

- Quantas e como serão as provas?
- Quem poderá participar das provas?
- Qual a estrutura de cada prova?
- Qual o tempo destinado à resolução dos problemas propostos?
- Onde e quando elas ocorrerão?
- Quem são os responsáveis pela aplicação e correção?

A sugestão é que para cada um dos três primeiros grupos colocados no item anterior, a olimpíada seja dividida em duas fases, sendo a primeira fase composta por uma prova contendo 10 questões de múltipla escolha e uma segunda fase também composta por uma única prova, agora contendo 5 questões discursivas com, no máximo, dois sub-itens em cada uma, da qual participarão de 10% a 20% dos alunos que participaram da primeira fase.

2.3.8 Pontuação, Classificação e Premiação

Para a definição destes itens deve-se responder as perguntas abaixo, explicitando os critérios de escolha, como:

- Como serão distribuídos os pontos nas provas em cada fase?
- Como será feita a classificação final dos participantes?

- Quais os critérios de desempate?
- E os professores e turmas, se forem ser premiados, como será feita essa pontuação e classificação?
- Quais são os prêmios?
- Como serão distribuídos os prêmios?
- Haverá uma cerimônia de premiação? Onde, quando, quem poderá participar?

Os itens pontuação, classificação e premiação são importantes pois trata-se de uma competição e numa competição deve-se constar esses itens. A cerimônia de premiação é o momento no qual a família pode ser convidada para que o trabalho da escola seja divulgado, os estudantes premiados sejam homenageados juntamente com sua família exaltando o esforço e contribuição de cada um.

Normalmente as premiações em olimpíadas são compostas de medalhas de ouro, prata, bronze e menções honrosas. Como a olimpíada escolar tem uma abrangência menor, ou até mesmo para uma olimpíada regional, sugerimos que para cada nível, além das premiações acima sejam oferecidos outros prêmios para os três melhores colocados. Prêmios como, máquina digital, bicicleta, livros, notebooks, entre outros podem ser fonte de motivação para a participação na competição.

A quantidade de alunos premiados deve ficar a critério da comissão organizadora, mas deve ser pré-definido e estar claro no regulamento. Como sugestão premiaríamos, em cada nível, com medalhas simbólicas de ouro, prata e bronze, respectivamente, as três melhores notas na 2^a fase da competição. Se houver empate que sejam distribuídas mais medalhas. Já para os outros prêmios citados acima elabore critérios de desempate. Quanto às menções honrosas ofereça-as aos alunos com desempenho de destaque na 2^a fase da olimpíada e que não receberam medalhas.

2.3.9 Atribuições

Defina os papéis de cada possível ator nessa competição: alunos, professores, direção e comissão organizadora.

As atribuições da comissão organizadora já foram colocadas quando a descrevemos especificamente. Numa olimpíada escolar não há muitas atribuições a serem definidas além daquelas da comissão organizadora e pode ser interessante destacar as atribuições do aluno que se resume em efetuar sua inscrição para as atividades que dela necessitarem.

2.3.10 Custos

Com a experiência nas *Olimpíadas Viçosense de Matemática*, podemos dizer que este é um dos pontos mais difíceis do projeto quando se quer oferecer bons prêmios aos alunos que atingiram destaque. A arrecadação de fundos para este fim em especial é desgastante mas não pode ser uma barreira. É importante buscar formas criativas para isso, como por exemplo doações, sorteios, etc.

Abaixo levantamos pontos que, para nós, são essenciais e geram gastos e por isso precisam ser antecipadamente previstos e contemplados no orçamento.

1. Confecção de cartazes e folders.
2. Aquisição e/ou confecção das medalhas.
3. Aquisição dos prêmios com ou sem patrocínios.
4. Coquetel da cerimônia de premiação.
5. Impressão das provas e outros materiais das atividades.

2.3.11 Regulamento

O regulamento deve conter os seguintes tópicos e deve ser disponibilizado, pelo menos, para todos os participantes da competição.

Todos os itens do regulamento foram definidos anteriormente; logo, aqui colocamos apenas a estruturação que achamos conveniente para um regulamento apoiados em regulamentos disponíveis de olimpíadas de matemática que acontecem no Brasil.

1. Responsabilidade
2. Participantes
3. Objetivos
4. Estrutura da competição
5. Inscrições
6. Estrutura das provas

7. Pontuação e classificação
8. Premiação
9. Atribuições
10. Calendário
11. Disposições finais

2.3.12 Cronograma de Atividades

Na tabela abaixo apresentamos um cronograma de atividades que visa aplicar as provas e demais atividades antes do cronograma pré-estabelecido pela OBMEP, tomando como referência o ano de 2012. Essa é nossa sugestão para que a olimpíada escolar sirva como divulgação e preparação para a olimpíada nacional.

PERÍODO	ATIVIDADES
Fevereiro	Reunião com os professores de matemática; Formação da comissão organizadora; Redação e apresentação do projeto.
Março	Criação do logotipo da olimpíada; Início das atividades pré-olímpicas com os professores; Elaboração do regulamento; Busca de patrocínios.
Abril	Divulgação da olimpíada; Início das atividades pré-olímpicas com os alunos; Abertura das inscrições; Encerramento das inscrições; Elaboração das provas e gabaritos da primeira fase.
Maio	Aplicação das provas da primeira fase; Correção das provas; Divulgação do resultado; Início das inscrições para as turmas de treinamento.
Junho	Início das atividades das turmas de treinamento; Elaboração das provas, gabaritos e critérios de correção da segunda fase.
Julho	Férias escolares
Agosto	Continuação das atividades das turmas de treinamento.
Setembro	Aplicação das provas da segunda fase; Correção das provas da segunda fase; Divulgação do resultado; Aquisição da premiação.
Outubro	Cerimônia de premiação; Elaboração do relatório final.

Tabela 2.1: Sugestão de cronograma para projeto de olimpíada de matemática

Capítulo 3

Problemas Olímpicos

Neste capítulo buscamos apresentar temas e problemas abordados em diversas Olimpíadas de Matemática baseados nos pre-conceitos explicitados por *Emanuel Carneiro* [8], pela *Comissão Organizadora da Olimpíada de Matemática da UNICAMP* [21] e pelos organizadores do Banco de Questões - 2012 da *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas*. São apresentados 30 problemas, sendo 10 problemas para cada nível existe na OBM e OBMEP, que variam em aplicabilidade, tema, dificuldade e fonte.

Apresentamos, após as soluções de alguns problemas comentários sobre a sua resolução e importância dentro de temas abordados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental e também pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio + (PCN+).

3.1 Os Problemas e Temas Olímpicos

Os problemas olímpicos comumente requerem do estudante imaginação e raciocínio muito além de conhecimentos prévios e pré-estabelecidos além de estenderem-se por variados graus de dificuldade, que mesmo sendo difíceis de mensurar são existentes.

Diferente da maioria dos exercícios propostos em livros didáticos, o estudante é levado a experimentar sua inteligência em lugar de retratar mecanicamente soluções pré-definidas. Isto num primeiro momento pode ser um obstáculo pois os estudantes estão acostumados com uma Matemática de contas, algoritmos rápidos e pouco raciocínio.

Isso não quer dizer que os conteúdos previamente estudados na escola não são abordados. Ao contrário, os conteúdos devem ser aplicados à alguma soluções. O diferencial é como estes conteúdos são abordados nos problemas, levando o estudante a visualizar aplicações dos mesmos em seu cotidiano.

Emanuel Carneiro [8] cita que tradicionalmente os assuntos abordados em uma Olimpíada de Matemática são divididos em 4 temas: *Teoria dos Números*, *Álgebra*, *Geometria* e *Combinatória*.

A comissão organizadora da Olimpíada de Matemática da UNICAMP [21] explicita alguns princípios gerais para a composição de banco de questões, princípios estes que podem servir para nortear a composição de atividades, banco de questões e provas de uma primeira experiência com a implementação de uma Olimpíada.

O primeiro princípio é o da *"Homogeneidade da Cobertura"*, que expressa que as questões constituintes do Banco de Questões sejam, em número, distribuídas de forma proporcional à importância dada à todos os conteúdos do programa de Matemática.

Já o segundo princípio trata da variabilidade de dificuldade, indo, para cada tópico selecionado, do nível mais básico ao mais sofisticado garantido que os estudantes consigam resolver alguns problemas e também aguçando o potencial de alguns deles. Esse nível é nomeado *"Variedade do Nível"*.

O terceiro e último princípio, o da *"Variedade de Enfoque"* diz respeito à aplicação dos conteúdos passando à mais diretamente associada às situações práticas e de interesse dos estudantes, indo até as mais abstratas.

