UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA PARA AUXILIAR O ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE FUNÇÕES

Fábio Rivas Correia Cervino

MANAUS
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

Fábio Rivas Correia Cervino

UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA PARA AUXILIAR O ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira

MANAUS
2019

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

C419u

Cervino, Fábio Rivas Correia
Utilizando a Modelagem Matemática para Auxiliar o Ensino-Aprendizagem do Conteúdo de Funções / Fábio Rivas Correia Cervino. 2019
42 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Nilomar Vieira de Oliveira
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Aprendizagem Significativa. 2. Representações Semióticas. 3. Modelagem Matemática. 4. Funções. I. Oliveira, Nilomar Vieira de II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

FÁBIO RIVAS CORREIA CERVINO

UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA PARA AUXILIAR O ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 4 de julho de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira
Presidente

Prof. Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata
Membro

Prof. Dr. Alcides de Castro Amorim Neto
Membro

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo...

A minha família nuclear meus pais Gildo Rivas Silva Cervino, Jaciara Correia Cervino e minha irmã Cibelle Rivas Correia Cervino por acreditarem em mim quando nem mesmo eu acreditei.

A minha esposa Lucilene de Lima Abensur Cervino e July Anne Abensur Menezes que sempre foi uma filha por suportar toda a luta e angustia compartilhadas inerentes ao processo.

Ao meu orientador Professor Dr Nilomar Vieira Oliveira por investir: tempo, suor, emoções e por vezes até sua saúde para que possamos realizar esse sonho.

A todos os professores que contribuíram de forma direta ou indireta para este intento, em especial aqueles que estiveram na linha de frente conosco Flavia Morgana (inesquecível aula de princípios de contagem), Carlos Wagner, Valtemir Martins, Roberto Prata e Disney Douglas que sempre nos incentivaram e compartilharam tantos ensinamentos.

Aos meus colegas da Turma PROFMAT 2017, muito grato, pois só depois daquela aliança estabelecida que pude vislumbrar que esse momento chegaria. Enfim, a todos aqueles que de forma direta ou não contribuíram para que chegássemos até esse ponto, sei que estou cometendo injustiças, porém parece que nesse nível de conquistas em que precisamos de tantos e de tanto fica difícil sermos integralmente justos.

RESUMO

Esta pesquisa visa investigar a relevância que alguns educandos do primeiro ano do ensino médio dão ao conteúdo de funções através de uma perspectiva invertida do ensino-aprendizagem do assunto, na qual o discente é visto como agente construtor do próprio conhecimento. Para elaboração deste trabalho foram revisitadas legislações educacionais como: LDB, BNCC e o PCN+ da disciplina de matemática e, como metodologia, utilizamos princípios de modelagem matemática como chave para que os alunos construíssem e opinassem na elaboração de modelos que resolvessem matematicamente as situações cotidianas e das ciências. Além disso, associou-se ainda a pesquisa desenvolvida com o embasamento teórico da aprendizagem significativa na perspectiva de Moreira e das representações semióticas apresentada por Raymond Duval. As situações-problema foram elaboradas a priori pelo pesquisador, seguidas de orientações ao longo de um mês, com encontros semanais, e as visões destes eram verificadas através questionários semiestruturados aplicados para coleta de dados, os quais foram posteriormente compilados. Os resultados obtidos foram satisfatórios e confirmam/refutam pesquisas semelhantes.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa, Semiótica, Modelagem matemática

ABSTRACT

This research aims to investigate the relevance that some students of the first year of high school give to the content of functions through an inverted perspective of teaching-learning of the subject, in which the student is seen as the agent constructing the knowledge itself. To elaborate this work, we have revisited educational legislation such as LDB, BNCC and the PCN + of the mathematics discipline and, as methodology, we use principles of mathematical modeling as a key for students to construct and give opinions in the elaboration of models that mathematically solve everyday situations and of Sciences. Besides, the research developed with the theoretical foundation of meaningful learning from the perspective of Moreira and the semiotic representations presented by Raymond Duval was also associated. The problem situations were elaborated a priori by the researcher, followed by orientations during a month, with weekly meetings, and the visions of these were verified through semistructured questionnaires applied for data collection, which were later compiled. The results were satisfactory and confirm/refute similar research.

Keywords: Significant learning, Semiotics, Mathematical modeling

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Este trabalho surge de uma inquietação quanto à ideia de relevância e aplicabilidade do conteúdo de funções por parte dos nossos alunos do primeiro ano do ensino médio. Essa investigação traz consigo alguns pressupostos que podem não só incitar a curiosidade dos estudantes a respeito do tema, como auxiliar o desenvolvimento ensino-aprendizagem do conteúdo.

Sabemos que a importância do conteúdo de funções é tremenda, tendo vários modelos que permeiam o cotidiano e as ciências (Tarifas de táxi, M.R.U.V, Decaimento Radioativo). Assim, inicialmente, decidimos fazer uma pesquisa bibliográfico sobre o relato dos documentos oficiais (LDB, PCN+, BNCC), a Modelagem Matemática, a Aprendizagem Significativa e as Representações Semióticas.

Ao analisar a LDB nos deparamos com uma obrigatoriedade do ensino de matemática e a preocupação com o desenvolvimento do senso crítico dos educandos, o que nos levou a uma reflexão de como trabalhar o ensino-aprendizagem de funções de uma forma crítica e até contextualizada como esta orienta. Dessa forma, optamos pela estratégia de usar princípios de modelagem matemática adequados ao nível de ensino dos educandos em questão.

Apesar dessa ideia original, ainda existia uma lacuna grande, pois só a modelagem pela modelagem poderia ser ineficaz, logo, precisávamos de uma abordagem metodológica mais direcionadora e, ao analisar o PCN+ referente ao conteúdo de matemática, observamos a preocupação com a elaboração das comunicações e a importância do simbólico no ensino-aprendizagem de matemática. Naquele momento, optamos pela teoria das representações semióticas, que dentre várias reflexões interessantes sobre o pensar educacional matemático, apresenta o fato de que a construção da representação adequada de uma visão simbólica (signo) associada a um conceito (Semiosis) é tão importante quanto a apreensão do próprio conceito (Noesis).

Na BNCC há também um grande destaque na construção e desenvolvimento de competências que falam sobre a importância das simbologias e contextualizações, porém frisamos a preocupação com a fragmentação do conhecimento e uma educação totalmente fora da realidade do educando e, devido a isto, recorreremos à aprendizagem significativa e seus subsunçores, os quais ajudam a contextualizar e alavancar o ensino aprendizagem dos conceitos que precisamos ensinar, ao passo que o próprio subsunçor será aprimorado na mente do educando.

Outro momento do trabalho é uma intervenção feita em uma escola da região centro - oeste da cidade de Manaus - AM, semanalmente, ao longo do mês de outubro, em que foram repassadas orientações, situações problema foram apresentadas e os alunos estimulados a construir seus próprios modelos. No início e no final da intervenção foi aplicado um questionário semiestruturado para levantamento de dados.

Esse trabalho nos fornece opções para o pensar pedagógico e apresenta novas ferramentas metodológicas para auxiliar o ensino-aprendizagem do conteúdo de funções no primeiro ano do ensino médio. Tendo em vista isso, Esta pesquisa tem como objetivo geral investigar a percepção dos discentes a cerca do conteúdo de funções, promovendo um despertar de sua relevância e aplicabilidade na utilização como ferramenta de modelagem matemática, com auxílio e alguns pressupostos da aprendizagem significativa e representações semióticas, e para atingir tal intento foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos para esta dissertação:

- Pesquisar o que diz legislação educacional e bibliografias de autores que trabalharam ideias afins sobre o assunto;
- Conduzir uma intervenção trabalhando alguns conteúdos de funções pelo viés da modelagem;
- Levantar dados por meio de uma aplicação um questionário semiestruturado;
- Compilar e analisar os dados apurados.

1.1 Metodologia e Procedimentos Metodológicos

A pesquisa foi realizada em outubro de 2018 com duas turmas do primeiro ano do ensino médio onde uma delas tinha 44 alunos matriculados e a outra tinha 42 totalizando 86 alunos matriculados, o local uma escola estadual que fica na zona centro-oeste da cidade de Manaus.

1.2 Instrumento para coletas de dados

Dispomos de dois questionários semiestruturados, um deles aplicado antes das interações de modelagem que visam compreender o que os sujeitos percebem sobre: relevância das funções, sua qualidade técnica ao lidar com funções, aplicabilidades das funções o segundo questionário visa perceber a compreensão dos sujeitos nos itens supracitados após a aplicação da interação e analisar os resultados.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho foi elaborado em 4 capítulos:

Nesta primeiro capítulo apresentamos a Introdução bem como situação problema, a inquietação deste pesquisador que motivou o trabalho e os objetivos associados ao tema,a metodologia além da estrutura da dissertação.

