

**Análise da utilização do software GeoGebra nas
dissertações do PROFMAT para elaboração de uma
proposta de atividade para o ensino médio com o auxílio do
GeoGebra**

Camila Molina Buffo

Dissertação de mestrado do Programa Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional (Profmat)

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Camila Molina Buffo

**Análise da utilização do software GeoGebra
nas dissertações do PROFMAT para
elaboração de uma proposta de atividade para
o ensino médio com o auxílio do GeoGebra**

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. *VERSÃO*

REVISADA

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora: Profa. Dra. Esther de Almeida Prado Rodrigues

**USP – São Carlos
Junho de 2019**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

M722a Molina Buffo, Camila
Análise da utilização do software geogebra nas
dissertações do PROFMAT para elaboração de uma
proposta de atividade para o ensino médio com o
auxílio do Geogebra. / Camila Molina Buffo;
orientador Esther de Almeida Prado Rodrigues. --
São Carlos, 2019.
104 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
em Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de
Computação, Universidade de São Paulo, 2019.

1. Triângulos. 2. Pontos notáveis. 3. Alturas. 4.
Ortocentro. I. de Almeida Prado Rodrigues, Esther,
orient. II. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação de acordo com a AACR2:
Gláucia Maria Saia Cristianini - CRB - 8/4938
Juliana de Souza Moraes - CRB - 8/6176

Camila Molina Buffo

**Analysis of utilization of GeoGebra software in
PROFMAT dissertations for elaboration of one
activity proposal for High School with the support
of GeoGebra**

Master dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC- USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree Program in Mathematics in National Network

Advisor: Prof. Dra. Esther de Almeida Prado Rodrigues

USP – São Carlos
June 2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me permitir a vida e estas conquistas.

À minha família, por compreensão e apoio em todos momentos de minha vida, e ao auxílio nas dificuldades que apareciam, e ao meu cachorrinho que nos deixou perto da entrega deste trabalho.

Gostaria ainda de agradecer à Professora Doutora Esther de Almeida Prado, pela paciência, dedicação e auxílio durante esta jornada, compreendendo as dificuldades que encontrei em relação à vida profissional e pessoal.

Aos amigos e colegas de profissão e também do PROFMAT-ICMC 2015, que sofreram, deram força, apoio e torceram junto comigo para que eu pudesse entregar esta dissertação.

Agradeço à coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pela colaboração financeira durante o período do curso de mestrado

RESUMO

Buffo, C.M. 2019. 95p. Dissertação **Análise da utilização do software GeoGebra nas dissertações do PROFMAT para elaboração de uma proposta de atividade para o ensino médio com o auxílio do GeoGebra** (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2019.

O presente trabalho teve como objetivo analisar dissertações de mestrado do programa PROFMAT que possuíam em seu título a palavra GeoGebra com a finalidade de responder a seguinte questão: Como elaborar atividades de geometria com o auxílio de softwares para o ensino dessa disciplina? Foi analisado o banco de dissertações do PROFMAT, selecionando 242 dissertações que indicaram a utilização do software. Após realização da leitura superficial dos resumos, selecionamos 5 dissertações para fazer uma análise mais detalhada estudando as atividades propostas em sala de aula e analisando as conclusões obtidas pelos autores. As dissertações escolhidas abrangiam temas diversos da matemática como álgebra, aritmética, geometria e trigonometria. A partir dessas análises, a presente dissertação apresentou uma proposta de atividade voltada para alunos do Ensino Médio que pretendem prestar o vestibular, sendo que a proposta parte de um exercício do vestibular da FUVEST de 1979, que envolvia uma questão de alturas em triângulo obtusângulo, necessitando que o aluno tenha conhecimento sobre a posição do ponto notável ortocentro no triângulo obtusângulo. Com isso, concluiu-se que o GeoGebra pode ser utilizado em sala de aula para otimizar o aprendizado do aluno ao lidar com atividades práticas da disciplina.

Palavras-chave: GeoGebra, PROFMAT, Softwares.

ABSTRACT

Buffo, C.M. 2019. 95p. Dissertação **Analysis of utilization of GeoGebra software in PROFMAT dissertations for elaboration of one activity proposal for High School with the support of GeoGebra** (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2019.

This work aimed to analyze Master's dissertations of the PROFMAT program, which had the word GEOGEBRA in its title. For this, tables were made to select the dissertations, in a total of 242 dissertations. The dissertations were put in 12 tables that characterized the dissertations about the universities that produced mathematic sub areas, and geometric sub areas (spatial, flat and analytical). After a superficial reading of the abstract, we selected five dissertations to make more detailed analysis. We studied the activities proposed in the classroom and analyzed the conclusion that the authors gave. The dissertation chosen range from mathematics themes such as algebra, arithmetic, geometry and trigonometric. From the analysis, the author created a proposal of activity to students that are in the high school and has the intention in take the exam to enter in the University. The proposal was made starting of an exercise found in FUVEST 1979. The exercise was about heights in a triangle obtusangle what required for the student the knowledge about the position of the remarkable orthocenter point in the obtuse triangle. Therefore, we proposed activities using the GeoGebra software what would help the student to solve such exercise.

Key-words: GeoGebra, PROFMAT, Softwar

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Conjunto de Cantor no nível IV.....	35
Figura 2: Triângulo de Sierpinski.....	36
Figura 3: Curva de Kosh no nível II.....	37
Figura 4: Limite da função real $f(x) = x - 2$, quando x tende a 3.....	40
Figura 5: Tendência do limite $f(x) = \frac{1}{x}$	41
Figura 6: Gráfico de $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1) = 3$	41
Figura 7: Ilustração para as possibilidades do discriminante.....	43
Figura 8: Variação de “a” na função afim.....	45
Figura 9: Variação do coeficiente “b” na função afim.....	45
Figura 10: Variação do coeficiente “a” na função quadrática.....	46
Figura 11: Variação do coeficiente “b” na função quadrática.....	46
Figura 12: Variação do coeficiente “c”, na função do 2ª grau.....	46
Figura 13: Caso AAA de semelhança de triângulo.....	48
Figura 14: Caso LAL de semelhança de triângulo.....	48
Figura 15: Caso LLL de semelhança de triângulo.....	49
Figura 16- Ciclo trigonométrico.....	51
Figura 17- Seno e Cosseno no ciclo trigonométrico.....	51
Figura 18- Tangente no ciclo trigonométrico.....	52
Figura 19- Caso LAL de congruência.....	56
Figura 20 - Caso ALA de Congruência.....	57
Figura 21 - Caso LLL de congruência.....	57
Figura 22- Caso LAAo de congruência.....	58
Figura 23- Caso Cateto-hipotenusa de congruência.....	58
Figura 24- Passo 1: Construção do Triângulo retângulo.....	64
Figura 25 - Passo 2: Construção do Triângulo retângulo.....	64
Figura 26 - Passo 3: Construção do Triângulo retângulo.....	65
Figura 27 - Construção final do Triângulo retângulo.....	65
Figura 28 - Passo 1: Construção de triângulo acutângulo e obtusângulo.....	66
Figura 29 - Passo 2: Construção de triângulo acutângulo e obtusângulo.....	66
Figura 30 - Passo 3: Construção de triângulo acutângulo e obtusângulo.....	67
Figura 31 – Passo 1: Construção de triângulo equilátero.....	68
Figura 32 - Passo 2: Construção de triângulo equilátero.....	68

Figura 33 - Passo 3: Construção de triângulo equilátero	69
Figura 34 - Passo 1: Construção do triângulo isósceles	69
Figura 35 - Passo 2: Construção do triângulo isósceles	70
Figura 36 - Passo 3: Construção do triângulo isósceles	70
Figura 37 - Passo 4: Construção do triângulo isósceles	71
Figura 38 - Passo 2 da construção de retas suporte da altura em relação a um vértice A	71
Figura 39 - Passo 3 da construção de retas suporte da altura em relação a um vértice B	72
Figura40- Passo 4 da construção de retas suportes da altura em relação a um vértice C.....	72

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
2	EMBASAMENTO TEÓRICO	17
2.1	História da educação matemática e as tecnologias	17
2.2	Softwares na educação	18
2.3	Utilização da tecnologia na educação matemática	20
2.1	O software GeoGebra	23
2.4.1	Utilização do software GeoGebra na resolução de problema	23
3	METODOLOGIA	25
4	ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES	32
4.1.	Conteúdo Estatística:	32
4.2.	Conteúdo Progressões:	34
4.3.	Conteúdo Álgebra e Aritmética:	37
4.4.	Conteúdo Trigonometria:	47
4.5.	Conteúdo geometria:	54
5	PROPOSTA DE ATIVIDADE	61
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
	REFERÊNCIAS	74
	APÊNDICE A – Tabelas de Dissertações	77
	APÊNDICE B – Atividades propostas no GeoGebra	100
	APÊNDICE C – Resolução das Atividades propostas no GeoGebra	101

1 INTRODUÇÃO

A opção pela carreira docente vem desde a convivência com professores, diariamente, no decorrer de toda vida, inclusive dentro de casa, tendo pais professores. Assim, surge a simpatia pela profissão desde cedo. Ao cursar o ensino fundamental, o objetivo era cursar essa carreira profissional. Iniciando o ensino médio com a ideia de prestar vestibular para Licenciatura, porém sem muita certeza sobre qual especialidade: Química, Física, Matemática ou Biologia.

Com o passar dos anos, a Biologia foi ficando de lado e a dedicação se voltou cada vez mais às exatas. Portanto o caminho já estava um pouco mais trilhado, porém faltava a escolha pela especialidade. Foi quando obteve-se informações sobre o curso de Licenciatura em Ciências Exatas na USP São Carlos. O Ingresso no curso ocorreu no ano de 2010 tendo dois anos para decidir a habilitação, uma vez que o núcleo básico do curso tem a duração de dois anos e só após esse período o estudante escolhe entre uma das habilitações oferecidas (Matemática, Química ou Física).

No primeiro ano de curso a Química pareceu a melhor opção, inclusive iniciando atividades de iniciação em um dos laboratórios. Porém, conforme o tempo passava a ideia de novas opções surgiam. Nesse mesmo período, surgiu uma oportunidade em um processo seletivo para o PIBID (Programa Institucional de Bolsa a Iniciação à Docência) do Instituto de Ciências Matemáticas e computação da USP - Campus São Carlos, coordenado por docentes desse Instituto.

Como bolsistas uma das exigências para a contemplação da bolsa era optar pela habilitação em Matemática, portanto o laboratório e a Química foram trocados para que esse novo desafio fosse desbravado.

No projeto PIBID, aconteceram as experiências docentes na escola pública. A ideia do projeto era levar alunos da graduação para sala de aula e trabalhar a matemática de uma forma não tradicional. Assim, ocorria o auxílio nas aulas e aprendizado à docência na prática.

Foi nesse programa que veio a certeza da escolha pela carreira de professor, apesar do trabalho não ser fácil. Porém, a cada momento que as intervenções recebiam feedback positivo de professores e alunos, a certeza da escolha pela profissão ficava mais clara, assim encerrando a graduação e o projeto no ano de 2013.

Em 2014, houve o ingresso como professora efetiva de matemática dos Ensinos médio e fundamental, anos finais, através do concurso realizado em 2013, assumindo o cargo em uma cidade no interior do estado de São Paulo.

Após o ingresso no concurso, ficou evidente a necessidade de ampliação dos conhecimentos matemáticos e didáticos e, por isso, a inscrição para o Exame Nacional de Ingresso ao Mestrado Profissional.

No ano de 2015, com a conciliação entre o trabalho docente na educação básica com o PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), sendo selecionada na unidade da USP, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação no campus de São Carlos, qualificando no meio do ano de 2016, assim restando a defesa da dissertação.

Na atuação docente foi observado a dificuldade em resolver as defasagens dos alunos para que eles compreendam os conteúdos propostos no currículo da educação básica. Acredita-se que tais defasagem podem ter diferentes causas, entre elas a maneira como nós, enquanto professoras, desenvolvemos o ensino de determinados conteúdos, em particular, o ensino de geometria.

Em diversas tentativas para melhorar a maneira como as atividades de geometria para o ensino médio são propostas e observando que o uso de softwares, em particular o do GeoGebra, auxilia em alguns aspectos da dinâmica da sala de aula, pois os alunos ficaram mais envolvidos com o desenvolvimento de determinados conteúdos. A partir de experiências pontuais sobre o uso de softwares para o ensino de geometria, surgiu a pergunta: Como elaborar atividades de geometria com o auxílio de softwares para o ensino dessa disciplina?

Com a finalidade de recolher elementos para responder a essa questão, analisamos o banco de dissertações do PROFMAT, selecionando as dissertações que indicaram a utilização do software, no ano de 2013 e 2018. Em seguida, foram analisadas 242 dissertações para elaboração de uma proposta de atividade para o ensino médio. Como encontramos vários softwares, foi necessário escolher qual deles seria utilizado nesta pesquisa. Na atuação no PIBID e como docente na escola básica tivemos a oportunidade de utilizar o GeoGebra em algumas atividades de geometria, portanto a opção foi por este software, por já nos ser familiar.

Portanto, neste trabalho vamos analisar o auxílio do software GeoGebra no ensino da Matemática expresso nas dissertações do PROFMAT, de 2013 a 2018, e a partir das análises propor uma atividade com a utilização do GeoGebra para o ensino da geometria plana no ensino médio.

Se relacionarmos com a realidade da educação atual, entendemos que o principal desafio do professor de matemática é ensinar uma geração conectada com as tecnologias. Nesse sentido, Carvalho Borba e Penteado (2010) destacam que:

Muitos advogam o uso do computador devido a motivação que ele traria a sala de aula. Devido às cores, ao dinamismo e a importância dada aos computadores do ponto de vista social, o seu uso na educação poderia ser a solução para falta de motivação dos alunos. (BORBA e PENTEADO, 2010, p. 15).

Há indícios superficiais, entretanto, de que tal motivação é passageira. Assim um dado software utilizado em sala pode, depois de algum tempo, se tornar enfadonho da mesma forma que para muitos uma aula com uso intensivo de giz, ou outra baseada em uma discussão de texto, podem também não motivar. (BORBA e PENTEADO, 2010, p. 15)

Concordamos com os autores quando indicam que o computador não é a solução para a falta de motivação dos alunos, mas é uma ferramenta que apoia o envolvimento dos alunos em sala de aula.

Para Silva (2001), o impacto das transformações de nosso tempo obriga a sociedade, mais especificamente os educadores, a repensarem a escola a sua temporalidade.

E é no sentido de temporalizar a educação que esta dissertação de mestrado visa pesquisar o uso do software GeoGebra na educação. Para tanto, pesquisamos 242 dissertações de mestrado do PROFMAT, que possuíam no seu título a palavra GeoGebra e selecionamos cinco para fazer uma análise mais profunda. A seleção foi realizada a partir da leitura dos resumos e essas foram escolhidas de acordo com seu conteúdo.

Pesquisas apontam que trabalhar com os computadores abre novas perspectiva para a profissão docente, desencadeando o surgimento de novas possibilidades para seu desenvolvimento como um profissional da educação, porém para Borba e Penteado (2001, p. 15) o computador pode ser um problema a mais na vida já atribulada do professor.

Assim, alguns pontos que serão discutidos no presente trabalho são: as dificuldades encontradas pelos docentes que escreveram as teses analisadas na utilização do software GeoGebra, os benefícios do software no processo de ensino aprendizagem e os benefícios no processo de formação continuada do professor, a partir das análises das dissertações do PROMFMAT.

O convívio de sala de aula e as reuniões pedagógicas trouxeram a percepção que há grande dificuldade de compreensão por parte do aluno nessa área da matemática.

Por exemplo: em uma aula em que ministrávamos sobre resolução de exercícios de vestibulares, nos deparamos com um exercício da Fuvest (Fundação universitária para vestibular) que envolvia altura em triângulos obtusângulos. Percebendo a dificuldade dos alunos para visualizar o ortocentro em tal triângulo e decidimos trabalhar com esse tema nesta pesquisa, optando pelo GeoGebra como ferramenta de auxílio, pois proporcionaria aos alunos a visualização. E também por ser um software de geometria dinâmica que esta pesquisadora, que também é professora, possui afinidade, além da facilidade ao acesso para desenvolver este trabalho, uma vez que o software está disponível em: <www.geogebra.org>.

A presente dissertação é estruturada em 6 seções, sendo elas:

1.Introdução

2 Revisão Bibliográfica e Embasamento teórico: serão apresentados estudos de outros autores relacionados com o tema da dissertação, portanto foram pesquisados autores como Ubiratan D'Ambrósio e Maria Ângela Amorim, a história da educação matemática. Em Marcelo Borba e Miriam Penteado, a utilização de softwares na Educação, nos PCNs (Parâmetros curriculares nacionais) a importância da utilização do software na educação e em específico na educação Matemática, e, por último, a utilização do software para resolução de problemas.

3 Metodologia de pesquisa: Inicialmente foram catalogadas as dissertações do PROFMAT que citavam em seu título o Software dinâmico GeoGebra, anexado neste trabalho na Tabela 1. Foram relacionados o número de teses por universidades cadastradas no Programa.

Em um segundo momento, as dissertações foram subdivididas nas áreas matemáticas que cada uma contemplava. Portanto, as dissertações foram separadas em:

- Geometria
- Trigonometria
- Álgebra
- Progressões
- Estatística
- Interdisciplinar

No terceiro momento a Geometria foi subdividida em suas subáreas:

- Geometria Plana

- Geometria Espacial
- Geometria Analítica

O objetivo deste trabalho é selecionar as dissertações que trabalharam com o GeoGebra e classificá-las dentro das diferentes áreas da matemática, assim selecionando algumas teses de cada área e analisando como o uso do software auxiliaria no processo de ensino- aprendizagem. Foi dado um foco maior para as dissertações que trabalharam a geometria e mais especificamente a geometria plana.

4. Análise das dissertações: buscou-se um exemplo de cada dissertação, dentro de cada área da matemática e analisou-se mais a fundo os benefícios e os problemas do uso do software GeoGebra em sala de aula.

5. Atividade proposta: o presente trabalho propôs uma atividade a ser empregada em sala de aula. A atividade está dentro da geometria, mais especificamente na geometria plana.

6. Conclusão: o presente trabalho mostra que tem como objetivo discutir o real ensino aprendizagem da geometria nas escolas públicas e privadas com a utilização do software GeoGebra e ao mesmo tempo discutir as dificuldades e aperfeiçoamentos que o docente necessita para utilização desse novo método de ensino.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

2.1 História da educação matemática e as tecnologias

O embasamento teórico da presente dissertação inicia-se com a história da educação matemática, pois como defende Ubiratan D'Ambrósio: “Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino” (D'AMBRÓSIO, 1993, p. 17).

A matemática está no cotidiano do ser humano. Nas eras primitivas, no período Paleolítico, o ser humano possuía uma cultura considerada nômade, pois migravam de uma área para outra de acordo com a suas necessidades. Na transição para o período neolítico a cultura nômade deixou de existir e com isso a agricultura, a pesca e a caça se tornam necessárias. Surge assim uma ideia intuitiva da matemática na contagem, com a correspondência biunívoca, e de representações geométricas, nos formatos dos campos de agricultura. Para Miorim, não há cultura, por mais primitiva que seja que não demonstre possuir uma espécie rudimentar de matemática.

No início, a ideia de educação ainda era intuitiva, o ensinamento era transmitido de pai para filho, porém a complexidades da vida em tribo, trouxe a necessidade da escrita e do cálculo.

Com a evolução das tribos, a humanidade começa a ser separada entre a maioria que se dedica a produção e a minoria que se dedica aos estudos.

A educação matemática ganha força na Grécia Antiga, especificamente no século VI ac, no início desvinculada do prático, ou seja, uma disciplina teórica, por essa razão era estudada por poucos, destinada apenas para os filhos dos ricos. (MIORIM, 1998)

No século seguinte, Platão defendeu a ideia que a matemática também é uma disciplina prática e por isso deveria ser ensinada para crianças em qualquer nível, ou seja, ser ensinada no nível básico e no superior. (MIORIM, 1998).

“Os exercícios puramente mecânicos, propor problemas adequados à idade das crianças e ser desenvolvidos de maneira lúdica, por meio de jogos. Além disso, os castigos corporais não deveriam ser utilizados, pois a coação não seria a forma mais adequada para resolver o problema da falta de interesse pelos estudos” (MIORIM, 1998, p.18).

D'Ambrósio (1993) afirma que apesar da educação matemática ter sido abordada na antiguidade, começa a tomar corpo a partir das três grandes revoluções: revolução Industrial (1767), revolução Americana (1776) e a revolução Francesa (1789), e considera que a

consolidação da educação matemática ocorreu em 1908 em um congresso internacional de matemáticos, sob a liderança do matemático Alemão Flex Klein.

No Brasil, a educação esteve por mais de duzentos anos dominada quase que exclusivamente pelos jesuítas. Em sua proposta de educação equivalente ao ensino médio era baseada apenas nas humanidades, na qual as disciplinas eram a retórica, as humanidades clássicas e a gramática. A Ciências era exclusiva do ensino superior, inclusive a matemática que era encarada como ciência vã. (MIORIM, 1998)

Em 1759, com a expulsão dos jesuítas do Brasil, abriu-se uma lacuna no sistema educacional e, em 1772, com a reforma pombalina, criou-se as chamadas aulas régias, que eram aulas de disciplinas isoladas, o que levaram à criação de disciplinas como Aritmética, Álgebra e geometria (MIORIM, 1998). Entendemos que esse foi um ponto de transformação na educação matemática.

A próxima transformação significativa na educação matemática foi em decorrência da escola nova, em que a matemática de quadro negro, muda para a matemática de atividade, ou seja, o aluno teria uma atuação mais ativa no processo de ensino- aprendizagem (MIORIM, 1998).

Em relação à integração da Tecnologia com a educação:

A integração das tecnologias ao ensino já acontecia desde que um mestre ensinava a um pequeno grupo de dois ou três discípulos na Grécia e, particularmente, a partir do século XVI quando começaram a ser configuradas e disseminadas as primeiras salas de aula com ensino múltiplo (Costa e Prado, 2004, p. 2).

Concordamos com os autores quando indicam que as mídias digitais, com o avanço das tecnologias que se expandiram pela sociedade a partir do século XX, transformaram a maneira das pessoas se comunicarem e se relacionaram, conseqüentemente chegando até as escolas (Costa e Prado, 2004).

2.2 Softwares na educação

Quando discutimos tecnologia na educação, relacionamos diretamente com a ideia de computadores, internet, salas de multimídia, projetores/data shows. No entanto, o giz, a lousa e os livros didáticos já tiveram seus dias de glórias na educação como tecnologias de suas épocas.

Portanto, em qualquer período educacional se faz necessário o uso de uma determinada técnica, determinada mídia, sendo que no período atual a mídia que ocupa as discussões nos encontros das reuniões pedagógicas nas escolas e de educação em geral são os computadores,

como reflexo da atual sociedade, pois, “As diferentes tecnologias que temos a nossa disposição mudam o nosso ritmo de vida”. (GRAVINA e BASSO,2002, p. 12).

Moran (2005) afirma que tecnologia é um tema abrangente e que “(...) são os meios, os apoios, as ferramentas que utilizamos para que os alunos aprendam. A forma como os organizamos em grupos, em salas, em outros espaços, isso também é tecnologia” (MORAN, 2005, p.151).

Portanto, além dos equipamentos, é necessário pensar na organização dos alunos na sala. Embora a utilização da informática na educação sempre estar presente nas pautas de congressos, muitos educadores defenderem seu uso e enumerar suas vantagens ainda passa por desconfianças. (Moran 2005)

Consideramos que a desconfiança também pode partir dos professores que atuam na educação básica, pois no momento em que nós, professores da educação básica, decidimos utilizar esses recursos aparecem muitos desafios, principalmente nas escolas públicas. Os motivos são vários, como por exemplo este: apesar de existir programas governamentais para implantação de computadores nas escolas, percebemos que a falta de manutenção das máquinas, ou que os números de computadores são insuficientes. Acreditamos que a manutenção dos equipamentos é uma das causas que geram essa desconfiança.

Além disso, para que o professor utilize de recursos computacionais, são necessários o aperfeiçoamento e o aprendizado. Por exemplo, Borba e Penteado (2010) indicam que se o professor quiser trabalhar com softwares terá que aprender a dominá-lo, demandando certo tempo, o que dificulta ainda mais a vida já atribulada do professor. “Na verdade, as inovações educacionais em sua grande maioria, pressupõe mudança nas práticas docentes” (BORBA e PENTEADO, 2010, p 57).Os autores indicam indícios, mesmo que superficiais, que a empolgação causada pela tecnologia, mais especificamente o uso de software, seja passageira, e depois de algum tempo seu uso se torne enfadonho, igualmente ocorre nas aulas com o uso intensivo de giz.(BORBA e PENTEADO, 2010).

Borba e Penteado (2010) também destacam a ideia de que a informática na educação vai além de um direito:

O acesso à internet deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas como particulares, o estudante deve poder usufruir que no momento atual inclua no mínimo, uma alfabetização tecnologia (BORBA e PENTEADO, 2010, p. 16).

Defendendo assim que a alfabetização tecnológica prepara o aluno para o concorrido mercado de trabalho, portanto, para os autores, a utilização desse recurso surge como uma forma de democratização.

Desse modo o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologia desenvolvido por essa mesma sociedade (BORBA e PENTEADO, 2010, p. 16).

Os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) trazem a importância da reflexão sobre a tecnologia e a educação no contexto atual, na preparação do cidadão para o mercado de trabalho.

A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início da sua carreira profissional. O trabalho ganha então uma nova exigência em um processo não mais solitário. O indivíduo, imerso em um mundo de informações se liga a outras pessoas, que, juntas, completar-se-ão em um exercício coletivo de memória, imaginação, percepção, raciocínio e competência para produção e tradução de conhecimento (BRASIL, 2000, p. 41)

2.3 Utilização da tecnologia na educação matemática

Os PCNs também orientam que a tecnologia se relaciona com a matemática, afirmando que a discussão vai além das calculadoras, e que o impacto da tecnologia na vida das pessoas irá sugerir habilidades maiores que o simples lidar com as máquinas.

Esse impacto da tecnologia, cujo o instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento (BRASIL, 2000, p. 41).

Também no Currículo do estado de São Paulo (São Paulo, ano 2001) orienta sobre a utilização da tecnologia na educação Matemática.

Por um lado, os números de recursos tecnológicos disponível para utilização em atividades de ensino encontram em um ambiente propício para acolhimento no terreno da matemática; máquinas de calcular; computadores, softwares para construção de gráficos, para as construções em geometria e para realização de cálculos estatísticos são muito bem-vindos, bem como seu uso será crescente, inevitável e desejável (São Paulo, 2010, pg 33-34).

Portanto, entendemos que na educação básica o aluno deverá desenvolver competências para selecionar e analisar informações e, a partir disso, tomar decisões que exigirão linguagem e competências matemáticas.

