



UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL

JOSÉ MARCOS NUNES DO AMARANTE

**ANÁLISE DE ERROS: REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA NO
MUNICÍPIO DE ÓBIDOS-PA A PARTIR DE QUESTÕES DA OBMEP**

SANTARÉM
2019

JOSÉ MARCOS NUNES DO AMARANTE

**ANÁLISE DE ERROS: REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA NO
MUNICÍPIO DE ÓBIDOS-PA A PARTIR DE QUESTÕES DA OBMEP**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal do Oeste do Pará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Mário Tanaka Filho.

Coorientador: Prof. Me. Miguel Angelo Moraes de Sousa.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA

A485a Amarante, José Marcos Nunes do

Análise de erros: reflexões sobre o ensino de geometria no Município de Óbidos-PA a partir de questões da OBEMEP / José Marcos Nunes do Amarante. – Santarém, Pará, 2019.

117 fls.: il.

Inclui bibliografias.

Orientador: Mario Tanaka Filho

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Mestrado em Matemática.

1. Ensino de Geometria. 2. Prática docente. 3. Análise de erros. 4. Educação básica. I. Tanaka Filho Mario, *orient.* II. Título.

CDD: 23 ed. 516.3

JOSÉ MARCOS NUNES DO AMARANTE

**ANÁLISE DE ERROS: REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA NO
MUNICÍPIO DE ÓBIDOS-PA A PARTIR DE QUESTÕES DA OBMEP**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal do Oeste do Pará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Parecer da Banca: APROVADA em, 22 de abril de 2019

Banca Examinadora:

Mario Tanaka Filho

Prof. Dr. Mario Tanaka Filho

Orientador – UFOPA

Miguel Angelo Moraes de Sousa

Prof. Me. Miguel Angelo Moraes de Sousa

Coorientador – UFOPA

Cassio André Sousa da Silva

Prof. Dr. Cassio André Sousa da Silva

Examinador – UFOPA

Glauco Cohen F. Pantoja

Prof. Dr. Glauco Cohen Ferreira Pantoja

Examinador - UFOPA

Em Memória de Maria Enedina Nunes do Amarante.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me permitir realizar mais essa conquista em minha vida.

A minha mãe, que sem os esforços dela eu jamais teria chegado até aqui.

A minha esposa, Karolina Amarante, por estar sempre ao meu lado me apoiando nos momentos de fraqueza.

Ao meu filho, Marcos Henrique, por ser a minha válvula de escape nos momentos de tristeza.

As minhas irmãs Mara, Sandra e Francilene por sempre me apoiarem.

Aos meus familiares.

Aos meus amigos.

Aos colegas de turma do mestrado pela companhia e ajuda.

Aos professores do PROFMAT – UFOPA, pela dedicação e compreensão, ao compartilhar a semente do conhecimento com os alunos.

Aos alunos, das escolas São José e Mauricio Hamoy, por contribuírem para que esse trabalho fosse realizado.

Aos meus colegas de trabalho.

A todas as pessoas que me ajudaram nessa longa travessia.

RESUMO

A respeito do ensino da Matemática na educação básica, podem-se levantar discussões e indagações sobre como está o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. Percebe-se que há um longo caminho a ser percorrido a fim de se alcançar um ensino de Matemática de qualidade, e para isso, todos precisam trabalhar juntos. O presente trabalho pretende, por meio da metodologia da Análise de Erros Cury (2007), investigar e analisar os erros cometidos por alunos de duas escolas da rede pública estadual do município de Óbidos-PA, em questões de Geometria retiradas da prova da 2ª fase da 13ª edição da Olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas (OBMEP). Para isso, escolheu-se uma turma do 3º ano de cada escola, e a partir daí realizaram-se alguns encontros, com o objetivo de realizar revisões sobre os assuntos abordados nas questões selecionadas para a aplicação da pesquisa. Para a classificação dos erros analisados, buscou-se primeiramente determinar os tipos de erros encontrados nas respostas dos alunos e em seguida classificar e distribuir os tipos de erros nas cinco classes de erros criadas por RADATZ (1979). A partir desta classificação pôde-se ter uma visão geral dos principais erros cometidos pelos alunos que participaram da pesquisa, a qual teve um caráter misto (qualitativo e quantitativo), em que as questões da OBMEP foram escolhidas respeitando as habilidades e competências sugeridas pelos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais). Os resultados obtidos apontam um alto índice de erros ligados, principalmente, a conteúdos que deveriam ter sido consolidados nas séries iniciais do ensino básico. Outro tipo de erro em destaque está relacionado a deficiências na parte interpretativa dos conceitos matemáticos. Com base nos processos acima descritos, se conclui que os resultados obtidos por meio da análise de erros, permitirão aos professores dessas escolas, buscar alternativas que possam ajudá-los em suas práticas docentes, a fim de alcançarem juntamente com seus alunos uma educação de qualidade.

PALAVRAS-CHAVE: Análise de Erros. Práticas docentes. Ensino de Geometria. Educação Básica.

ABSTRACT

The teaching of mathematics in basic education is a topic on which discussions and ideas about the development of student learning can be developed. There is a long way to go in order to achieve quality mathematics education, and for this reason, everyone needs to work together. The present work used the methodology of the Error Analysis (Cury, 2007) aiming to investigate and analyze the errors committed by students of two schools of the state public school in Óbidos-PA, in questions of Geometry taken from the test of the second phase of the the Brazilian School Mathematics Olympiad (OBMEP) Thirteenth Edition. Therefore, a third grade class from each school was chosen, and since that moment some meetings were held, with the objective of making revisions on the subjects addressed in the selected questions for the application of the research. In order to classify the analyzed errors, we first sought to determine the types of errors found in the student's answers and then to classify and distribute the types of errors in the five classes of errors created by RADATZ (1979). Based on this classification it was possible to have no overview of the main mistakes made by the students who participated in the research, which had a mixed character (qualitative and quantitative), in which OBMEP questions were chosen respecting the skills and competences suggested by the PCNs. The results obtained indicate a high index of errors related, mainly, to contents that should have been consolidated in the initial series of basic education. Another type of error highlighted is about deficiencies in the interpretive part of mathematical concepts. Based on the processes described above, it is concluded that the results obtained through the analysis of errors will allow the teachers of these schools to seek alternatives that can help them in their teaching practices, in order to achieve together with their students a quality education .

KEYWORDS: Error Analysis. Teaching Practices. Teaching of Geometry. Basic Education.

LISTA DE TABELAS

TABELA 1.....	44
TABELA 2.....	63
TABELA 3	68
TABELA 4	74
TABELA 5.....	75
TABELA 6.....	76
TABELA 7.....	94
TABELA 8.....	94
TABELA 9.....	95

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1	54
GRÁFICO 2.....	68
GRÁFICO 3	77
GRÁFICO 4.....	78
GRÁFICO 5.....	82
GRÁFICO 6.....	86
GRÁFICO 7	96
GRÁFICO 8.....	98
GRÁFICO 9	101
GRÁFICO 10.....	104
GRÁFICO 11.....	107

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.....	51
FIGURA 2.....	52
FIGURA 3.....	56
FIGURA 4.....	56
FIGURA 5.....	57
FIGURA 6.....	57
FIGURA 7.....	58
FIGURA 8.....	60
FIGURA 9.....	60
FIGURA 10.....	61
FIGURA 11.....	61
FIGURA 12.....	65
FIGURA 13.....	65
FIGURA 14.....	66
FIGURA 15.....	67
FIGURA 16.....	67
FIGURA 17.....	69
FIGURA 18.....	71
FIGURA 19.....	71
FIGURA 20.....	72
FIGURA 21.....	79
FIGURA 22.....	80
FIGURA 23.....	81
FIGURA 24.....	81
FIGURA 25.....	83

FIGURA 26.....	84
FIGURA 27.....	84
FIGURA 28.....	85
FIGURA 29.....	87
FIGURA 30.....	88
FIGURA 31.....	88
FIGURA 32.....	89
FIGURA 33.....	90
FIGURA 34.....	91
FIGURA 35.....	92
FIGURA 36.....	93
FIGURA 37.....	98
FIGURA 38.....	99
FIGURA 39.....	100
FIGURA 40.....	100
FIGURA 41.....	102
FIGURA 42.....	102
FIGURA 43.....	103
FIGURA 44.....	104
FIGURA 45.....	105
FIGURA 46.....	105
FIGURA 47.....	106
FIGURA 48.....	106
FIGURA 49.....	108
FIGURA 50.....	108
FIGURA 51.....	109
FIGURA 52.....	109

LISTAS DE SIGLAS

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA

IFPA- INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DO PARÁ

OBMEP- OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

OCDE - COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO

PISA- PROGRAMA DE AVALIAÇÃO INTERNACIONAL DE ESTUDANTES

PCNEM - PARÂMETROS CURRICULARES DO ENSINO MÉDIO

UFRS - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

UFOPA- UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ

PCN- PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DE MATEMÁTICA

SAEB - SISTEMA NACIONAL DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

IDEB- ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

CAED- CENTRO DE POLÍTICAS PÚBLICAS E AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO

LDB- LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL

ANEB- AVALIAÇÃO NACIONAL DA EDUCAÇÃO BÁSICA

ANRESC- AVALIAÇÃO NACIONAL DO RENDIMENTO ESCOLAR

ANA - AVALIAÇÃO NACIONAL DE ALFABETIZAÇÃO

ENCCEJA - EXAME NACIONAL PARA CERTIFICAÇÃO DE COMPETÊNCIAS DE JOVENS E ADULTOS

ENEM- EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

SISPAE – SISTEMA PARAENSE DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

SBM - SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

MEC- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

MCT- MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

SECIS - SECRETARIA DE INCLUSÃO SOCIAL

CGEE - CENTRO DE GESTÃO E ESTUDOS ESTRATÉGICOS

IMPA -INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

MCTIC- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO MINISTÉRIO DA CIÊNCIA,
TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

CNPQ - CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E
TECNOLÓGICO

PIC- PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA JR

PICME- PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E DE MESTRADO

PECI- PREPARAÇÃO ESPECIAL PARA COMPETIÇÕES INTERNACIONAIS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
2 BASE TEÓRICA DE ESTUDO	21
2.1 ANÁLISE DE CONTEÚDO.....	21
2.1.1 A Pré-Análise	22
2.1.2 A Exploração do Material.....	23
2.1.3 O Tratamento dos Resultados.....	23
2.2 ANÁLISE DE ERROS	23
3 AVALIAÇÃO	31
3.1 UMA REFLEXÃO SOBRE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL	31
3.2 AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA	35
4 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS	42
5 PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS	49
5.1 A PESQUISA	49
5.2 PASSOS PARA A CLASSIFICAÇÃO E ANÁLISE DOS ERROS	50
5.4 LOCAL E PARTICIPANTES DA PESQUISA	51
5.5 A DINÂMICA DA PESQUISA	54
5.5.1 A Pesquisa na Escola São José.....	54
5.5.2 A Pesquisa na Escola Mauricio Hamoy	58
6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	63
6.1 O INSTRUMENTO DE ESTUDO.....	64
6.1.1 Apresentação da Questão 3:	65
6.1.2 Apresentação da Questão 5:	67
6.2 APRESENTAÇÃO GERAL DOS DADOS.....	68
6.3 ANÁLISE DA QUESTÃO 3:.....	69
6.3.1 Gabarito da Questão 3:	69
6.3.2 Habilidades e Competências.....	72

6.4 ANÁLISE DA QUESTÃO 5:.....	90
6.4.1 Gabarito da Questão 5:	90
6.4.2 Habilidades e Competências.....	93
6.5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	110
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	113
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	116

1 INTRODUÇÃO

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), considerado referência em avaliação educacional no mundo, mostrou através do resultado de sua prova realizada no ano de 2015, que o Brasil sofreu a primeira queda desde 2003 em Matemática. Dos 70 países participantes em 2015, o Brasil ficou na 66ª posição em matemática. Segundo a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), os resultados da prova do PISA, revelaram que 70,25% dos estudantes brasileiros estão abaixo do nível básico de conhecimento em matemática. Apesar de a OCDE reconhecer os avanços na área da educação básica brasileira, por meio das políticas educacionais implementadas ao longo dos anos, como por exemplo, a lei do Piso Salarial para professores, o fato é que o Brasil vem amargando as últimas posições no ranking do PISA. Mas será que os estudantes brasileiros têm as mesmas condições (escolas com boas estruturas, professores qualificados e bem remunerados, laboratórios equipados e outros fatores) oferecidas aos estudantes de países como Suécia, Canadá, Estados Unidos, Inglaterra, Japão, Chile entre outros? Isso precisa ser levado em consideração quando se observa o resultado dessa prova.

Diante desse cenário, é preciso buscar alternativas que possam contribuir na mudança e melhoria do ensino da Matemática na educação básica. Identificar os fatores que possam contribuir para que esse resultado de baixo desempenho em matemática venha se mantendo é essencial, pois somente assim Estado, sociedade e comunidade escolar poderão estabelecer estratégias e implementar ações que busquem alcançar objetivos para a melhoria da qualidade do ensino de matemática. Todo trabalho em forma de pesquisa que contribua para que os alunos tenham um aprendizado em matemática considerado satisfatório é bem-vindo.

Com a preocupação nos resultados acima apresentados e na intenção de contribuir para uma melhora na qualidade do ensino e aprendizagem em Geometria, nas escolas públicas Estaduais de Ensino Médio no Município de Óbidos, foi desenvolvido esse trabalho, que busca a partir da Análise de Erros, auxiliar as práticas docentes dos professores daquele Município. Sendo considerada uma tendência na área da Educação Matemática, a Análise de Erros vem crescendo bastante no Brasil, graças aos estudos de diversos pesquisadores como por exemplo, Helena Noronha Cury, Bacharel e Licenciada em matemática pela UFRS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul), a qual é considerada uma referência em pesquisas que envolvem a Análise de Erros. Tendo alguns trabalhos nessa área como, por

exemplo, sua dissertação de mestrado (1988/UFRS), que tem o seguinte tema: “Análise de erros em demonstrações de geometria plana: Um estudo com alunos de 3º grau”. Pode também citar sua tese de doutorado (1994/UFRS), que tem a seguinte titulação: As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos. E também é autora do livro, “Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos (2007)”. Sem falar nos inúmeros trabalhos orientados por ela durante essa longa carreira no campo da educação matemática. No seu livro, Cury (2007) reconhece que discutir os erros com os alunos não é tarefa fácil, mas ela acredita nessa prática como metodologia de ensino e pesquisa.

Os erros cometidos pelos alunos são considerados estágios necessários à exploração de problemas e podem ser utilizados, pelo professor ou pelos próprios alunos, para novas descobertas e para discussão dos conceitos envolvidos em um determinado problema matemático (CURY, 1994, p.132).

Este trabalho em Análise de Erros tem como **objetivo geral analisar e classificar os erros cometidos pelos alunos em questões de Geometria apresentados na 2ª fase da 13ª edição da OBMEP, segundo a perspectiva da Análise de Erros. Quanto aos objetivos específicos buscam-se: Identificar as habilidades e competências apresentadas nas questões segundo os PCNs; analisar as respostas produzidas pelos estudantes; identificar os erros cometidos pelos alunos e classificá-los segundo as classes criadas por Radatz (1979); entender a respeito das avaliações educacionais e de que forma as mesmas são usadas pelos governos nas políticas públicas.**

Utilizar o processo de investigação dos erros produzidos pelos alunos no campo da matemática, é uma forma que diversos professores buscam para entender melhor como está se dando, pelos alunos, o processo de construção do saber. Pesquisadores acreditam que com a análise desses erros, o professor poderá identificar falhas de aprendizagem em seus alunos e a partir daí poderá buscar novas formas de metodologia que o ajudem no seu trabalho de educar.

O erro, se observado com maior rigor, poderá oferecer novos elementos para o professor refletir sobre suas ações didáticas e, com isso, imprimir novos direcionamentos a suas práticas pedagógicas – o que certamente incidirá sobre seu desenvolvimento profissional (PINTO, 2000, p. 139).

O interesse pelo campo da Geometria, para o estudo desse trabalho, deve-se não somente a admiração do autor pelas formas geométricas, mas também a importância que a Geometria representa para o desenvolvimento da sociedade, pois o nascimento dos conceitos geométricos se deu a partir do momento que o homem sentiu a necessidade de descobrir

formas que ajudassem na sua evolução, como por exemplo, a necessidade de se medir as terras na beira do rio Nilo, após uma enchente. No campo educacional, a Geometria possibilita ao aluno desenvolver uma melhor compreensão sobre as formas dos objetos a sua volta e através da álgebra definir grandezas como área e volume. Ao estudarem Geometria, os alunos podem perceber a verdadeira aplicabilidade da matemática em seu cotidiano, pois as formas espaciais estão por todos os lugares que os alunos possam imaginar. Pesquisas mostram que, por diversos motivos, o ensino da Geometria está sendo deixado de lado por parte das escolas e dos professores. Isso se torna preocupante levando em conta que o aprendizado dos conceitos geométricos é fundamental na preparação de profissionais em diversas áreas para o mercado de trabalho.

A decisão em usar questões de Geometria da OBMEP leva em consideração a importância dessa avaliação para o ensino e desenvolvimento da Matemática na educação básica, possibilitando e propondo que professores e alunos do Ensino Médio, tenham acesso a materiais de matemática de alta qualidade produzidos pelo IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada), essa avaliação se torna um grande referencial para o alcance da qualidade de ensino. A OBMEP possibilita aos professores não só de Óbidos, mas de todos os lugares do país, trabalhar com seus alunos questões que buscam desenvolver habilidades e competências através do raciocínio matemático. Possibilitando com isso, uma democratização e melhoria do ensino da matemática em todas as classes sociais.

Apostando nas propostas da Análise de Conteúdo e da Análise de Erros, buscou-se analisar e classificar os erros cometidos por 52 alunos, de duas turmas do 3º ano do ensino médio, de duas escolas da rede estadual de ensino do município de Óbidos, em questões de Geometria. A fim de dar sustentação científica para essa classificação de erros, optou-se pela classificação elaborada por Radatz (1979), que é considerado um dos maiores pesquisadores nessa área. Através de suas pesquisas produziu uma classificação, baseada em cinco classes de erros. Essas classes de erros desenvolvidas por Radatz servirão para direcionar os tipos de erros que serão produzidos nesse trabalho.

Este trabalho é constituído por 06 capítulos, que visam provocar em você leitor uma reflexão, através da análise e classificação dos erros dos alunos, sobre o ensino da Geometria nas escolas públicas de Ensino Médio do Município de Óbidos. Pretende-se ainda com esses resultados, fazer com que os professores de matemática, busquem por meio da análise de erros de seus alunos, ferramentas que possam contribuir com o desenvolvimento do ensino.

No Capítulo 2, intitulado “Base Teórica de Estudo”, procura-se abordar a importância da Análise de Erros, juntamente com a análise de conteúdo, a partir de trabalhos

apresentados por alguns pesquisadores. Essa base teórica tem por objetivo calcificar a estrutura dessa pesquisa.

No Capítulo 3, será abordada a questão avaliativa no processo ensino-aprendizagem, além de se observar como se dá a aprendizagem da Avaliação, segundo o ponto de vista de alguns autores. Também será discutido sobre o processo de avaliação no ensino da Geometria. Destaca-se ainda a importância das avaliações em larga escala existentes no cenário educacional brasileiro.

No Capítulo 4, será feito um apanhado histórico sobre a OBMEP, buscando-se apresentar dados que possam justificar sua importância no cenário da educação matemática.

No Capítulo 5, apresenta-se o tipo de pesquisa a ser desenvolvida, juntamente com a característica do modelo de análise de erro que será usada para o desenvolvimento desse trabalho. Descreve-se o contexto da pesquisa e sua execução/ desenvolvimento.

No Capítulo 6, será feita a análise e discussão dos dados produzidos nas respostas dos alunos, em que serão apresentadas análises estatísticas e discussões sobre os resultados.

Nas considerações finais, busca-se fazer uma reflexão a respeito dos resultados desse trabalho e de que forma eles podem ajudar professores e alunos a buscar uma melhor qualidade na educação. Espera-se que essa pesquisa possa ajudar a levantar possíveis discussões, no sentido de responder perguntas que auxiliem para um melhor desenvolvimento das práticas docentes no ensino médio de Óbidos e de outras instituições de ensino fora do município.

2 BASE TEÓRICA DE ESTUDO

Nesse capítulo, aborda-se a importância da Análise de Erros como instrumento auxiliar para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem, fazendo-se uma breve abordagem sobre alguns pesquisadores que, através de seus trabalhos, ajudaram o desenvolvimento dessa área. Será também abordada a análise de conteúdo e suas etapas, método usado na coleta e classificação dos resultados.

2.1 ANÁLISE DE CONTEÚDO

Apesar de as técnicas de interpretação sobre conteúdos já existirem a muito tempo, foi no início do século XX, por um período de 40 anos, que a Análise de Conteúdo se desenvolveu nos Estados Unidos a partir da análise de materiais jornalísticos da época. A escola de Jornalismo de Columbia intensificou seus estudos quantitativos a respeito das matérias jornalísticas; promoveu estudos sobre o grau de sensacionalismo nos seus artigos; desencadeou-se um verdadeiro fascínio por estudos de contagem e medida e até entre outros estudos (BARDIN, 2016).

A Análise de Conteúdo é atualmente um conjunto de instrumentos metodológicos que se aperfeiçoa constantemente, sendo aplicado a diversas áreas (Educação, Sociologia, Psicologia, Linguagem, Comunicação). Trata-se de uma hermenêutica, baseada na inferência, em que o investigador é impulsionado a desvendar algo desconhecido, latente (BARDIN, 2016).

Segundo Fonseca Junior (2009), a Análise de Conteúdo se refere a um método das ciências humanas e sociais destinadas à investigação de fenômenos simbólicos por meio de várias técnicas de pesquisa. Cury (2007) acredita que o ato em se expressar, através de uma frase, de um quadro, de uma música ou um texto, pode ser analisado de várias formas, e a análise de conteúdo é uma delas, fazendo parte de um amplo leque de métodos de análise textual. Uma definição bem clara do que significa a Análise de Conteúdo é dada por Bardin:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 2016, p. 48).

Segundo Cury (2017), a simples correção de uma prova de matemática pelo professor, não se configura como pesquisa, para isso é preciso estabelecer procedimentos sistemáticos de investigação, a fim de entender como o estudante construiu o aprendizado. Só classificar e contar os resultados produzidos pelos alunos torna a pesquisa desinteressante e não traz resultados significativos, é preciso entender as respostas, (certas ou erradas) para construir a partir delas novas formas de aprendizado. Nesse sentido, Navarro e Díaz (1994, p. 180) concordam que a Análise de Conteúdo feita sobre um determinado texto tem a “missão de estabelecer as conexões existentes entre o nível sintático – em sentido lato- deste texto e suas referências semânticas e pragmáticas”.

Para fazer a Análise de conteúdo sobre um determinado material, Bardin (2016) considera que três etapas cronológicas devem ser seguidas: Pré-Análise, Exploração do Material e Tratamento dos Resultados.

2.1.1 A Pré-Análise

É a fase na qual se organiza a pesquisa, em que se organizam as ideias iniciais acerca do estudo a ser realizado, para traçar de forma sistemática o caminho a ser percorrido no desenvolvimento da pesquisa. Nessa fase, procura-se estabelecer um plano, que o mesmo possa, quando for necessário, ser alterado. Porém, o mesmo deve ser preciso aos objetivos pretendidos.

Segundo Bardin (2016), essa fase possui três “missões”: 1) a escolha dos materiais que serão analisados, 2) a elaboração das hipóteses e objetivos a serem alcançados e 3) elaboração dos indicadores que fundamentem o resultado final, não sendo preciso seguir a mesma ordem cronológica. Na Pré-Análise, consideram-se as seguintes atividades:

- a) Leitura Flutuante: É o momento que o pesquisador entra em contato com o material a ser analisado. Através da leitura familiariza-se como texto em uma relação de descobertas, a ponto de se deixar levar por hipóteses e objetivos que surgem.
- b) Escolha dos Documentos: É o *corpus* da pesquisa, ou seja, é o conjunto dos documentos que serão analisados para o levantamento dos dados. Sendo sua organização estabelecida através de critérios como: escolhas, seleções e regras. Tais regras podem ser consideradas como: Pertinência (o material é relevante para a análise), Homogeneidade (os materiais são de mesma natureza), Exaustividade (todo material possível é explorado e Representatividade (o material é representativo do que se quer estudar).

- c) Formulação das Hipóteses e dos Objetivos: Após a leitura do *corpus* da pesquisa, afirmações provisórias surgirão (hipóteses) para que sejam verificadas e confirmadas. Bardin (2016) considera que em algumas análises não se faz necessário o *corpus* da pesquisa, podendo ser feita as “cegas” (sem conceitos e ideias definidas).
- d) Referenciação dos Índices e a elaboração de Indicadores: Consideram-se elementos indispensáveis para edição dos textos referentes à pesquisa. Consistem em detectar os referenciais com maior frequência, para a organização sistemática dos indicadores. Por exemplo pode-se supor que a emoção e a ansiedade se manifestem por perturbação da palavra em uma entrevista, assim a frequência que essa perturbação aparece servirá de indicador do estado emocional.
- e) Preparação do Material: Trata-se de preparar o material para análise, através de padronizações e edições.

2.1.2 A Exploração do Material

Com a fase da pré-análise concluída, então se dá início à análise de todo o material, seguindo o que foi definido na fase anterior. É uma fase longa e cansativa, em que ocorre um estudo aprofundado do *corpus*, com processos de codificação e enumeração das etapas. Segundo Bardin (2016) é onde ocorre a lapidação do material bruto.

2.1.3 O Tratamento dos Resultados

É a fase em que os dados brutos terão significado, ou seja, suas características serão postas em relevo. Para isso são usadas técnicas variadas como: análises estatísticas (das mais simples as mais complexas) usam-se quadros, tabelas, diagramas, figuras entre outros recursos que possibilitem “desvendar o conteúdo latente” (TRIVIÑOS, 1987, apud CURY, 2017, p. 67) que os documentos possuem. Segundo Cury (2017, p. 67), com esses resultados é possível responder as questões levantadas na pesquisa e ainda traçar estratégias de ensino.

2.2 ANÁLISE DE ERROS

Originada do latim “*Errare*”, a palavra erro tem vários significados, como por exemplo: perder-se, andar sem destino, cometer algo inadequado, enganar-se, apartar-se do caminho, entre outros significados. Apesar de ter vários sinônimos, mas todos eles buscam direcionar-se para algo negativo, algo que é de certa forma malvisto, interpretado de forma

preconceituosa. Será que o ato de errar deve ser menosprezado ou ignorado? Como o professor deve agir aos erros cometidos por seus alunos? Quais erros cometidos pelos alunos podem ajudar o professor? Os erros cometidos em resoluções de Geometria podem dizer algo sobre a aprendizagem dos discentes?

Na sociedade atual, em que predomina a competitividade na busca do sucesso, criou-se, um verdadeiro “pré-conceito” ao ato de errar, pois, para a sociedade, o erro representa de certa forma, o fracasso, sendo visto por muitos como algo ruim e negativo, e esta maneira de pensar é tão contundente que leva a sociedade a conceber, que onde existe erro, não existe acerto. Diante desse contexto, De La Torre (2007) cita o erro considerando quatro pontos: efeito destrutivo, deturpativo, construtivo e criativo, e a partir desses pontos ele estabelece o erro sobre duas formas: a negativa e a positiva. Segundo ele a forma negativa de se ver o erro, provoca um efeito de destruição muitas vezes considerado irreversível; já a forma positiva cria um cenário de progresso criativo. Essa criatividade, “[...] não está como é natural, no erro, mas nas pessoas que são capazes de gerar novas ideias apoiando-se nele” (DE LA TORRE, 2007, p. 15).

Esse preconceito, fortemente disseminado na sociedade, infelizmente apresenta-se nas práticas docentes na maioria das instituições de ensino, fazendo com que o erro seja excluído do contexto da aprendizagem. Essa segregação do erro se dá, muitas das vezes, pelo próprio professor, quando o mesmo ignora as resoluções “incorretas” dos seus alunos, sem dar a mínima importância para os erros que lá se encontram. Nesse sentido, é que a Análise de Erros busca mostrar a importância de se avaliar os erros cometidos pelos alunos, pois essa análise por parte do professor, poderá auxiliá-lo a melhor desenvolver suas práticas docentes.

O professor como mediador no processo da aprendizagem em sala de aula deve analisar com atenção os erros cometidos pelos seus alunos nas resoluções dos mais diversos problemas matemáticos, isso talvez o ajude a perceber de forma mais clara as dificuldades apresentadas, na compreensão e interpretação do assunto, pelos educandos. Esses erros, ao serem analisados de forma criteriosa e sistemática (pelo que propõe a Análise de Conteúdo), podem servir como “ferramentas para aprendizagem” (CURY, 2017).