O Capítulo 2 fornece os subsídios do referencial teorico que nos orientam a respeito do que foi feito no trabalho, contando com a revisão das legislações: LDB, PCN+ e BNCC bem como a de Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Teoria das Representações Semióticas.

O Capítulo 3 apresentamos resultados e discussões uma análise de dados correspondente aos questionários 1 e 2 com comentários e conclusões a cerca do que foi apurado.

No Capítulo 4 apresentamos as considerações finais, algumas conclusões associadas a esse trabalho e sugestões para trabalhos posteriores.

Capítulo 2

Referencial Teorico

2.1 Lei 9394/96 Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB)

Ousa-se dizer que nossa atualidade educacional está tão preocupada na difusão do conteúdo matemático quanto na maneira como isso deve ser feito e, para que tenhamos um indício muito forte dessa realidade, basta nos atermos aos principais documentos oficiais que regulamentam nossa educação. A LDB nos traz em seu artigo 35 a seguinte informação " § 3 o O ensino da língua portuguesa e da matemática será obrigatório nos três anos do ensino médio, assegurada às comunidades indígenas, também, a utilização das respectivas línguas maternas" (LDB, 2017, P. 25) o que ratifica a preocupação com a disseminação da matemática em nossa educação.

No entanto, no mesmo artigo, em um inciso diferente vemos "§ 7º Os currículos do ensino médio deverão considerar a formação integral do aluno, de maneira a adotar um trabalho voltado para a construção de seu projeto de vida e para sua formação nos aspectos físicos, cognitivos e socioemocionais." (LDB, 2017, P. 25)

Tendo em vista esta orientação da lei devemos, também devemos primar pela construção de uma indivíduo crítico que saiba não só a parte formal do conteúdo como desenvolva certa habilidade em aplicabilidade, contextualização e interconexões entre a matemática e outros conhecimentos.

2.2 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)

Já os PCN+ das ciências da natureza e matemática nos levam à seguinte análise:

> As três áreas - Ciências da Natureza e Matemática, Ciências Humanas, Linguagens e Códigos - organizam e interligam disciplinas, mas não as diluem nem as eliminam. (PCN+, 2002, P. 8).

Nesse caso, o nosso parâmetro significa termo de equiparação, que nos leva fortemente a um pensar pedagógico em matemática totalmente interconectado com as outras áreas, o que nos leva a crer na mais valia de uma educação básica estruturada em elementos de contexto, pois as outras áreas de conhecimento tratarão de fenômenos: químicos, físicos, biológicos, sociais e filosóficos cotidianos ou em um âmbito mais científico, ou seja, como educadores em matemática precisamos estabelecer conexões entre a matemática e o universo que nos cerca. O PCN+ ainda nos sugere que

> Enfim, com um objetivo mais pedagógico do que epistemológico, é preciso um esforço da escola e dos professores para relacionar as nomenclaturas e, na medida do possível, partilhar culturas. (PCN, 2002, P. 19).

Observa-se nesta parte do texto acima que somos orientados a unificar tratamentos de conceitos entrelaçando conhecimentos.

Mais um parâmetro interessante para o direcionamento do ensino e aprendizagem em matemática vem do PCN+

> Por isso, o desenvolvimento de códigos e linguagens em ciência e tecnologia deve ser tomado como um aspecto formativo de interesse amplo, ou seja, no ensino de cada disciplina científica, esse desenvolvimento não está somente a serviço dessa determinada ciência ou das ciências, mas sim promovendo uma competência geral de representação e comunicação. (PCN, 2002, P. 24).

Percebe-se nessa fala um cuidado com as representações e comunicações, interlocuções essas tanto entre as ciências quanto entre as próprias representações.

Sobre a importância das simbologias e as inter-relações entre as mesmas, falando no contexto da matemática e demais ciências, o PCN+ ainda traz

> A articulação dessa nomenclatura, desses códigos e símbolos em sentenças, diagramas, gráficos, esquemas e equações, a leitura e interpretação destas linguagens, seu uso em análises e sistematizações de sentido prático ou cultural, são construções características dessa área de conhecimento, mas hoje integram um instrumental igualmente necessário para atividades econômicas e para o pensamento social. (PCN, 2002, P. 24).

Nessa orientação temos uma clara preocupação não só na aprendizagem dos símbolos matemáticos como na transposição dessa simbologia para onde mais seja necessário para isso precisamos ter a maior compreensão possível a cercado significado dos mesmos.

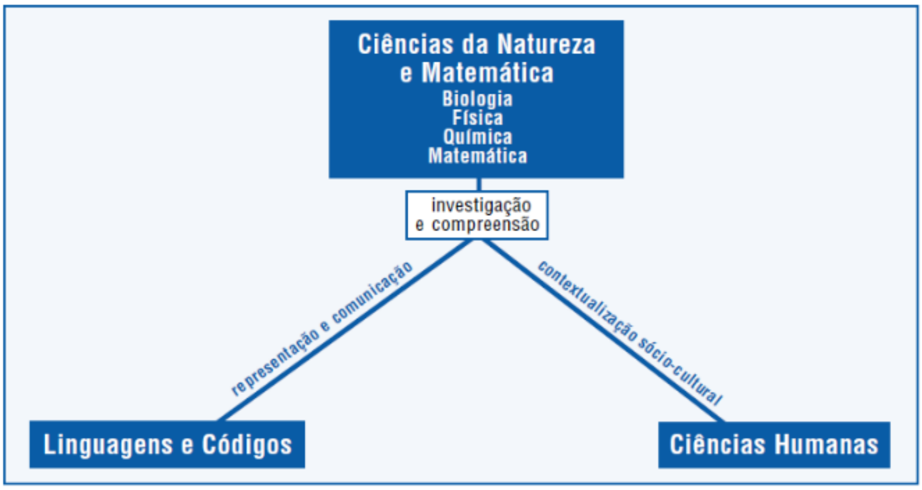

Figura 2.1: Integração do Conhecimento PCN+

Representação e comunicação
Símbolos, códigos e nomenclaturas Reconhecer e utilizar adequadamente na forma oral e escrita símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem científica.
Articulação dos símbolos e códigos Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas.
Análise e interpretação de textos e outras comunicações Consultar, analisar e interpretar textos e comunicações de ciência e tecnologia veiculados por diferentes meios.
Elaboração de comunicações Elaborar comunicações orais ou escritas para relatar, analisar e sistematizar eventos, fenômenos, experimentos, questões, entrevistas, visitas, correspondências.
Discussão e argumentação de temas de interesse Analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia.

Figura 2.2: Representação e Comunicação PCN+

Nas figuras supracitadas vemos a preocupação explícita com conteúdo, método de transmissão, simbologias e interconexão de informações, com isso buscamos teóricos que pudessem embasar nossa pesquisa nesse sentido estabelecendo práticas e ferramentas metodológicas que possam nos conduzir na verificação do impacto que essas medidas possam causar na educação matemática de uma sala de aula.

Temos mais apontamentos dos rumos que devemos tomar na educação matemática do ensino médio segundo os PCN+

> No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. (PCN, 2002, P. 111).

A importância da matemática é ponto pacífico para aqueles que pensam educação em algum nível, porém os rumos que essa disciplina deve tomar é que ainda causa discussão, e o que o parâmetro nos sugere é que aproximemos esse conhecimento de contextos sociais, econômicos, culturais e até filosóficos da realidade do educando.

Os PCN+ complementam suas orientações a respeito da educação matemática elencando as competências a serem desenvolvidas na etapa do ensino médio são elas: representação e comunicação, investigação e compreensão, contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, é o que buscamos em nossa pesquisa.

2.3 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Mais um documento norteador da educação no Brasil que traz consigo orientações de âmbito educacional geral, sobre o ensino médio e sobre a educação matemática e com isso temos algumas preocupações adicionais. Assim, esse documento tem objetivo claro: "Nesse sentido, espera-se que a BNCC ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação. (BNCC, 2017, P.8)"

Com o aprofundamento das ciências à fragmentação da educação é inserida na mesma para fins didáticos, pois como um filósofo natural da renascença abarcaria com competência o que foi desenvolvido em duas ciências que seja? Não conseguiria. Portanto, as ciências passam a ser fragmentadas e até ter como objetivo um fim em si mesmas, porém na natureza e na vida nenhum desses fenômenos: científicos, filosóficos, naturais ou sociais ocorrem de maneira dissociada e a fragmentação passa a se um dos fatores que leva a desconexão daquilo que é ensinado com a realidade do educando.

Nesse ponto chamamos à atenção como a BNCC define competência

> Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BNCC, 2017, P.8).

Nesse texto acima, percebemos a coerência da base quando associamos as duas citações anteriores realmente é muito difícil para alguém estabelecer esse nível de competências com uma educação muito rígida ou insulada em si mesma.

Pautemos nossa práxis pedagógica em algumas competências gerais a serem desenvolvidas por um aluno do ensino médio segundo o BNCC

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BNCC, 2017, P.9)

Observa-sem nesse caso, que infelizmente o tradicionalismo que permeia a educação matemática no Brasil é um instrumento cerceador desta liberdade de construção científica.

