UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ - UESPI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA
E PÓS-GRADUAÇÃO - PROP
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ALGÉBRICA MANIFESTADAS POR ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

JOSÉ AIRTON DO NASCIMENTO COSTA

TERESINA
2019

JOSÉ AIRTON DO NASCIMENTO COSTA

ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ALGÉBRICA MANIFESTADAS POR ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado Profissional apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional da Universidade Estadual do Piauí – PROFMAT, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo.

TERESINA
2019

C837a Costa, José Airton do Nascimento.
Análise das dificuldades de aprendizagem algébrica manifestadas por alunos do 8º ano do ensino fundamental / José Airton do Nascimento Costa. - 2019.
93f. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Piauí – UESPI, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2019.
"Orientador(a): Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo."

1. Dificuldades de Aprendizagem. 2. Álgebra.
3. Ensino Fundamental Regular. I. Título.

CDD: 510.07

Ficha elaborada pelo Serviço de Catalogação da Biblioteca Central da UESPI
Grasielly Muniz Oliveira (Bibliotecária) CRB 3/1067

JOSÉ AIRTON DO NASCIMENTO COSTA

ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ALGÉBRICA MANIFESTADAS POR ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Mestrado em Matemática do PROFMAT/UESPI, como requisito obrigatório para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Área de Concentração: MATEMÁTICA
Aprovado por:

Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo – Presidente
Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Profª. Dra. Disnah Barroso Rodrigues – Examinadora Externa
Universidade Federal do Piauí UFPI

Prof ª. Dra. Valdirene Gomes de Sousa – Examinadora Interna
Universidade Estadual do Piauí – UESPI

TERESINA
Setembro/2019

José Airton do Nascimento Costa graduou-se (Licenciatura) em Matemática pela Universidade Federal do Piauí (UFPI), é professor efetivo em turmas do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática nas redes Municipal de Teresina/PI e Estadual do Piauí. Durante o curso de Mestrado PROFMAT/UESPI foi bolsista pela CAPES.

Dedico este trabalho a Deus, à minha mãe, que apesar do pouco estudo, me ensinou a dar os primeiros passos em busca do conhecimento, à minha esposa e filhos pelo companheirismo, carinho e compreensão e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, por ter me dado força para chegar até aqui e me abençoado com esta conquista.

À minha esposa, Maria da Conceição Souza Cardoso, pelo amor e compreensão, por me incentivar e apoiar em todos os momentos; a meus filhos João Victor de Souza Costa, Camila Vitória de Souza Costa, João Paulo de Souza Costa e Ayrton Guylherme de Souza Costa, que eu espero que sejam futuros leitores desta dissertação.

Aos meus pais, Raimundo Vieira da Costa e Diomar do Nascimento, pelo amor, carinho, apoio, por sua atenção e preocupação, que proporcionaram conquistas em meus estudos.

Aos professores do PROFMAT/UESPI, Dr. Pedro Júnior, Dr. Afonso Norberto, Dr. Arnaldo Brito, Dr. Pitágoras Pinheiro de Carvalho e Dra. Valdirene Gomes de Sousa pelas aulas esclarecedoras e, em especial, ao Professor Dr. Neuton Alves de Araújo, meu orientador, pelos encontros que me ajudaram no desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

Gostaria de agradecer ainda a todos os amigos do Mestrado Profissional/PROFMAT/UESPI, pelas contribuições, experiências e aprendizado nesses dois anos com os estudos para um melhor desempenho nas disciplinas do curso.

Por fim, à CAPES, pelo apoio financeiro e à Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, pelo oferecimento deste Curso.

Na escola, o professor deve estar sempre atento às etapas do desenvolvimento do aluno, colocando-se na posição de facilitador da aprendizagem e calcando seu trabalho no respeito mútuo, na confiança e no afeto.