Borba e Penteadó (2010) afirmam que uma das preocupações da utilização do software seria se o mesmo não estaria suprimindo etapas de aprendizagem, por exemplo: se o aluno utilizar a calculadora, como ele aprenderá a calcular? Ou mesmo para os softwares: se apertar um botão plota o gráfico, como aprender o passo-a-passo de traçá-lo?

Continuando com a discussão, comparando a utilização dessas tecnologias com o papel e o lápis, nos lembrando como eles também fazem parte da tecnologia, e que sempre há uma mídia envolvida na produção do conhecimento. Assim, a tecnologia bem aplicada será mais uma ferramenta do processo de ensino-aprendizagem e principalmente nos conteúdos abstratos da matemática. (BASSO e GRAVINA, 2002).

De acordo com Costa e Prado (2016), há uma preocupação em preparar o docente para implantação da informática na educação matemática, pois além do professor passar pela reconstrução da sua prática e apropriar novos conhecimentos tecnológicos terá que integrar os componentes curriculares às tecnologias.

As autoras entendem que aprendizagem matemática é universal e cultural, assim se torna cada vez mais pertinente a utilização da informática em sua aprendizagem, justificando assim a preocupação com o processo de formação do docente de ensino básico.

Para o professor de matemática há certamente a necessidade de conhecer, para cada campo da matemática, quais as possibilidades e limitações dos softwares educacionais disponíveis. Para explorar as potencialidades didáticas é necessário conhecer a estrutura desses softwares (se usa programação, se é icônico, se permite macros, se usa objetos matemáticos definidos – tais como triângulo, quadrado, circunferência, etc.) de modo a criar atividades, desenvolver estratégias pedagógicas que possam levar o aluno a vivenciar ideias fundantes da matemática e situações ricas para aprendizagem. Situações essas que favoreçam a construção de conhecimentos pelo aluno (Costa e Prado, 2016, p. 106).

Para Valente (2009), o computador, através da programação, pode ser uma ferramenta para resolução de problemas, identificando assim diversas ações que formam o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição, importante na aquisição de novos conhecimentos. Para isso, o autor sugere as seguintes ações:

- Descrição da Resolução do Problema na linguagem de software: Utilizar a estrutura do conhecimento para representar os passos da resolução de um problema com clareza.

- Execução dessa descrição pelo computador:

O computador realizará a descrição de como o problema é resolvido, funcionando de algum modo como um feedback fiel e imediato, resultado obtido apenas pelo que foi pedido para máquina, sem aversões ou sentimentos que possa haver entre o aluno e o computador.

- Reflexão do que foi produzido pelo computador: A reflexão permite ao aluno vários níveis de abstração que provocam mudanças na sua estrutura mental, podendo o aluno extrair, deduzir, projetar e reorganizar informações do objeto ou das ações sobre o objeto, concluindo então que há dois caminhos para reflexão: ou o aluno não modifica suas ideias, pois seus resultados correspondem a resolução do computador; ou depura o procedimento caso o resultado for diferente da sua intenção inicial.

- Depuração dos conhecimentos por intermédio da busca de novas informações ou do pensar: Nesse momento o ciclo começa a se repetir e o aprendiz busca informações sobre um determinado conteúdo, e programa a resolução do problema no computador.

O autor complementa afirmando que a atividade de depuração é facilitada pela utilização do computador, pois o programa desenvolvido pela máquina permite que o aluno encontre seus erros e o professor veja o que ele está fazendo e pensando. Sendo assim, a aprendizagem ocorre sobre determinado conteúdo que está envolvido no problema ou sobre as estratégias da resolução de problemas.

Concordamos com o autor quando indica que o aluno que utilizará desse mecanismo estará aprendendo a aprender, ou seja, a utilização dessa ferramenta desencadeia seu pensamento metacognitivo, fazendo com que ele aprenda a pensar sobre seu mecanismo de raciocínio de resolução de problemas.

Entendemos que para ocorrer o processo de ensino-aprendizagem o professor deve atuar como mediador, pois, como indica Valente (2009), o ciclo de descrição-execução-reflexão-depuração-descrição não acontece apenas colocando o aluno em frente ao computador, mas sim com a sua intervenção, compreendendo o processo de construção do conhecimento, assim como a ideia do aluno, para saber intervir da melhor maneira possível.

Nesse sentido, esta pesquisa procura entender como deve ser o software e como o professor poderá mediar esse processo.

2.1 O software GeoGebra

Santos et al. (2014) indicam que o software GeoGebra tem como objetivo a universalização do conhecimento matemático no âmbito escolar, pois o aplicativo é programado a partir de conhecimentos matemáticos. É um aplicativo dinâmico que faz a junção de conhecimentos de geometria e de álgebra em uma interface gráfica, que promove a construção de vários conceitos no campo matemático (SANTOS, 2014, p. 2).

Entendemos que o GeoGebra é um elo da tecnologia com o ensino da matemática, auxiliando na aprendizagem de conceitos de temas complexos como a geometria plana e gráficos de funções, proporcionando aos alunos a ferramenta para a visualização.

Chicon et al. (2011) também destacam a utilização do software:

Com o GeoGebra a aula torna-se dinâmica, onde o aluno tem a liberdade de ver a Matemática em movimento. O professor deixa sua aula correr em torno das questões que o educando levanta ao movimentar o gráfico. (CHICON et al, 2011, p. 2).

2.4.1 Utilização do software GeoGebra na resolução de problema

Jacinto e Carreira (2013) relatam experiências de alunos que utilizaram o software para resolução de problemas. Em seu trabalho, os alunos que participaram do experimento competiam pelo campeonato sub 12 e sub 14 organizado pelo departamento de matemática da Universidade do Algarve, Portugal.

O campeonato é destinado aos alunos do Ensino fundamental ciclo 2. Na fase de apuramento, os concorrentes devem acessar o website do campeonato e resolver o problema quinzenal proposto, portanto eles possuem duas semanas para submeterem a resolução do problema, sendo que para isso eles podem utilizar qualquer ferramenta disponível na internet.

Uma observação feita pelas autoras está relacionada à escolha do software por parte dos alunos, destacando que todos, sem exceção, optaram por utilizar o software GeoGebra para solucionar os exercícios propostos.

O trabalho analisou a resolução de alguns problemas, por exemplo, o número de retângulos que podem ser inscritos em um dodecaedro, problema proposto no campeonato sub 12, para alunos de 6º e 7º anos. As autoras concluíram que

As diferenças identificadas ao nível da sofisticação dos modelos conceituais encontram explicação na capacidade dos jovens perceberem as *affordances* do GeoGebra, efetivamente úteis ao desenvolvimento de uma abordagem que permita obter a solução de cada problema. Isto implica estabelecer as conexões adequadas entre os recursos matemáticos disponíveis e o conhecimento matemático embutido no GeoGebra para criar uma solução tecno-matemática. Em linha com trabalhos anteriores, a fluência tecno-matemática para resolver problemas emerge da atividade de resolução-e-expressão de problemas com tecnologias, em particular, com o

GeoGebra. Manifesta-se através de uma vontade com o GeoGebra e na forma como o pensamento matemático flui e é moldado pelo programa, na forma como o pensamento tecno-matemático é desenvolvido. Este tipo de fluência assenta na capacidade para combinar de forma eficaz dois tipos de conhecimento – matemático e tecnológico – essenciais ao desenvolvimento de novas formas de conhecer, compreender e comunicar, recorrendo a um tipo de discurso que também pode ser apelidado de discurso tecno-matemático (CARREIRA et al., 2016).

É no sentido de desenvolver os conhecimentos matemático e tecnológico que esta pesquisa optou pelo software GeoGebra para a elaboração de atividades para ensinar geometria plana no ensino médio, sendo que ao elaborar as atividades o professor/pesquisador terá a função de mediador nesse processo.

3 METODOLOGIA

A metodologia do presente trabalho é a metodologia bibliográfica ou artigo de revisão Literária, que segundo Koller, Couto e Hohendorff (2014), consiste na observação e discussão crítica de estudos que já foram publicados, considerando os resultados obtidos em relação ao tema abordado.

Portanto, este tipo de trabalho resume artigos referentes ao tema informando ao leitor em que ponto se encontra determinada área de investigação. Normalmente, esses estudos respondem a uma determinada problematização, indicando também contradições e lacunas presentes na literatura.

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa no site oficial do PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) utilizando a palavra-chave: Software GeoGebra, sendo encontrada 242 resultados.

Relacionamos as quantidades de teses produzidas, de acordo com as universidades cadastradas. Para isso, realizamos o acesso no site oficial do programa: ícone organização, depois no item instituições associadas, com isso foi obtida a lista de instituições Cadastradas.

Com as informações obtidas foi possível construir uma tabela com 75 linhas por 3 colunas em que a 1ª Coluna contém as universidades, na 2ª coluna as siglas das universidades, e na 3ª coluna a quantidade de teses.

O objetivo era observar a quantidade de teses escritas por universidades, se existiria uma discrepância da quantidade de teses por universidades, ou por regiões geográficas (Apêndice 1).

A partir da análise das quantidades de teses por universidade, optamos por catalogar as teses também em relação aos conteúdos matemáticos, subdivididos por subáreas da matemática. Assim, observando o título das dissertações, essas foram divididas em: Geometria, Trigonometria, Álgebra, Progressões, Estatísticas e Interdisciplinares (Apêndice 1). A importância da classificação em áreas do conhecimento é sua praticidade, pois proporciona uma maneira ágil de obter informações, permitindo a sistematização do conhecimento.

Para os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais).

A alfabetização matemática pode ser considerada como um conjunto de competências que permite que o aluno se envolva com o processo de construção de modelos matemáticos, preocupando-se com os resultados na sociedade fora da escola, compreendendo e interpretando a linguagem matemática presente nas mais diversas dimensões sociais, entendendo e questionando os algoritmos usados em seu contexto (BRASIL, 2000, p. 5).

Antes de anexar a tabela no presente texto, pesquisamos através de livros Didáticos, livros não didáticos, artigos e nos PCNs (Parâmetros curriculares nacionais), a definição dos conteúdos de geometria, trigonometria, progressões, álgebra, aritmética e estatística.

Existem várias definições para geometria. Fora do dicionário, a que mais se sobrepõe é que a geometria é o estudo das transformações em que os objetos podem sofrer, sendo elas as mais simples em que a alteração ocorre apenas na posição, até as mais complexas, onde os objetos podem aparecer totalmente descaracterizados.

Segundo Maria Ângela Amorin (1996), geometria está no cotidiano do ser humano, o mundo é constituído de objetos que agem sobre os outros, que se modificam de diversas maneiras, portanto o mundo que vivemos é geométrico.

Sendo assim, a geometria se torna uma das primeiras ciências a se organizar historicamente em um sistema ordenado e coerente de ideias a respeito do mundo. Além disso, o método dedutivo dessa ciência serviu de inspiração para todas as outras Ciências.

O Parâmetro Curricular Nacional enfatiza a importância do ensino de geometria no ensino Básico, pois proporciona ao aluno, compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que se vive. Além disso, a geometria seria um tema que os alunos se interessam mais facilmente. "Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e a estrutura no mundo geométrico — dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos"(BRASÍLIA, p. 77,1997).

Na Geometria métrica a resolução de problemas se dá por dois processos: o analítico e o gráfico, sendo o processo analítico determinado por meio de cálculos, enquanto que o processo gráfico é realizado mediante as construções gráficas, por meio de réguas, compassos transferidores, etc.

Sendo a geometria subdivida em diversas áreas, que definiremos a seguir:

Definindo a geometria analítica de uma forma simplificada, podemos dizer que seria o estudo de conhecimentos da geometria elementar através da álgebra. Descartes e Fermat iniciaram os estudos dessa área da matemática, também conhecida como geometria Cartesiana. A geometria analítica associa situações geométricas com a álgebra, através da relação de pontos com números reais (CONDE, 2004).

A geometria plana se resume no estudo das figuras que não possuem volume, também recebe o nome de geometria Euclidiana, como homenagem ao homem que mais a estudou.

Define-se geometria espacial ou de sólidos como aquela que realiza estudos em objetos que possuem mais de três dimensões, assim incluindo os cálculos de volume em relação à geometria plana.

Em qualquer literatura vemos que existem outras divisões da geometria, como geometria descritiva, não euclidiana, euclidiana, elementar, diferencial, riemanniana, projetiva. Como o presente trabalho tem como principal público alvo alunos e docentes que atuam na educação básica, foi dividido a geometria apenas em Analítica, Espacial (de sólidos) e plana.

A trigonometria se ocupa da resolução analítica, que consiste na descoberta de elementos desconhecidos, a partir de elementos dados ou conhecidos, sendo assim menos imediata que a gráfica, porém muita mais rigorosa.

A trigonometria se classifica em três partes, sendo elas: 1-Estudos das funções circulares ou trigonométricas, e as suas fórmulas; 2-Retílinea: Resolução analítica no triângulo retângulo e 3-Esférica: Resolução analítica no triângulo esférico.

Na história, a Trigonometria parece atrelada a Astronomia, por causa do estudo de ângulos e cálculos de distância.

Para os PCNs, a trigonometria pode ser definida da seguinte forma:

A Relação da aprendizagem de Matemática com desenvolvimento de habilidades e competência é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às implicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise e seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos (BRASIL, 2000, p.44).

A aritmética também é conhecida pela teoria dos números, onde seu principal foco é o estudo das propriedades dos números em geral.

A teoria dos números apareceria menos acessível que a aritmética pelo fato da aritmética ter suas regras mais generalizadas e simples, enquanto que a teoria dos números possuía métodos mais individuais para resolução dos problemas.

A Aritmética pode ser dividida em aritmética comum, sendo aquela que estuda apenas os cálculos com números definidos, e a aritmética literal, que estuda as operações com a inclusão de letras para representá-las. Portanto, a aritmética se resume no estudo dos números e as operações que os envolvem (LORENSATTI, 2012).

Para os PCNs:

Na educação básica, principalmente nos longos anos do ensino fundamental, os alunos constroem o conhecimento numérico assimilando-os e compreendendo como forma de sendo ela o ramo mais antigo e elementar da matemática.

Portanto, o aluno perceberá uma relação histórica e de necessidades humanas para o desenvolvimento dos estudos numéricos.

Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se depara com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número (BRASIL, 2000, p. 35).

Na literatura, a álgebra é vista como uma generalização da aritmética, tendo elas em comum os símbolos, as letras e as regras. Define-se a álgebra como a linguagem matemática para expressar fatos corriqueiros.

Pensava-se que álgebra e aritmética seriam a mesma coisa, porém cada uma possui seu objetivo. Enquanto que na aritmética a ideia é resolver problemas através de operações numéricas, a álgebra é a generalização de situações, ou seja, uma expressão que se pode formar para qualquer valor numérico (SOUZA e DINIZ, 2007).

Para os PCNs:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a -sintax (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 2000, p.35).

Define sequência numérica como uma função $f: N^* \rightarrow R$, onde $f(1) = a_1, f(2) = a_2, f(3) = a_3, \dots, f(n) = a_n$, e sua imagem é denotada por $A = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$. A sequência pode ser finita, aquela que possui um último termo, ou a sequência infinita, aquela que não possui um fim, ou seja, possui infinitos elementos.

Como exemplo de sequência podemos citar a sequência de Fibonacci, que consiste em uma sequência de números que obedecem a um padrão, dado $a_1 = 1$ e $a_2 = 1$, em que obtêm-se os outros termos a partir da soma dos dois anteriores, portanto $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$.

As sequências mais trabalhadas no ensino médio são as Progressões aritmética e Geométrica, conhecidas como PA e PG respectivamente.

A PA, progressão aritmética, consiste em uma sequência numérica, onde a partir do primeiro termo obtêm-se os outros somando-os a uma constante, sendo essa constante chamada razão da PA, representada pela letra r .

A PG, progressão geométrica, consiste em uma sequência numérica, onde a partir do primeiro termo obtêm-se os outros multiplicando-os por uma constante, sendo esse chamado de razão da PG, representada pela letra q .

Para os PCNs:

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de utilizar representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas, assim como construir procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples (BRASIL, 2000, p.35)

A estatística se define como um ramo da lógica onde se investiga a descoberta das leis cujos fenômenos são coletivos ou em multidões, não dependendo do campo científico. Onde existir pontos de observações cabe a aplicação do método estatístico (KAFURI, 1934).

A Estatística é o instrumento lógico fundado no método intuitivo que tem para o objeto a descoberta em forma e valor das leis dos fenômenos coletivos e de multidões quaisquer que sejam os campos de experimentais as que eles pertencem (KAFURI, 1934, p. 27).

A estatística é conhecida como a ciência que analisa, coleta e interpreta dados, com o intuito de que se tome a melhor decisão a partir dos dados oferecidos. Sendo assim, a estatística pode ser dividida em estatística descritiva, aquela em que se organiza e resume os dados para serem aplicados e a Estatística Indutiva, sendo essa a coleção de métodos e técnicas para estudar uma determinada população (LORI, 2010).

Para os PCNs:

Com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia (BRASIL, 2000, p. 36).

A definição de interdisciplinaridade ainda causa discussões nos ambientes acadêmicos por ser um conceito que varia, sendo um tema de abordagem ampla, a variação se dá não apenas por seu nome, mas também pelo seu significado, dependendo assim do ponto de vista.

Uma de suas definições seria a intensidade de trocas de experiências entre os especialistas de cada disciplina em volta de um projeto comum a todos.

Para os PCNs:

O conceito de interdisciplinaridade está atrelado à ideia que todo conhecimento mantém um diálogo com outros conhecimentos, podendo ser de questionamento, afirmação, contradição, negação, etc.

Assim, percebe-se que as disciplinas podem se afastar ou se aproximar, dependendo dos métodos e procedimentos que as envolvem.

A interdisciplinaridade também surge com a necessidade em sala de aula, quando aparecem determinados assuntos que podem ser trabalhados em mais de uma disciplina, como por exemplo, o caso da Bomba Atômica, onde se pode trabalhar a química, a física, a história e a Geografia.

A interdisciplinaridade deve ir além da mera justaposição de disciplinas e, ao mesmo tempo, evitar a diluição delas em generalidades. De fato, será principalmente na possibilidade de relacionar as disciplinas em atividades ou projetos de estudo, pesquisa e ação, que a interdisciplinaridade poderá ser uma prática pedagógica e didática adequada aos objetivos do Ensino Médio, [...] (BRASIL, 1999, p.88).

Após o detalhamento dos ramos da matemática em que foram subdivididas as teses de mestrado do PROFMAT, primeiramente serão analisados os resumos das teses e com isso busca-se responder o porquê da opção dos autores por determinado ramo da Matemática.

Em seguida, analisaremos mais profundamente as dissertações que se propuseram a trabalhar a geometria, que seria o ramo da atividade proposta no presente trabalho. Analisaremos mais profundamente o porquê da escolha do ramo, as dificuldades que encontraram em aplicar suas atividades e como analisaram o conhecimento prévio de seus alunos.

E, por fim, serão analisadas as dissertações que se propuseram a estudar os pontos notáveis em um triângulo, com ênfase no ortocentro, onde serão analisadas as dificuldades encontradas pelos alunos e as dificuldades do professor em aplicar a atividade.

4 ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES

As dissertações foram analisadas e divididas em seis conteúdos: Estatística, trigonometria, Álgebra, aritmética, progressões e geometria. Uma ou duas dissertações de cada tema foram selecionadas para serem observadas mais a fundo, sendo essas colocadas no texto subsequente.

4.1. Conteúdo Estatística:

“A Utilização de tecnologia para Estatística no ensino médio: UMA PROPOSTA DE AULA SUPORTE NO GOOGLE DOCS E NO GEOGEBRA”, defendida pelo aluno Rafael Ferreira da Costa, ano 2017.

O primeiro questionamento respondido pelo autor foi o porquê do uso do software GeoGebra para ensino de Estatística, argumentando que o software possui menu de ajuda completo, planilhas e comandos que envolvem tópicos estáticos. Além disso, a utilização online da plataforma, por meio de trocas de comandos, torna possível a visualização em tempo real por parte do aluno, assim podendo observar e analisar dados da situação estudada.

A escolha da Estatística como tema se explica pelo fato de pertencer ao BNCC (BASE NACIONAL CURRICULAR COMUM, 2017) e segundo o autor existe a necessidade da compreensão da estatística para o desenvolvimento do ser humano que está inserido nessa sociedade tecnológica, com gráficos, dados e informações. Portanto, é visto uma necessidade que o aluno saia do ensino médio compreendendo esses fatos.

Para Costa (2017), o professor deve assumir o papel de mediador da situação de ensino-aprendizagem, delegando ao aluno a participação em seu próprio aprendizado, e por isso em seu trabalho o autor traz atividades fora do contexto de giz e lousa.

Portanto, utilizando o Google Docs, o autor fez um questionário, para que os alunos respondessem em seus celulares, no intuito de que os próprios alunos participassem da construção dos dados que seriam trabalhados mais tarde, assim sentiriam mais responsáveis pelas informações recolhidas.

O trabalho mostra ao leitor e aos alunos que participaram da pesquisa uma visão diferenciada da Estatística: enquanto que muitos professores passam o conteúdo apenas com fórmulas e cálculos, ele traz os conceitos estatísticos.

A atividade consiste em uma apresentação em slide, onde expõe os conceitos de média aritmética, variância e desvio padrão. Além disso, com o auxílio do GeoGebra foi possibilitado ao aluno à construção de gráficos que mostravam o comportamento de suas turmas, de acordo com o questionário inicial.

Para a construção do Gráfico utilizou-se três variáveis: idade, minutos de uso diário de tecnologia e minuto de estudo diário fora da escola. Recursos do software GeoGebra possibilitaram que fossem feitas inclusões de dados e, assim, permitiram que o professor conseguisse indagar aos alunos conceitos de média, além de outras análises que envolviam a variância e o desvio padrão.

Segundo a conclusão do autor, os alunos obtiveram boa aceitação da atividade e o trabalho atingiu o objetivo de introduzir o conceito de média, variância e desvio padrão sendo que o uso da tecnologia auxiliou nessa realização.

Como pontos negativos o autor apresentou as dificuldades que encontrou em aplicar o trabalho, como a falta de pré-requisito por parte de alunos para realizar os cálculos necessários.

4.2. Conteúdo Progressões:

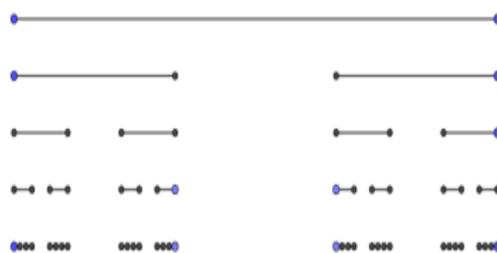
No exemplo de dissertação com **conteúdo progressões** temos o trabalho “UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ESTUDO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO FRACTAIS E O SOFTWARE GEOGEBRA”, por Juliana Maria Valmorbida.

Pensando que a matemática de uma forma geral, mais especificamente a Progressão geométrica, é ensinada de uma maneira tradicional, a autora trabalhou o tema com o auxílio do GeoGebra, além do fato da progressão geométrica ser um tema fácil de contextualizar e de grande interdisciplinaridade.

A atividade consiste em três construções no GeoGebra: primeiro o conjunto de cantor no nível VI, depois o triângulo de Sierpinski no nível IV e a curva de Koch no nível II, sendo que em todos os casos a autora consegue uma regularidade que leva progressão geométrica.

O conjunto de cantor consiste em uma reta original de comprimento l , chama-se nível zero. Para passar para o próximo nível retira $\frac{1}{3}$ de segmento, restando $\frac{2}{3}l$. No próximo nível, retira-se dois segmentos de $\frac{1}{3}$, assim restando $\left(\frac{2}{3}\right)^2 l$. E assim sucessivamente até obter a sequência $\{l, \frac{2}{3}l, \left(\frac{2}{3}\right)^2 l, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^n l, \text{ onde } n \in \mathbb{N}\}$. Observamos a progressão geométrica ao colocarmos o l em evidência: $l, \left(\frac{2}{3}\right)l, \left(\frac{2}{3}\right)^2 l, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^n l$, onde $n \in \mathbb{N}$. No qual a razão é igual a $\frac{2}{3}$ e o primeiro termo igual a 1.

Figura 1: Conjunto de Cantor no nível IV



Fonte: Valmorbida, 2018

O triângulo de Sierpinski é construído a partir de um triângulo equilátero original, no qual por meio de seus pontos médios constroem-se quatro novos triângulos igualmente equilátero e o triângulo central é eliminado. Esse procedimento repete-se sucessivamente no triângulo eliminado.

Percebe-se a formação de uma sequência no número de triângulos, pois no nível 0 tem-se um triângulo, no nível I observa-se a formação de 3 triângulos, no nível II são 9, no nível III

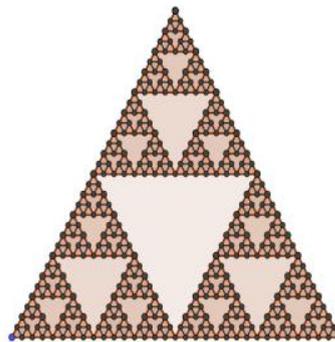
são 27 e assim por diante até chegar no nível n onde existe 3^n triângulos. Assim formando a sequência $(1, 3, 9, 27, \dots, 3^n)$. Portanto, observa-se a formação de uma progressão geométrica de razão igual a 3 e primeiro termo igual a 1.

Observa-se também uma regularidade no perímetro do triângulo, analisando seus valores observamos que no triângulo original seu perímetro é igual a $3l$, sendo l a medida do lado; no segundo nível o perímetro seria $3 \cdot \frac{3}{2}l$; no terceiro nível $3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 l$, assim continuando sucessivamente até no enésimo nível ser $3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n l$, assim formando a seguinte sequência $(3l, 3 \cdot \frac{3}{2}l, 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 l, \dots, 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n l)$, colocando o $3l$ em evidencia $3l\left(1, \frac{3}{2}, \left(\frac{3}{2}\right)^2, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^n\right)$ vê-se uma progressão geométrica de razão igual a $\frac{3}{2}$, e primeiro termo igual a 1

Conseguimos chegar à sequência imaginando que o primeiro triângulo possui perímetro de $3l$, considerando que o triângulo é equilátero e cada lado mede l de comprimento, no nível 2 são 3 triângulos com comprimentos $\frac{l}{2}$, portanto o perímetro seria $3 \cdot \frac{3}{2}l$. Assim sucessivamente até chegar ao nível enésimo.

A progressão também é vista no cálculo da área do triângulo, pensando a partir de sua fórmula de área de um triângulo equilátero $A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, temos uma sequência onde no nível 0 $A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, no nível I $A = \frac{3}{4} \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, no nível II $A = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, assim até o enésimo nível $A = \left(\frac{3}{4}\right)^n \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, colocando $\frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ em evidência $\frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \left(1, \frac{3}{4}, \left(\frac{3}{4}\right)^2, \dots, \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)$, observa-se uma progressão geométrica de razão $\frac{3}{4}$ e primeiro termo 1.