Mais uma vez o documento oficial nos trazendo a importância de uma certa transversalidade no conhecimento e transposição de linguagens que torna necessária uma aquisição de forma competente e alguma fluidez nas simbologias associadas a educação matemática.

> Utilizar diferentes linguagens - verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital -, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. (BNCC, 2017, P.9).

Analisemos essa competência geral que fala sobre: tecnologia, educação crítica e protagonismo em sala de aula

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BNCC, 2017, P.9).

Assim, precisamos que o educando entenda o quanto antes a relevância que o mesmo tem como construtor em sua própria educação.

Vejamos o que a BNCC nos dá de referência para o desenvolvimento das competências

> Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem o raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática. (BNCC, 2017, P.519)

Isto é, não há espaço para aquelas velhas práticas de educação vertical onde o educando apenas absorve o que é passado pelo professor, a nova proposta põe o discente como um dos protagonistas do seu próprio aprendizado e aquele que está a frente da sala de aula como condutor e orientador de um processo: construtivo, participativo dinâmico e interativo não como algo acabado e totalmente estruturado.

Infelizmente por influência duradoura de tendência tradicionalista o aluno acha aceitável uma posição de paciente em seu processo de ensino-aprendizagem onde o agente é o professor essa visão limita sobremaneira a evolução educacional e essa visão da Base pode ser um fator de ruptura com essa estrutura.

Precisamos estar atentos a questão simbólica da linguagem matemática, pois essa questão facilitará sempre: a comunicação, a tranposição de conceitos e o estabelecimento de outras estruturas como verificamos no texto da BNCC

> Variação e constância envolve observar, imaginar, abstrair, discernir e reconhecer características comuns e diferentes ou o que mudou e o que permaneceu invariante, expressar e representar (ou descrever) padrões, generalizando-os. Reitera-se que, como essas ideias não são exclusivas da Matemática, podem gerar integração entre as áreas. (BNCC, 2017, P.520).

Novamente vemos a preocupação dos textos oficiais com a integração entre as disciplinas o que fica claro é a importância da apropriação e desenvolvimento da linguagem simbólica concernente ao processo para que haja uma real compreensão e uma aplicação interdisciplinar desses conceitos.

Agora vejamos Algumas competências e habilidades que a Base estabelece para o discente de matemática do ensino médio, vejamos a competência 1:

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral. (BNCC, 2017, P.524)

Observemos que para o ensino médio em matemática não podemos mais trabalhar unicamente no sentido de desenvolver a ferramenta matemática temos que trabalhar conceitos e aplicabilidades cotidianas e científicas. Texto ainda fala das habilidades que devem ser estimuladas para alcançarmos essas competências, apesar da relevância do texto estamos primando por colocar em destaque as partes em que encontramos maior consonância com o trabalho apresentado, sendo assim, temos a seguinte habilidade

> Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.? (BNCC, 2017, P.525).

Nesse caso, relativa a tais habilidades, percebemos de forma clara a necessidade do fluxo de representações matemática ou da transição facilitadas de representações semióticas na mesma quando o texto da figura descreve: análises de situações, análises de gráficos e transformações.

Nossa pesquisa também se encontra embasada sobre a competência 3:

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BNCC, 2017, P.527)

A modelagem é uma ferramenta educacional poderosa, pois permite ao educando enxergar a aplicabilidade da matemática derrubando o conceito de que a disciplina é algo inútil que só serve para perturbar ou como algum rito de passagem que o definiria como mais ou menos inteligente, só que em nosso trabalho há uma inversão processual, ao invés de ensinar matemática para suportar a modelagem foram estabelecidos princípios de modelagem para ensinar matemática. Vejamos o quadro de habilidades que nos ajudam a atingir essa competência

> Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais. (BNCC, 2017, P.528).

Essas habilidades incluem a noção de contextualização e a transição entre três representações simbólicas: a maneira como vemos uma situação, equacionamento e a forma gráfica. Já na próxima habilidade vemos a possibilidade de hora usar matemática para modelar hora usar modelagem para ensinar matemática, o qual é objetivo principal do nosso trabalho: " Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais. "(BNCC, 2017, p. 528).

Dentre outras habilidades que podemos destacar no BNCC, p. 528-530, estão:

- Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

- Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

- Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

  Neste caso, mais uma vez existem outras competências e habilidades no texto original, porém estes estão tendo destaque por estarem em linha com o trabalho realizado nessa pesquisa. Citamos anteriormente algumas das habilidades que nos conduzem a competência 3 e que nos mostra a coerência do texto, pois trabalhar com problemas em que possamos usar modelagem vem a combinar com muita coisa que se espera de uma educação matemática contextualizada.

  Na quarta competência apontada pela BNCC, vemos a clara preocupação da educação matemática com as representações simbólicas e suas transposições entre as áreas

- Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

  A base normalmente aponta não só a competência a ser desenvolvida como a maneira de fazê-la que é por meio da aquisição de habilidades vejamos algumas habilidades chaves apontadas pela BNCC

- Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

- Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

- Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.

  Estas são as competências e habilidades elencadas como mais pertinentes a delimitação do nosso trabalho que visa usar algumas estratégias da modelagem para colaborar com a contextualização do estudo das funções: afim, quadrática, exponencial e logarítmica.

2.4 Direcionamentos Didáticos na Matemática

As mudanças sociais e tecnológicas dos últimos cinquenta anos são maiores e mais avassaladoras do que alterações sofridas nesses tópicos nos quatrocentos anos anteriores, o impacto causado por estas mudanças no âmbito educacional é assustador, pois se citarmos que os jovens de hoje têm muito mais acesso a tecnologias e possibilidades de contestação dentre outras, mas apenas com estas duas mudanças percebemos o desastre que é quando utilizamos essencialmente uma metodologia de ensino tradicionalista.

Esse estilo de trabalho supracitado traz em sua epistemologia ferramentas extremamente estruturadas e transmissão de conhecimento verticalizada onde o professor é um ídolo e o estudante é um mero receptáculo de conhecimento que não pode contribuir para construção do mesmo, sendo assim, o professor fica em total desvantagem em um universo onde qualquer criança tem um aparelho digital que acessa internet e tem muito mais liberdade para dizer e fazer o que gosta e o que quer.

2.5 Aprendizagem Significativa

Temos a necessidade de resgatar o interesse do estudante para o ensino-aprendizagem de matemática sendo assim faremos uso de algumas abordagens metodológicas com esse objetivo, dentre elas a aprendizagem significativa que segundo Moreira "Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe"(Moreira, 2011, p.13) O que o autor quer dizer nessa fala é que ao usar a teoria da aprendizagem significativa devemos nos preocupar com o nível de relevância que o conhecimento prévio que será utilizado para dar suporte a esse aprendizado esteja bem consolidado na mente deste indivíduo.

Na teoria supracitada este conhecimento prévio é conhecido como subsunçor que Moreira nos define como

> Em termos simples, subsunçor é o nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo

> conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. (Moreira, 2011, P.14)

E, pelo entendimento do autor, o subsunçor deve alavancar o entendimento do conceito que pretende ser ensinado ao passo que o próprio subsunçor deve ser melhor consolidado na mente do educando, falando ainda sobre subsunçores

> O subsunçor é portanto, um conhecimento estabelecido na estrutura cognitiva do sujeito que aprende e que permite, por interação dar significado a outros conhecimentos. (Moreira, 2011, P.18).

Moreira nos alerta para não cometermos a inadequação de considerarmos o subsunçor um conceito, pois isso seria uma estruturação excessiva e limitante para para a utilização desse conhecimento, apesar que em sua obra os exemplos de subsunçores são conceitos de física clássica o que é bem compreensível, pois tanto Moreira como o criador da teoria e seu mestre Ausubel são físicos, nesta pesquisa eu me utilizo da sugestão do Moreira de conceber o subsunçor de forma mais fluida.

Num dos exemplos utilizamos o funcionamento de um aplicativo de celular para transporte de pessoas como subsunçor para o ensino e aprendizagem de função afim. Quando o educando passa a fazer um estudo e deixa de perceber aquele aplicativo como um mero usuário e passa a entender a lógica funcional que está por traz da tarifação, passa a ocorrer o que a aprendizagem significativa chama de diferenciação progressiva:

> A diferenciação progressiva é o processo de atribuição de novos significados a um dado subsunçor (um conceito ou uma proposição, por exemplo) resultante da sucessiva utilização desse subsunçor para dar significado a novos conhecimentos. (Moreira, 2011, P.20)

Tal utilização dos subsunçores serve não só para alavancar o ensino - aprendizagem do conteúdo que se pretende discutir como também reforça o entendimento do subsunçor. Moreira nos orienta para que observemos se as condições são favoráveis ou não para aprendizagem significativa e o mesmo cita duas que são primordiais como análise do potencial de significatividade do material de trabalho e o quanto este educando está disposto a aprender usando a epistemologia da aprendizagem significativa.