Drouet (1995, p. 12)

RESUMO

Esta pesquisa tem como objeto de estudo as dificuldades de aprendizagem algébrica. Procurou-se responder à seguinte questão/problema de pesquisa: quais as dificuldades encontradas por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra? Tem como objetivo geral analisar as dificuldades encontradas por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra. E, como objetivos específicos: reconhecer as possíveis dificuldades de aprendizagem de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular em relação à Álgebra; identificar as causas e implicações dessas possíveis dificuldades de aprendizagem dos alunos envolvendo a Álgebra; refletir sobre as implicações resultantes dessas dificuldades de aprendizagem; e, propor estratégias metodológicas como possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem de conceitos algébricos. A referida pesquisa se caracteriza como pesquisa de campo de abordagem qualitativa. Os dados da pesquisa foram produzidos em uma escola pública estadual da cidade de Teresina-PI de tempo integral: CETI-PEQUENA RUBIM. Os sujeitos, participantes desta investigação foram alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular. Como instrumentos e técnicas de produção de dados, empregamos: três formatos de Questionário (Pré-Teste, Teste e Pós-Teste), a observação com intervenção e os registros escritos de depoimentos dos alunos, os quais foram utilizados de maneira complementar. No processo analítico, a discussão dos dados apreendidos, se deu a partir de três eixos de análise: diagnóstico dos conhecimentos prévios: a busca das dificuldades de aprendizagem algébrica; causas e implicações das dificuldades de aprendizagem algébrica: necessidade de intervenção; e, organização do ensino: possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem algébrica. Constatamos que as dificuldades dos alunos na aprendizagem algébrica não são tanto de álgebra propriamente dita, mas, da falta de embasamento e apropriação da Aritmética (números naturais e racionais, operações, números decimais). Além disso, há a problemática da interpretação de problemas.

Palavras-chave: Dificuldades de Aprendizagem. Álgebra. Ensino Fundamental Regular.

ABSTRACT

This research has as object of study the difficulties of learning algebraic. We proceeded to answer the following research question / problem: what are the difficulties encountered by students in the 8th grade of regular elementary school, their causes and implications, what learning questions of concepts and procedures used in the study of algebra? Its general objective is to analyze how the difficulties encountered by students of the 8th grade of regular elementary school, their causes and implications, do not involve the learning of concepts and procedures necessary for the study of Algebra. And, as specified objectives: to recognize the possible learning difficulties of students in the 8th grade of regular elementary school in relation to algebra; identify as causes and implications of these possible learning difficulties of students involved in algebra; reflect on the selected implications of these learning disabilities; and propose methodological strategies as possibilities to overcome the learning difficulties of algebraic concepts. Forbidden research is characterized as qualitative approach research. The survey data were used at the full-time state public school of the city of Teresina-PI: CETI-SMALL RUBIM. The subjects, participants of this investigation were the students of the 8th grade of regular elementary school. As instruments and techniques of data production, we used: three Questionnaire formats (Pre-Test, Test and Post-Test), an observation with intervention and written records of student testimonials, which are the complementary methods of use. In the analytical process, a discussion of the seized data took place from three axes of analysis: diagnosis of prior knowledge: a survey of the difficulties of algebraic learning; causes and implications of algebraic learning disabilities: need for intervention; and teaching organization: possibilities of overcoming the difficulties of learning algebraic. We find that students' difficulties in learning algebraic are not so much algebra itself, but because of the lack of grounding and appropriation of arithmetic (natural and rational numbers, operations, decimal numbers). Also, there is a problem interpreting problems.

Keywords: Learning Disabilities. Algebra. Regular elementary school.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CETI – Centro de Ensino de Tempo Integral

DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNE – Plano Nacional de Educação

PPP – Projeto Político Pedagógico

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática

SEDUC – Secretaria de Educação e Cultura

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Diante dos avanços da sociedade moderna, constatamos a necessidade eminente do saber matemático, pois a cada dia situações complexas surgem para a solução de problemas científicos e tecnológicos. Além disso, há as rotinas do mundo do trabalho e das relações sociais.