Figura 2: Triângulo de Sierpinski



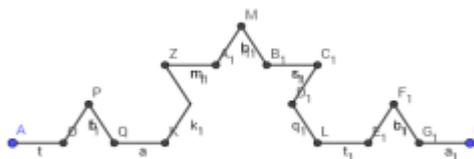
Fonte: Valmorbida, 2018

E, por último, a curva de Koch, que consiste em uma curva construída a partir de segmentos, no nível 0 é 1 segmento, no nível I são 4 segmentos, no nível II são 16 segmentos e assim sucessivamente até o enésimo nível com 4^n segmentos. Assim formando uma

progressão geométrica de razão igual a 4 e primeiro termo igual a 1.

Em relação ao comprimento dos segmentos, conseguimos também perceber a formação de uma sequência, considerando o comprimento do segmento, nível 0 igual a 1, no nível II será $\frac{4}{3}l$, no nível III $\left(\frac{4}{3}\right)^2 l$, e assim até o nível enésimo $\left(\frac{4}{3}\right)^n l$, portanto colocando 1 em evidência têm-se $l\left(\frac{4}{3}, \left(\frac{4}{3}\right)^2, \dots, \left(\frac{4}{3}\right)^n\right)$ formando uma progressão geométrica de razão $\frac{4}{3}$ e primeiro termo igual a 1.

Figura 3: Curva de Kosh no nível II



Fonte: Valmorbida, 2018

Portanto, percebemos como a autora conseguiu trabalhar o tema de Progressões utilizando o GeoGebra e com a geometria fractal, levando aos alunos conceitos muitas vezes não trabalhados em sala de aula, assim como um dinamismo em suas atividades, fugindo do contexto de sala de aula, de giz e lousa.

A autora conclui que as aulas que possuem um ensino com o uso de tecnologia há um aprendizado melhor, pois, as crianças se tornam agentes participantes da construção de conhecimento e o professor possui o papel de mediador.

O ensino de sequências, especificamente de Progressões, geralmente é feito no 1º ano do ensino médio, dependendo da grade curricular que a escola segue. A autora defende que esse conteúdo deve ser aplicado de forma contextualizada através de exemplos do cotidiano do aluno, e não apenas com resolução de problemas e fórmulas.

Ao final do trabalho, foi feita uma análise das respostas obtidas pelos alunos. O que a autora conclui é que seria difícil analisar uma aprendizagem significativa para todos os alunos, porém criou-se condições para que isso ocorresse. A autora finaliza afirmando que o trabalho contribuiu para novos planejamentos das aulas do próprio professor/pesquisador e afirma que a leitura do trabalho apresenta outras possibilidades de como utilizar o software GeoGebra.

4.3. Conteúdo Álgebra e Aritmética:

Nesse conteúdo optamos por analisar duas dissertações devido a abrangência de temáticas, portanto a primeira dissertação analisada foi:

“NÚMEROS COMPLEXOS E POLINÔMIOS: UMA ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APLICAÇÃO POR MEIO DO GEOGEBRA”, escrito por Reinaldo Gomes. Optou-se por essa dissertação dentre as 67 possíveis escolhas por dois motivos: primeiro pela dificuldade dos alunos perante os conteúdos apresentados, e segundo por ser a dissertação mais dentro do tema, abrangendo tanto a álgebra como aritmética.

O autor esclarece a escolha do tema por dois fatores: pelo tema estar contemplado nas diretrizes curriculares do ensino de matemática e pelo fato de que, segundo ele, números complexos são ensinados com pouca ou nenhuma ênfase, na sua maioria os professores dão mais prioridade ao ensino dos polinômios, inclusive em avaliações externas como vestibulares.

O trabalho no GeoGebra com os números complexos está compreendido na ideia de par ordenado, onde o eixo x representa o eixo dos números reais e o eixo y representa o eixo dos números imaginários, ensinando aos alunos como se faz a construção de vetores no software

Na primeira atividade o autor pede para que o aluno construa números complexos no GeoGebra e encontre seus conjugados, anotando toda atividade feita em seus cadernos, e a partir disso fazia alguns questionamentos.

Na segunda atividade os alunos deveriam somar e subtrair um número complexo proposto com seu conjugado, escrevendo seus resultados e com o auxílio do GeoGebra os alunos observavam em quais casos o número complexo se igualam ao seu conjugado.

No final das atividades o autor enfatiza a importância da socialização dos resultados em grupo para um melhor aprendizado, portanto os alunos deveriam expor suas ideias e opiniões em um plenário. O papel do professor será de mediador, conduzindo os trabalhos.

Em um segundo momento, continuando com o uso do Software GeoGebra, o autor propôs outra atividade com o intuito de ensinar a fórmula trigonométrica dos números complexos.

Na primeira atividade, o roteiro pede para que o aluno construa um número complexo e seu conjugado e multiplique-os no GeoGebra, observando o valor da norma e do módulo de ambos. Logo após, o aluno deve movimentar o número complexo nos eixos cartesianos e observar o que acontece com a norma.

Na segunda atividade, o roteiro prevê que os alunos construam no GeoGebra outro número complexo, calcule a norma e verifique se é possível encontrar o valor do argumento. Depois, o roteiro pede para que eles escolham um ponto qualquer sobre o eixo das abscissas e

construa um ângulo entre o eixo das abscissas e o vetor, movimentando o número complexo e observando o valor dos argumentos.

Na terceira e última atividade, o autor pede para que os alunos, com o auxílio do GeoGebra, determinem o argumento principal e o módulo: (Na forma polar de um número complexo não nulo $z = a + bi$, consideramos seu módulo $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ que é o comprimento de um segmento de reta orientado e um ângulo θ chamado de argumento principal, cuja medida em radianos, determina um ângulo com o eixo x colocando tais medidas na forma trigonométrica). Além disso, pede a representação gráfica de 4 números complexos.

O autor não conclui nada sobre sua observação em relação aprendizagem do aluno, porém enfatiza que o trabalho teve a preocupação de propor uma proposta inovadora com utilização de recursos tecnológicos, para que o corpo docente tenha uma oportunidade de diferentes formas de ensino.

O roteiro proposto pelo professor/pesquisador pode servir de exemplo para que outros docentes possam utilizá-lo para suas práticas docentes, podendo servir de inspiração para novas práticas docentes.

Continuando no tema **Álgebra e Aritmética** foi analisada a dissertação “PROPOSTA DE ENSINO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA E SUAS DERIVADAS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA”, escrita por Arnaldo Alves Ribeiro. A escolha de tal dissertação é justificada por levar aos alunos do ensino médio os conteúdos que apareceriam apenas em cursos de graduação ditos de exatas.

O trabalho pretende proporcionar uma melhor aprendizagem de funções, afins e quadráticas com o uso de tecnologias, focando no ensino de domínio, contradomínio, imagem, zeros de função, intervalo de crescimento e decrescimento, ponto crítico, concavidade, ponto máximo e mínimo, além de mostrar o comportamento dos gráficos de funções pares, ímpares, injetoras, sobrejetoras e bijetoras.

O autor inclui conceitos de limite e derivadas para cálculo de máximo e mínimo. Mesmo sendo conteúdos não trabalhados no ensino médio das escolas públicas brasileiras são conceitos de fácil aprendizagem para essa faixa etária, obviamente que não foi exigido demonstrações complexas que não caberiam à faixa etária. Além disso, o uso de conteúdos de cálculo I no ensino médio facilitaria o aprendizado dos alunos que optam por cursar graduações que possuem essa disciplina.

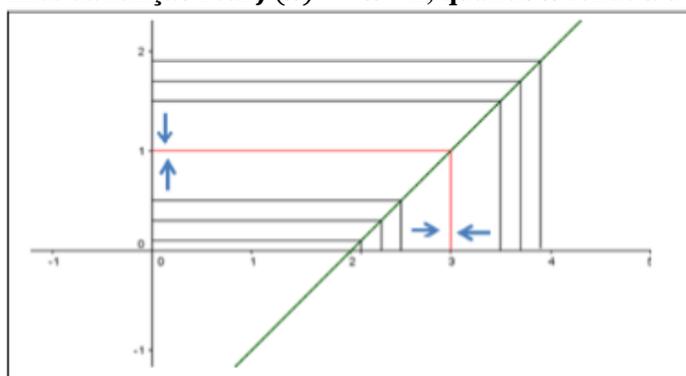
O autor justifica a escolha do tema para dissertação por crer que haja uma falha do ensino de função no final do ensino médio, como comprova os resultados das avaliações externas como SAEPE e PROVA BRASIL. Portanto, o uso de tecnologia aparece como uma oportunidade de

novas formas de aprendizagem.

Através do software GeoGebra é possível a construções de gráficos de uma forma animada. O autor introduz o conceito de limite. No primeiro exemplo, o aluno deveria calcular o limite da função $f(X) = X - 2$, quando x tende a 3, portanto constrói-se 2 tabelas com valores do limite pela esquerda e pela direita.

Quando se faz a análise das tabelas percebe-se que quanto mais o valor de x se aproxima de 3, tanto pela esquerda quanto pela direita, o valor da função se aproxima de 1. Portanto, $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 2) = 1$ e o gráfico construído no GeoGebra forma uma reta, que passa pelo ponto (3,1).

Figura 4: Limite da função real $f(x) = x - 2$, quando x tende a 3

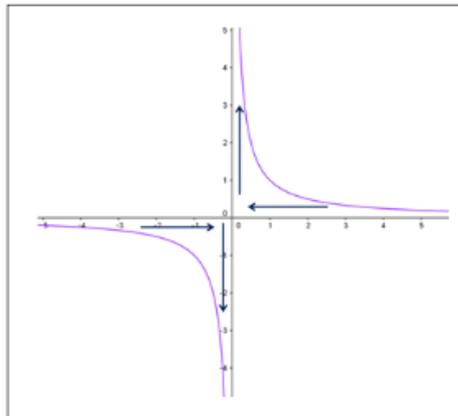


Fonte: Ferreira,2016

No exemplo 2, o autor mostra o cálculo da função $f(x) = \frac{1}{x}$, com x tendendo a 0. Seguindo o mesmo roteiro, houve a construção de duas tabelas com os resultados do limite pela esquerda e pela direita.

Observando as tabelas construídas, percebe-se que quando x tende a 0 pela esquerda a função tende a menos infinito, e quando x tende a 0 pela direita a função tende ao mais infinito, assim como não existe convergência entre os limites de esquerda e direita a função não possui um valor de limite real definido.

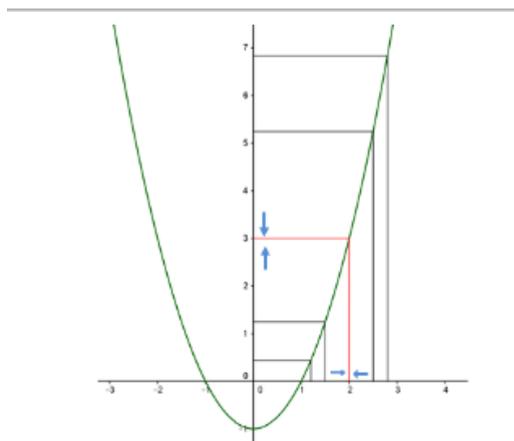
Figura 5: Tendência do limite $f(x) = \frac{1}{x}$



Fonte: Ferreira,2016

No exemplo 3, pede-se o cálculo da função $f(x) = x^2 - 1$, com o limite tendendo a 2, no mesmo procedimento que nos outros casos, constrói-se 2 tabelas, uma com o limite tendendo para a esquerda e o outro com o limite tendendo a direita. Observasse que quando o x tende a 2 tanto pela direita, quanto pela esquerda, a função tende a 3. O gráfico da função forma uma parábola.

Figura 6: Gráfico de $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1) = 3$



Fonte: Ferreira, 2016

Em um próximo passo o autor passa para os alunos uma noção intuitiva de derivada, dando sua definição a partir da ideia de limite, explicando sobre derivadas nas principais funções polinomiais, resumindo as propriedades operatórias, passando pelos teoremas, o teste da primeira derivada e o teste da segunda derivada.

Para introduzir o assunto, o professor fez uma revisão de função, iniciando com plano cartesiano, ilustrando-o com um gráfico que possui o eixo x na horizontal e eixo y na vertical e mostrou que o par ordenado é formado pela intersecção das retas que partem de x e y respectivamente, tendo a seguinte representação (x, y) . A definição de função segundo Lima:

Considere dois conjuntos X e Y : o conjunto X com elementos x e o conjunto Y com elementos y , $f : (X, Y)$, diz-se que é a função f de X em Y que relaciona cada elemento x em X a um único elemento $y = f(x)$ em Y . Pela definição, para que a relação entre grandezas seja uma função, as retas determinadas por x poderão tocar o gráfico uma única vez (LIMA, at al, 2012, p. 82).

Com o auxílio do GeoGebra, o autor dá exemplos de gráficos de função e de não funções para demonstrar a teoria aos alunos. Além disso, introduz os conceitos de domínio, contradomínio e imagem, assim como as restrições de seus domínios.

A partir dos estudos dos gráficos, define-se função injetora, sobrejetora, bijetora, função par e ímpar.

A função é injetora se, e somente se, elementos diferentes do domínio x se transformarem em elementos diferentes da imagem y . Portanto, para a função ser injetora se $x \neq x'$, então $f(x) \neq f(x')$. No gráfico, para analisar se uma função é injetora, basta traçar retas paralelas ao eixo x e observar se esta tocará o gráfico apenas uma vez.

A função é sobrejetora se, e somente se, todos os elementos de y encontrarem um representante nos elementos de x , a característica dessa função é que o conjunto imagem é igual ao contradomínio. No gráfico da função para reconhecê-la é necessário que se trace retas paralelas ao eixo x e observar-se que essas tocam o gráfico ao menos uma vez.

A função é bijetora se, e somente se, a função for também sobrejetora e injetora. Seguindo as regras observadas a cima, ou seja, possuir o contradomínio igual a imagem e que se $x \neq x'$, então $f(x) \neq f(x')$.

A função $f(-a, a) \rightarrow R$ é considerar par se e somente se $f(x)=f(-x)$, para qualquer $x \in [-a, a]$. Em seu gráfico observamos que o eixo das ordenadas é o eixo de simetria do gráfico da função, ou seja, o que acontece do lado direito se repete no esquerdo, no plano cartesiano.

A função $f(-a, a) \rightarrow R$ é considerar ímpar se, e somente se, $-f(x) = f(-x)$, para qualquer $x \in [-a, a]$. O gráfico de uma função ímpar passa pela origem e tem simetria em relação a ela.

Para o autor, a construção dos gráficos no GeoGebra ajuda na aprendizagem dos conteúdos teóricos apresentados, pois facilita a visualização.

Continuando a atividade temos a apresentação dos casos particulares da função afim, constante e linear.

Função afim é definida como $f(x) = ax + b$, sendo a e $b \in \mathbf{R}$, definindo função afim

constante quando $a = 0$ e $b \neq 0$, sendo seu gráfico paralelo ao eixo x . A função linear aparece quando $a \neq 0$ e $b = 0$, onde seu gráfico passa pela origem dos sistemas.

Definindo função quadrática como função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e $c \in \mathbf{R}$ e $a \neq 0$, em que seu gráfico forma uma parábola.

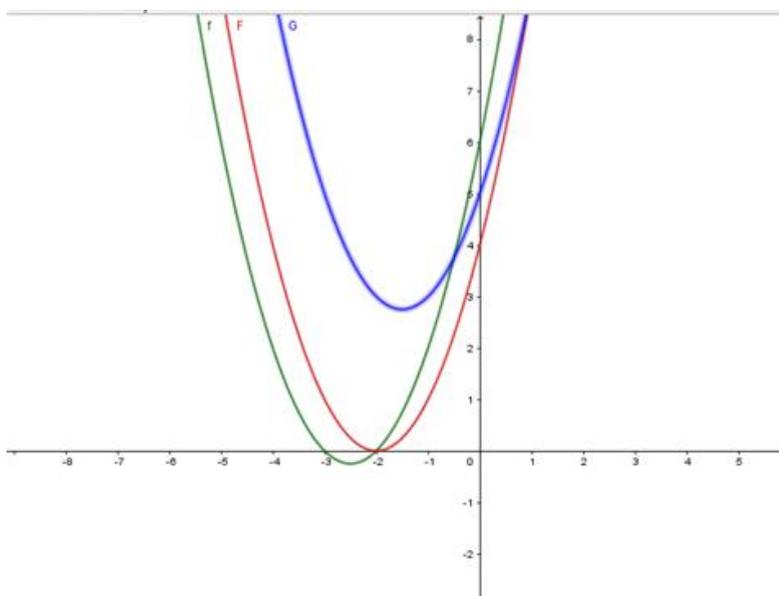
Para a função quadrática, definiu-se os zeros da função, vértice da parábola, ponto de máximo ou ponto de mínimo, concavidade da parábola, intervalo de crescimento, decrescimento e ponto crítico.

Os zeros da função são os valores do domínio que tornam a função zero, ou seja, quando $f(x) = 0$. Para achar os valores, o aluno deve usar a fórmula de Bhaskara, como meio de resolução da equação do segundo grau, sendo o resultado do discriminante importante para resolução, sendo o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, na fórmula de Bhaskara.

Lembrando que para $\Delta > 0$, existem 2 raízes reais, $\Delta = 0$, uma única raiz real e $\Delta < 0$, não existe raiz real.

Se analisarmos os gráficos da função que possuem esses resultados, observamos que quando o discriminante é positivo o gráfico passa duas vezes pelo eixo das abscissas, quando o discriminante é nulo o gráfico corta o eixo das abscissas em apenas um ponto, e quando o discriminante for negativo o gráfico não corta o eixo das abscissas.

Figura 7: Ilustração para as possibilidades do discriminante



Fonte: Elaboração própria

O vértice da parábola é o ponto (x,y) , onde o gráfico da função atinge seu ponto de máximo ou de mínimo, considerado também o ponto crítico da função, pois é onde a reta tangente a curva tem inclinação zero em relação ao eixo x .

Portanto, para calcular os seus valores basta fazer a primeira derivada da função

quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow f'(x) = 2ax + b$, sendo assim quando igualamos f' a zero o ponto crítico seria $x_v = \frac{-b}{2a}$, se avaliarmos x por $\frac{-b}{2a}$ em f temos que $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Assim, o vértice da parábola é dado por $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$.

O y do vértice da parábola nos mostra o ponto máximo ou mínimo da função, e o x do vértice mostra o momento que a parábola obteve esse ponto. Problemas que envolvam máximos e mínimos são muito comuns em vestibulares, pois aparece cálculo de altura, questões de queda livre da física, de área, entre outros.

Para finalizar, a função quadrática. O autor fala sobre decrescimento, crescimento e ponto crítico. Analisando o gráfico da função quadrática, percebemos que essa não é estritamente crescente ou estritamente decrescente, mas sim possui intervalos em seu domínio em que se apresenta crescente, decrescente.

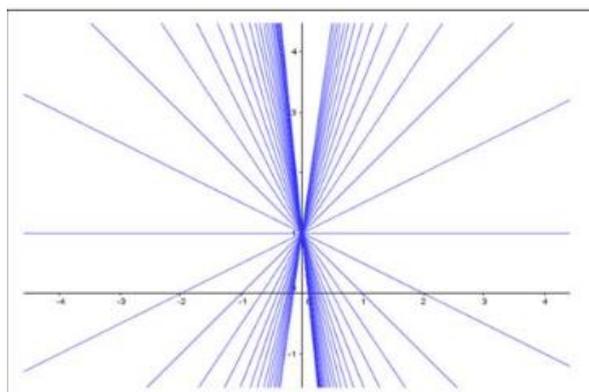
Nessa etapa, o GeoGebra proporciona uma dinâmica na qual é possível construir retas tangente em vários pontos, apenas trocando o parâmetro utilizado, assim facilitando a visualização do exposto a cima por parte dos alunos.

A escolha do software GeoGebra para o ensino de função se justifica pelo fato de que nele é possível fazer o estudo da importância dos coeficientes, como foi feito no presente trabalho.

Portanto, mostrou-se o que acontecia com o gráfico da função afim caso alterasse o coeficiente a , denominado coeficiente angular na função afim. O coeficiente angular demonstra a inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas e é numericamente igual ao valor da tangente do ângulo.

Com a variação nos valores do coeficiente angular da função afim, constrói-se no GeoGebra retas que possuem ângulos diferentes não apenas nos valores, mas também nos sinais, portanto o aluno consegue visualizar a importância do coeficiente angular para determinar se a função é crescente, decrescente ou constante.

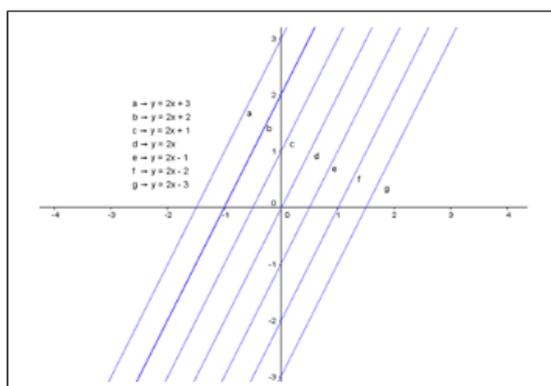
Figura 8: Variação de “a” na função afim



Fonte: Ferreira, 2016

Em um segundo momento, os alunos observam o que acontece com a função afim caso altere o coeficiente b, conhecido também como coeficiente linear. Quando alterado percebe-se que a reta muda o ponto que intercepta o eixo das ordenadas, ou seja, a reta translada para cima ou para baixo.

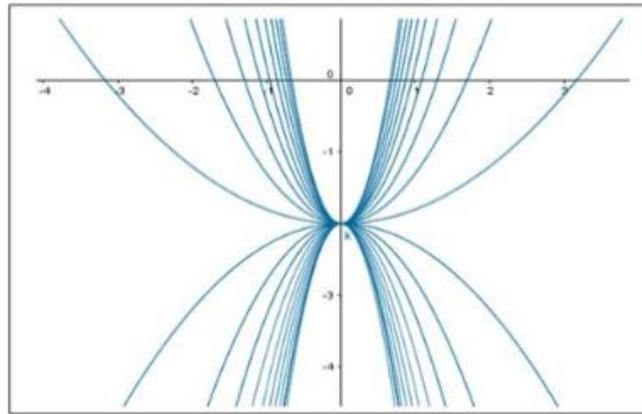
Figura 9: Variação do coeficiente “b” na função afim



Fonte: Ferreira, 2016

Na função do segundo grau quando se altera o coeficiente “a” o gráfico sofrerá deformações verticais, conforme o módulo de “a” aumenta seu valor a parábola se fecha, quando o módulo de “a” diminui seu valor a parábola se abre, quando o coeficiente “a” é negativo a concavidade é voltada para baixo e quando o coeficiente “a” é positivo concavidade é voltada para cima.

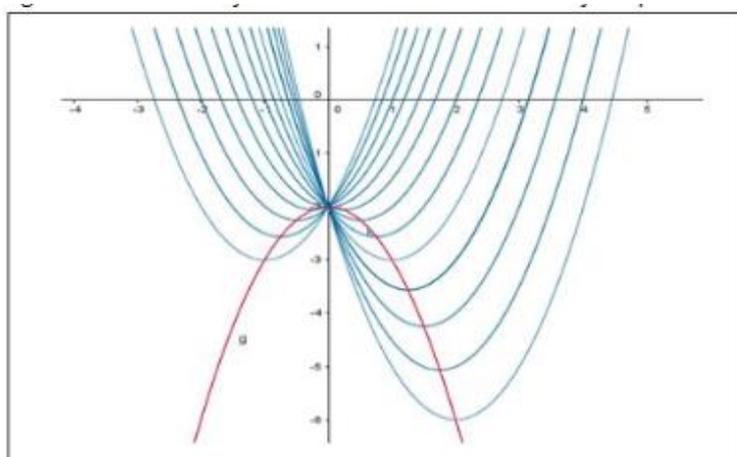
Figura 10: Variação do coeficiente “a” na função quadrática



Fonte: Ferreira, 2016

Quando alteramos o coeficiente “b” da função do segundo grau o vértice varia de acordo a função $f(x) = -ax^2 + c$. Como mostra na figura:

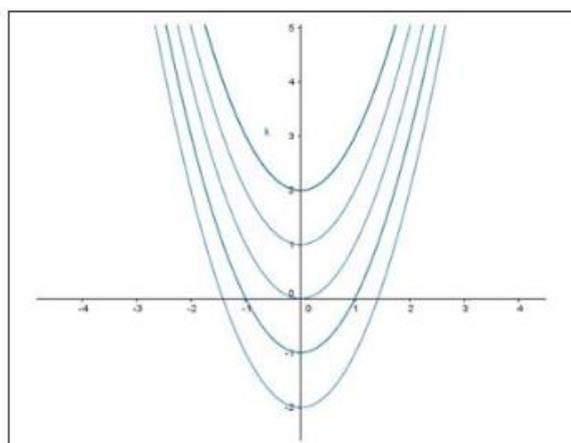
Figura 11: Variação do coeficiente “b” na função quadrática



Fonte: Ferreira, 2016

Quando altera coeficiente “c”, provocará translações verticais para baixo ou para cima no gráfico de $f(x)$, como na figura abaixo:

Figura 12: Variação do coeficiente “c”, na função do 2ª grau



Fonte: Ferreira,2016

As aulas foram apresentadas em slides e os gráficos construídos de forma dinâmica, demonstrando todos os passos aos alunos. O autor propôs dois testes: um de entrada e outra de saída para verificar o aprendizado dos alunos depois da atividade proposta.

O teste de entrada apresentava dez questões, sendo quatro abertas e seis de múltipla escolha. Pela análise das respostas, percebe-se que nas questões abertas, mesmo contendo conteúdos já vistos, os acertos foram zero ou próximo de zero.

Nas questões de múltipla escolha, o resultado também não foi muito animador, mesmo o gráfico mostrando um número maior de acertos. Se analisarmos pelo fato de questões de múltipla escolha possuírem cinco alternativas e dentre essa uma correta, o aluno teria vinte por cento de chance de acertar uma questão sem ao menos tê-la lido.

O teste de saída consistia em treze questões, sendo dessas dez de múltipla escolha e três abertas. Ao analisar os resultados e o gráfico da porcentagem de acertos por questão, o autor conclui que praticamente todas as questões, com exceção apenas de uma, tiveram um aumento significativo na quantidade de acertos.

Portanto, concluiu-se que o ensino de limite e derivada sem demonstrações rigorosas pode servir como auxílio no ensino de funções afim e quadrática no Ensino Médio. Além disso, o ensino da matemática, assim como das funções, não deve se limitar a giz, lousa, papel e caneta, e sim introduzir tecnologias a fim de que o aluno tenha o direito de analisar criteriosamente os dados.

O trabalho proposto não tem presunções de ser um guia do ensino de funções para ensino médio, até mesmo por que os resultados foram abaixo do esperado. Ele pretende mostrar aos professores da educação básica que é possível introduzir mais tecnologias no ensino básico e que o mesmo auxilia na aprendizagem dos alunos.

