

COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Sandra Silva de Lima

FEIRA ESCOLAR DE MATEMÁTICA:
perspectivas de uma prática para a aprendizagem

Rio de Janeiro
2019



Sandra Silva de Lima

FEIRA ESCOLAR DE MATEMÁTICA:
perspectivas de uma prática para a aprendizagem

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa

Rio de Janeiro
2019

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER
CATALOGAÇÃO NA FONTE

L732 Lima, Sandra Silva de

Feira escolar de matemática: perspectivas de uma prática para a aprendizagem / Sandra Silva de Lima. – Rio de Janeiro, 2019.
92 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Lílina Manuela Gaspar Cerveira da Costa.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Feira de Matemática 3. Aprendizagem. 4. Interação. I. Costa, Lílina Manuela Gaspar Cerveira da. II. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves da Silva – CRB7 5692.

Sandra Silva de Lima

FEIRA ESCOLAR DE MATEMÁTICA:
perspectivas de uma prática para a aprendizagem

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: ____ / ____ / ____.

Banca Examinadora:

Dra. Liliana Manuela Gaspar C. da Costa (Orientadora)
PROFMAT – Colégio Pedro II

Dr. Leo Aiko Yokoyama
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Dra. Patrícia Erthal de Moraes
PROFMAT – Colégio Pedro II

Dra. Tânia Maria Boffoni S. de Faria
PROFMAT – Colégio Pedro II

Rio de Janeiro
2019

*Aos meus filhos, Manuela e Davi, na
esperança de proporcionar-lhes um futuro
melhor por meio da educação.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela oportunidade de retomar a fé em algo que acredito e me proporcionar mais essa conquista.

Agradeço à minha mãe Gecionita que em toda minha vida acadêmica sempre acreditou nos meus projetos e foi meu alicerce para que todos se concretizassem. Eu jamais conseguiria sem ela. Agradeço ainda ao meu pai Manoel, por confiar em mim e me ajudar no que precisei nessa jornada.

À minha família, meu marido Erick e meus filhos, Manuela e Davi, aqueles que foram minha maior motivação para chegar até aqui. Muito obrigada pelo amor, compreensão e paciência dispensados todos os dias diante das circunstâncias muitas vezes contrárias aos nossos planos.

Minha imensa gratidão à maravilhosa equipe da Escola Municipal Ceará que me incentivou e apoiou em cada etapa desse trabalho não só com palavras, mas também com ações inestimáveis. Em especial, a querida amiga Maria Isabel, quem me inspirou a ingressar no PROFMAT e me trouxe novos olhares para o ensino da Matemática com sua dedicação e profissionalismo.

A todos os amigos e familiares, que apesar das minhas ausências foram colaboradores com suas palavras de alegria, incentivo, compreensão e afeto.

Agradeço ainda aos colegas de turma do PROFMAT, com os quais sempre pude contar em muitas ocasiões. A união, prestatividade e companheirismo dessa turma foram essenciais frente aos desafios deste curso.

Meu agradecimento especial também à minha orientadora, professora Liliana Manuela, que com toda paciência e gentileza me fez acreditar que seria capaz de finalizar esse projeto mesmo com tantas dificuldades em minha jornada.

Finalmente, agradeço aos meus professores, que com tamanha dedicação me auxiliaram a obter uma formação de qualidade e me proporcionaram novas perspectivas para meu futuro profissional.

“Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível, e de repente você estará fazendo o impossível.”
(São Francisco de Assis)

RESUMO

LIMA, Sandra Silva de. **Feira Escolar de Matemática: perspectivas de uma prática para a aprendizagem.** 2019. 92 f. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2019.

Em uma sociedade com inúmeros meios de interação, inovações tecnológicas e acesso imediato à informação, a escola contemporânea precisa alcançar seus alunos com formas diferenciadas de comunicar seus saberes. Diante dessa necessidade e das grandes dificuldades de compreensão da Matemática na Educação Básica, esse estudo tem por objetivo propor a prática da Feira Escolar de Matemática como um meio que possibilita diversos caminhos de ensino e aprendizagem aos segmentos escolares. A relevância dessa prática está em integrar a sala de aula com outros espaços do ambiente escolar, bem como propiciar o desenvolvimento de fatores cognitivos e sociais pela interação dos indivíduos participantes. Inicialmente, a apresentação de um panorama histórico da realização de feiras de Matemática no Brasil permite observar as trajetórias iniciadas e analisar diretrizes de projetos bem-sucedidos. Em seguida, há o exemplo de uma atividade de referência para utilização em uma feira escolar. Essa atividade foi executada com alunos de duas escolas públicas do estado do Rio de Janeiro e, através do experimento, pode-se coletar as impressões dos alunos quanto ao trabalho produzido e ponderar sobre seus resultados. Sob uma ótica organizacional, esse trabalho integra ainda um roteiro de elaboração de uma Feira Escolar de Matemática. Por meio deste roteiro, professores e gestores educacionais podem esboçar uma estrutura para a proposta compatível com as condições de sua escola e considerar aspectos relevantes inerentes ao processo de implementação do projeto. Com respeito à realização de uma Feira Escolar de Matemática, conclui-se então, que as perspectivas apresentadas nessa pesquisa corroboram com a iniciativa de utilização dessa prática pedagógica em um contexto didático de aprendizagem.

Palavras-chave: Feira de Matemática; Integração; Aprendizagem; Roteiro.

ABSTRACT

LIMA, Sandra Silva de. **Feira Escolar de Matemática: perspectivas de uma prática para a aprendizagem.** 2019. 92 f. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2019.

In a society with innumerable means of interaction, technological innovations and immediate access to information, the contemporary school needs to reach its students with different ways of communicating their knowledge. Faced with this need and the great difficulties of understanding Mathematics in Basic Education, this study aims to propose the practice of the school mathematics fair as a mean that enables different ways of teaching and learning to the school segments. The relevance of this practice lies in integrating the classroom with other spaces in the school environment, as well as fostering the development of cognitive and social factors through the interaction of the participants. Initially, the presentation of a historical panorama of the accomplishment of fairs of mathematics in Brazil allows to observe the trajectories initiated and to analyze the guidelines of successful projects. Then there is the example of a reference activity for use in a school fair. This activity was carried out with students from two public schools in the state of Rio de Janeiro and, through the experiment, one can collect the students' impressions about the work produced and ponder their results. From an organizational perspective, this work still integrates a script for the elaboration of a mathematics school fair. Through this script, teachers and educational managers can outline a framework for the proposal compatible with the conditions of their school and consider relevant aspects inherent to the project implementation process. With respect to the accomplishment of a school fair of mathematics, it is concluded that the perspectives presented in this research corroborate with the initiative of using this pedagogical practice in a didactic context of learning.

Keywords: Mathematics Fair; Integration; Learning; Script.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 A RELEVÂNCIA DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA	15
2.1 Fatores enriquecedores identificados nas feiras	17
2.2 Uma experiência motivadora	21
3 PANORAMA HISTÓRICO DAS FEIRAS DE MATEMÁTICA NO BRASIL	30
4 PRODUZINDO ATIVIDADES: UMA PROPOSTA DIFERENCIADA	38
4.1 Mandalas de Polígonos	39
4.1.1 Polígonos.....	40
4.1.2 A atividade.....	44
4.1.2.1 <i>Considerações</i>	47
4.1.2.2 <i>Propostas de abordagens</i>	47
4.1.3 Metodologia.....	48
4.1.4 Resultados	53
5 O PROCESSO DE ELABORAÇÃO DA FEIRA ESCOLAR DE MATEMÁTICA	60
5.1 Conscientização	63
5.1.1 Corpo discente.....	64
5.1.2 Corpo docente	64
5.1.3 Gestão escolar.....	65
5.2 Planejamento	66
5.2.1 Apresentação do projeto.....	68
5.2.2 Justificativa.....	68
5.2.3 Objetivos.....	68
5.2.4 Cronograma	69
5.2.5 Equipes de trabalho.....	69
5.2.6 Atividades previstas.....	70

5.2.7 Recursos necessários.....	70
5.2.8 Métodos avaliativos.....	71
5.3 Execução.....	72
5.3.1 Quanto a produção de trabalhos.....	74
5.3.2 Quanto à apresentação das atividades desenvolvidas.....	77
5.4 Avaliação.....	79
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84
REFERÊNCIAS.....	86
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO AUTOAVALIATIVO DA ATIVIDADE MANDALA DE POLÍGONOS.....	89
ANEXO A – DEMONSTRAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE UM POLÍGONO EM TRIÂNGULOS JUSTAPOSTOS.....	90

1 INTRODUÇÃO

Constantemente a Matemática tem sido retratada pelos alunos da Educação Básica como a disciplina escolar mais difícil de todas e essa afirmação está diretamente ligada à aprendizagem de seus conteúdos, afinal, é considerado difícil tudo aquilo que não se consegue entender. Diversos são os fatores que influenciam para que isso ocorra, no entanto, a forma como a Matemática é apresentada priorizando a rigorosidade de seus métodos e procedimentos, contribui para uma austera receptividade dos alunos e consequente propagação desse estigma.

Diante dessa análise, é objetivo desse trabalho, apresentar uma proposta de implementação da Feira Escolar de Matemática como uma prática pedagógica cuja preocupação em estabelecer uma relação acolhedora entre a Matemática e os alunos favorece a desconstrução dessa visão segregadora na aprendizagem. Essa relação se caracteriza pela metodologia de ensino empregada de modo atrativo e pelas interações produzidas com a disciplina no espaço escolar e nas ações que permeiam a concretização dessa prática. A intenção é propiciar aos alunos a motivação necessária para se envolverem nas atividades referentes ao processo de aprendizagem tornando a Matemática mais compreensível, significativa e prazerosa para eles.

De modo geral, pretende-se através desse trabalho analisar diversos aspectos inerentes ao processo de realização da Feira Escolar de Matemática a fim de se criar um roteiro que ajude educadores a inserir essa prática no contexto escolar do qual fazem parte. Tais orientações não devem ser entendidas aqui como uma norma restritiva, mas sim como recomendações que facilitam a adoção da proposta sendo perfeitamente adaptáveis às necessidades da escola.

A pesquisa assume então uma abordagem qualitativa e de caráter aplicado. Tendo em vista seus objetivos exploratórios fornece informações relevantes sobre feiras de Matemática e sua organização, e não obstante, exhibe também objetivos explicativos identificando fatores que contribuem para ocorrência do evento.

No segundo capítulo são apresentados os referenciais teóricos que visam legitimar a importância da prática da feira no ambiente de aprendizagem salientando tanto os ganhos cognitivos quanto os ganhos na formação social dos indivíduos

participantes. Há ainda o relato de experiência vivenciado pela autora em uma escola pública do município do Rio de Janeiro, no qual são descritas as atividades que motivaram a realização desta pesquisa.

Na sequência, o terceiro capítulo revela um panorama de evolução das feiras de Matemática no Brasil. Destacando cada região do país, foi feito um mapeamento por estado observando-se quais não apresentavam histórico de realização de feiras e quanto aos demais, foram descritas suas principais características e por quanto tempo já exerciam essa prática.

O quarto capítulo traz a exemplificação de uma atividade de referência para Feiras Escolares de Matemática. Ele está subdividido em quatro seções que detalham o conteúdo da atividade, a descrição da atividade (etapas e considerações para aplicação), a metodologia empregada na aplicação da atividade e, por fim, os resultados obtidos na aplicação. Para fins experimentais, a atividade foi aplicada em duas escolas públicas do Rio de Janeiro e os resultados assinalados dizem respeito à coleta de dados feita durante a execução da tarefa proposta.

Por último, é determinado no quinto capítulo um roteiro no qual é feita uma análise de quatro pilares sobre os quais se sustenta a formulação de uma Feira Escolar de Matemática. A cada um deles é dada uma descrição apontando aspectos organizacionais e possíveis problemáticas emergentes de seus processos. Alguns são subdivididos para facilitar a observância do fluxo de suas ações e assim auxiliar em sua prática.

É diante dessa prévia que este trabalho alimenta expectativas de que possa colaborar para inspiração de seus leitores na adoção dessa prática educacional e também sirva para subsidiar suas tentativas em buscar através desse projeto uma aprendizagem consistente aos seus alunos bem como melhorar a qualidade da educação que lhes é ofertada.

2 A RELEVÂNCIA DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Nos moldes da educação brasileira atual, a sala de aula se apresenta como um espaço de aprendizagem fundado nos alicerces tradicionais no ensino das disciplinas. Certamente já ouvimos alguém dizer que, dentre todas essas disciplinas, a Matemática provoca os maiores temores e, conseqüentemente, é rejeitada pela maior parte dos alunos. Se com o passar do tempo, a tecnologia avança, a cultura se transforma e novos pensamentos surgem, é preciso refletir sobre outras formas de ensinar a fim de produzir um aprendizado consistente diante de toda essa evolução. Podemos então agregar ao ensino da Matemática projetos de trabalho que deem significado ao objeto de estudo e motivem os alunos a serem agentes ativos na construção do próprio conhecimento executando tarefas que gerem satisfação e assim, desmistifiquem a ideia de que a Matemática é sempre difícil de ser aprendida.

Na busca por um meio de interação que possibilite o desenvolvimento desses projetos surgem as Feiras Escolares de Matemática como uma proposta que permite explorar diversos aspectos pertinentes ao processo de ensino-aprendizagem. Tal proposta se baseia na prática de produções construídas pelos alunos no ambiente escolar socializadas de forma dinâmica com diversos seguimentos que atuam nesse ambiente. A ideia consiste em caracterizar não só o produto final de um trabalho culminado, mas também todas as etapas que permitem ao aluno investigar conteúdos e temas, produzir conhecimento a partir de suas reflexões e se tornar um cidadão crítico diante das muitas ações envolvidas no trabalho. As produções exibidas numa feira surgem da materialização de atividades pensadas e implementadas em sua grande maioria, na sala de aula, de modo que o resultado obtido é só o reflexo da evolução das competências e habilidades adquiridas na aprendizagem. A importância dessa proposta de evento é destacada como um espaço de múltiplos saberes.

Como espaço de formação, as Feiras de Matemática desempenham um papel de provocar novos sentidos para o ensinar e o aprender matemática, tanto para o professor, quanto para o estudante. Além do conhecimento específico, são instigados novos olhares para a educação matemática, provocando a escrita, a busca da interlocução da matemática com as questões científicas, tecnológicas e, por conseguinte, sociais. Nestes espaços, há socialização da produção em sala de aula ou de outros espaços escolares, mas também são abertas oportunidades para pessoas da comunidade exporem suas experiências. As Feiras promovem a socialização de práticas escolares de ensino e investigação, a busca dos professores por estratégias pedagógicas que façam a interface entre o conhecimento

matemático e a realidade. A formação do estudante, enquanto sujeito que busca o conhecimento matemático imbricado com questões contemporâneas. (HOELLER et al, 2017, p.4).

Nesse âmbito, a feira de Matemática revela-se como um espaço de aquisição de conhecimento e socialização para professores e alunos atuantes nessa prática. Ao se envolver nesse processo, os docentes têm a oportunidade de refletir sobre suas práticas pedagógicas e qualificar suas ações no cotidiano da sala de aula, podendo até reavaliar conceitos e se reinventar como educadores. Já para os alunos, vivenciar as experiências de uma feira torna-o mais consciente de que a Matemática está presente no mundo ao seu redor e o ajuda a dar sentido ao seu aprendizado desmistificando a ideia de que a Matemática está fora do seu alcance. Siewert, Marcuzzo e Ribeiro (2017, p.62) destacam a importância desses trabalhos na vida do aluno, para eles isso representa “o ato de educar esse sujeito como cidadão e para a pesquisa, o que pode contribuir para a promoção de mais conhecimento científico e para a cidadania.”

Segundo Abreu (1996), a feira de Matemática é feita por alunos e professores de forma coletiva, sendo uma extensão do trabalho de sala de aula e/ou de um projeto de pesquisa. Esse momento não pode ser uma mera apresentação de trabalhos isolados feitos por alunos que se destacam em Matemática, ele deve globalizar, inserir e integrar os alunos. Considerando que os princípios de uma feira têm caráter educacional e visam à aprendizagem, é essencial que esse processo seja participativo incluindo todos os envolvidos na gestão escolar. Ainda para Abreu (1996, p.4), esse é um evento com “propósito de transformar as atividades escolares em verdadeiros laboratórios vivos de aprendizagem científica, coparticipada pela comunidade, desta forma não elitizando a matemática”.

No que diz respeito ao conhecimento matemático, o professor necessita ter um pleno entendimento de seus significados e após analisá-los criticamente, estabelecer quais objetos são relevantes ao ensino para, assim, estruturar seus meios de trabalho e propostas pedagógicas que serão levadas para a sala de aula. É a partir desse entendimento que as feiras de Matemática se estabelecem de modo abrangente na organização do ambiente de aprendizagem, elas se apresentam como uma alternativa onde os objetos de estudo relevantes ao docente podem ser esmiuçados e internalizados pelos alunos partindo da implementação das diversas etapas existentes

no projeto, que justificam uma ampla possibilidade de opções sobre o que se deseja abordar no ensino.

Como uma ferramenta de ensino e aprendizagem, a metodologia diferenciada empregada nas feiras promove estratégias para que de fato o aprendizado seja sólido e ao mesmo tempo espontâneo. De acordo com Zermiani (2002, p.53), esse tipo de trabalho tem o objetivo de:

Despertar, nos alunos, maior interesse pela aprendizagem de matemática; proporcionar maior integração da matemática com as demais disciplinas; promover intercâmbio de experiências pedagógicas e contribuir para a inovação de metodologias; expor à comunidade educacional, materiais didáticos para o ensino de matemática; chamar a atenção para a necessidade, cada vez maior, de integração vertical e horizontal do ensino da matemática.

Entendemos assim, que executar um projeto como a feira de Matemática é pedagogicamente enriquecedor para todos os envolvidos no processo. Através dele, é possível se beneficiar de fatores como motivação, interdisciplinaridade, pesquisa e investigação, integração, criatividade, aquisição e aplicação de conhecimentos, trabalho em equipe, entre outros que podem agregar ainda mais valor à prática de ensino. Iniciaremos então esse estudo fazendo uma reflexão sobre alguns desses fatores e a importância que exercem na educação escolar.

2.1 Fatores enriquecedores identificados nas feiras

A princípio, há de se considerar o envolvimento dos alunos com qualquer atividade proposta, é necessário que inicialmente haja o interesse para que se possa esperar o despendimento de algum esforço em direção ao objeto de estudo. Portanto, o fator motivacional surge como característica importante nesse processo. De acordo com Gagné (1985), “a motivação é uma pré-condição para a aprendizagem”, portanto, qualquer intenção de se executar um projeto de ensino deve levar em consideração alternativas que estimulem os alunos. Para Boruchovitch e Bzuneck (2009), “a motivação, ou o motivo, é aquilo que move uma pessoa ou que a põe em ação ou a faz mudar de curso”. Sob essa ótica, conseguir motivar os alunos significa fazê-los agir, ou seja, implementar dinamismo às ações necessárias para produção das tarefas que se deseja executar e assim, inseri-los no processo como protagonistas da

aprendizagem. A motivação passa a ser então, o elemento impulsionador na aquisição de novos conhecimentos.

No contexto acadêmico, um aluno motiva-se a envolver-se nas atividades de aprendizagem caso acredite que, com seus conhecimentos, talentos e habilidades, poderá adquirir novos conhecimentos, dominar um conteúdo, melhorar suas habilidades, etc. Assim, esse aluno selecionará atividades e estratégias de ação que, segundo prevê, poderão ser executadas por ele e abandonará outros objetivos ou cursos de ação que não lhe representem incentivo, porque sabe que não os poderá implementar. (BORUCHOVITCH; BZUNECK, 2009, p.118).

Diante disso, vemos na feira de Matemática um amplo leque dessas atividades e estratégias de ação possíveis de serem executadas, sendo dessa forma uma prática motivadora e favorável ao ensino. Levar o aluno a acreditar que é capaz de executar uma tarefa estimula sua concentração no processo e gera persistência para finalizar o que foi iniciado ainda que surjam dificuldades no caminho.

Outro aspecto relevante das feiras é proporcionar a aquisição de conhecimentos com significado. A Matemática é vista pela maioria dos alunos como uma ciência totalmente abstrata gerando sempre muitos questionamentos sobre suas aplicações e utilidades. Para Cool (1994, p.134), é importante que a educação escolar favoreça a aprendizagem significativa de fatos, de conceitos, de procedimentos e de atitudes, sendo necessário para isso que o conteúdo seja potencialmente significativo e que o aluno tenha uma atitude favorável para aprender. O autor também destaca os aspectos motivacionais exercendo um papel decisivo na aprendizagem e, ainda ressalta que, o aluno deve estar motivado para relacionar o que aprende com o que já sabe. Isso implica em criar correspondência entre seu conhecimento prévio, gerado espontaneamente pelas suas vivências, e os contextos nos quais os conteúdos curriculares podem ser inseridos. A partir disso, a possibilidade de enxergar a Matemática de uma forma diferenciada desperta no aluno a curiosidade inicial necessária para instigá-lo a se envolver num projeto proposto. Desta forma, a participação em uma feira contribui para levar o aluno a dar um novo sentido ao que lhe é ensinado, à medida que ele encontra significado num contexto, pode ser motivado a interessar-se por determinado assunto e a aproximar-se de um caminho que o levará a aprender Matemática.