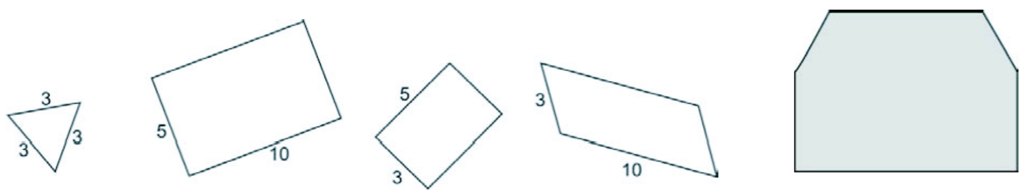
O Banco de Questões - 2012 da OBMEP dividiu, pela primeira vez, seus problemas em três grandes grupos: Aritmética, Combinatória e Geometria. E é a partir dessas idéias explicitadas anteriormente e selecionando em torno de três problemas para cada tema exposto no Banco de Questões da OBMEP - 2012, que apresentamos abaixo 30 problemas retirados de algumas Olimpíadas através dos quais tentamos exemplificar ao leitor a variedade de conteúdos, linhas de raciocínio e aplicabilidade de conteúdos.

3.2 Problemas

3.2.1 Nível I

Problema 01. (*OBM - 2012*)

Quebra Cabeça: Carla recortou o hexágono representado ao lado nas quatro partes abaixo: um triângulo, dois retângulos e um paralelogramo.



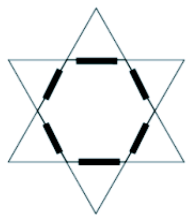
As medidas dessas figuras são dadas em centímetros. Qual é o perímetro do hexágono?

Nota: perímetro de uma figura é a medida do comprimento da linha que contorna a figura.

A) 15cm B) 18cm C) 26cm D) 39cm E) 81cm

Problema 02. (*OBM - 2011*)

Mosaicos: Luana colou com fita adesiva 6 triângulos equiláteros nos lados de um hexágono, conforme a figura, obtendo um polígono de 12 lados.

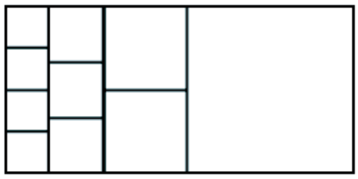


Se ela trocar 3 triângulos por 2 quadrados e 1 pentágono regular, todos com lado de mesmo tamanho do lado do hexágono, ela vai obter um polígono com quantos lados?

A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 25

Problema 03. (*OBM - 2011*)

Quadrados: O retângulo da figura abaixo está dividido em 10 quadrados. As medidas dos lados de todos os quadrados são números inteiros positivos e são os menores valores possíveis.



A área desse retângulo é:

A) 180 B) 240 C) 300 D) 360 E) 450

Problema 04. (*OBMEP - 2011*)

Flores: Gabriel comprou uma rosa, um cravo e um lírio e quer dar uma flor para cada uma de suas três amigas. Ele sabe que uma amiga não gosta de cravos, outra não gosta de lírios e a terceira não gosta de rosas. De quantas maneiras ele pode distribuir as flores de modo a agradar às três amigas?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Problema 05. (*OVM - 2012*)

Código Secreto: O código secreto da turma de Matheus é um número de 3 algarismos distintos diferentes de 0.

1 6 8 Nenhum algarismo correto.

4 2 5 Um só algarismo correto na posição certa.

5 8 6 Um só algarismo correto, mas na posição errada.

4 1 3 Um só algarismo correto, mas na posição errada.

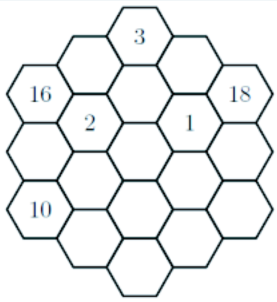
7 4 8 Um só algarismo correto na posição certa.

Utilizando as informações acima obtemos o código que é o número:

A) 187 B) 235 C) 537 D) 357 E) 735

Problema 06. (*OMM - 2012*)

Colméia de Números: Os dezenove hexágonos da figura podem ser preenchidos apenas com os inteiros de 1 a 19, sem repetição. Preencha os hexágonos livres, de modo que as somas nas cinco verticais e nas dez diagonais sejam todas iguais.

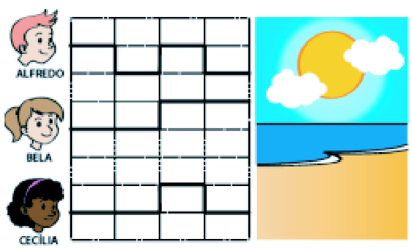


Problema 07. (*Olimpíada Pessoense de Matemática - 2011*)

Jogo de Tênis: João e Maria jogaram tênis. João acertou 15 (quinze) saques dos 20 (vinte) efetuados, enquanto Maria acertou 72% dos saques por ela efetuados. Quem saca melhor? Justifique.

Problema 08. (*OBMEP - 2012*)

Passeando por Quixajuba: As ruas de Quixajuba formam uma malha de retângulos iguais. A figura mostra, em parte do mapa de Quixajuba, os caminhos percorridos por Alfredo, Bela e Cecília de suas casas até a praia. Nesses caminhos Alfredo e Bela percorrem, respectivamente, 290 e 230 metros. Qual é a distância, em metros, que Cecília percorre?



A) 220 B) 230 C) 240 D) 250 E) 260

Problema 09. (*Olimpíada Paraense de Matemática - 2011*)

A Família de Tiago: O Tiago tem tantos irmãos como irmãs. A sua irmã Inês tem duas vezes mais irmãos que irmãs. Quantos filhos têm os seus pais?

Problema 10. (*Olimpíada de Maio - 2012*)

Máquina de Fichas: Pedro tem 111 fichas azuis e 88 fichas brancas. Existe uma máquina que faz dois tipos de operações: uma é trocar 14 fichas azuis por 11 fichas brancas e outra é trocar 7 fichas brancas por 13 azuis. Determine se Pedro pode conseguir, mediante sucessivas operações com a máquina, aumentar em 33 o número total de fichas, de modo que a quantidade de fichas azuis seja igual a 5/3 da quantidade de fichas brancas. Se isto for possível, indique como fazê-lo. Se não é possível, explique por quê.

3.2.2 Nível II

Problema 01. (*OBM - 2012*)

Gol de Artilheiro: O grande artilheiro Tornado está prestes a fazer o gol mais bonito de sua carreira. Ele está de frente para o gol e apenas o goleiro está entre ele e a trave. Ele está a x metros do goleiro que, por sua vez, se encontra a 2 metros da linha do gol, onde Tornado deseja que a bola caia após passar por cima do goleiro.

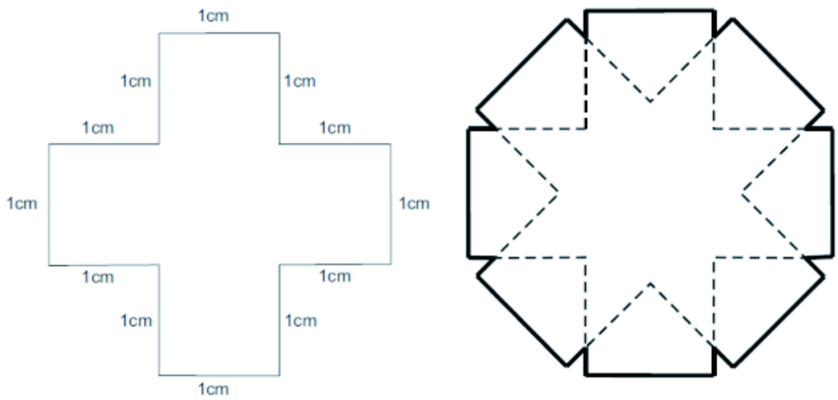
Em um gol dessa magnitude, a trajetória da bola deve ser uma semicircunferência. Tornado sabe que a bola deve passar a exatamente 3 metros de altura do solo quando ela estiver acima do goleiro.

Qual a distância de Tornado até o goleiro, ou seja, x, em metros?

A) 3cm B) 3,5cm C) 4cm D) 4,5cm E) 5cm

Problema 02. (*Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina - 2012*)

O Perímetro da Cruz: Um polígono em forma de cruz (a esquerda) é rotacionado em torno de seu centro de um ângulo de 45^o, resultando na figura abaixo à direita. Calcule o perímetro em negrito desta última figura.



Problema 03. (*OBMEP - 2012*)

Casais Leitores: Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa.

Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.

B) Pedro é marido de Cláudia.

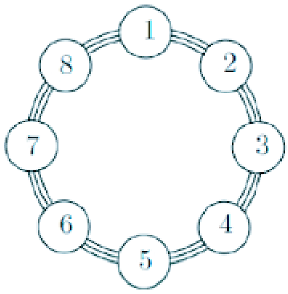
C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.

D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.

E) Vitor é marido de Bianca.

Problema 04. (*OVM - 2012*)

Sistema Bicolor: Elizafá desenvolveu o mecanismo luminoso da figura ao lado, cada um dos oito botões pode acender as cores verde ou azul. O mecanismo funciona do seguinte modo: ao ser ligado, todos os botões acendem a luz azul, e se apertamos um botão, esse botão e seus vizinhos trocam de cor.



Se Elizafá ligou o mecanismo e apertou sucessivamente os botões 1, 3 e 5, o número de luzes verdes que estavam acesas no final é:

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Problema 05. (*Olimpíada de Matemática da UNICAMP - 2012*)

Contando no Futebol: Ao final da primeira fase de um campeonato de futebol com seis equipes, somando as pontuações das equipes, obtemos 35 pontos. Considerando que cada equipe jogou com todos os demais adversários apenas uma vez, determine quantos empates aconteceram, sabendo que cada vitória vale 3 pontos, cada empate vale 1 ponto e que derrotas não pontuam.