4.4. Conteúdo Trigonometria:

A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA, defendida por Andressa Solane Moreira Costa.

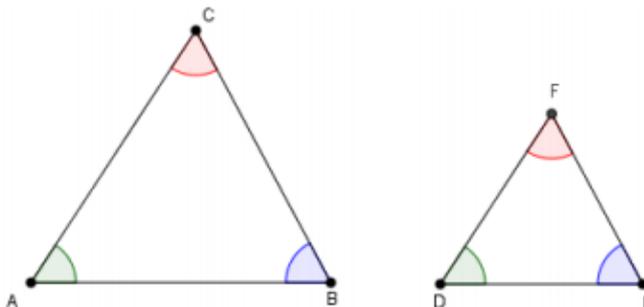
Segundo a autora, o trabalho tem como objetivo contribuir para que alunos e professores possam ver o software GeoGebra como um aliado no ensino da matemática, mas especificamente no ensino da Trigonometria.

Na primeira aula foi abordado semelhança de triângulo, tema base de sustentação da trigonometria. Já que estudiosos acreditam que o conceito de semelhanças de triângulos deu base aos estudos de ângulos.

A ideia de semelhança trata-se de comparar dois triângulos distintos com as seguintes características:

Caso AAA: Dois triângulos são semelhantes se possuírem pelo menos dois ângulos correspondentes entre si congruentes.

Figura 13: Caso AAA de semelhança de triângulo

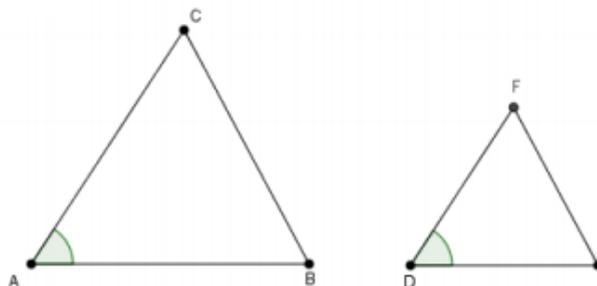


Fonte:Costa,2017

Como: $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$, $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$ e $\widehat{CBA} = \widehat{FED}$, então $ABC \sim DEF$.

Caso LAL: Dois triângulos são semelhantes se possuírem dois lados proporcionais e os ângulos que os formam congruentes.

Figura 14: Caso LAL de semelhança de triângulo

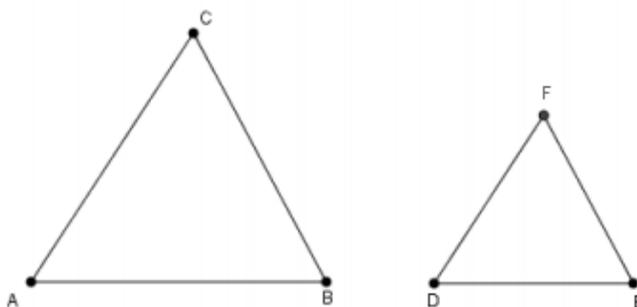


Fonte: Costa, 2017

Como: $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$ e $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$, então $ABC \sim DEF$

Caso LLL: Se dois triângulos possuírem entre si os três lados proporcionais.

Figura 15: Caso LLL de semelhança de triângulo



Fonte: Costa, 2017

Como: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$, então $ABC \sim DEF$

A primeira atividade proposta aos alunos foi o passo a passo de como fazer a construção de triângulos semelhantes no GeoGebra, sendo que na janela aparece a proporção da semelhança e no restante da tela os triângulos.

O GeoGebra proporciona a movimentação dos vértices do triângulo para que o aluno observe as mudanças ocorridas e consiga aplicar a exercícios de vestibulares que contenha semelhança.

A segunda construção proposta é do seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo. Triângulo retângulo tem como definição aquele triângulo que possui um ângulo que mede 90° graus.

Assim, nomeiam-se os lados do triângulo retângulo: o lado oposto ao ângulo de 90° graus chama-se hipotenusa, o lado oposto ao ângulo α denomina-se cateto oposto e o lado entre o ângulo α e o ângulo de 90° denomina-se cateto adjacente.

- $\sin \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$
- $\cos \alpha = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$
- $\tan \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

Como descrito acima, a professora mostra todos os passos das construções no GeoGebra: na janela de visualização aparecem os resultados dos valores de seno, cosseno e tangente para os ângulos escolhidos, e na tela principal as imagens.

O objetivo da atividade é que os alunos calculem as razões trigonométricas utilizando o GeoGebra e que analisem se triângulos semelhantes que possuem os mesmos valores de seno, cosseno e tangente. É possível fazer movimentações nos vértices para analisar as construções

anteriores.

Com as construções foi possível que os alunos visualizassem que o valor do cosseno de um ângulo é sempre igual ao valor do seno do seu complemento, e vice-versa, ou seja:

$$\sin \alpha = \cos \beta \quad \text{e} \quad \sin \beta = \cos \alpha, \text{ sendo } \alpha + \beta = 90.$$

Na terceira construção, a autora mostrou a construção do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis de 30° , 45° e 60° , sempre explicando. Assim, foi possível que os alunos observassem os valores além de apenas decorá-los.

No final da aula, a professora propôs problemas encontrados em vestibulares sobre o tema para que o aluno resolvesse com a utilização do software GeoGebra.

Na terceira aula, o conteúdo era Arcos e Ângulos na circunferência. Arco na trigonometria é definido como quaisquer dois pontos pertencentes à circunferência que a divide em duas partes. Foi destacado três principais arcos: o arco nulo, o arco completo, onde os pontos são congruentes, e o arco de meia volta na circunferência.

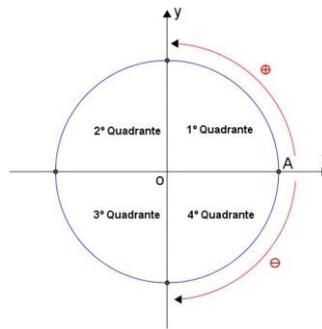
Ângulo central é quando o vértice dos segmentos dos pontos A e B pertencentes ao arco se encontram no centro da circunferência, o valor do ângulo central será a medida do arco, lembrando que medida de arco não é a mesma coisa que o comprimento do arco.

O comprimento da circunferência dividido pelo seu diâmetro resulta na constante π , número irracional com o valor aproximado de 3,14.

A medida do comprimento de arco é dada em radianos, portanto, para que os alunos consigam fazer os cálculos, é necessário aprender a conversão de grau em radianos, pois é comum que em exercícios de vestibulares, concursos, entre outros, o ângulo central apareça em grau.

A circunferência ou ciclo trigonométrico é representado no plano cartesiano, com os eixos ox e oy , de centro na origem e raio unitário. Portanto, a circunferência é dividida em quatro partes iguais pelos eixos do sistema cartesiano, cada divisão chama-se quadrante.

Figura 16- Ciclo trigonométrico

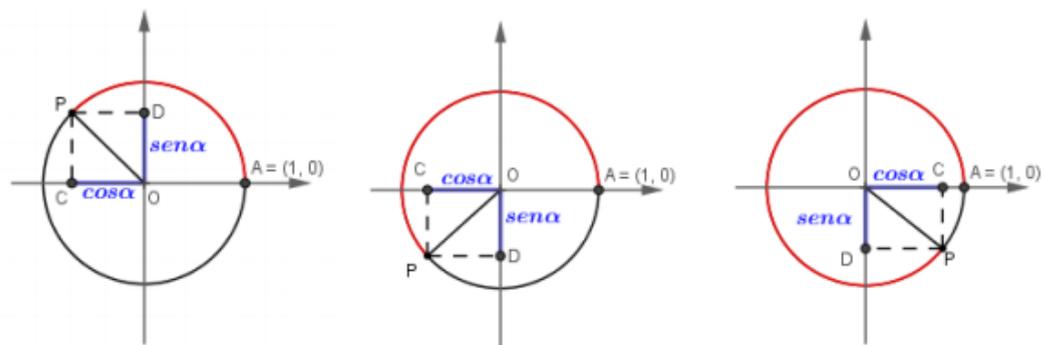


Fonte: Info Escola, s/d. Disponível em: <<https://www.infoescola.com/matematica/circulo-trigonometrico/>>

Arcos negativos partem do ponto A e percorrem no sentido horário. Arcos maiores de 360° graus são aqueles que ultrapassam uma volta no arco trigonométrico.

As relações trigonométricas também estão representadas no círculo trigonométrico. Se considerarmos um ponto p pertencente à circunferência e ligarmos ao centro o, formamos a reta OP. A reta OP forma com os eixos cartesianos um triângulo retângulo, a altura do triângulo possui o valor do seno do ângulo e a largura o cosseno do ângulo.

Figura 17- Seno e Cosseno no ciclo trigonométrico



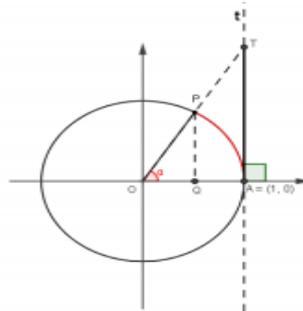
Fonte: Costa, 2017.

Através do teorema de Pitágoras e analisando o ciclo trigonométrico conseguimos mostrar a relação fundamental da trigonometria:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

A representação da tangente no ciclo trigonométrico é considerada o valor do ponto de intersecção da reta OP com uma reta tangente à circunferência no ponto A.

Figura 18- Tangente no ciclo trigonométrico



Fonte: Costa, 2016.

Seguindo a mesma premissa das outras aulas, a professora iniciou com o passo a passo da construção de um ciclo trigonométrico no GeoGebra. A atividade proposta era que os alunos movessem o ponto P e fizessem análises sobre os resultados obtidos ao observar. O valor do ângulo negativo mais 360° sempre resulta no ângulo formado por OP e o eixo x.

A próxima construção seria do seno e cosseno na circunferência trigonométrica, sempre iniciando com o passo a passo das construções no GeoGebra. Outra atividade proposta era que os alunos calculassem o valor do seno e cosseno a fim de analisar que seno equivale a y_p e cosseno equivale a x_p .

Na segunda atividade os alunos deveriam movimentar o ponto p e analisar os valores dos resultados em relação ao sinal, e os valores de máximos e mínimos do seno e cosseno. Na terceira atividade os alunos deveriam reconhecer a relação fundamental da trigonometria.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

A quarta atividade pedia para os alunos reconhecerem os ângulos cômegos, ou seja, ângulos maiores que 360° sempre possuíam uma representação como $\alpha + 2\pi k$, com $k \in \mathbb{R}$ ou $\alpha + 360k$, com $k \in \mathbb{N}$.

A aula 4 tinha como tema função seno. A ideia de função já foi definida na análise do trabalho PROPOSTA DE ENSINO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA E SUAS DERIVADAS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA, assim a definição de função seno é passar a ideia do ciclo trigonométrico para o mundo das funções. Portanto, função seno define-se como a associação de qualquer valor de x com um único ponto P, tal que a medida AP seja igual a x.

Como toda atividade proposta pela autora, a primeira etapa é sempre o passo a passo da construção, portanto os alunos aprenderam a construir a função seno no intervalo de 0 a 2π .

O objetivo da atividade era que os alunos deveriam enxergar a função seno, como uma

função periódica e reconhecer o valor do período da função como 2π , além de observar os arcos simétricos e seus correspondentes.

A próxima construção apresentada era a simetria no seno, em que a atividade proposta pela professora consistia na movimentação do ponto P no primeiro quadrante e analisar os resultados para os ângulos construídos nos outros quadrantes e, por fim, construir as simetrias para os ângulos notáveis.

Na quinta aula o conteúdo era a função cosseno, na mesma linha da função seno, portanto a relação existente é que para qualquer valor de x associa-se um único ponto P, tal que a medida x seja o valor do arco AP.

Dado o passo a passo da construção da função cosseno no intervalo de 0 a 2π no GeoGebra, a atividade tinha como proposta determinar o domínio e o conjunto imagem da função, e observar o período da função cosseno no valor de 2π , analisar os ângulos simétricos no cosseno e fazer a simetria análoga a realizada na construção 10.

A aula 6 era a construção da tangente no ciclo trigonométrico, após o passo a passo a atividade tem como proposta demonstrar semelhança de triângulos e a relação trigonométrica

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

A próxima construção proposta é o gráfico da função tangente no intervalo $\alpha \in [0, 2\pi]$ e $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in [0, 1]$. A atividade consistia em determinar imagem, domínio e o cálculo do período da função tangente que resulta em π .

Na aula 7 a proposta era a construção da secante na circunferência trigonométrica, a secante na trigonometria é definida como a relação inversa ao cosseno, ou seja,

$$\sec \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adjacente}}$$

A atividade propunha a demonstração da ideia da cossecante como inverso do cosseno através da semelhança de triângulos. Pode-se observar a variação dos sinais movendo o ponto P, e observar a inexistência da secante para os valores de 90° e 270° , ângulos onde o cosseno é nulo.

O próximo passo é a construção da função secante para o intervalo de $\alpha \in [0, 2\pi]$ e $\alpha \neq \pi/2 + k\pi, k \in [0, 1]$. Após o passo a passo, a atividade proposta era observar os intervalos de crescimento e decrescimento da função, análise do domínio, imagem e o período da função. É proposto aos alunos que façam a mesma construção e análises para a cossecante, a relação inversa ao seno e a cotangente inversa a tangente.

Na aula 8 foi introduzido a construção do gráfico do tipo $F(x) = a + b \text{sen}(cx + d)$,

após o passo a passo da construção no GeoGebra a ideia era alterar os parâmetros a , b , c e d e concluir que a variação do parâmetro “ a ” influencia no translado vertical da função. O parâmetro “ b ” na amplitude, o parâmetro “ c ” no período da função e o parâmetro “ d ” no translado horizontal. Além disso, o aluno deveria analisar os resultados das mudanças gráficas e relacioná-las com os parâmetros. Realizou-se a mesma construção para a função cosseno.

Na aula 9 a atividade era resolver exercícios com aplicação das funções construídas na aula anterior, para isso foi proposto um exercício da UNESP, onde os alunos deveriam determinar a altura máxima, o horário da ocorrência da altura máxima e a construção do gráfico.

Em outro exemplo, foi utilizada uma questão que envolvia o cálculo de quantidades de doações de sangue no hemocentro e a construção do gráfico da função.

Na aula 10 foram propostas situações problemas envolvendo fenômenos periódicos, com o objetivo que os alunos reconhecessem e analisassem as funções apresentadas na aula 9 e conseguissem resolver equações trigonométrica e fazer gráficos das funções.

Na aula 11 houve a aplicação de exercícios que envolvessem as funções trigonométricas e suas leis de formação.

Na conclusão, a autora afirma que a escolha do tema trigonometria se deu por perceber uma dificuldade dos alunos em relação ao conteúdo, mostrando que talvez propor uma atividade diferenciada auxiliasse no processo de ensino-aprendizagem.

Na aplicação da atividade foi observado que tanto os alunos quanto os professores da sala nunca haviam utilizado o software GeoGebra, e apesar disso, não houve dificuldades de manuseio por parte dos mesmos, que, pelo contrário, conseguiram trabalhar facilmente.

Mesmo com o auxílio do GeoGebra, os alunos ainda possuíam dificuldades em resolver situações problemas e problemas propostos, portanto mostrou-se necessário reforçar os estudos com lista de exercícios e trabalhos extraclasse.

A autora concluiu que o Software auxiliou no ensino da trigonometria, possibilitando uma melhor visualização de semelhança de triângulos, relação trigonométrica, ciclo trigonométrico e funções trigonométricas, principalmente referentes a mudanças de parâmetros. Isso foi confirmado nas análises de respostas dos alunos às atividades e na entrevista respondida por alunos e professores. Portanto, a autora espera que seu trabalho sirva de inspiração aos professores para repensarem suas aulas e aos alunos que procuram ampliar seus conhecimentos.

4.5. Conteúdo geometria:

A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DOS PONTOS NOTÁVEIS NO TRIÂNGULO, escrito por Vitor Reis de Jesus, o tema escolhido se encaixa na geometria plana.

A geometria como já discutida na introdução é um dos temas mais complexos para ser trabalhado em sala de aula e várias são as causas como a abstração do conteúdo e o fato de ser pouco trabalhada, pois normalmente a geometria é conteúdo de final de ano e muitos professores não conseguem alcançá-la.

Escolheu-se dar um destaque maior a geometria primeiro por perceber dificuldade no conteúdo por parte dos alunos e por esses não apresentarem interesse na aula tradicional com giz, lousa, régua e compasso. Assim, decidiu-se propor atividades no software GeoGebra para auxiliar no ensino da geometria.

A geometria plana foi à área da geometria escolhida para se propor tal atividade, especificamente os pontos notáveis no triângulo, iniciando os estudos com lugares geométricos, passando por congruência de triângulos e quadriláteros notáveis.

Define-se lugar geométrico como qualquer figura que possui determinada propriedade. “Uma figura é denominada lugar geométrico dos pontos que possuem uma propriedade δ se, e somente se: todos os pontos desta figura possuem a propriedade δ ; somente os pontos desta figura possuem a propriedade δ ” (MANGILI, 2004, p. 9).

Exemplo de Lugares Geométricos:

Circunferência: Lugar geométrico onde todos os seus pontos são equidistantes de um mesmo ponto, a distância é chamada de raio e o ponto único de centro.

Mediatriz: É o lugar geométrico equidistante a dois pontos, pertencentes a uma reta sendo perpendicular a essa. Perpendicular significa retas concorrentes (encontram-se em único ponto) que forma ângulos de 90° .

Retas Paralelas: São retas equidistantes a uma reta fixa.

Bissetriz: O lugar geométrico dos pontos equidistantes de duas retas concorrentes, a e b, constitui um par de retas perpendiculares, as quais contêm as bissetrizes dos ângulos determinados por a e b (MANGILI, 2004, p. 18).

Arcos Notáveis: “O lugar geométrico dos pontos que enxergam um segmento AB segundo um ângulo de medida $\hat{\alpha}$ constante é o par de arcos capazes do ângulo $\hat{\alpha}$ descrito sobre o segmento AB” (MANGILI, 2004, p. 20).

Lugares geométricos é considerado uma área da geometria analítica, porém os estudos de pontos notáveis no triângulo, que é o objetivo dessa dissertação, pertencem à geometria

espacial, percebe-se então a importância de uma para o ensino da outra.

Anteriormente foi abordado a congruência de triângulo, define-se os triângulos ABC e A'B'C' congruentes, por possuírem os três ângulos e os três lados congruentes, ou seja, possuírem os valores numéricos de ângulos e lados iguais. Portanto:

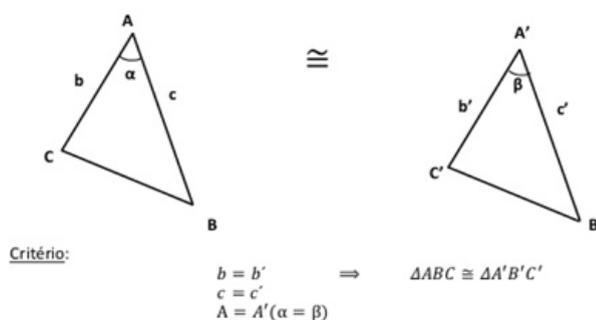
- $\hat{A} \equiv \hat{A}'$, $\hat{B} \equiv \hat{B}'$ e $\hat{C} \equiv \hat{C}'$
- $\overline{AB} \equiv \overline{A'B'}$, $\overline{AC} \equiv \overline{A'C'}$ e $\overline{BC} \equiv \overline{B'C'}$

Para dois triângulos serem congruentes precisam existir condições, chamadas casos de congruência de triângulos. Existem quatro casos de congruência de triângulo, são eles LAL, ALA, LLL, LAA_o, e o caso especial no triângulo retângulo(cateto-hipotenusa).

1º Caso LAL (lado ângulo lado)

Se dois triângulos possuírem dois lados e o ângulo entre eles congruentes, teremos dois triângulos congruentes.

Figura 19- Caso LAL de congruência

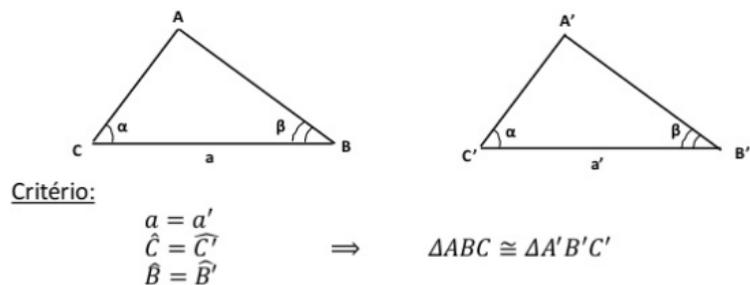


Fonte: <https://pt.slideshare.net/pedrohdrehmer/congruencia-e-semelhana-de-tringulos>.

2º Caso ALA (Ângulo, lado, Ângulo)

Se dois triângulos possuírem dois ângulos e o lado entre eles congruentes, teremos dois triângulos congruentes.

Figura 20 - Caso ALA de Congruência

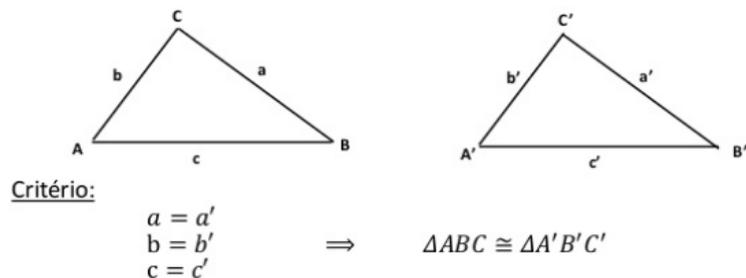


Fonte: <https://pt.slideshare.net/pedrohrehmer/congruencia-e-semelhana-de-tringulos>

3º Caso LLL (lado, lado, lado)

Se dois triângulos possuírem os três lados congruentes, teremos dois triângulos congruentes.

Figura 21- Caso LLL de congruência

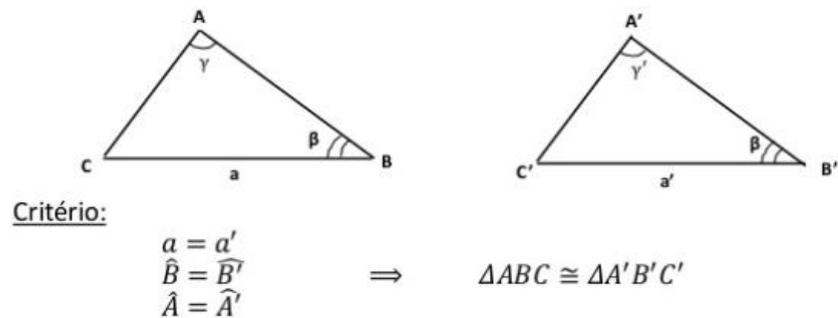


Fonte: <https://pt.slideshare.net/pedrohrehmer/congruencia-e-semelhana-de-tringulos>

4º caso LAA_o (lado, ângulo, ângulo-oposto)

Se dois triângulos possuírem um lado, o ângulo e o ângulo oposto congruente, teremos dois triângulos congruentes.

Figura 22- Caso LAAo de congruência

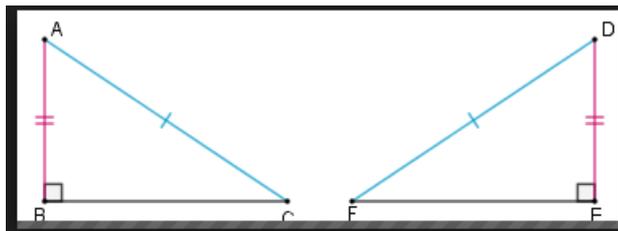


Fonte: <https://pt.slideshare.net/pedrohrehmer/congruencia-e-semelhana-de-tringulos>

5º Caso especial (cateto-hipotenusa)

Se dois triângulos retângulos possuírem um cateto e a hipotenusa congruentes, teremos congruência entre esses dois triângulos.

Figura 23- Caso Cateto-hipotenusa de congruência



Fonte: http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-para-leitura_024-um-pouco-sobre-congruencia-de-triangulos/

Na próxima parte o autor apresentou os quadriláteros notáveis:

Trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado.

- **Trapézio:**
- Dois lados paralelos
- Ângulos adjacentes somam 180°
- **Paralelogramo**
- Dois lados paralelos
- Ângulos adjacentes somam 180°
- Todo paralelogramo é um trapézio
- Lados opostos são congruentes
- Os ângulos opostos congruentes
- Diagonais se cortam em seus respectivos pontos médios
- **Retângulo**
- Dois lados paralelos

- Ângulos adjacentes somam 180°
- Lados opostos são congruentes
- Os ângulos opostos são congruentes
- Diagonais se cortam em seus respectivos pontos médios
- Todo retângulo é um paralelogramo, portanto também é um trapézio.
- As diagonais são congruentes
- Os quatro ângulos retos
- **Losango**
- Dois lados paralelos
- Ângulos adjacentes somam 180°
- Todo paralelogramo é um trapézio
- Lados opostos são congruentes
- Os ângulos opostos congruentes
- Diagonais se cortam em seus respectivos pontos médios
- Todo losango é um paralelogramo, portanto também é um trapézio.
- As diagonais estão na bissetriz dos ângulos
- As diagonais são perpendiculares
- Os quatro lados são congruentes
- **Quadrado**
- Todo quadrado é um losango e também um retângulo
- Portanto, possui todas as características apresentadas acima

O autor enfatizou o trabalho com os paralelogramos, e a partir dele mostrou o teorema da base média.

Teorema da base média: O segmento que une os pontos médios de dois lados de qualquer triângulo é sempre paralelo à base desse triângulo e mede metade do seu comprimento.

No capítulo três o autor fala sobre os principais pontos notáveis: baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro.

Baricentro: O ponto de encontro das medianas, mediana de um triângulo é o segmento que parte do vértice e chega até o ponto médio do lado oposto. “O Baricentro é o centro de gravidade de uma mediana ele dividi a mediana em uma proporção de 2:1” (OBJETIVO, 2018, p. 58).

Incentro: O ponto de encontro das bissetrizes, bissetriz de um triângulo é o segmento

que parte do vértice e chega até o lado oposto dividindo o ângulo do vértice. “O incentro equidista dos lados do triângulo e é o centro da circunferência inscrita no triângulo circunferência tangente aos lados” (OBJETIVO, 2018, p. 58).

Circuncentro: O ponto de encontro das mediatrizes, mediatriz é qualquer ponto que divide o lado no meio e forma com o mesmo um ângulo de 90° graus. “O circuncentro equidista dos vértices de um triângulo e é o centro da circunferência (que contém os vértices) ao triângulo” (OBJETIVO, 2018, p. 58).