Diferente da habitual prática repetitiva e mecânica que vemos muitas vezes ser empregada no ensino da Matemática, os processos envolvidos em atividades produzidas para uma feira exigem elementos que vão além da simples memorização

de conteúdos, eles possibilitam ao aluno interagir com o conhecimento, manipular objetos relacionados e inferir através de suas próprias observações, por fim, criar novos conceitos e até reformular outros já pré-estabelecidos. Todos esses elementos são capazes de proporcionar um desenvolvimento pessoal no aluno mediante a ideia de que revelam a funcionalidade dos conteúdos. Cool (1994, p.135) ressalta “que os conhecimentos aprendidos – fatos, conceitos, jeitos ou habilidades, valores, atitudes, normas, etc. – sejam funcionais, isto é, que possam ser efetivamente utilizados quando as circunstâncias nas quais o aluno se encontra assim o exigam”. Assim, quando novas situações surgirem o aluno poderá ser capaz de relacioná-las com conhecimento adquirido e dar ainda mais significado à aprendizagem.

A feira de Matemática pode ainda desenvolver o espírito investigativo dos alunos, que em consonância com os professores, iniciam um trabalho de pesquisa científica em busca de um direcionamento para o que se há de produzir. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.23), a investigação traz para a sala de aula uma atividade genuína, “o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e o professor.” Podemos então afirmar, que a atividade de pesquisa desencadeia diversas possibilidades de tratamento da informação de modo que as atividades sugeridas podem ser exploradas de forma aberta, sem moldes do professor, aguçando a criatividade do aluno, o estimulando a refletir, tendo a oportunidade de opinar e apresentar novas propostas ou alternativas para agregar ao trabalho.

Para Braumann (2002, p.5):

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode ser inundado pela paixão ‘detectivesca’ indispensável à verdadeira fruição da Matemática.

De acordo com essa perspectiva, aprender Matemática não deve ser somente o produto da compreensão de um conteúdo pronto, exposto assim por quem já detenha o conhecimento. A Matemática deve ser entendida na sua essência a partir de processos investigativos que nos revelam onde, como e quando usá-la. É além de receber a informação sobre como fazer também saber fazer apropriadamente.

No que se refere ao aspecto integrador, as feiras também emergem como uma sólida prática de cooperação e trabalho em equipe. Nelas, muitas atividades exigem um empenho tão denso que se fosse dispendido por apenas um indivíduo tornaria muito enfadonha e cansativa a execução das mesmas. Por isso, é comumente criado um grupo de trabalho para atuar em determinado contexto visando organizar as produções exibidas em uma feira. Para tanto, todas as etapas que envolvem o processo devem ser pensadas, analisadas e geradas num ambiente de interação, onde os participantes devem se relacionar para buscar alternativas, discutir ideias, sugerir soluções e aplicar seus conhecimentos com a finalidade de um bem comum. De acordo com Coll (1994, p.83), "(...) a interação entre os alunos não pode nem deve ser considerada um fator desprezível; ao contrário, tudo parece indicar que tem um papel de primeira ordem na consecução das metas educacionais". Essas relações criam um estreito vínculo de colaboração e contribuem para o crescimento do aluno de diversas formas: no exercício da democracia à medida que precisam entrar num consenso para decidir as ações que devem ser tomadas; auxiliam no desenvolvimento do seu poder argumentativo quanto à necessidade de defender seu ponto de vista; geram aprendizado diante da troca de experiências; despertam a solidariedade e a cooperação frente às dificuldades que possam surgir; ensinam a se socializar e, assim, ajudam na formação dos alunos como cidadãos.

Apesar da riqueza das correlações que a Matemática pode estabelecer com diferentes áreas de ensino, os estudantes tendem a vê-la como uma disciplina isolada, cujos procedimentos e saberes não adquirem significado em outras ciências. Conseguir transpor essa barreira é uma tarefa na qual a feira de Matemática pode desempenhar um importante papel. Vista como um projeto favorável ao desenvolvimento destas correlações encaixa-se perfeitamente nos Parâmetros Curriculares Nacionais, onde constam que:

[...] um tratamento disciplinar, entendido como preponderantemente lógico e formal, distancia-se das possibilidades de aprendizagem da grande maioria dos alunos. Além disso, parte-se de abordagens mais amplas em direção às mais específicas e particulares. O tratamento dos conteúdos deve integrar conhecimentos de diferentes disciplinas, que contribuem para a construção de instrumentos de compreensão e intervenção na realidade em que vivem os alunos. (BRASIL, 1998, p. 58).

Surge daí a necessidade de identificar a feira como um projeto de caráter interdisciplinar, com espaço propício ao diálogo e a integração. Aos conteúdos

curriculares matemáticas podem ser incorporadas novas visões e abordagens que corroborem para o aprendizado ao mesmo tempo que, assuntos considerados específicos de outras disciplinas também podem receber o tratamento matemático, tornando essa relação uma via de mão dupla. Desta forma, de acordo com Gusdorf (2000), “estudos interdisciplinares autênticos supõem uma pesquisa comum e a vontade, em cada participante, de escapar ao regime de confinamento que lhe é imposto pela divisão do trabalho intelectual”.

Desenvolver conteúdos de forma articulada incorpora ainda mais qualidade ao trabalho, insere a ideia de completude desfazendo as limitações de uma perspectiva única e privilegiada. Como destaca Piaget (1972), “a cooperação entre várias disciplinas provoca intercâmbios reais; isto é, existe verdadeira reciprocidade nos intercâmbios e, conseqüentemente, enriquecimentos mútuos” (apud SANTOMÉ, 1998, p. 70).

Dentre tantos fatores benéficos conferidos ao projeto de implantação de uma feira de Matemática, fica evidenciado o papel inovador, instigante e globalizante inerente à sua execução. É uma proposta extensiva e validada pelas muitas oportunidades de desenvolver competências e habilidades no processo ensino-aprendizagem, fundamento base sobre o qual se apoia a educação escolar.

2.2 Uma experiência motivadora

Por ser a Matemática uma ciência tão desafiadora e abrangente, exige do professor um contínuo movimento no sentido de aperfeiçoar seus métodos, explorar novos saberes e complementar sua formação a fim de oferecer a seus alunos um ensino de qualidade, comprometido com o conhecimento e as relações de cidadania que podem ser estabelecidas através dele. Qualquer vivência que impulse o professor a esse sentido deve ser observada com um olhar reflexivo e ponderada para o exercício das suas atribuições como educador. Foi através dessa perspectiva, que ao ingressar em uma escola pública do município do Rio de Janeiro no ano de 2014, pude reconhecer a importância de um trabalho como a Feira Escolar de Matemática no desenvolvimento da educação dos alunos. Baseada nas experiências vividas neste

local surgiu a proposta desse trabalho e a necessidade de refletir sobre a validade dessa metodologia difundindo-a no meio educacional.

Desde o ano de 2013, acontece anualmente na Escola Municipal Ceará um projeto denominado 'Semana de Matemática'. Idealizado pela professora Maria Isabel Afonso Melo, o projeto tem o objetivo de difundir a Matemática entre os alunos apresentando-a como uma ciência que pode ser prazerosa e estimulante ao aprendizado, além de desmistificá-la dos paradigmas culturais que propagam sua impossibilidade ou restrição de entendimento. Dada a relevância de seus objetivos e após ter a oportunidade de atuar diretamente no projeto observando que de fato seus propósitos são cumpridos, uma descrição de seu desenvolvimento será feita a fim de corroborar com os aspectos teóricos que caracterizam uma feira de Matemática como importante estratégia para os métodos de ensino.

Tal qual uma feira escolar, a proposta fundamental do projeto consiste na produção de trabalhos diferenciados com as turmas, que posteriormente serão expostos nos espaços físicos da escola e socializados publicamente com todos os segmentos atuantes nesse ambiente. A 'Semana de Matemática' conta ainda com atividades dinâmicas de incentivo ao estudo tais como gincanas, palestras, filmes, vídeos, oficinas, desafios e premiações por participação em olimpíadas externas de Matemática.

A escola em questão atende alunos do 7º ao 9º anos do ensino fundamental em regime de tempo integral e como a ideia é promover uma matemática inclusiva, o projeto prevê a participação de todas as turmas da escola e recebe o apoio da direção, equipe pedagógica e corpo docente da instituição. Com relação aos alunos, pode-se dizer que houve uma empolgante receptividade à proposta em todos os anos em que até então o projeto ocorreu e esse aspecto influenciou diretamente no sucesso do evento e em sua continuidade. Acredita-se que tal característica se deve à oportunidade de fazer matemática de um jeito diferente, tornando-a acessível de modos diversificados através dos quais o aluno pode identificá-la no meio que o cerca. No que diz respeito aos profissionais da escola, também se observa contínua cooperação e disponibilidade quanto às necessidades que surgem no transcorrer do projeto, sejam elas materiais ou operacionais. Cabe ainda ressaltar a colaboração de muitos professores de outras disciplinas que trabalham conjuntamente com a equipe

de Matemática na produção de trabalhos interdisciplinares no âmbito de seus conteúdos.

É importante deixar claro que o projeto não se restringe ao período de uma semana apenas, o nome sugestivo se refere ao tempo em que os trabalhos serão inseridos no espaço escolar e atividades excepcionais serão realizadas. A elaboração e o planejamento do evento são pensados desde o início do ano letivo e no transcorrer dos bimestres as atividades podem ser discutidas e produzidas em sala de aula para posterior utilização. Semanalmente, há também disciplinas eletivas da grade curricular que são designadas pelos professores de Matemática para fins de trabalhos relacionados ao projeto.

Quanto aos trabalhos produzidos, na sua grande maioria, são feitos coletivamente e se relacionam a algum tema estudado no currículo escolar. Inicialmente, o professor propõe a atividade e durante sua execução os assuntos são abordados e discutidos através de experiências com materiais concretos e lúdicos, os quais permitem explorar conceitos, suscitar questionamentos e adquirir conhecimentos. Por meio dessas vivências diferenciadas, muitos alunos têm a sua atenção atraída e se dispõem a participar das tarefas espontaneamente, seja por curiosidade ou por interesse. Já para outros, o envolvimento surge à medida que a proposta vai tomando forma e ele se vê inserido na divisão do trabalho. Costuma-se observar uma grande interação por parte dos alunos nessas atividades que fogem ao padrão das aulas tradicionais. Muitos que sequer demonstravam algum esforço no dia a dia se destacam com atitudes de iniciativa e opiniões elaboradas frente à execução do trabalho proposto. Deste modo, a etapa de produção estimula o aluno a se tornar um agente ativo no processo de ensino-aprendizagem e é um importante passo na construção do próprio conhecimento.

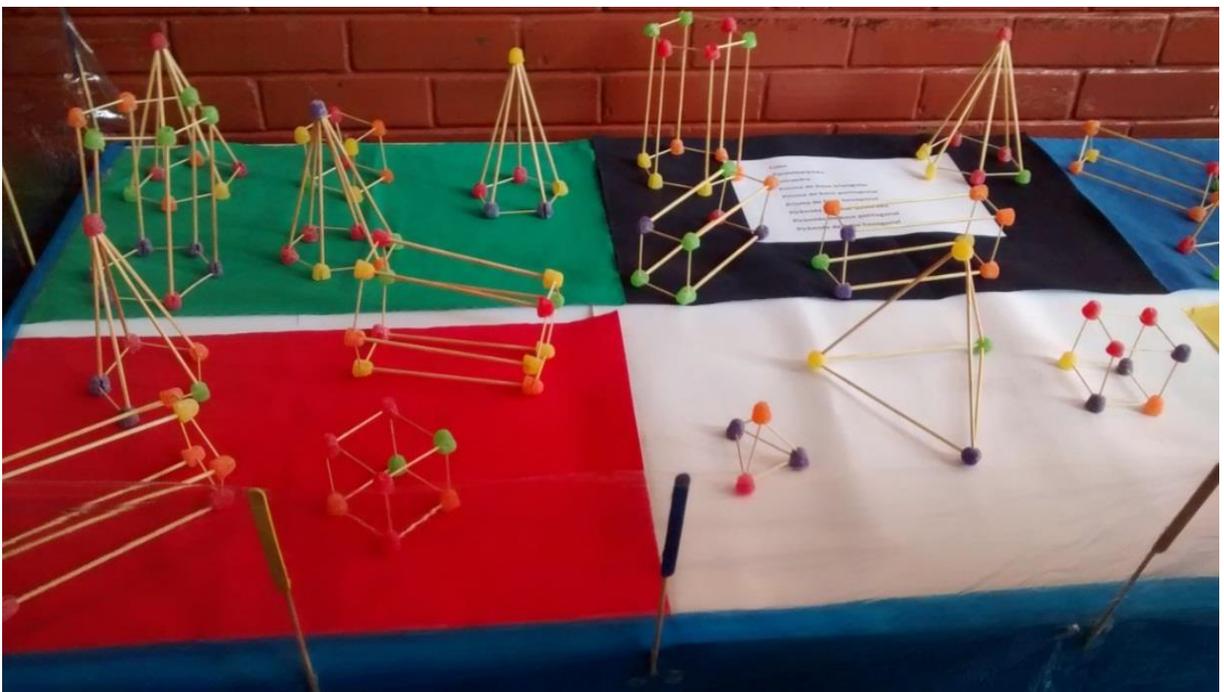
As imagens a seguir são o resultado de alguns trabalhos produzidos pelos alunos para a feira nas últimas edições. É importante destacar que a primeira fotografia (Figura 1) é uma produção feita por alunos do 8º ano do ensino fundamental sob a orientação da professora de Artes Sabrinne Monteiro de Macedo Zotin, fruto de uma parceria com a equipe de Matemática na correlação de temas comuns às duas disciplinas.

Figura 1 – Perspectivas com polígonos produzidas na 5ª Semana de Matemática



Fonte: A autora (2017).

Figura 2 – Poliedros de palitos e jujubas produzidos na 3ª Semana de Matemática



Fonte: A autora (2015).

Figura 3 – Tabuleiros do jogo Shisima produzidos na 3ª Semana de Matemática



Fonte: A autora (2015).

Figura 4 – Escada multiplicativa produzida na 2ª Semana de Matemática



Fonte: A autora (2014).

Durante a Semana de Matemática, os trabalhos produzidos pelas turmas são expostos em diversos espaços disponíveis na escola, tais como: corredores, pátios, laboratórios, quadra esportiva, refeitório, setores administrativos, sala de leitura e, é claro, nas próprias salas de aula. Essa dispersão é efetuada com o intuito de fazer os alunos se apropriarem da Matemática por onde quer que andem e a percebam presente em tudo, compartilhando assim seus conhecimentos a respeito das exposições mediante a observação e o diálogo. A exposição feita dessa forma gera momentos muito ricos de aprendizagem, pois ao localizar seu próprio trabalho, muitos alunos sentem-se impelidos a socializar com outras pessoas sobre como foram produzidos, do que tratam, a que assuntos se referem e o que aprenderam com a construção. Dependendo do grau de complexidade, alguns alunos ficam designados para acompanharem as exposições durante os períodos de intervalos das aulas a fim de prestar esclarecimentos sobre as produções e seus temas.

Além das exposições, outra atividade que merece destaque na feira é a gincana interclasses. No decorrer da semana de culminância do projeto, sempre no mesmo horário, cada turma recebe diariamente dez questões objetivas de olimpíadas de Matemática para resolver e entregar as soluções ao professor regente, que pode ser de qualquer disciplina pois tem apenas o papel de mediador, não interferindo na busca por soluções para as questões. As questões são selecionadas de acordo com os níveis de dificuldade para cada ano de ensino e as turmas do mesmo ano recebem as mesmas questões, concorrendo entre si para obter o maior número de acertos ao final da disputa.

Ao início do período determinado no dia, cada turma recebe um envelope com as questões e se organiza livremente para realizar a tarefa, enquanto algumas se dividem em grupos, outras se propõem a resolver de forma individual ou até mesmo coletiva com alguns alunos utilizando o quadro e mediando as discussões. Esse processo permite o exercício da colaboração, da liderança, do trabalho em equipe, da argumentação, da persuasão e também da democracia, visto que a turma precisa chegar a um consenso sobre qual forma de se organizar e quais respostas irão definir para cada questão. Após a correção das respostas pela equipe de professores de Matemática, os resultados parciais são divulgados num painel no pátio da escola ao fim de cada dia (Figura 5), um momento que costuma ser ansiosamente esperado pelos alunos e por vezes comemorado.

Figura 5 – Painel de divulgação dos resultados da gincana interclasses

GINCANA DE Matemática												9º ano			
Data	1701	1702	1703	1704	1705	1706	1801	1802	1803	1804	1805	1806	EQUIPE A	EQUIPE B	EQUIPE C
05/05 segunda-feira	06	07	09	05	09	07	07	06	03	07	03	05	09	06	05
06/05 terça-feira															
07/05 quarta-feira															
08/05 quinta-feira															
09/05 sexta-feira															
TOTAL															

Fonte: A autora (2016).

Durante o encerramento do projeto, no último dia da semana, as turmas vencedoras da gincana de cada ano/série são aclamadas e simbolicamente premiadas como forma de reconhecimento.

Dentro da proposta da feira também está a exibição de vídeos e filmes relacionados à Matemática que são selecionados especificamente para cada faixa etária e exibidos nos períodos de aula. Nem sempre essa atividade é feita pelo professor de Matemática, muitas vezes professores de outras disciplinas se disponibilizam para repassar os vídeos aos alunos e também discutir seus pontos relevantes através de um estudo dirigido que envolve não só questões conteudistas, mas também de cidadania, ética e vida em sociedade. O importante é fazer com que os alunos percebam a relação da Matemática com o mundo em que vive e as conexões que ela pode estabelecer com diversos assuntos.

Regularmente a escola recebe durante a Semana de Matemática, convidados para palestrar, realizar apresentações e produzir oficinas com os alunos. Essas atividades representam inovações e trazem aos alunos novos olhares sobre os quais podem ser estimulados a se envolver com a Matemática.

Nas últimas edições do projeto as turmas puderam visitar e explorar uma sala de desafios e jogos matemáticos. Nesse espaço interativo os alunos podiam manipular os objetos e praticar os jogos de forma individual ou coletiva. As visitas eram agendadas e aconteciam sob a supervisão do professor de Matemática de cada turma. Também era possível conhecer o espaço em horários de intervalo onde alunos monitores se colocavam à disposição para auxiliar os visitantes a respeito dos jogos. Nesse espaço interativo os alunos podiam manipular os objetos e praticar os jogos de forma individual ou coletiva. Vale destacar que o interesse por esse ambiente foi tamanho que, nos intervalos abertos à visitação, filas se formavam para a entrada de modo que o espaço foi mantido além do período previsto na feira visando atender toda demanda.

Na imagem a seguir (Figura 6), é possível observar parte da composição da sala montada para a 5ª Semana de Matemática, onde a maior parte dos jogos e desafios foi produzida por alunos de 7º ano na disciplina eletiva de Jogos Matemáticos, mas também contou com contribuições de alunos do 8º e 9º anos, cujas produções foram feitas como atividades de ensino nas turmas regulares.

Figura 6 – Sala de Jogos e Desafios Matemáticos



Fonte: A autora (2017).

Outra atividade de sucesso é o chamado Desafio Relâmpago, feito diariamente durante a feira. A proposta consiste em distribuir desafios lógicos para que os alunos resolvam em poucos minutos ou até mesmo segundos. As questões do desafio relâmpago são selecionadas por grau de dificuldade e distribuídas por ano de ensino. Os alunos se inscrevem voluntariamente para participar do desafio e durante o intervalo das aulas se encaminham para um local definido onde receberão impresso o desafio que terá o tempo cronometrado por um aplicador. Terminado o tempo, os papéis são recolhidos e as respostas averiguadas para posterior divulgação. Essa atividade tem como característica elevar a autoestima dos alunos e incentivá-los a confiar em sua capacidade, pois muitos que não se consideram bons alunos em Matemática conseguem realizá-la.

Por fim, acontece no último dia da Semana de Matemática, um evento de encerramento com todas as turmas da escola, professores, direção, colaboradores e responsáveis de alunos. Nesse momento, são feitos agradecimentos, apresentações

e algumas premiações. Alunos que se destacaram em alguma olimpíada externa no ano anterior são homenageados e recebem certificados e medalhas em reconhecimento ao seu bom desempenho. Intercaladas com as premiações, algumas apresentações são feitas tais como leitura de poemas matemáticos escritos pelos alunos e esquetes de contos matemáticos. Também é realizada por turma, uma homenagem aos alunos que se destacaram na disciplina de Matemática nos últimos bimestres conferindo-lhes um certificado. E, por último, são divulgados e premiados os ganhadores do desafio relâmpago e da gincana interclasses, momento este muito aguardado e comemorado pelos alunos. Todo esse roteiro é voltado para expressão de reconhecimento do aluno visando valorizar suas qualidades e enaltecer suas conquistas, visto que tais aspectos propiciam motivação e incentivo ao estudo da Matemática.