Rico (1998) afirma que o professor não pode ignorar a capacidade do aluno nem tampouco desprezar os erros que ele comete. Corroborando com a afirmativa do autor e, analisando o erro dentro de um contexto escolar, o simples fato de o aluno cometer um equívoco, ou uma falha, ou um descuido proveniente de seu pensamento ou ação, já é o suficiente para alertar o professor de que alguma coisa está errada e que alguma atitude deve ser tomada. Usando da criatividade, o professor pode dar um enfoque didático aos erros, da mesma forma em situações problemáticas, quando as pessoas conseguem, a partir deles, realizar novas descobertas científicas. (apud DIZ RAMOS, 2015, p. 136)

Tendo em mãos esses resultados, o professor poderá traçar caminhos para a implementação de novas metodologias, além de buscar corrigir as que não estejam dando o resultado esperado, ter uma visão maior das necessidades extraclasse dos seus alunos, a ponto de entenderem que essas necessidades influenciam o desempenho do aluno. Essa análise poderá ser feita no Ensino da Geometria com o intuito de ajudar os alunos nesse campo da matemática

Para os pessimistas na busca por novas práticas de ensino, isso pode não fazer muito sentido, pois poderão se perguntar: Como os erros dos alunos ajudarão a buscar resultados significativos no aprendizado? Infelizmente muitos professores ainda não se deram conta, de que apenas condenar o erro que os alunos cometem e corrigi-los através das respostas prontas dos livros didáticos, não contribuirá de forma significativa no ato de aprender. É preciso que o professor dê mais atenção aos erros dos alunos, pois eles querem dizer algo.

Em geral, o erro é execrado, e o aluno teme a reação do professor se não consegue dar a resposta esperada. Muitas vezes, cria-se uma reação em cadeia: o estudante escondendo seu erro para não ser punido; o professor tentando fazê-lo cair nas ‘ciladas’ em questões que apresentam exatamente as dificuldades que o aluno oculta, ou, até mesmo, não se dá conta da existência (CURY, 2017, p. 93).

Qual o verdadeiro sentido do erro no ato de aprender? Talvez ainda não se tenha conseguido chegar a um consenso por parte das diversas correntes pedagógicas. Pois alguns especialistas não veem no erro uma forma correta de buscar a aprendizagem, já outros acreditam que o erro é fundamental para o processo de ensino-aprendizagem, fazendo parte da aprendizagem sistemática. Segundo Paulo Freire (1985), ainda se cultua nas escolas o que ele chama de “pedagogia da resposta”, ou seja, o professor ainda está muito ligado ao contexto do certo ou errado. Para opor-se a isso, Freire acredita em um ensino voltado a uma “educação libertadora”, que busque a curiosidade do aprender. Paulo Freire propõe que o professor mude sua atitude frente ao erro e passe a considerá-lo uma “forma provisória de saber” (1995, p. 71).

Essa mudança de atitude pressupõe encarar o erro como objeto de discussão e compreensão dos saberes que o educando traz consigo para as situações formais de aprendizagem. Tal postura implica, obrigatoriamente, o rompimento com relações fundadas numa educação bancária na qual o acerto está ligado à exata correspondência da resposta prevista pelo educador. “Esse processo de reprodução de respostas fábrica a “burocratização da mente”, obstaculiza a reflexão e a capacidade criadora” (FREIRE, 1985, P. 53).

Para Luckesi (2011), nos dias de hoje, as punições são mais raras e mais sutis por parte dos professores, aos alunos que por determinado motivo, cometem algum tipo de erro, como, por exemplo, ao responder uma pergunta do professor. Porém, no passado, esses erros

eram seguidos de uma punição, seja ela moral ou até mesmo física. Nas práticas escolares do passado, era comum um aluno apanhar com a régua escolar do professor, simplesmente por não ter conseguido responder de forma adequada (na visão do professor), uma pergunta. Eram inúmeros os castigos aplicados pelos professores, que buscavam simplesmente macular a imagem do aluno perante seus colegas.

Atualmente alguns professores ainda usam, de forma sutil, determinados castigos, no intuito de punir os alunos que cometeram erros, como por exemplo: ficar de castigo na sala; fazer piada com a resposta do aluno; ameaçar os alunos de forma agressiva, entre outros métodos que ainda se vivenciam nas escolas a fora. É preciso que os professores desenvolvam um olhar com mais atenção para os erros que determinados alunos apresentem, principalmente, no campo da aprendizagem.

Segundo Luckesi (2011), a partir do erro, na prática escolar, desenvolve-se nos alunos uma compreensão culposa da vida, pois além de ser castigado pelos outros ele mesmo se impõe a autopunição por seus erros. Não é papel de a escola acrescer o processo culposo, porém muita das vezes contribui para que isso aumente. Quando um aluno diz: “Poxa, isso só acontece comigo!” está se punindo por meio de um juízo culposo. A escola juntamente com os professores, tem papel crucial, em mudar a visão sobre os erros dos alunos.

Os primeiros trabalhos sobre análise de erros no campo da matemática se deram por volta do final do século XIX e início do século XX, em diversas partes do mundo. Os psicólogos educacionais da época, interessados em entender como se dava o processo de aprendizagem, acreditavam que para estudá-los era preciso fazer experiências com os animais. Da Rocha Falcão (2003, apud CURY, 2017, p. 22) considera que as experiências com animais, feitas por Thorndike deram início à perspectiva comportamentalista da aprendizagem. Segundo Berliner (1993, apud CURY, 2017, p.22), Thorndike através de sua “fé” na Psicologia Experimental juntamente com suas experiências em animais, diminuiu o campo da Psicologia Educacional ao afastar a Psicologia da prática escolar. A partir desse período inúmeros trabalhos desenvolveram-se na perspectiva do erro.

Nos Estados Unidos, Smith (1940) desenvolveu um trabalho, no qual o mesmo fez apenas uma contagem de erros em exercícios de Geometria, desde construções, até demonstrações. Os resultados desse trabalho, que foram aplicados com alunos do 10º ano de escolaridade (o que equivale ao início do ensino médio no Brasil), tiveram como principal resultado extensas tabelas com porcentagem de erros de cada tipo detectado. Um erro detectado por Smith é o que consiste em assumir a congruência de ângulos em um triângulo

apenas pela aparência da figura. Tal problema é um dos mais comuns e também aparece mais tarde, nos trabalhos de Movshovitz – Hadar, Cury (2017).

Segundo Pinto (1998), na extinta União Soviética, com o desenvolvimento do campo de investigação em matemática nos anos 60, sobre operações fundamentais, Kuzmitskaya realizou um estudo em que localizou quatro causas de erros: Insuficiência de memória em curto prazo; compreensão insuficiente das condições do problema; ausência de regras verbais para realização de cálculos e uso incorreto das quatro operações. Talvez não seja de se estranhar pelos professores atuais, que essas causas detectadas se apresentam ainda de maneira corriqueira nas escolas.

Foi observada uma regularidade de erros por Menchinskaya em seus estudos sobre educação matemática, ao qual ele destacou: realização incorreta de uma operação; compreensão conceitual insuficiente; erros mecânicos por distração e erros por aplicação indevida das regras algorítmicas. Foram inúmeros os trabalhos sobre análise de Erros na área da Aritmética, porém um dos trabalhos pioneiros foi o de Thorndike (1917), intitulado: “Psicologia da Aritmética”. Como observa Rico (Op. cit: 81), a maioria das produções em análise de erros, de autores estrangeiros, realizada antes de 1960, centrava-se no estudo da aritmética elementar. Essa linha de investigação influenciou posteriormente as avaliações de aprendizagem.

Já Hutcherson (1975), em sua tese de doutorado reaplicou testes que haviam sido empregados em 1927 em uma pesquisa de mestrado, na qual, foi feita uma análise psicológica da resolução de problemas em Aritmética. Hutcherson incorporou a solicitação do “pensar em voz alta”, procedimento que é empregado, até hoje, em muitas investigações sobre erros.

Fiorentini (1994), ao realizar uma pesquisa sobre os tipos de trabalhos em análise de erros no Brasil, constatou que só partir de 1990, foi que se consolidou uma comunidade científica de pesquisadores em áreas que se preocupavam com o erro no ensino-aprendizagem de matemática.

Cury (2007) ao fazer um levantamento sobre trabalhos de autores brasileiros sobre a Análise de Erros no Brasil verificou que não há registros de pesquisas antes da década de 1980. Pode ser que existam, porém podem ter sido publicadas em outras áreas ou com pouca divulgação. Os primeiros trabalhos encontrados tiveram como objetivo analisar questões de provas ou testes, com tabelas de porcentagem de acertos, erros e questões em branco, como até hoje se podem encontrar estudos nesse formato. Temos como exemplo o artigo de Crepaldi e Wodewotzki (1988), no qual as autoras usam uma amostra de cerca de 2300 provas

de alunos de Ensino Médio, com conteúdo variado, tendo sido detectados erros em operações com frações, conceito de porcentagem e fatoração.

Pacheco e Medeiros (2009) comentam que é comum no ensino da matemática interpretar o erro como um fracasso que pode ser revertido a partir da mera correção que geralmente consiste em apontar o erro e indicar o que deve ser feito. De fato, a ação pedagógica mais utilizada é a substituição de um procedimento considerado inadequado, por outro considerado apropriado. Mas de que forma o aluno errou? Por que ele errou? O que expressa este tipo de erro? Que orientação dar ao aluno sobre este tipo de erro? Essas são questões que não são respondidas quando se adota a perspectiva de que o erro deve ser corrigido.

Segundo Cury (2007), ao corrigir qualquer prova, teste ou trabalho de Matemática, muitas vezes o professor costuma apontar os erros cometidos pelos alunos, passando pelos acertos como se estes fossem esperados. Mas quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros evidenciam somente o que ele não sabe? Assim, analisar as resoluções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes. Atentando para essa área da educação matemática foi que muitos estudiosos começaram a pesquisar e a produzir trabalhos sobre a Análise de Erros como metodologia de ensino e pesquisa no campo da matemática.

Em seu livro cujo título é “Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos”, Cury (2007) faz um levantamento sobre os trabalhos de 40 autores, sendo 20 estrangeiros e 20 brasileiros. Tais trabalhos têm como objetivo entender os erros cometidos pelos alunos e descobrir suas causas, para corrigi-los ou para aproveitá-los como “ferramentas para a aprendizagem.” (Cury 2007).

Segundo Borasi (1996), a Análise de Erros se torna uma ferramenta para a aprendizagem de matemática. Partindo do princípio que todos no campo da educação matemática estão sujeitos a erros, sendo assim os alunos não são diferentes e por esse motivo deve-se dar importância significativa a esses erros por eles cometidos, erros que podem ajudar os professores a fazerem um diagnóstico mais preciso, a respeito da deficiência que seus alunos possam apresentar, tanto na construção de conceitos matemáticos, como na resolução de determinadas questões a eles apresentadas. Cury (1994) diz que o erro não é somente efeito da ignorância, da incerteza e do acaso, os erros são esperados e ajudam a detectar maneiras de como o aluno pensa.

Radatz (1979) é um dos grandes colaboradores para o desenvolvimento da Análise de Erros. Um dos artigos mais clássicos da análise de erros é o intitulado: *Error Analysis in Mathematics Education*, que faz um levantamento de classificação sobre erros. Seu trabalho foi complementado no artigo de 1980, em que sintetiza os trabalhos existentes, sendo essas duas publicações referenciadas pela maior parte dos pesquisadores que desenvolveram a análises de erros. Radatz (1979, 1980) fez um apanhado geral dos estudos sobre erros realizados na Europa e Estados Unidos desde o início do século XX. Segundo ele, diferenças em termos de pesquisas educacionais e psicológicas, bem como de políticas educacionais e estruturas escolares, originaram investigações de caráter distinto. Por exemplo, nos Estados Unidos os trabalhos eram orientados, principalmente, pelo comportamentalismo, enquanto na Alemanha, tinham origem nas ideias da Psicologia Experimental, da Gestalt e da Psicanálise e, na Rússia, o pano de fundo eram as mudanças na estrutura escolar e nos procedimentos de pesquisa, apoiados nas ideias marxistas. Portanto, nota-se que os primeiros pesquisadores em análise de erros tiveram ideias distintas para essa área de pesquisa.

Segundo Radatz (1980), os erros dos estudantes no ensino de matemática não são simplesmente um resultado de ignorância e acidentes situacionais. A maioria destes erros não é devido à incerteza, à desatenção, ou unicamente às situações condicionais como foram assumidos no início da teoria Educacional do Behaviorismo, ou melhor, os erros dos discentes podem ser resultados ou produtos da experiência prévia na aula de Matemática. De acordo com ele, a natureza e causas subjacentes a erros cometidos em conteúdos matemáticos podem ser analisadas em termos de mecanismos individuais de processamento da informação. Radatz enumera os seguintes mecanismos de processamento que podem originar erros na realização de uma atividade matemática: 1) obtenção da informação; 2) processamento da informação; 3) retenção da informação; e 4) reprodução da informação. Seguindo esses mecanismos de informação, Radatz, criou uma classificação de erros, sendo essa classificação dividida em cinco classes de erros: erros devido a dificuldades de linguagem; erros devido a dificuldades em obter informação visual ou espacial; erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos; erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio e erros devido à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias.

Cury (2007) considera que a classificação de erros elaborada por Radatz (1979), é uma das mais clássicas, servindo de base para outras classificações presentes na maioria das pesquisas sobre o estudo dos erros de autores como Borasi (1985, 1987, 1996), Rico (1995), Souza (2002), Esteban (2003), Buriasco (1999, 2004), Silva e Buriasco (2005), Garnica

(2006), Fiorentini (2006), Pinto (2000), Perego (2006), Santos (2007), Cury (2004, 2006, 2007, 2008) dentre outros.

Segundo Rico (apud Ramos, 2015, p. 136), a área da educação matemática sempre se interessou por estudos desenvolvidos no campo da Análise de Erros, onde esses estudos tinham como objetivo a investigação da aprendizagem matemática. No transcorrer das épocas, esses estudos sempre veem se orientando a partir das correntes pedagógicas e psicológicas, acompanhando as transformações curriculares.

Desse modo, a relevância da análise de erros, como metodologia de ensino na melhoria da aprendizagem matemática dos alunos se faz essencial na prática docente. Fazer uma análise das avaliações aplicadas em sala de aula, usando recursos de pesquisa, como por exemplo, a Análise de Conteúdo (Bardin, 2016), corrobora para mostrar que os erros dos alunos, podem servir como ferramentas pedagógicas na compreensão do saber e nas estratégias avaliativas. Nesse sentido, no capítulo seguinte, farei uma breve reflexão sobre a avaliação educacional no Brasil, enfatizando estudos que abordam a avaliação como processo de mediação do saber para uma aprendizagem significativa, com intuito de possibilitar novos olhares sobre as avaliações a partir da análise de erros dos alunos.

3 AVALIAÇÃO

3.1 UMA REFLEXÃO SOBRE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

Na sociedade atual e competitiva em que vivemos, as pessoas são constantemente submetidas a diversos processos de avaliação, seja para conseguir um emprego, seja para entrar na faculdade ou para passar de ano na escola. E a maioria desses processos avaliativos se define em um exame de avaliação, os principais exames são chamados por muitos de provas e testes. Não é de hoje que o principal modelo de avaliação na sociedade ocidental são os chamados exames de avaliação. Nas escolas, os alunos, desde crianças, são conduzidos a se prepararem para as provas. Por mais que seja um processo avaliativo bastante antigo, e que os alunos convivam com ele durante toda sua vida estudantil, as provas ainda provocam em muitos alunos sensações diversas, tais como: medo, nervoso, ansiedade. Porque será que os processos avaliativos deixam os estudantes tão preocupados? Será que existem outros processos avaliativos que possam a vim substituir os exames existentes até hoje? São perguntas que fazer pensar um pouco sobre o contexto avaliativo.

Historicamente esse processo seletivo de avaliar, surgiu por volta do século XVI na sociedade ocidental, pois antes a relação de aprendizagem se dava entre um mestre (professor) e dois ou três aprendizes (alunos). A partir do século XVI, optou-se por apenas um professor ensinar muitos alunos, e com isso pensou-se de que maneira saber se esses alunos aprenderam ou não. Então foram trazidos para as escolas os exames que já aconteciam na sociedade daquela época, os quais serviam para se fazer uma seleção profissional em diversas áreas como, por exemplo, para soldado do exército entre outros.

Esse modelo de avaliar tinha como principal objetivo: quem aprende permanece e quem não aprende é reprovado ou quem teve sucesso em obter o conhecimento repassado, pode avançar nos estudos e quem não conseguiu obter da forma como a escola espera, deve voltar e estudar novamente. Esse modelo de avaliar os alunos se manteve exclusivo até o século XX na educação ocidental. Apesar de hoje já existirem diversos outros meios de avaliar os estudantes, as provas ainda são as principais formas nesse processo.

A função da avaliação é garantir o sucesso em qualquer lugar da sociedade: nas empresas, em experiências religiosas, no campo da política, no dia-a-dia das pessoas, e acredite até mesmo na família. Nessa concepção de sociedade atual todos apostam no sucesso e a avaliação é uma das maneiras de se chegar a ele, pelo fato de servir de parâmetro para um diagnóstico de um determinado resultado. O fracasso nesses processos avaliativos pode causar

traumas sérios nas pessoas, fazendo-as se sentirem incompetentes, que não tem valor na sociedade.

Segundo Luckesi (2011), “o ato de avaliar a aprendizagem na escola é um meio de tornar os atos de ensinar e aprender produtivos e satisfatórios”. Assim, não podemos desvincular a avaliação do aluno do processo de ensino do professor. Isso não quer dizer que se o aluno não aprendeu, o professor não ensinou adequadamente. O processo de ensino/aprendizagem é muito mais complexo que isso. A avaliação como instrumento a serviço da aprendizagem do aluno deve contribuir para a análise e para a decisão de quais iniciativas pedagógicas deverão ser tomadas durante o processo de ensino. Na visão de Luckesi, o resultado das avaliações por si só não resolve em nada, ele apenas diz se o produto dessa atividade alcançou ou não o resultado esperado. Na verdade, o que realmente resolve é a gestão escolar, pois com o resultado da avaliação em mãos, podem-se elaborar estratégias no sentido de buscar alcançar o objetivo esperado no aprendizado dos alunos.

A escola não deve ficar totalmente presa aos resultados dessas avaliações, apesar da importância que as mesmas tem, pois isso pode fazer com que haja uma visão unilateral sobre a aprendizagem no ambiente escolar. Considerar somente os resultados das avaliações como ferramenta para analisar como está o aprendizado dos alunos, pode ser muito perigoso para qualquer escola. Por exemplo, um estudante que é dedicado em suas atividades, apresenta um rendimento excelente, porém em um dia de avaliação qualquer (prova), o mesmo não está se sentindo bem (por diversos motivos extraescolares) para fazer a atividade. Quando vem o resultado, a nota do aluno é muito abaixo do que se esperava, ocasionando sua reprovação. Será que esse aluno merecia ficar reprovado? Nesse caso hipotético é fundamental a figura do professor mediador, pois ninguém na escola está mais bem preparado para intervir pelo aluno do que seu professor.

Desde o século XVI, a tradição na educação brasileira é de que quando há um fracasso na avaliação, esse fracasso é do aluno, pois o mesmo não quer estudar, tem dificuldade de aprender e compreender os conceitos, não quer lê, não presta atenção e etc. Ou ainda, a culpa é de caráter social, sendo que o aluno vem de uma camada da sociedade mais carente, desprovida de recursos financeiros, culturais entre outros. Uma das perguntas que merece ser respondida é: Será que o fracasso escolar só ocorre do estudante ou da instituição de ensino? A partir de 1980 começaram a reconhecer a responsabilidade pelo fracasso escolar dos alunos como sendo responsabilidade também da instituição. Nesse sentido, foram criadas

as avaliações em larga escala as quais tem a função de dizer: não é só o estudante que fracassa o sistema também fracassa.

O ato de avaliar é um ato de investigar, produzir conhecimento de tal forma que possa se assemelhar a uma metodologia científica no que tange ao rigor do processo. Fazendo uma analogia entre pesquisa científica e avaliação, a primeira pretende desvendar como funciona a realidade, já a segunda tem como objetivo desvendar a qualidade da realidade com os resultados obtidos. Se a avaliação não for praticada com esse rigor científico ela passa a ser expressões de subjetividade.

Luckesi (2011) fala que a avaliação pode ser olhada sobre dois pontos de vista: o pedagógico e o político. No que tange ao pedagógico, podemos reconhecer a avaliação como uma subsidiária do sucesso, garantindo chegar ao resultado esperado e também deve ter o caráter inclusivo. Já no ponto de vista político, a avaliação é um recurso que propicia os educadores investir na igualdade social, fazendo com que haja uma democratização da sociedade, mas para que isso aconteça é preciso que todos aprendam de forma quantitativa e qualitativa o que se é ensinado, tendo como consequência uma melhora nos resultados da educação.

A qualidade da educação sempre passa por algum tipo de avaliação seja ela interna ou externa e nesse sentido Soligo (2010, p. 132-133) insiste que “há a necessidade de reflexão e problematização se seus processos, práticas e resultados; caso contrário, toda avaliação servirá à lógica classificatória e à criação de rankings dos melhores e piores, sem considerar as especificidades das múltiplas realidades educacionais do país”.

A avaliação da aprendizagem escolar, além de ser praticada com uma tal independência do processo ensino-aprendizagem, vem ganhando foros de independência da relação professor-aluno. As provas e exames são realizados conforme o interesse do professor ou do sistema de ensino. Nem sempre se leva em consideração o que foi ensinado. Mais importante do que ser uma oportunidade de aprendizagem significativa, a avaliação tem sido uma oportunidade de prova de resistência do aluno aos ataques do professor. As notas são operadas como se nada tivessem a ver com a aprendizagem. As médias são médias entre números e não expressões de aprendizagens bem ou malsucedidas (LUCKESI, 2011, p. 41).

Apesar de os processos de avaliação terem sofrido várias mudanças no decorrer dos anos, principalmente, no sentido de se buscar novas formas de avaliar, a base das avaliações escolares se define na maioria das vezes em testes e provas. Especialistas em avaliações como Jussara Hoffmann e Cipriano Luckesi, questionam esse fato, pois, segundo eles, esses

métodos de avaliar apenas classificam os alunos e não mostram de fato o que eles aprenderam.

A avaliação deve ser vista como prática contínua que valoriza a aprendizagem dos alunos e isso exige mudanças no trabalho e na postura do professor, pois para isso o educador precisará redefinir os rumos de sua ação pedagógica. É preciso uma conversão (conscientização) a novos rumos da prática educacional. Essa mudança não será fácil, visto que é preciso quebrar alguns elos com o modelo classificatório, dominante no processo avaliativo.

Qual a finalidade da avaliação na escola? Segundo Hoffmann (2014), o objetivo da avaliação na escola é acompanhar o processo de construção do aprendizado do aluno. Porém, os sistemas de avaliações atuais, que se dão de várias formas (avaliações classificatórias, avaliações certificativas...), não contribuem para a prática desse acompanhamento, pois apenas valorizam o resultado final do processo. Exemplo disso é o ENEM, que surgiu como um indicador da qualidade de ensino para o nível médio, e atualmente tem como real objetivo a classificação dos alunos para o ingresso nas universidades. Nesse modelo não é possível acompanhar o processo de construção do conhecimento, pois uma vez terminado o ensino médio, fica difícil corrigir o conhecimento que ficou deficiente.

Luckesi (2011) considera que o ato pedagógico é o caminho para a aprendizagem. Sendo este, constituído de três etapas sistemáticas que são: planejar, executar e avaliar. O planejamento consiste em estabelecer os objetivos a serem alcançados; a execução é o instrumento mediador que se desenvolveu, ou seja, como se realizou a construção do conhecimento e a avaliação tem o papel de auxiliar e dar suporte a aprendizagem, permitindo verificar se o planejamento deu o resultado esperado.

Hoffmann (2014) acredita que o professor não pode dissociar o ato de educar do ato de avaliar, pois mesmo antes de adentrar à sala de aula, o educador já faz reflexões: sobre os alunos que lhe esperam; como planejar o processo de aprendizagem, entre outras reflexões. Steban (2010) crê que avaliação mediadora é aquela que contribui com a dinâmica em sala de aula, através de um diálogo construtivo que busca chegar a um resultado satisfatório.

O professor tem que ter consciência que a avaliação é para identificar e diagnosticar os pontos onde é preciso melhorar. Sendo assim, não se deve usar a avaliação como forma de punir o aluno para silenciar os educandos em sala de aula, pois dessa forma, é muito provável que ao invés de medir o quanto de aprendizado foi alcançado em relação a um determinado

conteúdo se consiga apenas avaliar “o aluno” deixando de lado a grande importância do diagnóstico do ensino-aprendizagem como um todo.

Em relação aos instrumentos de avaliação considerados na prática escolar os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCNs consideram:

[...] fundamental que os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles provas, trabalhos, registros das atitudes dos alunos [...] forneçam ao professor informações sobre as competências de cada aluno em resolver problemas, em utilizar a linguagem matemática adequadamente para comunicar suas ideias, em desenvolver raciocínios e análises e em integrar todos esses aspectos no seu conhecimento matemático (BRASIL, 1998, p.54).

Luckesi (2011, p. 299) considera que os instrumentos de avaliação, abordados pelos PCNs, não devem ser considerados como tal, e sim como instrumentos de coleta de dados para avaliação. Segundo ele, essa confusão pode ser negativa para a prática avaliativa, pois ele considera que, o que os PCNs chamam de instrumentos de avaliação, é apenas a fase da coleta de dados. A partir desses dados coletados é que se qualifica a realidade, completando o processo de avaliação.

3.2 AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA

Não é de hoje que a avaliação educacional vem gerando polêmicas e debates em torno de como podem ser avaliados os alunos levando em consideração suas características e qual o objetivo dessas avaliações. Até hoje se acredita que ainda não se chegou a um processo avaliativo perfeito e provavelmente nem se chegará. Porém, a busca por métodos de avaliações mais padronizados e que forneçam informações para análise e estudos estatísticos, fez surgir na década de 90, no Brasil, um novo conceito em avaliação, chamado de: **Avaliação Externa ou Avaliação em Larga Escala**. No intuito de diagnosticar a educação brasileira, o governo criou o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

A criação do SAEB tinha como objetivo acompanhar e monitorar a qualidade da educação e fornecer, através dos dados, informações aos estados da federação, sobre o desempenho e os fatores relacionados ao resultado dos discentes, para que, a partir daí, pudessem ser traçadas estratégias sobre a aplicação das políticas públicas voltadas para a educação, no sentido de buscar cada vez mais a qualidade educacional. No caso da avaliação em larga escala, o interesse pelas informações obtidas pelo processo de investigação é mais importante do que o resultado, em si, conseguido pelos alunos.

De acordo com Fontanive (2013), as avaliações em larga escala adotam programas de testes cognitivos, ligados a instrumentos que buscam reconhecer contextos tanto dentro quanto fora da escola, nos quais a educação acontece. Sendo as avaliações externas, bastante diferentes das práticas avaliativas de sala de aula, primeiramente por abranger uma grande quantidade de alunos de diferentes séries e também apresentam uma grande quantidade de questões a fim de abordar boa parte do currículo escolar a ser avaliado. Contando com novas práticas de medidas educacionais buscando avaliar sua qualidade por meio de coleta de dados, os sistemas de avaliação externa também se apoiam em complexos estudos e análises estatísticas para obterem seus resultados. Essas características desafiam a avaliação educacional em encontrar formas eficazes de mostrar tais resultados apresentados pelos sistemas externos de avaliação, pois os mesmos e suas tecnologias não são do cotidiano das escolas.

Apesar de os conteúdos fazerem parte do currículo escolar, as avaliações externas se diferenciam das avaliações conduzidas internamente, pelos professores em sala de aula. Os professores, a partir de suas avaliações, buscam avaliar a construção do conhecimento adquirido pelos alunos nas diferentes etapas do processo. Já nas avaliações em larga escala, o que importa é o resultado da aprendizagem. Sendo que os resultados obtidos nas avaliações em larga escala poderão, através das ações do governo, resultar em uma interferência dentro da sala de aula do professor. Essa interferência poderá ter como intermediários as secretarias de educação, os conselhos de educação, os conselhos escolares e a gestão escolar. A pergunta que se faz é: até que ponto o professor aceitará essa interferência dentro de sua sala de aula? Sendo ele o último elo nesse processo educacional. É preciso que o professor tenha bom senso em reconhecer o que pode ser útil no que corresponde a essas avaliações.

São denominadas avaliações externas porque são definidas, organizadas e conduzidas por quem não se encontra no interior das escolas. Essas avaliações assumem o papel de políticas públicas para a educação básica. No entendimento de Werle (2010), define-se avaliação em larga escala como: “um procedimento amplo e extensivo, envolvendo diferentes modalidades de avaliação, realizado por agências reconhecidas pela especialização técnica em testes e medidas, abrangendo um sistema de ensino”. Já em relação à avaliação externa, o mesmo define sendo: “avaliação de uma instituição, realizada por um profissional ou firma especializada neste tipo de consultoria, abrangendo todo o escopo ou apenas parte das ações institucionais” (WERLE, 2010, P. 22). Em relação às classificações de Werle (2010), Santana e Rothen (2014, p. 3) destacam que: “uma avaliação em larga escala sempre será externa, mas nem toda avaliação externa será de larga escala”.