Especificamente sobre o objeto de estudo desta pesquisa – dificuldades de aprendizagem algébrica - certamente um dos objetivos do estudo da Álgebra é que os alunos, tendo uma compreensão dos seus conceitos, sejam capazes de utilizá-los em situações problemas de diferentes contextos. Ou seja, possam atribuir significados e sentidos a esses conceitos matemáticos algébricos.

Feito esses esclarecimentos, este trabalho foi realizado através de uma pesquisa qualitativa, observando e analisando as dificuldades encontradas na aprendizagem de Álgebra e as suas possíveis causas e implicações. Partimos do pressuposto de que o papel do professor é fundamental para que realmente exista a apropriação do conhecimento, na perspectiva da problematização, tornando o aluno curioso em busca de respostas.

É oportuno enfatizar que, como postulam os PCN/Matemática, ao aluno é apresentado nos Anos Finais do Ensino Fundamental a linguagem algébrica, cuja observância ocorre ao longo dos anos de sua vida escolar, e, muitos destes alunos, não estão preparados para esse momento. Quando se deparam com símbolos novos, com incógnitas, ficam receosos se irão ou não conseguir se apropriar desse novo conteúdo.

A esse respeito, o que se tem observado a partir da nossa experiência e vivencia com/no ensino da Matemática é que, a maioria dos professores trabalha na forma tradicional, na perspectiva da racionalidade técnica. Desse modo, não considera, por exemplo, o conhecimento apresentado pelo estudante. Entendemos que, ao partir desse conhecimento prévio sobre o processo de aprendizagem de Álgebra ou de qualquer outro campo da Matemática, os alunos não teriam tantas dificuldades de aprendizagem como tão bem presenciamos ainda nos dias atuais.

Nessa compreensão, vale ainda considerarmos como está se desenvolvendo o conhecimento em Aritmética desde os Anos Iniciais. Dessa forma, se o aluno produz significados e sentidos, consequentemente, se devolverá nos conceitos algébricos.

Ainda por considerar a nossa experiência no ensino da Matemática, observamos que as dificuldades na aprendizagem da Álgebra no Ensino Fundamental provêm do fato de o professor apresentá-la numa forma pronta e direta, sem contextualização. Assim, essa forma como a Álgebra é apresentada e introduzida aos alunos, faz com que esses não saibam como aplicá-la de modo significativo nas situações que possam emergir em seu cotidiano.

Nesse contexto, é comum ouvir dos alunos que eles não sabem quais são suas utilizações, ou em termos matemáticos, quais são suas aplicações práticas. Mas, a partir de certo momento, os alunos param de questionar a respeito do uso da Álgebra e da maneira como deve ser entendida sua linguagem formal. Enfim, é o início da aceitação desse caráter instrumental da Álgebra, dissociado de sua significação, do seu sentido, apenas como ferramenta para resolver exercícios, muitas vezes distantes de sua realidade.

Assim, podemos dizer que, numa parte considerável do currículo escolar do Ensino Fundamental, que é o caso desta pesquisa, e Ensino Médio, a Álgebra tem sido vilã no processo ensino e aprendizagem da matemática. O uso do conceito de variável e de incógnita, requerem o uso de habilidades e noções algébricas, exigindo grande compreensão em cada uma das situações. Esse fato muitas vezes compromete o entendimento dos alunos frente à situação; não por serem difíceis, mas por estarem abstraídas a um nível de percepção que esse aluno ainda não alcançou.

Ainda com o propósito de justificar a relevância social desta pesquisa, é oportuno destacar que, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino e a aprendizagem da Álgebra recebem uma dimensão ampliada e se torna uma unidade temática, estando presente desde o 1º ano do Ensino Fundamental. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), essa unidade temática objetiva proporcionar aos alunos o desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual é fundamental para empregar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, assim também como de situações e estruturas matemáticas, com o uso de letras e outros símbolos.

Apesar de conter certo formalismo em sua linguagem e necessitar da utilização de procedimentos, de certa forma, complexos, lembramos que a forma com que o docente aborda e trabalha os conceitos e procedimentos algébricos pode dificultar na aprendizagem do discente, fazendo com que o mesmo desenvolva uma certa aversão a determinados conteúdos da Matemática, posto que não conseguem compreendê-los (GIL, 2008).