Considerando que as atividades do projeto são sempre empreendidas visando o desenvolvimento dos alunos, que a diversidade de opções busca incluir e englobar a todos os participantes e os resultados obtidos colocam a Matemática em destaque na vida dos estudantes, a implementação da feira no ambiente escolar se caracteriza como uma importante proposta de globalização do conhecimento e uma ferramenta eficaz na disseminação do pensamento matemático. Vale ressaltar que o relato dessa experiência tem caráter descritivo como fonte motivadora, mais adiante, todo processo que permeia a concepção de uma feira será ponderado com mais detalhes tendo em vista sua execução.

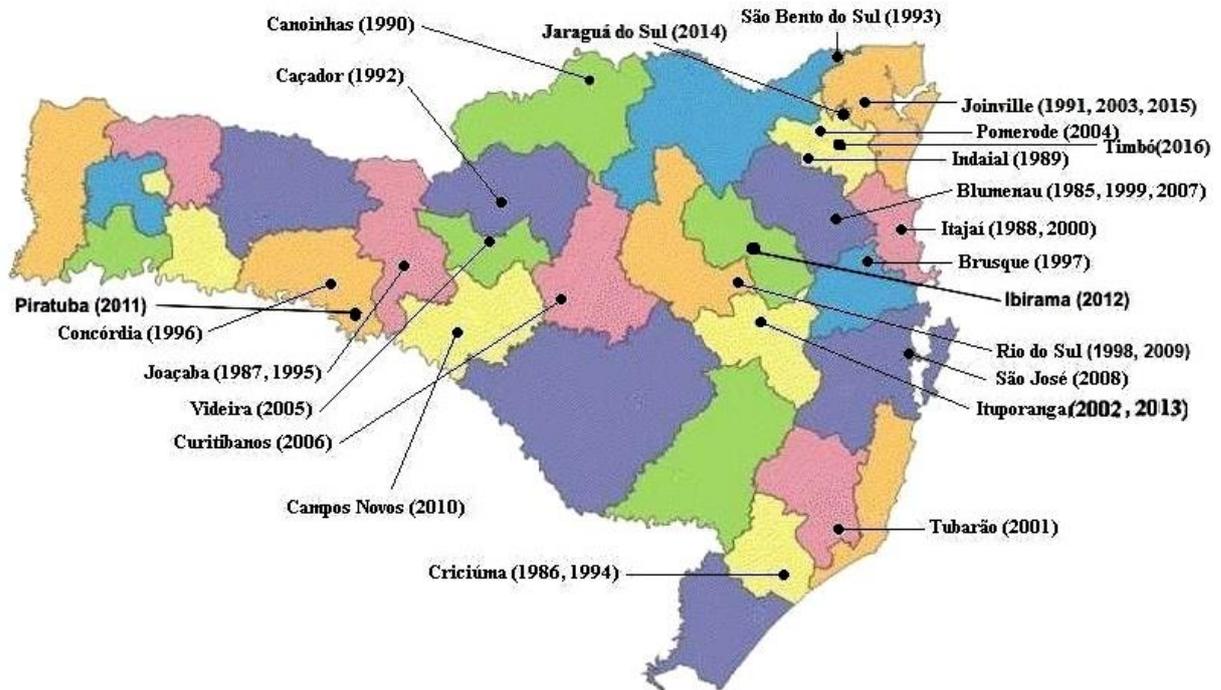
3 PANORAMA HISTÓRICO DAS FEIRAS DE MATEMÁTICA NO BRASIL

A trajetória percorrida pelas feiras de Matemática no Brasil denota ainda um tímido papel no cenário de propostas relevantes para a melhoria da educação. O pioneirismo do estado de Santa Catarina, que há mais de 30 anos executa esse tipo de projeto, contrasta com a maior parte dos estados brasileiros onde não se encontram relatos de investimentos em tal empreendimento. No âmbito escolar, surgem algumas unidades de ensino que se propõem à realização de feiras internas sem maiores propensões, no entanto, a sua disseminação e estruturação de forma mais abrangente se faz necessária dado o caráter significativo que essa proposta tem para o ensino. Portanto, a idealização de uma feira de Matemática perpassa pelo olhar histórico sob o qual se podem enxergar os caminhos trilhados e os possíveis resultados.

Com o propósito de promover a construção e divulgação dos conhecimentos matemáticos, bem como socializar pesquisas e resultados, em 1985 foram organizadas na cidade de Blumenau, a I Feira Regional de Matemática e a I Feira Catarinense de Matemática, um projeto criado por Vilmar José Zermiani e José Valdir Floriani, professores do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB), com o apoio da instituição. Para Floriani e Zermiani (1985), a exposição de trabalhos acadêmicos tornava as atividades escolares verdadeiros laboratórios vivos de aprendizagem científica e propiciavam estratégias efetivas para alteração do ensino científico em sala de aula. A partir daí, o estado de Santa Catarina tornava-se o precursor do movimento de feiras de Matemática no Brasil.

No ano seguinte à sua criação, o projeto Feiras de Matemática foi aprovado pelo CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, como um projeto de extensão universitária e se expandiu por todo estado de Santa Catarina. Desde então, já foram realizadas feiras regionais e estaduais em mais de 20 cidades catarinenses conforme ilustrado no mapa a seguir (Figura 7). Com base em dados da FURB, de 1985 a 2016, o Programa Rede de Feiras de Matemática – PRFMat foi responsável pela organização de 460 feiras no âmbito municipal, regional, estadual e nacional.

Figura 7 – Municípios de Santa Catarina onde ocorreram Feiras de Matemática



Fonte: Feiras de Matemática - Sociedade Brasileira de Matemática¹.

Com o passar do tempo, a realização das feiras em Santa Catarina tomou tamanha proporção que se viu a necessidade de organizar, no ano de 1993, o I Seminário de Avaliação das Feiras de Matemática, um espaço fundamental para refletir sobre o processo, definir novos rumos e aprimorar o projeto. Até o presente momento, foram realizados seis seminários (1993, 2001, 2003, 2009, 2013 e 2017) com o objetivo de discutir as Feiras de Matemática e propor alternativas que garantam a continuidade dos eventos.

Durante o II Seminário de Avaliação das Feiras ficou estabelecida a criação de uma Comissão Permanente das Feiras de Matemática visando a organização geral das feiras. Tal comissão preza pela garantia de cumprimento dos princípios que regem as feiras e, de forma colaborativa, tem o papel de assessorar a gestão das feiras nos âmbitos escolar, municipal, regional e estadual. (BIEMBENGUT; ZERMIANI, 2014, p. 187). É também de sua responsabilidade o planejamento e a estruturação dos Seminários de Avaliação e de cursos de aperfeiçoamento.

¹ Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/feiradematematica/feirasestaduais.html>. Acesso em 25/06/2018.

Através do apoio de instituições educacionais, órgãos de fomento à pesquisa e gerências governamentais, o PRFMat conseguiu abranger todos os níveis de ensino, permitindo assim alcançar alunos e docentes do Ensino Básico, Ensino Superior e Educação Especial na produção de trabalhos para exposição. Atualmente, os trabalhos desenvolvidos são designados para uma das seguintes categorias: Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental (do 1º ao 5º ano), Anos Finais do Ensino Fundamental (do 6º ao 9º ano), Ensino Médio, Ensino Superior, Professor, Comunidade (trabalhos não diretamente desenvolvidos em sala de aula) e Educação Especial (trabalhos desenvolvidos em instituições de Educação Especial, oficialmente reconhecidas). Além disso, três modalidades são indicadas para classificar os trabalhos, são elas: Materiais e Jogos Didáticos; Matemática Pura e Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com outras disciplinas.

Com o objetivo de socializar experiências e divulgar resultados de bons trabalhos desenvolvidos na educação matemática, a avaliação das exposições apresentadas na feira de Matemática não é feita de forma classificatória. A avaliação ocorre durante o período de apresentação dos trabalhos e é feita de forma descritiva por uma Comissão de Avaliação. Ao final, todos são premiados na condição de Destaque ou Menção Honrosa pelos organizadores da feira.

Difundindo a ideia das Feiras Catarinenses, em 2006, a proposta se incorporou também ao estado da Bahia e, em 2010, adquiriu propagação nacional com realização da I Feira Nacional de Matemática. Com o intuito de expandir a organização de Feiras de Matemáticas para outros estados, foi assinado em 2015, um acordo de cooperação técnico-científico entre Instituto Federal Catarinense (IFC), FURB, Universidade Estadual da Bahia (UNEB) e Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). A união dessas instituições vem incentivar a disseminação de feiras exclusivamente de matemática pelo país, já que ainda representam um número inexpressivo diante de diversas feiras multidisciplinares aonde trabalhos de caráter matemático vêm sendo apresentados.

Desde a primeira edição da Feira Nacional de Matemática (FNMat), que ocorreu na cidade de Blumenau-SC, até 2018 foram organizadas mais cinco edições englobando três estados brasileiros: Bahia, Santa Catarina e Acre. De acordo com a SBEM, as Feiras Nacionais seguem os mesmos parâmetros das Feiras Catarinenses e das Feiras Baianas e seus principais objetivos são: o intercâmbio de experiências

de sucesso no ensino da Matemática entre diversos estados, uma maior integração da Matemática com as demais disciplinas, a divulgação de inovações metodológicas no ensino e a diminuição da rejeição à Matemática que ocorre por tradição cultural.

No painel nacional, o estado da Bahia também assume papel de destaque no trabalho com feiras de Matemática. Em consonância com o movimento em rede das Feiras de Matemática em Santa Catarina, em maio de 2006 a proposta de implementar esse projeto no estado da Bahia foi lançada pelo Departamento de Educação – Campus VII da UNEB. Na época, uma formação sobre feiras de Matemática foi realizada com trezentos professores de todos os segmentos da Educação Básica, provenientes de nove cidades. A ideia era estimular esses profissionais a desenvolver, em sala de aula, projetos inovadores em matemática que pudessem ser compartilhados com os diversos seguimentos das unidades escolares. Surgia daí, a I Feira Baiana de Matemática, que aconteceu na cidade de Senhor do Bonfim e contou com a apresentação de 38 trabalhos provenientes de cinco municípios. Hoje, com mais de dez anos do seu início, a Feira Baiana de Matemática ocorre anualmente e alcançou grande parte do estado da Bahia com a participação ativa de mais de 50 municípios assumindo assim um local de destaque no cenário educacional baiano.

Ao traçar um panorama por região no Brasil, é possível ainda percorrendo a região nordeste, observar outro exemplo bem-sucedido de projeto de feiras de Matemática no estado de Alagoas. Incorporado ao festival denominado MatFest que ocorre anualmente desde 2004 na Universidade Federal de Alagoas (UFAL), o MatExpo é um evento que abre espaço para estudantes de escolas públicas e particulares apresentarem trabalhos relacionados com a matemática. Em 2017, com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas (Fapeal) e do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), a 15ª edição do festival fez parte do Biênio da Matemática no Brasil e teve em sua programação atividades como palestras, oficinas, minicursos, exposições e mesas-redondas. Nesta edição, a MatExpo participou pela quarta vez do festival e devido ao grande sucesso dos anos anteriores foi incluída permanentemente em sua programação. Com equipes compostas por até 5 estudantes, projetos de cerca de 50 escolas do estado de Alagoas foram submetidos gratuitamente e distribuídos em três níveis: Nível I – 6º e 7º anos, Nível II – 8º e 9º anos e Nível III – Ensino Médio ou Técnico.

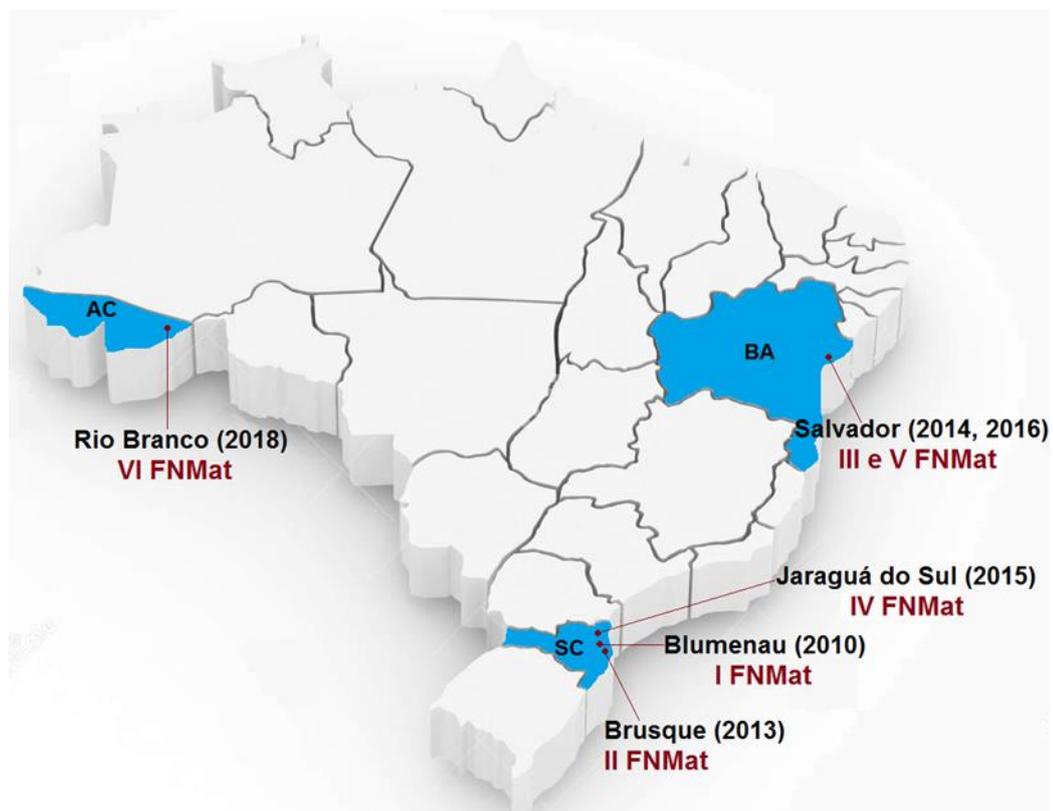
Há também registros relevantes de feiras de Matemática de âmbito regional em mais três estados nordestinos: Ceará, Maranhão e Piauí. Os dois primeiros contam com o apoio, respectivamente, do Instituto Federal do Ceará (IFCE) – Campus Jaguaribe e Instituto Federal do Maranhão (IFMA) – Campus Barra do Corda, instituições essas conectadas ao IFC e que, portanto, apontam padrões similares às feiras catarinenses quanto à sua organização. Já no Piauí, ocorreu em maio de 2018 o I Festival Tapuia de Matemática, uma feira de caráter pedagógico com a finalidade de popularizar, de forma lúdica e criativa, o interesse pela matemática. O evento realizado pela prefeitura de São Miguel do Tapuio contou com a participação da Universidade Federal do Piauí e de escolas de toda rede de ensino através de exposições e oficinas. Há ainda no Piauí, cidades como Castelo, José de Freitas e Isaías Coelho, que têm histórico recente de feiras de Matemática buscando se consolidar com o respaldo das Secretarias Municipais de Educação.

Concernente à região norte do Brasil há registros de feiras de Matemática em seis dos sete estados da região, apenas o estado de Rondônia não realiza esse tipo de trabalho. Nos estados do Amapá, Amazonas, Acre e Tocantins, a organização das feiras estaduais está vinculada aos seus respectivos Institutos Federais. Desses, vale a pena destacar o estado do Amapá que já realizou quatro edições do evento e solidificou sua prática na região com a inscrição significativa de 60 trabalhos em cada um deles. Em Tocantins, foi realizada a I Feira Estadual em 2017, assim como no estado do Pará, com a implementação do projeto feita pelo Laboratório Pedagógico de Matemática da Educação Básica da Universidade Federal do Pará – UFPA. Com a participação de sete municípios e uma parceria entre Universidades, Secretarias de Educação, CNPq e o Instituto Federal, o estado do Amazonas efetivou sua primeira feira estadual em 2018 após a realização de diversas seletivas distritais e municipais. Já no estado de Roraima foi realizada em 2008 a I Feira Roraimense de Matemática, no entanto, não se encontra nenhuma transcrição de que tenham decorrido outras edições do evento.

Numa análise final sobre o norte do país, a região assumiu um papel importante pelo fato de ter sido escolhida para sediar pela primeira vez uma Feira Nacional de Matemática (FNMAT) fora do eixo Santa Catarina – Bahia. A sexta edição do evento aconteceu no estado do Acre em maio de 2018 e foi prestigiada com a apresentação de trabalhos de mais de 300 estudantes e professores, dos quais 17 trabalhos foram

premiados com Menção Honrosa e outros 72 receberam troféus de Destaque. Apesar de ser um evento de grandes proporções e que vem sendo amplamente divulgado nos últimos anos, o número de estados com trabalhos inscritos na VI FNMat foi de apenas 11, muitos dos estados que ficaram de fora já desenvolvem projetos com feiras de matemática, contudo ainda não submetem suas experiências em exposições desse porte. No próprio estado do Acre, a primeira feira estadual de onde foram escolhidos os trabalhos para representar o estado na FNMat, foi realizada pelo Instituto Federal do Acre somente em 2016, dois anos após a divulgação do edital que previa a sua organização.

Figura 8 – Locais e anos de realização da FNMat no Brasil



Fonte: A autora (2019).

No que se refere à região centro-oeste do Brasil, apenas no estado de Goiás e no Distrito Federal há ações efetivas com feiras de Matemática. Desde 2014, ocorre anualmente uma feira de Matemática na Universidade Estadual de Goiás (UEG) – Campus Posse, evento aliado à semana acadêmica de matemática da instituição. Organizada pelo Laboratório de Ensino em Matemática da UEG, essa feira conta com exposições de alunos do curso de licenciatura em Matemática ou afins de diversos

campi da universidade e tem a participação externa de escolas da região. Quanto ao Distrito Federal, a primeira feira de Matemática foi promovida em 2017 pela SBEM e Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal em parceria com o Instituto Federal de Brasília e a Universidade de Brasília (UnB). Há ainda na região centro-oeste, um projeto de extensão em andamento na Universidade do Estado do Mato Grosso (UNEMAT), denominado 'Feiras de Matemática nos processos formativos de professores que ensinam matemática'. Iniciado em 2018, o projeto prevê a realização da I Feira Mato-Grossense de Matemática até 2020.

Como em muitos estados já citados aqui, a criação de projetos envolvendo feiras de Matemática nos últimos cinco anos vem ocorrendo também no sudeste do país. No estado de Minas Gerais, o Instituto Federal de Minas – Campus São João Evangelista, promove desde 2014 a Feira Regional de Matemática do Vale do Rio Doce. O projeto que conta com o apoio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), integrou à sua quinta edição a I Feira Mineira de Matemática, dando desta forma abrangência estadual ao evento. Em alguns estados como São Paulo e Espírito Santo, as feiras foram agregadas ao já desenvolvido programa de Semanas de Matemática realizadas nos seus respectivos Institutos Federais. Além dos minicursos, palestras, oficinas, mesas-redondas e apresentações de produções científicas, essas Semanas foram enriquecidas com a inserção das feiras a partir de 2015 no Espírito Santo e 2017 no estado de São Paulo.

Outra proposta que se assemelha às feiras de Matemática em seus objetivos teve por intuito promover o Biênio da Matemática Gomes de Sousa² no Rio de Janeiro. Previsto para decorrer no período de 2017 a 2018, foi elaborado o FESTMATCP II – Festival de Matemática do Colégio Pedro II, um projeto educativo científico-cultural cuja proposta incluía, entre outras coisas, a exposição de trabalhos de alunos e professores da rede pública e privada englobando desde a Educação Básica, a Educação Especial até a Educação Superior. Com o formato de mostra interdisciplinar, o projeto que distribuiu as atividades inscritas em oito áreas de aplicação matemática teve a programação de realizar uma edição do festival em cada campus da instituição.

² O Biênio da Matemática 2017-2018 Gomes de Sousa foi instituído pela Lei Federal 13.358/2016 em homenagem à Olimpíada Internacional de Matemática de 2017 e ao Congresso Internacional de Matemáticos de 2018, ambos sediados no Brasil. O título da Lei faz referência ao matemático maranhense Joaquim Gomes de Sousa, considerado o primeiro matemático brasileiro.

Voltando à região onde historicamente todo movimento de feiras de Matemática começou, percebe-se que apesar de toda expansão que o projeto alcançou no estado de Santa Catarina ao longo de mais de três décadas de realizações ininterruptas, o mesmo não ocorreu com os outros estados da região sul. Só em 2017, foi implantada no estado do Rio Grande do Sul a I Feira Regional de Matemática. Organizada pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), a feira faz parte de um projeto de extensão da instituição e já foi incluído em seu calendário anual de eventos educacionais recebendo o apoio da 36ª Coordenadoria Regional de Educação e outras instituições de ensino.

À exceção de Santa Catarina e Bahia, diante do recente histórico de feiras de Matemática na maioria dos estados brasileiros, ainda não é comum a divulgação de seus projetos e registros das experiências apresentadas nos eventos em anais ou meios de comunicação científica, muitos de seus relatos e referências só foram possíveis de serem encontrados via internet em *sítes* de instituições oficiais.

Atualmente, percebe-se um crescente movimento no sentido de incluir a realização das feiras de Matemática nas práticas pedagógicas dos sistemas de ensino, contudo, ainda há muitos aspectos que precisam ser aperfeiçoados e discutidos para que se possa chegar a um consenso sobre a estrutura organizacional de uma feira de modo a consolidar esse projeto nos ambientes educacionais.