Segundo Alavarse (2013), em seu artigo “Avaliar as avaliações em larga escala: desafios políticos”, no que diz respeito às experiências iniciais de avaliações em larga escala, até mesmo fora do Brasil, foram justificadas como necessárias, para monitorar o funcionamento de redes de ensino e fornecer subsídios para seus gestores na formulação de políticas educacionais com dados mais bem definidos em termos dos resultados que, por sua vez, decorreriam das aprendizagens dos alunos. Não necessariamente essas avaliações tinham como foco cada escola das redes avaliadas, especialmente nos casos em que se recorria às avaliações por amostragem.

As avaliações em larga escala se intensificaram na década de 90, quando o governo brasileiro percebeu que deveria mudar sua política educacional, pois os resultados a respeito da educação brasileira não estavam sendo os esperados. E para isso viu nos exames externos um meio de fazê-lo.

Segundo Locatelli (2002), essas avaliações são alvos de críticas, pois se argumenta que é uma forma de o governo manter o controle sobre as instituições de ensino e sobre o trabalho dos professores, e também pode acirrar o processo de competição entre escolas e Estados. Outra crítica baseia-se no custo que acarreta aos cofres públicos para a realização dos exames, pois é preciso grande quantidade de mão de obra qualificada e recursos tecnológicos. Levanta-se ainda a não utilização de todas as informações geradas pela pesquisa, devido o fato de ser uma quantidade exagerada de dados, sendo que nem todos serão analisados, e transformados em políticas públicas práticas e que medidas não são implementadas como resultado da avaliação.

Outras críticas sobre as avaliações externas que circulam no meio acadêmico dizem respeito ao fato de as avaliações prezarem muito pelo conteúdo das disciplinas de português e matemática, deixando um pouco de lado os outros currículos (outras disciplinas); também se critica o fato do uso simplesmente de uma única prova como modelo de avaliação, não levando em conta outros aspectos e maneiras de avaliar; há também uma discussão entre os objetivos das avaliações externas serem diferentes das avaliações internas; o resultado dessas avaliações pode gerar uma responsabilização para escolas, pois tem situações que escolas usam sua pontuação no IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), para se apresentar a sociedade como uma escola de qualidade, isso pode causar a degradação das escolas que não estão conseguindo essas metas.

Uma reclamação da comunidade escolar é a de que os resultados não são revelados para as escolas, pois se acredita que de posse desses resultados, os gestores escolares juntamente com professores e corpo técnico poderiam fazer uma análise mais específica

(acompanhamento pedagógico mais detalhado) sobre os resultados dos seus alunos. E talvez isso pudesse contribuir para novas práticas futuras de ensino-aprendizagem. Hoje em dia, os resultados transmitidos para as escolas e secretarias de ensino, são mais através de dados estatísticos. Não tendo como a escola saber as peculiaridades de cada aluno.

De acordo com Locatelli (2002), os padrões de referência para a educação, estruturam-se em dois pólos: **A equidade da educação** e o **impacto desses padrões na aprendizagem dos alunos**. Sendo as avaliações em larga escala, criticadas pelo estabelecimento desses padrões, são eles que proporcionam, através da análise de seus dados, o enfrentamento no problema da equidade educacional. A partir desses dados, pode-se direcionar e orientar, a sociedade, a escola, os professores e os alunos, sobre o que deve ser ensinado e o que tem que ser aprendido, respeitando os valores culturais e socioeconômicos.

Claro que não se podem ignorar os resultados das avaliações em larga escala, pois esses resultados de certa forma contribuem para o processo educacional. Túlio Silva de Paula, Analista de Avaliação Educacional do CAED (Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação), considera como contribuições das avaliações em larga escala:

- “a) A elaboração de um diagnóstico sobre o desempenho e os fatores que podem interferir nesse desempenho.
- b) Acompanhamento e monitoramento da qualidade da educação.
- c) Definições de Recursos para implantação de políticas educacionais, visando a qualidade e equidade.
- d) Promover melhorias na rede educacional de ensino.”

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/Lei 9.394/96), no seu artigo 9º, parágrafos V e VI tem-se que é incumbência da união:

V – Coletar, analisar e disseminar informações sobre a educação;

VI – Assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade de ensino;

No que diz respeito ao parágrafo V, a educação constitui um bem público de interesse coletivo, sendo que sua oferta tem que se dar, de forma regular e planejada, no intuito de garantir condições básicas de aprendizagem. Para a realização dessa incumbência deve-se reunir, analisar (sistematizar, classificar e interpretar) e disseminar (socializar), os dados e informações sobre a educação. Essas informações são fundamentais para o desenvolvimento de tarefas públicas. Já no parágrafo VI, é garantido o processo nacional de

avaliação como mecanismo de verificação dos investimentos públicos para a melhoria da educação.

Como já foi dito anteriormente, a partir dos anos 90 começaram a ser implantadas as avaliações em larga escala no Brasil. Atualmente, as avaliações em larga escala implementadas pelo governo Federal segundo informações contidas no portal do MEC/ Inep são:

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB):

Criado em 1990, o SAEB tem como principal objetivo, avaliar a educação básica brasileira, para contribuir para a melhoria da sua qualidade. Composto por um conjunto de avaliações externas que permitirá através de seus dados fazer um diagnóstico da educação brasileira. As avaliações externas que fazem parte do SAEB são as seguintes:

- ***Avaliação Nacional da Educação Básica – ANEB:*** Tem como público alvo, alunos do 5º e 9º do ensino fundamental e os alunos do 3º ano do ensino médio, das redes públicas e privadas (zonas urbanas e rurais) de ensino. Tendo como objetivos avaliar a qualidade, a equidade e o desempenho da educação brasileira. Essa avaliação foi integrada ao SAEB em 2005.
- ***Avaliação Nacional do Rendimento Escolar –ANRESC (Prova Brasil):*** Caracteriza-se como uma avaliação censitária, onde participam alunos do 5º e 9º ano do ensino fundamental, das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federais de ensino, tendo como meta a avaliação da qualidade do ensino oferecido nas escolas públicas. Tendo como critério para participar, as escolas que possuem no mínimo 20 alunos matriculados nas series avaliadas. Os dados dessa avaliação são mostrados por escolas e por estados. Também foi incorporada ao SAEB em 2005.
- ***A Avaliação Nacional de Alfabetização –ANA:*** Tem como característica ser uma avaliação censitária, onde participam alunos do 3º ano do ensino fundamental de escolas públicas das redes municipais, estaduais e federais. Apresentando como objetivos avaliar os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa, Alfabetização Matemática e condições de oferta do Ciclo de Alfabetização das redes públicas. Essa avaliação foi incorporada ao SAEB em 2013.

A ANEB e a Prova Brasil são realizadas a cada dois anos, enquanto que a Ana é de realização anual. Segundo o INEP, a partir de 2019 todas as três siglas (ANEB, ANRESC e ANA) deixarão de existir. Sendo todas as avaliações identificadas pelo nome SAEB.

Provinha Brasil:

Segundo o Inep, a Provinha Brasil se trata de uma avaliação diagnóstica que visa investigar as habilidades desenvolvidas pelas crianças que se encontram matriculadas no 2º ano do ensino fundamental das escolas públicas brasileiras. Sendo feita através de testes de Português e Matemática, tem como finalidade gerar informações que possam auxiliar o monitoramento e a avaliação dos processos de desenvolvimento da alfabetização e do letramento inicial e das habilidades iniciais em matemática.

Ideb:

Criado em 2007 e denominado de Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), busca reunir em um só indicador os resultados das avaliações em larga escala na educação básica. Tem como foco dois conceitos considerados importantes para o desenvolvimento da educação: o Fluxo escolar e as Médias de Desempenho. Através dos resultados apresentados pelo IDEB, o governo procura traçar metas para melhorar a qualidade do sistema.

ENCCEJA:

Denominado como Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA), visa medir as competências, habilidades e saberes dos estudantes que ainda não concluíram a educação básica na idade adequada. Essa avaliação tem como algumas finalidades: construir uma referência nacional de autoavaliação para jovens e adultos por meio de avaliação de competências; estruturar uma avaliação para as secretarias de educação certificarem os alunos; construir parâmetros para a formação e ainda possibilitar o desenvolvimento de estudos e indicadores sobre a educação.

ENEM:

O Exame Nacional do Ensino Médio foi criado em 1998, com a finalidade de avaliar o desempenho escolar e acadêmico dos alunos ao final do Ensino Médio de escolas públicas e

privadas. Atualmente é considerado o maior vestibular do país, pois o resultado de sua avaliação é aceito por quase todas as Universidades do país, como critério de classificação. Proporciona que muitos alunos tenham acesso a bolsas de estudos. Diferente do SAEB, o ENEM é opcional, pois para participar é preciso se inscrever.

Enade:

O exame Nacional de Desempenho de Estudantes (Enade) tem como objetivo avaliar o rendimento dos concluintes do nível superior de ensino, em relação aos conteúdos programáticos, habilidades e competências adquiridas na formação. Essa avaliação proporciona ao governo estabelecer rumos para alcançar uma qualidade da educação superior.

Além dos processos avaliativos em larga escala realizados em nível nacional, existem avaliações em outras esferas. Vários estados aplicam ao universo das escolas públicas estaduais, bem como a redes municipais e a escolas privadas que desejarem, seus sistemas próprios de avaliação. Por exemplo, na rede pública do Estado do Pará temos o SISPAE – Sistema Paraense de Avaliação Educacional. O SISPAE consiste em uma avaliação em larga escala, no campo de Linguagens e Matemática. Essa avaliação ocorre a cada 02 anos e tem como objetivo analisar o desempenho dos estudantes da rede estadual do Pará, para que a partir dos resultados o governo possa desenvolver políticas públicas para melhorar a qualidade da educação.

Apesar de muitas divergências a respeito das avaliações em larga escala, não tem como não reconhecer que atualmente são importantes no direcionamento da educação brasileira, tanto na educação básica como na superior. Sem essas avaliações os governos (Municipal, Estadual e Federal) ficariam ainda mais prejudicados na tomada de decisões para a implementação das políticas educacionais. Também é preciso reconhecer que há falhas ainda sobre essas avaliações pelo que foi abordado acima. Mas com empenho dos governos e da comunidade escolar certamente se chegará à tão sonhada educação de qualidade.

4 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

A Matemática está diariamente presente no cotidiano das pessoas que, na maioria das vezes, não percebem essa ligação com a disciplina. Às vezes, tarefas são executadas automaticamente, sem levar em conta que estão fazendo operações elementares de matemática. Parece que as aulas dos professores de matemática que as acompanharam por toda vida estudantil não fazem nenhum sentido. Mas, mesmo sem perceber, a matemática está lá, para auxiliar a todos. Tarefas simples que se costuma realizar durante o dia, mostram que não se pode viver sem os conhecimentos matemáticos mais elementares.

Quando uma pessoa coloca o relógio para despertar a uma determinada hora é porque a mesma fez um raciocínio lógico de cálculo, visando executar tarefas em um determinado período de tempo. Os próprios estudantes ao percorrerem o caminho de casa para a escola calculam mentalmente a velocidade que devem executar para percorrerem aquele determinado espaço a fim de que não cheguem atrasado à aula. É interessante observar, como em uma pequena visita à farmácia podemos ver pessoas que não dominam conceitos matemáticos, mas que pedem determinada medição pela quantidade de miligramas na dosagem ou falam como verdadeiros especialistas no assunto. Mas se alguém lhe perguntar para que serviram as aulas de matemática, muitas vão dizer, que não lhes serviu de nada. Quantas vezes um professor já escutou de seus alunos as seguintes perguntas: “Professor para que serve isso? Em que vou usar isso na minha vida?”.

Apesar de os conhecimentos matemáticos, estarem presentes fortemente, no dia a dia da sociedade, ajudando na realização das mais variadas tarefas, contribuindo no desenvolvimento de novas tecnologias entre outras coisas. É notada uma forte resistência ao aprendizado da matemática por parte dos alunos, talvez, por ser preciso grande raciocínio lógico e memorização para a sua aprendizagem. Também poderá ser levado em consideração o grande índice de reprovação e desistência na disciplina de matemática, quando comparada com as demais.

Antigamente a matemática era apresentada aos alunos de forma bastante mecanizada, sendo apresentada através de conteúdos e questões isoladas, contribuindo também para o desinteresse da comunidade escolar, pois não se percebia de forma clara uma ligação com o cotidiano. Tentando reverter esse quadro, no intuito de dar mais sentido ao ensino da matemática, buscaram-se novas possibilidades de aprendizado, sendo uma delas a contextualização das questões matemáticas, por meio da elaboração de problemas que

refletissem os problemas reais que as pessoas viam na comunidade. Hoje as provas de vestibulares como as do ENEM, apresentam as questões de matemática contextualizadas, trazendo a matemática para um patamar mais atrativo. Buscaram-se também desenvolver, ferramentas tecnológicas, para auxiliar o ensino nas escolas, como programas computacionais que permitem aos alunos maiores possibilidades de aprendizado. No campo da matemática há diversos softwares, como, por exemplo, o Geogebra, que auxilia na construção de formas geométricas e algébricas. Esse avanço tecnológico no ensino matemático é fundamental nos dias de hoje em que os alunos cada vez mais se interessam pelas tecnologias. Percebe-se que as metodologias e os recursos didáticos em matemática, se desenvolvem de acordo com as transformações da sociedade. Tornar o ensino da matemática mais atraente e interessante para os alunos é algo desafiador.

No sentido de melhorar a qualidade da educação básica brasileira, diversas políticas públicas educacionais surgiram. Baseando-se na parte da competição e em práticas já existentes, foi criado no campo da matemática a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das escolas Públicas), visando estimular o estudo da matemática e despertar nos alunos uma busca por novos conhecimentos.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) surgiu no ano de 2005, tendo como exemplo um projeto chamado Numeratizar, do Governo do Estado do Ceará. Seguindo esse exemplo, o Governo Federal procurou implementar o modelo em todo território nacional. Antes de ser conhecida nacionalmente, a OBMEP fazia parte de oito subprojetos que compunham o Projeto Universidade-Escola da SBM (Sociedade Brasileira de Matemática). Na perspectiva de ajudar a melhorar a qualidade do ensino da Matemática, a SBM propôs ao Ministério da Educação (MEC), juntamente com o Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), a implementação do Plano Nacional para Matemática, aceito pelos órgãos do Governo.

Atualmente a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pela Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com o apoio da SBM e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC). A olimpíada tem como público-alvo alunos do Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano de escolaridade e os estudantes do ensino médio de escolas públicas municipais, estaduais e federais de todo o Brasil. As inscrições são voluntárias, ou seja, qualquer escola pública pode participar desde que os alunos estejam devidamente matriculados. Não há limites de participantes, e as inscrições só podem ser realizadas pelas

Unidades Escolares através do site da OBMEP, pois não são aceitas inscrições individuais dos alunos.

A participação na OBMEP é separada por níveis de escolaridade. No nível 01 participam alunos do 6º e 7º anos de escolaridade do ensino fundamental; no nível 02, alunos do 8º e 9º anos do ensino fundamental, e no nível 03, alunos de todo o ensino médio e a realização ocorre em duas fases. Na primeira, todos os alunos das escolas inscritas estão aptos a fazerem a prova que é de caráter eliminatório. Essa prova é composta de 20 questões de múltipla escolha, sendo cada questão composta de cinco itens. A duração das provas é de 2 horas e 30 minutos, sendo que para alunos com necessidades especiais a duração é de três horas e 30 minutos. A correção da primeira fase é feita pelos próprios professores das escolas, por meio de máscaras de correção, e o resultado enviado para a coordenação da OBMEP. Na segunda fase, apenas os 5% dos alunos mais bem classificados na primeira fase serão selecionados para fazerem uma prova com 06 questões todas subjetivas, com duração de 03 horas. É importante ressaltar que o não envio dos documentos juntamente com a relação dos 5% classificados no prazo determinado, desclassifica automaticamente a escola.

A tabela abaixo demonstra as dimensões e a amplitude que a OBMEP alcança atualmente para o desenvolvimento da matemática na educação brasileira. Olhando-se um pouco para os números referentes à 13ª edição no ano de 2017, observa-se que a OBMEP atingiu um patamar de ordem de grandeza nacional. Essa edição teve um significado maior, pois pela 1ª vez houve a participação de escolas da rede particular de ensino. Ao todo foram 4473 escolas particulares que participaram.

Tabela – 1 – Números de Inscrições OBMEP/2017

OBMEP 2017 – INSCRIÇÕES 1ª FASE	
ESCOLAS	53.231
ALUNOS	18.240.497
MUNICÍPIOS	99,57%
OBMEP 2017 – INSCRIÇÕES 2ª FASE	
ESCOLAS	49.617
ALUNOS	941.630
MUNICÍPIOS	99,23%

Fonte: <http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm>

Como se trata de uma olimpíada, nada mais justo em se ter premiações aos alunos, professores e as escolas participantes. As premiações aos alunos são as seguintes: medalhas de ouro, medalhas de prata, medalhas de bronze, bolsa de iniciação científica através do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Certificados de Menção Honrosa. Já os professores podem ser premiados com livros e diplomas de homenagem e também com participação no programa. E para as escolas que se destacarem serão premiadas com quites escolares e troféus.

Os objetivos principais da OBMEP são:

- Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil.
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade.
- Promover a difusão da cultura matemática.
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas.
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional.
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas.
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

(Fonte: <http://www.obmep.org.br/regulamento.htm>).

Dentre as realizações da OBMEP destacam-se:

- A produção e distribuição de material didático de qualidade, também disponível no site da OBMEP;
- O Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC), para os medalhistas estudarem matemática por 1 ano, com bolsa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq);
- O Programa de Iniciação Científica e de Mestrado (PICME), para os medalhistas regularmente matriculados no ensino superior com bolsas do CNPq (IC) e CAPES (Mestrado);
- A Preparação Especial para Competições Internacionais (PECI), que prepara medalhistas de ouro selecionados pela excepcionalidade de seus talentos para competições internacionais;
- A mobilização de Coordenadores Regionais para a realização de atividades como seminários com professores e cerimônias de premiação (OBMEP, 2012, s. p.).

Segundo Marcelo Viana, diretor Geral do IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada), o talento para o conhecimento da matemática está bem distribuído em todo o país, porém são as oportunidades (para os alunos) que estão mal distribuídas, fazendo com que alunos que possam destacar-se no campo matemático, não consigam nem ter acesso aos conhecimentos. Nesse sentido, ele argumenta que a OBMEP tem um papel importante ao contribuir para abertura de novos caminhos e oportunidades na vida dos alunos, principalmente, naquelas regiões mais carentes onde a educação ainda se apresenta de forma

escassa (Entrevista disponível em: <https://impa.br/page-noticias/a-obmep-nao-e-sobre-ganhar-medalhas-diz-viana/>).

Cláudio Landim (Coordenador Geral da OBMEP) acredita que a olimpíada serve como um grande estímulo ao estudo da matemática, sendo uma grande oportunidade para os alunos, terem acesso a problemas de matemática que não são vistos em sala de aula. Segundo ele, os problemas são pensados de certa forma para os alunos que não tem o conhecimento da matemática formal, sendo desenvolvidos em cima da lógica e da criatividade. A Olimpíada proporciona todo ano a descoberta de novos alunos que nem sabiam que gostavam de matemática, e a partir do contato com a OBMEP se tornam verdadeiros amantes da disciplina. (Entrevista disponível em: <https://impa.br/page-noticias/a-obmep-nao-e-sobre-ganhar-medalhas-diz-viana/>).

De acordo com Marcelo Viana, um estudo realizado em 2014 concluiu que as escolas que participam ativamente todos os anos (dando suporte e incentivando os alunos) da olimpíada de Matemática, apresentaram uma melhora de 26 pontos na sua média, em relação a Prova Brasil, o equivalente a 1,5 ano de escolaridade a mais. Ele também defende que a OBMEP não deve ser olhada como uma competição, pois os alunos não competem para serem melhores uns que os outros e sim para buscar mostrar o seu talento, confiando sempre que com o esforço se possa chegar além.

Como toda olimpíada que tem como característica a premiação dos melhores competidores, a OBMEP, ao premiar os melhores alunos, professores e escolas, pode levantar um questionamento no meio educacional de como essa classificação pode ser um tanto quanto maléfica para o ambiente escolar. No sentido de gerar um acirramento entre instituições, professores e alunos. Será que a premiação pode prejudicar o desenvolvimento da OBMEP? O próprio portal da OBMEP responde sobre essa questão:

É claro que não! A OBMEP é muito mais que uma premiação, é uma iniciativa que propicia um ambiente diferente e motivador na escola. Através da OBMEP, os alunos têm contato com questões interessantes e desafiadoras da Matemática e são estimulados a trabalhar em grupo. Também faz parte da competição a empolgação da torcida pelo desempenho da escola, a gostosa expectativa pela divulgação dos resultados e a animação com as festas de premiação.

Competições existem em todas as áreas, como mostram os festivais de cinema e música, os concursos literários e as disputas esportivas. Há atletas ou músicos que perderam competições, mas nem por isso deixaram de competir, ao contrário, estão sempre estimulados a treinar para melhorar seus resultados.

Da mesma forma, muitos alunos que não foram premiados nas edições anteriores da OBMEP ficam entusiasmados com a possibilidade de estudar mais matemática e participam da próxima edição da OBMEP (Fonte: <http://www.obmep.org.br/faq.htm>).

Para se ter uma ideia da situação do ensino nacional de Matemática e da importância que a OBMEP tem no sentido de melhorar esse quadro, usaremos como referência o Programa de Avaliação Internacional de Estudantes/PISA (enunciado no início desse trabalho), considerado um dos mais importantes testes de educação do mundo. Sendo feita a cada três anos, essa prova busca medir a qualidade do ensino em diversos países do mundo, nas seguintes áreas: Ciências, Leitura e Matemática. Os resultados dessa avaliação mostram que o Brasil se mantém nas últimas colocações, porém no período de 2000 a 2009, houve uma melhora significativa em matemática, aumentando em 52 pontos, dos 500 possíveis.

O Ministério da Educação atribui, em parte, essa melhora que houve dos estudantes brasileiros em matemática à OBMEP. Isso foi verificado através de alguns estudos como, por exemplo, a avaliação de resultados e de impactos de primeira ordem da OBMEP a partir de demanda da Secretaria de Inclusão Social (SECIS) do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), apresentado na Série Documentos Técnicos, editada pelo Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (CGEE) (BRASIL/MEC, 2013).

Um elemento importante em todo esse processo, certamente, é o professor. Os professores de matemática devem buscar cada vez mais incentivar os alunos a se interessassem pela OBMEP. Trabalhar as questões da olimpíada paralelamente com os assuntos abordados em sala de aula, deve ser uma ótima iniciativa por parte dos professores, pois isso pode fazer os alunos perceberem a ligação do assunto formal de sala de aula com as questões abordadas na OBMEP.

Após se ter uma base do que é e como se caracteriza uma avaliação em larga escala, pode-se considerar que a OBMEP está inserida no contexto da educação básica, como uma avaliação em larga escala? Para iniciar essa reflexão volta-se ao que já foi apresentado na visão de Werle (2010) “Com efeito, a amplitude e abrangência da avaliação em seus diferentes níveis e modalidades, realizada por agências externas aos sistemas é o que lhe confere o caráter de larga escala. Nesse sentido, a avaliação em larga escala sempre é uma avaliação externa às instituições escolares avaliadas”. Por isso, a OBMEP tem caráter de avaliação externa ou em larga escala?

Na maioria das vezes as avaliações externas têm caráter político, pois envolvem programas governamentais, usa as redes de ensino do país, faz uso de recursos públicos. Busca através de seus resultados melhorar os índices da educação. Pode-se concordar que a respeito desses pontos a OBMEP assume esse papel. Seu impacto político nos sistemas educacionais se alarga para a sociedade como um todo. Apoiam-se em reformas educacionais,

seja nos currículos, na gestão, nas políticas e programas, entre outros, subsidiando a reflexão acerca da qualidade da educação pública e privada.

Qualquer que seja o processo avaliativo pode ser uma simples avaliação em sala de aula com poucos alunos, ou uma grande avaliação com milhões de alunos (exemplo a OBMEP), o importante é que qualquer avaliação tem que ser submetida a critérios éticos avaliativos. Por ser um ato público, deve seguir parâmetros verdadeiros e de equidade, respeitando cada participante, submetido as suas normas e regras. Será que a olimpíada brasileira de matemática apresenta determinadas características? E o seu objetivo trilha caminhos paralelos com avaliações consideradas pelo governo como externas?

As políticas públicas implementadas pelos governos têm como origem, a necessidade de tentar resolver problemas e buscar soluções a fim de alcançar objetivos e metas em determinado setor da sociedade. Nesse sentido, podemos considerar que assim como as avaliações em larga escala a OBMEP também surgiu como uma política pública, com o objetivo de melhorar a qualidade do ensino da matemática. Mas afirmar que a OBMEP é uma política de estado é precipitar-se um pouco, pois pode ser que venha um determinado governo e queira acabar com a OBMEP, será que algo o impedirá de fazer isso?

A esse contingente de exames, provas e características comuns podemos de certa forma concordar que a OBMEP assume o seu papel como mais uma avaliação em larga escala, claro que com suas características particulares. Avaliação essa que contribui significativamente para o desenvolvimento dos estudantes em matemática na educação básica. É importante ressaltar que só a avaliação em si não traz os resultados esperados. Precisa-se de uma união de todos os atores que atuam no ambiente escolar, como, professores, alunos, pais, corpo técnico e gestão, sem isso essa avaliação alcançará seus objetivos.

5 PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo destina-se a apresentar os métodos praticados para o desenvolvimento da pesquisa. Nele, apresenta-se a forma como se desenvolveu esse trabalho e como ele se classifica quanto pesquisa. Será abordado sobre as etapas da análise de conteúdo. Também serão apresentados os participantes que contribuíram para a produção do material a ser analisado e o local escolhido para o desenvolvimento da pesquisa, onde foram desenvolvidas as características da pesquisa, suas finalidades e objetivos a serem alcançados com a Análise de Erros.

5.1 A PESQUISA

Obter o resultado esperado de uma pesquisa, certamente é o que engrandece e satisfaz qualquer pesquisador, principalmente, quando esses resultados servirem para contribuir para o desenvolvimento educacional de determinada região. Toda pesquisa, para alcançar algum êxito, requer muita dedicação e tempo dos pesquisadores envolvidos. Minayo (1993, p.23), em um prisma mais filosófico, considera a pesquisa como:

Atividade básica das ciências na sua indagação e descoberta da realidade. É uma atitude e uma prática teórica de constante busca que define um processo intrinsecamente inacabado e permanente. É uma atividade de aproximação sucessiva da realidade que nunca se esgota, fazendo uma combinação particular entre teoria e dados.

Essa pesquisa seguirá a classificação clássica apresentada por Silva e Menezes (2005), que em relação à natureza, pode ser considerada aplicada (objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigidos à solução de problemas específicos, envolve verdades e interesses locais). Segundo a forma de abordagem do problema, é considerada quantitativa (significa traduzir em números e estatística, opiniões e informações para serem analisadas.) e qualitativa (considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números). Do ponto de vista dos procedimentos técnicos (Gil, 1991), trata-se de uma pesquisa bibliográfica (quando elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de livros, artigos de periódicos e atualmente com material disponibilizado na Internet).

Para Gil (1999, p.42), a pesquisa tem um caráter pragmático, é um “processo formal e sistemático de desenvolvimento do método científico. O objetivo fundamental da pesquisa é descobrir respostas para problemas mediante o emprego de procedimentos científicos”.

5.2 PASSOS PARA A CLASSIFICAÇÃO E ANÁLISE DOS ERROS

Considerando a importância da Análise de Conteúdo, abordada no capítulo 2 desse trabalho, onde, Bardin (2016), mostra como se deu o desenvolvimento através de métodos e técnicas desenvolvidos, e sendo um importante instrumento para interpretação e análise de materiais textuais de diversas formas e em diversas áreas do conhecimento. Através dos métodos sistemáticos, apresentados na base teórica dessa pesquisa, buscou-se tentar, seguir da maneira mais próxima possível, as três etapas cronológicas, consideradas essenciais por Bardin (pré – Análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados), afim de se estabelecer um resultado onde se possa confiar.

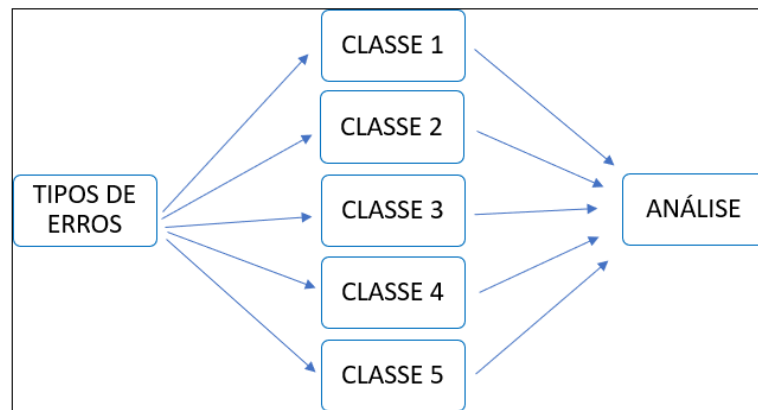
É importante destacar que o autor buscou seguir as técnicas da Análise de Conteúdo propostas por Bardin (2016), desde o momento quando se pensou na pesquisa e a forma como seria feito, como por exemplo, na escolha dos materiais que seriam analisados e de que forma seriam selecionados e arrumados para se ter uma melhor compreensão a respeito do estudo, e também a forma de se apresentar os resultados através de dados estatísticos, depois de uma longa análise dos materiais. Certamente a base teórica que a análise de conteúdo deu para a construção e desenvolvimento dessa pesquisa foi fundamental para a consolidação dessa pesquisa.