A localização do circuncentro em um triângulo depende da natureza do mesmo, portanto no triângulo acutângulo se encontra sempre no interior do triângulo, no triângulo obtusângulo é sempre um ponto da região externa e no triângulo retângulo está localizado no ponto médio da hipotenusa.

Ortocentro: O ponto de encontro das retas suportes das alturas, altura de um triângulo é qualquer segmento que parte do vértice e atinge o lado oposto formando um ângulo de 90° graus.

Assim como no circuncentro, a posição do ortocentro depende de sua natureza, portanto no triângulo acutângulo o ortocentro se encontra no interior do triângulo, no obtusângulo externo ao triângulo, e no triângulo retângulo é o vértice do ângulo retângulo.

Nesse contexto, surge a dificuldade dos alunos em analisar o ortocentro em triângulos obtusângulo, pois o mesmo é exterior ao triângulo. Se o desenho não for claro dificulta a visualização, por isso o auxílio do GeoGebra é essencial.

No próximo capítulo, o autor propõe atividades no GeoGebra que envolvam pontos notáveis no triângulo assim como temas essenciais ao conteúdo como bissetriz, mediana e altura suporte.

Na primeira atividade é proposto aos alunos a prova de que se o segmento de um triângulo que parte do vértice e chega até o lado oposto seja ao mesmo tempo, a mediana, a altura e a bissetriz, o que leva a conclusão do triângulo ser isósceles.

No GeoGebra primeiramente ele deverá construir um triângulo qualquer, depois determinar a bissetriz que passa pelo ponto P, imediatamente determinar o ponto H que seria o pé da altura. Utilizando ferramenta do GeoGebra conseguimos coincidir as retas e mostra que para isso ocorrer os lados que não pertencem a reta são congruentes, portanto, o triângulo é isósceles. Essa demonstração seria análoga para mediana-altura e mediana-bissetriz. Assim demonstrando o que se pedia a atividade.

Na segunda atividade o autor pede a demonstração com ou sem o GeoGebra em relação a colinearidade do baricentro, circuncentro e ortocentro em qualquer triângulo, formando assim

a reta de Euler. Sendo o baricentro entre eles e sua distância ao ortocentro sendo o dobro ao circuncentro.

Na classificação quanto a lados de um triângulo temos: equilátero, isósceles e escaleno, portanto, as demonstrações serão divididas em três casos

1º caso: Triângulo equilátero (três lados congruentes), as retas da mediana, mediatrizes e altura coincidem, portanto, os pontos notáveis também coincidem assim no triângulo equilátero não possui a reta de Euler.

2º caso: Triângulos isósceles (dois lados congruentes), temos que a mediana, a altura, e a mediatriz relativas a base (lado não congruente do triângulo) se coincidem. Portanto, o baricentro, circuncentro e ortocentro pertencem a um mesmo segmento. Assim, o segmento é denominado Reta de Euler, podemos verificar a colinearidade do mesmo em qualquer natureza do triângulo isósceles, ou seja, a colinearidade existe mesmo que o triângulo seja obtusângulo, retângulo ou acutângulo.

3º caso: Triângulo escaleno (não possui lados congruentes). No caso do triângulo escaleno, a natureza do triângulo muda o posicionamento dos pontos notáveis, a reta de Euler aparece apenas no triângulo acutângulo.

O professor aplicou um questionário que possuía 5 perguntas objetivas e 2 perguntas subjetivas, nesses questionários procuravam estudar a importância do software GeoGebra para o aprendizado dos alunos. Quando analisadas as repostas, percebeu-se que a maioria dos alunos acham válido o uso de tecnologia no ensino de matemática, principalmente por possibilitar uma melhor visualização dos conteúdos.

Utilização do software GeoGebra traz um dinamismo para as aulas de geometria plana, estimulando que os alunos participassem mais das atividades propostas, e que a mesma possa auxiliar professores no preparo de suas aulas.

5 PROPOSTA DE ATIVIDADE

A atividade proposta pelo professor-pesquisador desta dissertação foi desenvolvida após análise de outras dissertações do mestrado PROFMAT e pela nossa prática em sala de aula no ensino médio. O conteúdo escolhido faz parte da geometria plana: O ortocentro nos triângulos retângulos, acutângulos e obtusângulos.

Após análise de trabalhos acadêmicos que envolviam a utilização do software na educação matemática, pensamos em propor uma atividade que envolvesse o software GeoGebra para analisar o auxílio do mesmo na resolução de problemas. Após analisarmos as ideias de Valente(1999) em relação ao o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição, e pensarmos como Borba e Penteado(2010)em relação ao atrativíssimo que a utilização de softwares traz para sala de aula, além de concordar com Basso e Gravina(2012) no dinamismo que o software GeoGebra traz para conteúdos matemáticas transformando temas abstratos em temas mais concretos, como é o exemplo do ortocentro em triângulos obtusângulos. A abstração da posição do ortocentro em triângulos torna exercícios como o escolhido complexo.

Enquanto que as leituras das dissertações do PROFMAT auxiliaram na construção da proposta da atividade, pois nos nortearam uma sequência didática, e colaboram com ideias como, por exemplo, o texto do Jesus (2018) nos orientou sobre conteúdos que deveriam ser trabalhados, o texto da Costa (2017) em relação às construções no GeoGebra, e o Ferreira (2016) colaborou com a ideia de uma atividade final para analisar as respostas dos alunos.

Selecionamos o seguinte exercício do vestibular da FUVEST de 1979:

Num triângulo isósceles, o Ângulo \hat{A} mede 100° . Qual o ângulo formado pelas alturas que não passam pelo vértice \hat{A} ?

Para que fosse possível ao aluno conseguir a resolução desse exercício era necessário o conhecimento sobre temas como: Triângulos, soma de ângulos internos de um triângulo, retas suportes da altura e ortocentro no triângulo obtusângulo.

A proposta da atividade é ser desenvolvida em 5 aulas:

Na primeira aula é necessária a retomada de determinados conteúdos como triângulos, lugares geométricos e pontos notáveis em qualquer triângulo.

Na segunda e terceira aula o professor apresenta aos alunos as construções necessárias para compreensão e resolução do exercício no GeoGebra, indicadas abaixo.

Na quarta aula os alunos farão a atividade proposta, pelo professor presente no apêndice desse mesmo texto.

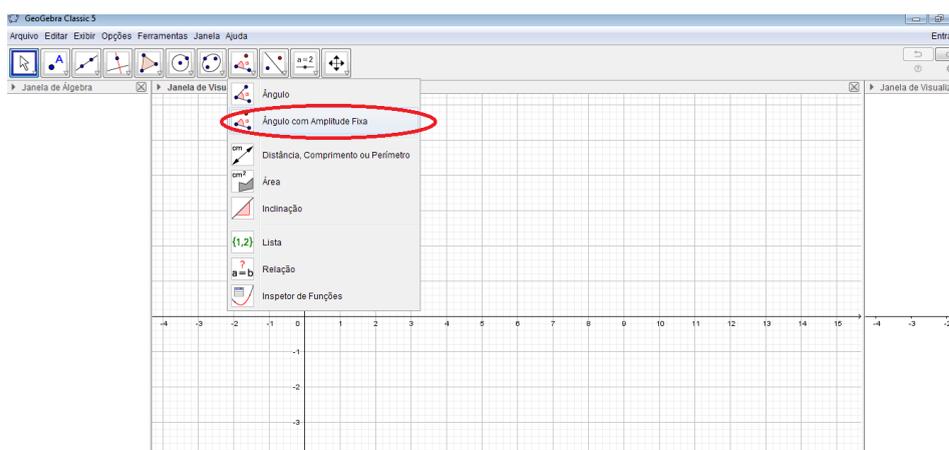
Por último, na quinta aula o professor deverá corrigir a atividade proposta com os alunos e fazer um feedback sobre o auxílio do software na resolução do exercício proposto.

Portanto, na primeira atividade com o GeoGebra seria proposta aos alunos a construção de triângulos. Para isso, é necessária a instalação do GeoGebra 5.0, ou usá-lo online.

a) Construção A: Triângulo Retângulo:

I. No Botão Ângulo, clique em ângulo com amplitude fixa:

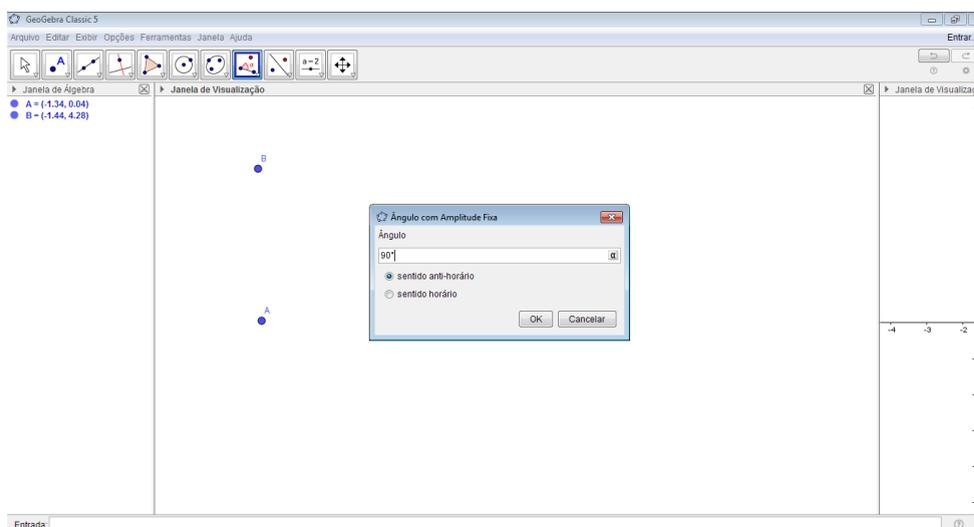
Figura 24 - Passo 1: Construção do Triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria.

I. Escolha dois pontos aleatórios, na janela escreva 90° e sentido mantém no anti-horário.

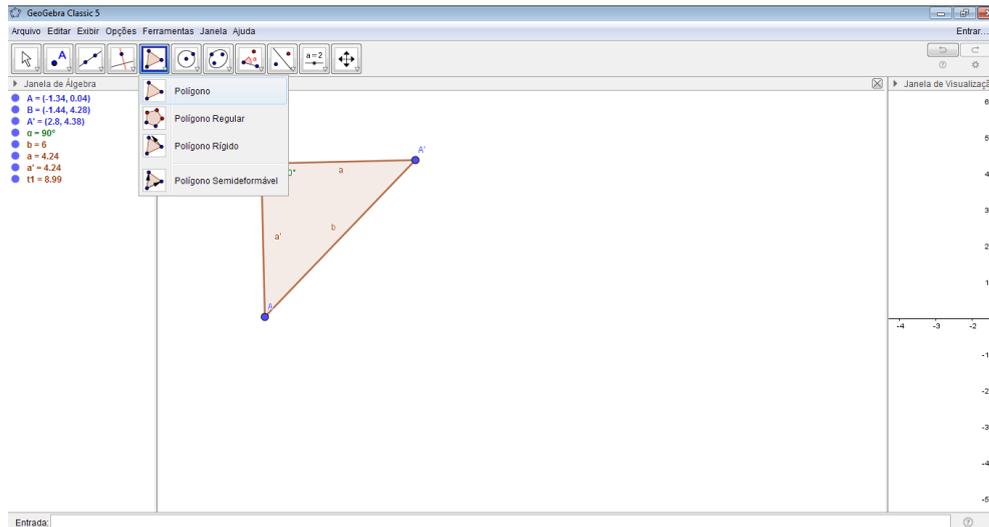
Figura 25 - Passo 2: Construção do Triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria.

II. Na janela polígono, selecione polígono e clique nos três pontos presentes na tela.

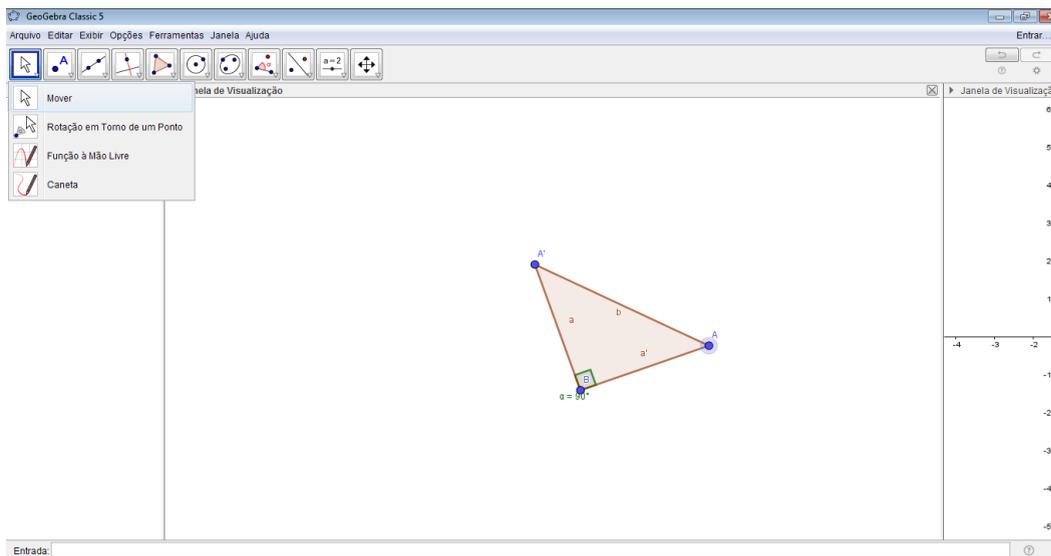
Figura 26 - Passo 3: Construção do Triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria.

Construção concluída, pelo dinamismo do software o aluno poderá movimentar a figura da forma que quiser, construindo triângulos de tamanhos diferentes, porém o ângulo de 90 graus sempre se manterá, basta clicar no botão mover.

Figura 27 - Construção final do Triângulo retângulo

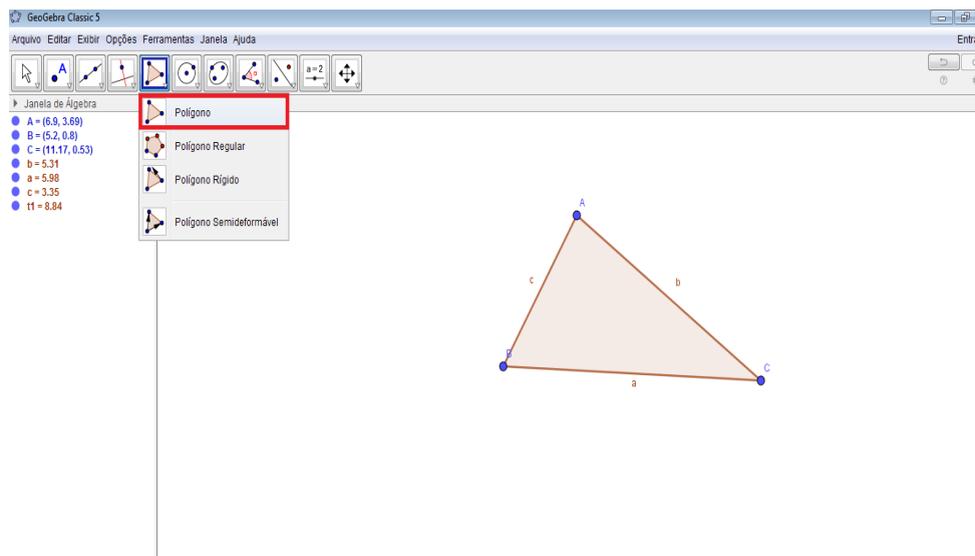


Fonte: Elaboração própria.

b) Construção B: Triângulos Acutângulos e Obtusângulos:

I. No botão polígono, clique em polígono e escolha três pontos aleatório do plano.

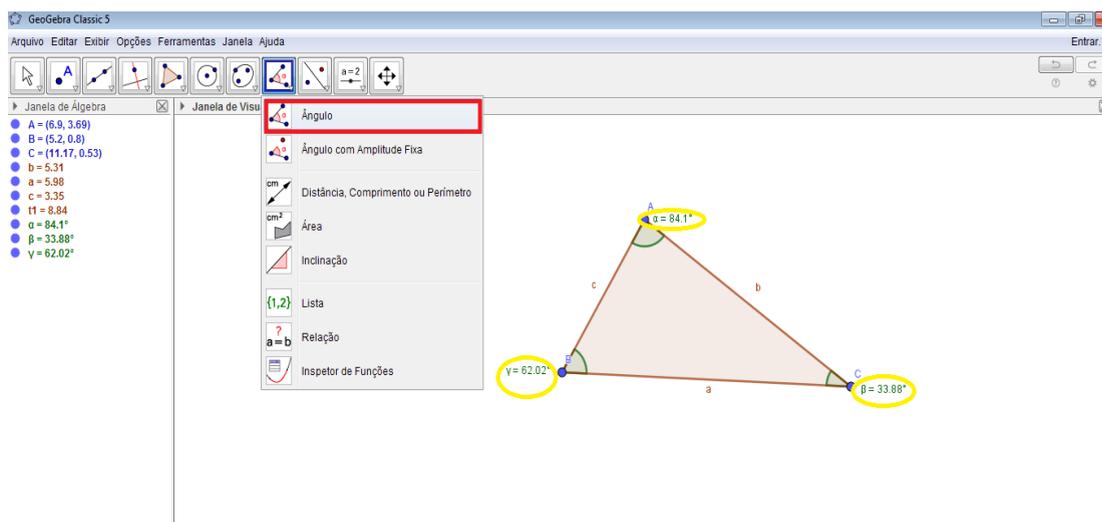
Figura 28 - Passo 1: Construção de triângulo acutângulo e obtusângulo



Fonte: Elaboração própria.

II. Na Barra ângulo clique em ângulo e construa os ângulos desse polígono, selecionando os pontos CBA, ACB e BAC, criando assim os ângulos α, β e γ

Figura 29- Passo 2: Construção de triângulo acutângulo e obtusângulo

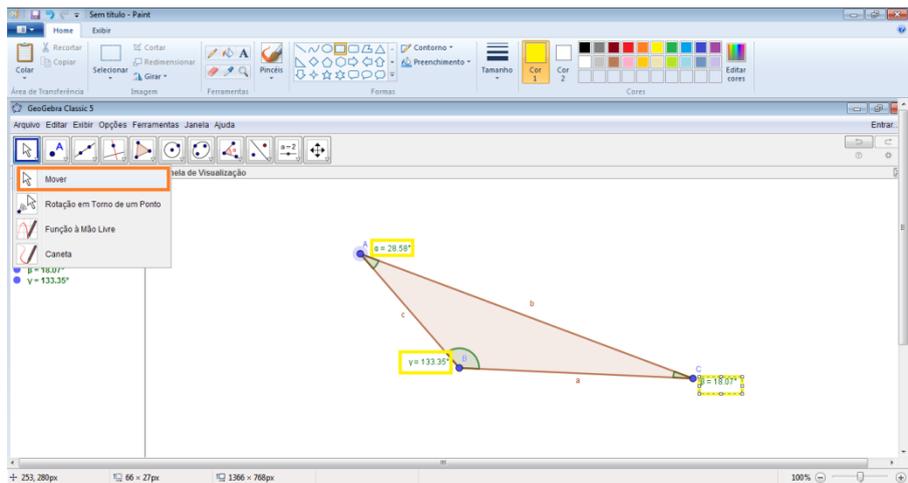


Fonte: Elaboração própria.

No exemplo acima temos um triângulo acutângulo. Para transformá-lo em triângulo obtusângulo,

basta mover um dos vértices até que o mesmo fique com um ângulo com o valor maior que 90°
 III. Com a Barra mover podemos transformar triângulos acutângulos em triângulos obtusângulos.

Figura 30 - Passo 3: Construção de triângulo acutângulo e obtusângulo



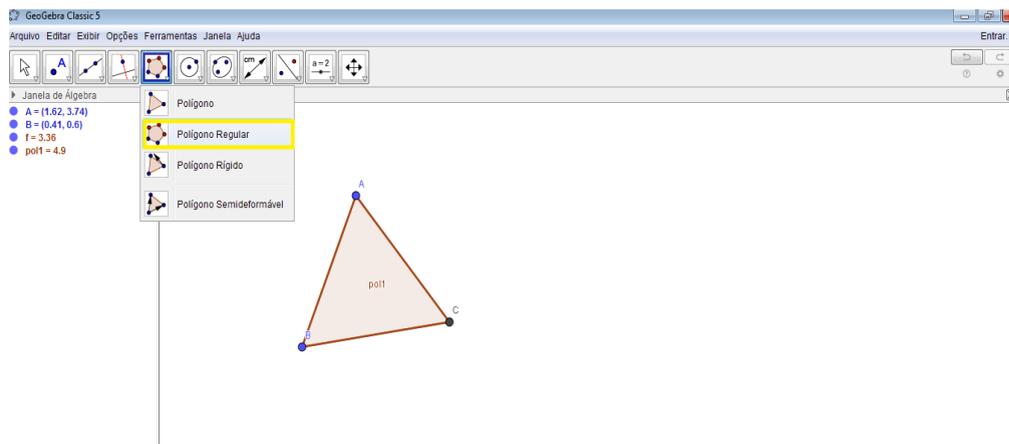
Fonte: Elaboração própria.

Observa-se que o ângulo γ , é o ângulo obtuso do triângulo ABC.

c) Construção C: Construção do triângulo equilátero

I. Na barra polígono clique em polígonos regulares e coloque dois pontos aleatórios no plano, na barra coloque o número três.

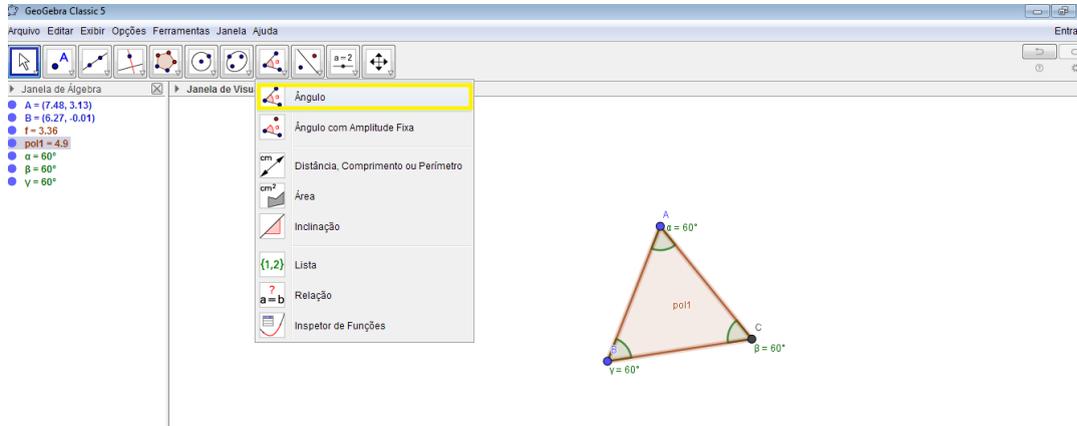
Figura 31 - Passo: Construção de triângulo equilátero



Fonte: Elaboração própria

II. Na Barra ângulo clique em ângulo e construa os ângulos desse polígono, selecionando os pontos CBA, ACB e BAC, criando assim os ângulos α, β e γ

Figura 32 - Passo 2: Construção de triângulo equilátero

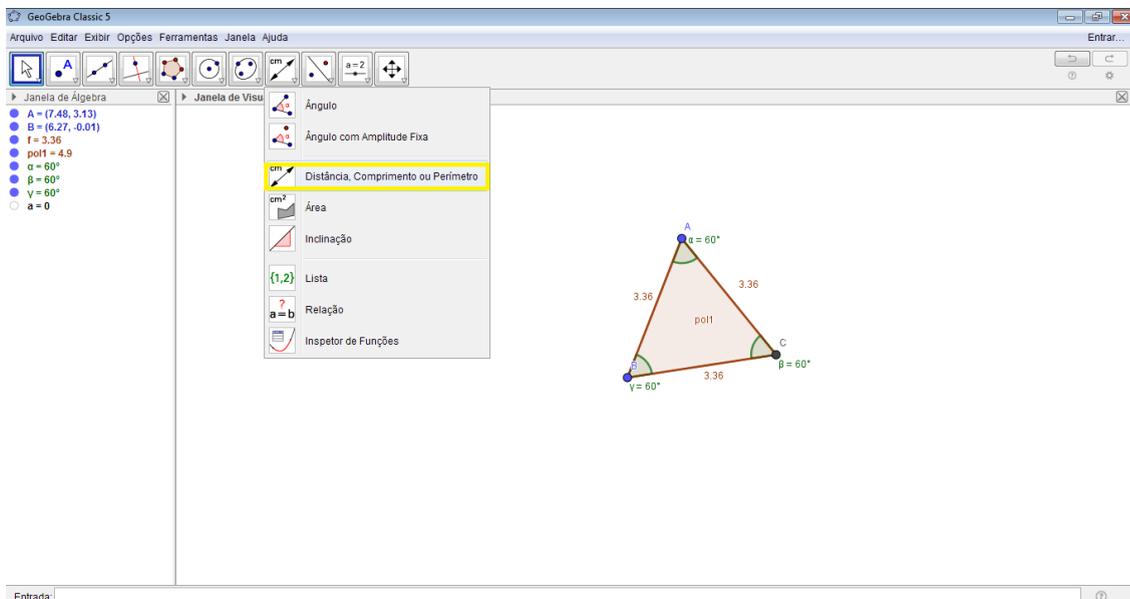


Fonte: Elaboração própria.

Observando que os ângulos $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$, concluímos que o triângulo construído é um triângulo equilátero, podemos incluir os valores da distância.

III. Incluir o valor da distância entre os pontos. Na barra ângulo clique em distância, comprimento e perímetro, depois clique nos vértices dos triângulos.