Na primeira condição temos que o material a ser utilizado tem de ser selecionado de tal forma que o educando tenha meios (ideias - âncora) para relacionar o material ao assunto a ser ensinado quanto mais essa associação ocorrer maior potencial significativo terá o material. Já a segunda condição o autor aponta como a mais difícil, pois depende da decisão do educando de construir as relações entre conhecimentos, que a meu ver rompe com estrutura de ensino-aprendizagem vigente, que por mais que os educandos reclamem que estão habituados, exige destes uma mudança de postura quanto ao seu aprendizado realizando uma interação não arbitrária e não literal entre conhecimentos o que torna essa segunda fase tão complicada.

2.6 Representações Semióticas

Enquanto o século XX foi de construção e consolidação sobre o pensar didático em relação a matemática no século XXI vemos pensadores trabalhando arduamente em uma maneira mais eficiente para transmissão de conhecimentos matemáticos, dentre essas pessoas temos Raymond Duval que atribui um grande peso ao estudo das representações semióticas no ensino e aprendizagem em matemática, mas o que seria essa semiótica? Segundo o dicionário da academia brasileira de letras semiótica são os signos (Símbolos) que servem para comunicação [4].

Ainda segundo Duval

> As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. (Duval 2012, P.269)

Ainda segundo o autor quando lidamos com: uma equação, uma situação problema e uma gráfico estamos lidando com várias representações semióticas diferentes.

Precisamos pensar na relevância das representações semióticas para o ensino e aprendizagem em matemática, vejamos o que Duval nos diz sobre isso que "O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. Se é chamada "semiose" a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e "noesis" a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose." o que verificamos é que na práxis pedagógica da atualidade nós nos detemos muito na apreensão de conceito e acabamos negligenciando que tipo de simbolismo o conceito está representando para o estudante ou se o mesmo não está tomando o signo pelo significado.

Utilizando a teoria da aprendizagem significativa existe uma programação esquemática para potencializar o ensino e aprendizagem em matemática observemos o esquema a seguinte da figura 3.1 a seguir.

Nessa pesquisa ao lançarmos a situação problema de forma a favorecer o educando a construir seu conhecimento, estabelecemos uma sequência lógica que o favorece a chegar a certa conclusão e utilizamos: descrição da situação, análise gráfica, equacionamentos e tabulação estamos concorrendo a potencialização do ensino e aprendizagem em matemática utilizando a teoria das representações semióticas.

2.7 Modelagem na Educação Matemática

Princípios de modelagem foi a estratégia encontrada para testar uma alternativa de ensino e aprendizagem em matemática no conteúdo de funções em que pudéssemos explorar ao mesmo tempo: contextualização, aprendizagem significativa e as várias representações semióticas concernentes ao processo, então com a ajuda de Bassanezi teremos algumas elucidações sobre o tema e os principais pontos correlatos com este trabalho. Segundo o autor:

> A modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente, sobre a sua realidade, carre-

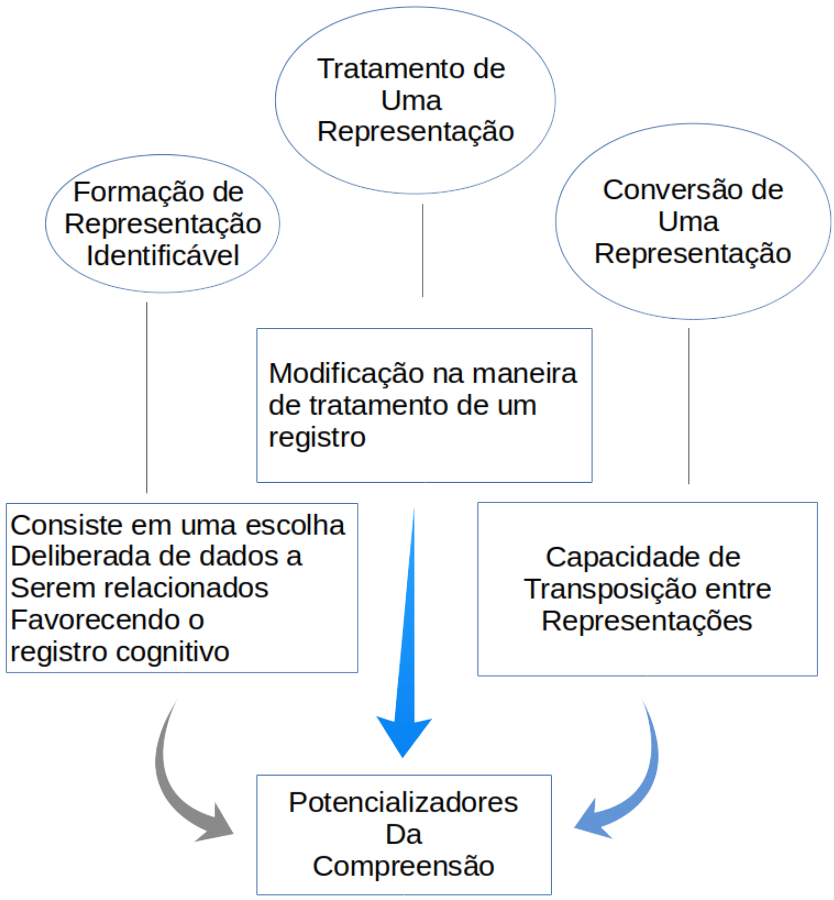

Figura 2.3: Esquema Representação Semiótica

> gada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador. (Bassanezi, p.10, 2008).

Porém, nosso trabalho não consiste em ensinar educandos a modelar e sim utilizar a modelagem como ferramenta de ensino-aprendizagem do conteúdo de funções para o primeiro ano do ensino médio, logo em nosso trabalho não teremos ferramentas como equações diferencias ou o modelo de Malthus e sim o plano cartesiano, noções de domínio e imagem, funções: afim, quadrática, exponencial e logarítmica tão pouco nos preocuparemos com validações, pois nosso intuito não é ensinar o aluno a modelar e sim melhorar o interesse e potencializar o ensino-aprendizagem do conteúdo de funções no primeiro ano do ensino médio.

O autor nos traz algo interessante sobre essa discussão

> Por exemplo, se vamos utilizar o processo de modelagem matemática para motivação de certos conteúdos matemáticos ou valorização da própria matemática, muitas vezes a

> validação dos modelos não é um critério fundamental para sua qualificação ? Neste caso, o alvo é o próprio aprendizado de matemática. (Bassanezi, p.8, 2008)

Certamente esse é o nosso caso e é onde nos distanciamos uma pouco do autor que em sua obra utilizará modelos muito mais rebuscados ferramentas muto mais sofisticadas o que foi feito foi uma proposta de gerar uma situação problema em que deliberadamente o mediador já conheça o modelo adequado que funcione para solução de tal forma que o próprio aluno construa sua solução perpassando e utilizando os conceitos que pretende - se ensinar, claro que estes conceitos foram mostrados e reapresentados previamente fazendo com que o educando seja incentivado a ser agente do seu processo de construção de conhecimento.

Vejamos os problemas que foram usados como instrumento de apoio para despertar o estudante a adquirir conhecimentos a cerca das funções. Temos outra pessoa que pode nos elucidar explicitamente sobre o uso da modelagem matemática como ferramenta educacional já que isso vem se desenhando desde meados do século XX.

> Dentre os eventos encontra-se o Lausanne Symposium, em 1968 na Suíça, que tinha por tema como ensinar matemática de modo que seja útil, com situações do cotidiano do estudante e não aplicações 'padronizadas', mas que favorecessem a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações da realidade. (Biembengut, p.8, 2009).

No Brasil, porém, observamos que

> A Modelagem Matemática no Brasil começou a ser trabalhada, na década de 80 na Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - com um grupo de professores, em Biomatemática, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi - IMECC. (Burak, p.1, 2004).

E essa iniciativa ainda se dá no nível superior de ensino, o ensino médio começa a ser fruto desse desejo da utilização da modelagem como ferramenta educacional de ensino ? aprendizagem em matemática no ano de 1983 segundo Burak é quando ocorre o primeiro programa de mestrado direcionado a pensar a modelagem como estratégia para se ensinar matemática devido ao grande problema de contextualização intrínseco a maneira tradicional de apresentação que se tornou recorrente nas instituições de ensino até então.

2.8 Aplicação de Funções Envolvendo Modelagem

Serão descritos os problemas abordados na turma, os quais envolvem modelagem. Na sequência, serão apresentados alguns comentários e estratégias para a solução.