Tendo como objeto de estudo a Análise de Erros em Geometria, essa pesquisa busca através dos seus resultados auxiliar as práticas docentes dos professores do município de Óbidos. Para isso buscou-se empregar a classificação de erros criada por Radatz para considerar as respostas dos alunos. A análise dessas respostas buscou como referência as habilidades e competências propostas pelos PCNs. Seguindo esses conceitos de classificação, essa pesquisa científica tem como objeto de estudo a Análise de Erros, sendo a Geometria o campo de análise e investigação. Visando utilizar uma metodologia de pesquisa sobre os erros, adotou-se para isso a classificação de erros, criada por Radatz (1979). Essa classificação desenvolvida por Hendrik Radatz foi dividida em cinco classes de erros. Optou-se para uma melhor compreensão e clareza da pesquisa, identificar as classes da seguinte maneira: C1, C2, C3, C4 e C5.

A complementação dessa classificação se dará com o levantamento dos tipos de erros encontrados na produção escrita dos alunos. Com as características dos erros, podem ser relacionados com as cinco classes de Radatz. Com os tipos de erros e suas classes definidos, então será feita uma análise qualitativa. Essa classificação foi elaborada de acordo com a análise das questões respondidas pelos 52 alunos que participaram desse trabalho. Sendo que

serão levantados os tipos de erros apresentados. Todas as categorias de erros após serem analisadas, serão distribuídas nas cinco classes e analisadas como ilustrado na figura 1. É importante destacar, que o levantamento dos tipos de erros foi feito, segundo a visão e experiência profissional do autor. No quadro abaixo, um pequeno diagrama, mostrando os passos na classificação e análise dos erros.

Figura 1 – Classificação dos Erros



Fonte: Autor

É importante destacar que na intenção de não expor nenhum aluno ao constrangimento, nessa pesquisa optou-se por se classificar os alunos por número. Primeiramente classificamos as provas como: PROVA 1, PROVA 2 até a PROVA 52. Então fazendo uma relação considerou-se que o ALUNO 01 foi o aluno que fez a PROVA 1, e assim sucessivamente até o aluno 52 que fez a prova de número 52.

5.3 LOCAL E PARTICIPANTES DA PESQUISA

O projeto foi desenvolvido na cidade de Óbidos, localizada no oeste do estado do Pará, situada à margem esquerda do rio Amazonas no ponto considerado mais estreito e mais profundo, chamado de “garganta do rio Amazonas”. O município de Óbidos conta com uma população de 50.596 habitantes, segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2016). A pesquisa foi desenvolvida em duas escolas públicas da rede estadual de ensino: Escola Estadual de Ensino Médio São José (SJ) e Escola Estadual de Ensino Médio Mauricio Hamoy (MH).

Figura 2 – Localização do Município de Óbidos



Fonte: [https://pt.wikivoyage.org/wiki/Óbidos_\(Pará\)](https://pt.wikivoyage.org/wiki/Óbidos_(Pará))

A escola São José, que é considerada centenária no município de Óbidos, era localizada antigamente no centro da cidade, onde ocupava um prédio, também centenário, cedido por uma congregação religiosa das irmãs franciscanas. Atualmente, está situada no bairro de Santa Terezinha, em um prédio novo e com boa estrutura. Na atual conjuntura, conta com 1093 alunos matriculados em três turnos: matutino, vespertino e noturno, e possui um total de 76 funcionários no seu quadro. A nova estrutura oferece: 12 salas de aulas todas climatizadas; cozinha e uma área para refeitório; ginásio poliesportivo coberto; biblioteca; laboratório multidisciplinar; laboratório de informática, que funciona de forma precária, pois todos os seus computadores estão ultrapassados e boa parte não funciona, além de não ter uma rede de internet conectada para auxiliar os alunos em pesquisas e trabalhos; um auditório e um prédio administrativo. É importante ressaltar que a estrutura física dos prédios das duas escolas é igual e foi construída no mesmo período.

Já a escola Mauricio Hamoy, que iniciou suas atividades no município de Óbidos no início do ano de 2016, está situada no bairro São Francisco e conta com 658 alunos matriculados nos três turnos: matutino, vespertino e noturno. A mesma conta com um total de 68 funcionários entre professores, direção, corpo técnico e apoio. Como a escola foi criada a pouco tempo, existe uma demora quanto à sua regularização perante os órgãos responsáveis, questão que ocasiona atrasos de recursos e isso reflete bastante na aquisição de equipamentos que possam auxiliar no desenvolvimento das práticas pedagógicas da escola. Por exemplo, a escola não tem laboratório de informática, não tem laboratório multidisciplinar para

experiências na área de ciências da natureza, e também não tem uma biblioteca. Pode-se observar que é preciso um grande esforço de todos, principalmente do governo, para que possa melhorar a estrutura da escola.

É importante ressaltar que no início do projeto, o público que iria participar da pesquisa seria composto pelos 100 alunos classificados para fazerem a segunda fase do nível 3 (Ensino Médio), da 13ª edição da OBMEP no município de Óbidos. Esses 100 alunos representavam os 5% mais bem classificados das três instituições de ensino: Escola Estadual de Ensino Médio São José, Escola Estadual de Ensino Médio Mauricio Hamoy e Instituto Federal de Educação tecnológica do Pará (IFPA). Porém, diversos fatores contribuíram para que não fosse possível realizar a pesquisa com esses alunos.

Logo na classificação das provas (material para pesquisa) observou-se que dos cem alunos aptos a fazerem a prova da segunda fase, apenas 40 participaram, ou seja, 60% não foram fazer a prova, motivos esses que não foram investigados por não fazer parte do objetivo da pesquisa. Mas essa informação é extremamente preocupante para a importância que a OBMEP representa, como sendo a maior avaliação matemática nas escolas públicas brasileiras.

Outro fator que contribuiu para a não realização da pesquisa com esses alunos foi a questão do horário, pois como era necessário reuni-los para que assistissem as aulas expositivas do assunto a ser trabalhado e como esses alunos faziam parte de três instituições diferentes, os mesmos também estudavam em horários divergentes e juntá-los foi extremamente dificultoso.

Ao se fazer o levantamento desses alunos junto às instituições de ensino às quais pertenciam, constatou-se que boa parte deles não estudava mais, pois já tinham concluído o curso ou até mesmo abandonado a escola. Isso tornou ainda mais complexo o desenvolvimento dessa pesquisa. Devido a essa série de fatores, que se tornou uma grande barreira, resolveu-se reduzir nosso campo de indivíduos. Portanto, decidiu-se incluir, além dos 5% classificados para a segunda fase, outros sujeitos que não satisfaziam este critério.

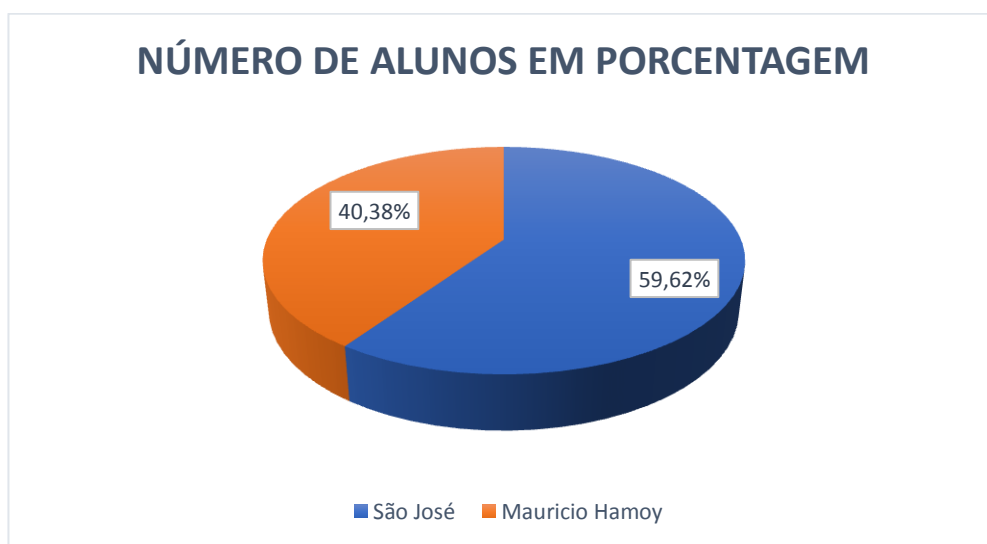
Desta maneira, os escolhidos para fazerem parte da pesquisa, foram os alunos de duas turmas do 3º ano do Ensino Médio, sendo uma turma da manhã da Escola São José e outra turma também da manhã da Escola Mauricio Hamoy. A opção pelas duas escolas deu-se pela disposição e apoio ao projeto, por parte das direções escolares dos dois educandários.

A turma do São José que participou da pesquisa foi a turma M3MR02, que é composta de 31 alunos, sendo 12 homens e 19 mulheres. Já a turma M3MR02 foi a escolhida da escola

Maurício Hamoy, sendo que dessa turma participaram 21 alunos, sendo 11 homens e 10 mulheres. No total participaram da pesquisa 52 alunos.

Na escola São José, como foi mencionado antes, o projeto foi desenvolvido em uma turma do 3º ano do Ensino Médio. O desenvolvimento do projeto ocorreu nos dias 08, 09, 10 e 11 de outubro de 2018 pela parte da manhã.

Gráfico 1 – Quantidade de Alunos das escolas



Fonte: Autor

5.4 A DINÂMICA DA PESQUISA

5.4.1 A Pesquisa na Escola São José

No dia 8 de outubro, ocorreu o primeiro contato com a turma. Explicou-se sobre o objetivo do projeto para os alunos e foi perguntado a eles se estavam dispostos a participar voluntariamente. Toda a turma respondeu que aceitaria participar e colaborar com o projeto de pesquisa. Com isso, foi dado início às aulas que embasariam os alunos para participarem do projeto. É importante destacar que os assuntos ministrados durante as aulas tiveram como objetivos revisar os assuntos de Geometria Plana e Espacial, conteúdos esses que deveriam já fazer parte do currículo estudantil dos alunos concluintes do Ensino Médio.

Os assuntos abordados nesse dia foram os conceitos primitivos da geometria plana como, ponto, reta e plano e sobre área e perímetros de figuras planas, tendo sido dado ênfase maior aos triângulos equiláteros, isósceles e também aos trapézios. As aulas expositivas usaram recursos como quadro branco, pincéis, computador e data show para mostrar o

conteúdo a ser abordado em forma de slide. Em seguida, distribuiu-se uma lista de exercícios para os mesmos aplicarem os conhecimentos adquiridos na aula.

Alguns alunos não estavam conseguindo aplicar os conceitos revisados na resolução das questões. Era notável a dificuldade demonstrada por eles. Em todas as questões foi preciso intervir para auxiliar no desenvolvimento para alcançar a resolução. Nesse dia, foram trabalhadas 04 questões, todas discursivas. Durante alguns momentos da aula, o professor precisou chamar a atenção de alguns alunos, pois os mesmos estavam conversando. Mas no geral, a aula ocorreu tranquilamente.

No segundo dia deu-se continuidade à exposição do conteúdo. Mas, anteriormente foi feito um momento de reflexão com os alunos sobre os conteúdos ministrados e a importância dos mesmos na sua formação. Mesmo alguns já tendo algum contato com a geometria, o professor observou a pouca intimidade da classe com os conceitos de geometria. Para se ter uma ideia, muitos não sabiam definir o triângulo retângulo, e a maioria, ao ser perguntada sobre as definições do Teorema de Pitágoras, não lembravam nem da fórmula e nem o que ela significava. Nesse dia foi trabalhada uma segunda lista de exercícios, na qual as questões abordavam sobre diferença de áreas de figuras planas, como círculos, triângulos e retângulo. Novamente muitos alunos não conseguiam interpretar e resolver as questões e precisaram de ajuda na resolução. Porém, alguns nem tentaram resolver, pois argumentavam que não sabiam nada, mesmo tendo sido revisado e exemplificado na aula anterior. Percebeu-se um certo desinteresse de alguns alunos, pois não estavam nem tentando resolver as questões.

No terceiro dia foi feita uma revisão sobre os conceitos de funções, explorando mais a questão gráfica, como a aplicação de pontos na função com o objetivo de construir o gráfico. Foram mostrados exemplos de construção de gráficos a partir da construção da função. Nos exemplos a maioria não conseguiu montar corretamente o gráfico, lembrando que as aulas tiveram como foco principal a revisão dos conceitos já estudados por eles no ensino médio.

No quarto dia foi feita a aplicação na turma das duas questões da prova da OBMEP sobre Geometria, mais especificamente as questões 03 e 05, da prova da segunda fase da 13ª edição. Cada aluno fez a sua avaliação individualmente. A duração do tempo para que os alunos resolvessem as questões foi de exatamente 1 hora, levando em consideração o tempo médio que a OBMEP disponibiliza nessas provas.

Fotos da Aplicação do Projeto na Escola São José

Figura 3 – Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

Figura 4 – Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

Figura 5 – Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

Figura 6 - Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

Figura 7: Professor revisando os conteúdos de Geometria



Fonte:autor

5.4.2 A Pesquisa na Escola Mauricio Hamoy

A aplicação do projeto na Escola Mauricio Hamoy se deu nos dias 15, 16, 17 e 18 de outubro de 2018, também em uma turma do 3º ano do Ensino Médio do turno da manhã. O desenvolvimento do projeto aconteceu da seguinte maneira:

No primeiro dia, o professor foi apresentado aos alunos juntamente com o professor de matemática da turma, o senhor Ademar Sarrazim, o mesmo reforçou para os alunos a importância do projeto, que a partir daquele momento estaria sendo aplicado na turma e que era para eles levarem a sério as aulas. Logo em seguida, o objetivo do projeto, e como seria o seu desenvolvimento foi explicado para a turma. Como foi feito na escola SJ, perguntou-se à turma se aceitariam participar do projeto. Todos concordaram em contribuir com o projeto.

É importante resaltar que foi seguido o plano de aula aplicado na escola SJ. Primeiramente foram explicados os axiomas da Geometria Plana como ponto, reta e plano, e reta paralela. Para uma assimilação maior por parte dos alunos foi usado como material pedagógico para essa aula folhas de isopor (simular o plano) e lápis (simular uma reta). Logo em seguida, começou a explicação sobre as figuras planas, sendo apresentadas as mesmas em slides juntamente com suas fórmulas de áreas. Sendo que no quadro branco foram demonstradas algumas fórmulas, tendo sido dado mais ênfase para os triângulos e trapézios.

Na sequência foi dado, a lista de exercícios para cada um dos alunos para que tentassem resolver as questões juntamente com o professor. A maioria dos alunos não conseguiu resolver as questões sem orientação do professor, porém apenas uma questão da lista de 6 exercícios não foi resolvida, sendo deixada pro dia seguinte.

No dia seguinte, a aula foi iniciada, dando boas vindas aos alunos e em seguida foi retomada a conversa sobre a questão que ficara da aula passada. Primeiramente foi perguntado à turma se alguém havia tentado resolver a questão, mas infelizmente nenhum aluno tinha resolvido. Então, deu-se início a explicação da resolução da questão.

Em seguida, iniciou-se a explicação usando exemplos da segunda lista de exercícios sobre diferença de áreas de figuras, com o objetivo de desenvolver essa percepção espacial nos alunos, também foi trabalhado questões que envolviam o teorema de pitágoras e perímetros. Todas as questões foram discutidas e resolvidas com a turma, dando com isso fim da revisão do segundo dia.

No terceiro dia, foi abordado o conceito de funções, visando revisar os assuntos por eles estudados no ensino médio. O foco nessa aula foi a construção de gráficos de algumas funções polinomiais. Observou-se uma grande dificuldade de os alunos determinarem as coordenadas corretas de alguns gráficos. O professor teve que intervir para que os mesmos conseguissem chegar aos resultados.

No quarto dia, ocorreu a aplicação da prova com as duas questões de Geometria da OBMEP. Sendo dado um tempo de uma hora para a resolução das questões. Porém, uma boa parte dos alunos entregaram a prova muito antes do tempo determinado. Houve uma aluna da turma que participou das aulas, porém no dia da aplicação a mesma veio a escola e não quis participar juntamente com seus alunos. Ao ser perguntada porque não iria participar a mesma simplesmente respondeu “não quero fazer professor”. Ao término do tempo estipulado apenas uma aluna se fazia presente na sala.

Fotos da aplicação do projeto na Escola Maurício Hamoy

Figura 8 – Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

Figura 9 – Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

Figura 10 – Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

Figura 11: Alunos resolvendo as questões



Fonte: Autor

As imagens foram feitas no dia da aplicação das questões para os alunos, sendo que na Escola São José foi no dia 11 de outubro de 2018 e na escola Mauricio Hamoy se deu no dia 18 de outubro de 2018. As fotos tem como finalidade no trabalho mostrar o ambiente de sala de aula e principalmente a participação dos principais agentes dessa pesquisa, ou seja, os alunos. Sem dúvida sem a participação voluntária deles esse trabalho não teria acontecido. A seguir será apresentado as análises quantitativas e qualitativas a respeito dos dados obtidos através dessa pesquisa. Sendo que essas análises serão o ponto norteador desse trabalho, pois com os resultados dessas análises é que se alcançará os objetivos pretendidos com essa pesquisa.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Esse capítulo destina-se a analisar e discutir os dados produzidos pela pesquisa, tendo como referencial de apoio os materiais bibliográficos anteriormente discutidos. Em relação à seleção dos conteúdos e a análise dos materiais procurou-se seguir as etapas propostas por Bardin (2016) já detalhadas no Capítulo 5. A partir da verificação do assunto abordado, definiram-se as habilidades e competências como pré-requisito para os alunos terem sucesso em suas respostas, em seguida com a exploração do material constituíram-se os tipos de erros que serão classificados de acordo com as classes de erros de Radatz (1979).

TABELA 2- CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS SEGUNDO *HENDRIK RADATZ*

CLASSE 1: (C1)	Erros devido a dificuldades de linguagem (DL): quando há uma má interpretação de conceitos, símbolos e vocabulários usados num texto matemático, os quais se esperam que o aluno traduza para a linguagem natural, com vista a entender e a resolver a atividade matemática;
CLASSE 2: (C2)	Erros devido a dificuldades em obter informação visual ou espacial (DIE): quando há uma representação icónica de situações matemáticas, seja através de representações gráficas ou esquemas geométricos, sendo o aluno incapaz de processar a informação (visual) contida nessa representação;
CLASSE 3: (C3)	Erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos (DD): quando há deficiências de algoritmos, procedimentos incorretos na aplicação de técnicas matemáticas ou conhecimento insuficiente de conceitos primários, impedindo o aluno de realizar com sucesso a atividade matemática;
CLASSE 4: (C4)	Erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio (AII): quando há um viés ou inflexibilidade de raciocínio que resulta de manter o mesmo pensamento ou estratégia inicial sendo o aluno incapaz de considerar uma nova estratégia, por vezes mais simples, de processar a informação ou de encontrar a solução;
CLASSE 5: (C5)	Erros devido à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias (AED): quando o aluno aplica sistematicamente o mesmo tipo de estratégia inicialmente adotada sob diferentes contextos e tal procedimento não se justifica, por ser inócuo no processo de resolução.

Fonte: <http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/view/11085>. *IndagatioDidactica*, vol. 10 (2), julho 2018. Dificuldades na aprendizagem da Mediana e Quartis por alunos do 8.º ano de escolaridade: estudo comparativo Fórmula versus gráfico. Adelaide Freitas, Teresa Simões Figueiredo, Nélia Silva, Maria Cristina Miranda.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, primeiramente foi feita a pré-análise do material (BARDIN, 2016), dispondo o material da pesquisa em duas partes, ou seja, as provas da questão 3 e as da questão 5. Em seguida, foi feito um levantamento sobre as respostas

encontradas, classificando-as em: Itens em Branco, Itens Corretos e Itens Errados. A partir dessa pré-análise começou a exploração do material, que foi utilizada para obtenção dos resultados. Escolheu-se como corpus da pesquisa, sobre o qual se exploraria o material, as respostas consideradas erradas às questões 3 e 5. Com esses resultados coletados foi feita a interpretação dos dados, com o intuito de alcançar os objetivos descritos. Abaixo é apresentado o instrumento de estudo que o autor usou para coletar os dados.

6.1 O INSTRUMENTO DE ESTUDO

O material usado para a coleta dos dados da pesquisa, era composto de questões de Geometria de uma prova da OBMEP, sendo essa avaliação correspondente à segunda fase (Nível 3), da 13ª edição, que ocorreu no dia 16 de setembro de 2017. As questões selecionadas foram as que correspondem à área de estudo da Geometria, sendo especificamente a 3ª e a 5ª questão.

A OBMEP oferece material e apoio pedagógico para aprendizagem de matemática, sendo que estes materiais são elaborados seguindo as normas do Ministério da Educação (MEC), e cumprindo os objetivos dos parâmetros curriculares do ensino médio (PCNEM), que são:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
 - desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
 - utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
 - expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
 - estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
 - reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação (PCNEM, 2002, p. 40).

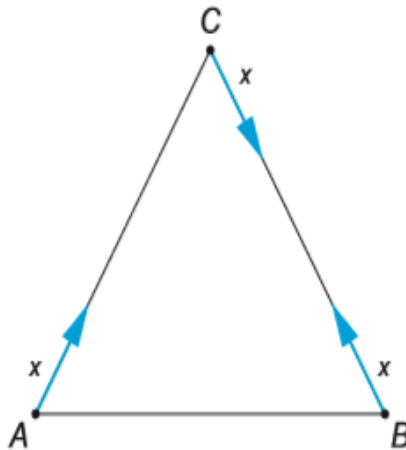
Abaixo são apresentadas as questões que foram utilizadas como objeto de estudo para o desenvolvimento desse trabalho. Essas questões encontram-se disponíveis no endereço

<http://www.obmep.org.br/provas.htm>. É importante deixar claro que as questões foram transcritas de forma ipsa litteris.

6.1.1 Apresentação da Questão 3:

O triângulo da figura abaixo é equilátero e seus lados medem 10cm. Os pontos A, B e C, inicialmente nos vértices do triângulo, deslocam-se sobre seus lados, de um vértice a outro, com a mesma velocidade. Os pontos A e C deslocam-se no sentido horário, e o ponto B desloca-se no sentido anti-horário. Seja x a distância em centímetros percorrida pelos pontos A, B e C, no intervalo $0 \leq x \leq 10$. Seja $f(x)$ a área do triângulo ABC quando x é tal que A, B e C formam um triângulo e $f(x) = 0$, caso contrário.

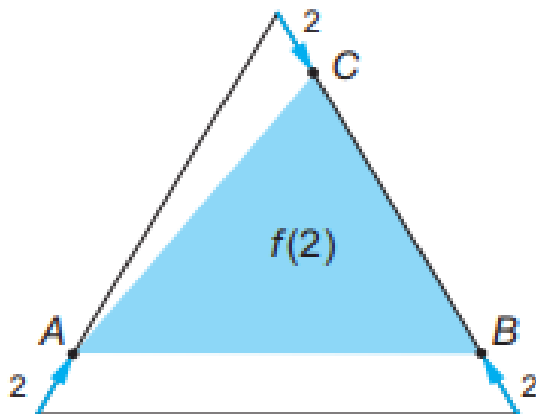
Figura 12: Triângulo Equilátero



Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

a) Calcule $f(2)$.

Figura 13: Triângulo Equilátero

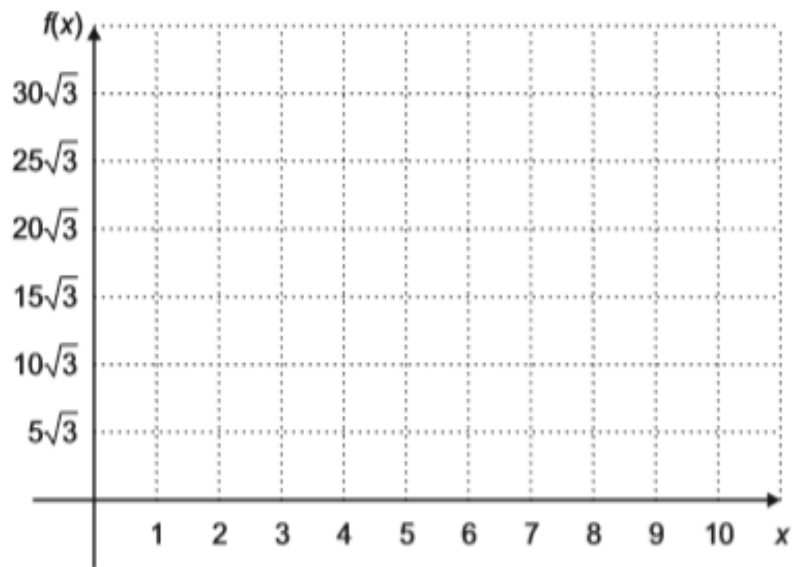


Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

b) Para quais valores de x , $0 \leq x \leq 10$, tem-se $f(x) = 0$

c) Esboce o gráfico de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 10$.

Figura 14 – Sistema de Eixos

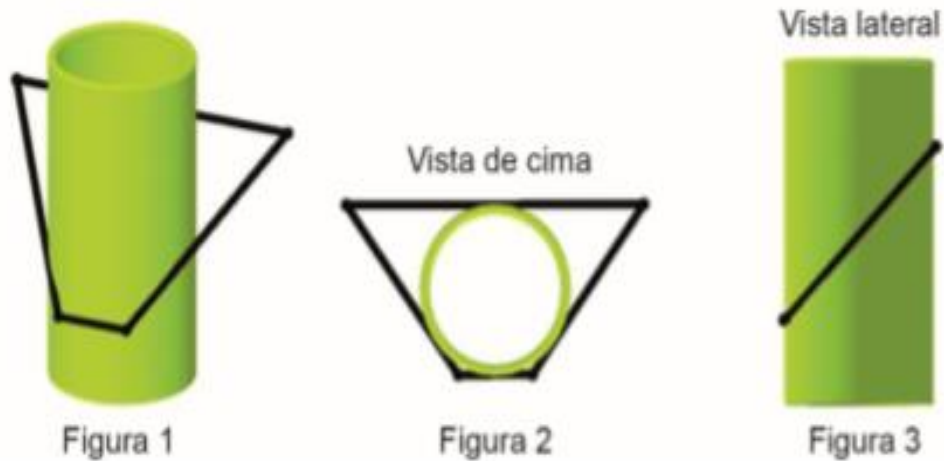


Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

6.1.2 Apresentação da Questão 5:

A figura mostra três vistas de uma obra de arte feita com um pedaço de tubo circular reto e um trapézio isósceles de arame, fixado no tubo em quatro pontos.

Figura 15- Figuras Planas e Espaciais/questão 5

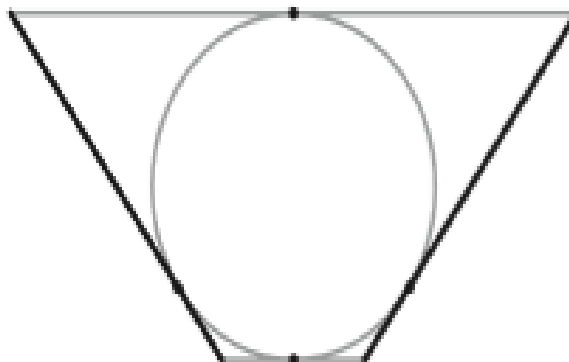


Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

Os lados paralelos do trapézio medem 6 cm e 24 cm, e ambos são paralelos ao plano que contém a base do cilindro. O plano que contém o trapézio faz ângulo de 45° com o plano que contém a base do cilindro.

- Qual é o comprimento dos lados paralelos do trapézio da figura 2?
- Qual é o comprimento dos lados não paralelos do trapézio da Figura 2, reproduzida abaixo?

Figura 16 – Quádriângulo circunscritível



Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

c) Qual é o diâmetro do tubo ?

d) Quantos centímetros de arame foram utilizados para construir o trapézio fixado no tubo?

6.2 APRESENTAÇÃO GERAL DOS DADOS

Para a produção dos dados dessa pesquisa foram analisadas quantitativamente 52 provas, 104 questões distribuídas em 3ª e 5ª e 364 itens. Abaixo na tabela 3 é apresentada a quantidade de respostas em branco, corretas e erradas que foram verificadas em cada item e constituíram o *corpus* desse trabalho.