Problema 06. (*Olimpíada de Matemática do Estado de Goiás - 2012*)

Partição em uns: Chamemos de“partição em uns"de um número sua decomposição no menor número possível de parcelas que só tenham o dígito 1. Por exemplo $30 = 11 + 11 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2 \cdot 11 + 8 \cdot 1$ é a partição em uns do número 30 e possui dez parcelas.

(a) Qual é a partição em uns de 2012?

(b) Dentre os números menores que 2012 determine aquele cuja partição em uns tem o maior número de parcelas.

Problema 07. (*Competição Matemática do Estado do Rio Grande do Norte - 2012*)

O dragão e as moedas mágicas: Um dragão dá 100 moedas a um cavalheiro que ele mantem prisioneiro. A metade das moedas é constituída de moedas mágicas, mas somente o dragão sabe quais são elas. Cada dia, o cavalheiro tem que dividir as 100 moedas em duas pilhas, não necessariamente do mesmo tamanho e podendo aproveitar, caso julgue conveniente, a divisão já feita no dia anterior. Se algum dia as duas pilhas possuem o mesmo número de moedas mágicas ou as pilhas tem o mesmo número de moedas não mágicas, o cavalheiro ganha a liberdade.

Determinar se o cavalheiro pode ganhar sua liberdade em 50 dias ou menos.

Problema 08. (*Olimpíada Matemática do Grande ABC - 2011*)

O Último Algarismo: O último algarismo do número $3^{2011} + 4^{2011}$ é:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Problema 09. (*Canguru Matemático Sem Fronteiras - 2012*)

O Dragão de 5 Cabeças: Um dragão tem cinco cabeças. Logo que uma cabeça é cortada, nascem cinco novas cabeças. Se cortarmos consecutivamente seis cabeças desse dragão, com quantas cabeças ele ficará?

A) 25 B) 28 C) 29 D) 30 E) 35

Problema 10. (*OMM - 2010*)

Placar da Copa: O grupo A da Copa do Mundo de futebol 2010 terminou com os seguintes resultados:

(a) Quantos gols a África do Sul sofreu?

(b) Sabe-se que:

- O Uruguai não marcou nenhum gol em sua partida contra a França e não ganhou duas partidas pelo mesmo placar;
- A França fez um gol contra a África do Sul e não tomou três gols numa mesma partida.

Determine o placar da partida África do Sul contra México.

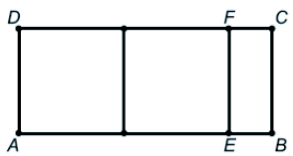
País	Pontos	GM	GS
Uruguai	7	4	0
México	4	3	2
África do Sul	4	3	?
França	1	1	4

Tabela 3.1: (GM - gols marcados, GS = gols sofridos)

3.2.3 Nível III

Problema 01. (*OBMEP - 2012*)

Razão de Prata: A figura mostra um retângulo ABCD decomposto em dois quadrados e um retângulo menor BCFE. Quando BCFE é semelhante a ABCD, dizemos que ABCD é um retângulo de prata e a razão $\dfrac{AB}{AD}$ é chamada razão de prata.



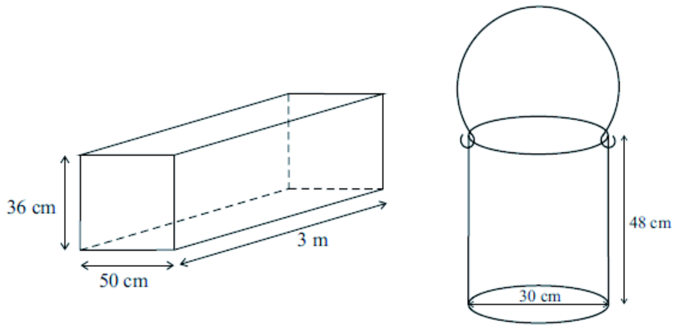
Qual é o valor da razão de prata?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $1+\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $1+sqrt3$

Problema 02. (*OBMEP Banco de Questões - 2010*)

Enchendo o Tanque: Para encher de água um tanque em forma de um bloco retangular de 3 m de comprimento, 50 cm de largura e 0,36 m de altura, um homem utiliza um balde cilíndrico, de 30 cm de diâmetro em sua base e 48 cm de altura, para pegar água numa fonte. Cada vez que ele vai à fonte, ele enche 4/5 do balde e no caminho derrama 10% do seu conteúdo.

Estando o tanque inicialmente vazio, quantas viagens à fonte o homem terá de fazer para que a água no tanque chegue a 3/4 de sua altura?



Problema 03. (*Canguru Matemático Sem Fronteiras - 2012*)

Chances de Vitória: Três esportistas, Can, Gu e Ru, participaram de uma maratona. Antes do início da corrida, quatro espectadores discutem as chances de vitória dos três corredores:

O primeiro diz: Um dos dois, Can ou Gu, irá vencer.

O segundo: Se Gu for o segundo, Ru irá vencer.

O terceiro: Se Gu for o terceiro, Can não irá vencer.

O quarto: Um dos dois, Gu ou Ru, será o segundo.

Terminada a corrida, verificou-se que todas as afirmações acima estavam corretas. Qual foi a ordem de chegada dos corredores?

A) Can, Gu, Ru B) Can, Ru, Gu C) Ru, Gu, Can D) Gu, Ru, Can E) Gu, Can, Ru

Problema 04. (*Olimpíada Campinense de Matemática - 2010*)

Palíndromos: Um número natural palíndromo é aquele que é igual quando lido nos dois sentidos, por exemplo, 0, 88, 808, 812218 são palíndromos. O número de palíndromos menores que 2010 é:

A) 120 B) 92 C) 95 D) 110 E) 100

Problema 05. (*OMM - 2010*)

Sequência: Seja $a_1, a_2, a_3, 5, a_5, a_6, a_7, 2, ...$ uma sequência na qual a soma de 3 números consecutivos é igual a 17, isto é, $a_i + a_{i+1} + a_{i+2} = 17$ para todo $i \in \mathbb{N}$.

(a) Encontre o valor de a_{2010}.

(b) 100 bolas, identificadas com os 100 primeiros números da sequência acima, são colocadas em uma urna. Qual é a probabilidade de se retirar duas bolas, sem reposição, de modo que a soma de seus números seja igual a 7?

(c) Qual é o número mínimo de bolas que devem ser retiradas, sem reposição, para que se possa garantir que pelo menos uma delas tenha o número 2?

Problema 06. (*OBM - 2012*)

Painel Luminoso: Um painel luminoso é formado por 10 círculos grandes. Dentro de cada círculo há quatro lâmpadas: uma amarela, uma verde, uma vermelha e uma azul. De quantos modos podemos acender o painel de modo que pelo menos uma lâmpada de cada cor fique acesa? Cada círculo pode ter de zero a quatro lâmpadas acesas, ou seja, é permitido duas lâmpadas acesas no mesmo círculo.

A) $(2^{10} - 1)^4$ B) $(2^4 - 1)^{10}$ C) $2^{10} - 1$ D) $2^4 - 1$ E) $2^{10} - 2^4$

Problema 07. (*OVM - 2012*)

Quocientes Positivos: Se a, b, c e d são quatro números não nulos tais que os quocientes $\frac{a}{5}, \frac{-b}{7a}, \frac{11}{abc}, \frac{-18}{abcd}$ são positivos. Os sinais de a, b, c e d nesta ordem são respectivamente:

A) positivo, negativo, positivo, positivo;

B) positivo, negativo, negativo, negativo;

C) positivo, positivo, negativo, negativo;

D) positivo, negativo, negativo, positivo;

E) negativo, negativo, negativo, negativo.

Problema 08. (*OBMEP - 2012*)

Quantos 17^2*:* Quantas vezes 17^2 deve aparecer dentro do radicando na igualdade $\sqrt{17^2 + 17^2 + \ldots + 17^2} = 17^2 + 17^2 + 17^2$ para que ela seja verdadeira?

A) 9 B) 51 C) 289 D) 861 E) 2601

Problema 09. (*Olimpíada Regional de Matemática da UNESP de Baurú - 2012*)

Médico Legista: Na investigação de homicídios pode ser necessário determinar o instante em que o indivíduo morreu. Pela Lei de Newton do resfriamento sabe-se que "a temperatura superficial de um corpo se altera com uma taxa proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e a temperatura ambiente".

Matematicamente temos: $T(t) = T_a + (T_0 - T_a) \cdot e^{-kt}$, em que:

- $T(t)$ é a temperatura do corpo em um instante t;
- T_a é a temperatura do ambiente (constante);
- $T_0 = T(0)$ é a medida inicial da temperatura quando o corpo é encontrado;
- k é uma constante de proporcionalidade (positiva);
- e é o número *neperiano* ($e = 2,71828\ldots$).

Utilizando estas informações resolva o problema a seguir.

Um homem foi encontrado morto em uma sala climatizada cuja temperatura ambiente constante era de 17ºC. Imediatamente foi chamado um médico legista que mediu a temperatura do homem morto e constatou que era de 27ºC. Passado uma hora, o médico legista mediu novamente a temperatura do homem morto e esta era, agora, de 22ºC.