4 PRODUZINDO ATIVIDADES: UMA PROPOSTA DIFERENCIADA

De todas as etapas que se executam em uma feira escolar, a de produção de trabalhos para exposição talvez seja aquela que possibilite a maior abrangência na aquisição de saberes que se requer do aluno durante a aprendizagem. É nesse momento que se inicia todo processo operacional de criação de uma feira e, portanto, escolher a atividade certa é fundamental para fazer com que os alunos sejam motivados a se envolver com o projeto e acolham as variadas tarefas que lhes forem propostas no percurso de implementação.

É importante entender que a iniciativa de realizar um trabalho diferenciado destinado à apresentação em uma feira deve ser espontânea, o professor deve se sentir capaz de empreender e assumir o papel de pesquisador frente à elaboração do trabalho. Ele é o agente inicial desse processo e sua determinação em apresentar novas alternativas de estudo no espaço escolar é o fator que poderá impulsionar os alunos ao aprendizado de forma significativa repercutindo também em outros segmentos que compõem a escola.

Antes de definir a atividade a ser trabalhada ou até mesmo de pesquisar possíveis propostas deve-se considerar diversos fatores sobre o público ao qual ela se destina. Observar elementos como a faixa etária, o nível de escolaridade, o grau de maturidade dos alunos, o quantitativo de participantes, entre outras variações subjetivas, pode ser determinante para a atividade ser bem-sucedida ou não. É coerente que a proposta se adapte às necessidades específicas de cada turma e possa ser adequada visando incluir a todos.

Simultaneamente, o conteúdo a ser explorado deve ser definido e também os objetivos cognitivos pretendidos através dele. É em função deste conteúdo que a seleção ou criação de uma atividade estará pautada, dessa forma, a busca por atividades que possibilitem explorar as diversas ramificações que o conteúdo disponibiliza permitirá agregar conhecimento diversificado aos alunos produzindo assim um trabalho enriquecedor. Ademais, também é importante verificar previamente se o espaço destinado à realização da atividade é apropriado para executar todas as etapas previstas. Assim, são evitados possíveis contratemplos que desviem a atenção dos alunos durante o andamento da tarefa e o processo de construção do

conhecimento não é interrompido. Pensar antecipadamente nesses aspectos contribui para a escolha de uma atividade mais compatível com determinado grupo de pessoas e, desse modo, facilita o planejamento da mesma.

Ao definir a atividade, o professor deve estar consciente de que seu trabalho de pesquisa continua, visto que uma contínua investigação lhe permite compartilhar saberes com mais propriedade e amplitude. Muitas vezes, o conhecimento do professor sobre o conteúdo está limitado às suas próprias experiências e qualquer estudo adicional feito por ele pode lhe proporcionar novos olhares, novas reflexões, novas descobertas e, principalmente, novas formas de se expressar. Portanto, a estruturação e produção de atividades diferenciadas representam um ganho cognitivo tanto para o aluno quanto para o professor, que de forma ativa, participa desse processo promovendo ações que valorizam o conhecimento científico e as relações sociais.

É evidente que outras questões podem surgir quando a proposta é posta em prática, mas fazendo um planejamento que leve em consideração tantos aspectos dificilmente o trabalho irá se descaracterizar. Neste capítulo, será tomada como referência uma atividade através da qual poderemos refletir a respeito da metodologia empregada, bem como sobre os objetivos que podem ser alcançados nessa etapa.

4.1 Mandalas de Polígonos

A atividade aqui denominada Mandala de Polígonos, consiste na construção de polígonos regulares com o uso de material concreto, onde os lados e as diagonais são destacados através de linhas que perfazem seus traçados. O termo mandala faz referência a um diagrama de formas geométricas concêntricas e, portanto, remete à visão circular observada ao traçar as diagonais de um polígono regular.

Diversas abordagens sobre os polígonos são possíveis através dessa atividade, contudo, antes de descrever a construção e analisar suas alternativas de ensino é necessário retomar o tema a ser estudado para que todas as abordagens sugeridas na atividade sejam feitas com clareza e segurança.

4.1.1 Polígonos

Entende-se por polígono, uma linha fechada formada apenas por segmentos de reta do mesmo plano que não se cruzam, exceto em suas extremidades. A esses segmentos chamamos *lados* e de acordo com o seu número, os polígonos podem ser nomeados.

Alguns prefixos gregos que denotam quantidade são utilizados para dar esses nomes. Observe na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1 – Nomenclatura dos polígonos de acordo com prefixos gregos

Nome do polígono	Prefixo	Número de lados do polígono
Triângulo	tri = três	3 lados
Quadrilátero	quadri = quatro	4 lados
Pentágono	penta = cinco	5 lados
Hexágono	hexa = seis	6 lados
Heptágono	hepta = sete	7 lados
Octógono	octa = oito	8 lados
Eneágono	enea = nove	9 lados
Decágono	deca = dez	10 lados

Fonte: A autora (2018).

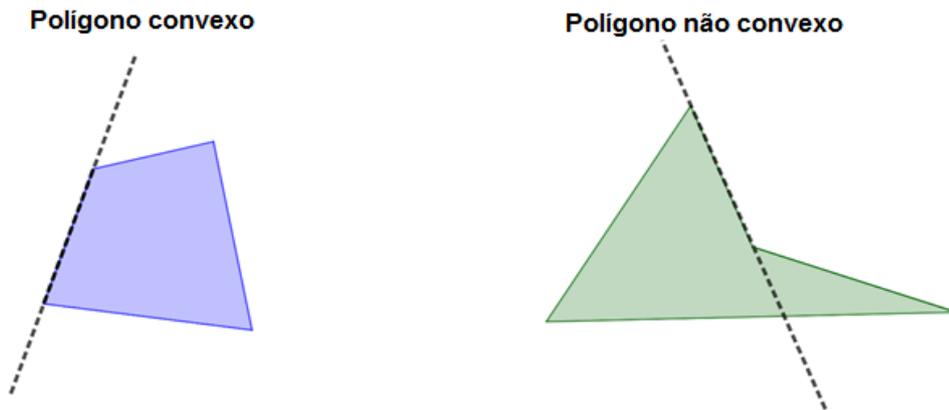
Há ainda outros polígonos usados com frequência que recebem nomes especiais:

- Undecágono (um + dez) = 11 lados.
- Dodecágono (dois + dez) = 12 lados.
- Pentadecágono (cinco + dez) = 15 lados.
- Icoságono (icosa = vinte) = 20 lados.

A palavra polígono também tem origem grega (*poli* = muitos; *gono* = ângulo) e, portanto, significa muitos ângulos. Assim sendo, seria coerente pensar que os nomes dos polígonos estivessem associados aos seus ângulos e não aos seus lados, contudo, esses dois elementos se relacionam devido ao fato de um ângulo representar a região do plano situada entre duas semirretas de mesma origem que, nesse caso, contêm lados do polígono. A consequência disso é que o número de ângulos em um polígono será igual ao seu número de lados.

Um polígono pode ser considerado *convexo* ou *não convexo* dependendo de satisfazer, ou não, a seguinte propriedade: ao traçar uma reta sobre qualquer um dos lados de um polígono, se este estiver inteiramente contido em um dos semiplanos determinados por essa reta, então esse polígono é *convexo*.

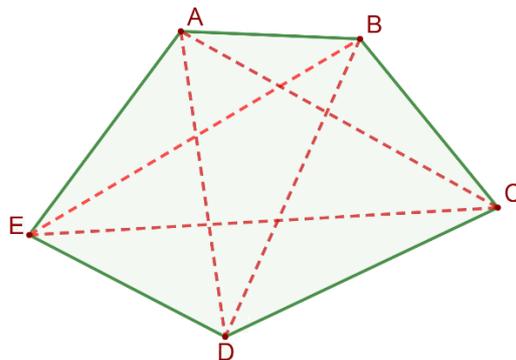
Figura 9 – Exemplos de polígonos convexo e não convexo



Fonte: A autora (2018).

É comum utilizar uma sequência de letras do alfabeto para representar um polígono. No pentágono ABCDE da Figura 10, pode-se destacar os elementos que compõem um polígono qualquer.

Figura 10 – Elementos de um polígono



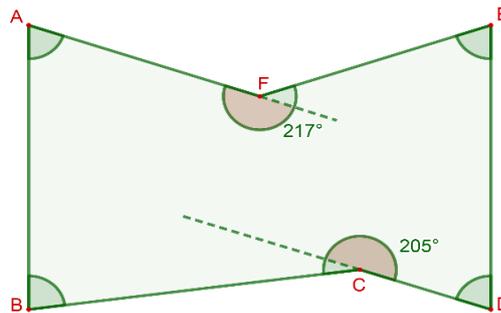
Fonte: A autora (2018).

- Os pontos A, B, C, D e E onde os lados do polígono se intersectam são os *vértices*.
- Os segmentos de reta AB, BC, CD, DE e EA que unem os pares de vértices consecutivos indicam os *lados*.
- As *diagonais* são os segmentos de reta que unem dois vértices não consecutivos. Nesta figura, são os segmentos AC, AD, BD, BE e CE.

Ainda é possível observar os ângulos presentes no polígono, que podem ser internos ou externos.

Ângulos internos são aqueles formados por dois lados consecutivos, medidos no interior do polígono. Em um polígono não convexo, existe pelo menos um ângulo maior que 180° , como é possível ver nos ângulos destacados da Figura 11.

Figura 11 – Ângulos internos em um polígono convexo



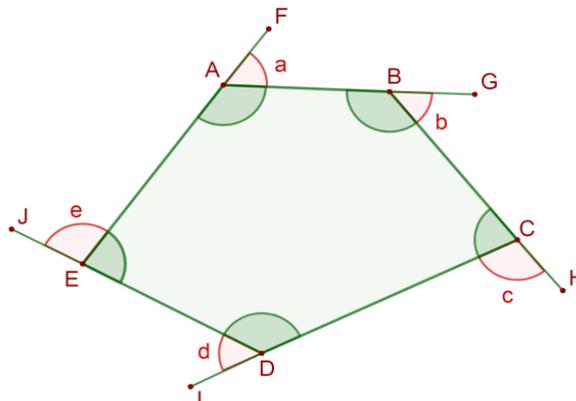
Fonte: A autora (2018).

Já os *ângulos externos* de um polígono convexo são formados pelo prolongamento de um lado e o lado consecutivo a ele, sendo que, os ângulos externo e interno em um mesmo vértice são suplementares. Em polígonos não convexos, define-se ângulo externo de forma análoga, no entanto, para preservar a propriedade anterior, o ângulo externo será tomado no sentido oposto.

No pentágono convexo ABCDE da Figura 12 a seguir, temos que:

- Os *ângulos internos* são indicados por ABC, BCD, CDE, DEF e EAB;
- Os *ângulos externos* são: FAB, GBC, HCD, IDE e JEA. Ou ainda, podem ser representados por letras minúsculas correspondentes aos vértices, *a*, *b*, *c*, *d* e *e*.

Figura 12 – Ângulos de um pentágono convexo

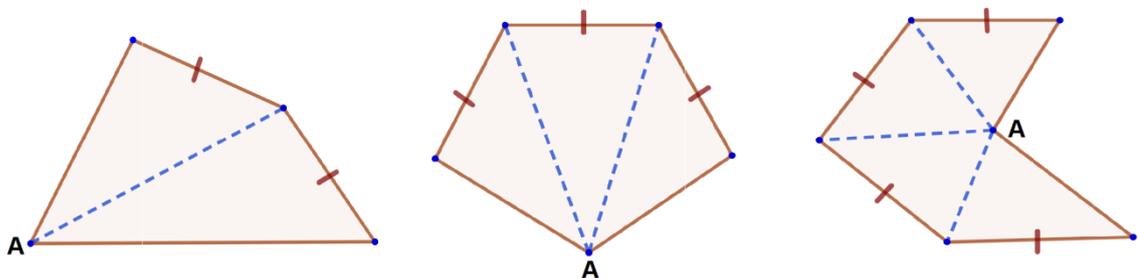


Fonte: A autora (2018).

Vale ressaltar ainda que os elementos que compõe estão sempre associados aos seus vértices e, portanto, os números de vértices, lados, ângulos internos e ângulos externos são sempre os mesmos.

Agora, considerando o fato de que é a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180° , é possível deduzir a soma dos ângulos internos de um polígono. Isto porque qualquer polígono é decomponível em triângulos justapostos como se ilustra a seguir.³

Figura 13 – Decomposição de polígonos em triângulos justapostos



Fonte: A autora (2018).

Nos polígonos da Figura 13, ao traçar diagonais que saem de um vértice A, a cada triângulo obtido no interior do polígono associa-se o lado oposto a esse vértice. Deste modo, apenas os dois lados que formam o vértice A não estarão associados a nenhum triângulo, logo, as diagonais traçadas a partir de um vértice fixo de um polígono de lado n , dividem este polígono em $(n - 2)$ triângulos.

Como a soma dos ângulos internos de um polígono será a soma dos ângulos internos de todos os triângulos que o compõe, conseqüentemente, a soma S_i dos ângulos internos de um polígono de lado n será dada por:

$$S_i = 180^\circ(n - 2)$$

Um polígono convexo em que todos os lados são congruentes e todos os ângulos internos são congruentes é chamado de *polígono regular*. Num polígono regular, já que a medida de cada ângulo interno (a_i) é a mesma, ela pode ser determinada dividindo-se a soma dos ângulos internos pelo número de lados n do polígono, ou seja:

$$a_i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$$

³ A prova deste enunciado encontra-se disponível no Anexo A desse volume.

Outra observação importante sobre os polígonos refere-se à determinação de suas diagonais. Dado um polígono de lado n , partindo de um vértice A podem se traçar diagonais com todos os vértices do polígono com exceção dele mesmo e dos dois vértices adjacentes a ele. Isto quer dizer que, por cada vértice deste polígono é possível traçar $(n - 3)$ diagonais. Logo, pelos n vértices do polígono será possível traçar $n \cdot (n - 3)$ diagonais, no entanto, deve-se atentar para o fato de cada uma dessas diagonais ter sido traçada duas vezes. Note que as diagonais AF e FA têm as mesmas extremidades e, portanto, representam uma única diagonal.

Assim, o número d de diagonais de um polígono de lado n é dado pela metade da quantidade $n \cdot (n - 3)$ de diagonais obtidas anteriormente e pode ser denotado por:

$$d = \frac{n(n - 3)}{2}$$

Muitas outras inferências sobre os polígonos ainda podem ser feitas no decorrer da atividade, aqui apenas foram relacionados aspectos essenciais para uma abordagem admissível. Cabe ao professor adequar o conteúdo de acordo com a evolução de cada turma ou grupo no qual o trabalho esteja sendo desenvolvido.

4.1.2 A atividade

Esta é uma atividade programada para ser aplicada em uma aula com no mínimo 2 tempos de 50 minutos e se destina à introdução e exploração de conceitos matemáticos através da confecção de mandalas onde se destacam os elementos de um polígono e algumas de suas propriedades. No quadro 1 a seguir, o planejamento da atividade é apresentado, bem como os procedimentos metodológicos característicos de uma proposta didática de ensino:

Quadro 1 – Planejamento da atividade Mandala de Polígonos

<u>Planejamento da atividade</u>
<p>Conteúdo curricular - Elementos do polígono: lados, vértices, nomenclatura, diagonais, ângulos internos e externos. Propriedades do polígono.</p> <p>Público alvo - Alunos do 8º ano do ensino fundamental.</p>

Material necessário – Isopor de 15 mm, régua, papel camurça, linhas coloridas, alfinetes com cabeça, tesoura, cola de isopor, pincel, tinta guache.

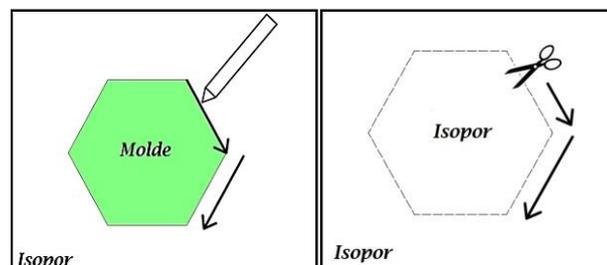
Objetivos – Identificar os elementos que compõem um polígono; caracterizar os tipos de polígonos através de seus lados; deduzir expressões que determinem a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono, bem como seu número de diagonais.

Descrição da atividade

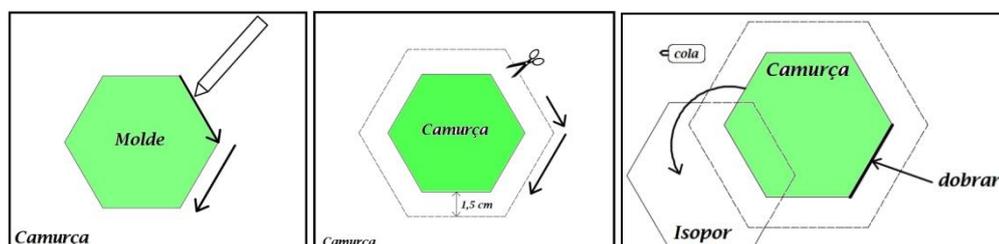
Inicialmente, a turma deve ser dividida em pequenos grupos, de modo que cada grupo fique responsável pela construção de uma mandala específica dentre os seguintes polígonos regulares: pentágono, hexágono, heptágono, octógono e eneágono. Antes da execução da atividade, o professor disponibilizará os moldes e os materiais necessários para montagem das mandalas referentes a cada polígono.

Assim, a construção deve seguir as etapas abaixo:

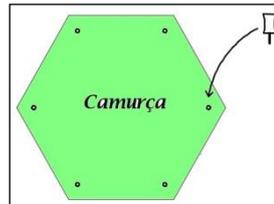
1 – Já em posse do molde, fazer o seu traçado no isopor e recortar o seu contorno a fim de obter a base da mandala. Para este recorte, pode ser utilizada uma tesoura bem amolada de forma inclinada ou o professor pode intervir com o manuseio de um estilete por ele próprio.



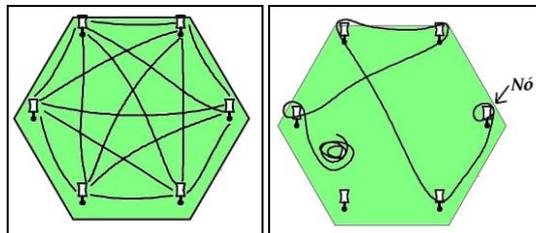
2 – Ainda utilizando o molde, traçar o seu contorno também no papel camurça. Em seguida, recortar o papel camurça com uma sobra de aproximadamente 1,5 cm do molde traçado. Por fim, colar o papel na base de isopor dobrando a sobra de modo a cobrir as laterais do isopor. Aqui deve se ter cuidado com a quantidade de cola utilizada, pois o papel camurça pode manchar com excessos.



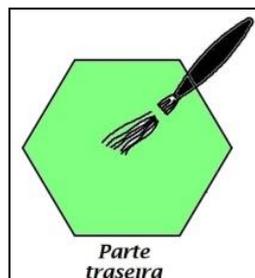
3 - O próximo passo é fixar os alfinetes nos vértices do polígono e por cima do papel camurça. O ideal é deixar um espaço de cerca de 1cm entre o furo do alfinete e o vértice para que o isopor não esfarele a ponta e o alfinete fique bem firme. Se for possível, colocar um pouco de cola de isopor ou cola quente no furo para ajudar na fixação.



4 –Utilizando a linha escolhida, construir os lados e as diagonais do polígono. Para isso, deve-se amarrar uma ponta da linha por baixo da cabeça de um dos alfinetes e com o cuidado de esticar a linha sem repuxar, ir contornando-a em todos os alfinetes de um vértice a outro formando os lados e as diagonais até que todos estejam construídos. Após verificar se o número de diagonais do polígono está correto, amarrar a linha no alfinete onde parou e cortar a sua sobra.



5 - Por último, com o auxílio de um pincel, pintar a parte traseira do isopor com tinta para finalizar o acabamento. Após secagem, a mandala está terminada e pronta para ser pendurada em algum lugar de destaque.



4.1.2.1 Considerações

Polígonos com um maior número de lados não foram escolhidos para a tarefa, dada a inviabilidade de se fixar um número muito grande de diagonais no material utilizado, considerando é claro que os polígonos selecionados já são suficientes para abordagem de todos os conceitos que se deseja trabalhar com os alunos. No caso de turmas muito numerosas, é coerente a confecção de várias mandalas com o mesmo número de lados a fim de trabalhar com um quantitativo menor de alunos por grupo.

Recomenda-se a construção prévia de moldes dos polígonos que se deseja trabalhar já nos tamanhos determinados para a confecção das mandalas. Para produção desses moldes é necessário realizar desenhos geométricos que podem ser desenvolvidos pelos alunos em aulas anteriores a essa ou, diante da ausência de ferramentas para desenho disponíveis para todos os alunos, serem construídos pelo próprio professor diante da turma.

Durante a montagem das mandalas, por ser uma tarefa que requer habilidade motora, o professor deve incentivar os alunos a trabalharem em cooperação, recomendando que cada aluno do grupo se empenhe em executar alguma etapa solicitando o auxílio dos colegas sempre que necessário.

A atividade descrita em etapas propicia maior clareza quanto aos procedimentos que se pretende realizar e também favorece uma abordagem dos conteúdos de forma paulatina, possibilitando uma melhor organização do pensamento. A ideia é que o professor levante hipóteses e suscite questionamentos associados às construções de cada etapa de modo a instigar os alunos a fazer novas descobertas e assim, introduzir conceitos e propriedades.