Problema Aplicado em 02/10/2018

Certa empresa pretende trabalhar oferecendo como serviço o transporte de pessoas, a cobrança desse serviço será feito por meio de um aplicativo de celular mostrando várias informações, dentre elas, o preço a ser pago pela corrida antes que a mesma aconteça. Ao fazer uma pesquisa de mercado a empresa fornece como dados que ao rodar: 5 km será cobrado R$13,00, 6 km será cobrado R$15,00, 7 km será cobrado R$17,00. Em conformidade com estes dados, determine:

a) Usando o plano cartesiano como referência em que a distância percorrida faz parte do eixo x e o preço a ser cobrado faz parte do eixo y determine a condição de alinhamento dos pontos.

b) O tipo de função que possui esse tipo de alinhamento.

c) A lei de formação da função.

d) Domínio e Imagem

Essa situação problema foi idealizada com intuito de utilizar o gosto e o conhecimento prévio destes aplicativos para telefones celulares como alavancas (subsunçores e elementos de contexto) para o ensino - aprendizagem da função afim.

A maneira como os itens são dispostos é feita de forma deliberadamente gradativa favorecendo a construção dos resultados utilizando a inter-relação entre algumas representações semióticas, devido o curto tempo de interação, pois este pesquisador não era o titular da disciplina e tive um espaço cedido por um colega.

O objetivo era mais despertar o interesse na real relevância do conteúdo de função afim e sua aplicação do que promover um aprendizado de forma integral, porém pudemos perceber por parte de alguns alunos uma evolução quando os mesmo foram convidados a compartilhar sua solução na semana seguinte.

A maior parte conseguiu responder até o item b), com o detalhe que muitos entendiam erroneamente que um gráfico sempre começa da origem, o que foi desmistificado durante essa discussão. Além disso, também frisamos que noções de domínio e imagem restringem o conjunto numérico a ser abordado e traz uma economia computacional durante o processo, o que trouxe a impressão durante a intervenção que os alunos começam a se colocar no lugar dos matemáticos e começam a entender o motivo da cobrança deste conteúdo.

Assim, observamos que ouvir falar que matemática está presente em nossas vidas é bem menos completo do que vivenciar como a mesma está presente em nossas vidas, quando estes passam a tentar construir seus modelos, discutem erros e acertos e o fazem com um objetivo definido parece que o ganho de significado é enorme, atribuindo motivo para aquele estudo.

Problema Aplicado em 09/10/2018

Uma maionese mal conservada causou mal - estar nos frequentadores de um clube. Uma investigação revelou a presença da bactéria salmonela, analisando as amostras perceberam que no momento inicial tinham 200 bactérias, passadas uma hora 400 bactérias passadas duas horas 800 bactérias, sendo assim. Determine:

a) Qual o alinhamento desses pontos, considerando no eixo cartesiano tempo (t) como eixo x e número de bactérias como eixo y.

b) Que tipo de padrão você percebe do número de bactérias em relação ao tempo em horas.

c) função sequência ou lei de formação que preveja a proliferação da salmonela em função do tempo.

d) Caso tenha achado função no item, determine Domínio e Imagem.

Essa situação problema tem os mesmos elementos didáticos descritos no problema anterior a interação aponta para um fato intuitivo que quanto mais elaborado tecnicamente é o modelo, mais desestimulados e perdidos os alunos se sentem. Porém, acreditamos ter surgido uma perspectiva positiva nesse ponto, pois plantamos uma semente que Matemática pode ser aplicada a biologia.

Esse problema foi sugerido em 09/10/2018 para ser discutido uma semana depois. A ideia era seguir os princípios da primeira intervenção, porém os educandos tiveram dificuldades para tentar uma solução, que precisou ser estimulada com perguntas chave como: com o passar do tempo o que está acontecendo com o número de bactérias? Existe função com tal característica? Isto é, fomos construindo juntos, aos poucos a modelagem. O que os alunos pareciam vislumbrar é que a matemática transcende em muito o seu escopo, ou seja, é muito difícil que sejamos profissionais plenamente qualificados sem desenvolver matemática com certa qualidade.

Nesse problema a abordagem mais interessante é iniciar pelo item b), perceber que a cada hora o valor é dobro do anterior, pois fato é variar a potência de dois, de acordo com o tempo e, a partir deste ponto, as soluções acontecem de forma natural, e assim foi feito.

Problema Aplicado no dia 16/10/2018.

Em um lançamento vertical para cima, a partir do solo, foram obtidos dados da altura h em metros função do tempo t em segundos vistos na tabela abaixo:

$t\,(s)$	$h\,(m)$
0	0
1	35
4	80
7	35
8	0

Tabela 2.1: Tempo (t) $\times$ Altura (h)

a) No plano cartesiano trate o tempo como eixo x e altura como eixo y verifique o formato do gráfico ao ligar os pontos.

b) Que função possui esta característica?

c) Construa a lei de formação dessa função.

d) Determine *domínio* e *imagem* da função considerando a situação problema.

O elemento curioso da aplicação desse modelo é que segundo observações feitas pelo pesquisador durante a interação, muitos alunos ignoram o fato de que a equação horária do espaço no movimento uniformemente variado é uma aplicação de função quadrática e tratam a matemática associada a esse conteúdo como algo inteiramente novo.

Observamos que isso foi um choque para muitos quando analisamos o modelo na semana seguinte, mostramos que ao encontramos as raízes seriam os tempos em que o móvel estaria na origem dos espaços e trabalhamos a simetria da função quadrática associada ao modelo físico do lançamento vertical para cima.

Parece muito claro para quem se relaciona com a matemática como estilo de vida que esses modelos supracitados são evidentes, porém muitos dos nossos discentes parecem não se dar conta disso e tratam o modelo físico como mais uma série de informações a ser memorizadas meio sem saber o motivo.

Entendendo que dentre os modelos de funções estudados previamente pelos estudantes aquele alinhamento se encaixava melhor ao de uma função quadrática temos que seria algo do tipo

$$f(x) = ax^2 + bx + c. \tag{2.1}$$

Porém, como a função toca a origem dos espaços no plano cartesiano, temos $c = 0$. Na Figura 2.4 abaixo temos o formato do alinhamento para conseguir a lei de formação trabalhamos um simples sistema de equações.

Usando a Tabela 2.1, obtemos:

$$f(1) = 35 \qquad \text{e} \qquad f(8) = 0.$$

Substituindo na função quadrática da Equação 2.1 e usando o fato que $c = 0$, resulta no seguinte sistema de equações lineares de duas variáveis:

$$\begin{cases} a + b = 35 \\ 64a + 8b = 0 \end{cases},$$

cuja solução é $a = -5$ e $b = 40$, e a função quadrática procurada é $f(x) = -5x + 40x$.

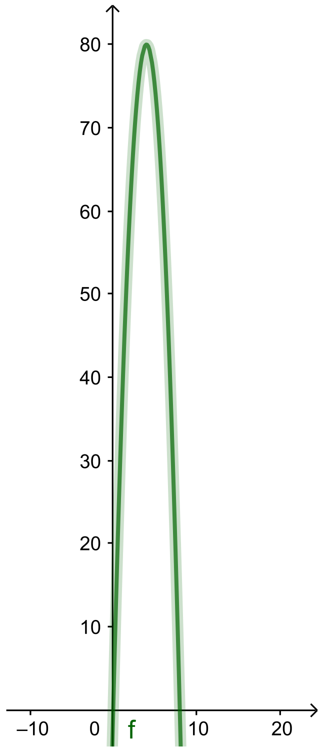

Figura 2.4: Gráfico Tempo × Altura

Problema Aplicado no dia 31/10/2018.

Uma represa de 2500 m^2 de superfície utilizada para criação de peixes foi invadida por certa espécie de vegetação aquática. Como ela estava prejudicando o crescimento dos peixes, o proprietário contratou especialistas para realizar um estudo. Ao analisar os 50 m^2 já invadidos pela vegetação, conclui-se que, se nenhuma providência fosse tomada, a vegetação aquática aumentaria 35% ao ano.

a) Escreva a função f que determina a área invadida pela vegetação, em função de tempo t em anos, considerando que o proprietário não tome qualquer providência.

b) Em quantos anos a vegetação tomará completamente a represa? Considere as hipótese anteriores e utilize log 5 = 0,699 e log 1,35 = 0,130 (Souza P. 113, 2016).

A curiosidade associada a aplicação dessa situação problema é que ela foi a única aplicada e desenvolvida no mesmo dia e, apesar de ser um modelo supostamente mais denso, os estudantes se sentiram mais confiantes em participar. O desenvolvimento desta tarefa foi feita de forma coletiva e com a participação do pesquisador, porém, por conter informações muito técnicas do conteúdo de funções exponenciais e logarítmicas, mostraram que apesar da boa vontade, não detinham conhecimento tão aprofundado acerca do assunto para a construção da função, a qual foi feita considerando os valores obtidos na etapa anterior. Na Tabela 2.2 abaixo estão a expressão ao fim de cada etapa:

Dessa forma, a função exponencial procurada $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ é dada por

$$f(t) = 50 \cdot (1,35)^t.$$

$t\ (s)$	Área (m^2)
1	$50(1+0,35)$
2	$50(1+0,35)^2$
3	$50(1+0,35)^3$
$\vdots$	$\vdots$
t	$50(1+0,35)^t$

Tabela 2.2: Tempo (s) × Área (m^2)

Capítulo 3

Resultados e Discussões

3.1 Análise dos Dados

Os dados irão ser organizados de uma forma que permitam uma melhor análise e facilite a conclusão do que deve ser averiguado, ou seja, essas informações serão tabuladas e colocadas em forma de gráficos para evidenciar o que precisamos enxergar na pesquisa.