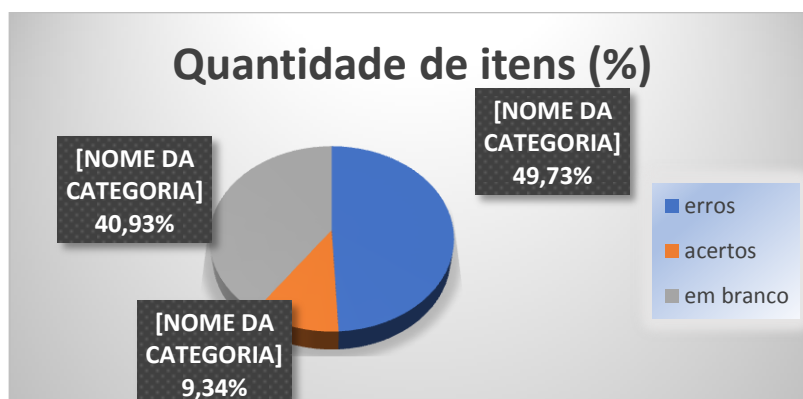
Tabela 3 – Dados quantitativos da pesquisa

	Questão 3	Questão 5	Total	Total (%)
Itens em Branco	74	75	149	40,93
Itens Corretos	2	32	34	9,34
Itens Errados	80	101	181	49,73
Total	156	208	364	100

Fonte : Autor

Ao analisar a tabela acima é possível perceber que o índice de acertos está abaixo dos 10%, o que deve servir como motivo de alerta no que tange a aprendizagem. Podendo ser levantado como objeto de reflexão e estudo futuramente, sobre a maneira de como está se dando a aprendizagem nessas duas escolas, não só na área da Geometria, mas em todo o campo da matemática. Percebe-se também que quase metade dos alunos errou as respostas, sendo isso o objeto de estudo desse trabalho através da Análise de Erros. E que praticamente 4 em cada grupo de 10 alunos que participaram da pesquisa não se interessaram em tentar responder sobre a pesquisa. O gráfico 2 a seguir ilustra o que foi apresentado.

Gráfico 2 – Quantidade de itens verificados



Fonte: Autor

É importante considerar que só os itens que apresentaram erros serão analisados a fim de obter resultados para esse estudo. Então, apenas 179 itens farão parte da investigação para a classificação e categorização dos erros. A seguir será apresentado o estudo qualitativo e quantitativo de cada questão individualmente, pois entende-se que essa separação facilitará a compreensão da pesquisa.

6.3 ANÁLISE DA QUESTÃO 3:

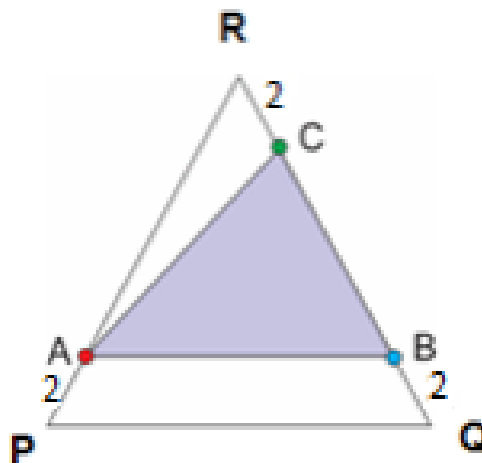
Primeiramente mostra-se a resolução da 3ª questão, apresentada pela banca de correção da OBMEP, disponível no endereço <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. É importante deixar claro que essa resolução foi retirada *ipsis litteris* do site da obmep. Essa resolução juntamente com as habilidades e competências sugeridas pelos PCNs do ensino médio, serviram de referencial e orientação para o autor fazer a análise quantitativa e qualitativa dos erros encontrados.

6.3.1 Gabarito da Questão 3:

Resolução do Item a)

Lembramos, para a resolução do problema, que a altura e a área de um triângulo equilátero cujo lado tem comprimento L são dadas, respectivamente, por: $H = \frac{L\sqrt{3}}{2}$ e $A = \frac{L^2}{4}\sqrt{3}$;

Figura 17 – Triângulo Equilátero



Fonte: www.Obmep.org.br/provas.htm

Para calcular $f(2)$, denominemos P, Q e R os vértices do triângulo equilátero, conforme a figura acima. Para calcular $f(2)$ observamos que, quando os pontos A e B se deslocam 2 cm a partir dos vértices P e Q, respectivamente, fica determinado um novo triângulo equilátero ABR, pois os lados RA e RB medem 8cm e o ângulo do vértice R é 60° . A área do triângulo ABC pode ser calculada como a diferença entre as áreas dos triângulos ABR e ACR, a área do triângulo ACR será obtida tomando o segmento RC como base para que a altura relativa a essa base coincida com a altura do triângulo equilátero ABR, a qual pode ser facilmente calculada.

Desta forma,

$$F(2) = \frac{8^2}{4}\sqrt{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Resolução do Item b)

Ao se deslocarem 5 cm a partir de seus pontos de origem, os pontos A e B estarão nos pontos médios dos lados PR e QR, respectivamente. Simultaneamente, o ponto C, ao se deslocar 5 cm a partir do vértice R, coincidirá com o ponto B no ponto médio de QR e, neste caso, não formarão um triângulo.

Ao se deslocarem 10 cm, os pontos A e B coincidirão com o vértice R e, novamente, A, B e C não formarão um triângulo.

Para todos os outros valores de x, os pontos A, B e C serão não colineares, portanto, vértices de um triângulo.

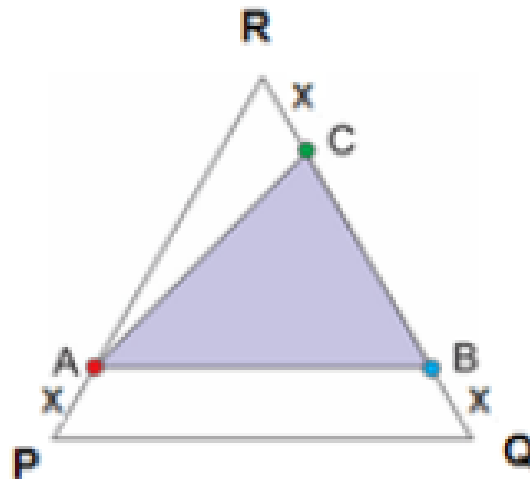
Logo, os valores de x para os quais $f(x) = 0$, para $0 \leq x \leq 10$, são $x = 5$ e $x = 10$.

Resolução do Item c)

Vamos encontrar as expressões de $f(x)$ para $0 \leq x < 5$ e para $5 \leq x \leq 10$.

Para os valores de x entre 0 e 5, podemos tomar $PA = QB = RC = x$ (Figura abaixo) e usar a mesma estratégia do cálculo de $f(2)$; para cada valor de x, o lado do triângulo equilátero ABR terá o comprimento $10 - x$.

Figura 18 – Triângulo Equilátero



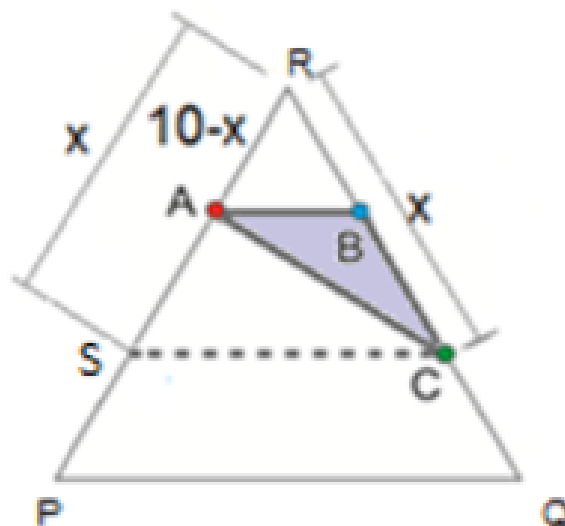
Fonte: www.Obmep.org.br/provas.htm

Portanto:

$$F(x) = \frac{(10-x)^2\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2} \frac{x \cdot (10-x)\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot (10-x) \cdot (5-x)}{2} \text{ cm}^2; \text{ para } 0 \leq x \leq 5.$$

Para os valores de x entre 5 e 10, como $PA = QB = RC = x$, o lado do triângulo equilátero ABR terá comprimento $10 - x$. Escolhemos AB como base do triângulo ABC cuja área queremos calcular (figura abaixo). A medida do lado AB é, portanto, igual a $10 - x$. Traçamos uma reta paralela à reta PQ , passando por C ; ela determina sobre o lado PR o ponto S , como na figura a seguir.

Figura 19 – Triângulo Equilátero



Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

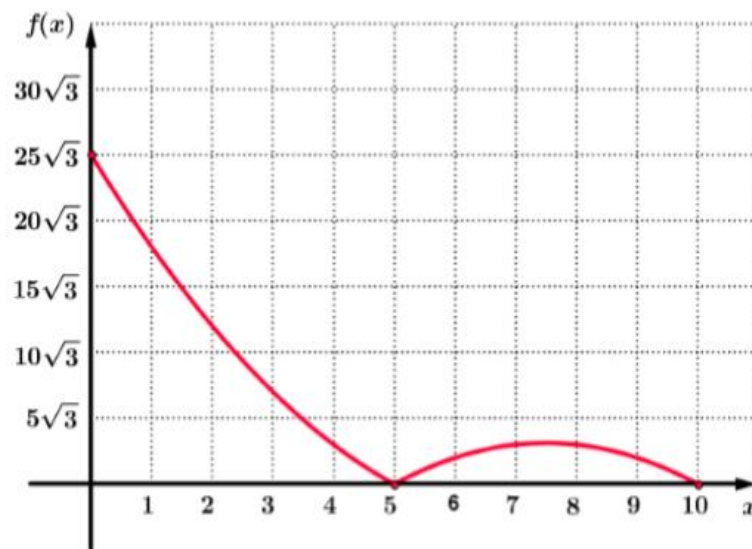
A altura h do triângulo ABC com relação ao lado AB é dada pela diferença das alturas dos triângulos equiláteros de lados SC e AB, ou seja,

$$h = \frac{x\sqrt{3}}{2} - \frac{(10-x)\sqrt{3}}{2} = \frac{(2x-10)\sqrt{3}}{2} = (x-5)\sqrt{3}.$$

Daí, $f(x) = \frac{\sqrt{3}(10-x)(x-5)}{2}$ para $5 \leq x \leq 10$.

Assim, a partir dos cálculos acima, o gráfico de f , para $0 \leq x \leq 10$, formado por trechos de parábolas, tem o seguinte aspecto:

Figura 20 – Gráfico relativo a área do triângulo



Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

Observação: A função f pode ser escrita utilizando-se a função módulo, neste caso, sua expressão é:

$$f(x) = \left| \frac{\sqrt{3}(10-x)(x-5)}{2} \right| \text{ para } 0 \leq x \leq 10.$$

6.3.2 Habilidades e Competências

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNs), à medida que a sociedade se torna globalizada e informatizada é preciso que a educação se volte para o desenvolvimento das capacidades da comunicação, podendo, com isso, tornar a sociedade capaz de resolver problemas, de criar estratégias e tomar decisões, aperfeiçoar os conhecimentos já existentes para o bem coletivo. O ensino da matemática no Ensino Médio tem um papel importante na formação dos jovens, mas para isso, é preciso se adequar as

transformações da sociedade, a fim de promover o desenvolvimento nos alunos, ajudando os mesmos a se prepararem para enfrentar um mundo que vive em constante mudança. Os conhecimentos matemáticos devem servir para formar cidadãos prudentes e conscientes, auxiliando nas decisões pessoais e profissionais.

A seguir serão apresentadas as habilidades e competências estabelecidas pelos PCNs do Ensino Médio:

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Produzir textos matemáticos adequados.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho. Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.
- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (PCNEM, 2002, p. 46)

Tendo como base os PCNs e também a experiência do autor no campo da educação, procuram-se criar as habilidades necessárias que os alunos envolvidos na pesquisa devem possuir para alcançarem as respostas corretas na questão 03. As habilidades foram definidas da seguinte maneira:

- a) Compreender conceitos e definições a respeito de triângulos equiláteros e isósceles;
- b) Conhecer e aplicar corretamente as fórmulas para o cálculo de altura e área de triângulo equilátero;
- c) Conseguir calcular uma determinada área, a partir da diferença de outras;
- d) Dominar as operações básicas de aritmética;
- e) Ter noção de colinearidade entre pontos;

- f) Ter noção dos conceitos de função;
- g) Conseguir construir uma função através dos dados expostos pelo problema e, a partir disso, saber aplicar aos pontos do domínio a lei de formação da função encontrada a fim de obter as imagens esperadas;
- h) Ter noção de construção de gráficos;

A seguir será apresentada uma análise quantitativa dos dados referente à 3ª questão, como a quantidade de itens em branco, itens corretos, itens errados e a frequência que eles aparecem nos dados. Essa análise contribuirá para a compreensão dos resultados e para a discussão que posteriormente será levantada.

Tabela 4—Análise quantitativa da Questão 3.

	Item a)	Item b)	Item c)	Total	Total (%)
Itens em Branco	14	30	30	74	47,44
Itens Corretos	0	2	0	2	1,28
Itens Errados	38	20	22	80	51,28
Total	52	52	52	156	100

Fonte: Autor

Ao se analisar o resultado da tabela notou-se que o único item que apresentou um percentual de acerto foi o item **B**, com 1,28% em relação ao total de itens, já em relação aos 52 itens **B** analisados, essa porcentagem foi de 3,85%. Para as duas análises foi um percentual muito baixo para as habilidades exigidas, que dentre elas estavam: ter noção de colinearidade entre pontos colineares e área. Quanto aos outros dois itens que exigiam mais habilidades dos alunos, ninguém conseguiu resolver, resultando em um percentual de 0% de acerto. Entre os itens errados, destacam-se o item **A** com maior número de erros, sendo que em relação a todos os itens o mesmo ficou com um percentual de erro de 24,36% e só em relação aos itens **A** esse percentual de erro foi de 73,08%.

Um fato que chamou bastante atenção nessa análise foi um grande número de itens sem nenhuma produção escrita (respostas em branco), correspondendo a 47,44% do total das respostas. A partir de uma análise mais detalhada percebe-se que os itens B e C foram os

itens, nos quais, os alunos menos se interessaram em tentar resolver. Ao analisar o gabarito desses itens, percebesse que a resolução consistia em o aluno ter domínio de conteúdos matemáticos e também certo grau de experiência com problemas do tipo, pois para se chegar à resposta do item era necessário percorrer várias etapas.

A respeito dos itens em branco, reflete-se sobre os fatores que levaram o aluno a estudar determinado conteúdo, pois quando submetido a um processo avaliativo (interno ou externo), o mesmo opta em deixar em branco a resposta. Entende-se que primeiramente, é preciso que o aluno tenha conhecimento mínimo do assunto ao qual será questionado. Tendo garantida essa etapa, devem-se investigar outros fatores como, por exemplo, a questão comportamental, psicológica, socioeconômica, como está sendo repassado esse conhecimento, entre outros. Desta maneira, questiona-se: o que poderá estar causando esse desinteresse em tentar alcançar os resultados?

Buscando analisar e classificar os erros encontrados na 3ª questão, o autor, a partir da análise nas respostas dos alunos, identificou as seguintes categorias de erro:

Tabela 5 – Categorias de Erros da Questão 3

Código de Erros	Descrição dos tipos de erros encontrados nas respostas dos alunos
E1	Aplicação de valores incorretos na fórmula
E2	Compreensão incorreta da questão
E3	Falta de domínio do conteúdo matemático envolvido
E4	Resolução de um item colocado em outro
E5	Raciocínio lógico deficiente
E6	Não domina as operações básicas
E7	Chegou ao resultado esperado usando dados e equações sem sentido
E8	Resoluções fora do contexto
E9	Resoluções Incompletas
E10	Criação de fórmulas inexistentes
E11	O aluno confunde gráfico com coordenadas cartesianas

E12	Deficiência na parte algébrica
E13	O aluno tem dificuldade em fazer uma leitura espacial
E14	Não conseguiu perceber as relações entre os itens da questão
E15	Confusão com informações excessiva
E16	Uso de conteúdos que não fazem parte da Resolução

Fonte: Autor

Após uma análise detalhada nos itens que apresentaram algum tipo de erro, e de acordo com o entendimento do autor, observou-se a presença de 16 categorias de erros nas respostas dos alunos na 3ª questão. Na tabela 6.4, seguinte é feita uma subclassificação, ou seja, os tipos de erros estabelecidos na tabela acima, serão classificados de acordo com suas características, nas cinco classes de erros produzidas por Radatz (1979).

Tabela 6 – Classificação dos erros

Código da Classe	Descrição das Classes de Radatz (1979)	Código de Erros
C1	Erros devido a dificuldades de linguagem (DL):	E2 e E8
C2	Erros devido a dificuldades em obter informação visual ou espacial (DIE):	E13
C3	Erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos (DD):	E3, E6, E9, E11 e E12
C4	Erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio (AII):	E1, E4, E5, E10 e E14
C5	Erros devido à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias (AED):	E7, E15 e E16

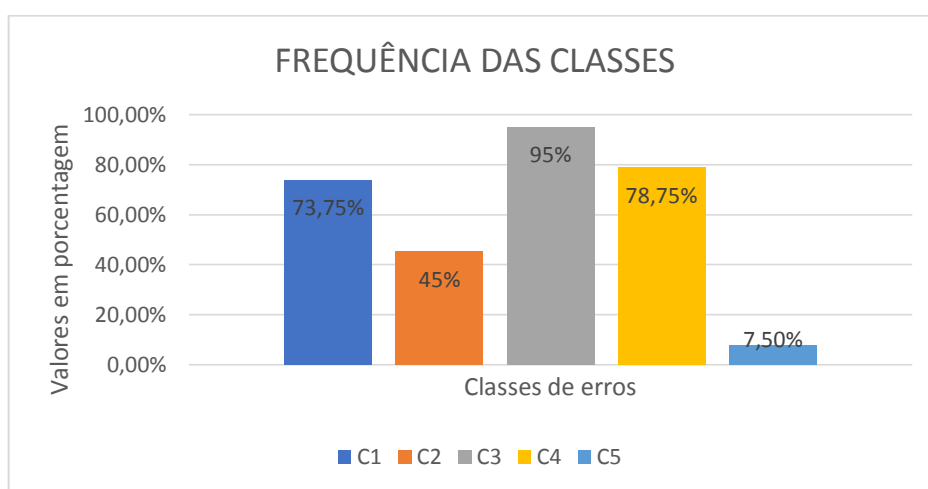
Fonte: Autor

A partir dessa subclassificação foi estabelecido um processo de contagem para determinar a frequência com que as classes de erros apareceriam. Esse processo de contagem se deu da seguinte maneira: em cada um dos 80 itens que apresentaram produções incorretas, foram identificados os tipos de erros que estavam presentes (é importante deixar claro que em alguns itens foram identificados mais de um tipo de erro). Após o levantamento dos erros e tendo como base a tabela 6.4, estabeleceram-se as classes de erros presentes em cada item. Após isso, foi feita uma contagem numérica para saber a quantidade de cada classe presente na questão 03. O resultado dessa contagem resultou nos seguintes números: a Classe 1

apareceu 59 vezes, a classe 2 apareceu 36 vezes, a classe 3 apareceu 76 vezes, a classe 4 apareceu 63 vezes e a classe 5 apareceu 6 vezes. É fundamental esclarecer que uma determinada classe poderia aparecer em mais de um item.

Considera-se que essa parte da pesquisa é muito dinâmica, ou seja, os tipos de erros encontrados e o modo que esses erros são classificados nas respectivas classes dependem muito do professor e da sua experiência no processo educacional, pois um tipo de erro pode ser classificado e entendido de várias formas. Dessa forma, esse trabalho pode vir a ser uma referência para outros trabalhos que por ventura venham a ser elaborados. A seguir, encontra-se o gráfico 3 que resultou nesse modo de contagem.

Gráfico 3 – Frequência das classes na questão 03



Fonte: Autor

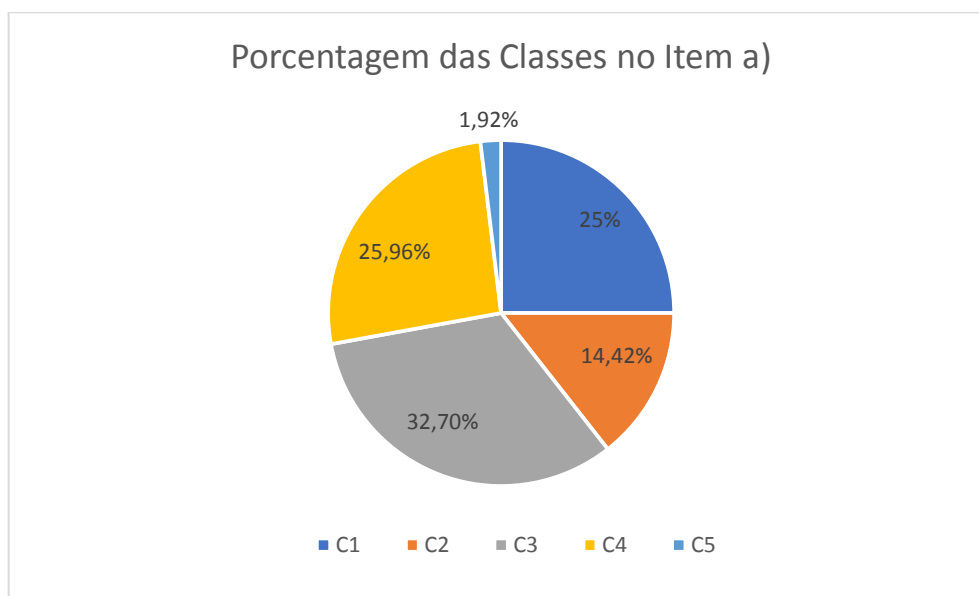
Percebe-se, a partir da análise gráfica acima, que a classe C3 (erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos) foi a classe de erros que mais ocorreu na 3ª questão. Isso, de certa forma, pode levantar a dúvida de como estão sendo preparados em termos de conhecimento os alunos, não só no Ensino Médio, mas também no Ensino Fundamental. Por que esses alunos não conseguem dominar os procedimentos e conteúdos considerados básicos para a aprendizagem? O que pode estar ocorrendo no sistema educacional obidense? Qual a responsabilidade dos professores para esse resultado? Qual o papel da gestão escolar para tentar mudar esse quadro? Já a classe C4 (erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio) aparece como a segunda classificação mais frequente nesse estudo e a classe C5 (erros devidos à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias) é a com menor incidência.

Agora será apresentada uma análise individual a respeito da frequência que as classes aparecem em cada item da questão 03.

Análise do Item a)

Aqui será apresentado um gráfico que mostra a frequência com que as classes de erros se apresentaram no item **a**. Diferente do estudo estatístico feito para a questão 03, neste momento, buscou-se fazer uma análise estatística, tendo como base as 104 classes de erros (distribuídas em C1, C2, C3, C4 e C5) verificadas nos 38 itens analisados. Também serão apresentados alguns exemplos dos erros verificados nesse item, com objetivo de se levantar discussões e reflexões.

Gráfico 4 – Quantidade de Classes no Item a)



Fonte: Autor

Em relação ao gráfico acima, observa-se que os erros que mais ocorreram no item **a** foram os do tipo E3 e E6, pertinentes à classe C3, em que se pode destacar a falta de domínio do conteúdo matemático envolvido e uma certa deficiência com as operações básicas. Em relação à classe C1 destaca-se o erro E2, compreensão incorreta da questão. A seguir, apresentam-se algumas respostas relacionadas com as classes de erros, juntamente com as análises segundo o autor.

Figura 21 – Erros apresentados pelo aluno 6

A 6

NÍVEL 3 Respostas sem justificativa não serão consideradas

3. O triângulo da figura ao lado é equilátero e seus lados medem 10 cm. Os pontos A, B e C, inicialmente nos vértices do triângulo, deslocam-se sobre seus lados, de um vértice a outro, com a mesma velocidade. Os pontos A e C deslocam-se no sentido horário, e o ponto B desloca-se no sentido anti-horário.

Seja x a distância em centímetros percorrida pelos pontos A, B e C, no intervalo $0 \leq x \leq 10$. Seja $f(x)$ a área do triângulo ABC quando x é tal que A, B e C formam um triângulo e $f(x) = 0$, caso contrário.

a) Calcule $f(2)$.

$$A = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{22^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{448 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = 112 \sqrt{3}$$

$$8 + 8 + 6 = 22$$

Fonte: Material da pesquisa

Nessa resolução, se observa que o aluno não conseguiu calcular corretamente a potência ou se confundiu na colocação dos números, sendo que o correto seria $22^2 = 484$, ademais o valor 22 não condiz com a lógica do problema. Esse erro é do tipo E3, o qual está relacionado à classe C3. Outro erro que fica claro é que o aluno não conseguiu perceber que o tamanho da base do triângulo não era 6 cm e sim 8 cm. Nota-se com isso, a falta de domínio dos conceitos sobre triângulos isósceles e equilátero, pois se ele tivesse segurança dessas conceituações talvez não tivesse cometido esse erro. Também se percebe que o aluno não tinha a noção de como calcular a área do triângulo ABC (azul), ou seja, não sabia que para isso era preciso fazer a diferença entre as duas áreas. Outras classes de erros que se apresentaram nessa resolução foram as classes C1, com os erros do tipo E2 (compreensão incorreta da questão) e C4 observado a partir do erro E1 (aplicação de valores incorretos na fórmula).

Figura 22 – Erros apresentados pelo aluno 10

Aluno 10

NÍVEL 3 Respostas sem justificativa não serão consideradas

3. O triângulo da figura ao lado é equilátero e seus lados medem 10 cm. Os pontos A, B e C, inicialmente nos vértices do triângulo, deslocam-se sobre seus lados, de um vértice a outro, com a mesma velocidade. Os pontos A e C deslocam-se no sentido horário, e o ponto B desloca-se no sentido anti-horário.

Seja x a distância em centímetros percorrida pelos pontos A, B e C, no intervalo $0 \leq x \leq 10$. Seja $f(x)$ a área do triângulo ABC quando x é tal que A, B e C formam um triângulo e $f(x) = 0$, caso contrário.

a) Calcule $f(2)$.

$$A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{14^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{196 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = 49 \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \text{Sen } 60^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 54 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{54 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A = 9 \sqrt{3} \text{ cm}$$

Fonte: Material da pesquisa

O aluno 10 substituiu o valor 14 na fórmula sem mostrar como conseguiu chegar a esse resultado, caracterizando os erros E1 e E5, que correspondem à classe C4, na qual se revela uma associação incorreta e inflexibilidade no raciocínio. Observa-se que o aluno percebeu que deveria calcular a área do triângulo, porém, talvez por uma deficiência em pré-requisitos básicos e uma falta de visão espacial, não percebeu que o lado que deveria ser usado era 2cm, ao invés, de 6cm, fazendo com que essa troca prejudicasse a resolução. Outro erro cometido pelo aluno que caracteriza a classe C3 é a dificuldade na resolução das operações básicas, pois observando a resolução acima se nota que o aluno não teve êxito na multiplicação e na divisão, pois o mesmo ao multiplicar 8 por 6 obteve como resultado 54, sendo a resposta correta 48. E ao dividir 54 por 4 obteve o valor 9, enquanto que o resultado correto seria 13,5.

Figura 23 – Erros apresentados pelo aluno 16

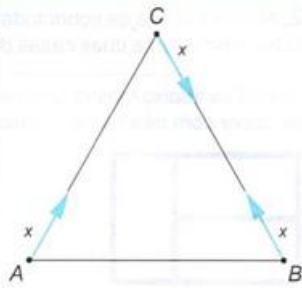
NÍVEL 3 Respostas sem justificativa não serão consideradas

17ª OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS OBMEP 2017
Somando novos talentos para o Brasil

3. O triângulo da figura ao lado é equilátero e seus lados medem 10 cm. Os pontos A, B e C, inicialmente nos vértices do triângulo, deslocam-se sobre seus lados, de um vértice a outro, com a mesma velocidade. Os pontos A e C deslocam-se no sentido horário, e o ponto B desloca-se no sentido anti-horário.

Seja x a distância em centímetros percorrida pelos pontos A, B e C, no intervalo $0 \leq x \leq 10$. Seja $f(x)$ a área do triângulo ABC quando x é tal que A, B e C formam um triângulo e $f(x) = 0$, caso contrário.

a) Calcule $f(2)$.



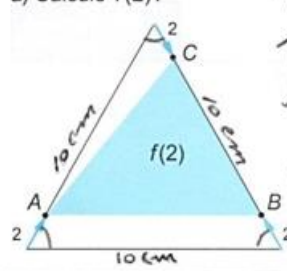
Handwritten solution for $f(2)$:

$$f(x) = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

$$f(2) = \frac{10^2 + 10^2 + 10^2}{2}$$

$$f(2) = \frac{100 + 100 + 100}{2}$$

$$f(2) = \frac{300}{2}$$

$$f(2) = 150$$


Controle Respostas | Correção Respostas

Fonte: Material da pesquisa

Nesse item o aluno 16 cometeu erros que se encontram nas classes C1 e C4, como por exemplo o erro E10, que diz respeito à criação de fórmulas inexistentes, uma vez que a fórmula apresentada pelo aluno não faz parte da resolução do problema. Percebe-se também uma compreensão incorreta da questão e do assunto envolvido, caracterizando os erros E2 e E3, que fazem parte das classes C1 e C3.

Figura 24 – Erros apresentados pelo aluno 39

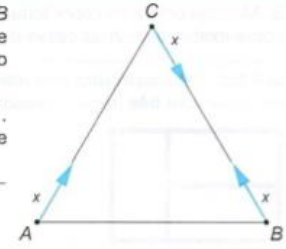
NÍVEL 3 Respostas sem justificativa não serão consideradas

17ª OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS OBMEP 2017
Somando novos talentos para o Brasil

3. O triângulo da figura ao lado é equilátero e seus lados medem 10 cm. Os pontos A, B e C, inicialmente nos vértices do triângulo, deslocam-se sobre seus lados, de um vértice a outro, com a mesma velocidade. Os pontos A e C deslocam-se no sentido horário, e o ponto B desloca-se no sentido anti-horário.