4.1.2.2 Propostas de abordagens

Logo no início da atividade, o conceito de perímetro pode ser lembrado nas etapas 1 e 2. Ao colar o papel camurça no isopor, também se pode trabalhar com a ideia de objetos no plano e no espaço, introduzir intuitivamente o conceito de prisma e retomar a nomenclatura dos polígonos vista em anos anteriores ao fazer um comparativo sobre como devem ser chamados os prismas obtidos.

Na etapa 3, vale salientar as definições de vértice e lados, estabelecendo a relação entre o número de lados do polígono e o seu número de vértices. Ainda nessa etapa, se pode fazer referência à classificação dos polígonos em *convexo* e *não convexo*, trazendo ilustrações que permitam aos alunos perceber que independentemente da variação ou disposição dos lados, o número de vértices se mantém igual ao número de lados.

Agora, na etapa 4, uma diversidade de conceitos pode ser explorada, que vai desde a definição de ângulos internos e externos à dedução da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono e da fórmula do número de diagonais do polígono. É interessante o professor sugerir que inicialmente façam o contorno do polígono para então caracterizar o polígono convexo como regular não só através de seus lados, mas também trabalhando o conceito de ângulo. À medida que os alunos forem passando as linhas pelos alfinetes o professor pode propor que eles dividam a região interna do polígono em triângulos adjacentes e, a partir dessa divisão introduzir o cálculo da soma das medidas dos ângulos internos de qualquer polígono. Em outra abordagem, os alunos devem ser desafiados a descobrir o número de diagonais do polígono que estão construindo fazendo a contagem manual. Nesse momento, muitos se inquietarão por ser demasiadamente confuso determinar esse número da forma pedida, especialmente aqueles que trabalham com os polígonos de maior número de lados. O professor deve incentivá-los a criar algum método de contagem que determine um padrão e, após a experimentação dos alunos e de acordo com as sugestões propostas, ir aos poucos deduzindo a fórmula que determina o número de diagonais de um polígono qualquer.

4.1.3 Metodologia

Com o objetivo de verificar a viabilidade de utilização da atividade em turmas escolares e analisar os possíveis impactos gerados pela proposta diferenciada, a atividade foi aplicada em duas escolas da rede pública de ensino no estado do Rio de Janeiro: a Escola Municipal Ceará⁴ e o Colégio Estadual Marcílio Dias.

⁴ A Escola Municipal Ceará é a mesma citada no capítulo 2 como referência para realização dessa pesquisa.

Localizada no bairro de Inhaúma, na cidade do Rio de Janeiro, a Escola Municipal Ceará realiza há seis anos o projeto Semana de Matemática e, conseqüentemente, seus alunos já mantêm contato com tarefas diferenciadas usadas em exposições que acontecem no projeto. Em contraponto, o Colégio Estadual Marcílio Dias que se encontra no bairro Parque Roseiral, interior do município de Belford Roxo, apresenta um histórico de raras tentativas na realização de atividades lúdicas ou com material concreto no ensino da matemática. O colégio que funciona em dois turnos (manhã e tarde) atende alunos do 2º segmento do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

A experiência foi realizada com 110 alunos de quatro turmas do 8º ano do ensino fundamental, sendo três turmas pertencentes à Escola Municipal Ceará e uma turma do Colégio Estadual Marcílio Dias. Cada uma dessas turmas foi dividida em 6 grupos cujos integrantes foram escolhidos espontaneamente pelos alunos. Em seguida, os alunos receberam uma folha impressa que continha a descrição das etapas da atividade e à medida que o material necessário para executar a tarefa ia sendo distribuído, os alunos eram estimulados a se organizarem a respeito de qual ou quais deles ficariam responsáveis por cada etapa de construção da mandala.

Iniciada a **1ª etapa**, os alunos puderam identificar cada grupo através dos nomes dos polígonos que construía.

Figura 14 – Alunos realizando a 1ª etapa da atividade



Fonte: A autora (2018).

Visto que a atividade foi realizada num período muito próximo ao término de uma Copa do Mundo de Futebol, aproveitou-se do fato para fazer alusão aos nomes dados às seleções de acordo com o número de vezes em que foram campeãs na Copa. Os alunos puderam perceber que os prefixos usados nesses nomes são os mesmos usados pra dar nome aos polígonos e assim fixar melhor seus significados.

Durante a **2ª etapa**, alguns grupos preferiram utilizar a base de isopor ao invés do molde para fazer o traçado no papel camurça. Segundo eles, deste modo visualizariam melhor a sobra que seria necessário deixar no papel camurça a fim de cobrir as faces laterais do isopor e, portanto, não precisariam usar a régua para medir a sobra de 1,5 cm recomendada na descrição escrita das etapas. Beneficiando-se desse momento, os conceitos de plano e espaço foram trabalhados e os polígonos foram relacionados aos prismas formados com essas respectivas bases.

Figura 15 – Alunos realizando a 2ª etapa da atividade



Fonte: A autora (2018).

Com a fixação dos alfinetes representando os vértices, os elementos de um polígono puderam então ser definidos na **3ª etapa**. Os conceitos de vértice, lado, ângulo e diagonal foram lembrados e relacionados entre si. Coube nesse instante falar também que os polígonos que estavam sendo construídos eram convexos e diferenciá-los de polígonos não convexos através de exemplos ilustrados diretamente no quadro branco.

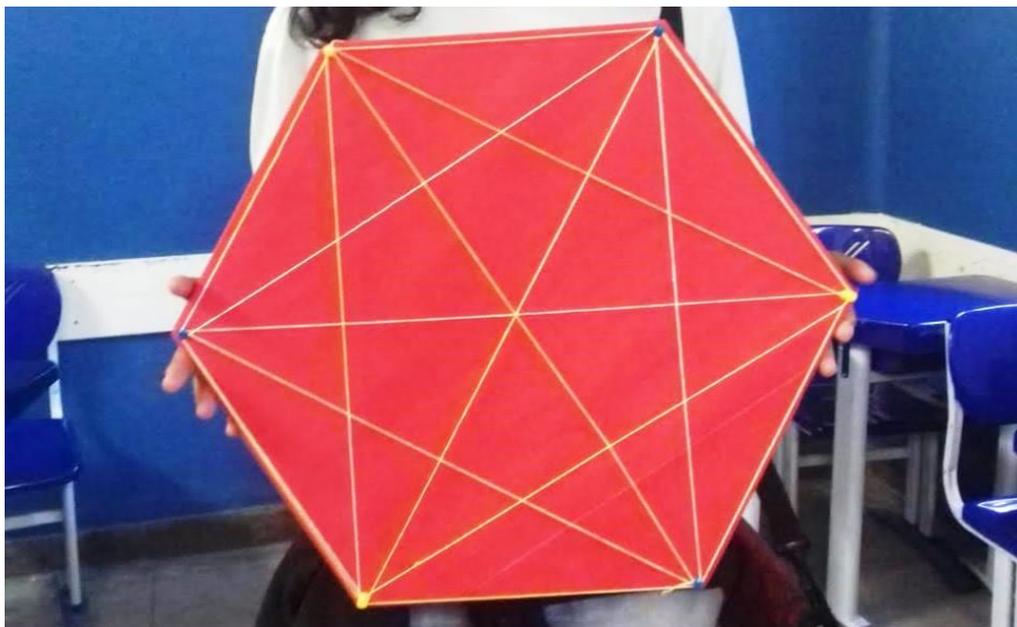
Figura 16 – Alunos realizando a 3ª etapa da atividade



Fonte: A autora (2018).

Na **4ª etapa**, os polígonos foram classificados como regulares e os alunos foram orientados a contornar os alfinetes com a linha para formar os lados e as diagonais do polígono de modo que fosse evitado passar novamente a linha por cima de uma diagonal que já estivesse traçada.

Figura 17 – Aluna exibindo a mandala após a finalização da 4ª etapa



Fonte: A autora (2018).

Nessa etapa, primeiramente foi pedido que se traçassem as diagonais apenas de um vértice para então definir a soma dos ângulos internos do polígono como sendo

a soma dos ângulos internos dos triângulos formados em seu interior. Em seguida, solicitou-se que traçassem as demais diagonais do polígono e fizessem a contagem de todas elas. Através da mediação da professora, aos poucos, puderam deduzir a fórmula que permite calcular o número de diagonais de um polígono.

Por fim, os alunos executaram o acabamento previsto na **5ª etapa** (Figura 18) e, após a secagem, suas mandalas foram recolhidas para serem dispostas no ambiente escolar.

Figura 18 – Alunos concluindo a última etapa da atividade



Fonte: A autora (2018).

Figura 19 – Exposição das Mandalas na Escola Municipal Ceará



Fonte: A autora (2018).

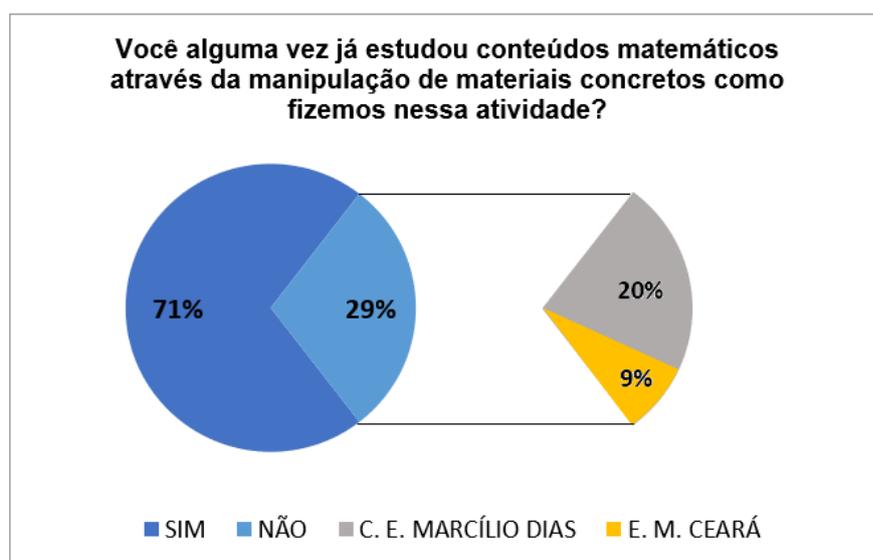
Conforme a Figura 19, é possível observar que na Escola Municipal Ceará as mandalas foram agregadas a um grande painel exposto na 6ª Semana de Matemática realizada em agosto de 2018. Já no Colégio Estadual Marcílio Dias, onde ainda não é realizado nenhum tipo de feira de Matemática, as mandalas ganharam visibilidade ao serem penduradas em diversos espaços tais como secretaria, sala dos professores, direção e corredores.

4.1.4 Resultados

Após a aplicação da atividade, os alunos receberam um questionário autoavaliativo⁵, no qual foram feitas perguntas relacionadas à aspectos que podem ser desencadeados com o desenvolvimento de produções voltadas para utilização em uma feira escolar. Considerando o universo de 110 alunos que participaram da atividade, algumas observações podem ser tecidas a partir da análise gráfica e qualitativa de suas respostas.

A primeira questão refere-se ao contato que os alunos já tiveram com a proposta de uma aula de matemática utilizando recursos diferenciados e seus resultados estão exibidos no Gráfico 1 a seguir.

Gráfico 1 – Resultado da 1ª questão do questionário autoavaliativo



Fonte: A autora (2018).

⁵ Esse questionário pode ser observado no Apêndice A deste volume.

Os resultados retratam um elevado percentual de alunos que já estudaram matemática usando materiais concretos e, portanto, tiveram a oportunidade de conhecer propostas diferentes de ensino que fogem ao tradicionalismo de uma aula expositiva no quadro. Esse fato denota o interesse de docentes dessas instituições em levar novas formas de aprendizagem para seus alunos. No entanto, fica visível que a maioria dos alunos que não tiveram essa experiência de manipulação no ensino da matemática pertence a uma escola específica. De acordo com os dados coletados, de 28 participantes da atividade no C. E. Marcílio Dias, 22 alunos responderam NÃO à primeira pergunta, o que representa cerca de 79% desse público. Já na E. M. Ceará esse índice foi bem menor, apenas 12% dos alunos aproximadamente não estudou conteúdos matemáticos dessa forma, o que provavelmente se deve ao fato dessa escola ter um projeto orientado de Matemática destinado à produção de trabalhos para a disseminação da disciplina no espaço escolar.

A próxima questão revela a importância desse tipo de trabalho no processo de ensino-aprendizagem. De acordo com o Gráfico 2, é possível observar que quase todos os alunos participantes consideraram ter adquirido um melhor entendimento do conteúdo abordado por meio da atividade. Um importante fator para propiciar esse resultado é o interesse demonstrado pelos alunos em concluir as etapas da atividade, o que conseqüentemente os leva a fazer questionamentos sobre o conteúdo a fim de entender as orientações e avançar na proposta.

Gráfico 2 – Resultado da 2ª questão do questionário autoavaliativo



Fonte: A autora (2018).

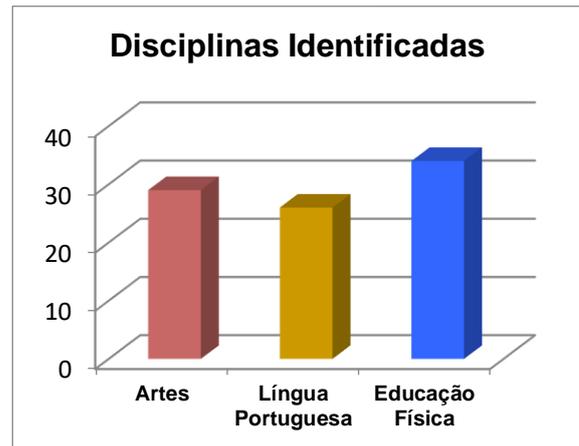
A terceira questão diz respeito à interdisciplinaridade e identifica se os alunos foram capazes de relacionar a atividade proposta com conhecimentos de outras disciplinas. Observe os Gráficos 3 e 4:

Gráfico 3 – Resultado da 3ª questão do questionário autoavaliativo



Fonte: A autora (2018).

Gráfico 4 – Disciplinas utilizadas na atividade identificadas pelos alunos



Fonte: A autora (2018).

Essa foi uma questão de caráter discursivo na qual após responderem à pergunta era solicitado que se descrevesse esse conhecimento caso o identificassem. Daí, surgiram variadas respostas que relacionavam principalmente a nomenclatura dada aos polígonos por reconhecimento de seus prefixos bem como por associação ao número de títulos conquistados em determinado esporte, conseqüentemente, os alunos listaram as disciplinas de Língua Portuguesa e Educação Física dentre os conhecimentos utilizados. Também foi frequente identificarem o uso de conhecimentos da disciplina de Artes, visto que por ser uma atividade manual foi necessário utilizar ações comumente empregadas na produção de trabalhos artísticos. É importante observar que dentre 64% dos alunos que responderam SIM, alguns conseguiram listar conhecimentos de mais de uma disciplina em suas respostas.

Visando coletar as impressões dos alunos em relação à execução do trabalho coletivamente, a questão 4 abria espaço para a descrição dos alunos sobre esse aspecto. O que se pode notar é que apesar das motivações serem por vezes distintas, de um modo geral, os alunos aprovam essa forma de trabalho. Dos 110 alunos participantes, 104 expressaram gostar de realizar a atividade em grupo, 4 demonstraram indiferença e apenas 1 alegou não gostar, porém não destacou o motivo. Abaixo, alguns relatos evidenciam diversos fatores pelos quais os alunos

foram levados a dar suas respostas, dentre eles, muitos puderam ser observados com frequência regular nas opiniões apresentadas.

Figura 20 – Resposta do aluno A à questão 4

4. O que você achou de ter realizado essa atividade em grupo? Dê sua opinião.

Gostei pois o grupo tem mais responsabilidade, compromisso e divide os trabalhos. Fica fácil para todos.

Fonte: A autora (2018).

Figura 21 – Resposta do aluno B à questão 4

4. O que você achou de ter realizado essa atividade em grupo? Dê sua opinião.

legal. achei essencial pois teve melhor convivência entre os alunos.

Fonte: A autora (2018).

Figura 22 – Resposta do aluno C à questão 4

4. O que você achou de ter realizado essa atividade em grupo? Dê sua opinião.

Muito boa, aprendi bastante e me diverti ao mesmo tempo, foi ótimo, a parte de ser em grupo ajudou muito.

Fonte: A autora (2018).

Figura 23 – Resposta do aluno D à questão 4

4. O que você achou de ter realizado essa atividade em grupo? Dê sua opinião.

Eu achei legal por que sai um pouco do cotidiano das aulas de matemática.

Fonte: A autora (2018).

Figura 24 – Resposta do aluno E à questão 4

4. O que você achou de ter realizado essa atividade em grupo? Dê sua opinião.

Eu consegui entender melhor muitas coisas do que sozinho.

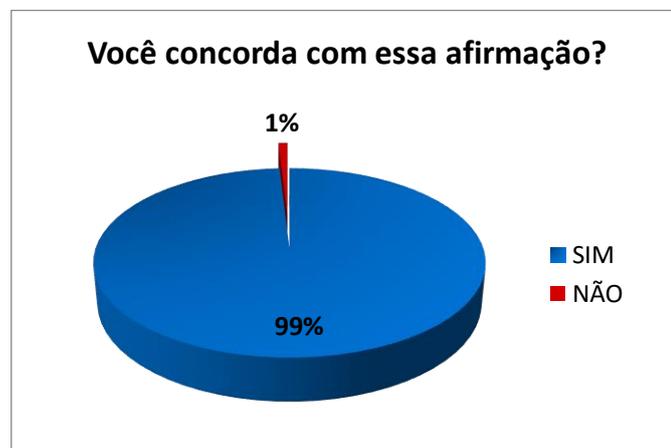
Fonte: A autora (2018).

Os depoimentos expressam características como responsabilidade, compromisso, boa convivência, cooperação, entre outras que permitem aos alunos

exercitar nessa forma de trabalho não só os conteúdos concernentes ao estudo, mas também atitudes que estimulam a cidadania. De acordo com as considerações dos alunos C e D, vale ressaltar que o trabalho em equipe ajuda os alunos a quebrar especificamente alguns paradigmas da Matemática nos quais aulas passivas e monótonas são a referência de ensino da disciplina. A fuga do cotidiano, a diversão e o aprendizado estão diretamente ligados à aprovação desse tipo de tarefa por parte dos alunos. Observando o relato do aluno E, pode-se dizer que essa interação é um mecanismo facilitador da aprendizagem uma vez que a perspectiva individual de um aluno sobre determinado assunto pode ser ampliada e até mesmo reconstruída a partir das abordagens de outros alunos em complementação à apresentada pelo professor.

A próxima questão interrogava os alunos a respeito de concordarem ou não a com a seguinte afirmação: *A realização de atividades desse tipo em sala de aula torna a aprendizagem mais fácil e a aula mais prazerosa*. Aqui, observam-se dois aspectos que podem ser o produto final desse tipo de prática pedagógica: aprendizagem e satisfação.

Gráfico 5 – Resultado da 5ª questão do questionário autoavaliativo



Fonte: A autora (2018).

De acordo com os dados apresentados no Gráfico 5, quase a totalidade dos alunos concorda com a afirmação. Analisando algumas opiniões explicitadas na questão 4, os aspectos referidos surgem nas respostas como indicativos de boa aceitação entre os alunos para atividades diferenciadas em sala de aula.

O gráfico a seguir refere-se à sexta questão, que tratava da exposição do trabalho no ambiente escolar.

Gráfico 6 – Resultado da 6ª questão do questionário autoavaliativo



Fonte: A autora (2018).

Observando os dados, cerca de 5% dos alunos não gostariam de ver seus trabalhos expostos e em conjecturas realizadas durante a aplicação da atividade alguns alunos sinalizaram fatores relacionados à timidez ou possíveis comparações entre a qualidade de seus trabalhos com os de outros grupos como motivos para não preferirem a exposição. Por outro lado, a maioria demonstrou satisfação com o resultado final da atividade e, em consequência, aprovava sua exposição nos espaços sugeridos.

Por fim, a representatividade da instituição por meio dos trabalhos produzidos foi cogitada na última questão conforme se observa no gráfico abaixo:

Gráfico 7 – Resultado da 7ª questão do questionário autoavaliativo



Fonte: A autora (2018).

Segundo os dados apresentados, a maioria dos alunos se sentiriam orgulhosos com uma possível participação de seus trabalhos em uma exposição externa. É

evidente que levar os alunos a se empenhar em tal compromisso pode gerar autoestima, comprometimento e satisfação, além de produzir oportunidades para ampliar seus horizontes acadêmicos e profissionais mediante a diversidade de ideias e propostas encontradas em eventos desse porte.

Assim, diante dos dados obtidos com o questionário e uma análise reflexiva sobre cada um de seus itens, ficou evidente que muitos fatores enriquecedores para a inovação na forma de ensinar e aprender matemática são encontrados ao se desenvolver atividades diferenciadas como a mandala de polígonos. Tais atividades podem e merecem ser compartilhadas fora da sala de aula devido a sua significância pedagógica e a Feira Escolar de Matemática se reforça como um espaço propício para essa divulgação.