Considerando que no instante em que o homem morreu, sua temperatura corporal era de 37ºC, quanto tempo o homem levou para ser encontrado?

Problema 10. (*OBM - 2012*)

Função Natural: Seja $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ e considere a função $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 0$ e, para todo natural $n \geq 1$, satisfaz as seguintes condições:

(i) $f(3n) = 3 \cdot f(n) + 1$;

(ii) $f(3n+1) = 3 \cdot f(n) + 2$;

(iii) $f(3n+2) = 3 \cdot f(n)$;

Então $f(2012)$ é igual a:

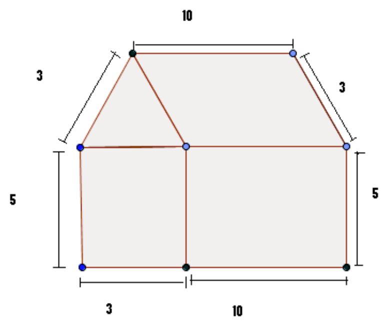
A) 101 B) 102 C) 103 D) 104 E) 105

3.3 Soluções

3.3.1 Nível I

Problema 01. (*Quebra Cabeça*)

Com as figuras recortadas podemos reconstruir o hexágono da seguinte forma:



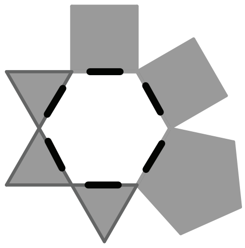
Logo o perímetro desse hexágono, em cm, é: $5 + 3 + 10 + 5 + 3 + 10 + 3 = 39$

Alternativa (D)

Problema 02. (*Mosaicos*)

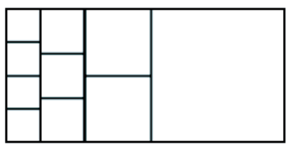
O polígono obtido por Luana tem 12 lados. Se ela trocar 2 triângulos por 2 quadrados, ela troca dois vértices com 2 lados cada por dois vértices com 3 lados cada, ou seja, ela fica com um polígono de $12 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 14$ lados. E se ela trocar agora 1 triângulo por 1 pentágono, ela troca um vértice com 2 lados por um vértic2 com 4 lados, ou seja, ela fica, ao final, com um polígono de $14-2+4 = 16$ lados.

Alternativa (B)



Problema 03. (*Quadrados*)

Cada quadrado da coluna primeira coluna (da esquerda para direita) tem lado de medida igual a 1/4 da medida do quadrado da última coluna, cada quadrado da segunda coluna tem lado igual a 1/3 do lado do quadrado da última coluna e cada quadrado da terceira coluna tem lado igual a 1/2 do lado do quadrado da última coluna. Assim o menor valor para o lado do quadrado da última coluna deve ser o mínimo múltiplo comum entre 2, 3 e 4 que é 12, $mmc(2,3,4) = 12$, logo os lados dos quadrados das colunas da esquerda para direita são, respectivamente, 3, 4 e 6. Portanto as dimensões do retângulo são 12 por $3+4+6+12 = 25$, cuja área é $12 \cdot 25 = 300$



Alternativa (C)

Comentário

O problema geométrico proposto faz ligação com outros conteúdos, no caso, atividades numéricas como a aplicação do conceito de mínimo múltiplo comum como é proposto em [6].

Problema 04. (*Flores*)

Suponha que as amigas de Gabriel se chamem Rúbia, Clara e Liz e que não gostem, respectivamente, de rosa, cravo e lírio. Vamos representar isso por um X na tabela de dupla entrada abaixo:

	Rosa	Cravo	Lírio
Rúbia	X		
Clara		X	
Liz			X

Agora vamos supor que Gabriel presenteie Rúbia com um cravo, Clara com um Lírio e por fim Liz com uma rosa. Vejam a tabela abaixo:

	Rosa	Cravo	Lírio
Rúbia	X	OK	—
Clara	—	X	OK
Liz	OK	—	X

Observe ainda que Gabriel poderia ter presenteado Rubia com um Lírio e isso lhe daria mais uma opção para a distribuição das flores. Concluímos então que há apenas 2 maneiras de Gabriel distribuir as flores de modo a agradar as três amigas.

Alternativa (B)

Comentário

A organização do raciocínio em tabelas mostra-se de extrema importância para o entendimento da solução desse exercício.

"Coleta, organização de dados e utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos) para sintetizá-los, comunicá-los e permitir a elaboração de conclusões" são procedimentos sugeridos pelos [6] dentro do conceito de tratamento da informação.

Problema 05. (*Código Secreto*)

Pela primeira informação concluímos que os algarismos que podem compor o código são 2, 3, 4, 5, 7 e 9.

Pela primeira e terceira informação concluímos que o algarismo 5 pertence ao código mas não é o primeiro algarismo.

Pela primeira, segunda e terceira informação concluímos que 4 e 2 também não fazem parte do código e 5 é o último algarismo.

Como 4 e 1 não fazem parte do código e o último algarismo é 5, concluímos pela quarta informação que 3 pertence ao código.

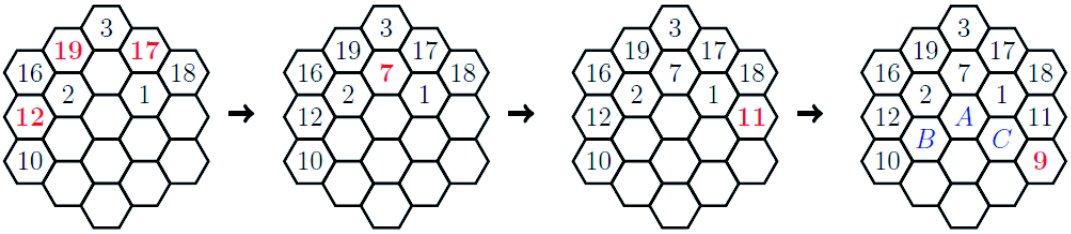
Como 4 e 8 não fazem parte do código, concluímos pela quinta e última informação que 7 é o primeiro algarismo do código.

Temos portanto que o código secreto é 735.

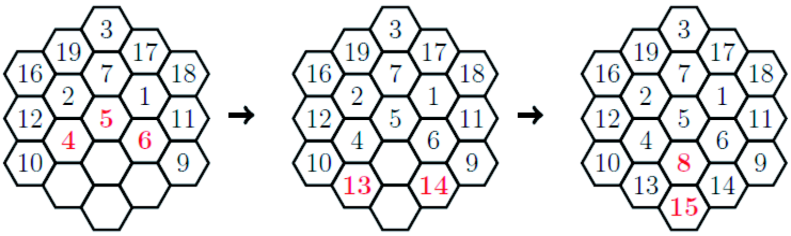
Alternativa (E)

Problema 06. (*Colméia de Números*)

Como nos dezenove hexágonos devem aparecer todos os números de 1 a 19, temos que a soma de todos os números do tabuleiro preenchido é 190. Sabemos que a soma em cada uma das cinco colunas é a mesma, logo a soma dos números em cada coluna é $190 \div 5 = 38$. Isso permite completar as diagonais e colunas nas que estão faltando unicamente um número, como é mostrado na seguinte sequência de tabuleiros:



Agora as hexágonos marcados com A e B devem somar 9, mas como os números 1, 2 e 3 já foram usados no tabuleiro, temos que eles devem conter os números 4 e 5, em alguma ordem. De igual forma, os números nos hexágonos marcados com A e C devem somar 11, como 1, 2, 3 e 7 já foram usado, então os números nestes hexágonos são 5 e 6. Portanto $A = 5$, $B = 4$ e $C = 6$. Assim podemos seguir completando o tabuleiro da seguinte forma:



Problema 07. (*Jogo de Tênis*)

Temos que o aproveitamento de João é $\frac{15}{20} = \frac{75}{100} = 75\%$ e, sendo o aproveitamento de Maria igual a $72\% < 75\%$, temos que João saca melhor que Maria.

Comentário

Nesse exercício vemos a aplicação do conceito de proporcionalidade incluindo cálculo com porcentagem que é apontado pelos [6] como um conceito e procedimento, respectivamente, que devem ser trabalhados e aprendidos pelos estudantes.

Problema 08. (*Passeando por Quixajuba*)

Os caminhos de Alfredo, Bela e Cecília consistem de segmentos horizontais, todos de mesmo comprimento, e verticais, também todos de mesmo comprimento. Todos percorreram o mesmo número de segmentos horizontais. Alfredo percorreu dois segmentos verticais e $290 - 230 = 60m$ a mais do que Bela; logo, cada segmento vertical equivale a $60 \div 2 = 30m$. Como o caminho de Bela tem apenas um segmento vertical, o comprimento total dos segmentos horizontais é $230 - 30 = 200m$. Finalmente, o caminho de Cecília tem dois segmentos verticais; ela percorreu então $200 + 2 \times 30 = 260m$ até a praia.

Alternativa (E)

Problema 09. (*A Família de Tiago*)

Denotemos por x e y, respectivamente, o número de irmãos e irmãs. Assim a expressão $x + y + 1$ denota o número de filhos na família de Tiago e $x = y$ pois Tiago tem tantos irmãos como irmãs.