Seja x a distância em centímetros percorrida pelos pontos A, B e C, no intervalo $0 \leq x \leq 10$. Seja $f(x)$ a área do triângulo ABC quando x é tal que A, B e C formam um triângulo e $f(x) = 0$, caso contrário.

a) Calcule $f(2)$.



Handwritten solution for $f(2)$:

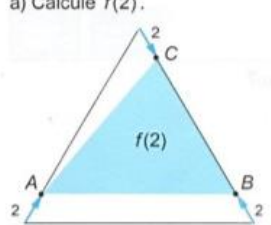
$$f(x) = 0$$

$$f(2) = A \cdot B \cdot C$$

$$f(2) = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$f(2) = 1000$$

$$f = \frac{1000}{2}$$

$$f = 500$$


Controle Respostas | Correção Respostas

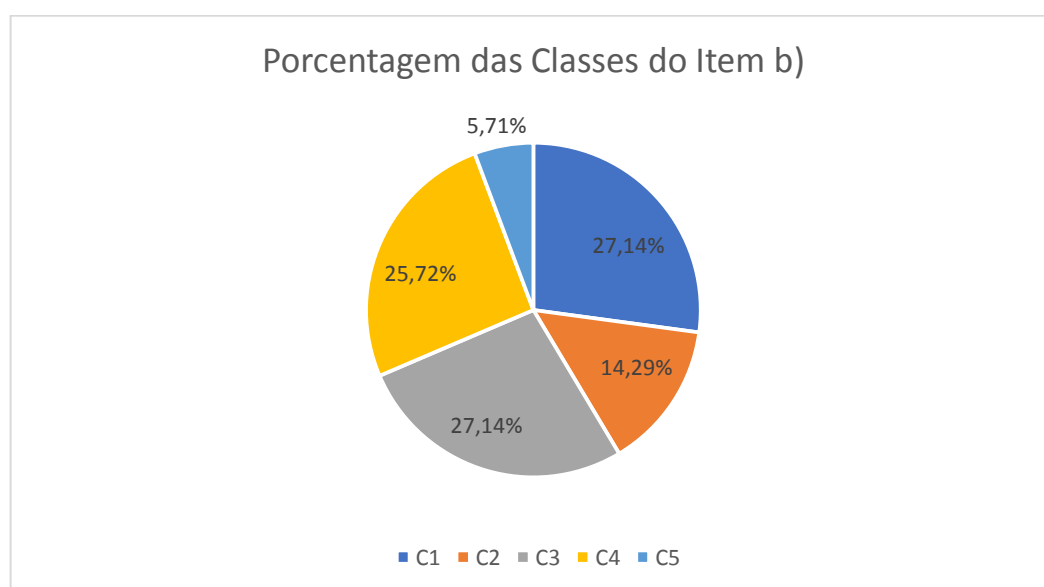
Fonte: Material da pesquisa

Em relação aos erros apresentados, pode-se considerar que houve uma compreensão incorreta da questão, pois o aluno não usou em momento algum os conceitos relacionados ao assunto abordado, caracterizando, com isso, os erros E2 e E3. Destaca-se também a criação, por parte do aluno, de uma determinada fórmula que se considera desconexa com a resolução da questão, ou seja, algo sem sentido no contexto matemático envolvido, sendo esses erros representados pelas categorias E8 e E10. É importante considerar, também, que o autor observou, após a análise, que se fez presente o tipo de erro E5, constatando uma deficiência na parte do raciocínio lógico do aluno, pois o mesmo não conseguiu sequer determinar os comprimentos das figuras envolvidas. Em uma análise geral, o autor apresenta uma real preocupação diante dessa resolução, pois o aluno fugiu completamente do contexto revisado em sala de aula sobre o conteúdo.

Análise do Item b)

Neste tópico, mostra-se primeiramente o gráfico que retrata a frequência com que as classes de erros se apresentaram nas 20 respostas consideradas erradas no item **b**. Uma análise quantitativa identificou ao todo 70 classes entre as cinco existentes (C1, C2, C3, C4 e C5). Após essa análise, estabeleceu-se o estudo estatístico que resultou no gráfico abaixo.

Gráfico 5 – Quantidade de Classes no Item b)



Fonte: Autor

Observa-se no gráfico acima que no item **b** houve um empate entre as classes C1 e C3, em que ambas correspondem a uma frequência de 27,14%. Os erros que contribuíram

para o desempenho dessas classes dizem respeito à compreensão incorreta da questão (E2), resolução fora do contexto matemático envolvido (E8), falta de domínio do conteúdo matemático envolvido (E3), falta de domínio das operações básicas (E6), resoluções incompletas (E9), entre outros. Em relação às 20 respostas incorretas dadas pelos alunos, constatou-se que as classes C1 e C3 estão presentes em 95% das respostas, já a classe C4 aparece em 90% delas, seguida da classe C2 com 50% e a classe C5 foi identificada em 4 respostas, o que corresponde a 20%. A seguir algumas respostas referentes ao item **b**.

Figura 25 – Erros apresentados pelo aluno 25

b) Para quais valores de x , $0 \leq x \leq 10$, tem-se $f(x) = 0$?

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{30\sqrt{3}}{2}$$

Fonte: Material da Pesquisa

Segundo a classificação do autor, foram observados os erros que dizem respeito à aplicação de valores incorretos na fórmula (E1). Observa-se que o aluno usou a fórmula da altura do triângulo equilátero e fez uma compreensão incorreta sobre o valor da variável, demonstrando uma falta de domínio do conteúdo. Outro ponto que deixa claro o pouco conhecimento adquirido pelo aluno sobre os conceitos algébricos, é o fato de não perceber que a questão da área estava relacionada com a colinearidade dos pontos do triângulo. Em relação a essas análises podem-se destacar os erros E1, E2 e E3. Na visão do autor as classes de erros apresentadas nessa resposta são C1, C2, C3 e C4.

Figura 26 – Erros apresentados pelo aluno 8

b) Para quais valores de x , $0 \leq x \leq 10$, tem-se $f(x) = 0$?

$$x + x + x = 3$$

$$x = 3 - 10$$

$$x = -7$$

Fonte: Material da Pesquisa

Percebe-se, de imediato, que o aluno 8 tem dificuldade nas operações básicas (E6), visto que tem certa deficiência em somar números de sinais opostos, pois $3 - 10 = -7$. A falta de domínio do conteúdo (E3), fica evidente quando se nota que em momento algum o aluno apresentou algo relacionado à colinearidade entre pontos, também se pode perceber certa deficiência no raciocínio lógico (E5) e na parte algébrica (E12), quando o mesmo não consegue entender que $x + x + x = 3x$ e não apenas x , nota-se que a resolução é fora do contexto matemático (E8). Constata-se uma grande confusão na estrutura e entendimento algébrico apresentado pelo aluno ficando evidentes as seguintes classes de erros: C1, C3 e C4.

Figura 27 – Erros apresentados pelo aluno 7

b) Para quais valores de x , $0 \leq x \leq 10$, tem-se $f(x) = 0$?

$$x + x = 10$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

Fonte: Material da Pesquisa

Um tipo de erro caracterizado pelo autor e apresentado pelo aluno 7 é o E7, que diz respeito ao aluno ter conseguido chegar a um resultado final correto, porém usando dados ou

equações sem sentido. Também segundo o autor, a resolução evidencia erros referentes a compreensão incorreta da questão (E2), falta de domínio do conteúdo matemático envolvido (E3), dificuldade no raciocínio lógico (E5) e resoluções fora do contexto (E8). As classes de erros como C1, C3 e C5 apresentam-se nessa resolução através dos erros acima abordados.

Figura 28 – Erros apresentados pelo aluno 48

b) Para quais valores de x , $0 \leq x \leq 10$, tem-se $f(x)=0$?

$0 \leq x \leq 10$ $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ $12 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ $x = \frac{0 \pm 1}{2}$

$f(x) = 0$ $\Delta = 10^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 = 2 \cdot 9$ $x = 1$

$x + 1 = 0$ $\Delta = 100 - 0$ $x = \frac{0 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$ $x = 2$

$\Delta = 0$ $\Delta = 100 - 0$ $x = 0 \leq x \leq 10$

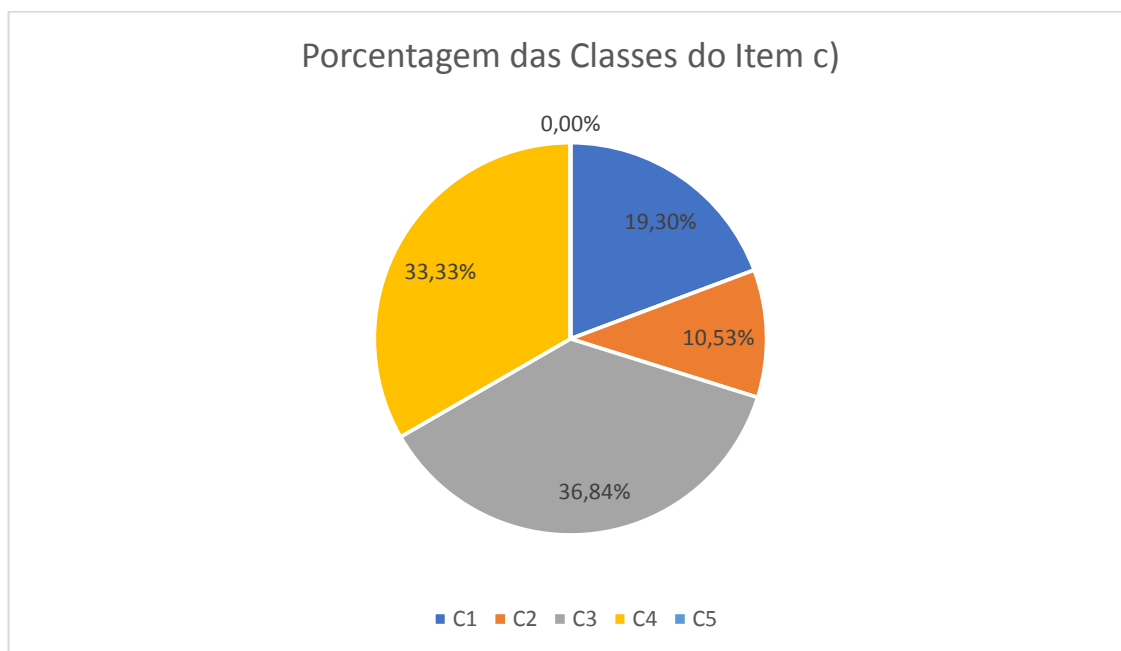
Fonte: Material da pesquisa

Nessa resposta é notória a confusão que o aluno faz tentando utilizar a fórmula de Bháskara, para responder o que lhe foi pedido. No cálculo do discriminante, por exemplo, o mesmo considera o valor de b igual a 10, porém quando substitui na outra fórmula já considera $b = 0$. Também se observa que o valor do discriminante segundo seus cálculos é igual a 100, mas quando substitui na raiz quadrada coloca o valor 1. É uma série de erros que demonstra compreensão incorreta da questão (E2), resoluções fora do contexto matemático envolvido (E8), falta de domínio do conteúdo abordado (E3), entre outros erros observados pelo autor. Enfatiza-se então que neste item encontram-se todas as cinco classes de erros.

Análise do Item c)

O estudo quantitativo e a análise estatística sobre as classes de erros no item **c** são apresentados no gráfico abaixo, no qual se procura mostrar a frequência de cada classe aparece num universo de 57 classes. Para esse estudo foram analisados 22 itens, que apresentaram em suas resoluções algum tipo de erro.

Gráfico 6 – Quantidade de Classes no Item c)

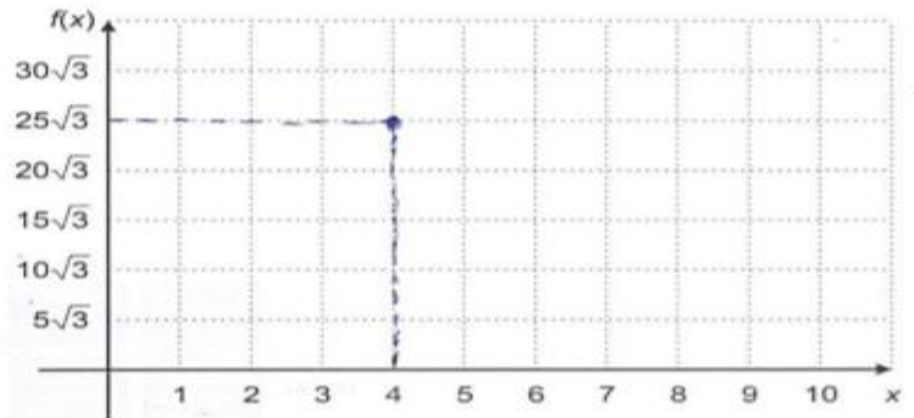


Fonte: Autor

O gráfico acima mostra que as classes de erros C3 e C4 foram as que mais se destacaram no item c. Isso, no geral, se justifica devido à falta de domínio do conteúdo matemático pelos alunos e associações incorretas, em consequência de um raciocínio lógico deficiente. Segundo o autor, a classe C5 (erros devido à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias) não se fez presente por meio dos erros E7, E15 e E16, tendo como frequência 0,00%. Nos 22 itens que apresentaram respostas incorretas, constata-se que a classe C1 aparece em 50% das respostas, a classe C2 aparece em 27,27% das respostas, a classe C3 se faz presente em 95,45% dos itens, já a classe C4 apresenta-se em 86,36% dos itens incorretos e a classe C5 não foi observada em nenhum item analisado. A seguir serão apresentadas algumas resoluções sobre o item c.

Figura 29 – Erros apresentados pelo aluno 1

c) Esboce o gráfico de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 10$.

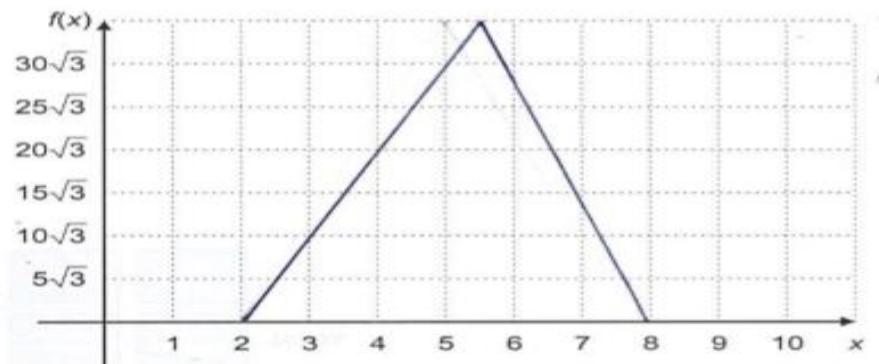


Fonte: Material da Pesquisa

Na resolução do aluno 1, o autor identificou, a partir dos erros apresentados, as classes C1 (Erros devido a dificuldades de linguagem), C3 (Erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos) e C4 (Erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio). Em relação à classe C1 identificou-se o erro E2 que diz respeito à compreensão incorreta da questão. Na classe C3 podem-se destacar os erros E3 e E11, em que o aluno demonstra não ter domínio ou não saber o conteúdo referente e pelo que se vê o mesmo confunde coordenadas cartesianas com o gráfico da função pedida. Também se nota, que o aluno não conseguiu perceber a relação dos outros dois itens (a e b) com a resolução do item c, confirmando a classe C4.

Figura 30 – Erros apresentados pelo aluno 36

c) Esboce o gráfico de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 10$.

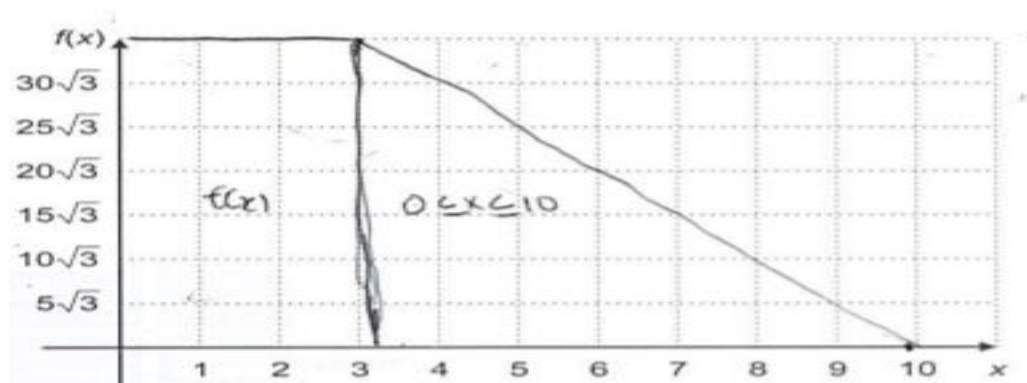


Fonte: Material da Pesquisa

Analisando a resolução do aluno fica evidente a falta de domínio sobre os conceitos de função, pois apesar de o comando da questão determinar o domínio da função, percebe-se aí uma compreensão incorreta por parte do mesmo, sendo que ele considerou o intervalo de 2 a 8. Segundo o autor caracterizam-se aí os erros E2 e E3. Também pode destacar que o aluno traçou um gráfico sem mostrar a função que determinava o mesmo. Destacam-se entre as classes de erros presentes acima a C1 e C3.

Figura 31 – Erros apresentados pelo aluno 12

c) Esboce o gráfico de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 10$.

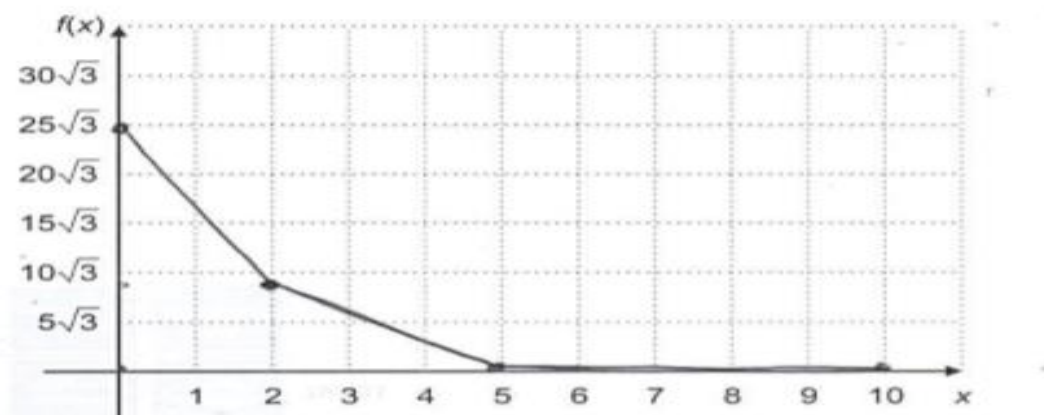


Fonte: Material da Pesquisa

Na visão do autor, os erros detectados na resolução do aluno 12 são E3, E5, E11 e E14, sendo que esses erros estão relacionados à não assimilação dos conceitos e conteúdos que envolvem a questão 3, pois o aluno não consegue perceber a relação entre os itens anteriores que poderiam ajudá-lo na resolução. Na parte gráfica, há certa confusão na construção, tendo como único ponto correto a coordenada (10,0). Os erros identificados nessa resposta se enquadram nas classes C3 e C4.

Figura 32 – Erros apresentados pelo aluno 10

c) Esboce o gráfico de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 10$.



Fonte: Material da Pesquisa

Antes de relatarmos os erros cometidos pelo aluno 10, e diante das mais diversas respostas encontradas no item c, se destaca que ele conseguiu perceber e calcular os valores das imagens para $x = 0$, $x = 5$ e $x = 10$ corretamente. Infelizmente, nos intervalos entre esses pontos do domínio, o mesmo não conseguiu determinar o gráfico corretamente apresentando, com isso, certa deficiência na construção da lei da função que rege o gráfico, fazendo com que sua resolução fosse incompleta. Aqui se finaliza a análise dos itens da questão 3 e em seguida, será feita a análise da questão 5.

6.4 ANÁLISE DA QUESTÃO 5:

Assim como foi feito na análise da questão 3, a análise da questão 5 também seguirá os mesmos parâmetros. Primeiramente irá ser mostrado o gabarito apresentado pela banca de correção da OBMEP, sendo que esse gabarito encontra-se disponível no endereço <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. É importante esclarecer que esse material foi retirado de forma *ipsis litteris*. Essa resolução juntamente com as habilidades e competências sugeridas pelos PCNs do ensino médio (apresentados anteriormente), serviram de referencial e orientação para o autor fazer a análise quantitativa e qualitativa dos erros encontrados.

6.4.1 Gabarito da Questão 5:

Relolução do Item a)

Os comprimentos dos lados paralelos do trapézio da obra de arte não mudam quando projetados no plano horizontal que contém a base do cilindro (plano base).

Na figura 1, ilustramos esse fato. As projeções dos pontos A, B, C e D no plano base são indicadas pelos pontos A', B', C' e D', respectivamente. As projeções A' e B' dos vértices A e B do trapézio são determinadas pela interseção do plano base com as retas perpendiculares a ele que passam por A e B, respectivamente. De acordo com o enunciado, o segmento AB é paralelo ao segmento A'B', logo ABB'A' é um retângulo e, conseqüentemente, $AB = A'B' = 6\text{cm}$. De modo similar, segue que DCC'D' é um retângulo com $DC = D'C' = 24\text{cm}$.

Figura 33 – Projeção ortogonal do trapézio

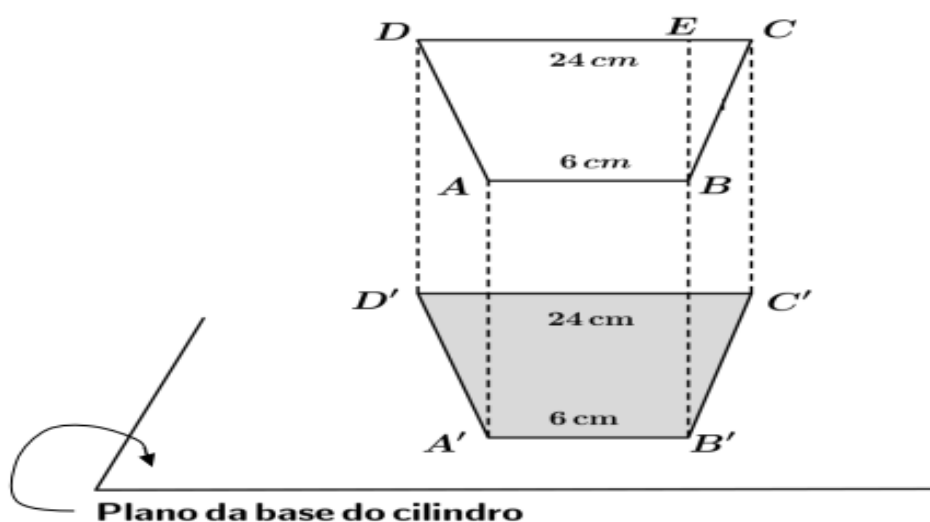


Figura 1

Resolução do Item b)

Para calcular os comprimentos dos lados $A'D'$ e $B'C'$ das projeções dos lados não paralelos do trapézio da obra de arte, usaremos a Figura 2. Indicamos por r o raio do tubo cilíndrico e os pontos M , N , P e Q indicam os pontos de tangência do cilindro com o trapézio $A'B'C'D'$.

Figura 34 – Projeção Ortogonal do trapézio circunscrito

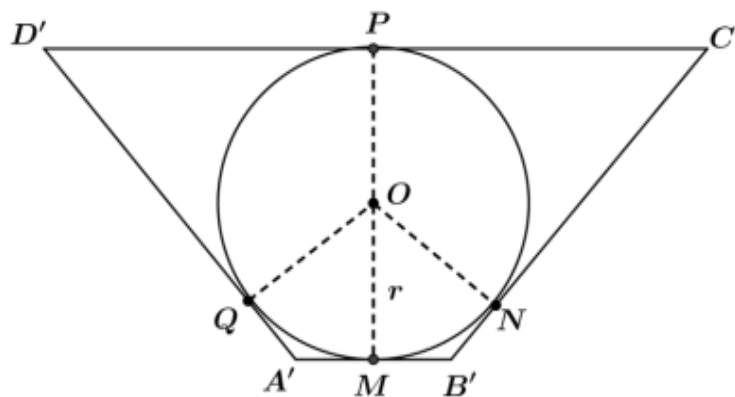


Figura 2

Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

Notamos dois pontos importantes:

I. O trapézio $A'B'C'D'$ é isósceles, logo, os pontos de tangência M e P são os pontos médios dos lados $A'B'$ e $C'D'$, respectivamente.

II. $\overline{A'Q} = \overline{A'M}$, $\overline{B'M} = \overline{B'N}$, $\overline{C'N} = \overline{C'P}$ e $\overline{D'P} = \overline{D'Q}$

A seguir, justificamos II. Como os ângulos $\angle A'QO$ e $\angle A'MO$ são retos, segue do Teorema de Pitágoras a igualdade:

$$\overline{A'Q} = \overline{A'M} = \sqrt{\overline{A'O}^2 - r^2}. \text{ As igualdades restantes seguem de forma análoga.}$$

De acordo com as afirmações em I) e II), podemos concluir que

$$A'D' = A'Q + QD' = A'M + D'P = 3 + 12 = 15$$

Igualmente $B'C' = 15$

Os argumentos usados neste item asseguram que, para qualquer trapézio isósceles que admitir um círculo inscrito, o comprimento do seu lado não paralelo é determinado pela média aritmética dos comprimentos de seus lados paralelos

Resolução do Item c)

De acordo com a Figura 2, para determinar o diâmetro do pedaço de cano cilíndrico basta calcular a altura do trapézio isósceles $A'B'C'D'$. Na Figura 3, o segmento $B'E'$, em que E' é a projeção no plano base do ponto E da Figura 1, é perpendicular a $D'C'$, logo, eles têm a mesma medida que a altura do trapézio. O resto dos dados da figura decorre das informações obtidas nos itens a) e b).

Figura 35 – Projeção ortogonal do trapézio

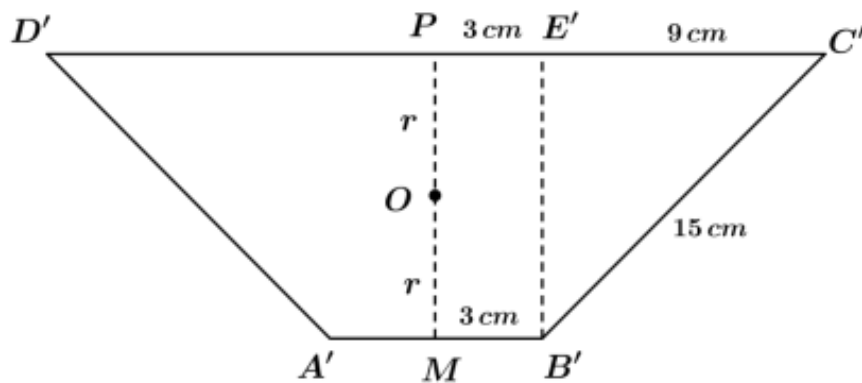


Figura 3

Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

Portanto, segue do Teorema de Pitágoras que:

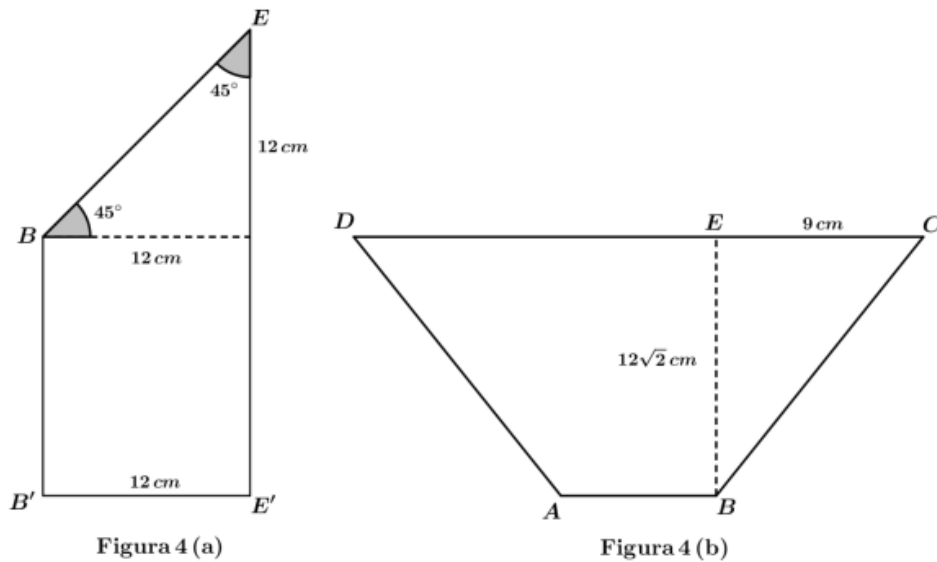
$$\overline{B'E'} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{(15 - 9)(15 + 9)} = \sqrt{6 \cdot 24} = 12 \text{ cm.}$$

Obs: Não colocamos diretamente a raiz quadrada de 144 na conta anterior para evidenciar outro fato elegante: para qualquer trapézio isósceles, que admitir um círculo inscrito, o comprimento de sua altura é determinado pela média geométrica dos comprimentos de seus lados paralelos.