5 O PROCESSO DE ELABORAÇÃO DA FEIRA ESCOLAR DE MATEMÁTICA

Muitos são os benefícios reiterados até aqui sobre as práticas de uma Feira Escolar de Matemática no contexto educacional tanto para os alunos quanto para os agentes educacionais envolvidos nessa tarefa. No entanto, apropriar-se dessas práticas pode se tornar algo complexo diante dos objetivos que se pretende atingir e dos caminhos possíveis de serem trilhados para, de fato, levar efetividade e continuidade a esse projeto. Como toda proposta pedagógica de trabalho, muitos são os atores participantes desse processo e justamente por tomar abrangência de um grupo de pessoas com diferentes culturas, anseios e necessidades, esse tipo de trabalho requer conhecimento e estruturação sistemática de seus estágios a fim de minimizar os efeitos de possíveis obstáculos e, assim, obter sucesso em sua implementação. O que fazer então? E como fazer?

Certamente esses questionamentos não têm uma única resposta e todas as implicações que podem surgir no processo de uma feira não exigem uma solução específica, sobretudo, uma reflexão consciente sob o olhar de quem já vivenciou as demandas atreladas à sua produção pode contribuir significativamente na elaboração de um projeto. Como toda ideia que nasce da necessidade de fomentar o aprendizado em sala de aula, o professor é o agente precursor que pode dar forma e sentido a uma concepção vinda da teoria tornando-a existencial. Pensando nisso, sua prioridade inicial deve ser a busca de informações e a troca de experiências, fatores que mesmo sendo abstratos se caracterizam como essenciais na formalização do trabalho. Assim, o professor deve levar consigo a responsabilidade de expandir seus conhecimentos e estar constantemente aperfeiçoando sua formação a fim de ter subsídios para explorar todos os aspectos relevantes na motivação daqueles aos quais almeja ter como parceiros na produção de uma feira.

É compreensível que diante de diversas realidades encontradas dentro dos espaços escolares muitos professores sintam receio em propor a realização de uma Feira Escolar de Matemática em virtude da falta de recursos, da descrença da própria equipe pedagógica da instituição e do recorrente desinteresse dos alunos com a disciplina. Por ser este um trabalho diferenciado que tira seus participantes da zona de conforto das aulas tradicionais, geralmente é visto com desconfiança e ressalvas a despeito de seus reais resultados no processo de ensino-aprendizagem. Por isso,

exige muito empenho pessoal, compromisso e dedicação para gerar convencimento e angariar apoiadores.

Em ambientes onde não há a prática de aulas diferenciadas ou o hábito de se executar projetos, antes de articular qualquer movimentação que sugira a realização de uma feira de Matemática torna-se imprescindível efetivar, dentro de sala de aula, propostas que tragam aos alunos a motivação de aprender significativamente por meios alternativos. Os resultados obtidos com eles serão os maiores estimuladores deles mesmos e também do corpo acadêmico da escola viabilizando a oportunidade de ampliar o trabalho através da proposta de uma feira. Considerando que o objetivo principal dessa prática é auxiliar os alunos na aprendizagem, então eles devem ser os primeiros a serem convencidos de que realmente isso é possível de ser feito.

Quanto ao corpo docente, é importante acreditar que o professor é um educador, e por mais que alguns aparentem desmotivação e acomodação por conta dos inúmeros problemas vivenciados com o sistema educacional, está em sua essência o prazer de ensinar. Ao ver que aquilo que está sendo ensinado é valorizado e aprendido através de pequenas experiências observadas ao seu redor, o professor pode se sentir revigorado e disposto a envolver-se com novas metodologias e até mesmo ressignificar suas práticas.

Convém observar que diante da adesão de cooperantes em uma prática de ensino diferenciado, inúmeras vivências pessoais serão remetidas à reflexão e nesse momento é importante estruturar as ideias no planejamento do projeto. A percepção de todos os segmentos envolvidos fornece indicadores sobre quais rumos devem ser seguidos e as propostas precisam se adequar ao contexto social, cultural e cognitivo no qual os participantes estejam inseridos. Um olhar sobre essas questões permite definir mais claramente o que se deseja produzir com o coletivo baseado nas informações coletadas a partir das práticas individuais. Desse modo, há uma tentativa de tornar os participantes igualmente responsáveis pelo projeto e suas implicações incentivando a autonomia apesar da forma colaborativa de trabalho.

Todo esse movimento investigativo tem o intuito de estabelecer estratégias mais próximas da realidade do reduto escolar onde se pretende trabalhar, quanto mais específicas forem as referências obtidas mais específicas serão as ações projetadas no planejamento das atividades e da feira propriamente dita. Isso possibilita o

aproveitamento de tempo e recursos, bem como promove uma abrangência compatível com a realidade experimentada.

É claro que mesmo com toda observação e análise dos agentes educacionais e do ambiente onde se pretende inserir a proposta, não é possível prever a totalidade de situações que poderiam ser potencializadas ou minimizadas na prática, algo sempre foge ao olhar por mais cuidado que se tenha. Contudo, todos os procedimentos previstos e formas de atuação podem ser reformulados quando se entende que um projeto amplo como uma feira escolar funciona como um organismo vivo. Imprevistos e obstáculos podem surgir durante as etapas de realização ou ainda algo que se tenha programado e executado pode não apresentar o resultado esperado. Para todos os momentos se faz necessária uma avaliação, seja ela imediata ou posterior ao trabalho executado. Durante o andamento das etapas a avaliação imediata favorece a capacidade de resolver problemas ajudando a corrigir falhas no percurso. Já a avaliação posterior é essencial para refletir sobre o sucesso ou não do que foi planejado, os objetivos aqui são revisitados e os possíveis ajustes são pensados a fim de replanejar edições futuras do evento.

Os aspectos até aqui abordados no presente capítulo são dignos de uma reflexão como princípios introdutórios na realização de uma feira escolar mas apenas apontam questões genéricas quanto aos elementos norteadores desse projeto. Buscando auxiliar os educadores que desejam efetivar tal atividade em seus ambientes de ensino, especificamente com a disciplina de Matemática, alguns pilares serão explorados mais profundamente para uma melhor estruturação dessa proposta pedagógica. São eles:

1. *Conscientização*
2. *Planejamento*
3. *Execução*
4. *Avaliação*

A partir daqui, o tratamento dado a cada um desses pilares permitirá o pensar e o agir sobre a criação de uma Feira Escolar de Matemática roteirizando o processo a fim de facilitar sua prática cotidiana.

5.1 Conscientização

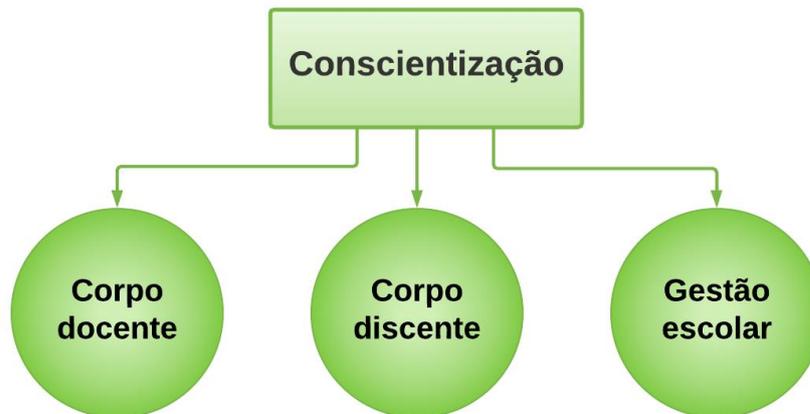
Uma das etapas menos evidentes mas não menos importante do que as outras consiste na difícil tarefa de conscientizar o público do qual se espera ter a participação na constituição de uma feira sobre a necessidade e relevância desse tipo de trabalho num ambiente empenhado na aprendizagem. O processo de conscientização exige muita determinação, perseverança e especialmente paciência. Quando empreender uma ideia ainda não posta em prática requer convencimento de outras pessoas se faz necessário estabelecer uma relação de confiança que inspire credibilidade. Diante disso, atitudes pautadas em um discurso com sólido embasamento teórico, relatos de experiências bem-sucedidas e constância na divulgação podem produzir bons frutos com o decorrer do tempo.

Intuitivamente, essa pode parecer uma etapa passiva onde o diálogo seja a única prática possível nesse momento, contudo, é justamente nessa fase que ações individuais advindas do professor podem ser as precursoras de um movimento direcionado para a culminância de uma feira. Particularmente, a Matemática assumiu o estigma de disciplina formal e rigorosa na forma de ensino e tal perspectiva está culturalmente enraizada dentro não só de alunos como também de profissionais da educação, por isso, iniciar um trabalho de percepção e incentivar novos olhares se torna tão importante. Assim, a intenção é partir precisamente de dentro das salas de aula a consciência da necessidade de uma matemática mais atrativa e atual que pode ser despertada através de propostas e aplicações de atividades diferenciadas.

Em síntese, a iniciativa de conscientizar está diretamente ligada a dois fatores: o diálogo constante baseado em saberes e referências e as ações efetivas com atividades ressignificadoras em sala de aula com relação à matemática.

Evidentemente, de acordo com o público a ser alcançado, as abordagens devem ser direcionadas levando em conta aspectos diferentes. Dentro da instituição de ensino, é indispensável atrair a atenção de três segmentos a fim de produzir entendimento sobre a relevância do projeto da Feira Escolar de Matemática. De acordo com o Diagrama 1 a seguir, vejamos quais são eles:

Diagrama 1 – Segmentos escolares de atuação na etapa de conscientização



Fonte: A autora (2019).

5.1.1 Corpo discente

No contexto escolar, frequentemente ao se deparar com alguma metodologia de ensino nota-se um nítido enfoque a despeito do que fazer (ações) e como fazer (procedimentos), preterindo o cuidado em relação a quem fazer (alunos). Na maioria das vezes isso ocorre de forma não intencional, mas pode trazer consequências inesperadas e fracassos que inviabilizem a continuidade de projetos que inicialmente seriam considerados boas propostas.

O real sentido de se buscar novas ferramentas de ensino é o de proporcionar aprendizagem ao aluno, portanto, ele é a peça principal dessa engrenagem e todas as ideias e intenções a esse respeito devem mantê-lo como foco. Diante disso, o aluno deve ser o primeiro a ser alcançado nessa etapa, se ele entender que as produções feitas por ele em sala de aula o ajudam a acreditar em uma matemática compreensível e prazerosa, certamente isso irá estimulá-lo a compartilhar suas conquistas e socializar seus saberes. Conseqüentemente, sugestões como a feira escolar tendem a ser bem acolhidas e a receberem apoio participativo.

5.1.2 Corpo docente

A percepção docente daquilo que pedagogicamente se pode ou não fazer está intimamente ligada à sua experiência e às situações vivenciadas no magistério. Muitas

vezes, o contexto social no qual o professor trabalha não dispõe de recursos ou incentivos à prática diária da profissão e isso o leva a não considerar determinados trabalhos como viáveis. Nessas circunstâncias, conscientizá-lo dos benefícios oriundos de propostas como a feira escolar pode parecer improvável.

Para o professor, manter-se atualizado é um desafio ante os obstáculos encontrados dentro e fora da escola que desestimulam seu aperfeiçoamento. Todavia, como é de sua incumbência oferecer um ensino de qualidade talvez a possibilidade de inovar em suas aulas possa encorajá-lo a vivenciar novas experiências.

Cada escola tem seu tipo de organização e é comum em muitas delas professores não manterem contato direto por trabalharem em dias diferentes, neste caso, algo que pode auxiliar o trabalho de conscientização desses profissionais é o contato digital. Atualmente muitas instituições mantêm para o trabalho um canal de comunicação via internet, essa pode ser uma ferramenta útil no compartilhamento de ideias e informações.

Sempre que for possível a convivência pessoal, é interessante aproveitar as oportunidades de diálogo com outros docentes sobre as atividades que o professor vem desenvolvendo e, mesmo parecendo algo mínimo, solicitar-lhes auxílio em alguma tarefa relacionada a essas atividades. Com isso, a intenção é despertar a curiosidade dos demais colegas e levá-los a se envolver de alguma forma com atividades que possam ser referências para a realização da feira escolar.

O que se faz necessário para dar visibilidade à iniciativa é conquistar parcerias em meio ao corpo docente, sejam essas originárias de qualquer disciplina. É evidente que a coesão da equipe de Matemática seria muito importante para reforçar a seriedade da proposta perante os alunos, mas ainda que isso não seja totalmente possível, professores de outras disciplinas podem e devem endossar o projeto visto que uma de suas características é a interdisciplinaridade.

5.1.3 Gestão escolar

Aqui encontram-se aqueles cuja posição hierárquica permite estabelecer a realização do evento. É através da liderança de uma escola, na pessoa de seus dirigentes e coordenadores, que a decisão de implementar a Feira Escolar de Matemática nesse espaço poderá ser outorgada. Em vista disso, cabe aos

interessados em um parecer favorável o papel de apresentar, esclarecer, incentivar e reivindicar um espaço no planejamento escolar para a efetivação do projeto.

Antes mesmo que se disponha de um plano de ação formalizado, a conscientização dos gestores da instituição torna-se imprescindível para que discussões baseadas na ideia sejam suscitadas em momentos pedagógicos de reflexão oportunos no calendário acadêmico. Cada escola tem sua realidade particular estrutural e educacional, em vista disso a apreciação desse segmento permite explorar uma amplitude maior de possibilidades e limitações logísticas.

Portanto, conquistar o apoio prévio dos alunos e a parceria de outros professores pode ser determinante à medida que atuam diante dos gestores escolares como propagadores dos benefícios de expor seus bons resultados com as atividades realizadas em sala de aula. A premissa de uma necessidade da comunidade escolar já disseminada no ambiente de aprendizagem corrobora com a conscientização e possível anuência dos gestores na apresentação da proposta da feira de matemática.

5.2 Planejamento

Aqui, o planejamento refere-se necessariamente ao plano de ações pretendidas para a realização da feira de Matemática. Diz respeito ao projeto documentado, onde seus processos, responsáveis, procedimentos, normas, intenções e atividades devem ser registrados detalhadamente para que haja clareza sobre as propostas e organização do trabalho a ser executado. Nessa fase de preparação, é importante explorar bibliograficamente o tema e refletir sobre as condições físicas e didáticas disponíveis na instituição de ensino para então desenvolver no projeto os aspectos supostamente viáveis. Feita essa investigação, a metodologia deve ser estruturada de modo a possibilitar o entendimento de todos os segmentos que atuarão no projeto servindo como manual de referência para possíveis dúvidas emergentes no percurso.

Em decorrência de muitas experiências sobre feiras encontradas na literatura, o projeto da Feira Escolar de Matemática pode parecer algo ambicioso e necessariamente de grande porte, no entanto, a característica principal que deve emergir no planejamento é a apropriação de aprendizado adquirida pelos envolvidos em uma forma de trabalho colaborativa, onde aspectos cognitivos, sociais e culturais

podem ser aprimorados mediante essa prática pedagógica. É imprescindível entender que a proposta não está condicionada às dimensões, mas sim ao enriquecimento educacional da disciplina de Matemática com referência a esses aspectos. Por isso, independente de quantos ou quais segmentos a escola abrange, o planejamento da feira deve conter os objetivos, as ações e o período de execução adaptados de acordo com as prioridades da instituição.

Embora o planejamento do projeto seja dinâmico, estabelecido sobre reflexões e informações que podem surgir ou se transmutar ao longo de sua concepção, a partir desse ponto alguns tópicos considerados elementares em sua estrutura serão caracterizados para fins de orientação. São eles: *apresentação, justificativa, objetivos, cronograma, equipes de trabalho, atividades previstas, recursos necessários e métodos avaliativos*. Observe no Diagrama 2 quais as suas principais características:

Diagrama 2 – Tópicos elementares na estrutura do planejamento



Fonte: A autora (2019).

5.2.1 Apresentação do projeto

A primeira informação a constar no planejamento define literalmente o que é o projeto, o conceito da Feira Escolar de Matemática deve estar claro e objetivo.

Trata-se de um projeto educativo no qual experiências científico-culturais envolvendo a matemática são produzidas pelos alunos dentro e/ou fora da sala de aula e apresentadas à comunidade escolar de diferentes formas nos espaços constituintes da escola, podendo ou não ser aberto ao público externo.

As características referentes aos locais de produção das experiências, às formas de apresentação, aos espaços de exposição e ao público visitante devem ser definidas previamente nessa apresentação considerando o que for conveniente à realidade de cada escola.

5.2.2 Justificativa

Basicamente, aqui se devem apontar os principais motivos impulsionadores da proposta de forma argumentativa, preferencialmente endossados por referenciais teóricos. Pode-se dizer que a justificativa está atrelada aos objetivos representando uma relação de causa e consequência de modo a conferir significação ao projeto.

Nesse tópico, após refletir sobre os motivos, há a possibilidade de sugerir um tema central ou *slogan* sobre o qual as atividades da feira de Matemática podem ser direcionadas, não sendo isso algo obrigatório. Porém, dependendo do que se pretende relacionar nos objetivos, essa pode ser uma alternativa de marketing para o projeto ou simplesmente uma maneira de dispor melhor do tempo em busca de algo menos abrangente.

5.2.3 Objetivos

Nesse item destacam-se as pretensões específicas em relação aos resultados almejados com a Feira Escolar de Matemática. Em linhas gerais, listar o que se pode alcançar pedagogicamente, socialmente, culturalmente e até financeiramente. Pensando numa abordagem de aprendizado para o trabalho é possível inserir

objetivos relacionados ao incentivo de atividades que orientem os alunos a gerar recursos próprios.

5.2.4 Cronograma

Como todo trabalho bem planejado envolve previsões, é coerente apresentar um cronograma com datas definidas para realização do projeto contemplando os períodos nos quais se deseja efetivar cada etapa. Essas datas devem ser pensadas levando em consideração o calendário escolar de atividades fixas a fim de não incluir a feira em meio a um excesso de outras atividades que sobrecarreguem os alunos. Do mesmo modo, deve-se atentar para rupturas de dias letivos provenientes de recessos e feriados que possam interromper bruscamente o andamento dos trabalhos ou dar uma falsa sensação de tempo suficiente para execução das propostas.

Por fim, é fundamental ter consciência de que o cronograma deve ser avaliado conjuntamente pelas equipes pedagógica e gestora para possíveis adequações e só então ser aprovado, não obstante, podendo sofrer alterações ao longo do processo mediante imprevistos e situações inesperadas.

5.2.5 Equipes de trabalho

Devido à necessidade de globalização do trabalho e, visto sua complexidade, a distribuição das atribuições se torna essencial para um bom desenvolvimento da feira. Não se deve designar a uma única comissão de pessoas todas as inferências que surjam no período de execução do projeto, pois isso pode gerar sobrecarga de tarefas distintas e possível realização inadequada das mesmas.

Assim, é importante constar no planejamento a criação de equipes responsáveis por aspectos pedagógicos e estruturais relacionados ao projeto, bem como suas incumbências. Algumas dessas comissões podem ficar a cargo de áreas como: produção de trabalhos, recursos, avaliação, infraestrutura, limpeza, premiação, cerimônia de culminância, entre outras que podem ser criadas conforme se avalie a necessidade. Algo para o qual se deve atentar é o fato dessas equipes serem compostas não apenas por professores, mas também por outros segmentos da escola trabalhando em igual responsabilização ou regime de coparticipação. Vale destacar

também que de acordo com o porte da instituição talvez não haja indivíduos suficientes para formar grupos em todas as áreas consideradas necessárias, nesse caso, indivíduos específicos podem comprometer-se com várias delas.

5.2.6 Atividades previstas

Por se tratar de um projeto onde a exposição de trabalhos é o ícone do movimento, as atividades programadas são a base de sustentação para o êxito da feira. Daí a importância da preparação de atividades dinâmicas, cativantes, inovadoras e significativas. Uma boa receptividade por parte dos alunos é essencial para impulsionar o aprendizado. Assim, o envolvimento com a feira e todo planejamento de trabalhos deve ser pensado com esse foco.

Outro aspecto relevante no planejamento das atividades é o entendimento de que a apresentação dos trabalhos realizados não se dá somente na forma de exposição num espaço demarcado tipo stands e mesas dispostos um ao lado do outro em um dia específico de culminância do projeto. A Feira Escolar de Matemática pode e deve ser retratada em todos os espaços do ambiente escolar com formas de exibição concretas, digitais, artísticas, informativas e experimentais, não se limitando a um dia específico apenas.

De acordo com a disponibilidade pedagógica e estrutural da escola, as atividades previstas no planejamento podem abranger desde apresentações orais sobre as produções desenvolvidas pelos alunos até demonstrações de experimentos, peças teatrais, exposições artísticas, oficinas digitais, gincanas interativas, entre tantas outras criações que levem a escola a ver a matemática em tudo ao seu redor quando da realização do projeto.

É importante então, constar no planejamento os aspectos gerais sobre quais atividades se pretende desenvolver ratificando, também, como e onde serão executadas.

5.2.7 Recursos necessários

Neste item, dois aspectos podem ser destacados na descrição de suas necessidades: o estrutural e o pedagógico. Os recursos necessários para realização

da feira passam desde a obtenção de materiais para produção dos trabalhos até à disponibilidade de espaços e estruturas que permitam a exposição dos mesmos.