Feitas as considerações, este estudo tem como **objetivo geral** analisar as dificuldades encontradas por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra.

Assim, para atingirmos esse objetivo, elencamos os objetivos específicos:

1) Reconhecer as possíveis dificuldades de aprendizagem de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular em relação à Álgebra;

2) Identificar as causas e implicações dessas possíveis dificuldades de aprendizagem dos alunos envolvendo a Álgebra;

3) Analisar as implicações resultantes dessas dificuldades de aprendizagem;

4) Propor estratégias metodológicas como possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem de conceitos algébricos.

Em conformidade com os objetivos apresentados, emergem a questão central deste estudo (**Problema de Pesquisa**): Quais as dificuldades encontradas por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra?

É oportuno enfatizar que a introdução ao pensamento algébrico no ensino fundamental ocorra a partir dos anos iniciais. Isso é recomendado pela BNCC (BRASIL, 2018), pois há dificuldades que se repetem persistentemente de um ano letivo para outro no ensino deste ramo da Matemática. Eis aqui o motivo desencadeador que levou à necessidade de desenvolver esta pesquisa, ou seja, a preocupação com essa problemática, que culminou no **objeto de estudo**: as dificuldades de aprendizagem de conceitos algébricos no Ensino Fundamental. Temos consciência da necessidade dos alunos se apropriarem destes conceitos, a fim de que possam aplicá-los nas mais diversas situações que surgirão ao longo de sua trajetória de vida, seja escolar ou extraescolar.

A atividade de se alfabetizar algebricamente alunos do Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante aos profissionais da educação, visto que os alunos apresentam necessidades de aprendizagem com procedimentos que fazem parte do contexto algébrico, desprovidos de significação. Aqui podemos citar como exemplo as operações com polinômios, em que os livros didáticos têm apresentadas apenas definições, fórmulas e situações-problema, na maioria das vezes, não contextualizadas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998, p. 115), “o estudo da álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas”. Ainda de acordo com esse documento, um dos principais problemas da aprendizagem algébrica trata-se do conceito de variável. Tomando como base a nossa experiência docente na relação com os pares, esse conceito continua sendo ancorado no senso comum, ou seja, um termo (letra) utilizado em substituição a um número, normalmente desconhecido.

Assim, sejam os conceitos aritméticos ou os algébricos esses necessitam de uma representação e de uma lógica matemática que possibilite seu desenvolvimento e, consequentemente, a sua construção. De modo geral, os estudantes entendem que essa letra usada em uma sentença algébrica serve apenas para indicar um valor desconhecido. Para esses alunos, a letra sempre significa uma incógnita. Na verdade, tal conceito representa apenas uma das concepções da álgebra, sendo imprescindível ao estudo algébrico, onde o conceito em questão estuda o desenvolvimento formal de equações, operações matemáticas, polinômios e estruturas algébricas.

A partir de nossa vivência na escola enquanto professor de Matemática, sempre nos perguntamos: qual seria o principal motivo das dificuldades dos alunos em relação à Álgebra? Dentre as dúvidas que, comumente, apresentam em sala de aula, destacamos: para que serve o "x"? Onde eu vou usá-lo? Qual o valor do "x"? Por que “x"? É 10?

Desse modo, a primeira compreensão que temos é a de que essas dificuldades são próprias ao conceito de Álgebra, em que, aparentemente, tais dificuldades já se tornaram naturalizadas na prática pedagógica dos professores. Diante do exposto, percebemos uma tendência em querer responsabilizar o aluno pela dificuldade na aprendizagem deste campo da Matemática.