3.2 Dados das Respostas dos Alunos no Questionário Inicial

Foi aplicado esse questionário para averiguação inicial, o qual denominamos de *Questionário 1*.

QUESTIONÁRIO PARA VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

1) Você já estudou o conteúdo de funções durante o primeiro ano do Ensino Médio?
Sim ( )   Não ( )

2) Qual o grau de importância que você atribui ao conteúdo de funções?
Muito Alto ( )   Alto ( )   Médio ( )   Baixo ( )   Inexistente ( )

3) Qual seu nível de conhecimento a cerca de conceitos associados as funções como: *domínio*, *imagem*, *raízes*?
Muito Alto ( )   Alto ( )   Médio ( )   Baixo ( )   Inexistente ( )

4) Qual o grau de importância que você atribui aos conceitos citados no ítem 3)?
Muito Alto ( )   Alto ( )   Médio ( )   Baixo ( )   Inexistente ( )

5) O quanto você acha que o conteúdo de funç ees pode ser usados para resoluç?o de problemas cotidianos ou científicos?

Muito ( )   Razoavelmente ( )   Pouco ( )   não é possível ( )

6) Você conhece alguma situação em que o conteúdo de funções pode ser usados para resolução de problemas cotidianos ou científicos?

Sim ( )   Não ( )

Se sim qual?

Analisando a parte estruturada das questões 1 e 6, conforme pode ser observado na Tabela 3.1, percebemos que 100% dos estudantes afirmaram que já estudaram o conteúdo de funções, porém 79,1%, isto é, 68 estudantes afirmaram que não conheciam situações onde se aplicam as funções. Tal afirmação nos leva as conclusões que estes não compreendem a aplicabilidade das funções, não perceberam o uso das mesmas durante o ano letivo e, portanto, apenas entendem superficialmente o real valor que o conhecimento de funções pode representar em suas vidas.

-	Q1	Q1 (%)	Q6	Q6 (%)
Sim	86	100	18	20.9
Não	0	0	68	79.1

Tabela 3.1: Tabela de Frequências Q1 e Q6, *Questionário 1*

Fato curioso sobre a parte estruturada da questão 6 é que, apesar 18 sujeitos terem respondido que conheciam situações em que as funções pudessem ser aplicadas, apenas 13 elaboraram um texto tentando explicar o fato e apenas quatro alunos conseguiram algo que seria aceitável como resposta. Além disso, ainda tivemos respostas como "*Não sei, não quero saber e não me pergunte nada!*" sendo que o mesmo afirmou saber no item anterior ou elaborações como "A*credito que sim, mas não veio nada a mente.*" o que na opinião do pesquisador foi uma explanação bem honesta.

-	Q2	Q2 (%)	Q3	Q3 (%)	Q4	Q4 (%)
Muito Alto	10	11.6	3	3.5	13	15.1
Alto	33	38.4	8	9.3	37	43
Médio	31	36	52	60.5	27	31.4
Baixo	12	14	22	25.6	8	9.4
Inexistente	0	0	1	1.1	1	1.1

Tabela 3.2: Tabela de Frequências Q2, Q3 e Q4, *Questionário 1.*

As questões 2, 3 e 4 (veja a Tabela 3.2) eram referentes a opinião dos sujeitos sobre a relevância que atribuíam e o conhecimento que tinham sobre as funções e seus elementos básicos nos itens supracitados somando os percentuais de médio, alto e muito alto nenhum valor é inferior a 70%, ou seja, maior parte da turma considera o conteúdo importante e que possuem uma habilidade de razoável para boa em elementos como: domínio, imagem e raízes de uma função, porém comentando um pouco sobre a interação feita, poucos tinham noção do que é domínio ou imagem.

Podemos acrescentar que os poucos que possuíam tal habilidade, ainda estavam no estágio de elaboração deste conceito do diagrama de Venn, ou seja, na fase concreta do conteúdo e não tinham ideia do que era raiz de uma função, concluímos que a maior parte desses estudantes acreditavam possuir o cabedal de conhecimentos adequado para seu nível concernente ao conteúdo de funções e intuem de certa forma como esses conceitos são importantes.

-	Q5	Q5 (%)
Muito	33	38,4
Razoavelmente	52	60.5
Pouco	1	1.1
Não é possível	0	0

Tabela 3.3: Tabela de Frequência Q5, *Questionário 1*.

Nesta questão 5, conforme a Tabela 3.3, vemos a confusão na cabeça dos educandos a respeito do conteúdo de funções, pois se somarmos os que acreditam que a possibilidade de aplicações funcionais para resoluções cotidianas ou científicas é intermediária ou alta temos 98,9%. Porém, como vimos na análise da questão 6, a maioria não sabe como e quase todos que disseram saber tiveram uma imensa dificuldade de elaborar esse pensamento. Figura 3.1 acima corresponde a participação de alguns educandos ao dividir as suas vis?es de como atacar e solucionar os problemas propostos.

Figura 3.1: Participação dos alunos.

3.3 Dados das repostas dos pesquisados no questionário final

Foi aplicado esse questionário para averiguação posterior a intervenção, o qual denominaremos de *Questionário 2*.

QUESTIONÁRIO PARA VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

1) Você acredita que seu conhecimento do conteúdo de funções durante o primeiro ano do ensino médio foi aprimorado na atividade?

Sim ( )   Não ( )

2) Qual o grau de importância que você atribui ao conteúdo de funções após a atividade realizada?

Muito Alto ( ) Alto ( ) Médio ( ) Baixo ( ) Inexistente ( )

3) Qual seu nível de conhecimento a cerca de conceitos associados as funções como: *domínio*, *imagem*, *raízes* após a atividade realizada?

Muito Alto ( ) Alto ( ) Médio ( ) Baixo ( ) Inexistente ( )

4) Qual o grau de importância que você atribui aos conceitos citados no ítem 3) após a atividade realizada?

Muito Alto ( ) Alto ( ) Médio ( ) Baixo ( ) Inexistente ( )

5) O quanto você acha que o conteúdo de funções pode ser usados para resolução de problemas cotidianos ou científicos após a realização da atividade?

Muito ( ) Razoavelmente ( ) Pouco ( ) não é possível ( )

6) Você conhece alguma situação em que o conteúdo de funções pode ser usados para resolução de problemas cotidianos ou científicos após a atividade realizada ?

Sim ( ) Nâo ( )

Se sim qual?

-	Q1	Q1 (%)	Q6	Q6 (%)
Sim	69	81.2	35	41.2
Não	16	18.8	50	58.8

Tabela 3.4: Tabela de Frequências Q1 e Q6, *Questionário 2*

Para mais de 80% dos alunos, veja a Tabela 3.4, a intervenção feita ao longo de um mês, semanalmente, contribuiu para o aprimoramento do conhecimento sobre o conteúdo de funções e mais de 40% entendem que existe aplicabilidades cotidianas ou científicas para as funções quase o dobro do número apresentado no questionário 1 aplicado antes de qualquer intervenção por parte do pesquisador que era de 20,9%. Estas informações também estão evidenciadas na Figura 3.2.

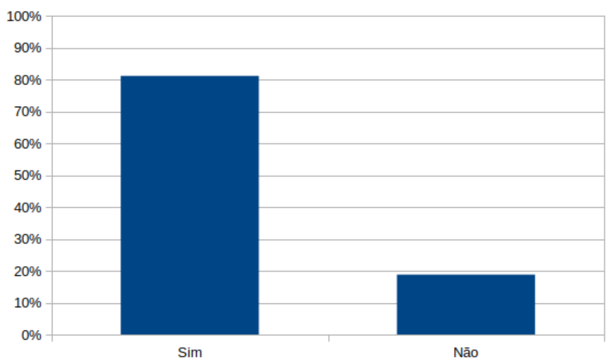

Figura 3.2: Gráfico questionário 2 Q1

Na parte não estruturada da questão 6 tivemos 34 estudantes tentando elaborar as situações de aplicabilidade das funções destes alunos encontramos 18 deles que elaboraram situações de aplicabilidade das funções de uma forma aceitável e vários faziam alusão a própria intervenção feita em sala de aula como instrumento dessa pesquisa, tivemos o dobro de tentativas de elaborações e mais que o triplo de elaborações consideradas aceitáveis, o que nos leva a crer que o trabalho está atingindo o objetivo. E continuamos com os sujeitos que declaram que acreditam que exista aplicabilidade, mas não sabem ou que tem raiva de quem sabe.