Inês tem $(x + 1)$ irmãos (todos os irmão de Tiago mais o próprio Tiago) e $(y - 1)$ irmãs (todas as irmãs de Tiago menos ela que não pode ser irmã dela mesma). Como Inês tem duas vezes mais irmãos que irmãs temos: $2 \cdot (x + 1) = (y - 1)$ e como $x = y$ temos que $2 \cdot (y + 1) = (y - 1)$. Resolvendo está última equação obteremos $y = 3$.

Concluímos então que os pais de Tiago tem 3 filhas e 4 filhos, pois Tiago tem 3 irmãos.

Problema 10. (*Máquina de Fichas*)

É possível fazer, observe:

Pedro já tem $111 + 88 = 199$ fichas e deverá ter $199 + 33 = 232$, de modo que a quantidade de fichas azuis (a) seja $5/3$ da quantidade de fichas brancas (b). Temos então o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} a + b = 232 \\ a = \dfrac{5}{3}b \end{cases}$$

que resolvido encontra-se $a = 145$ e $b = 87$.

Pelo problema temos que a máquina troca 7 fichas brancas por 13 fichas azuis, vamos chamar essa operação de *"Operação 1"* e vamos chamar de *"Operação 2"* a troca de 14 fichas azuis por 11 brancas.

A solução do problema está em encontrar o número de vezes que as operações 1 e 2 devem acontecer para que no final tenhamos 145 bolas azuis e 87 bolas brancas. Denotando o número de aplicações da *"Operação 1"* por x e o número de aplicações da *"Operação 2"* por y temos a seguinte equação

$$\underbrace{(111 + 13x - 14y)}_{bolas\quad azuis} + \underbrace{(88 - 7x + 11y)}_{bolas\quad brancas} = 145 + 87$$

comparando as parcelas correspondentes dos dois membros da equação encontramos o sistema:

$$\begin{cases} 13x - 14y = 34 \\ -7x + 11y = -1 \end{cases}$$

que resolvido encontra-se $x = 8$ e $y = 5$.

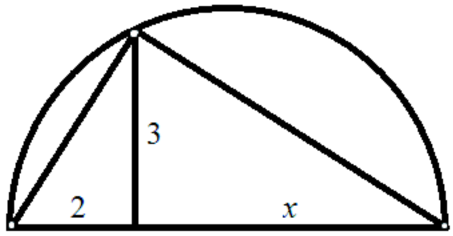
Portanto Pedro pode conseguir, mediante 8 *"Operações 1"* e 5*"Operações 2"* com a máquina, aumentar em 33 o número total de fichas, de modo que a quantidade de fichas azuis seja igual a $5/3$ da quantidade de fichas brancas.

3.3.2 Nível II

Problema 01. (*Gol de Artilheiro*)

Observe a figura que representa a situação do problema::

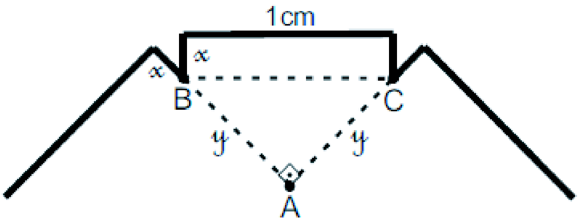
Sabemos que em um triângulo retângulo o quadrado da altura relativa ao ângulo reto é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa. Portanto, $9 = 2x \Rightarrow x = 4,5$.



Alternativa (D)

Problema 02. (*O Perímetro da Cruz*)

Representando parte da figura à direita do problema proposto temos



Podemos afirmar que o $\triangle ABC$ é retângulo em A, pois a rotação não muda os ângulos da cruz e também isósceles. Portanto, aplicando Pitágoras, temos $y^2 + y^2 = 1^2 \Rightarrow y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ de onde temos $x = 1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Portando o perímetro será $16x + 8 = 16 \cdot \left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) + 8 = 24 - 8\sqrt{2}$.

Comentário

Observamos que para o cálculo do perímetro pedido houve a necessidade de usar a relação estabelecida entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado. No exercício utilizamos o teorema de Pitágoras que é o procedimento para obtenção dessa relação. O estabelecimento dessa relação é apontado pelos [6] como um conteúdo a ser apreendido pelo estudante dentro do conceito de grandezas e medidas, além de constatar, para números e operações, que existem situações-problema, cujas soluções são dadas por números racionais.

Problema 03. (*Casais Leitores*)

Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia, logo Pedro não é marido de Cláudia, pois cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Cláudia comprou mais livros que Bianca, logo Pedro também não é marido de Bianca, então Pedro é marido de Lorena.

Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia e 4 livros a mais que Lorena (ela é a esposa de Pedro), então Lorena comprou 1 livro a mais que Cláudia.

Vitor comprou 3 livros a mais que Lorena e Lorena comprou 1 livro a mais que Cláudia, então Vítor comprou 4 livros a mais que Cláudia, sendo então seu marido, e como Cláudia comprou mais de 3 livros então Vitor comprou pelo menos 5 livros.

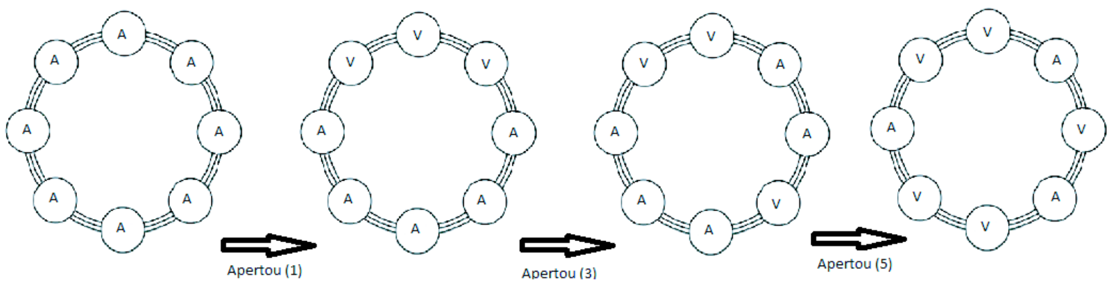
Pedro comprou 4 livros a mais que Lorena (sua esposa) e Vítor comprou 3 livros a mais que Lorena, logo Pedro comprou 1 livro a mais que Vítor.

Como o homem que não foi citado é marido da mulher que comprou menos livros, então todos os outros compram mais livros que ele e como vimos acima Pedro comprou 1 livro a mais que Vítor, logo, Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.

Alternativa (C)

Problema 04. (*Sistema Bicolor*)

Observe a figura onde A indica a lâmpada que está azul e V a lâmpada que está verde após cada aperto do botão correspondente.



É fácil perceber que 5 botões ficaram com luz verde.

Alternativa (C)

Problema 05. (*Contando no Futebol*)

Como temos seis equipes, e cada equipe jogou com as outras apenas uma vez, no total são quinze jogos, pela árvore de possibilidades. Se todos os jogos terminassem em vitória para uma das equipes teríamos $15 \cdot 3 = 45$ pontos, no máximo, distribuídos. Como as pontuações somam 35 temos então que $45 - 35 = 10$ pontos deixaram de ser distribuídos. Pontos deixam de ser distribuídos nos empates. Em cada empate há distribuição de 2 pontos, logo deixa de ser distribuído 1 ponto em cada empate.

Concluímos então que houveram 10 empates.

Comentário

A quantidade total de jogos do campeonato foi fundamental para a resolução de exercícios. O procedimento para o seu cálculo pode e deve ser tratado com os estudantes deste nível de ensino através de resolução de situações-problema de contagem como a que foi aqui proposta e envolvem o princípio multiplicativo através da construção de tabelas, esquemas e diagramas, este último citado no exercício como árvore de possibilidades. Tais estratégias são propostas pelos [6] dentro do conteúdo de números e operações.

Problema 06. (*Partição em uns*)

(a) Para decompor no menor número de parcelas, devemos utilizar as maiores parcelas possíveis. Como 1111 cabe uma vez em 2012, obtemos $2012 - 1111 = 901$. Retirando agora oito parcelas de 111, temos $901 - 888 = 13 = 11 + 1 + 1$. Assim, $2012 = 1111 + 8 \cdot 111 + 11 + 1 + 1$, com 12 parcelas.

(b) Note que na partição em uns, se houver 11 parcelas de um mesmo tipo, elas podem ser substituídas por parcelas maiores. Além, disso, com dez parcelas de um mesmo tipo, não pode haver parcelas ainda menores, pois basta somar 1 às dez parcelas, para se obter uma parcela com uns maior que as anteriores. Desta forma, o maior número de parcelas pode ser obtido tomando-se $10 \cdot 1 + 9 \cdot 11 + 9 \cdot 111 = 1108$, com 28 parcelas.

Problema 07. (*O Dragão e as Moedas Mágicas*)

O cavalheiro pode ganhar a liberdade em 50 dias. No primeiro dia, ele separa as moedas em duas pilhas A e B, sendo 25 na pilha A e 75 na pilha B. A cada dia, ele passa uma moeda da pilha B para a pilha A. Assim, em 49 passos, ele tem que passar pela mesma quantidade de moedas mágicas nas duas pilhas ou pela mesma quantidade de moedas não mágicas nas duas pilhas.