É muito comum ver professores desmotivados para realizar atividades diferenciadas pela escassez ou ausência do material necessário nas escolas, especialmente nas de gestão pública. Voluntariamente, diversos deles chegam a investir recursos próprios para concretizar alguma produção. No entanto, medidas alternativas podem ser implementadas a fim de superar esses entraves e promover um trabalho de qualidade.

Algo a ser ponderado é aquilo que a escola dispõe, para que baseado nesses recursos, se possa refletir sobre a viabilidade das propostas. No caminho inverso, quando se pensa em uma tarefa onde não há a totalidade de materiais disponíveis, essas necessidades devem ser levadas à equipe gestora, que dependendo da antecedência da solicitação, pode supri-las mediante a liberação de verbas. Outra alternativa muito apreciada em tempos de sustentabilidade é a produção de trabalhos com materiais reaproveitados ou reciclados, onde além do ensino específico da Matemática, questões de consciência ambiental também podem ser trabalhadas. Seja qual for a forma, relacionar esses recursos no planejamento possibilitará uma visão mais organizada das necessidades facilitando a obtenção dos elementos e evitando o desperdício.

Não menos importante, a listagem de recursos necessários à montagem da exposição dos trabalhos também deve estar relacionada no planejamento. Esse é o momento de descrever os espaços do ambiente permitidos para utilização com a feira, bem como os objetos que irão compor esses espaços. Dentre eles, itens como stands, mesas, tendas, escadas, fios e fitas para fixação de painéis devem constar na descrição.

5.2.8 Métodos avaliativos

A avaliação de um projeto como a Feira Escolar de Matemática é o pilar de sustentação sobre o qual argumentos para a realização de outras edições do projeto estarão apoiados. Assim como na etapa de conscientização, é preciso estabelecer uma forma de comunicação que permita ouvir a opinião dos três segmentos: corpo discente, corpo docente e gestão escolar.

Dentro das equipes de trabalho, criar uma comissão responsável pela avaliação é essencial para que esse aspecto seja colocado com a devida importância no projeto. No planejamento, as atribuições dessa comissão devem estar relatadas e seus componentes podem ser escolhidos posteriormente.

Num primeiro momento, essa comissão estará atenta aos trabalhos propostos a fim de estabelecer a comunicação entre seus idealizadores evitando redundâncias de temas e atividades. Já durante a culminância do projeto, é interessante selecionar avaliadores para os trabalhos que se coloquem de modo a apreciar as produções dos alunos de forma qualitativa e não classificatória. Esses avaliadores podem ser internos e/ou externos, devendo isso ser definido previamente no planejamento.

Feito o encerramento da feira, deve haver uma avaliação imediata dos segmentos escolares a fim de recepcionar suas impressões e sensações mais evidentes. Esses segmentos devem ter espaço para apontar suas considerações sem necessariamente serem identificados. É interessante destacar que essa avaliação pós-feira não pode demorar a ser feita em virtude do risco de se perder em observações relevantes que, passado muito tempo, talvez não venham mais incomodar os avaliadores.

A forma como essas avaliações podem ser feitas e outros aspectos referentes a esse tópico serão tratados mais adiante em outra seção.

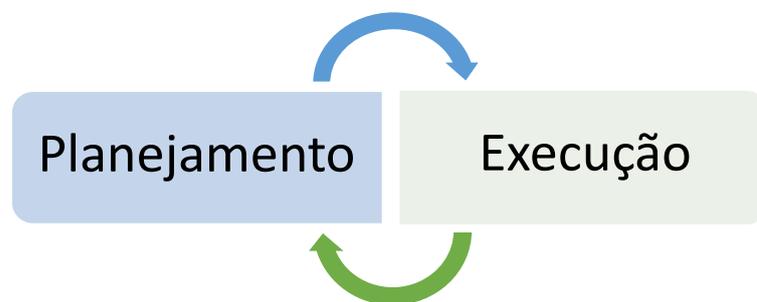
Observados esses tópicos, por fim, cabe ressaltar que o planejamento do projeto pode ser efetivado por uma perspectiva individual mas, por ser uma proposta de caráter executor coletivo, reunir um grupo de pessoas para sua formulação além de gerar enriquecimento no seu conteúdo traz também apropriação de uma ideia da qual se espera cooperação. Passada a etapa de conscientização, convidar outros professores para realizar esse planejamento seria de grande importância nesse processo. Não se esquecendo de que, por ser um projeto integrador, professores de outras disciplinas também podem participar dessa etapa.

5.3 Execução

Ao se discutir a Feira Escolar de Matemática há uma grande expectativa em que se chegue à fase de execução, como se toda a proposta de aprendizado se

resumisse a esse momento. Talvez o ato de planejar ecoe apenas como um mero esboço de uma conjectura, contudo, essas duas etapas se relacionam de forma integrada produzindo um aprendizado simultâneo entre pensar e agir. À medida que algo é pensado para acontecer, muitas variações são analisadas para que na execução se tente representar fielmente o que foi projetado. Assim, o planejamento norteia a execução do projeto enquanto as necessidades que surgem da execução podem reconfigurar o planejamento.

Diagrama 3– Relação de troca constante entre as etapas



Fonte: A autora (2019).

É claro que muitas vezes aquilo que foi planejado assume novos formatos diante de situações que evidenciem melhorias nos resultados. Por esse motivo, é importante considerar no planejamento as mais abrangentes possibilidades de concretização e empecilhos para que não haja uma descaracterização da proposta quando em execução.

Alguns aspectos trazem para essa etapa o estigma de período estressante e cansativo, pois depende, por vezes, de muito esforço intelectual e físico também. Todas essas sensações são vivenciadas pelos envolvidos na execução e podem provocar sentimentos de rendição, especialmente quando algo foge muito ao planejamento. Entretanto, essas questões tendem a ser minimizadas ou dissipadas à medida que os obstáculos vão sendo superados e o trabalho vai tomando forma. Durante o desenvolvimento do projeto, certamente sentimentos paradoxos permearão os momentos de tensão, sejam eles oriundos de transtornos ou conclusões de objetivos. Diante da relação ambígua da teoria com a prática, é possível oscilar entre euforia e desânimo, sucesso e fracasso, persistência e incerteza. Independentemente

do que for experimentado, o que se deve ter em mente é a conclusão das tarefas pretendidas, só depois disso será possível efetivamente avaliar os resultados.

No tocante à execução do projeto, dois momentos distintos merecem destaque: o de produção de trabalhos e o de apresentação das atividades desenvolvidas. Apesar de o segundo ser consequência do primeiro, eles diferem no andamento e seus processos de formulação podem ser pensados autonomamente. Enquanto na produção de trabalhos tem-se o professor atuando como mediador no cumprimento das atividades, no momento de apresentação, integrantes de qualquer outro segmento escolar que estejam designados para determinada função podem agir como orientadores na execução, inclusive os próprios alunos. Observe então que, a apresentação das atividades desenvolvidas não tem aqui sua execução caracterizada somente como o instante em que os alunos discursam sobre suas produções. É um momento mais abrangente que reflete toda a montagem, exposição, argumentação e recolhimento dos trabalhos.

5.3.1 Quanto a produção de trabalhos

Esse quesito diz respeito a particularmente dois atores: professor e aluno. Nessa relação de aprendizado, cabe a ambos criar vínculos com a proposta de trabalho pois só assim haverá sentido em executá-la. É claro que para o professor o vínculo surge a partir de seus estudos e pesquisas, a ponto de acreditar que a atividade escolhida por ele vá servir aos seus propósitos educacionais. Já para o aluno esse vínculo pode ser gerado encontrando na proposta alguma identificação de experiências vividas por ele ou através da satisfação alcançada em alguma etapa do desenvolvimento. O fato é que se não houver vínculo, não haverá empenho e a construção estará fadada ao fracasso. Daí, a importância da escolha de uma atividade que leve em conta não só o conteúdo mas também a atratividade de acordo com a faixa etária dos alunos.

Os trabalhos produzidos para uma Feira Escolar de Matemática podem ser desenvolvidos com as turmas da escola ou com grupos específicos de alunos arbitrariamente voluntariados, podendo esses serem parte de comunidades de interesses comuns existentes na escola. Algumas instituições que trabalham com

disciplinas eletivas também podem destinar esse espaço com fins específicos voltados para a feira.

Definido o grupo com o qual se pretende trabalhar, o professor poderá apresentar uma ou mais propostas de trabalho. De acordo com o perfil dos executores e até mesmo a disponibilidade de tempo do professor, ele pode aplicar um único trabalho ou setorizar atividades diferentes dentro de uma mesma turma. Todas essas opções devem ser ponderadas pelo professor com antecedência a fim de evitar desperdício de tempo e possíveis conflitos entre os alunos que podem divergir antes mesmo de iniciar o trabalho se convocados a escolher.

Outra hipótese para iniciar o trabalho é levar temas e situações bem definidos aos alunos e propor-lhes atuem como pesquisadores, trazendo sugestões de trabalho para compartilhar com a turma. É evidente que, nesse caso, os alunos precisam ter uma maturidade que lhes proporcione certo grau de autonomia. Além disso, o professor precisa avaliar o grau de comprometimento da turma com a disciplina para decidir se é viável lhes conferir essa responsabilidade. Geralmente, essa forma de produção partindo de ideias provenientes dos alunos não funciona em turmas onde grande parte dos alunos é desmotivada com a matemática inicialmente e é justamente nessas classes que o professor pode despertar o interesse trazendo propostas diferenciadas.

Chegado o momento prático de execução da atividade escolhida, a forma de organização da turma deve ser efetivada e os recursos necessários distribuídos entre os alunos, só então é recomendado dar início ao trabalho. Tomar esses cuidados prévios é fundamental para se dar um bom andamento à proposta, visto que quando se realiza um trabalho em equipe, qualquer fator de despreparo pode gerar dispersão e conseqüente confusão na gestão das etapas previstas.

É necessário ainda se estabelecer uma previsão de tempo para cada ciclo executado visando otimizar o período estipulado no planejamento. Evidentemente, essa projeção não ocorrerá de forma exata devido ao ritmo de cada grupo ou ao surgimento de situações imprevistas, porém, será útil para nortear os passos seguintes e até mesmo redefini-los caso necessário.

Já foi citado aqui que questões emocionais permeiam a concretização do trabalho e, diante delas, cabe também ressaltar que o professor precisa estar seguro de seus objetivos. Só assim terá clareza para atuar como conciliador nos possíveis

conflitos e mediador na retomada da atenção dos alunos ao foco principal da proposta quando em momentos de tensão cognitiva. Todas as suas ações devem sempre priorizar a busca dos alunos por conhecimento, sejam eles de caráter específico da disciplina ou que promovam a cidadania.

Quando tratamos de atividades diferenciadas muitas delas remetem ao trabalho com o concreto e isso é extremamente enriquecedor pois possibilita construir um conhecimento inicial sobre o que está por vir que muitas vezes é difícil de ser absorvido de forma abstrata. Para o aluno, perceber algum tipo de aprendizado logo no início da tarefa pode ser estimulante para dar sequência ao planejamento, por outro lado, algumas atividades podem requerer certa habilidade manual e isso vir a deixá-lo intimidado. Este é outro aspecto ao qual se deve estar atento na etapa de execução do trabalho.

Ao mesmo tempo em que promove a participação de todos, propor aos alunos uma divisão de tarefas em meio às fases desenvolvidas talvez solucione a questão da intimidação à medida que eles costumam se dispor para fazer aquilo em que se sentem mais aptos. Porém, dependendo do grau de dificuldade de execução, pode acontecer que nenhum aluno do grupo se disponibilize por se sentir incapaz. Nesse momento, o professor precisa intervir incentivando-os a tentar ou até mesmo iniciando parte dessa execução para mostrar-lhes como deve ser feito e, em seguida, desafiá-los a continuar. Portanto, é interessante que o professor prepare por escrito ou divulgue previamente aos alunos um roteiro do que pretende realizar a fim de dar-lhes a oportunidade de se organizarem como também para ter a possibilidade de verificar com os grupos como foi feita a divisão de tarefas e, assim, poder auxiliar em situações como estas.

Além do processo de criação do trabalho, inclui-se também em sua execução, o preparo das argumentações feitas pelos alunos durante o período de exposição se esse for o caso. As designações a respeito de quem discursará sobre o trabalho devem ser definidas buscando a adesão voluntária dos alunos e possíveis sugestões incentivadoras do professor, sem priorizar alunos que necessariamente se destaquem em Matemática. Feita a determinação desses alunos, esse trabalho merecerá um preparo contínuo com o professor em horários possivelmente alternativos e poderá ser apresentado para a própria turma como treinamento antes da exposição definitiva na feira.

Por fim, os trabalhos devem ser recolhidos e guardados em local onde não possam sofrer nenhum dano até sua montagem para exposição. Esse é um cuidado ao qual o professor precisa dar importância visto que seria algo extremamente desmotivante para os alunos ter suas produções danificadas ou destruídas. Para tanto, é recomendável solicitar espaços à equipe gestora para realizar esse armazenamento se for necessário.

5.3.2 Quanto à apresentação das atividades desenvolvidas

No estágio de execução, a apresentação das atividades contempla dois tipos de exposição, uma permanente e outra transitória. Os trabalhos produzidos para serem expostos na Feira Escolar de Matemática podem ser externados como se fosse uma coleção exibida em diversos espaços do ambiente escolar de modo que os visitantes sejam as pessoas que transitam por esses locais no seu cotidiano. Nesse caso, a exposição se classificaria como permanente por não permanecer instalada somente no período limitado para a feira de matemática. Já a exposição transitória, seria aquela cujos trabalhos foram especificamente montados para os dias do evento definidos no cronograma.

Em se tratando de uma feira escolar aberta à comunidade, o público observador dos dois tipos de exposição poderia ser diferente. Em situações de visitação de público externo, nem todos os espaços do ambiente escolar se tornam acessíveis por questões de organização e segurança e, por esse motivo, essas pessoas talvez não tivessem possibilidade de ver algumas exposições permanentes. Essa restrição não invalida a apresentação de trabalhos dessa forma posto que sua intenção é trazer a presença da matemática à reflexão de todos os segmentos internos que circulam pela escola no dia a dia.

Em relação à montagem dos trabalhos, sendo parte da exposição transitória, o ideal é ser iniciada com, pelo menos, um dia de antecedência da visitação. Essa determinação deve ser solicitada junto à equipe gestora mas nem sempre poderá ser atendida como por exemplo, em escolas com diversos turnos onde isso pode ser inviável. Desse modo, alternativas como um horário mais estendido para abertura do evento devem ser pensadas previamente para que haja tempo hábil para montagem dos trabalhos. Já nas exposições permanentes, esse processo pode ser mais

antecipado realizando a montagem com uma semana de antecedência no máximo. Apesar de esses trabalhos terem a finalidade de se manter por um tempo maior, não se recomenda sua montagem com muita antecedência, eles servirão também como instigadores da curiosidade dos alunos e podem criar expectativas para o dia da culminância do projeto.

Para essa etapa, todas as equipes de trabalho designadas precisam estar a postos pois é um momento de grande movimentação com um tempo limitado para efetivar ações que não poderão ser postergadas. Portanto, todos os materiais e elementos necessários à montagem de estruturas e colocação de trabalhos deve estar separada. Isso não quer dizer que todas as coisas serão organizadas sempre como previstas, mas ter às mãos o essencial pode minimizar possíveis perdas de tempo com imprevistos. Daí a importância de se ter as comissões responsáveis com suas atribuições bem definidas no planejamento, isso ajudará a saber quem ou quais pessoas estarão aptas a auxiliar na resolução de um problema.

Concluída a montagem dos trabalhos, a hora da exposição trará ao professor o compromisso de acompanhar seus alunos em suas necessidades emocionais e cognitivas. Um misto de orgulho, ansiedade e insegurança geralmente faz com que os alunos fiquem tensos com a argumentação frente aos seus trabalhos. Até que ele realize algumas exposições do seu discurso, é importante manter o contato visual com o professor pois isso lhe traz segurança e apoio diante das hesitações. Ao professor cabe estar atento para poder corrigir possíveis falhas ou simplesmente transmitir palavras de incentivo e admiração pelo trabalho desenvolvido por eles. Esse é o instante onde o aluno se sente valorizado, eleva sua autoestima e pode passar a ansiar por maiores ambições em relação à Matemática.

Mesmo que a feira funcione com o público interno da escola, nessa fase é essencial haver uma equipe de trabalho destinada a cuidar de possíveis conflitos e cercear os espaços por onde é liberada a circulação. Ter pessoas responsáveis por observar e coordenar a movimentação dos visitantes ajuda a inibir problemas comportamentais que possam vir a ocorrer.

Em caso de exposições de trabalhos que se estendam a outros espaços como oficinas, teatro, shows, palestras, jogos, premiações e afins, uma das sugestões recomendada para recepcionar os visitantes é ter disponível um panfleto com o cronograma relatando horários e espaços relacionados a cada uma dessas atividades.

De todo modo, é importante dispor de sinalizações de localização e horários de funcionamento visíveis nos principais acessos da escola.

Enfim, feito o encerramento do evento, se faz necessária a retirada de todo material, utensílio ou mobiliário da escola possivelmente utilizado para recolocação em seus devidos lugares. Quanto aos trabalhos, podem ser destinados à posse dos alunos ou guardados em locais já decididos para utilização posterior com fins educativos.

A partir daqui, o projeto da feira de Matemática finda a sua etapa de execução e inicia uma nova perspectiva, a da avaliação. Nessa fase de conclusão do projeto, depois de tanto tempo, empenho e superação, é difícil pensar que o trabalho ainda não está terminado. Todavia, é fundamental dar a atenção devida ao processo de avaliação pois só assim será possível retirar ensinamentos para melhoria da proposta, corrigir erros e agregar experiências que validem o projeto tendo em vista o alcance dos seus objetivos.

5.4 Avaliação

A princípio, avaliar pode parecer algo bem natural para professores em vista dessa ação fazer parte de sua rotina profissional, mas quando se trata da avaliação de um projeto abrangente como a Feira Escolar de Matemática, cumprir esse processo às vezes denota trabalho excessivo em virtude dessa prática ser julgada com menor importância. Essa dificuldade em avaliar o projeto está ligada a ausência de padronização do processo, onde será necessário inicialmente criar critérios sem comprovada eficácia de retorno pedagógico. Por que então dispender tempo e esforço nessa tarefa?

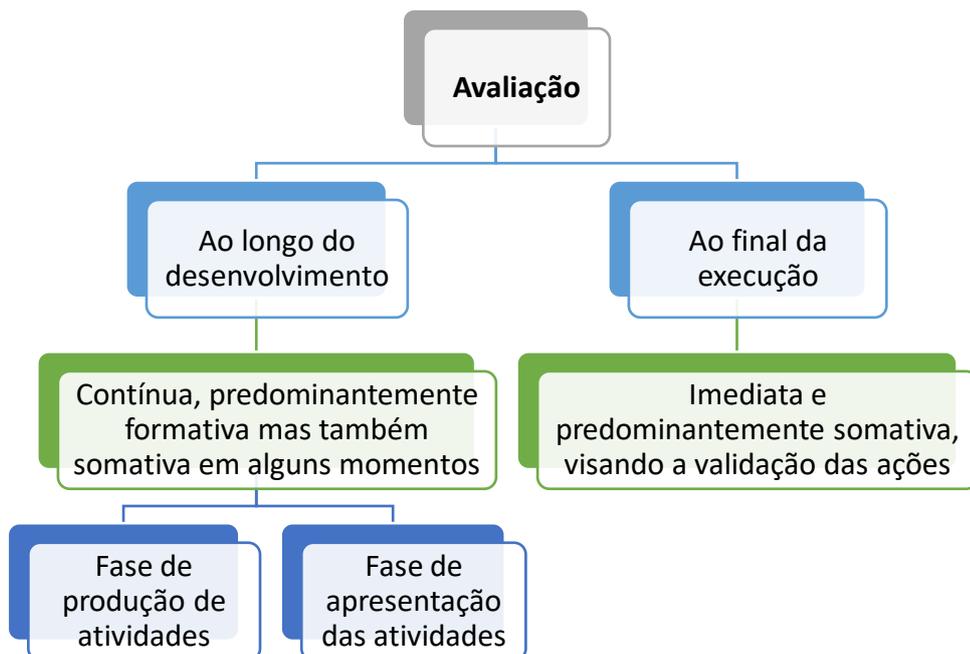
Em sala de aula, é comum para o professor avaliar seus alunos sempre recorrendo a instrumentos e ferramentas bem definidos geralmente advindos de discussões entre os educadores e implementados pela coordenação pedagógica. Em locais mais flexíveis, o professor determina seus próprios critérios incidindo em métodos amplamente utilizados no meio acadêmico. Diante dessas práticas cotidianas, a avaliação de um projeto como a feira é algo que pode gerar apreensão pelo fato de que ao realizar o processo o professor também se torna um objeto da avaliação. Por ser ele um idealizador, avaliar todo o projeto provoca a sensação de

autoavaliação e nem sempre é habitual para o professor se colocar nessa posição. A ideia de julgar uma proposta para melhoria do ensino-aprendizagem talvez pareça desagradável frente a possibilidade do recebimento de críticas ou da suposição de ineficiência.