Resolução do Item d)

Primeiro calcularemos a altura do trapézio da obra de arte, indicada por BE na Figura 1. O trapézio $ABCD$ se encontra situado num plano que forma 45° com o plano base. Então, cortando a obra de arte com um plano imaginário, perpendicular ao plano base e contendo o segmento $B'E'$, temos a situação representada na Figura 4 (a), que nos permite concluir que $\overline{BE} = 12\sqrt{2}$ cm.

Figura 36 – Vista lateral e ortogonal do trapézio



Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm

Finalmente, de acordo com a Figura 4 (b), concluímos que o comprimento do lado não paralelo do trapézio da obra de arte mede $\overline{BC} = \sqrt{288 + 81} = \sqrt{369} = 3\sqrt{41}$ cm. Logo, foram utilizados $24 + 6 + 3\sqrt{41} + 3\sqrt{41} = 30 + 6\sqrt{41}$ cm de arame.

6.4.2 Habilidades e Competências

Tendo como base os PCNs (já apresentados anteriormente) e também a experiência do autor no campo da educação, procurou-se criar as habilidades necessárias que os alunos envolvidos na pesquisa devem possuir para alcançarem as respostas corretas na questão 5. As habilidades foram definidas da seguinte maneira:

- Compreender conceitos sobre planos e suas posições no espaço;
- Utilizar corretamente a definição de projeção ortogonal;
- Conhecer e aplicar corretamente as propriedades de um trapézio isósceles;
- Conhecer as propriedades de um quadrilátero circunscritível a uma circunferência, com o objetivo de conseguir resolver problemas que envolvam tais figuras planas;
- Compreender as definições e teoremas sobre segmentos tangentes a uma circunferência;
- Saber quando e onde aplicar corretamente o Teorema de Pitágoras para conseguir solucionar questões diversas;

- g) Conhecer as propriedades sobre triângulos isósceles no intuito de conseguir resolver problemas que exigem na sua solução tais propriedades;
- h) Utilizar as definições e propriedades que envolvem uma circunferência;
- i) Aplicar seu raciocínio lógico a fim de compreender e solucionar o que está disposto na questão.

A seguir será apresentada uma análise quantitativa dos dados apresentados na 5ª questão, como a quantidade de itens em branco, itens corretos, itens errados e a frequência que eles aparecem nos dados. Essa análise contribuirá para a compreensão dos resultados e para a discussão que posteriormente será levantada.

Tabela 7 – Análise Quantitativa da Questão 5

	Item a)	Item b)	Item c)	Item d)	Total	Total (%)
Itens em Branco	5	19	27	24	75	36,06
Itens Corretos	26	5	1	0	32	15,38
Itens Errados	21	28	24	28	101	48,56
Total	52	52	52	52	208	100

Fonte: Autor

A tabela acima mostra que o item no qual os alunos tiveram mais êxito nas respostas corretas foi o item **a**, com um índice de acerto de 50 %. Já no item **d**, o índice de acerto foi de 0,0%. Em relação aos itens errados percebe-se que o **b** e o **d** foram os que mais ocorreram erros, atingindo um índice de 53,85%. Percebe-se que em relação à questão 03, a quantidade de acertos na questão 5 foi bem maior, chegando a 15,38%. De modo geral, o aproveitamento dos alunos foi melhor na questão 05 do que na questão 03. Porém, destaca-se ainda que a quantidade de itens errados foi bastante significativa, o que deve levar a uma reflexão e discussão sobre esses resultados. A quantidade de itens sem produção escrita (itens em branco) na questão 5 foi bastante significativa, destacando-se o item **c** que apresentou 51,92% das respostas em branco. Abaixo apresenta-se os tipos de erros observados pelo autor durante a exploração do material.

Tabela 8 – Categorias de Erros da Questão 5

Código de Erros	Descrição dos tipos de erros encontrados nas respostas dos alunos
E1	Não colocou a resposta no item correspondente
E2	Falta de domínio dos conteúdos que envolvem o problema

E3	Aplicou o conteúdo da questão 3 na questão 5
E4	Dificuldade em perceber a projeção ortogonal
E5	Interpretação incorreta dos dados
E6	Aplicação de fórmulas incorretas
E7	Não consegue fazer a leitura espacial do problema
E8	Uso de equações algébricas que não atendem o enunciado
E9	Não reconhece a diferença entre grandezas de comprimento e área
E10	Respostas confusas
E11	Sabe a resposta, mas não compreende o que se está pedindo na questão
E12	Chegou na resposta correta a partir de procedimentos errados
E13	A mesma resposta a itens diferentes
E14	Resposta incompleta
E15	Não domina os conceitos de radiciação
E16	Confusão entre os conceitos de diâmetro e arco de circunferência
E17	O aluno apresenta dificuldade no raciocínio lógico
E18	Não domina as operações básicas

Fonte: Autor

A tabela 8 apresenta as categorias de erros observadas segundo o autor nas 101 respostas que apresentaram algum tipo de erro na questão 5. O modo como se resolveu discriminar essas categorias de erros, baseia-se em buscar uma linguagem matemática mais simples para o leitor. Através dessas 18 categorias de erros se fará (como foi feito na questão 3) a classificação das mesmas, nas cinco classes propostas por Radatz.

Tabela 9 – Classificação dos erros

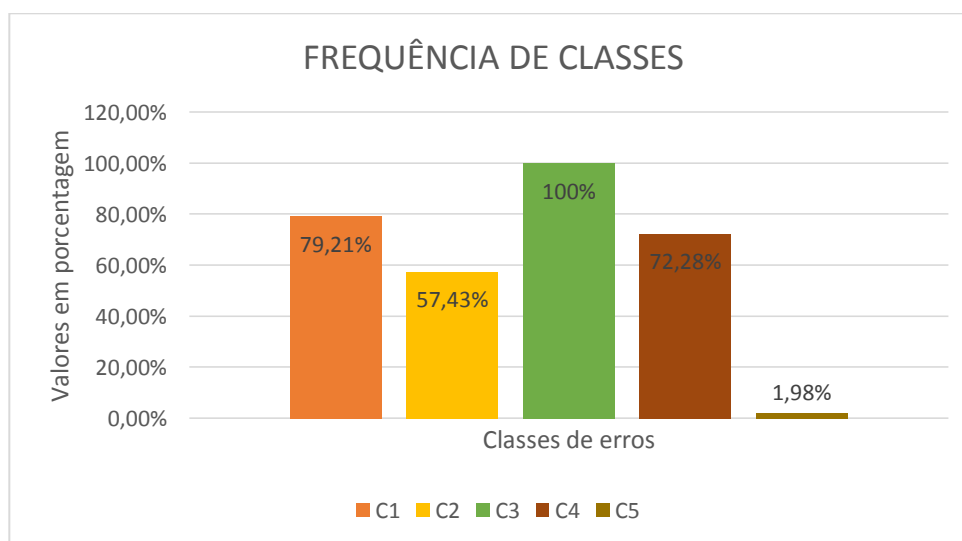
Código da Classe	Descrição das Classes de Radatz (1979)	Código de Erros
C1	<i>Erros devido a dificuldades de linguagem (DL):</i>	E5 e E11
C2	<i>Erros devido a dificuldades em obter informação visual ou espacial (DIE):</i>	E4 e E7
C3	<i>Erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos (DD):</i>	E2, E6, E8, E9, E14, E15, E16 e E18

C4	<i>Erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio (AII):</i>	E1, E3, E10, E13 e E17
C5	<i>Erros devido à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias (AED):</i>	E12

Fonte: Autor

A subclassificação estabelecida na tabela 9 acima seguiu o entendimento e a experiência do autor. A partir dessa subclassificação, foi feito um processo de contagem nos tipos de erros detectados nos 101 itens que apresentaram algum tipo de erro. É importante deixar claro que na maioria dos itens analisados foram encontrados mais de um tipo de erro. O resultado dessa contagem conseguiu definir a seguinte quantidade de classes de erros: A classe C1 apareceu em 80 itens, a classe C2 foi observada 58 vezes, a classe C3, segundo o autor esteve presente em todos os itens analisados, ou seja, 101 vezes, a classe C4 foi detectada em 73 itens e a classe C5 só foi observada em 2 itens. Assim como foi falado na classificação da questão 3, essa classificação pode ser suscetível a mudanças, pois talvez outra subclassificação seja proposta de acordo com entendimento de quem está realizando. A frequência que as cinco classes de erros se apresentaram é mostrada no gráfico abaixo, para que possa ser melhor compreendida.

Gráfico 7 – Frequência das classes na questão 5



Fonte: Autor

Fazendo uma leitura do gráfico 7, pode-se considerar que, segundo o autor, em todos os 101 itens analisados, a classe de erro que esteve sempre presente, foi a classe C3, que

apareceu em 100% dos itens analisados, a qual é caracterizada pelo domínio deficiente de pré-requisitos básicos, ou seja, nota-se novamente (assim como foi observado na questão 3), que a maioria dos alunos participantes da pesquisa apresentaram dificuldades em resolver os itens propostos da questão 5, por não saberem ou não dominarem os assuntos considerados básicos para obterem êxito nas respostas. É preciso que haja uma investigação por parte do professor de matemática juntamente com o corpo técnico da escola, para analisar quais as causas que contribuíram para que os alunos não obtivessem o conhecimento adequado a respeito do assunto. De posse desses resultados apresentados a partir dos erros, o professor poderá estabelecer estratégias metodológicas que possam ajudá-lo na tentativa de correção das deficiências apresentadas pelos alunos, podendo com isso alcançar um melhor resultado no desempenho dos alunos.

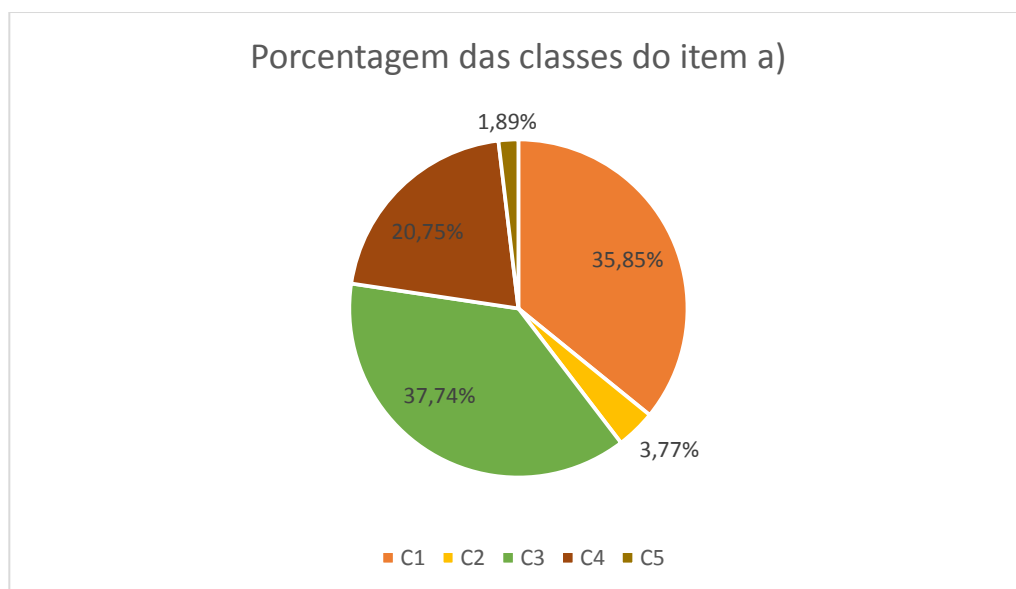
A classe C1, que é caracterizada pela interpretação dos conceitos e linguagem matemática por parte do aluno, foi a segunda classe de erro que mais foi observada nos itens analisados, estando presente em quase oitenta por cento. Percebe-se uma grande dificuldade que os alunos têm na interpretação das questões matemáticas, pois, não adianta interpretar gramaticalmente a questão sem conhecer alguns vocabulários matemáticos que aparecem nas questões. Isso se torna ainda mais difícil para o aluno quando ele tem pouco ou nenhum contato com o assunto abordado. Já a classe que foi menos detectada foi a classe C5, apresentando-se em apenas 2 itens, o que representa quase 2% nos itens analisados.

A seguir será feita uma análise individual dos itens a, b, c e d sobre a frequência que as classes de erros se apresentaram em cada um, proporcionando com isso um melhor entendimento sobre as características dos erros em cada um deles.

Análise do Item a)

Como foi feito na questão 3, verificou-se a quantidade das classes de erros que apareceram nos 21 itens que apresentaram erros, e de posse desses resultados buscou-se fazer um estudo estatístico para observar melhor o comportamento das classes de erros em cada item. Sendo que nos 21 itens analisados houve um total de 53 classes de erros. A seguir apresenta-se um gráfico mostrando a incidência de cada classe, em relação ao número total de classes verificadas nesse item.

Gráfico 8 – Quantidade de classes no item a



Fonte: Autor

O gráfico acima mostra que em relação aos erros apresentados pelos alunos no item a) da questão 5, a classe de erro que prevaleceu, foi a classe C3 que esteve presente em 20 itens analisados. Novamente observa-se que os alunos têm certa deficiência no que tange à questão dos conhecimentos básicos da matemática. Porém, fazendo uma reflexão desse item, esse resultado é preocupante, pois, para responder esse item eram necessários conhecimentos simples sobre planos e retas paralelas. A grande quantidade de erros relacionados a classe C3, revela que talvez esses alunos não tenham tido contato com os assuntos em questão. Isso de certa forma levanta uma questão preocupante; como alunos que estão saindo do Ensino Médio, não dominam determinados conceitos geométricos? Outra classe que se destacou foi a classe C1, que se manteve como a segunda classe de erros que mais apareceu no item a), estando presente em 19 itens verificados. Segundo o autor, a classe que menos se destacou em relação aos erros foi a classe C5 que apareceu em apenas um item, correspondendo a quase 2% do número de classes observadas. A seguir serão analisadas algumas resoluções que apresentaram erros, a fim de se observar e discutir esses erros apresentados.

Figura 37 - Erros apresentados pelo aluno 52

a) Qual é o comprimento dos lados paralelos do trapézio da Figura 2?

30 cm

Fonte: Material da pesquisa

Em relação à resposta do aluno 52 no item a), observa-se que o aluno talvez soubesse a resposta, mas não conseguiu ser claro no que respondeu. Segundo o autor os erros relacionados a esta resposta dizem respeito à falta de domínio do conteúdo, juntamente com uma interpretação incorreta dos dados. As classes de erros que figuram da resposta acima são as classes C1 e C3, as quais estão ligadas com interpretações incorretas e falta de conhecimento adequado do assunto pelo aluno.

Figura 38 – Erros apresentados pelo aluno 48

A48: $\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 6$

NÍVEL 3 Respostas sem justificativa não serão consideradas

17ª OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS OBMEP 2017 Somando novos talentos para o Brasil

5) A figura mostra três vistas de uma obra de arte feita com um pedaço de tubo circular reto e um trapézio isósceles de arame, fixado no tubo em quatro pontos.

48/24/24/0

ISOCÉLOS - base base superior

Figura 1: Vista lateral do cilindro com o trapézio isósceles fixado. O cilindro tem altura de 24 cm e o trapézio tem base inferior de 6 cm e base superior de 24 cm. O trapézio é isósceles.

Figura 2: Vista de cima do cilindro com o trapézio isósceles fixado. O trapézio tem base inferior de 6 cm e base superior de 24 cm. O trapézio é isósceles.

Figura 3: Vista lateral do cilindro com o trapézio isósceles fixado. O cilindro tem altura de 24 cm e o trapézio tem base inferior de 6 cm e base superior de 24 cm. O trapézio é isósceles.

24.
x 6

144
64
0

Os lados paralelos do trapézio medem 6 cm e 24 cm, e ambos são paralelos ao plano que contém a base do cilindro. O plano que contém o trapézio faz ângulo de 45° com o plano que contém a base do cilindro.

a) Qual é o comprimento dos lados paralelos do trapézio da Figura 2?

$A = B \cdot \frac{h}{2}$ $A = 24 \cdot \frac{6}{2}$ $A = \frac{144}{2} = 72$

Correção Regional Correção Nacional

Fonte: Material da pesquisa

Analisando a resolução do aluno 48 acima, nota-se que o mesmo aplicou na sua resolução a fórmula da área de um triângulo, usando os valores dos lados paralelos da figura 2, como valores da base e da altura do triângulo. Percebe-se nesse caso uma confusão do aluno em relação aos assuntos das questões 3 e 5, mostrando falta de atenção ou desconhecimento do assunto, caracterizando com isso as classes de erros C2 e C3. Analisando a figura 1, percebe-se que o aluno tem deficiência em relação aos conceitos geométricos de retas paralelas, pois, fica claro que ao atribuir o valor 24 cm aos lados não paralelos o mesmo confirma que não entende o que são retas paralelas. O autor também considera que houve associações incorretas e inflexibilidade de raciocínio por parte do aluno, caracterizando com isso o aparecimento da classe de erro C4.

Figura 39 – Erros apresentados pelo aluno 3

a) Qual é o comprimento dos lados paralelos do trapézio da Figura 2?

$$A = (B+b) \cdot h$$

$$A = \frac{32+4}{2} \cdot 3$$

$$A = \frac{36}{2} \cdot 3$$

$$A = 8 \cdot 3 = 24 \text{ m}^2$$

Fonte: Material da pesquisa

Ao analisar a resolução do aluno 03, percebe-se que o mesmo aplicou a fórmula da área do trapézio na tentativa de resolver o item a). O mesmo considerou como bases do trapézio os valores 12 cm e 04 cm, e altura como 03 cm. Percebe-se claramente uma interpretação incorreta dos dados por parte do aluno (E5), caracterizando com isso também certa deficiência em seu raciocínio lógico (E17). Há também um erro sobre unidades de medida (E9), pois o comando da questão deixa claro que as unidades de medida apresentadas estão na unidade de centímetros, porém nota-se que o aluno, respondeu mesmo que de forma errada, o valor em m^2 . Na visão do autor estão caracterizadas aí as classes de erros C1, C3 e C4.

Figura 40 – Erros apresentados pelo aluno 4

a) Qual é o comprimento dos lados paralelos do trapézio da Figura 2?

$$h = \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{24\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{12 \cdot 3}{2}$$

$$h = \frac{36}{2}$$

$$h = 18$$

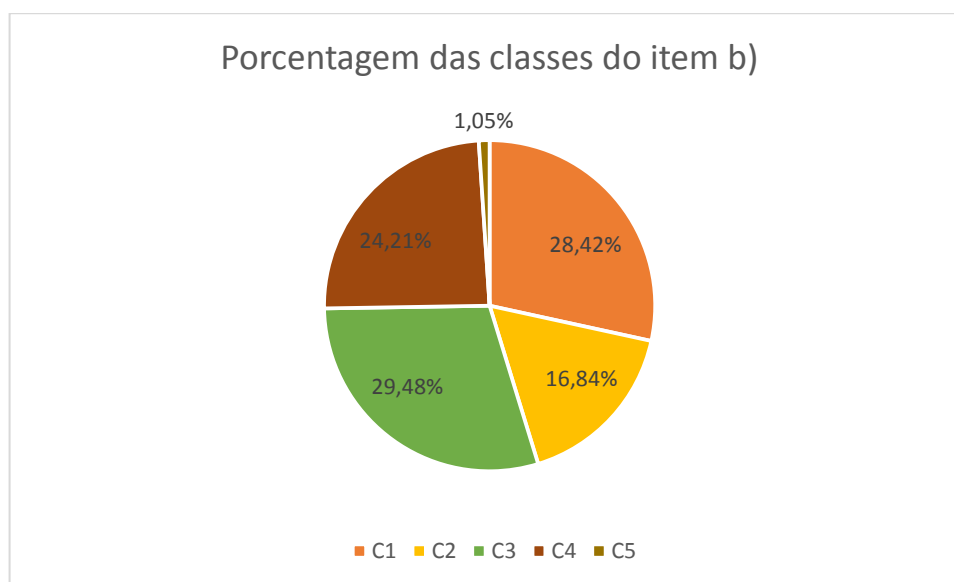
Fonte: Material da pesquisa

Novamente se observa a aplicação do assunto de uma questão em outra (E3), sendo que o aluno 4 ao tentar resolver o item a) aplicou o conteúdo que estava relacionado com a questão 3, usando a fórmula da área do triângulo equilátero. Esse erro pode ter acontecido por falta de atenção ou simplesmente por não ter domínio do assunto (E2), que a questão requeria como, o assunto referente aos trapézios e as retas e planos paralelos. Nota-se que o aluno simplesmente sumiu com o radical, transformando um número irracional em racional (E15). Na visão do autor, isso pode ter sido ocasionado por uma dificuldade na linguagem matemática, caracterizando na análise a presença da classe C1, juntamente com a classe C4 (associações incorretas e inflexibilidade de raciocínio).

Análise do Item b)

Para a análise do item b), foram verificados 28 itens que apresentaram algum tipo de erro nas respostas dos alunos. Fazendo a associação dos tipos de erros e as classes a que eles foram selecionados, obteve-se 95 classes de erros distribuídas entre as cinco propostas por Radatz (1979). Abaixo é apresentado o gráfico que representa essa frequência com que cada classe de erro se apresenta nas respostas do item b.

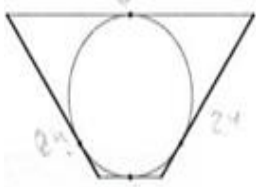
Gráfico 9 – Quantidade de classes no item b



Novamente a classe C3 foi a que mais se destacou como a classe que mais foi detectada entre os itens analisados, correspondendo a 29,48%, aparecendo em todos os itens analisados. Isso reforça o que já vem sendo mostrado de que a falta do domínio dos conteúdos básicos a respeito dos assuntos abordados, por parte dos alunos, está sendo uma das principais causas para o alto nível de respostas erradas. Os conceitos e linguagens matemáticas também são obstáculos que os alunos não foram preparados para superá-los, pois nota-se uma grande quantidade de erros cometidos pelo fato de os alunos não entenderem ou não saberem o que se está sendo pedido. Sendo que dos 28 itens, apenas em 01 não foi verificado esses tipos de erros. A análise espacial que os alunos fazem no item a, é de certa forma equivocada, pois em 16 itens analisados verificaram-se erros ligados a leituras espaciais erradas. A seguir serão mostrados alguns tipos de erros cometidos pelos alunos no item b.

Figura 41 – Erros apresentados pelo aluno 21

b) Qual é o comprimento dos lados não paralelos do trapézio da Figura 2, reproduzida abaixo?



Handwritten student work for Figure 41:

$$x + 12 + x + 1 = 60$$

$$4x = 60$$

$$x = \frac{60}{4}$$

$$x = 15$$

$$A = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\Delta = \frac{15^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{225 \sqrt{3}}{4}$$

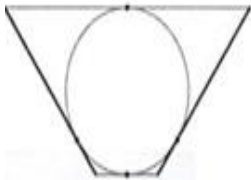
$$\Delta = 225 \sqrt{3} \text{ cm}$$

Fonte: Material da pesquisa

Analisando a resolução do aluno 21, pode-se perceber que o mesmo conseguiu chegar à resposta correta, que era 15, porém observa-se na figura que o mesmo considerou o tamanho dos lados não paralelos sendo 24 cm e as duas bases 6cm, demonstrando ter deficiência na sua compreensão espacial, ou talvez, não sabe o que significa paralelismo. Não tem como dizer, apenas tendo como referência a resposta do aluno, se ele conhecia os conceitos de quadrilátero circunscritível. A outra resolução feita pelo aluno 21 mostra que o mesmo usou a fórmula da área do triângulo equilátero usando o valor 15 como o tamanho do lado do triângulo. Isso mostra uma falta de compreensão dos dados da questão e uma certa falta de atenção, pois aplicou o conteúdo da questão 3 na questão 5. E por fim, ainda se nota que o aluno simplesmente desconsiderou o valor 4 no denominador, não fazendo a divisão. A partir desses erros analisados o que o professor poderá fazer na tentativa de diminuir esses índices de erros? Talvez o professor possa, buscar meios pedagógicos, através de novas metodologias, no intuito de tentar mudar essa realidade apresentada.

Figura 42 – Erros apresentados pelo aluno 52

b) Qual é o comprimento dos lados não paralelos do trapézio da Figura 2, reproduzida abaixo?



Handwritten student work for Figure 42:

$$2x^2 = 24^2 + 6^2$$

$$2x^2 = 576 + 36$$

$$2x^2 = \frac{612}{2}$$

$$x^2 = 306$$

$$x = \sqrt{306}$$

$$x = 17,63$$

Vertical calculations on the right:

$$\begin{array}{r} 37 \\ +17 \\ \hline 549 \\ 57 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ +18 \\ \hline 218 \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa

Pela análise da resolução acima, fica claro que o aluno tentou resolver utilizando a fórmula do Teorema de Pitágoras, porém ele não deixou claro qual foi o triângulo retângulo em que o mesmo aplicou o teorema, deixando a entender a sua falta de domínio do conteúdo pedido. Segundo o autor essa resposta é confusa, pois a equação algébrica não representa os dados do problema em questão. Fazendo uma analogia com o gabarito apresentado pela OBMEP, percebe-se que em momento algum o aluno demonstrou saber as relações entre os lados tangentes na circunferência. É preciso que se tenha a consciência também que as questões exigiam não só o domínio dos assuntos como também um bom raciocínio lógico.

Figura 43 – Erros apresentados pelo aluno 51

b) Qual é o comprimento dos lados não paralelos do trapézio da Figura 2, reproduzida abaixo?

$a^2 = b^2 + c^2$
 $A^2 = 88 + (2r)^2$
 $A^2 = 88 + 4r^2$
 $A = \sqrt{88 + 4r^2}$
 $A = 88 + 4r$

$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ $A = 35.2r$
 $A = \frac{(B+b) \cdot A}{2}$
 $A = \frac{(24+6) \cdot 2r}{2}$
 $A = \frac{30 \cdot 2r}{2}$

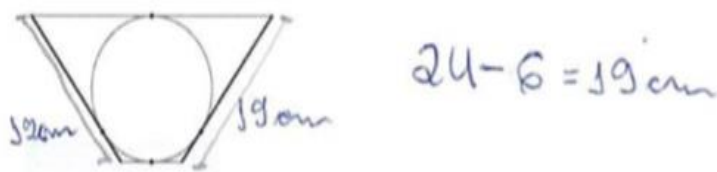
Correção Regional Correção Nacional

Fonte: Material da pesquisa

Percebe-se que o aluno fez a leitura correta sobre os lados paralelos e a projeção ortogonal, porém fica claro que o mesmo não tem domínio sobre os conceitos de quadriláteros circunscritíveis. O uso do teorema de Pitágoras está correto, só que ele não percebeu que estava com duas variáveis **a** e **2r**, e isso não seria suficiente para obter a resposta que buscava. Ainda usou a fórmula da área do trapézio corretamente, mesmo sendo isso desnecessário para a obtenção da resposta. Mesmo apresentado determinados erros que classificados nas classes C1 e C3, admite-se que esse aluno buscou com o conhecimento que tinha, solucionar o problema proposto. O professor ao se deparar com determinados erros, deve chamar para si a responsabilidade em buscar ajudar esse aluno em corrigir suas deficiências do assunto, pois esse aluno se tivesse tido uma preparação adequada sobre o assunto era grande a chance de o mesmo alcançar um bom resultado.

Figura 44: Erros apresentados pelo aluno 42

b) Qual é o comprimento dos lados não paralelos do trapézio da Figura 2, reproduzida abaixo?



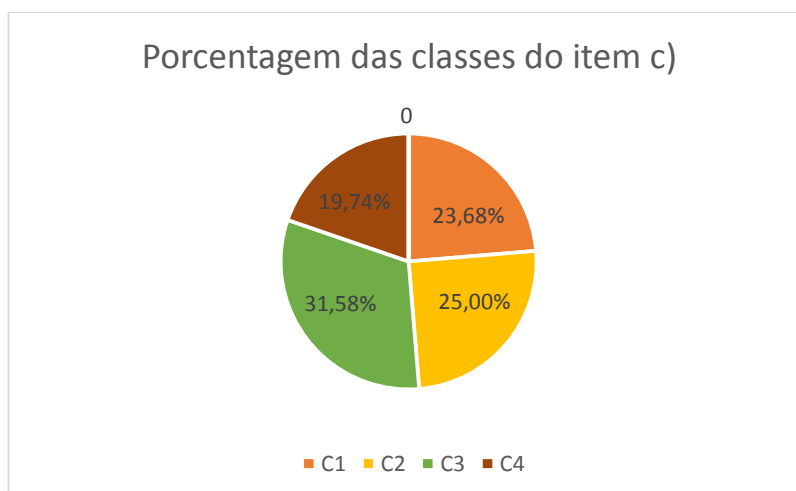
Fonte: Material da pesquisa

Ao analisar essa resolução, levanta-se um questionamento preocupante sobre como os alunos dessas escolas estão saindo preparados para enfrentarem os desafios da sociedade atual, o mercado de trabalho competitivo e se tiveram uma alfabetização matemática considerada de qualidade. Será que é aceitável que um aluno do 3º ano do ensino médio, não consiga fazer uma subtração entre dois valores? Ou foi só uma falta de atenção? Fica claro também a falta de domínio do conteúdo exigido para responder o que se está pedindo no item.