Problema 08. (*O Último Algarismo*)

Como $3^1 = 3$; $3^2 = 9$; $3^3 = 27$ e $3^4 = 81$, temos que após 4 potências o último algarismo começa a repetir, portanto, como $2011 \div 4 = 502$ com resto 3, temos que o último algarismo de 3^{2011} é 7.

Procedendo da mesma forma com a base 4 temos $4^1 = 4$; $4^2 = 16$ e $4^3 = 64$, então após 2 potências o último algarismo começa a repetir, portanto, como $2011 \div 2 = 1005$ com resto 1, temos que o último algarismo de 4^{2011} é 4.

Assim sendo $7 + 4 = 11$ temos que o último algarismo de $3^{2011} + 4^{2011}$ é 1.

Alternativa (A)

Comentário

Na impossibilidade de calcular o resultado da expressão $3^{2011} + 4^{2011}$ diretamente, a construção apresentada do procedimento para calcular o último algarismo dessa operação ressalta a importância da observação das propriedades das operações com números naturais também tratada pelos [6] além de desenvolver no estudante a capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados.

Problema 09. (*O Dragão de 5 Cabeças*)

Se a cada vez que uma cabeça é cortada cinco novas cabeças surgem, temos que a cada vez que uma cabeça é cortada há um aumento de 4 $(5-1)$ cabeças no dragão. Como foram cortadas 6 cabeças consecutivamente temos então, equacionando, $5 + 4 \cdot 6 = 29$ cabeças no final.

Alternativa (C)

Problema 10. (*Placar da Copa*)

(a) Todo gol que foi marcado por um time, foi sofrido por algum outro time, e portanto o total de gols marcados é igual ao total de gols sofridos. Equacionando, temos:
$4 + 3 + 3 + 1 = 0 + 2 + ? + 4 \Rightarrow ? = 5.$

A África do Sul sofreu 5 gols.

(b) Considere as proposições

i)Dados do problema.

ii)Como a França só fez um gol, que foi contra a África do Sul, nos outros jogos ela não fez gols.

iii) O Uruguai não sofreu nenhum gol.

iv) Como o Uruguai marcou 7 pontos, ele teve duas vitórias e um empate por 0 x 0 (contra a França, como já vimos), e então ele marcou 4 gols em suas duas vitórias. Como o problema diz que o Uruguai não ganhou duas partidas pelo mesmo placar, ele tem que ter ganho uma por 3 x 0 e outra por 1 x 0. Como o México não sofreu 3 gols nem em toda a fase, o jogo em que o Uruguai marcou três gols foi contra a África do Sul.

v) Como a África do Sul sofreu 5 gols e 4 deles já foram “localizados” em duas partidas, ela tem que ter sofrido um gol do México.

vi) Como o México sofreu 2 gols e 1 já foi “localizado"em duas partidas, ele tem que ter sofrido um gol da África do Sul.

Essas proposições geram a tabela abaixo com os placares de cada partida. O número subscrito aos valores da tabela indicam, o argumento que faz com que tal valor seja o único possível para aquela posição.

Uruguai	1_{iv}	0_{iii}	México
Uruguai	3_{iv}	0_{iii}	África do Sul
Uruguai	0_{i}	0_{ii}	França
México	1_{v}	1_{vi}	África do Sul
México		0_{ii}	França
África do Sul		1_{i}	França

O placar da partida México contra África do Sul foi 1 x 1.

3.3.3 Nível III

Problema 01. (*Razão de Prata*)

Da semelhança dos retângulos $ABCD$ e $BCFE$ temos $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{BE}{BC} = \dfrac{AB - 2AD}{AD} = \dfrac{AB}{AD} - 2$. Fazendo $\dfrac{AB}{AD} = x$ a razão de prata temos $\dfrac{1}{x} = x - 2$, ou seja, $x^2 - 2x - 1 = 0$. A raiz positiva da equação é $x = 1 + \sqrt{2}$.

Alternativa (C)

Comentário

Assim como nos anos finais do Ensino Fundamental, números e operações devem continuar a ser trabalhados também no Ensino Médio, porém neste nível devem ser relacionadas com outros conceitos, como foi feito no exercício proposto, que manteve uma relação estreita do problema que envolvia números irracionais com o trabalho com geometria e proporcionalidade [7].

Problema 02. (*Enchendo o Tanque*)

Sendo o balde um cilindro circular de 30cm de diâmetro, seu volume (V) pode ser calculado por $V = \pi \cdot 15^2 \cdot 48 = 10800\pi$.

A cada viagem, o volume de água colocado no balde é 4/5 de V e desse volume ele perde 10% restando no balde 90% dos seus 4/5, ou seja, $\dfrac{9}{10} \cdot \dfrac{4}{5} \cdot 10800\pi = 7776\pi$.

O tanque é um paralelepípedo retângulo e seu volume (v) é dado por $v = 300 \cdot 36 \cdot 50 = 540000$, logo seus 3/4 são iguais a $\dfrac{3}{4} \cdot 54000 = 405000$.

Assim o número de viagens à fonte será dada por $405000 \div 7776\pi \simeq 16,587$ para $\pi \simeq 3,14$.

Portanto o homem deverá fazer 17 viagens à fonte para que a água no tanque chegue a 3/4 de sua altura.

Comentário

Neste problema o conteúdo abordado é de Geometria Espacial, no qual notamos a aplicação da unidade temática apontada pelos [7] que trata da utilização das propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes, (mais especificamente no exercício) em situações reais relativas.

Problema 03. (*Chances de Vitória*)

Pela segunda informação Gu ser o segundo é condição suficiente para Ru vencer. Mas a primeira afirmação nos diz que o vencedor é Can ou Gu. Assim Gu não pode ser o segundo, logo será o primeiro ou o terceiro, mas pela terceira informação, se Gu é terceiro então Can não irá vencer o que contradiz a primeira informação, logo Gu é primeiro.

Pela quarta informação podemos afirmar que Ru é o segundo pois Gu já é o primeiro.

Podemos estão concluir que a ordem de chegada é Gu, Ru, Can.

Alternativa (D)

Problema 04. (*Palíndromos*)

Com 1 dígito: 10

Com 2 dígitos: aa com $a \neq 0$ temos 9

Com 3 dígitos: aba com $a \neq 0$ temos $9 \cdot 10 \cdot 1 = 90$

Com 4 dígitos: $abba$ com $a \in 1, 2$. Para $a = 1$ temos 10 (que corresponde aos possíveis valores de b) e para $a = 2$ temos 1 pois $b = 0$.

Portanto temos $10 + 9 + 90 + 10 + 1 = 120$ palíndromos menores que 2010.

Alternativa (A)

Problema 05. (*Sequência*)

Como a soma de três elementos consecutivos é sempre igual a 17 temos:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 17 & (i) \\ a_2 + a_3 + 5 = 17 & (ii) \\ 5 + a_5 + a_6 = 17 & (iii) \\ a_5 + a_6 + a_7 = 17 & (iv) \\ a_6 + a_7 + 2 = 17 & (v) \end{cases}$$

De (i) e (ii) temos que $a_1 = 5$, de (iii) e (iv) temos que $a_7 = 5$ que substituído em (v) nos dá $a_6 = 10$.

Assim a sequência é $\{5, a_2, a_3, 5, a_5, 10, 5, 2, \ldots\} = \{5, 2, 10, 5, 2, 10, 5, 2, 10, \ldots\}$.

Sabemos que 5, 2, 10 são os três números da sequência e como a divisão do índice n por 3 deixa restos 1, 2 e 0 temos que $a_{2010} = a_3 = 10$ pois $2010 \div 3$ deixa resto 0.

(b) Como o resto da divisão de 100 por 3 é 1 temos que $a_{100} = 5$, logo em 100 bolas temos: 34 bolas numeradas com o número 5; 33 bolas numeradas com o número 2 e 33 bolas com o número 10.

Para que a soma seja 7 temos que retirar uma bola com o número 2 e uma bola com o número 5, assim temos duas possibilidades:

(i) Retira primeiro a bola 2 e depois a bola 5: $\dfrac{33}{100} \cdot \dfrac{34}{99} = \dfrac{17}{150}$ ou

(ii) Retirar primeiro a bola 5 e depois a bola 2: $\dfrac{34}{100} \cdot \dfrac{33}{99} = \dfrac{17}{150}$.

Assim temos que a probabilidade de se retirar duas bolas, sem reposição, de modo que a soma de seus números seja igual a 7 é $2 \cdot \dfrac{17}{150} = \dfrac{17}{75}$.

(c) Para garantir que pelo menos uma bola retirada tenha o número 2 deve-se retirar, na pior das hipóteses, todas as bolas com número 10 e todas as bolas com número 5. Assim, a próxima bola com certeza seria uma bola com número 2. Como vimos no item b temos 34 bolas numeradas com o número 5 e 33 bolas numeradas com o número 10. Logo deve-se retirar: 34(número 5)+33 (número 10) + 1 = 68 bolas.