Diante disso, faz-se necessário uma reflexão das aulas de matemática no contexto do 8º ano do Ensino Fundamental. Na verdade, uma reflexão acerca da nossa prática pedagógica. Por pensar dessa forma, várias foram as inquietações que emergiram das dificuldades dos alunos com a linguagem algébrica. No âmbito desta problemática, observamos não só as dificuldades relacionadas ao desenvolvimento de expressões algébricas, mas, também da utilização dos produtos notáveis e da fatoração para resolver problemas. Outra dificuldade reside na falta da habilidade de interpretar situações- problema que exijam o uso de termos algébricos. O que ainda se houve muito são perguntas do tipo: por que e para que estudar isso, professor?

Quando se trata de Educação Básica, compreendemos que o ensino e aprendizagem de Matemática, em especial o de Álgebra, pode colaborar para a formação de cidadãos reflexivos e críticos, considerando a Álgebra como parte da Matemática que trabalha a abstração, a generalização e desenvolvimento formal de equações, representando quantidades através de símbolos, sendo um dos principais ramos da Matemática Pura (BRUM, 2013).

Partindo dessa compreensão, a Álgebra busca a representação de fatos genéricos. No entanto, essa busca da generalização de uma determinada situação problema tem o objetivo de desenvolver o estudo da Álgebra na sala de aula, além de explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico. Para Lins (1997, p. 137), "a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade".

Diante do exposto, para melhor situarmos o leitor, este trabalho se apresenta estruturado em cinco seções.

A primeira seção – **Introdução** – já apresentada dá destaque ao objeto de estudo, interesse do pesquisador pela temática, objetivo geral e específicos, a questão problema, enfatizando as necessidades que levaram a pesquisar sobre a análise das dificuldades de aprendizagem algébrica manifestadas por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

Na segunda seção, temos a fundamentação teórica - **Ensino e aprendizagem da álgebra no Ensino Fundamental: reflexões teóricas necessárias** – em que, autores, a exemplo de Caillois (1990), Schneider (2013) e Booth (1995) explicitam dificuldades de aprendizagem algébrica pelos alunos do

Ensino Fundamental. Para isso, demos destaque à relação entre aritmética e Álgebra, trazendo também a preocupação pelo tema Álgebra por parte do Ministério da Educação, que através do documento Base Nacional Comum Curricular – BNCC, busca reduzir as dificuldades em Álgebra.

Na terceira seção, apresentamos o percurso metodológico desta pesquisa, em que, inicialmente, a caracterizamos e, em seguida, apresentamos o campo empírico, sujeitos/participantes da pesquisa, as técnicas e instrumentos de produção de dados e, por último, os procedimentos de análise de dados.

Na quarta seção, temos a análise e discussões dos dados produzidos na aplicação de testes de conhecimentos sobre Álgebra, sendo expostos questões analisadas e resultados colocados em forma de tabela para uma visualização das informações adquiridas. Fizemos uso de jogos polinomiais para uma melhor obtenção de resultados após aplicação das atividades diagnósticas, pois tivemos uma conversa informal com os alunos e foi detectada em suas falas a dificuldade em operacionalizar com polinômios, sendo que, após a aplicação de cada teste, houve intervenções.

Finalmente, na quinta e última seção, é apresentada uma breve reflexão do presente trabalho, evidenciando respostas ao problema de pesquisa e aos objetivos específicos.

2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: REFLEXÕES TEÓRICAS NECESSÁRIAS

Partindo do entendimento de que a Álgebra é uma subárea da matemática que estuda as generalizações dos conceitos e operações aritméticas, recorrendo ao uso de símbolos e letras para representar incógnitas, nesta seção apresentamos algumas reflexões teóricas sobre o ensino e a aprendizagem dessa subárea. Para tanto, inicialmente abrimos um espaço para uma breve contextualização histórica da Álgebra. Feito isso, discutimos sobre a relação ensino e aprendizagem da matemática. Em seguida, apresentamos reflexões sobre a Álgebra e o pensamento algébrico com destaque nas dificuldades de aprendizagem, conforme proposto pelos PCN e pela BNCC e estudos e pesquisas sobre essa problemática.