-	Q2	Q2 (%)	Q3	Q3 (%)	Q4	Q4 (%)
Muito Alto	14	16.5	3	3.5	13	15.3
Alto	30	35.2	24	28.2	33	33.8
Médio	34	40	41	48.3	30	35.2
Baixo	7	8.3	17	20	9	10.7
Inexistente	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.5: Tabela de Frequências Q2, Q3 e Q4, *Questionário 2*.

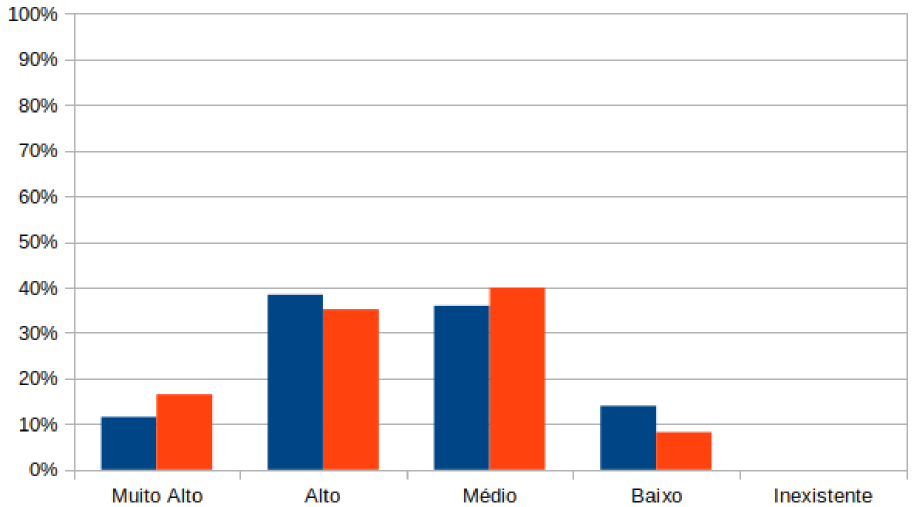

Figura 3.3: Gráfico - *Questionários 1 e 2* Q2

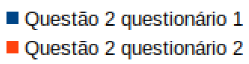

Figura 3.4: Legenda do Gráfico - *Questionários 1 e 2* Q1

O gráfico 3 demonstra uma pequena evolução no grau de importância dada pelo educando ao conteúdo de funções no primeiro ano do ensino médio o que podemos inferir disso é que no geral nossos educandos possuem uma noção razoavelmente elaborada da importância deste conteúdo os que nos leva a crer que o *gargalo* cognitivo deva estar na construção do significado para o conteúdo e na motivação dessa importância.

Após a intervenção os índices de relevância entre mediana e muito alta atribuída pelos alunos ao conteúdo de funções que estava em torno de 70% passa a girar em torno de 90% a confiança que os estudantes tem que seus conhecimentos sobre o conteúdo são de intermediário a muito elevados sobe 5%, porém uns 12% migraram da categoria médio para categoria alto.

-	Q5	Q5 (%)
Muito	47	55.3
Razoavelmente	34	40
Pouco	4	4.7
Não é possível	0	0

Tabela 3.6: Tabela de Frequências Q5, *Questionário 2*

Muitos podem entender que após a realização da atividade foi diminuída a noção da possibilidade de aplicação das funções por parte dos educandos, pois o número de indivíduos que deu opinião afirmando que havia pouca aplicabilidade passa de 1 (antes da aplicação da atividade) para 4, porém o percentual de sujeitos que entendiam as funções como muito aplicáveis passa de 33 para 47 um aumento de quase 17%.

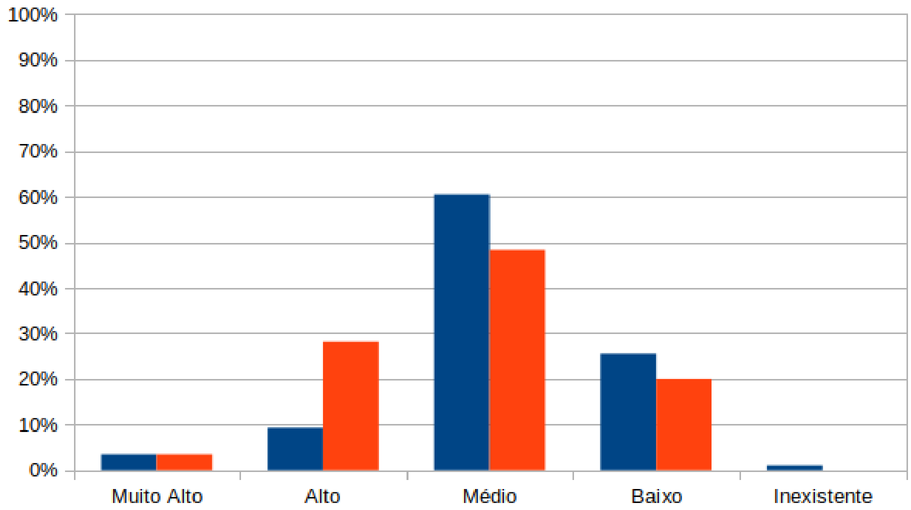

Figura 3.5: Gráfico *Questionários 1 e 2* - Q3

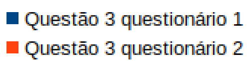

Figura 3.6: Legenda do Gráfico - *Questionários 1 e 2* - Q3

A questão 3 em ambos os questionários retratam como os educandos se sentiam quanto ao seu nível de conhecimentos a cerca do conteúdo de funções antes (azul) e depois (laranja) da intervenção, percebemos que existe diminuição significativa nos índices: médio, baixo e inexistente e um grande aumento no indicador alto o que nos indica sucesso de elaborações coletivas do conhecimento e de investimento na construção de significados são algumas das chaves para melhoria da educação matemática, o que nos conduz a um educando agente e protagonista da própria educação.

A questão 4 nos questionários trata de que nível de relevância que esses educandos atribuem a conceitos como: Domínio, Imagem e raízes de uma função o que parece controverso é que houve uma diminuição no índice alto e aumentos nos indicadores médio e baixo, porém isso nos leva a dois pensamentos, atividade falhou em focar nesses conceitos e essa noção de relevância já está em um certo nível de elaboração na mente desses estudantes.

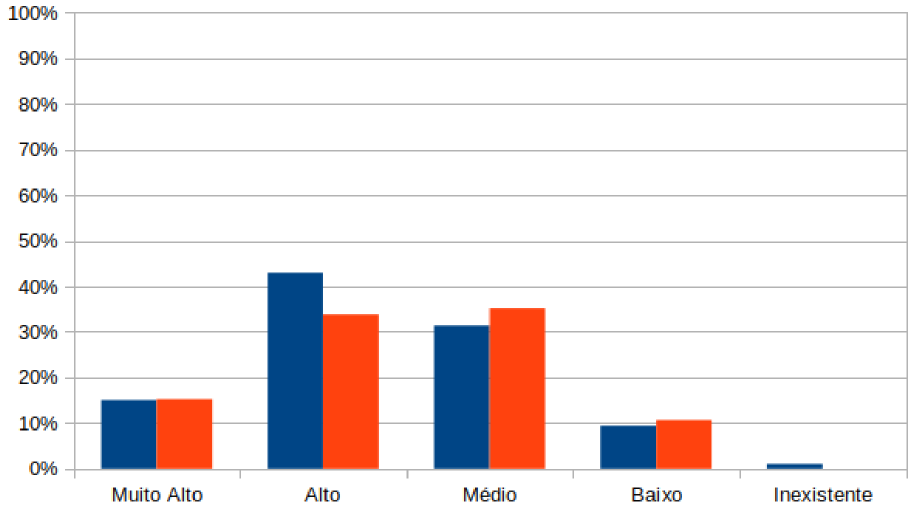

Figura 3.7: Gráfico Questionários 1 e 2 - Q4

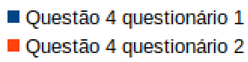

Figura 3.8: Legenda do Gráfico - *Questionários 1 e 2* - Q4

A questão 5 trata da percepção de aplicabilidade do conteúdo de funções, pelos sujeitos, antes e depois da intervenção (questionários 1 e 2 respectivamente) e sendo a mesma com enfoque maior em aplicabilidade tivemos uma grande migração dos sujeitos que consideravam as funções razoavelmente aplicáveis para os que as consideraram muito aplicadas, porém tivemos alguns poucos que após a atividade entenderam que deveriam passar do indicador razoavelmente para o pouco.

A questão 6 pergunta aos sujeitos se os mesmos conhecem situações onde o uso das funções podem servir para resolução de problemas cotidianos ou científicos antes(questionário 1) e após (questionário 2) a intervenção, notamos que após a atividade existe um acréscimo de 20% aos que marcaram sim, ou seja, conhecem alguma situação de aplicabilidade das funções e segundo as observações do pesquisador este número poderia ser maior, porém alguns educandos esbarraram na dificuldade de elaborar a situação em que afirmaram conhecerem a aplicabilidade das funções, que era a proposta da parte não estruturada da questão 6, acreditamos que alguns responderam não, pois teriam dificuldades na discrição do processo.