Todavia, é importante reconhecer que a avaliação nos permite dar significado ao que foi construído, através das considerações obtidas se pode mensurar o que de relevante acontece ou resulta do projeto. Através da avaliação decisões mais precisas podem ser tomadas quanto à reorganização de atividades em andamento, a validação de continuidade de práticas, o ajuste de processos com falhas, ou ainda, a inserção de alternativas educativas mais adequadas. Portanto, muito além de desenvolver a Feira Escolar de Matemática, retirar dessa metodologia conhecimentos que proporcionem melhorias no sistema e nos segmentos de pessoas envolvidas é também uma forma de aprendizado, e nisso a avaliação cumpre sua função essencial e decisiva nas etapas do projeto.

Assim como acontece na avaliação pragmática nos ambientes de ensino, existem dois estágios de avaliação da feira a serem considerados: o que ocorre ao longo do desenvolvimento do projeto e aquele realizado ao final de sua execução. Os elementos desses estágios podem ser resumidos de acordo com o Diagrama 4 a seguir:

Diagrama 4 – Estágios de Avaliação da Feira



Fonte: A autora (2019).

Durante o desenvolvimento do projeto a avaliação acontece de forma contínua, com caráter formativo, não visando atribuir valores que qualifiquem o trabalho. Seu principal objetivo é detectar no processo de execução elementos que possam ser aprimorados ou ajustados para um melhor andamento do trabalho. Já a avaliação após a conclusão da feira assume um caráter mais somativo, sua intenção é fazer um levantamento de dados que certifiquem sua aceitação ou não, apresentando evidências que validem os resultados obtidos.

Convém observar que na etapa de execução foram destacados dois momentos distintos e a eles cabe, também, a avaliação nesses dois estágios. Ou seja, é desejável realizar a avaliação formativa e a somativa tanto na fase de produção de trabalhos quanto na fase de apresentação das atividades.

Na fase de produção de trabalhos, a avaliação formativa é feita pelo professor que é o agente mediador de sua execução, ele observa e direciona os procedimentos visando aperfeiçoá-los. Enquanto a avaliação somativa será feita pelos alunos em conjunto com o professor, que estabelecerá critérios para ferramentas de avaliação de modo a verificar a aprendizagem dos alunos sobre o assunto tratado no trabalho, bem como suas impressões a respeito da proposta. Caberá então, ao professor, ponderar essas informações e dar-lhes o tratamento adequado a fim de extrair conclusões diante do resultado final. Em se tratando de uma classe escolar, as ferramentas de avaliação utilizadas podem ir desde um questionário com perguntas definidas, a um relatório sobre a atividade ou até mesmo uma avaliação dissertativa com questões do conteúdo abordado. Independentemente da forma como sejam feitos, esses instrumentos de medida representam um meio pelo qual a avaliação precisa ser conduzida para justificação de medidas e tomadas de decisão.

Em relação à fase de apresentação das atividades, a avaliação formativa ocupa um espaço de maior destaque. Ela pode ser realizada por diversos agentes envolvidos em sua execução, alunos, professores, funcionários da instituição e gestores atuantes. A percepção de que algo que esteja ocorrendo no processo não está em conformidade com a proposta sugerida proporciona a esses agentes a possibilidade de redirecionar as ações ou indicar aos responsáveis as discrepâncias a serem corrigidas. Agentes externos à escola também podem ser convidados a participar da avaliação, nesse caso, geralmente atuam como expectadores que depositam suas opiniões em relatórios ou fichas, com critérios bem definidos, entregues a eles pela

organização do evento. Contudo, o resultado proveniente desse tipo de coleta faz parte da avaliação somativa, somente após o término do projeto, poderão ser analisados e possibilitarão alguma reflexão.

Ainda referente à avaliação dos resultados finais, é conveniente estabelecer algum canal de comunicação com os segmentos escolares e os visitantes para que todos os envolvidos possam refletir sobre sua atuação e transmitir suas concepções a despeito das experiências vivenciadas. Esses canais podem ser de caráter presencial, digital ou documental. Presencial quando é constituído pela fala de seus participantes por meio de encontros designados para avaliação do projeto. Digital quando disponibiliza meios interativos como redes sociais e páginas da internet nas quais se possa registrar opiniões e impressões relativas ao evento. Documental, quando por meio de algum formulário impresso sejam feitos os apontamentos individuais dos participantes.

Seja em qual for a etapa, todas as formas de avaliação escolhidas devem ser submetidas à análise da equipe de avaliação designada através do planejamento. Quanto a isso, cabe lembrar que o professor é o responsável pela avaliação de sua turma na produção do trabalho, contudo, nessa etapa a equipe de avaliação pode atuar no recebimento dos resumos das propostas de trabalho não necessariamente com função de aprovar ou reprovar, mas sim com a incumbência de orientar os professores a fim de evitar repetição de ideias e temas. Justamente por situações assim, as atribuições dessa equipe precisam estar bem claras para que se evite algum tipo de constrangimento ou mal estar advindo dos participantes da feira.

Geralmente a avaliação feita por essa equipe é aplicada ao longo do projeto mas está relacionada ao produto final do trabalho desenvolvido, seus instrumentos de medida são objetos sólidos que permitem exibir resultados para divulgação do projeto posteriormente. Por esse motivo, se faz necessário uma boa estruturação dos métodos utilizados de modo a produzir uma análise crítica e assim demonstrar credibilidade. No entanto, a rigorosidade com que os critérios serão estabelecidos não deve ser em si algo que centralize o processo avaliativo.

A avaliação do projeto envolve perspectivas diferentes sobre vários aspectos e, portanto, assume certa subjetividade dependendo de quem a prepara ou de quem avalia. O importante nesse processo é analisar os efeitos da feira em sua globalidade,

sempre tendo como foco os objetivos determinados para a comunidade escolar, somente baseados neles é que se pode avaliar de forma mais adequada e consciente.

Considerando as observações feitas até aqui, é preciso que se registre então um plano de avaliação, onde devem constar todas as definições relacionadas aos objetivos a serem alcançados, aos avaliadores designados, aos métodos empregados e a análise dos dados recolhidos. A consolidação desse plano é uma estratégia cuja prioridade é dar organização e clareza a essa etapa e não deve assumir uma dimensão que torne o trabalho de avaliar mais intenso do que a preparação da feira em si.

De acordo com a proposta da Feira Escolar de Matemática que busca aproximar a disciplina dos estudantes gerando aprendizagem, empatia, socialização e cooperação dos participantes, seria incoerente implementar através da avaliação um sistema classificatório de premiações. Geralmente, este tipo de sistema impulsiona a competitividade produzindo conflitos que descaracterizam os objetivos do projeto. Apesar disso, criar mecanismos que permitam o reconhecimento dos trabalhos e dos envolvidos nas produções é essencial para estimular a participação dos alunos no projeto em futuras edições. Portanto, uma avaliação sobre formas de premiação que destaquem a importância dos trabalhos desenvolvidos deve ser pensada antecipadamente visando alcançar todos os participantes para que se sintam valorizados.

Notadamente, o ato de avaliar de forma geral é um movimento constante de reflexão e discussão com o intuito de aprimoramento. Assim, em um projeto como a Feira Escolar de Matemática, a avaliação desponta com o propósito de orientar essa prática pedagógica e definir seus rumos a fim de corroborar em aspectos que validam a promoção de uma aprendizagem matemática significativa aliada a elementos agregadores na formação do cidadão.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentre tantas possibilidades de promover o ensino da matemática com qualidade e comprometido com a aprendizagem dos alunos, a Feira Escolar de Matemática surge nesse contexto como elemento agregador às práticas de ensino que viabilizam inserir uma diversidade de valores educacionais nos espaços de aprendizagem. Portanto, apesar do grau de complexidade que pode assumir diante da amplitude que lhe seja dada, é possível perceber através de toda a abordagem feita nesse trabalho o quanto essa prática é significativa e pode gerar ganhos relevantes para toda comunidade escolar envolvida em sua aplicação.

Considerando ainda que por não estar limitada à sala de aula mas também abranger outros espaços da escola, a Feira Escolar de Matemática proporciona uma interação entre indivíduos que vai além da relação professor-aluno e, sendo assim, é capaz de gerar diversas fontes de aprendizado não só específicos da disciplina como também relacionados à socialização positiva do indivíduo.

Visto também que muitos alunos apresentam um rendimento escolar inadequado em matemática em virtude da baixa motivação com os estudos dessa disciplina, convém destacar que o emprego de diferentes formas de comunicação nos trabalhos produzidos na feira assim como todas as relações interdisciplinares que podem ser estabelecidas em sua composição, permitem uma flexibilização didática que caracteriza essa prática pedagógica como uma alternativa favorável para fomentar a motivação dos alunos na aquisição do conhecimento matemático.

Como espaço formador, em seu processo de elaboração, a Feira Escolar de Matemática assegura inúmeras possibilidades de reflexão, que vão desde a sua concepção até períodos posteriores à sua realização. Para os professores, cujas atribuições incluem a constante reflexão sobre sua ação docente, envolver-se nesse processo é atuar num espaço de formação continuada onde é possível aprimorar suas estratégias pedagógicas e também refletir sobre as necessidades de seus alunos enquanto sujeitos e não somente como elementos pertencentes a um grupo. Para os alunos, esse envolvimento proporciona além do aprendizado específico, a capacidade de repensar a Matemática como disciplina e gerar novas visões livres de estigmas culturais. Esse ganho tem como consequência provocar no estudante o interesse por

um conhecimento mais qualificado contribuindo assim em seu desenvolvimento cognitivo.

Assim, a Feira Escolar de Matemática assume um papel relevante nos âmbitos científico e social por ser um mecanismo de mediação entre professor e aluno, teoria e prática, escola e sociedade, ensino e aprendizagem. As perspectivas aqui apresentadas almejam então, estimular toda a comunidade escolar a participar ativamente dessa proposta pedagógica promovendo a capacidade de usar a matemática de forma consciente, crítica e cidadã.

Enfim, que nessa incessante busca de sentidos entre o ensinar e o aprender, a feira possa motivar tanto ao professor, quanto ao aluno, a serem protagonistas de seu próprio sucesso com a Matemática.

REFERÊNCIAS

ABREU, M. A. M. As Feiras de Matemática: compromisso político pedagógico do Educador Matemático. Educação Matemática. **Revista Catarinense de Educação Matemática**. Santa Catarina, ano 1, n. 1, p. 18-19, 1996.

BIEMBENGUT, M. S.; ZERMIANI, V. J. **Feiras de Matemática: história das ideias e ideias da história**. Blumenau: Nova Letra, 2014.

BORUCHOVITCH, Evely; BZUNECK, José A (Org.). **A motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea**. 4. ed. – Petrópolis: Vozes, 2009.

BRAUMANN, C. Divagações sobre Investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem de Matemática. In: PONTE, J. P. et al (Orgs.). **Atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p.5-24.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 174 p.

COLÉGIO PEDRO II. **Festival de Matemática do CPII**. Disponível em: <<https://festmatcp2.wordpress.com/about/>>. Acesso em: 30 jun 2018.

COOL, César. **Aprendizagem escolar e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 1994.

ESPECIAL “FEIRAS DE MATEMÁTICA”. Brasília: SBEM, n. 53, jun, 2016. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/Boletim53.pdf>>. Acesso em: 16 jul 2018.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. rev. – Campinas: Autores Associados, 2007.

FLORIANI, José Valdir; ZERMIANI, Vilmar José. Feira de Matemática. **Revista de Divulgação Cultural**. Blumenau: p. 1-16, dez, 1985.

GAGNÉ, R. M. **Las condiciones del aprendizaje**. México: Trillas, 1985.

GUSDORF, Georges. **Professores para quê? Para uma pedagogia da pedagogia**. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

HOELLER et al (Orgs.). **Feiras de Matemática: percursos, reflexões e compromisso social**. Blumenau: IFC, 2015.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 2. ed. rev. – Campinas: Autores Associados, 2008.

LIMA, Elon L. Qual é a soma dos ângulos (internos ou externos) de um polígono (convexo ou não)? **Revista do Professor de Matemática**. Disponível em: <<http://www.rpm.org.br/cdrpm/19/8.htm>>. Acesso em: 22 jan 2019.

PIAGET apud SANTOMÉ, J. T. **Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PREFEITURA DE SÃO MIGUEL DO TAPUIO. **Município realiza Festival Tapuia da Matemática**. Disponível em: <<http://www.saomigueldotapuiop.pi.gov.br/noticias/2018-05-29/999/municipio-realiza-festival-tapuia-da-matematica.html>>. Acesso em: 18 jul 2018.

SBEM. **Feiras de Matemática**. Apresenta histórico e informações sobre a PRFMat. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/feiradematematica/>>. Acesso em: 25 jun 2018.

SIEWERT, Katia H.; MARCUZZO, Leandro L.; RIBEIRO, Elizete M. P. O Comitê Científico nas Feiras de Matemática: um acompanhamento diferenciado. In: HOELLER et al (Org.). **Feiras de Matemática: percursos, reflexões e compromisso social**. Blumenau: IFC, cap. 5, p. 89-103, 2015.

UNIVERSIDADE DE BLUMENAU. **Feiras de Matemática**. Disponível em: <http://www.furb.br/web/3335/feiras-de-matematica/>. Acesso em: 15 jul 2018.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA. **Feira Baiana de Matemática**. Disponível em: <<http://www.feira.mat.br/>>. Acesso em: 15 jul 2018.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO MATO GROSSO. **Feiras de Matemática nos processos formativos de professores que ensinam matemática**. Disponível em: <http://www.unemat.br/proec/?link=projetos_extensao&tipo=and&id=875>. Acesso em: 28 jul 2018.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS. **Feira e Semana Acadêmica de Matemática**. Disponível em: <<http://www.posse.ueg.br/ca2/index.php/semat/page/evento>>. Acesso em: 20 jul 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS. **Instituto de Matemática realiza 15º MatFest**. Apresenta informações sobre as edições do MatExpo. Disponível em: <<https://ufal.br/ufal/noticias/2017/10/instituto-de-matematica-realiza-15o-matfest>>. Acesso em: 18 jul 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. **Laboratório Pedagógico de Matemática promove a I Feira de Matemática em escola de Marituba**. Disponível em: <<https://portal.ufpa.br/index.php/ultimas-noticias2/7572-laboratorio-pedagogico-de-matematica-promove-i-feira-de-matematica-em-escola-de-marituba>>. Acesso em: 20 jul 2018.

UNIVERSIDADE REGIONAL UNIJUÍ. **I Feira Regional de Matemática**. Disponível em: < <https://www.unijui.edu.br/eventos/i-feira-regional-de-matematica-41>>. Acesso em: 28 jul 2018.

ZERMIANI, V. J. **Avaliação dos projetos de Extensão Desenvolvidos pelo Laboratório de Matemática da FURB**. 2002. 174f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2002.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO AUTOAVALIATIVO DA ATIVIDADE MANDALA DE POLÍGONOS

ALUNO _____ TURMA _____

ATIVIDADE: Mandalas de Polígonos

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO

Por favor, responda às questões a seguir com sinceridade, sua opinião é muito importante!

1. Você alguma vez já estudou conteúdos matemáticos através da manipulação de materiais concretos como fizemos nessa atividade?

Sim Não

2. Você considera que essa atividade o (a) ajudou a entender melhor sobre os polígonos?

Sim Não

3. Você identificou algum conhecimento de outra disciplina sendo utilizado durante a atividade? Descreva.

4. O que você achou de ter realizado essa atividade em grupo? Dê sua opinião.

5. A realização de atividades desse tipo em sala de aula torna a aprendizagem mais fácil e a aula mais prazerosa. Você concorda com essa afirmação?

Sim Não

6. Você gostaria de ver seu trabalho (mandala) exposto em ambientes da escola tal como pátios, salas, corredores, etc?

Sim Não

7. Se seu trabalho fosse indicado para participar de uma feira ou evento externo representando a escola, você se sentiria orgulhoso?

Sim Não

ANEXO A – DEMONSTRAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE UM POLÍGONO EM TRIÂNGULOS JUSTAPOSTOS

As demonstrações dos teoremas a seguir permitem deduzir que a soma dos ângulos internos de um polígono de n lados, seja ele convexo ou não, é sempre igual a $(n - 2) \cdot 180^\circ$. Os resultados apresentados aqui pelo professor Elon Lages Lima constam na edição 19 da Revista do Professor de Matemática.

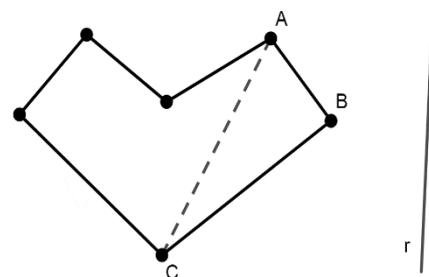
Teorema 1. Traçando-se diagonais internas que não se cortam, pode-se decompor qualquer polígono em triângulos justapostos.

PROVA:

Supondo, por absurdo, que o teorema não seja verdadeiro, podemos achar um polígono P , com n lados, o qual não pode ser decomposto em triângulos na forma estipulada pelo enunciado. Escolhemos P de modo que o número n seja o menor possível. Tomamos uma reta r que não corte P . Chamamos de B o vértice de P situado à menor distância de r . (A reta r intervém nesta demonstração apenas para detectar um vértice "saliente" do polígono.) Sejam A e C os vértices adjacentes a B . Há dois casos possíveis:

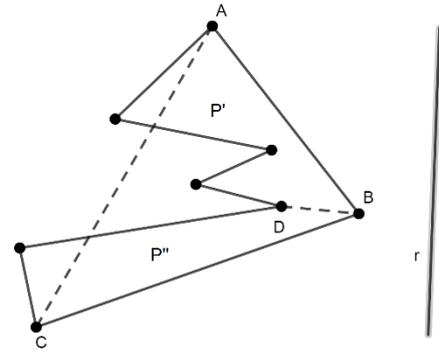
Primeiro caso: A , B e C são os únicos vértices do polígono P contidos no triângulo ABC .

Neste caso, o polígono P' , obtido de P substituindo-se os lados AB e BC por AC , tem $(n - 1)$ lados. Como n é o menor número de lados para o qual o teorema não vale, P' pode ser decomposto em triângulos na forma do enunciado. Acrescentando a P' o triângulo ABC , obtemos uma decomposição de P da forma requerida. Isto contradiz que o teorema seja falso para P e conclui a demonstração deste caso.

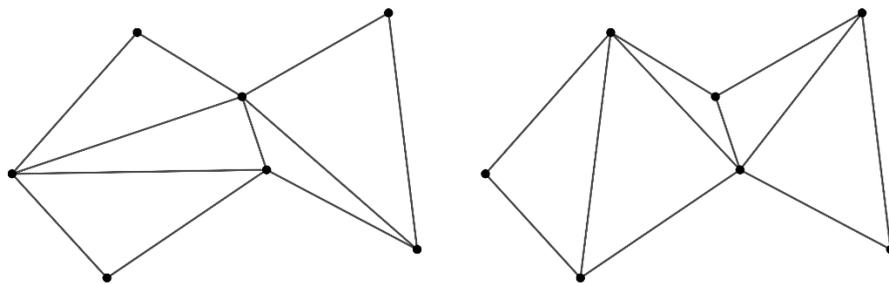


Segundo caso: O triângulo ABC contém outros vértices do polígono P além de A , B e C .

Dentre eles, seja D o mais distante do lado AC . Então a diagonal DB não pode conter outros vértices de P além de D e B . Essa diagonal, portanto, decompõe P em dois polígonos adjacentes P' e P'' , ambos com menos lados do que P . O teorema vale, então, para P' e P'' , que se decompõem em triângulos justapostos, na forma do enunciado. Juntando essas decomposições com DB , obtemos uma decomposição de P . *Contradição*. Isto prova o segundo caso.



A figura abaixo mostra o mesmo polígono decomposto em triângulos mediante diagonais internas traçadas de duas maneiras diferentes. Nos dois casos, o número de triângulos é igual e o mesmo se dá com o número de diagonais. O teorema seguinte diz que isto não é uma casualidade.



Teorema 2. Quando um polígono P de n lados é decomposto, traçando-se diagonais internas que não se cortam, em triângulos justapostos, o número de triângulos é sempre $(n - 2)$ e o número de diagonais é $(n - 3)$.

PROVA:

Supondo, por absurdo, que o teorema seja falso, consideremos P um polígono com o menor número n de lados para o qual o teorema não seja válido. Então P decompõe-se, por meio de d diagonais internas, em t triângulos justapostos, com $d \neq n - 3$ diagonais internas, em t triângulos justapostos, com $d \neq n - 3$ ou $t \neq n - 2$. Tomemos uma dessas diagonais. Ela decompõe P em dois polígonos adjacentes P' e P'' , com n' e n'' lados respectivamente. Como $n' < n$ e $n'' < n$, o teorema se aplica para P' e P'' com o número correto de triângulos e diagonais. Levando em conta que $n = n' + n'' - 2$, que $t = t' + t''$ e que $d = d' + d'' + 1$, as relações $t' = n' - 2$, $d' = n' - 3$,

$t'' = n'' - 2$, $d'' = n'' - 3$, implicam imediatamente que $t = n - 2$ e $d = n - 3$. Esta contradição prova o teorema.

Corolário 1: A soma dos ângulos internos de qualquer polígono (simples) de n lados é igual a $(n - 2) \times 180^\circ$.

Com efeito, o polígono decompõe-se em $n - 2$ triângulos justapostos e a soma dos ângulos internos de cada um deles é 180° .