Problema 06. (*Painel Luminoso*)

Temos 10 lâmpadas amarelas, 10 lâmpadas verdes, 10 lâmpadas vermelhas e 10 lâmpadas azuis. Dentre cada cor, devemos escolher as que ficarão acesas de modo que haja pelo menos uma lâmpada de cada cor acesa. Podemos fazer isso de $2^{10} - 1$ maneiras para cada cor (número de subconjuntos não vazios) e, como temos quatro cores, o número de maneiras de acender o painel é $(2^{10} - 1)^4$.

Alternativa (A)

Problema 07. (*Quocientes Positivos*)

Para que $a/5$ seja positivo a deve ser positivo. Sendo a positivo, para que $-b/7a$ também o seja b deve ser negativo. Com a positivo e b negativo, c deve ser negativo para que $11/abc$ seja positivo. Por fim, sendo a positivo, b negativo e c negativo, d deve ser negativo para que $-18/abcd$ seja positivo.

Alternativa (B)

Problema 08. (*Quantos* 17^2)

A expressão $\sqrt{17^2 + 17^2 + \cdots + 17^2} = 17^2 + 17^2 + 17^2$ pode ser escrita como $\sqrt{n \cdot 17^2} = 3 \cdot 17^2$ (elevando ambos os membros ao quadrado)

$$n \cdot 17^2 = 9 \cdot 17^4 = 9 \cdot 17^2 \cdot 17^2 \Rightarrow n = 9 \cdot 17^2 = 2601.$$

Alternativa (E)

Problema 09. (*Médico Legista*)

Pelas informações do problema temos:

$$\begin{cases} T(t) = 17 + (27 - 17) \cdot e^{-kt} & (i) \\ T(1) = 22 & (ii) \\ T(t) = 37 & (iii) \end{cases}$$

Substituindo (ii) em (i) encontramos $e^{-k} = \dfrac{1}{2}(iv)$

Substituindo (iii) e (iv) em (i) encontramos $t = -1$. Portanto levou 1 hora para o homem ser encontrado, pois a temperatura do corpo era 37^oC uma hora antes da primeira medição de temperatura feita pelo médico legista e representada no exercício por $T(0)$.

Comentário

Claramente observa-se a aplicação do estudo das funções e portanto, a importância desse problema, que dá ênfase no conceito da função e em suas propriedades em relação às operações e às aplicações. Estas últimas, como apontado pelos [7], não devem ser deixadas para o final do estudo e sim servir como fonte motivadora para aprender funções.

Problema 10. (*Função Natural*)

Temos que $f(2012) = 3f(670) = 3(3f(223) + 2) = 9f(223) + 6$.

Mas $f(223) = 3f(74) + 2 = 9f(24) + 2 = 27f(8) + 11 = 81f(2) + 11 = 11$.

De onde temos que $f(2012) = 9 \cdot 11 + 6 = 105$.

Alternativa (E)

Capítulo 4

A Cartilha da Olimpíada de Matemática

Após apresentar um breve histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil e no mundo, levantar justificativas de implementação de uma olimpíada, apresentar atividades e problemas de divulgação e conhecimento dessa competição e um passo a passo para a elaboração de um projeto, trazemos para este capítulo um resumo do que vimos anteriormente apresentado de maneira prática que dará subsídio a professores e escolas que pretendem implementar uma olimpíada de Matemática.

4.1 Como organizar uma olimpíada

O PROJETO

Escreva um projeto para ser apresentado aos professores, coordenadores e direção da escola. É importante este momento para que a comunidade escolar perceba a organização da proposta.

Sugerimos que um projeto de implementação de uma olimpíada inclua os seguintes pontos:

INTRODUÇÃO Trace um breve perfil da proposta da olimpíada destacando os objetivos do projeto, que normalmente são: delimitar e apresentar as atividades que ocorrerão e o custo de cada atividade, público alvo, sujeitos envolvidos e o retorno que isso poderá dar à escola.

OBJETIVOS Liste os objetivos da olimpíada. Alguns mais comuns são: estimular o estudo da matemática por professores e alunos contribuindo para o ensino e aprendizagem ; despertar a curiosidade e vontade de resolver problemas matemáticos ; apresentar a matemática sob uma perspectiva diferente e detectar aptidões.

COMISSÃO ORGANIZADORA Aponte os responsáveis que responderão por todo o desenvolvimento da atividade.

PÚBLICO ALVO Apresente quem poderá participar das atividades que serão propostas e se serão agrupados de alguma forma.

ATIVIDADES PREPARATÓRIAS Apresente, além das aplicações de provas, atividades que levem a atingir os objetivos propostos pela olimpíada.

INSCRIÇÕES Determine como, onde, quando e quem será responsável por fazer e receber as inscrições.

PROVAS Explicite a quantidade de provas, a estrutura de cada prova, quem poderá participar das provas, onde e quando elas ocorrerão, quem são os responsáveis por elaborar, aplicar e corrigir essas provas.

PONTUAÇÃO, CLASSIFICAÇÃO E PREMIAÇÃO Defina como serão distribuídos os pontos nas provas, como será feita a classificação final dos participantes, critérios de desempate, quais serão os prêmios oferecidos e como esses serão entregues.

RESPONSABILIDADES Defina os papéis de cada possível ator nessa competição: alunos, professores, direção e comissão organizadora. Se houver nomes especifique-os.

CRONOGRAMA DE ATIVIDADES Trace um cronograma com todas as atividades da competição, desde quando ocorrerão as primeiras reuniões de organização, passando pelo início das atividades até a data de entrega de um relatório. Procure definir as datas das provas de forma que essas aconteçam antes de possíveis olimpíadas nacionais para que a Olimpíada escolar sirva também como divulgação e preparação para as competições nacionais.

CUSTOS Construa uma planilha dos custos que podem ser gerados por preparação de material de divulgação, atividades e provas e ainda o que será gasto com premiação.

REGULAMENTO No projeto cite que haverá um regulamento de responsabilidade da comissão organizadora e que este será disponibilizado para todos os participantes nos primeiros momentos de divulgação da competição pois é ele que normatizará toda a competição.

O REGULAMENTO

Elabore um regulamento contendo os itens abaixo para ser disponibilizado para todos os participantes.

1. Responsabilidade
2. Participantes
3. Objetivos
4. Estrutura da competição
5. Inscrições
6. Estrutura das provas
7. Pontuação e classificação
8. Premiação
9. Atribuições
10. Calendário
11. Disposições finais

4.2 Que problemas abordar e temas importantes

Os problemas olímpicos comumente requerem do estudante imaginação e raciocínio muito além de conhecimentos prévios e pré-estabelecidos além de se estenderem por variada complexibilidade.

Diferente da maioria dos exercícios propostos em livros didáticos, o estudante é levado a experimentar sua inteligência em lugar de retratar mecanicamente soluções pré-definidas. Isto num primeiro momento pode ser um obstáculo pois os estudantes estão acostumados com uma matemática de contas, rápidos algoritmos e pouco raciocínio.

Emanuel Carneiro [8] cita que tradicionalmente os assuntos abordados em uma olimpíada de matemática são divididos em 4 temas: Teoria dos Números, Álgebra, Geometria e Combinatória.

O Banco de Questões - 2012 da OBMEP apresentou, pela primeira vez, seus problemas em três grandes grupos: Aritmética, Combinatória e Geometria.

Abaixo listamos temas que podem ser agrupados como nos dois parágrafos anteriores, mas que decidimos expô-los dessa forma por serem de maior contato do professor e estudante:

1. Contagem;
2. Proporções;
3. Porcentagem;
4. Geometria;
5. Expressões algébricas;
6. Números reais;
7. Funções;
7. Raciocínio Lógico.

4.3 Resultados Esperados

O professor e estudante que participa da olimpíada vai ter oportunidade de estar em contato com novas ideias da matemática estimulando seu raciocínio e criatividade. Estimulados estes dois certamente haverá uma disponibilidade maior de aprendizagem não só da Matemática como das demais disciplinas.

Emanuel Carneiro [8] aponta que uma escola que implante uma competição desse tipo pode esperar a médio prazo um aumento de qualidade na formação de seus alunos.

Assim, ao implantar uma olimpíada em sua escola espere resultados como: melhor rendimento de seus estudantes; maior comprometimento com os estudos; melhores resultados em avaliações da própria escola e avaliações externas e estímulo à pesquisa.

4.4 Indicação de Material

Listamos abaixo alguns links nos quais poderão ser encontradas provas e soluções, listas e material teórico para treinamento, revistas e banco de questões de diversas competições matemáticas regionais, nacionais e internacionais.