Nos últimos anos alguns pesquisadores tem procurado trabalhar em perspectivas semelhantes a nossa investigação como, por exemplo, Costa e Almeida que construíram uma pesquisa muito interessante onde os mesmos buscavam a melhoria do ensino e aprendizagem de função tangente utilizando a modelagem matemática e com base teórica na aprendizagem significativa destacamos uma parte importante de suas conclusões.

> Percebemos também que uma sequência de atividades desenvolvidas com base em pressupostos da Modelagem Matemática pode ser um organizador prévio para a aprendizagem de funções trigonométricas, pois faz com que os alunos saiam de situações concretas (dados obtidos por eles) e construam os saberes matemáticos. (COSTA e ALMEIDA p. 129, 2018)

As conclusões da citação acima dos colegas corroboram fortemente com aquilo que foi infe-

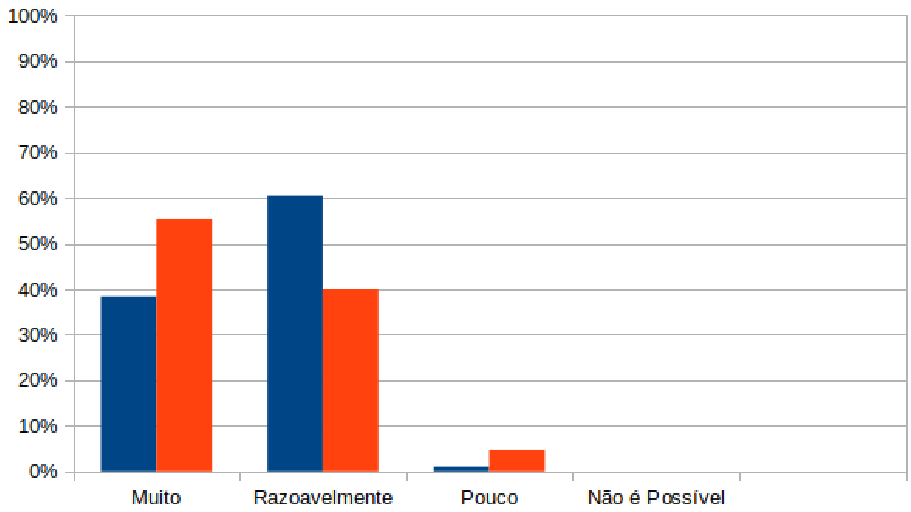

Figura 3.9: Gráfico *Questionários 1 e 2* - Q5

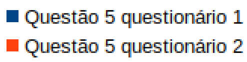

Figura 3.10: Legenda do Gráfico - *Questionários 1 e 2* - Q5

rido nesse trabalho, já um grupo de autoras fez um trabalho bem aplicado para ensinar funções quadráticas por meio da modelagem matemática, destaque para essa parte das conclusões

> A Modelagem Matemática possibilitou aos alunos não somente aprender o conteúdo Função Quadrática, mas a se posicionar de maneira diferente nas situações investigativas, deixando de atuar em sala de aula como simples expectadores e tornando-se indivíduos ativos e pensantes. (SILVA, P.115, 2019)

Observamos que isso aponta para mesma direção daquilo que concluímos embora de maneira não tão explícita neste trabalho vemos traços de significatividade e de elaborações de semiosis.

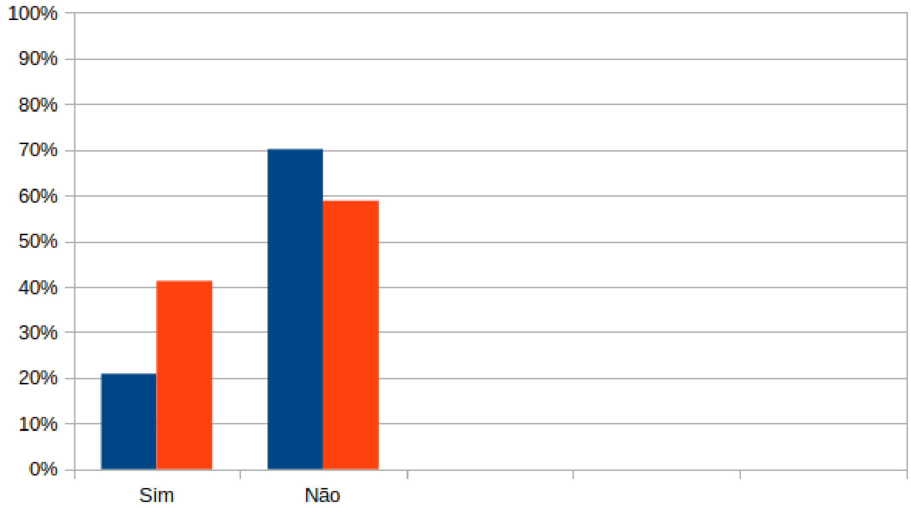

Figura 3.11: Gráfico *Questionários 1 e 2* Q6

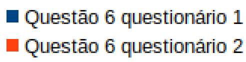

Figura 3.12: Legenda do Gráfico - *Questionários 1 e 2* - Q6

Capítulo 4

Considerações Finais

Apesar de não ser o professor da sala e de ter um tempo de trabalho reduzido os dados apontam para um crescimento na noção de relevância e aplicabilidade do conteúdo de funções por parte dos alunos. Este resultado foi obtido através da aplicação de exemplos de forma intencional em que foi favorecida à subsunção aquele conteúdo que era só um requisito a ser cumprido passa a ser um conhecimento relevante, direcionando o educando a ser um dos construtores de seu próprio conhecimento, e estimulando uma boa construção de signos associados a conceitos até antes com pouco significado para muitos do partícipes.

Consideramos que a intervenção atingiu satisfatoriamente os objetivos, e embasamos tal conclusão na vivência do pesquisador, que observou o avanço no interesse de muitos alunos como também na transformação de significatividade do conteúdo de funções dentro do processo. Além disso, podemos confirmar tais resultados pelo aumento significativo dos índices de verificação quanto ao posicionamento dos alunos no que se refere à aplicabilidade e à relevância do assunto abordado. Os fatos que julgamos relevantes e aos quais atribuímos os méritos da pesquisa são os seguintes: colocar os estudantes como elementos fundamentais de construção do próprio conhecimento, valorizar o conhecimento prévio que os mesmos já trazem ao processo, construção simbólica de alguns conceitos (signos), ressignificação de outros conceitos.

Devido o pouco tempo para levantamento de dados e para interação com os discentes, somente após aplicação da atividade que nos ocorreram alguns desdobramentos que podem ser incorporados a outros trabalhos ou a práticas que incentivem o ensino-aprendizagem das funções. São eles: proposições de modelos de situações vivenciadas pelos alunos como trabalho de conclusão de etapas, uso das Tecnologias da informação como ferramentas de apoio para modelagem, formação de grupos e compartilhamentos das ideias para construções e ressignificações dos elementos de modelagem essas ideias associadas a transposição do aluno da posição de paciente para a posição de agente do próprio conhecimento o investimento em significatividade, e um pouco mais de atenção na construção dos significados devem figurar como novos rumos na educação matemática.

Referências Bibliográficas

[1] BIEMBENGUT, M. S., **30 Anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais.** Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

[2] BURAK, D. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula.** In: I EPMEM -Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática. 2004, Londrina. Anais do I EPMEM, 2004

[3] COSTA, F. A., ALMEIDA, M. V. **Função Tangente Desenvolvendo Esse Tipo de Função Com a Modelagem Matemática**. Horizontes - Revista de Educação, Dourados-MS, v. 5, n. 10, p. 114-130, jul./dez. 2017. Faculdade de Educação (FAED) da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)

[4] **DICIONÁRIO ESCOLAR DA LÍNGUA PORTUGUESA /ACADEMIA BRASILEIRA DE LETRAS**, São Paulo, Companhia Editora Nacional - 2008.

[5] MEC: **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.** Brasília, 2018.

[6] DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica**. São Paulo: PROEM, 2011.

[7] IEZZI, G., et al. **Matemática, Ciências e Aplicações**, Vol. 1. São Paulo, Saraiva, 2013.

[8] MEC **LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO.** Brasília, 2017.

[9] IEZZI, MOREIRA, M. A., MASINI, E. A. F. S **Aprendizagem Significativa: a Teoria e Textos Complementares.** São Paulo, Livraria da Física, 2011.

[10] SOUZA, J. R., GARCIA, J. S. R **# Contato Matemática Vol.1** São Paulo, FTD, 2016.

[11] SILVA, S. C., et al. **Modelagem Matemática Como Apoio ao Ensino e a Aprendizagem de Função Quadrática** Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 16, n. 21, p. 101-118, jan. /abr. 2019.