Figura 33 - Passo 3: Construção de triângulo equilátero

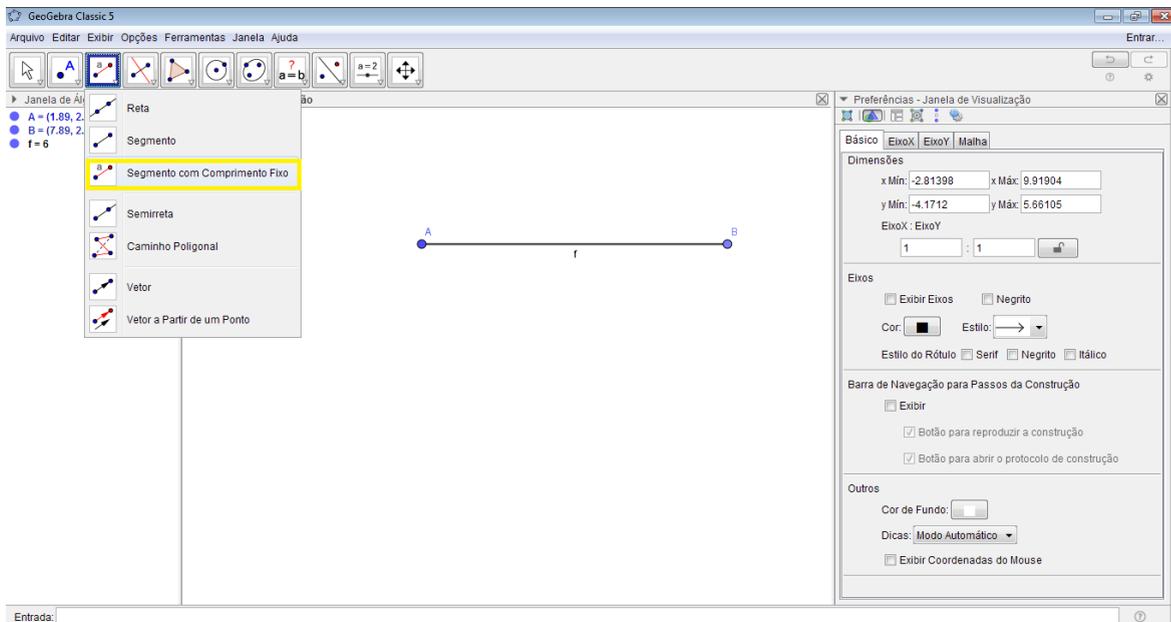


Fonte: Elaboração própria.

d) Construção D: Construção de Triângulos isósceles

I. Na janela reta clique em segmento com comprimento fixo, e construa o ponto o segmento A e B escolhendo um valor qualquer para o comprimento.

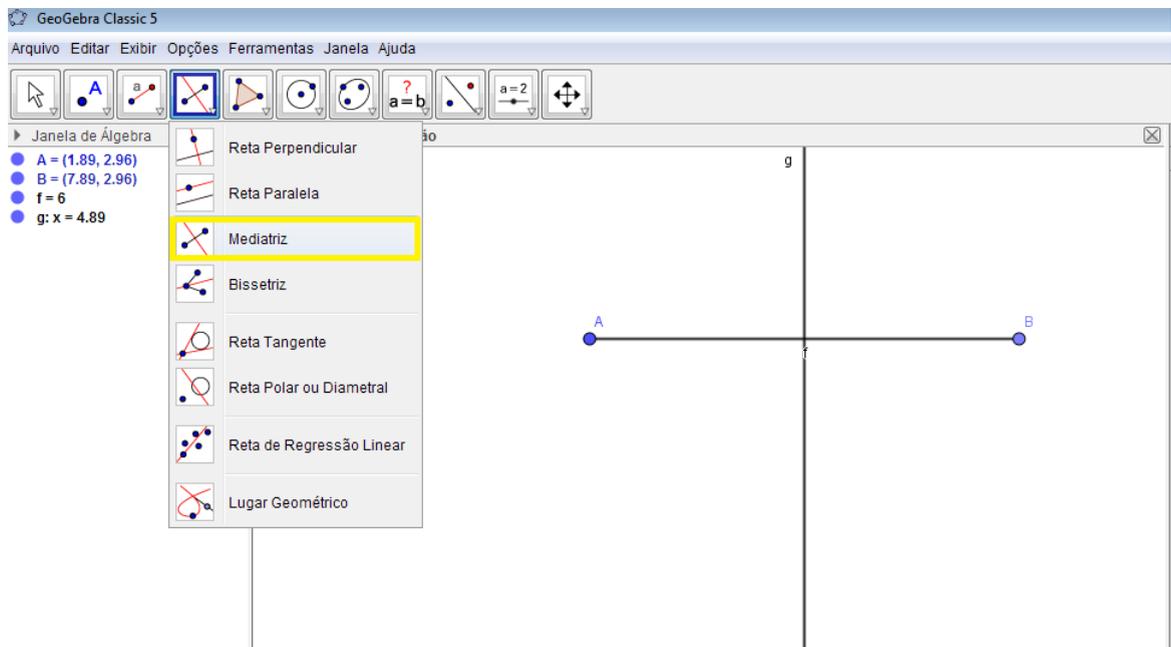
Figura 34 - Passo 1: Construção do triângulo isósceles



Fonte: Elaboração própria.

II. Na janela retas, clique no botão mediatriz e encontre a mediatriz entre os pontos AB do segmento construído acima.

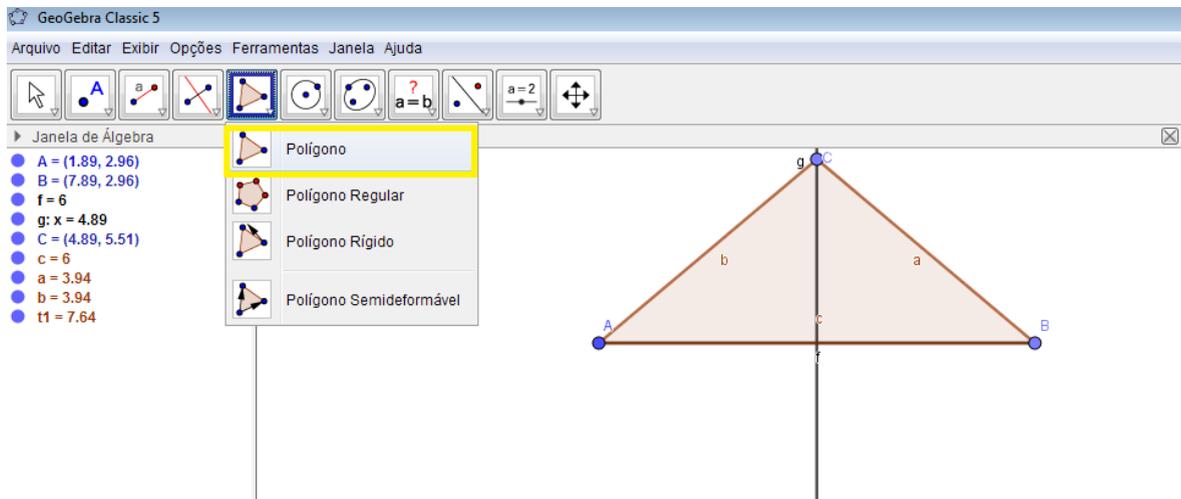
Figura 35- Passo 2: Construção do triângulo isósceles



Fonte: Elaboração própria.

II. Em qualquer ponto da mediatriz coloque um ponto C, depois clique em polígonos e uni os três pontos presentes no plano.

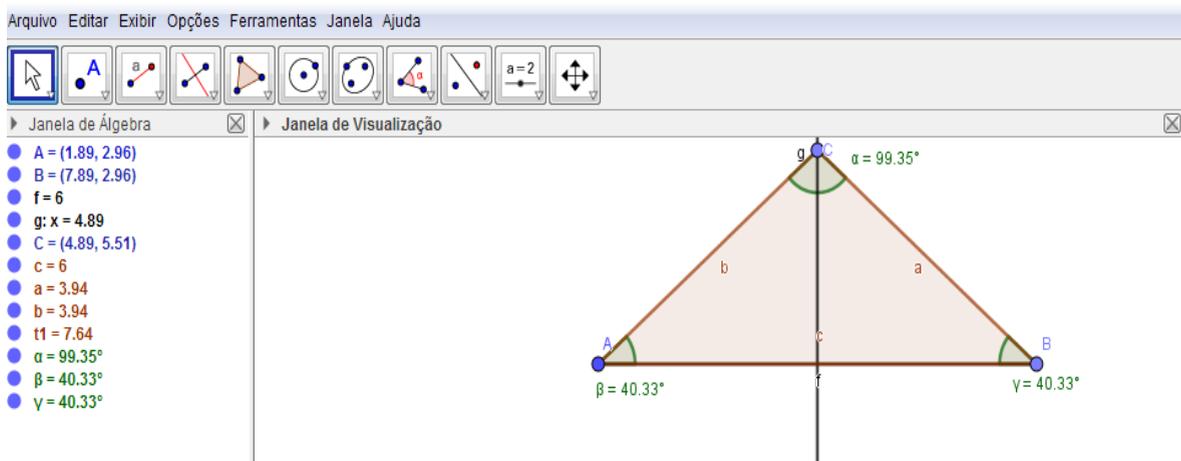
Figura 36 - Passo 3: Construção do triângulo isósceles



Fonte: Elaboração própria.

III. Inclusão dos ângulos repita os passos observados na construção B, II.

Figura 37 - Passo 4: Construção do triângulo isósceles



Fonte: Elaboração própria.

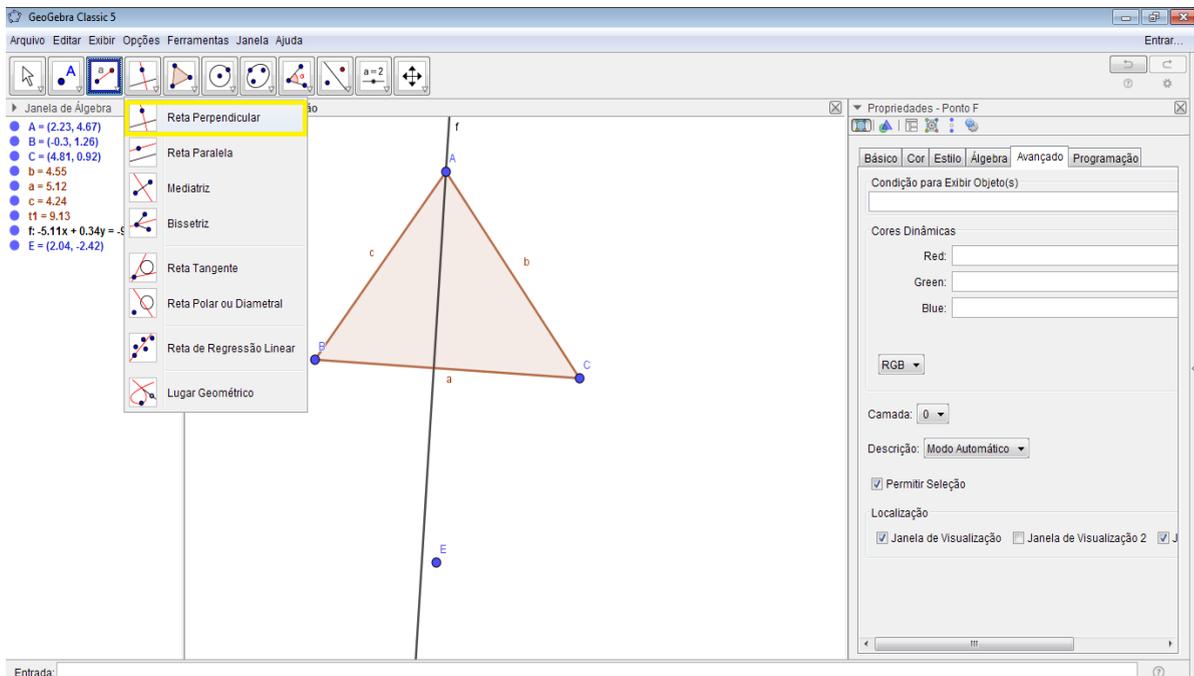
Como observado na figura os ângulos β e γ são congruentes, portanto trata-se de um triângulo isósceles de base AB.

e) Construção E: Reta suporte da altura em relação a um vértice

I. Construa um triângulo qualquer

II. Na barra clique em reta perpendicular e clique no vértice A e no segmento BC.

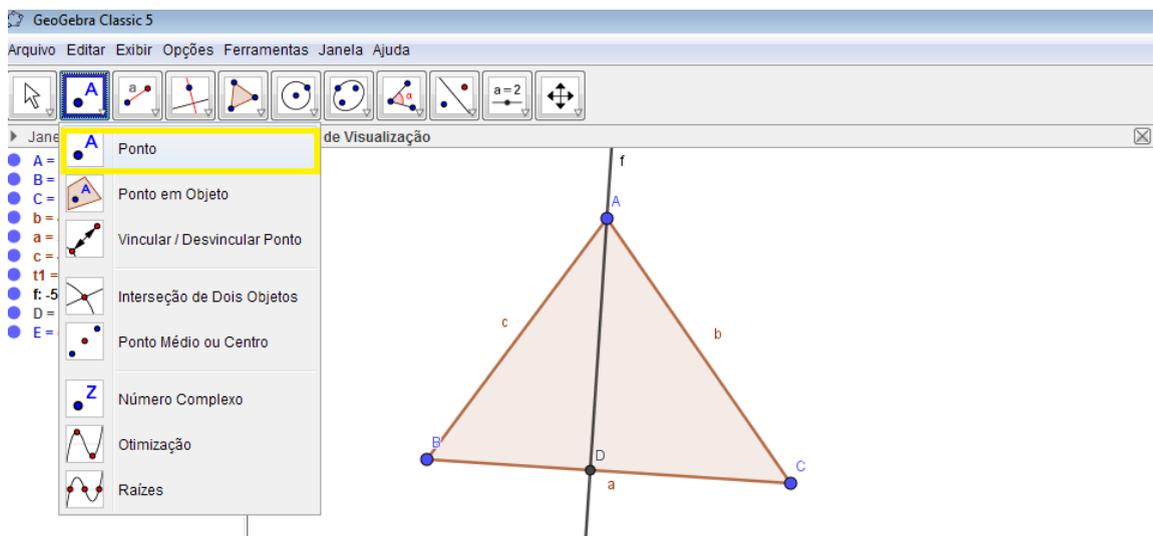
Figura 38- Passo 2 da construção de retas suporte da altura em relação a um vértice A



Fonte: Elaboração própria.

III. Na barra clique me ponto e coloque sobre a intersecção da reta perpendicular com o segmento BC.

Figura 39 - Passo 3 da construção de retas suporte da altura em relação a um vértice B

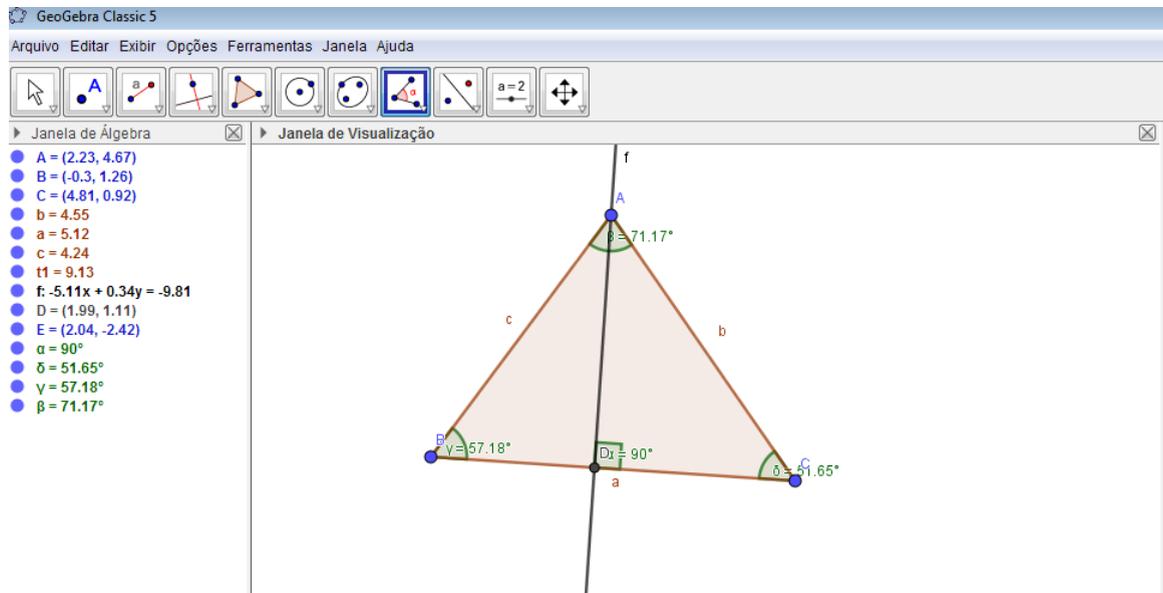


Fonte: Elaboração própria.

IV. Portanto o segmento AD é a altura relativa ao vértice A.

V. Construir o ângulo CDA, e mostrar que forma um ângulo de 90° . (Construção de ângulo já apareceu nesse texto)

Figura 40- Passo 3 da construção de retas suporte da altura em relação a um vértice B



Fonte: Elaboração própria.

As construções propostas acima seriam mostradas aos alunos pelo professor aplicador da atividade e logo após a demonstração de cada item os alunos realizariam a construção em seus próprios computadores. O professor pode optar por escolher se os alunos trabalham individualmente, em dupla ou em grupo, dependendo o número de alunos e a quantidade de computadores.

Na segunda atividade será proposto que os alunos as desenvolvessem sem o auxílio do professor, portanto será solicitado aos alunos um questionário para responderem no GeoGebra.

E, por fim, responder à questão proposta no início com o auxílio do GeoGebra e analisar se a utilização do software ajudou aos alunos chegarem ao resultado correto.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a análise de 5 dissertações, em temas como álgebra, aritmética, geometria, trigonometria e estatística, que optaram por utilizar o software GeoGebra como auxílio ao ensino da matemática, observamos exemplos que podem auxiliar professores de ensino básico em seus respectivos conteúdos. Além disso, a análise das dissertações abriu novas perspectivas para nós como professoras, sendo modelos que eventualmente podem ser seguidos em aulas de matemática.

As leituras de tais teses proporcionam uma ampla experiência para docência, com ideias e proposta que facilmente conseguimos trabalhar em sala de aula. Apesar das dificuldades apresentadas pelos autores, percebemos que eles, em sua maioria, conseguiram driblar as adversidades e aplicar as atividades que propuseram, o que mostra que o uso do computador é plausível no ensino da matemática.

Portanto, acreditamos que o auxílio de um software na educação matemática seria um método a mais para o ensino dos conteúdos dessa disciplina. Apresentamos neste trabalho um exemplo prático de como utilizar tal software na docência, respondendo nossa questão inicial de como elaborar atividades de geometria com o auxílio de softwares para o ensino dessa disciplina. Concluimos, assim, que tal ferramenta pode otimizar o aprendizado do aluno.

Existem ainda outros aspectos que envolvem a aprendizagem do corpo discente que não foram discutidas e analisadas neste trabalho nem nos trabalhos analisados, avaliação final de desempenho pessoal, comparação da aprendizagem do conteúdo proposto, análises cognitivas, entre outros, pontos que deixamos de indicação para trabalhos futuros, uma vez que o conceito de aprendizagem é amplo e abstrato.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. Editora Autêntica, vol. 1, 2010, 104 p.

BORGES NETO, H. E. de. **Informática e formação de professores**. Brasília, Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. **Parâmetros curriculares nacionais – Ensino Médio**. Ministério da Educação: Brasília, 2000.

CHICON, Thays Roberta et al. **Geogebra e o Estudo da Função Quadrática**. Parada Benito: UNICRUZ- Universidade de Cruz Alta, 2011. Disponível em:

< <https://home.unicruz.edu.br/seminario/anais/anais-2011/agrarias/GEOGEBRA%20E%20O%20ESTUDO%20DA%20FUN%C3%83%E2%80%A1%C3%83%C6%92O%20QUADR%C3%83%C2%81TICA.pdf> > Acesso em <26/06/2018>.

CLEMENTE, João Carlos et al. **Ensino e aprendizagem da geometria: um estudo a partir dos periódicos em educação matemática**. Rio de Janeiro, 2015.

CONDE, Antônio. **Geometria analítica**. Editora Atlas, vol. 1, ed. 1, 2004, 168 p.

COSTA, Andressa Solane Moreira. **A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA** Vitória, 2017.

Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150371009 > Acesso em <13/01/2019>

COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da; PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito. **A Integração das tecnologias digitais ao ensino de Matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor**. 2015. Disponível em: < file:///C:/Users/Evaldo/Downloads/1392-3938-1-PB.pdf > Acesso em <15/06/2018>.

COSTA, Rafael Ferreira da. **Uma proposta de aula suporte no Google Docs e no Geogebra**. Rio de Janeiro, 2017 Disponível em, < https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160890092>.

Acesso em <23/01/2018

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática da teoria a prática**. Editora: Papyrus, 17^a ed, v. 1, 2009, 119 p.

FERREIRA, Arnaldo Alves. **Proposta de ensino das funções afim e quadrática e suas derivadas com o auxílio do Geogebra**. Bahia, 2016. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=94187 > Acesso em <23/01/2018>

GOMES, Reinaldo. **Números complexos e polinômios: estratégia de ensino para aplicação por meio do Geogebra**. Paraná, 2013. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=30704 > Acesso em <22/01/2019>.

GRAVINA, Maria Alice. **Matemática, mídias digitais e didática tripé para formação do professor de Matemática**. Editora Evangraf, vol. 1, ed. 1, 2012, 180 p.

JACINTO, Hélia; CARREIRA, Susana. **Diferentes modos de utilização do GeoGebra na resolução de problemas de Matemática para além da sala de aula: evidências de fluência tecno-matemática**. 2017. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0266.pdf>> Acesso em <12/07/2018>.

JESUS, Vitor Rios de Jesus. **A utilização do software Geogebra no estudo dos pontos notáveis de um triângulo**. Bahia, 2018. Disponível em: <https://sca.profnat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160131396> Acesso em <15/11/2018>.

KAFURI, Jorge. **Introdução à Estatística**. Editora: MCMXXXIV, vol. 1, ed. 1, 1934.

KOLLER, Sílvia H.; COUTO, Maria Clara P. de Paula; HOHENDORFF, Jean von. **Manual de Produção Científica**. Editora Penso, vol. 1, ed. 1, 2014.

LIMA, Elon Lajes. **A Matemática do Ensino Médio**. Editora SBM, vol 1, ed 6, 2012, 307 pg

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. Editora Atual, vol. 1, 1998, 121 p.

MIORIN, Antonio Miguel; MIORIN, Maria Ângela Miorin. **Ensino de Matemática**. Editora Atual, vol. 1, 6ª ed., 1992, 178 p.

MORAN, J. M. Tendências da educação on-line no Brasil In: RICARDO, Eleonora Jorge. **Educação Corporativa e Educação a Distância**. Rio de Janeiro: Editora Qualityma A utilização do geogebra como ferramenta para o ensino de trigonometria. rk, 2005.

PINTO, Herbert F. **Trigonometria**. Editora Científica, vol. 1, 1966, 202 p.

SANTOS, Alex da Silva dos; SILVA, Jhonatan Júnio da; MOURA, Daniela Alves da Silva. **Tecnologia a favor da educação matemática: Geogebra e suas aplicações**. 2014. Disponível em: <<file:///C:/Users/Evaldo/Downloads/146-444-1-PB.pdf>> Acesso em <13/10/2-18>.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: SEE, 2010.

SILVA, Mozart Linhares. **Novas Tecnologias: educação e sociedade na era da informática**. Editora Autêntica, 2011.

VALENTE, J.A. **Análise dos diferentes tipos de software usados na educação**. NIEED – UNICAMP, 1999.

VALENTE, J.A. **Computadores e conhecimento repensando a educação**. UNICAMP Campinas, 1993.

VALMORBIDA, Juliana Maria. UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ESTUDO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO FRACTAIS E O SOFTWARE GEOGEBRA, Santa Catarina ,2018. Disponível em < https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160890092> Acesso em <23/01/2019

APÊNDICE A – Tabelas de Dissertações

Tabela 1 – Dissertações do PROFMAT que possuíam como título GeoGebra separadas por universidades

Universidade	Sigla	Quantidade de teses
Colégio Pedro II	CPII	1
Fundação Universidade De Rondônia	UNIR	6
Fundação Universidade Federal Do Abc	UFABC	1
Fundação Universidade Federal Do Tocantins	UFT	3
Instituto Federal De São Paulo	IFSP	0
Instituto Federal Do Piauí	IFPI	1
Universidade De Brasília	UNB	0
Universidade De São Paulo	USP	3
Universidade Do Estado De Santa Catarina	UDESC	0
Universidade Do Estado Do Mato Grosso	UNEMAT	3
Universidade Do Estado Do Rio de Janeiro	UERJ	1
Universidade Estadual Da Paraíba	UEPB	5
Universidade Estadual De Campinas	UNICAMP	3
Universidade Estadual De Feira De Santana	UEFS	2
Universidade Estadual De Londrina	UEL	2
Universidade Estadual de Maringá	UEM	7
Universidade Estadual De Mato Grosso do sul	UEMS	1
Universidade Estadual de Ponta Grossa	UEPG	3
Universidade Estadual De Santa Cruz	UESC	5
Universidade Estadual Do Ceará	UECE	0
Universidade Estadual Do Maranhão	UEMA	1
Universidade Estadual Do Norte Fluminense	UENF	2
Universidade Estadual Do Piauí	UESPI	0
Universidade Estadual Do Sudoeste Da Bahia	UESB	3

Universidade Estadual Paulista	UNESP	9
Universidade Federal Da Bahia	UFBA	4
Universidade Federal Da Grande Dourados	UFGD	0
Universidade Federal Da Paraíba	UFPB	3
Universidade Federal De Alagoas	UFAL	5
Universidade Federal De Campina Grande	UFCG	3
Universidade Federal De Goiás	UFG	19
Universidade Federal De Juiz De Fora	UFJF	8
Universidade Federal De Mato Grosso	UFMT	2
Universidade Federal De Mato Grosso Do Sul	UFMS	4
Universidade Federal De Ouro Preto	UFOP	0
Universidade Federal De Roraima	UFRR	1
Universidade Federal De Santa Catarina	UFSC	0
Universidade Federal De Santa Maria	UFSM	5
Universidade Federal De São Carlos	UFSCAR	9
Universidade Federal De São João Del-Rei	UFSJ	0
Universidade Federal De São Paulo	UNIFESP	0
Universidade Federal De Sergipe	UFS	0
Universidade Federal de Viçosa	UFV	2
Universidade Federal do Pará	UFPA	7
Universidade Federal do Acre	UFAC	5
Universidade Federal Do Amapá	UNIFAP	4
Universidade Federal Do Amazonas	UFAM	1
Universidade Federal Do Cariri	UFCA	5
Universidade Federal Do Ceará	UFC	9
Universidade Federal Do Espírito Santo	UFES	7
Universidade Federal Fluminense	UFF	3
Universidade Federal Do Oeste Do Pará	UFOPA	6
Universidade Federal Do Pará	UFPA	7
Universidade Federal Do Paraná	UFPR	0

Universidade Federal Do Piauí	UFPI	3
Universidade Federal Do Recôncavo Da Bahia	UFRB	7
Universidade Federal Do Maranhão	UFMA	7
Universidade Federal Do Rio De Janeiro	UFRJ	0
Universidade Federal Do Rio Grande	FURG	4
Universidade Federal Do Rio Grande Do Norte	UFRN	2
Universidade Federal Do Triângulo Mineiro	UFTM	9
Universidade Fed. Dos Vales Do Jequitinhonha e Mucuri	UFVJM	2
Universidade Federal Do Vale Do São Francisco	UNIVASF	6
Universidade Federal Rural Do Rio De Janeiro	UFRRJ	6
Universidade Federal Rural Do Semi-Árido	UFERSA	13
Universidade Tecnológica Federal Do Paraná	UTFPR	2
Instituto Nacional De Matemática Pura e Aplicada	IMPA	6
Universidade Federal Da Fronteira Sul	UFFS	1
Universidade Federal do Estado Do Rio De Janeiro	UNIRIO	4
Pontifícia Universidade	PUC	1