Análise do item c)

O levantamento da frequência com que as classes emergiram no item c, foi feito em 24 itens que apresentaram produções escritas incorretas. Nesses 24 itens foram verificadas a presença de 4 classes apenas, sendo que segundo o autor a classe C5 não foi percebida durante a análise dos erros. Nesses 24 itens, houve a presença de 76 classes de erros, distribuídas em apenas 4 classes. A classe C1 foi percebida em 18 itens, a classe C2 esteve presente em 19 itens, a classe C3 esteve presente em todos os 24 itens e a classe C4 apareceu em 15 itens apenas. Abaixo é apresentado o gráfico que representa essa análise.

Gráfico 10 – Quantidade de classes no item c



Fonte: Autor

Na análise gráfica fica clara a ausência da classe C5, que segundo os critérios de análise feita pelo autor, a mesma não se fez presente em nenhum item. Nota-se nesse item um aumento expressivo da classe C2 em relação aos itens **a** e **b**, anteriormente analisados. Isso se deve ao fato de os alunos não dominarem as noções de espaço para obterem os resultados esperados. Mais uma vez ao analisar o gráfico 10, percebe-se que a classe de erro C3 é predominante entre as cinco classes, confirmando a ausência de conhecimentos por parte dos alunos. Nesse sentido, pode até ser injusto com os alunos fazer críticas sobre os erros por eles cometidos, pois como um aluno pode responder determinada questão se não foi lhe dado oportunidade de acesso ao conhecimento. A seguir serão apresentados quatro exemplos dos tipos de erros detectados pelo autor.

Figura 45 – Erros apresentados pelo aluno 2

c) Qual é o diâmetro do tubo?

$$h = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2} = h = \frac{12 \sqrt{3}}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = \boxed{9 \text{ em}}$$

Fonte: Material da pesquisa

Nota-se que o aluno usou a fórmula da altura de um triângulo equilátero, sendo que essa fórmula está relacionada com o assunto abordado na questão 3, dando a entender que houve uma certa confusão e falta de atenção, ou talvez o aluno não tinha os conhecimentos exigidos para se resolver o que estava sendo pedido. Percebe-se que o aluno talvez não tenha conhecimento sobre os conceitos de radiciação, pois o fato de ele simplesmente excluir o radical da sua resolução implica que o mesmo desconhece a diferença entre números irracionais e racionais. As classes de erros presentes nesse item segundo o autor foram as classes C3 e C4.

Figura 46 – Erros apresentados pelo aluno 10

c) Qual é o diâmetro do tubo?

$$\begin{aligned} x^2 &= h^2 + a^2 \\ 15^2 &= h^2 + 9^2 \\ h^2 &= 306 \\ h &= \sqrt{306} \end{aligned}$$

Fonte: Material da pesquisa

Ao analisar essa resolução do aluno 10, percebe-se que o mesmo conseguiu resolver o item b), cujo resultado é 15. E o mesmo conseguiu perceber a projeção ortogonal e a partir daí construir o triângulo retângulo. Porém o aluno 10 cometeu um erro que pode ter sido por falta de atenção ou simplesmente por não dominar os conhecimentos básicos necessários para a resolução de equações (E2). Sendo que o correto era ter $h^2 = 144$, onde resultaria $h = 12\text{cm}$. Nesse caso o papel do professor não pode ser criticar o aluno por errar coisas simples, mas buscar em algum momento da aula tentar ajudá-lo a não cometer esses tipos de erros. Muitos professores chegam a fazer brincadeiras com esses alunos que cometem determinados erros considerados por eles como bobos. Fazer críticas nessas situações pode até fazer com que o aluno se sinta incompetente e podendo até ser desestimulado de estudar. E o professor como autoridade em sala de aula é responsável por não deixar essas coisas acontecerem.

Figura 47 – Erros apresentados pelo aluno 20

c) Qual é o diâmetro do tubo?

$$45^\circ = x + y$$

$$45^\circ = 24 + 24$$

$$45^\circ = 48 \text{ cm}$$

Fonte: Material da pesquisa

Segundo o autor foram verificados 6 tipos de erros nessa resolução, esses erros estão relacionados com a falta de domínio do conteúdo (E2), interpretação incorreta dos dados da questão (E5), uso de equações que não atendem o enunciado do problema (E8), deficiência no raciocínio lógico (E17), entre outros. Nota-se uma pequena confusão por parte do aluno ao tentar resolver esse item, pois o mesmo iguala um o valor 45° com um valor por ele atribuído igual a 48.

Figura 48 – Erros apresentados pelo aluno 39

c) Qual é o diâmetro do tubo?

$$d = \frac{6 \cdot 24}{45^\circ}$$

$$d = \frac{144}{45}$$

$$d = 3,2$$

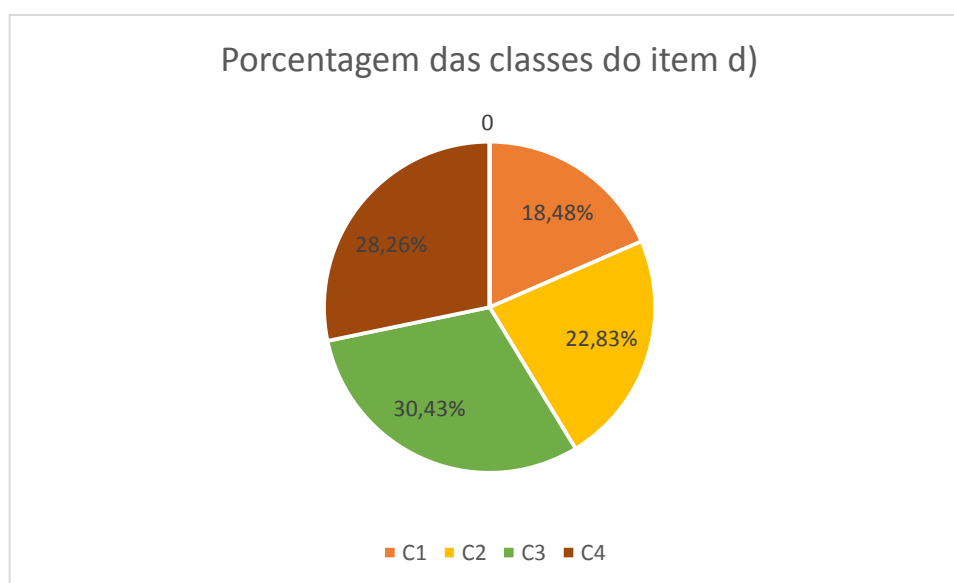
Fonte: Material da pesquisa

O aluno apresentou uma equação sem sentido para o cálculo do diâmetro do tubo cilíndrico, em que ele deixa a entender, que houve uma interpretação incorreta do uso dos dados da questão. Ele não conseguiu perceber a projeção ortogonal que era preciso fazer a fim de obter o triângulo retângulo necessário para obter a solução do item. Percebe-se que o aluno simplesmente pegou os valores apresentados no comando da questão e os utilizou de forma aleatória, com o objetivo de alcançar algum resultado. As classes de erros detectadas neste item foram C1, C2 e C3. Ao deparar-se com erros desse tipo o professor deve fazer uma pesquisa sobre o que levou o aluno a calcular de forma aleatória determinado problema.

Análise do item d)

Na análise do item d) foram analisados 28 itens, os quais apresentavam resoluções incorretas, sendo que ao se fazer uma análise quantitativa das classes de erros que se apresentaram através dos tipos de erros verificados, foram obtidas 92 classes, distribuídas entre as classes C1, C2, C3 e C4. Na análise desses itens o autor não verificou erros relacionados com a classe C5. Assim como feito nos itens anteriores, será apresentada uma análise quantitativa através de gráfico, mostrando a frequência de cada classe.

Gráfico 11 – Quantidade de classes no item d



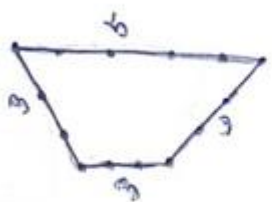
Fonte: Autor

O gráfico acima mostra que a classe C1 presente em 17 itens analisados, corresponde a 18,48% do total das classes presentes, já a classe C2 correspondeu a 22,83%, a classe C3 corresponde a 30,43% da quantidade total das classes e a classe C4 foi verificada em 26 itens

analisados, representando 28,26% sobre a quantidade total verificada. No item d) verifica-se um maior equilíbrio entre as quatro classes, mas novamente a classe C3 se mantém como a mais presente nos itens, e a classe C5 novamente não foi observada. A seguir irão ser verificados alguns tipos de erros encontrados nas respostas dos alunos.

Figura 49 – Erros apresentados pelo aluno 1

d) Quantos centímetros de arame foram utilizados para construir o trapézio fixado no tubo?



$$\begin{aligned}
 &5x + 3x + 3x + 3x \\
 &25x + 9x + 9x - 9x \\
 &25x + 9x - 0 \\
 &25 + 9 \\
 &34 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Fonte: Material da pesquisa

Segundo a análise feita foram observados os seguintes tipos de erros: E2, E4, E5, E8, E10 e E17, caracterizando as seguintes classes de erros: C1, C2, C3 e C4. Observa-se que o aluno não dominava os conceitos necessários para resolver o problema proposto, pois o mesmo simplesmente atribuiu valores aos lados de um trapézio por ele determinado, e a partir daí montou uma soma algébrica sem sentido.

Figura 50 – Erros apresentados pelo aluno 8

d) Quantos centímetros de arame foram utilizados para construir o trapézio fixado no tubo?

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{30\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{60\sqrt{3}}{2}$$

6

$h = 40\sqrt{3}$

30

60/2

Fonte: Material da pesquisa

Nota-se que o aluno 8 usou a fórmula da altura do triângulo equilátero no intuito de resolver a questão. Questiona-se nesta questão, se foi apenas uma confusão entre as questões ou o estudante não tinha a noção de como usar os conceitos matemáticos que envolviam a resolução. O aluno cometeu erros considerados confusos, como, por exemplo, trocando o

valor 30 por 60, e ao dividir 60 por 02 o resultado parece ser 4. Ou seja, esse aluno demonstra não saber sobre o assunto.

Figura 51 – Erros apresentados pelo aluno 50

d) Quantos centímetros de arame foram utilizados para construir o trapézio fixado no tubo?

$P = 24 + 6 + 15 + 15$
 $P = 60 \text{ cm}$

Foram utilizados 60cm de arame para construir o trapézio

Fonte: Material da pesquisa

Nota-se que o aluno acertou o item b) da questão 5, cuja resposta era 15cm, porém ele não percebeu que esse tamanho 15cm era correspondente a figura originada da projeção ortogonal do trapézio no plano. Fica claro que o aluno 50 teve dificuldade em fazer uma leitura espacial do problema, talvez por falta de domínio dos conteúdos que eram necessários. Talvez se o aluno alguma vez tivesse trabalhado em sala de aula alguma questão envolvendo projeção de um segmento no plano ele poderia conseguir chegar ao resultado. Ao analisar um resultado desses o professor já sabe em que deve focar os conteúdos a serem transmitidos, pois esse erro cometido pelo aluno deixa claro para o professor como ele deve direcionar sua metodologia.

Figura 52 – Erros apresentados pelo aluno 22

d) Quantos centímetros de arame foram utilizados para construir o trapézio fixado no tubo?

$x = a + b + c + c$
 $x = 24 + 6 + 36$
 $x = 66 \text{ cm}$

Fonte: Material da pesquisa

O aluno 22 adicionou 03 valores, as duas bases e mais o valor 36, sendo esse valor 36 provavelmente resultado do item b), em que o aluno chegou em um resultado igual a 18cm. Percebe-se também que esse aluno não domina os conteúdos referentes ao item como, por exemplo, a noção de segmentos e planos no espaço. Segundo o autor, as classes de erros presentes nessa resolução são C1, C2, C3 e C4.

6.5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A partir dos resultados obtidos com a análise dos erros apresentados pelos alunos nas duas questões de Geometria da OBMEP, pode-se perceber que ainda há muito a ser feito para se alcançar um resultado significativo na melhoria do ensino de matemática nessas escolas de ensino médio do município de Óbidos-PA. Nesse sentido, esse trabalho busca contribuir com os professores de matemática dessas escolas para que os mesmos pudessem ter mais um auxílio em suas práticas docentes.

Ao se fazer a análise do *corpus* da pesquisa revela-se que, entre as cinco classes de erros propostas por Radatz (1979), a classe de erro que mais foi verificada nos itens analisados foi a classe C3 (**Erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos**), a qual está relacionada com a falta de domínio dos conceitos matemáticos básicos. Notaram-se em muitas respostas que os alunos não conseguiram resolver corretamente operações como divisões, multiplicações e até mesmo subtrações. Perceberam-se também erros ligados a conceitos de potenciação e radiciação. Houve bastantes erros ligados a procedimentos algébricos incorretos na resolução de equações matemáticas, como por exemplo, somas incorretas de monômios.

A grande quantidade de erros ligados a deficiência dos conhecimentos básicos, se comprova nos dados obtidos que mostram que na questão 3, a classe C3 teve um índice de frequência de 95% entre as classes que foram detectadas. Já na questão 05, esse índice de frequência foi de 100%, ou seja, em todos os 101 itens analisados na questão 05, verificaram-se erros ligados a falta de conhecimentos básicos em matemática. Isso revela de certa forma uma deficiência de aprendizado ligado aos assuntos abordados desde o Ensino Fundamental, considerados indispensáveis para o Ensino Médio. Isso levanta uma reflexão sobre o porquê de alunos do Ensino Médio apresentarem esses tipos de erros, em uma fase escolar em que os mesmos deveriam dominar todos esses conceitos básicos. O que será que contribuiu para que esses alunos apresentassem essas deficiências de conhecimento? Será que eles não tiveram a oportunidade de estudar adequadamente esses assuntos? Como conseguiram chegar até a fase final do Ensino Médio apresentando essas deficiências?

Outra classe de erro que se destacou na análise das produções escritas dos alunos foi a classe C1 (**Erros devido a dificuldades de linguagem**), relacionada com a má interpretação de conceitos, símbolos e vocabulários presentes em questões de matemática. Isso é verificado de forma significativa nos 179 itens analisados, na qual se percebe uma grande dificuldade dos alunos em interpretar de forma correta os dados apresentados nos comandos das questões.

Por exemplo, foi verificado o uso de equações que não estavam relacionadas com o conteúdo, até mesmo equações que não tinham sentido matemático. Essa dificuldade apresentada pelos alunos nas leituras matemáticas revela-se através dos dados apresentados no trabalho. Entre as classes presentes na questão 3, a classe C1 teve uma frequência de 73,75%, já na questão 5 esse índice foi de 79,21%. Esses resultados mostram que os alunos têm determinada carência em relação a linguagem matemática. De que forma o professor pode trabalhar essas questões de interpretação, sem que o aluno não se perca ao tentar extrair os dados necessários para a resolução do problema? Essa é uma realidade abordada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, no que tange as habilidades e competências que os alunos devem apresentar.

A classe C4 (**Erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio**) também se destacou nas duas questões analisadas, estando presente em 78,75% dos itens da questão 3 e em 72,28% nos itens da questão 5. Essa classe de erro está ligada ao desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. Refere-se à capacidade dos mesmos em estabelecer diferentes estratégias que possibilitem solucionar determinados problemas matemáticos. Isso de certa forma contribuiu para que fossem escolhidas questões da OBMEP, pois suas questões são pensadas segundo Cláudio Landim (Coordenador Geral da OBMEP), para alunos que não tem o conhecimento da matemática formal, sendo desenvolvidos pela lógica e da criatividade. Talvez isso explique um pouco o destaque que a classe C4 teve entre as classes de erros. Mostrando que os alunos dessas escolas tiveram dificuldade em buscar outros meios estratégicos que os ajudassem na solução das questões. Nota-se que isso precisa ser trabalhado, para isso a escola juntamente com seu corpo docente e técnico, podem desenvolver tarefas nas mais diversas áreas do conhecimento, no intuito de colocar os alunos em situações que precisem que os mesmos tomem decisões e estabeleçam caminhos a fim de solucionar determinadas questões. A própria OBMEP, por meio de seu banco de questões deve ser usada como ferramenta de auxílio para o desenvolvimento desses alunos. Para isso, os professores de matemática devem trabalhar de forma contínua e paralela, em sala de aula juntamente com os conteúdos dos bimestres.

Não tendo tanto destaque assim, mas também representativa, foi a frequência com que a classe C2 (**Erros devido a dificuldades em obter informação visual ou espacial**), se fez presente nas duas questões analisadas. Na questão 3, a mesma apresentou uma frequência de 45%, já na questão 5 essa frequência foi um pouco maior, chegando a 57,43%. Os tipos de erros que culminaram para se ter esses valores, estão ligados a uma falta de visão espacial, a

partir de conceitos relacionados com áreas de figuras planas, relações espaciais entre planos e retas, nesse caso, destaca-se a grande dificuldade dos alunos em perceber as projeções ortogonais de segmentos de retas no plano. Percebe-se que os erros relacionados com essa classe se devem de algum modo ao pouco contato que esses alunos tiveram com os assuntos relacionados. Pois para que o aluno tenha êxito em solucionar problemas relacionados com leituras espaciais, é preciso que o mesmo tenha compreendido os conceitos e aplicados nas mais variadas questões propostas. Não se pretende generalizar, a partir dos dados desta pesquisa, o fato de que a maioria dos estudantes pareceu não conhecer conceitos de geometria.

E por fim a classe menos frequente foi a classe C5 (**Erros devido à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias**). Esta foi identificada em apenas 6 itens na questão 3, sendo que isso correspondeu a uma frequência de 7,5%. Na questão 5, essa frequência foi ainda menor correspondendo a 1,98%. Os erros que tinham ligação com essa classe, diagnosticavam, por exemplo, quando um aluno conseguia chegar em um resultado correto, traçando métodos considerados incorretos, uso de informações excessivas criadas pelo próprio aluno, entre outras. Na verdade, essa classe de erro revela que alguns alunos tentaram resolver as questões de qualquer forma, não levando muito em consideração os conceitos trabalhados nas aulas de revisão e nem os aprendidos durante o ensino Fundamental e Médio.

É importante levar em consideração os dados apresentados no gráfico 2, os quais mostram, através dos valores percentuais descritos no mesmo, uma situação muito preocupante sobre os resultados obtidos na análise dos materiais. O índice de acertos está em 9,34%, considerado muito baixo. Será que esses dados revelam de maneira fidedigna a real situação de aprendizado nessas duas escolas?

Outro ponto que chama atenção é o alto índice de erros obtidos durante a análise do material, o qual está em 49,73%, ou seja, quase metade dos alunos que apresentaram alguma produção escrita, cometeram erros em suas resoluções. Sem falar nos 149 itens que não apresentaram nenhum tipo de produção escrita, ou seja, estavam totalmente em branco, os quais representaram 40,93%. Talvez esses dados não representem precisamente a qualidade da educação matemática oferecida a esses alunos, porém eles também não estão muito distantes da realidade que o ensino da matemática se encontra nessas escolas.

O objetivo desse trabalho não é de forma alguma apresentar ou apontar culpados por esses resultados obtidos nessa pesquisa, e sim tentar buscar maneiras, por meio da análise de

erros, de ajudar aos professores para que possam tentar melhorar suas práticas docentes, a fim de terem êxito no ensino da matemática no município de Óbidos-PA.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho surgiu a partir da necessidade e da vontade em contribuir com o desenvolvimento e melhoria do ensino da matemática nas escolas estaduais de Ensino Médio do Município de Óbidos – Pará. Como professor de matemática dessas duas instituições de ensino e vivenciando diariamente a realidade nesses ambientes escolares, sinto-me, no dever de contribuir para a busca de uma educação de qualidade. Acredito que os resultados obtidos nessa pesquisa, possam ajudar professores e alunos a perceberem o quanto podem melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática. Na certeza em acreditar que a educação pode mudar a realidade das pessoas, espero que esse trabalho ajude nessa transformação.

Para a realização dele, buscou-se um campo de ensino e pesquisa considerado ainda novo para a comunidade escolar, chamado de Análise de Erros, campo de pesquisa este, que, confesso ser algo novo para mim. Desenvolver um estudo onde o foco é o erro, passou a ser um grande desafio, visto que, agora não se poderia mais descartar as respostas erradas dos alunos, pelo contrário, eram elas que deveriam ser analisadas. Isso vai de encontro a muitos pensamentos existentes no meio escolar, pois, os erros em muitos casos, são vistos por alguns professores de forma excludente. Eu, por exemplo, ao corrigir uma determinada questão de um aluno, apenas verificava o final da resposta, e se a resposta não batesse com o “meu gabarito” ao lado, simplesmente passava dois riscos, sinalizando que estava incorreta. Em momento algum, fazia uma reflexão sobre os erros que o aluno cometeu durante o desenvolvimento da resposta e o que o levou a cometê-los. Posso garantir, que após essa pesquisa, meus conceitos sobre os erros que meus alunos cometem mudaram.

A partir das análises feitas para a obtenção dos resultados, foi que percebi o quanto os erros dos alunos podem transmitir informações acerca do nível de aprendizagem que estes apresentam. Por exemplo, em apenas uma questão analisada, foi possível detectar uma grande quantidade de erros envolvendo determinados assuntos que seriam essenciais para a resolução. Assuntos que talvez o professor considere que o aluno já deveria saber, em vista de se tratar de conteúdos de anos anteriores. Percebi que os alunos vão prosseguindo nas séries, sem concretizar o conhecimento que seria adequado para prosseguir nos estudos. Ao passar

dos anos, essas lacunas de conhecimentos se tornam verdadeiras barreiras, dificultando tanto o aprendizado dos alunos quanto a prática docente. Desse modo, o professor percebendo com antecedência os erros cometidos pelos alunos, usando da metodologia defendida nesta pesquisa, poderá tentar corrigir essa falha de aprendizado.

É comum escutar nas falas de alguns professores, que determinado assunto deveria ter sido ensinado antes, por isso não é dever ensinar agora. Isso, é algo prejudicial para todos, pois esses comportamentos não ajudam na resolução do problema. Como professor do ensino médio, percebo que muitos dos meus alunos não dominam conhecimentos da grade curricular de matemática do ensino fundamental. Mas se não tentar corrigir essa deficiência deles naquele momento, só empurrarei o problema para os outros professores, chegando inclusive no ensino superior. Através dos erros identificados nessa pesquisa, foi que percebi a importância da análise de erros, como ferramenta de auxílio para se buscar uma melhor qualidade no ensino básico.

A admiração e respeito que tenho pelo fascinante campo da Geometria contribuiu de forma significativa para a escolha das questões da OBMEP usadas na pesquisa. Acredito que a Geometria, por meio de seus conceitos e formas elegantes, tem o poder de provocar nos alunos tamanha admiração e curiosidade. Para que os alunos se sintam cada vez mais interessados pela Geometria, é essencial que os professores saibam como encontrar a melhor forma de ensinar os seus conceitos, pois, se tais conceitos forem ensinados de forma mecanizada, isso poderá criar no aluno uma aversão indesejada pela Geometria.

O grande desafio encontrado para a realização dessa pesquisa foi formular uma metodologia capaz de ser compreendida de forma clara pelos professores, que porventura, venham futuramente usá-la como auxílio para as suas práticas docentes. A metodologia apresentada nessa pesquisa, foi desenvolvida, a partir de longas análises e estudos pelo autor, visando passar ao leitor um entendimento claro sobre o processo desenvolvido. A proposta do trabalho foi mostrar que é possível através dos erros cometidos pelos alunos, entender melhor suas necessidades de aprendizado e como elas podem ser trabalhadas e corrigidas a partir dos resultados obtidos.

Como já foi dito anteriormente essa pesquisa tem como intuito ser uma possibilidade de auxílio para os professores. Mas, o mais importante a se destacar é que cada professor que se aventurar no campo da Análise de Erros, deve seguir seus conhecimentos profissionais e suas vivências com seus alunos, a fim de que possa, por si só, fazer as análises que considerar relevantes. Não se deixando prender só as pesquisas já existentes, pois só o professor é capaz

de entender da melhor maneira possível os resultados de seus alunos, afinal, é ele que tem informações a respeito dos alunos que outro professor fora do ambiente escolar nunca teria.

Por mais que a realidade sobre o aprendizado de Geometria nessas escolas, não seja o esperado pelo autor, não se pode deixar que isso permaneça acontecendo sem que nada seja feito. É preciso que se faça algo urgente para tentar mudar os resultados apresentados nesse trabalho. Isso causa no autor, certa inquietação diante desse cenário revelado na pesquisa. Acredita-se que o primeiro passo já foi dado, ao se detectar e discutir os mais variados tipos de erros cometidos pelos alunos. Agora é preciso ação da direção escolar, dos professores, coordenação pedagógica e comunidade escolar, para que juntos consigam corrigir esses erros e ter uma melhora significativa nesse ensino.

Os tipos de erros que detectei nas respostas, me deixam um pouco triste em saber que nossos alunos estão concluindo o ensino médio sem dominarem vários conceitos de geometria, álgebra, aritmética e até interpretação. Isso fará falta para eles em suas jornadas de estudantes. Certamente estarei mais atento em perceber as deficiências que meus alunos apresentarem, pois, tentarei cumprir, por mais difícil que seja, o papel de um professor responsável em repassar os conhecimentos que considero essenciais.

Eu espero que esse trabalho sirva ao seu propósito de criação, que é ajudar a construir uma melhor educação de matemática no Ensino Médio dessa cidade acima citada. Espera-se que os professores que labutam diariamente nessas escolas, sempre com o objetivo de transformar a educação obidense em uma educação de qualidade, apesar dos obstáculos a eles impostos, possam apreciá-lo e usá-lo da melhor maneira possível.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Maria Margarida de. **Introdução à metodologia do trabalho científico: elaboração de trabalhos na graduação**. 10. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.

CARNEIRO, Moaci Alves. **LDB fácil: leitura crítico-compreensiva, artigo a artigo**. 23^a. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

CERVO, Amado Luiz; BERVIAN, Pedro Alcino; DA SILVA, Roberto. **Metodologia Científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CORDEIRO, Clailton Costa, Clícia Valladares Peixoto Friedmann, Renato Silva. Alguns Resultados de uma Análise de Erros das Questões de Geometria de Alunos Selecionados na Primeira Fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **Educação Matemática em Revista** – RS. EMR-RS - ANO 12 - 2011 - número 12 - v.1 - pp. 9 a 20.

COCCO, Eliane Maria. **Olimpíada de matemática das escolas públicas e avaliação em larga escala: possíveis interlocuções**. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI). Frederico Westphalen, RS. 2013.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 2.ed.; 2^a reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

DE PAULA, Túlio Silva. **Avaliação Educacional Externa: conceito e utilidade da avaliação em larga escala**. Centro de Políticas Públicas e avaliação da Educação. Universidade de Juiz de Fora. 2013. http://www.avalieba.caedufjf.net/wp-content/uploads/2013/08/AvalieBA_Avaliacao_em_LargaEscala.pdf.

DA SILVA, Edna Lúcia. MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**. 4^o. Edição revisada e atualizada. Florianópolis. 2005.

FREITAS, Adelaide. FIGUEIREDO, Teresa Simões. **Desenvolvimento Curricular e Didática**. Indagatio Didactica. vol. 10 (2), julho de 2018.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5^a. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem**: componente do ato pedagógico. 1ª. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MUNIZ NETO, Antônio Caminha. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação, mito e desafio: uma perspectiva construtivista**. 44ª edição. Editora mediação. Porto Alegre. 2014.

OZORES, Ana Luiza Festa. Barbara Corominas Valério. **A Análise de Erros como Estratégia de Ensino**. 2015, https://www.ime.usp.br/caem/anais_mostra_2015/arquivos_auxiliares/posteres_mpm/Poster_MPM_Ana_Luiza_Ozores.pdf.

PEREIRA, Avelino Romero Simões. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio. Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. Ruy Leite Berger Filho. Coordenação Geral de Ensino Médio.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar**. Tese de Doutorado. Faculdade da Educação da Universidade de São Paulo. 1998.

PCNEM. Coordenação da elaboração Eny Marisa Maia. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Parte I - Bases Legais. Parte II - Linguagens, Códigos e suas Tecnologias. Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Parte IV - Ciências Humanas e suas Tecnologias.

RADATZ, H. (1979). Error Analysis in Mathematics Education. Journal for Research in Mathematics Education. 10(2), 163-172.

ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro. Sandra Mara Dias Pedroso. **O ensino da geometria na Educação básica: realidade e possibilidades**. <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>.

SUDBRACK, Edite Maria. Eliane Maria Cocco. Avaliação Externa: Escalas Reguladoras das Políticas Educacionais. Texto derivado da Pesquisa Edital 01/2012: Políticas Educacionais no Brasil na década de 2000: interfaces, financiamento, gestão e avaliação e da dissertação de mestrado. **Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas em um município do RS e avaliação em larga escala: possíveis interlocuções**. 2012. http://www.anpae.org.br/IBERO_AMERICANO_IV/GT1/GT1_Comunicacao/EditeMariaSudbrack_GT1_integral.pdf