1. **Provas, Soluções e Gabaritos**

- Olimpíada Brasileira de Matemática
  http://www.obm.org.br/opencms/provas_gabaritos/
- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
  http://www.obmep.org.br/provas.htm
- Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina
  http://www.orm.mtm.ufsc.br/provas.php
- Competição Matemática do Estado do Rio Grande do Norte
  http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br.html
- Olimpíada de Matemática da UNICAMP
  http://www.ime.unicamp.br/~olimpiada/ProvasAnteriores/
- Olimpíada de Matemática de Rio Preto
  http://www.mat.ibilce.unesp.br/olimpiada/2011/provas.htm
- Olimpíada de Matemática do Grande ABC
  http://www.metodista.br/ev/omabc/
- Olimpíada Paulista de Matemática
  http://www.opm.mat.br/provas
- Olimpíada de Matemática do Estado de Goiás
  http://omeg.mat.ufg.br/pages/2866
- Olimpíada Regional de Matemática da Grande Porto Alegre
  http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/olimpa4.htm
- Olimpíadas de Matemática do Estado do Rio de Janeiro
  http://www.omerj.com.br/index.php?mod=secoes&id_secao=3
- Olimpíada Campinense de Matemática
  http://www.dme.ufcg.edu.br/olimpiada/20anosdaocm9.html
- Olimpíada Regional de Matemática da UNESP Bauru
  http://www2.fc.unesp.br/matematica/ormub/provas.php
- Olimpíada Mineira de Matemática
  http://www.mat.ufmg.br/olimpiada/index_arquivos/Provas.htm
- Olimpíada Viçosense de Matemática
  http://olimpiadavicosensedematematica.wordpress.com
- Olimpíada Paraense de Matemática
  http://www.olimpiadaparaensemat.hd1.com.br/provas.html
- Olimpíada Pessoense de Matemática
  http://www.mat.ufpb.br/opm/gabaritos/

- Olimpíada São Carlense de Matemática
  `http://www2.icmc.usp.br/~olimpiada/provas.html`

- Banco de Provas de Olimpíadas Internacionais
  Olimpíada Internacional de Matemática
  Olimpíada Internacional de Matemática para Estudantes Universitários
  Olimpíada Iberoamericana de Matemática
  Olimpíada de Matemática do Cone Sul
  Olimpíada de Maio
  Romanian Master in Mathematics
  Olimpíada Iberoamericana de Matemática Universitária
  Olimpíada de Matemática da Comunidade dos Países de Língua Portuguesa
  Canguru Matemático
  `http://www.obm.org.br`

2. **Revistas e Material Teórico**

- Olimpíada Brasileira de Matemática - Revista Eureka!
  `http://www.obm.org.br/opencms/revista_eureka/`
- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - Material do programa de iniciação científica
  `http://www.obmep.org.br`
- Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina - Revistas
  `http://www.orm.mtm.ufsc.br/revista.php`
- Competição Matemática do Estado do Rio Grande do Norte - Bibliografia
  `http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br/corpo_bibliografia.html`
- Olimpíada Paulista de Matemática - Material de Aprofundamento
  `http://www.opm.mat.br/miscelanea`
- Olimpíada de Matemática do Estado de Goiás - Revista
  `http://omeg.mat.ufg.br/pages/2863`
- Olimpíada Regional de Matemática da Grande Porto Alegre - Material de Treinamento
  `http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/olimpa5.htm`
- Competição Matemática do Estado do Rio Grande do Norte
  `http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br`

- Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina - Vídeos
  `http://www.orm.mtm.ufsc.br/videotreinamentos.php`

3. **Banco de Questões e Listas de Treinamento**

- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
  `http://www.obmep.org.br/banco.htm`
- Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina
  `http://www.orm.mtm.ufsc.br/treinamentos.php`
- Olimpíada de Matemática da UNICAMP
  `http://www.ime.unicamp.br/~olimpiada/BancoQuestoes/`
- Olimpíada de Matemática da UNICAMP - Desafios
  `http://www.ime.unicamp.br/~olimpiada/DesafiosOMU/`
- Olimpíada de Matemática do Estado de Goiás
  `http://omeg.mat.ufg.br/pages/2867`

Considerações Finais

Neste trabalho, apresentamos vários aspectos de uma Olimpíada de Matemática. Nossa proposta foi de mostrar como esse tipo de competição pode ser utilizado em uma escola, ou até em um município, como uma atividade auxiliar no ensino de Matemática.

Do que foi apresentado pode-se constatar que é possível com uma olimpíada, despertar o interesse, a criatividade e a motivação nos alunos. Além disso, é possível fazer atividades que desenvolvam o espírito do trabalho em equipe.

Através do material consultado vemos que as Olimpíadas de Matemática podem ser um diferencial na vida escolar de um jovem e de uma criança e que pode abrir portas para o conhecimento.

É importante ressaltar que uma outra proposta deste trabalho é numa próxima fase elaborar a *Cartilha da Olimpíada de Matemática*, baseada no capítulo 4, contendo os tópicos dos capítulos 2 e 3, com descrição da organização, atividades pré e pós-olímpicas, banco de questões e endereços para consultas. Esta cartilha deverá ser submetida à publicação e disponibilizada eletronicamente de maneira que possa servir de apoio a professores e escolas na elaboração de uma Olimpíada de Matemática.

Referências Bibliográficas

[1] ALVES, W. J. S., **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública.** 2010. 92p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, São Paulo, 2010.

[2] ARANCIBIA, J. F. R. et al. **Projeto de Treinamento para Olimpíadas Universitárias**. In.: Encontro de Extensão, II., 2009. Universidade Federal da Paraíba. Anais... Paraíba: 2009. Disponível em: http://www.prac.ufpb.br/anais/XIenexXIIenid/enex/XIENEX004c.html . Acesso em: 02 de jan. 2013.

[3] BAGATINI, A., **Olimpíadas de Matemática, Altas Habilidades e Resolução de Problemas.** 2010. 82p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

[4] BARBOSA, J. L., **Olimpíadas de Matemática: Uma experiência de sucesso em educação no Ceará**. http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joaolucas-barbosa-simp.htm Acesso em 16 de out. 2012.

[5] BRASIL.GOV.BR. http://www.brasil.gov.br. Acesso em 27 dez. 2012.

[6] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental., **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

[7] BRASIL. Ministério da Educação., **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio +:Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2006.

[8] CARNEIRO, E., **Olimpíada de Matemática - Uma porta para o futuro: Dicas para montar um projeto e 50 problemas de**

treinamento para iniciantes. II Bienal da SBM. Salavador, Bahia, 2004.

[9] DRUCK, S., **Entrevista a Manoel Alves Filho**. Jornal da UNICAMP, 17 a 24 fevereiro de 2005, 6-7.

[10] DRUCK, S., **Sobre o Ensino da Matemática no Brasil**. Sessão: Ciência e Matemática nas Escolas e Educação Tecnológica, 27 de maio de 2010.

[11] EUREKA!. **Olimpíada Brasileira de Matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1998. Trimestral.

[12] EVES, HOWARD.**Introdução à história da matemática.**Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.

[13] FOMIN, D.; GENKIN, S. E ITENBERG, I. **Círculos Matemáticos: A experiência russa**. Trad. Valéria de Magalhães Iório. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.

[14] INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD. http://www.imo-official.org/. Acesso em: 27 de dez. 2012.

[15] MACIEL, M. V. M. E BASSO, M. V. A. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): as origens de um projeto de qualificação do ensino de matemática na educação básica**. In.: Encontro Gaúcho de Educação Matemática, X., 2009, Ijuí. Anais... Rio Grande do Sul: 2009. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cdegem/fscommand/CC/CC-19.pdf Acesso em 02 jan. 2013.

[16] MARANHÃO, T. P. A. **Avaliação de Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP - 2005/2009)**. In.:Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP), Série Documentos Técnicos, N^o.: 11, Julho, 2011.

[17] MONTENEGRO, I. P. **2^o indicador nacional de alfabetismo funcional: um diagnóstico para a inclusão social - Avaliação de Matemática**. São Paulo, Dezembro, 2002.

[18] MONTI, C. R. L. ET AL. **A Contribuição das Olimpíadas de Matemática na Aprendizagem do Aluno.** Disponível em http://guaiba.ulbra.br/seminario/eventos/2008/artigos/matematica/-320.pdf. Acesso em: 27 de dez. 2012.

[19] MORAES, S. M. et al. **Projeto de Extensão: A Olimpíada Viçosense de Matemática como estímulo ao ensino da Matemática no ensino fundamenal**. Viçosa, 2012.

[20] NETO, J. A. S; VILELA, D. S. , **Mobilidade Social e Educação Matemática: o caso das olimpíadas.**s/d. Disponível em: http://sistemas3.sead.ufscar.br/ppge/joao_alvesde_souza_neto.pdf. Acesso em: 27 de dez. 2012.

[21] OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DA UNICAMP. http://www.ime.unicamp.br/ olimpiada/BancoQuestoes/. Acesso em 21 de jan. de 2013.

[22] OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - OBM. http://www.obm.org.br. Acesso em 27 de dez. 2012.

[23] OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA, http://platea.pntic.mec.es/∼csanchez/olimpque.htm.

[24] OLIMPÍADA MINEIRA DE MATEMÁTICA, http://www.mat.ufmg.br/olimpiada/.

[25] OLIMPÍADA PARAENSE DE MATEMÁTICA. http://www.olimpiadaparaensemat.hd1.com.br/historico.html. Acesso em: 27 de dez. 2012.

[26] OLIMPÍADA VIÇOSENSE DE MATEMÁTICA - REGULAMENTO 2012.

[27] SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA E INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Panorama dos Recursos Humanos em Matemática no Brasil: Premência de crescer**. 2001. Disponível em: http://www.mat.ufmg.br/ syok/diretrizes/panorama.pdf. Acesso em: 04 de jan. 2013.