Tabela 2 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Geometria

. Trabalho	Universidade
1)EXPLORANDO O ESPAÇO ATRAVÉS DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA E O USO DO GEOGEBRA	UNIFAP
2) GEOGEBRA COMO INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO NO ENSINO DE GEOMETRIA: O PROCESSO DE TRANSFORMAÇÃO DOS ALUNOS QUE ATUARAM NA OBMEP	IFPI
3) ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFG
4)GEOMETRIA ESPACIAL: USO DO APLICATIVO GEOGEBRA EM SMARTPHONES	UFG
5) EXPLORANDO O PRINCÍPIO DE CAVALIERI COM O GEOGEBRA	UNEMAT
6) TEOREMA DE PICK: UMA ABORDAGEM PARA O CÁLCULO DE ÁREAS DE POLÍGONOS SIMPLES ATRAVÉS DO GEOPLANO E GEOGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL	UFAM

7) CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM O AUXÍLIO DE RÉGUA E COMPASSO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UESC
8) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DOS PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO	UFBA
9)GEOGEBRA COMO RECURSO FACILITADOR DO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM DE CURVAS PLANAS	UFG
10)A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DAS CÔNICAS ALIADA AO GEOGEBRA: O CASO DA HIPÉRBOLE	UFAC
11)O USO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS DINAMICAS DE LUGARES GEOMETRICOS NO ESPACO	UFPB
12)CÁLCULO DE ÁREAS: UMA ABORDAGEM ATRAVES DO GEOGEBRA NO ENSINO MEDIO	UEMA
13) GEOMETRIA ANALÍTICA: ENSINO E APRENDIZAGEM DE TÓPICOS ELEMENTARES COM APOIO DE MALHA QUADRICULADA, GEOGEBRA E GEOPLANO	UNB
14) APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA: O USO DO GEOGEBRA NA AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO ACERCA DAS PROPRIEDADES DOS QUADRILÁTEROS	CPII
15)ESTUDO DE TRONCO DE CILINDRO E CILINDRO OBLÍQUO COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UNICAMP
16) POSSIBILIDADES DE USO DO GEOGEBRA PARA COMPREENSÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS DA GEOMETRIA ESPACIAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO	UESB
17) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA 3D E A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO PROCESSO DE ENSINO- APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL	UFAL
18) USANDO O GEOGEBRA PARA ANALISAR OS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA PERSPECTIVA DE VAN HIELE	UEPG
19) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL PARA ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO	UEPG
20) SEMELHANÇAS NO GEOGEBRA E O MODELO DE VAN HIELE	UNIRIO
21)ESTUDO DAS CÔNICAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM USO DE GEOGEBRA PARA O ENSINO MÉDIO.	UFRN
22)CÁLCULO DE VOLUME DE MONUMENTOS A PARTIR DE INTEGRAIS DEFINIDAS PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO COM APOIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFSM
23) A CONTEXTUALIZAÇÃO DA GEOMETRIA ESFÉRICA PELO ESTUDO DO GLOBO TERRESTRE E SUAS REPRESENTAÇÕES COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA.	UFCG

24)UMA PROPOSTA DE CONSTRUÇÃO DE CURVAS PLANAS NO GEOGEBRA	UFES
25) USO DO GEOGEBRA 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL	UFJF
26) PARAMETRIZAÇÃO DE CÔNICAS E CURVAS DE LISSAJOUS: CONCEITOS E POSSIBILIDADES NO ENSINO COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UNEMAT
27)O ENSINO DE COORDENADAS POLARES ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA	UNICAMP
28) UMA PERSPECTIVA DO TEOREMA DE MENELAUS ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFPI
29)O ESTUDO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UEPB
30) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA	UFAL
31) METODOLOGIA PARA CÁLCULO APROXIMADO DE ÁREAS DE REGIÕES GEOGRÁFICAS UTILIZANDO INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL, INTEGRAÇÃO E O GEOGEBRA.	UFRB
32)O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO MECANISMO PARA PRODUÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO E ESTUDO DE OBJETOS DO COTIDIANO DOS ALUNOS	UFVJM
33) O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UMA APLICAÇÃO DO GEOGEBRA	UNEMAT
34) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA APLICAÇÃO PARA ALUNOS E PROFESSORES DA REDE PÚBLICA DE ENSINO	UFOPA
35)UM ESTUDO DE CURVAS PLANAS USANDO O GEOGEBRA	UFG
36)INVESTIGANDO COM O GEOGEBRA 3D: O MÉTODO AXIOMÁTICO EM ATIVIDADES DE GEOMETRIA ESPACIAL E ESFÉRICA	FURG
37) EXPLORANDO O SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL	UESC
38)CÔNICAS: CLASSIFICAÇÃO E ATIVIDADES COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
39) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ATIVIDADES DE APLICAÇÃO EM GEOMETRIA ANALÍTICA: AS CÔNICAS.	UNIR
40) PROBABILIDADE GEOMÉTRICA NO ENSINO MÉDIO: UMA EXPERIÊNCIA USANDO O GEOGEBRA	UEPB
41)ELABORAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE VETORES POR MEIO DA SEQUÊNCIA FEDATHI E EXPLORAÇÃO DE SUAS REPRESENTAÇÕES COM USO DO GEOGEBRA	UFPI
42)CÁLCULO DAS FÓRMULAS DE EULER E PICK NO GEOPLANO E NO GEOGEBRA	UFG

43)GEOMETRIA ESPACIAL - UM CURSO COM GEOGEBRA	UFG
44) ATIVIDADES COLABORATIVAS COM O GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA	UFES
45) GEOGEBRA: UMA FERRAMENTA DINÂMICA NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NO ENSINO BÁSICO	UFMA
46)O USO DE CONCEITOS VETORIAIS EM GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UEPG
47)O CALCULO DA AREA DO CIRCULO COM O AUXILIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFSCAR
48)UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM O GEOGEBRA	UFSCAR
49) PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR: UMA PROPOSTA DE RESOLUÇÃO GEOMÉTRICA PARA O ENSINO MÉDIO COM O USO DO GEOGEBRA	UNESP
50) UMA ABORDAGEM DO ESTUDO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
51)ALGUMAS TÉCNICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS DO ENSINO BÁSICO: SITUAÇÕES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS E LUGARES GEOMÉTRICOS	UFRR
52)ISOMETRIAS NO PLANO: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA EDUCAÇÃO BÁSICA COM USO DO GEOGEBRA	UFRB
53)O ESTUDO DAS CÔNICAS A PARTIR DA EXCENTRICIDADE – FORMANDO CONCEITOS COM O AUXILIO DO GEOGEBRA E A GEOMETRIA DINÂMICA	UERJ
54)GEOMETRIA ANALÍTICA: EXPLORANDO CONCEITOS DO ENSINO MÉDIO COM O USO DE ANIMAÇÕES NO GEOGEBRA	FURG
55)UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO USO DO GEOGEBRA	UFSCAR
56) ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES COM O USO DO GEOGEBRA	UFERSA
57) A UTILIZAÇÃO DE RECURSO DE GEOMETRIA DINÂMICA - GEOGEBRA - PARA A CONSTRUÇÃO, INTERPRETAÇÃO E VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS NO ESTUDO DE RETAS EM GEOMETRIA ANALÍTICA	UFOPA
58) UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA NA ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES PARA ESTUDAR SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL	UFPA
59)UM ESTUDO DE RETAS DO PLANO E UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO MÉDIO COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP

60) TÓPICOS DE GEOMETRIA EUCLIDIANA EM APPLETS DO GEOGEBRA	UESB
61) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO EM GEOMETRIA ANALÍTICA ENSINANDO COM AS TECNOLOGIAS	UFTM
62) O ENSINO DOS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS COM O SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA	UFERSA
63) UMA PROPOSTA DE ENSINO DE CÔNICAS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UFRRJ
64) O USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR NA COMPREENSÃO DE RESULTADOS DE GEOMETRIA POUCO EXPLORADOS NO ENSINO BÁSICO	UFRRJ
65) O ENSINO DOS TRIÂNGULOS COM O RECURSO GEOGEBRA	UFERSA
66) RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA.	UFC
67) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NO ENTENDIMENTO E APRIMORAMENTO DE ALGUNS CONCEITOS GEOMÉTRICOS PLANOS	UFAC
68) UMA INVESTIGAÇÃO POR MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ESTUDO DE VETORES NO ENSINO MÉDIO	UENF
69) O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL	UFG
70) GEOMETRIA PLANA - UM CURSO NO GEOGEBRA	UFG
71) USO DE SOFTWARES CONSTRUIFIG3D, POLY, GEOGEBRA E SKETCHUP NAS AULAS DE GEOMETRIA ESPACIAL.	UFC
72) ENSINO DOS PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UFES
73) O SOFTWARE GEOGEBRA ATRELADO AO PRINCÍPIO DE CAVALIERI COMO MEDIADOR NO ESTUDO DO CÁLCULO DO VOLUME DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS	UFRB
74) DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PARA A CONSTRUÇÃO DE ALGUNS CONCEITOS BÁSICOS DE GEOMETRIA PLANA USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFTM
75) SÓLIDOS DE PLATÃO E SEUS DUAIS: CONSTRUÇÃO COM MATERIAL CONCRETO E REPRESENTAÇÕES POR GEOGEBRA	UNICAMP
76) AS CURVAS CÔNICAS COM O USO DO GEOGEBRA	UFAL
77) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APOIO À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM ÓPTICA GEOMÉTRICA	USP
78) CURVAS DESCRITAS MECANICAMENTE E GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DESTINADA AO ENSINO MÉDIO	UFSM

79) BENEFÍCIOS DO PROGRAMA GEOGEBRA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA	UFJF
80) USO DE SMARTPHONES E TABLETS COMO FERRAMENTA DO ENSINO DE MATEMÁTICA: O SOFTWARE GEOGEBRA	UFAC
81) SITUAÇÕES DIDÁTICAS NO ENSINO DE GEOMETRIA COM O APLICATIVO GEOGEBRA	UNESP
82) ESTUDO DAS CÔNICAS COM APLICAÇÕES E O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APOIO DIDÁTICO	UFMS
83) INSTRUMENTOS PARA DESENHO GEOMÉTRICO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E SIMULAÇÃO NO GEOGEBRA	IMPA
84) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA E SUAS APLICAÇÕES NO ENSINO DAS CEVIANAS BÁSICAS.	UFRB
85) ESTUDO DA VERSÃO 3D BETA DO GEOGEBRA EM GEOMETRIA ESPACIAL	UFTM
86) CÔNICAS, ÁLGEBRA LINEAR E GEOGEBRA, UMA COMBINAÇÃO QUE DEU CERTO.	UFG
87) O ENSINO DE VETORES NA PRIMEIRA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO COM AUXÍLIO DO GEOPLANO, DA MALHA QUADRICULADA E DO GEOGEBRA.	UFT
88) ESTUDO DAS CÔNICAS ATRAVÉS DE ROTEIROS DIDÁTICOS APLICADOS NO GEOGEBRA	UFPB
89) ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UFMA
90) USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA	UFPI
91) UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL USANDO O GEOGEBRA 3D	UEPB
92) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	UFJF
93) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NO ENSINO DE VETORES NO ENSINO MÉDIO.	IMPA
94) ESTUDANDO CURVAS CÔNICAS USANDO MATERIAIS CONCRETOS E GEOGEBRA	UFOPA
95) USO DO GEOGEBRA PARA MOTIVAR ESTUDO DE PROBLEMAS DE MÍNIMOS GEOMÉTRICOS ATRAVÉS DE SIMETRIA.	UFC
96) TÓPICOS DA GEOMETRIA PLANA POR MEIO DO GEOGEBRA	UFPA
97) ATIVIDADES INTERATIVAS COM O GEOGEBRA: UMA ABORDAGEM INTRODUTÓRIA AO ESTUDO DE GEOMETRIA ANALÍTICA	UFCA
98) GEOMETRIAS HIPERBÓLICAS COM USO DO GEOGEBRA	UTFPR
99) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE RETAS E PLANOS	UFMA
100) UMA ABORDAGEM INTRODUTÓRIA AO ESTUDO DE TRIÂNGULOS COM O	UFC

SOFTWARE GEOGEBRA	
101) O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA	UFERSA
102) FRACTAIS NO ENSINO MÉDIO: DA OBSERVAÇÃO DE PADRÕES DA NATUREZA AO USO DO GEOGEBRA	UFERSA
103) RESGATE DO TEOREMA DE DANDELIN NO ESTUDO DE CÔNICAS COM O GEOGEBRA	UFES
104) SECÇÕES CÔNICAS : UMA PROPOSTA DE ENSINO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UEFS
105) GEOGEBRA: PRÁTICA DINÂMICA E INOVADORA EM CONSONÂNCIA COM A PROPOSTA CURRICULAR DE MINAS GERAIS	UFTM
106) TÓPICOS DE GEOMETRIA PLANA COM O SOFTWARE GEOGEBRA: PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICAS	UFES
107) ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA NO ENSINO MÉDIO: SUGESTÕES DE ATIVIDADES COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA	FURG
108) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: TEODOLITO	IMPA
109) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: ELIPSÓGRAFO	IMPA
110) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: PANTÓGRAFO	IMPA
111) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: RELÓGIO DE PÊNDELO E ENGENHAGENS	IMPA
112) TEOREMA DE PITÁGORAS: ALGUMAS EXTENSÕES/GENERALIZAÇÕES E ATIVIDADES COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
113) ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE CORDAS NO CÍRCULO A PARTIR DO GEOGEBRA	UFCG
114) GEOGEBRA, RECURSO COMPUTACIONAL A FAVOR DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL II	UFSCAR
115) FACILITANDO O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O GEOGEBRA 3D	UFBA
116) O ENSINO DE POLÍGONOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO	UNIVASF
117) GEOGEBRA, UMA PROPOSTA PARA AUXILIAR O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA	UFG
118) ALGUNS CONCEITOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA VISTOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UNIVASF
119) SCILAB, GEOGEBRA E WINPLOT COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DE MATRIZES, DETERMINANTES E GEOMETRIA ANALÍTICA.	UFMA
120) POSSIBILIDADES DO USO DA CALCULADORA NÃO CIENTÍFICA E DO	UFRRJ

SOFTWARE GEOGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
121) ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE CÔNICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFTM
122) A DETERMINAÇÃO DOS PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFSCAR
123) APLICAÇÕES DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA	UFC
124) APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA	UFC
125) EXPERIMENTOS COM GEOMETRIA DINÂMICA: O USO DO GEOGEBRA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	UFF
126) O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O USO DO GEOGEBRA	UFRRJ
127) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA	UFPI
128) APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA AO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA	UFES
129) INTRODUÇÃO À GEOMETRIA EUCLIDIANA AXIOMÁTICA COM O GEOGEBRA	UFJF
130) UMA ABORDAGEM INTRODUTÓRIA DE CÔNICAS PARA O ENSINO MÉDIO ATRAVÉS DO GEOGEBRA	UFJF
131) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA: ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA	UFG
132) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA: ESTUDO DA RETA	UFG
133) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ATIVIDADES DE APLICAÇÃO EM GEOMETRIA ANALÍTICA: O PONTO E A RETA	UNIR
134) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ATIVIDADES DE APLICAÇÃO EM GEOMETRIA ANALÍTICA: A CIRCUNFERÊNCIA	UNIR

Tabela 3 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Trigonometria

Trabalho	Universidade
1) UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA APRESENTANDO A FUNÇÃO DE EULER NO ESPAÇO COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UFERSA
2) APLICAÇÕES DA TRIGONOMETRIA AO ENSINO DE ONDULATÓRIA UTILIZANDO O GEOGEBRA	UFMA
3) RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM GEOGEBRA	UNESP
4) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO BÁSICO	UFG
5) A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE	UFES

TRIGONOMETRIA	
6) MOSAICO: CONSTRUÇÃO ATRAVÉS DO GEOGEBRA E APLICAÇÕES PARA O ENSINO BÁSICO	UEFS
7) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA VISUALIZAR O COMPORTAMENTO DO GRÁFICO DE FUNÇÕES SENO E COSSENO QUANTO AOS MOVIMENTOS DE TRANSLAÇÃO, REFLEXÃO E DEFORMAÇÃO	UFRB
8) UMA PROPOSTA DE ANÁLISE DAS FUNÇÕES SENO, COSSENO E TANGENTE USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFG
9) TRIGONOMETRIA: UM ESTUDO TEÓRICO E SEU ENSINO EM SALA DE AULA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFMS
10) O USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO EM TRIGONOMETRIA	PUC
11) ESTUDANDO MATRIZES E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM O GEOGEBRA	UNIR
12) MODELAGEM, CÁLCULO E GEOGEBRA: UMA NOVA PROPOSTA DE ENSINO PARA AS FUNÇÕES QUADRÁTICAS	UFT
13) O ENSINO DA TRIGONOMETRIA VIA GEOGEBRA E APLICAÇÕES	UFMS
14) UMA PROPOSTA DE ESTUDO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E SUAS INVERSAS ATRAVÉS DO GEOGEBRA	UFRB
15) AS NOVAS TECNOLOGIAS NO CONTEXTO ESCOLAR: UMA ABORDAGEM SOBRE APLICAÇÕES DO GEOGEBRA EM TRIGONOMETRIA	USP
16) SISTEMAS LINEARES 3 X 3: UMA VISÃO GEOMÉTRICA COM O GEOGEBRA 3D	UFBA
17) O ENSINO DA TRIGONOMETRIA USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO – APRENDIZAGEM	UESB
18) UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UEPB
19) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA	UFABC
20) ATIVIDADES DE TRIGONOMETRIA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA	FURG
21) UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	UFCA
22) APRENDENDO TRIGONOMETRIA COM O GEOGEBRA	UFPA
23) EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM COM O APLICATIVO DE MATEMÁTICA DINÂMICA GEOGEBRA	UEM
24) DESENVOLVIMENTO DE PLANILHAS DINÂMICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	UTFPR
25) O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UNIVASF
26) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA	UFC
27) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DO INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE	UFERSA
28) UTILIZANDO GEOGEBRA EM SALA DE AULA NO ESTUDO DE TRANSFORMAÇÕES APLICADAS ÀS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	UFJF
29) A IMPORTÂNCIA DO USO DAS NOVAS TECNOLOGIAS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	UFG
30) DESENVOLVIMENTO E MATERIAL DIDÁTICO TEÓRICO E PRÁTICO DE APOIO AO ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UNIR
31) "EXPLORANDO INVARIANTES GEOMÉTRICOS COM O GEOGEBRA: UMA SELEÇÃO PARA A SALA DE AULA"	UFF

Tabela 4 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Álgebra e Aritmética

Trabalho	Universidade
1) APLICAÇÕES DO GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS DE PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU.	Uema
2) INVESTIGAÇÃO DO USO DE AMBIENTES GRÁFICOS NO ENSINO DE FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO: EXPLORANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFG
3) UMA APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA.	UFERSA
4) GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE NÚMEROS PRIMOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA	UFTM
5) CRIAÇÃO E ADAPTAÇÃO DE JOGOS PARA O GEOGEBRA	UFVJM
6) SISTEMAS LINEARES: APLICAÇÕES E PROPOSTAS DE AULA USANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
7) FUNÇÕES: PROPOSTAS PARA O ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA E DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	UFTM
8) (RE) DESCOBRINDO A UNIDADE RADIANO POR MEIO DO GEOGEBRA	UFSM
9) RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MÁXIMO E MÍNIMO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UEMS
10) MÉTODOS DE EULER E RUNGE-KUTTA: UMA ANÁLISE UTILIZANDO O GEOGEBRA	UFPB
11) UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DO NÚMERO DE OURO ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	UNIFAP
13) ANÁLISE DA FUNÇÃO QUADRÁTICA, COM ÊNFASE EM SEUS COEFICIENTES, VIA GEOGEBRA	UFG
14) UMA PROPOSTA LÚDICA COM UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS E PROBABILIDADE GEOMÉTRICA	UFSCAR
15) O USO DO GEOGEBRA EM SALA DE AULA COMO PROPOSTA PARA FACILITAR A APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS COMPLEXOS	UFRRJ
16) FERRAMENTA LATEX/TEXTO/BOTÃO DE GEOGEBRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	UFTM
17) O GEOGEBRA COMO UMA FERRAMENTA NO PROCESSO DE ESCALONAMENTO DE MATRIZES E RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES	UFRB
18) O ESTUDO DE ALGUMAS FUNÇÕES ELEMENTARES COM O GEOGEBRA	UFPA
19) O GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES EXPONENCIAIS	UENF
20) UMA PROPOSTA DO ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA	UESC
21) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APOIO NO ENSINO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA	UESC
22) PROPOSTA DE ENSINO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA E SUAS DERIVADAS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UNIVASF
23) CÁLCULO DIFERENCIAL DE FUNÇÕES POLINOMIAIS NO ENSINO MÉDIO COM O USO DO GEOGEBRA: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E SUAS APLICAÇÕES	UFERSA
24) SCRATCH GEOGEBRA: UMA PROPOSTA NO ENSINO-APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS COMPLEXOS	FACNORTE
25) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ATIVIDADES DE APLICAÇÃO EM FUNÇÕES: UMA INSERÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA NO MUNICÍPIO DE VILHENA – RO.	UNIR
26) MODELAGEM, CÁLCULO E GEOGEBRA: UMA NOVA PROPOSTA DE ENSINO PARA AS FUNÇÕES QUADRÁTICAS	UFMS
27) MATRIZES: CONCEITOS, APLICAÇÕES E O PROGRAMA GEOGEBRA	UFCA
28) UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA ESTUDO, MODELAGEM E APLICAÇÕES DE FUNÇÕES AFINS (LINEARES), QUADRÁTICAS E EXPONENCIAIS COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO	UFRRJ
29) OBJETOS DE APRENDIZAGEM: ESTUDO DE FUNÇÕES COM O APOIO DO GEOGEBRA	UFCG
30) FRAÇÕES: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O 9º ANO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA E DOBRADURAS	UFJF

31) SÓLIDOS DE PLATÃO E SEUS DUAIS: CONSTRUÇÃO COM MATERIAL CONCRETO E REPRESENTAÇÕES POR GEOGEBRA	UFPA
32) ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: UMA APLICAÇÃO MEDIADA PELO GEOGEBRA	UFPA
33) PROJETO CANHÃO: O ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFSCAR
34) DESENVOLVIMENTO DE APLICAÇÕES NO GEOGEBRA DIRECIONADAS AO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL E FUNÇÃO QUADRÁTICA	UFOPA
35) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE POLINÔMIOS	UFG
36) SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APOIO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO AFINS NA 4ª ETAPA/EJA (8º E 9º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL).	UFOPA
37) PROPOSTA DE ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO ENSINO MÉDIO VIA GEOGEBRA	UNIVASF
38) APRENDENDO NÚMEROS COMPLEXOS COM O USO DO GEOGEBRA	UFF
39) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DIDÁTICA PARA UM ENSINO INTEGRADO DE CINEMÁTICA, FUNÇÕES AFINS QUADRÁTICAS	UFAL
40) O USO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES REAIS NO ENSINO MÉDIO	UFMA
41) UMA ABORDAGEM DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MÁXIMO OU MÍNIMO NA FUNÇÃO QUADRÁTICA E O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UNIFAP
42) LIMITE E CONTINUIDADE: UM ENFOQUE ACESSÍVEL AO ENSINO MÉDIO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UEPB
43) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DE GRAU TRÊS	UFRB
44) INTEGRAL DEFINIDA: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO MÉDIO COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA.	UFC
45) A EXPLORAÇÃO BÁSICA DO SOFTWARE GEOGEBRA E A SUA UTILIZAÇÃO COMO INSTRUMENTO DE ENSINO APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO	UFPA
46) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA	UFOPA
47) FUNÇÕES E GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO	UNIFAP
48) UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES ELEMENTARES	UFJF
49) UMA PROPOSTA DE ENSINO DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS DO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU NAS ESCOLAS PÚBLICAS NA REGIÃO DE GURUPI-TO COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFT
50) EQUAÇÕES DIOFANTINAS: UM PROJETO PARA A SALA DE AULA E O USO DO GEOGEBRA	
51) O ENSINO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU: UMA APLICAÇÃO COM O SOFTWARE GEOGEBRA.	UFERSA
52) FRAÇÕES: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O 9º ANO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA E DOBRADURAS	UFJF
52) USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA PARA EXPLORAR FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS: UMA PROPOSTA DE APLICAÇÕES	UEL
53) NÚMEROS COMPLEXOS E GEOGEBRA	UNESP
54) APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS	UEL
55) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES	UFC
56) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NO ENSINO DE LOGARITMO	UFERSA
57) VARIAÇÃO DE PARÂMETROS EM FUNÇÕES ELEMENTARES UTILIZANDO O GEOGEBRA	UFTM
58) DESENVOLVIMENTO DE CONCEITOS E RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES DE	UFMS

FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA	
59) EXPLORANDO GRÁFICOS DAS FUNÇÕES ELEMENTARES POR MEIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UESC
60) GEOMETRIA DINÂMICA COM O GEOGEBRA NO ENSINO DE ALGUMAS FUNÇÕES	UFV
61) GEOMETRIA DINÂMICA COM O GEOGEBRA NO ENSINO DE ALGUMAS FUNÇÕES	UEM
62) CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM POSSÍVEL E NECESSÁRIA COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFMS
63) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO AUXÍLIO NO ENSINO DE FUNÇÕES.	UEM
64) NÚMEROS COMPLEXOS E POLINÔMIOS: ESTRATÉGIAS DE ENSINO PARA APLICAÇÃO POR MEIO DO GEOGEBRA.	UEM
65) UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PONTOS DE MÁXIMO E PONTOS DE MÍNIMO DE FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL	UFG
66) A MATEMÁTICA E O LÚDICO: TRABALHANDO FUNÇÕES COM O GEOGEBRA	UFERSA
67) ENSINO DE FUNÇÕES DE 1º E 2º GRAU: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES COM O USO DO GEOGEBRA	

Tabela 5 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Progressões

Trabalho	Universidade
1) UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ESTUDO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO FRACTAIS E O SOFTWARE GEOGEBRA	UFFS
2) UMA PROPOSTA DE APLICAÇÃO DO CONTEÚDO DE SEQUÊNCIAS E SÉRIES NO ENSINO MÉDIO COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UEM

Tabela 6 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Estatística

1) A UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIA PARA ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA DE AULA SUPORTE NO GOOGLE DOCS E NO GEOGEBRA	UNIRIO
2) A UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIA PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL II: UMA PROPOSTA DE AULA COM O SUPORTE DO GOOGLE DOCS E DO GEOGEBRA	UNIRIO
3) AVALIAÇÃO DE USABILIDADE E APRENDIZAGEM COM O GEOGEBRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	UEM
4) UMA ABORDAGEM DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE UMA SITUAÇÃO PROBLEMA COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFG

Tabela 7 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Interdisciplinaridade

1) CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL E GEOGEBRA: FERRAMENTAS PARA O ENSINO DA FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	UFTM
2) APLICAÇÕES DE FUNÇÕES NA ÁREA DAS CIÊNCIAS DA NATUREZA POR MEIO DO GEOGEBRA	UFMS
3) O USO DO GEOGEBRA, UMA PRÁTICA INTERDISCIPLINAR NO ESTUDO DE SINAIS SENOIDAIS E NA MONTAGEM DE UM FASOR EM CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE ALTERNADA	UFERSA
4) PROPOSTA DE APLICAÇÃO DA ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA INVESTIGAÇÃO DO COTIDIANO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UFBA

Tabela 8 – Quantidade de teses por conteúdo Matemática

Conteúdo matemático	Quantidade de teses
Geometria	134
Trigonometria	31
Número e funções reais	67
Progressões	2
Estatística	4
Interdisciplinar	4

Tabela 9 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Geometria, especificando Geometria Plana

Trabalho	Universidade
1) ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFG
2) GEOGEBRA COMO INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO NO ENSINO DE GEOMETRIA: O PROCESSO DE TRANSFORMAÇÃO DOS ALUNOS QUE ATUARAM NA OBMEP	IFPI
3) TEOREMA DE PICK: UMA ABORDAGEM PARA O CÁLCULO DE ÁREAS DE POLÍGONOS SIMPLES ATRAVÉS DO GEOPLANO E GEOGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL	UFAM
4) CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM O AUXÍLIO DE RÉGUA E COMPASSO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UESC
5) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DOS PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO	UFBA
6) CÁLCULO DE ÁREAS: UMA ABORDAGEM ATRAVES DO GEOGEBRA NO ENSINO MEDIO	UEMA
7) APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA: O USO DO GEOGEBRA NA AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO ACERCA DAS PROPRIEDADES DOS QUADRILÁTEROS	CPII
8) UMA PERSPECTIVA DO TEOREMA DE MENELAUS ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFPI
9) O ESTUDO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UEPB
10) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA	UFAL
11) METODOLOGIA PARA CÁLCULO APROXIMADO DE ÁREAS DE REGIÕES GEOGRÁFICAS UTILIZANDO INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL, INTEGRAÇÃO E O GEOGEBRA.	UFRB

12) O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UMA APLICAÇÃO DO GEOGEBRA	UNEMAT
13) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA APLICAÇÃO PARA ALUNOS E PROFESSORES DA REDE PÚBLICA DE ENSINO	UFOPA
14) PROBABILIDADE GEOMÉTRICA NO ENSINO MÉDIO: UMA EXPERIÊNCIA USANDO O GEOGEBRA	UEPB
15) ATIVIDADES COLABORATIVAS COM O GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA	UFES
16) O CALCULO DA AREA DO CIRCULO COM O AUXILIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFSCAR
17) UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM O GEOGEBRA	UFSCAR
18) ALGUMAS TÉCNICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS DO ENSINO BÁSICO: SITUAÇÕES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS E LUGARES GEOMÉTRICOS 19) ISOMETRIAS NO PLANO: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA EDUCAÇÃO BÁSICA COM USO GEOGEBRA	UFRR UFRB
20) O ENSINO DOS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS COM O SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA	UFERSA
21) O USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR NA COMPREENSÃO DE RESULTADOS DE GEOMETRIA POUCO EXPLORADOS NO ENSINO BÁSICO	UFRRJ
22) O ENSINO DOS TRIÂNGULOS COM O RECURSO GEOGEBRA	UFERSA
23) RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA.	UFC
24) RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS COM AUXILIO DO SOFTWARE GEOGEBRA.	UFC
25) A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NO ENTENDIMENTO E APRIMORAMENTO DE ALGUNS CONCEITOS GEOMÉTRICOS PLANOS	UFAC
26) O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL	UFG
27) GEOMETRIA PLANA - UM CURSO NO GEOGEBRA	UFG
28) ENSINO DOS PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UFES
29) DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PARA A CONSTRUÇÃO DE ALGUNS CONCEITOS BÁSICOS DE GEOMETRIA PLANA USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFTM

30) BENEFÍCIOS DO PROGRAMA GEOGEBRA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA	UFJF
31) USO DE SMARTPHONES E TABLETS COMO FERRAMENTA DO ENSINO DE MATEMÁTICA: O SOFTWARE GEOGEBRA	UFAC
32)SITUAÇÕES DIDÁTICAS NO ENSINO DE GEOMETRIA COM O APLICATIVO GEOGEBRA	UNESP
33) INSTRUMENTOS PARA DESENHO GEOMÉTRICO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E SIMULAÇÃO NO GEOGEBRA	IMPA
34) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA E SUAS APLICAÇÕES NO ENSINO DAS CEVIANAS BÁSICAS.	UFRB
35) USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA	UFPI
36) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	UFJF
37) USO DO GEOGEBRA PARA MOTIVAR ESTUDO DE PROBLEMAS DE MÍNIMOS GEOMÉTRICOS ATRAVÉS DE SIMETRIA.	UFC
38) TÓPICOS DA GEOMETRIA PLANA POR MEIO DO GEOGEBRA	UFPA
39) UMA ABORDAGEM INTRODUTÓRIA AO ESTUDO DE TRIÂNGULOS COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UFC
40) FRACTAIS NO ENSINO MÉDIO: DA OBSERVAÇÃO DE PADRÕES DA NATUREZA AO USO DO GEOGEBRA	UFERSA
41) TÓPICOS DE GEOMETRIA PLANA COM O SOFTWARE GEOGEBRA: PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICAS	UFES
42) TEOREMA DE PITÁGORAS: ALGUMAS EXTENSÕES/GENERALIZAÇÕES E ATIVIDADES COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
43) ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE CORDAS NO CÍRCULO A PARTIR DO GEOGEBRA	UFCG
44) O ENSINO DE POLÍGONOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO	UNIVASF
45) GEOGEBRA, UMA PROPOSTA PARA AUXILIAR O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA	UFG
46) POSSIBILIDADES DO USO DA CALCULADORA NÃO CIENTÍFICA E DO SOFTWARE GEOGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	UFRRJ
47) A DETERMINAÇÃO DOS PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFSCAR
48) APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA	UFC
49)EXPERIMENTOS COM GEOMETRIA DINÂMICA: O USO DO GEOGEBRA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	UFF
50) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA	UFPI
51) INTRODUÇÃO À GEOMETRIA EUCLIDIANA AXIOMÁTICA COM O	UFJF

GEOGEBRA	
----------	--

Tabela 10 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Geometria, especificando Geometria Espacial

Trabalho	Universidade
1)EXPLORANDO O ESPAÇO ATRAVÉS DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA E O USO DO GEOGEBRA	UNIFAP
2) GEOMETRIA ESPACIAL: USO DO APLICATIVO GEOGEBRA EM SMARTPHONES	UFG
3) EXPLORANDO O PRINCÍPIO DE CAVALIERI COM O GEOGEBRA	UNEMAT
4)O USO DO GEOGEBRA NA CONSTRUCAO DE FIGURAS DINAMICAS DE LUGARES GEOMETRICOS NO ESPACO	UFPB
5) ESTUDO DE TRONCO DE CILINDRO E CILINDRO OBLÍQUO COM AUXILIO DO GEOGEBRA	UNICAMP
6) POSSIBILIDADES DE USO DO GEOGEBRA PARA COMPREENSÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS DA GEOMETRIA ESPACIAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO	UESB
7) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA 3D E A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO PROCESSO DE ENSINO- APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL	UFAL
8) USANDO O GEOGEBRA PARA ANALISAR OS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA PERSPECTIVA DE VAN HIELE	UEPG
9) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL PARA ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO	UEPG
10) SEMELHANÇAS NO GEOGEBRA E O MODELO DE VAN HIELE	UNIRIO
11) CÁLCULO DE VOLUME DE MONUMENTOS A PARTIR DE INTEGRAIS DEFINIDAS PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO COM APOIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFSM
12) A CONTEXTUALIZAÇÃO DA GEOMETRIA ESFÉRICA PELO ESTUDO DO GLOBO TERRESTRE E SUAS REPRESENTAÇÕES COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA.	UFCG
13) USO DO GEOGEBRA 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL	UFJF
14) INVESTIGANDO COM O GEOGEBRA 3D: O MÉTODO AXIOMÁTICO EM ATIVIDADES DE GEOMETRIA ESPACIAL E ESFÉRICA	FURG
15) EXPLORANDO O SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL	UESC
16) CÁLCULO DAS FÓRMULAS DE EULER E PICK NO GEOPLANO E NO	UFG

GEOGEBRA	
17) GEOMETRIA ESPACIAL - UM CURSO COM GEOGEBRA	UFG
18) O CALCULO DA AREA DO CIRCULO COM O AUXILIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UFSCAR
19) ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES COM O USO DO GEOGEBRA	UFERSA
20) UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA NA ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES PARA ESTUDAR SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL	UFPA
21) USO DE SOFTWARES CONSTRUIFIG3D, POLY, GEOGEBRA E SKETCHUP NAS AULAS DE GEOMETRIA ESPACIAL.	UFC
22) O SOFTWARE GEOGEBRA ATRELADO AO PRINCIPIO DE CAVALIERI COMO MEDIADOR NO ESTUDO DO CÁLCULO DO VOLUME DOS SÓLIDOS GEOMETRICOS	UFRB
23) SÓLIDOS DE PLATÃO E SEUS DUAIS: CONSTRUÇÃO COM MATERIAL CONCRETO E REPRESENTAÇÕES POR GEOGEBRA	UNICAMP
24) ESTUDO DA VERSÃO 3D BETA DO GEOGEBRA EM GEOMETRIA ESPACIAL	UFTM
25) UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL USANDO O GEOGEBRA 3D	UEPB
26) O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA	UFERSA
27) FACILITANDO O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O GEOGEBRA 3D	UFBA

Tabela 11 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Geometria, especificando Geometria Analítica

Trabalho	Universidade
1) GEOGEBRA COMO RECURSO FACILITADOR DO PROCESSO DE ENSINO/APRENDIZAGEM DE CURVAS PLANAS	UFG
2) A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DAS CÔNICAS ALIADA AO GEOGEBRA: O CASO DA HIPÉRBOLE	UFAC
3) GEOMETRIA ANALÍTICA: ENSINO E APRENDIZAGEM DE TÓPICOS ELEMENTARES COM APOIO DE MALHA QUADRICULADA, GEOGEBRA E GEOPLANO	UNB
4) ESTUDO DAS CÔNICAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM USO DE GEOGEBRA PARA O ENSINO MÉDIO.	UFRN
5) UMA PROPOSTA DE CONSTRUÇÃO DE CURVAS PLANAS NO GEOGEBRA	UFES
6) PARAMETRIZAÇÃO DE CÔNICAS E CURVAS DE LISSAJOUS : CONCEITOS E	UNEMAT

POSSIBILIDADES NO ENSINO COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA	
7) O ENSINO DE COORDENADAS POLARES ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA	UNICAMP
8) UM ESTUDO DE CURVAS PLANAS USANDO O GEOGEBRA	UFG
9) CÔNICAS: CLASSIFICAÇÃO E ATIVIDADES COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
10) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ATIVIDADES DE APLICAÇÃO EM GEOMETRIA ANALÍTICA: AS CÔNICAS.	UNIR
11) ELABORAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE VETORES POR MEIO DA SEQUÊNCIA FEDATHI E EXPLORAÇÃO DE SUAS REPRESENTAÇÕES COM USO DO GEOGEBRA	UFPI
12) O USO DE CONCEITOS VETORIAIS EM GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UEPG
13) UMA ABORDAGEM DO ESTUDO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
14) O ESTUDO DAS CÔNICAS A PARTIR DA EXCENTRICIDADE – FORMANDO CONCEITOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA E A GEOMETRIA DINÂMICA	UERJ
15) GEOMETRIA ANALÍTICA: EXPLORANDO CONCEITOS DO ENSINO MÉDIO COM O USO DE ANIMAÇÕES NO GEOGEBRA	FURG
16) UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO USO DO GEOGEBRA	UFSCAR
17) A UTILIZAÇÃO DE RECURSO DE GEOMETRIA DINÂMICA - GEOGEBRA - PARA A CONSTRUÇÃO, INTERPRETAÇÃO E VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS NO ESTUDO DE RETAS EM GEOMETRIA ANALÍTICA	UFOPA
18) UM ESTUDO DE RETAS DO PLANO E UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO MÉDIO COM O SOFTWARE GEOGEBRA	UNESP
19) TÓPICOS DE GEOMETRIA EUCLIDIANA EM APPLETS DO GEOGEBRA	UESB
20) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO EM GEOMETRIA ANALÍTICA ENSINANDO COM AS TECNOLOGIAS	UFTM
21) UMA PROPOSTA DE ENSINO DE CÔNICAS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UFRRJ
22) UMA INVESTIGAÇÃO POR MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ESTUDO DE VETORES NO ENSINO MÉDIO	UENF
23) SÓLIDOS DE PLATÃO E SEUS DUAIS: CONSTRUÇÃO COM MATERIAL CONCRETO E REPRESENTAÇÕES POR GEOGEBRA	UFAL
24) CURVAS DESCRITAS MECANICAMENTE E GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DESTINADA AO ENSINO MÉDIO	UFMS
25) ESTUDO DAS CÔNICAS COM APLICAÇÕES E O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APOIO DIDÁTICO	UFMS
26) CÔNICAS, ÁLGEBRA LINEAR E GEOGEBRA, UMA COMBINAÇÃO QUE DEU	UFG

CERTO.	
27) O ENSINO DE VETORES NA PRIMEIRA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO COM AUXÍLIO DO GEOPLANO, DA MALHA QUADRICULADA E DO GEOGEBRA.	UFT
28) ESTUDO DAS CÔNICAS ATRAVÉS DE ROTEIROS DIDÁTICOS APLICADOS NO GEOGEBRA	UFPB
29) ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UFMA
30) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NO ENSINO DE VETORES NO ENSINO MÉDIO.	IMPA
31) ESTUDANDO CURVAS CÔNICAS USANDO MATERIAIS CONCRETOS E GEOGEBRA	UFOPA
32) ATIVIDADES INTERATIVAS COM O GEOGEBRA: UMA ABORDAGEM INTRODUTÓRIA AO ESTUDO DE GEOMETRIA ANALÍTICA	UFCA
33) GEOMETRIAS HIPERBÓLICAS COM USO DO GEOGEBRA	UTFPR
34) RESGATE DO TEOREMA DE DANDELIN NO ESTUDO DE CÔNICAS COM O GEOGEBRA	UFERSA
35) SECÇÕES CÔNICAS : UMA PROPOSTA DE ENSINO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFES
36) ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA NO ENSINO MÉDIO: SUGESTÕES DE ATIVIDADES COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA	FURG
37) ALGUNS CONCEITOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA VISTOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	UNIVASF
38) SCILAB, GEOGEBRA E WINPLOT COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DE MATRIZES, DETERMINANTES E GEOMETRIA ANALÍTICA	UFMA
39) ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE CÔNICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	UFTM
40) APLICAÇÕES DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA	UFC
41) O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O USO DO GEOGEBRA	UFRRJ
42) APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA AO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA	UFES
43) UMA ABORDAGEM INTRODUTÓRIA DE CÔNICAS PARA O ENSINO MÉDIO ATRAVÉS DO GEOGEBRA	UFJF
44) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA: ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA	UFG
45) O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA: ESTUDO DA RETA	UFG
46) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ATIVIDADES DE APLICAÇÃO EM GEOMETRIA ANALÍTICA: O PONTO E A RETA	UNIR
47) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ATIVIDADES DE	UNIR

APLICAÇÃO EM GEOMETRIA ANALÍTICA: A CIRCUNFERÊNCIA	
--	--

Tabela 12 – Dissertações do PROFMAT que possuíam no título a palavra GeoGebra e optaram pelo tema Interdisciplinar

1) O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO MECANISMO PARA PRODUÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO E ESTUDO DE OBJETOS DO COTIDIANO DOS ALUNOS	UFVJM
2) GEOGEBRA: UMA FERRAMENTA DINÂMICA NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NO ENSINO BÁSICO	UFMA
3) PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR: UMA PROPOSTA DE RESOLUÇÃO GEOMÉTRICA PARA O ENSINO MÉDIO COM O USO DO GEOGEBRA	UNESP
4) O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APOIO À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM ÓPTICA GEOMÉTRICA	USP
5) USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE RETAS E PLANOS	UFMA
6) GEOGEBRA: PRÁTICA DINÂMICA E INOVADORA EM CONSONÂNCIA COM A PROPOSTA CURRICULAR DE MINAS GERAIS	UFTM
7) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: TEODOLITO	IMPA
8) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: ELIPSÓGRAFO	IMPA
9) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: PANTÓGRAFO	IMPA
10) UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE INSTRUMENTOS: RELÓGIO DE PÊNDULO E ENGRÊNAGENS	IMPA
11) GEOGEBRA, RECURSO COMPUTACIONAL A FAVOR DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL II	UFSCAR

APÊNDICE B – Atividades propostas no GeoGebra

1) Construa em um triângulo retângulo:

- a) Altura em relação ao vértice A
- b) Altura em relação ao vértice B
- c) Altura em relação ao vértice A

2) Construa em um triângulo Acutângulo:

- a) Altura em relação ao vértice A
- b) Altura em relação ao vértice B
- c) Altura em relação ao vértice A

3) Construa em um triângulo Obtusângulo:

- a) Altura em relação ao vértice A
- b) Altura em relação ao vértice B
- c) Altura em relação ao vértice A

4) Aponte o Ortocentro no:

- a) Triângulo Retângulo
- b) Triângulo Obtusângulo
- c) Triângulo Acutângulo

5) Analisando as imagens que obteve no exercício anterior, discorra sobre a posição do ortocentro nos tipos de triângulos acima.

6) Faça a construção do seguinte exercício:

-Num triângulo isósceles, o Ângulo \hat{A} mede 100° . Qual o ângulo formado pelas alturas que não passam pelo vértice \hat{A} ?

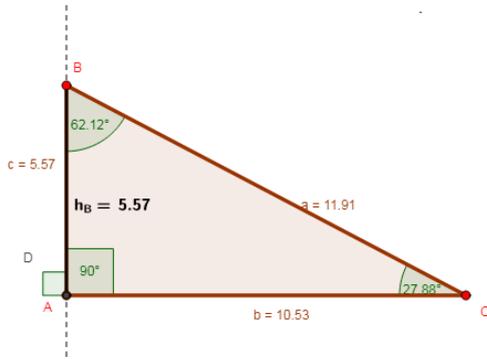
7) Resolva o exercício utilizando o desenho apresentado no GeoGebra.

APÊNDICE C – Resolução das Atividades propostas no GeoGebra

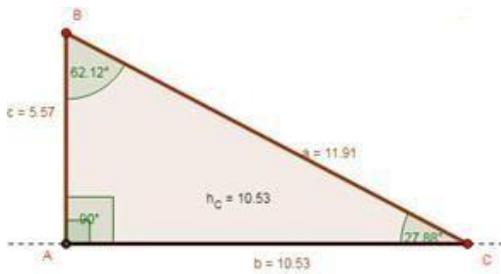
Em cada triângulo construído encontrar a altura relativa a cada lado:

- Retângulo:

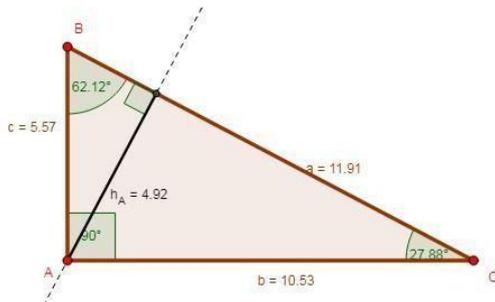
I. Altura relativa ao Vértice B:



II. Altura Relativa ao Vértice C:

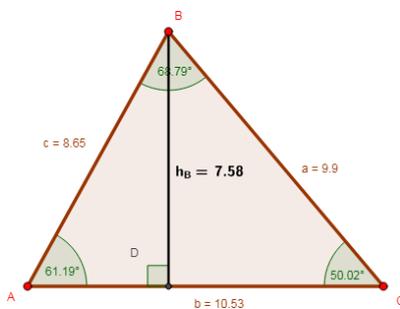


III. Altura relativa ao lado A:

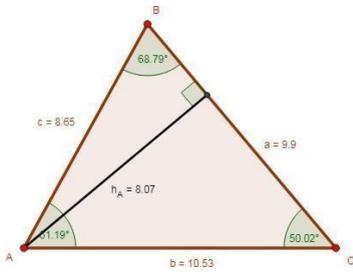


- Acutângulo

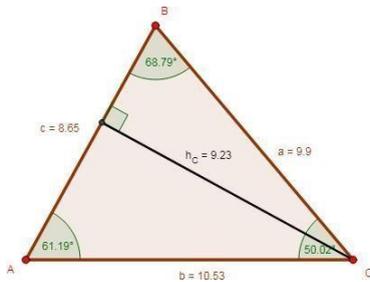
I. Altura relativa ao vértice B:



II. Altura relativa ao vértice A:

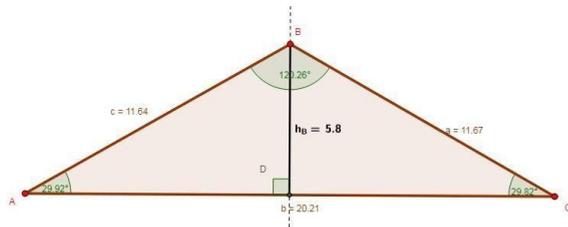


III. Altura relativa ao vértice C:

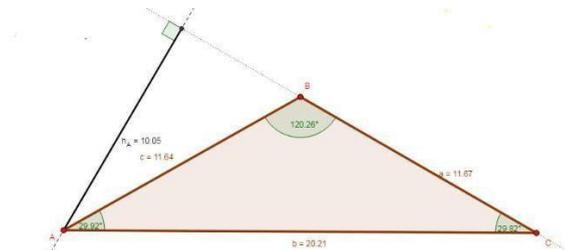


- Obtusângulo

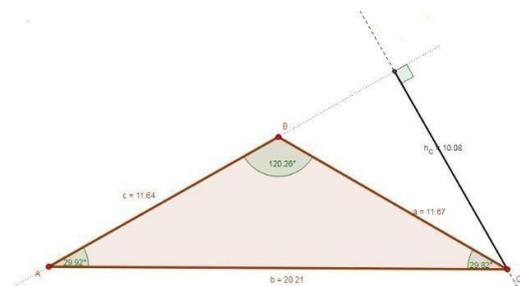
I. Altura relativa ao vértice B



II. Altura relativa ao vértice A

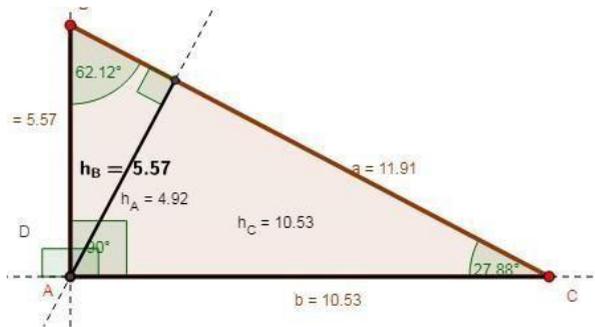


III. Altura relativa ao vértice C

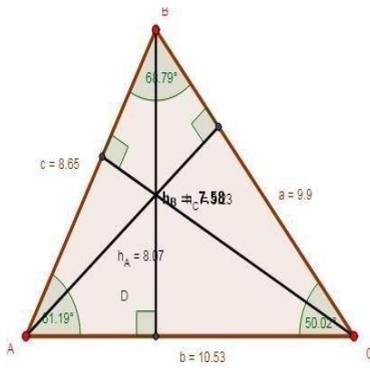


3. Observar a posição de encontro das alturas em cada triângulo descrito no exercício anterior:

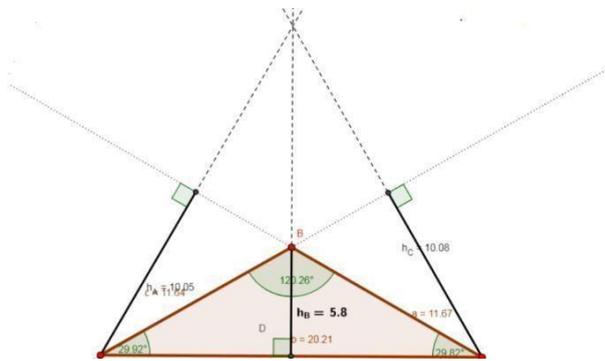
- Retângulo



- Acutângulo:

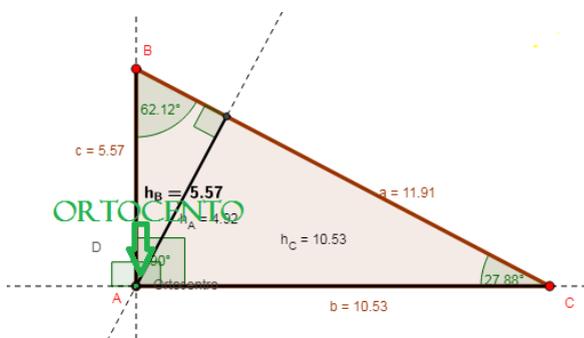


- Obtusângulo

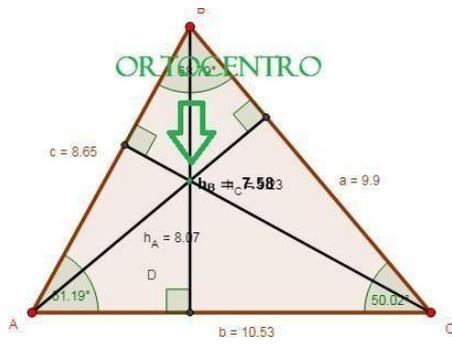


Ortocentro

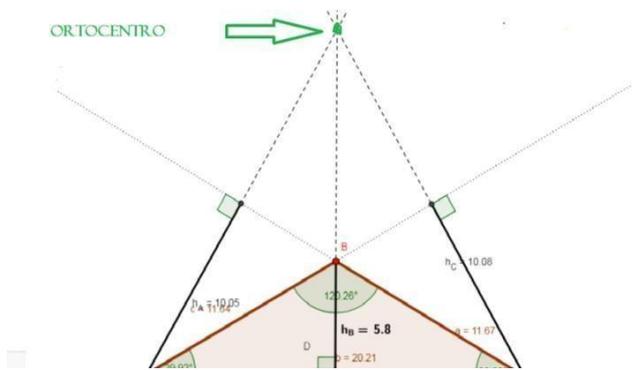
- Retângulo:



- Acutângulo



- Obtusângulo



Construção do exercício proposto