2.1 BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA DA ÁLGEBRA

A palavra Álgebra tem origem Árabe, assim como algumas outras palavras em matemática. Não existe uma tradução literal do que ela significa, mas alguns autores a traduzem como “Ciência da Reunião” ou da “Restauração” (MENEZES, 2006). Além disso, Meneses (2006, p. 102), afirma que “o desenvolvimento da álgebra, inicialmente, aparece muito ligado à aritmética e à geometria, sobretudo aos polígonos”.

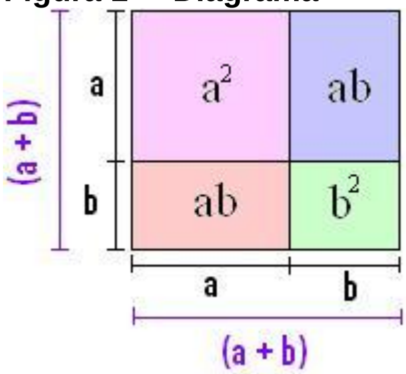
Na verdade, a Álgebra é uma área da matemática que estuda as equações, as operações matemáticas, os polinômios e as estruturas algébricas. O termo “Álgebra” surgiu no século IX, com o matemático e astrônomo árabe Al-Khwarizmi.

Para Coelho e Fusco (2014, mímeo), os gregos antigos foram os primeiros a discutir o conceito de números, pois “os gregos geometrizaram alguns dos resultados que chegaram a eles da Babilônia e do Egito e assim criaram um tipo de Álgebra geométrica, no contexto da qual teriam resolvido algumas equações quadráticas”.

Sobre essa mesma discussão, Baumgart (1992) menciona que a Álgebra grega, conforme foi formulada pelos pitágoricos (540, a. c.) e por Euclides (300, a. c.), era geométrica. Um exemplo de como se deu o desenvolvimento dessa Álgebra geométrica encontra-se em Elementos de Euclides, livro II, pois o enunciado de

Euclides é geral e denso. Assim, temos hoje a proposição, como explicitada por Baumgart (1992, p. 6-7, grifo do autor) e representada na Figura 1: *"Se uma linha reta é dividida em duas partes quaisquer, o quadrado sobre a linha toda é igual aos quadrados sobre as duas partes, junto com duas vezes o retângulo que as partes contêm". [Isto é,* $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$]

Figura 1 – Diagrama



Fonte: Adaptada de Baumgart (1992).

Assim, temos a noção do quanto é complexo, bem como de difícil compreensão para aqueles de pouca intimidade e conhecimento com os conceitos da Álgebra geométrica. Este conhecimento se apoia muito no uso de variáveis que geralmente são símbolos como as letras a, b, x e y. As variáveis representam qualquer número, conhecido ou desconhecido. O objetivo dessas é o de tornar mais fácil solucionar questões matemáticas. As regras da Álgebra podem ser aplicadas para modificar a equação até que seja possível encontrar o resultado representado pela variável, também chamada de incógnita.

Inicialmente a Álgebra se preocupava muito com o estudo das equações e suas incógnitas, o que justifica o fato de ainda hoje em dia quando se fala de Álgebra uma das primeiras situações que vem a cabeça são as equações e suas incógnitas. Mas, a Álgebra assim como o homem e sua escrita evoluíram. Desse modo, a Álgebra se expandiu por várias áreas da matemática e hoje estuda desde situações elementares e perceptíveis às situações bem mais complexas.

Vale destacarmos que, por muito tempo, a palavra Álgebra esteve associada ã parte da matemática que se ocupava com o estudo das operações entre números reais e, principalmente, a problemática da resolução de equações. Para Milies (s/d, p. 3),

> De fato, tanto nas tabuletas de argila da suméria quanto nos papiros egípcios, encontramos problemas matemáticos que lidam com a resolução de equações. No Papiro Rhind, por exemplo, documento egípcio que data aproximadamente do ano 1650 a.C. e no qual o escriba conta que está copiando material que provém do ano 2000 a.C., encontramos problemas sobre distribuição de mercadorias que conduzem a equações relativamente simples.

Por sua vez, sobre a aplicabilidade da Álgebra, afirmamos que os hindus já usavam abreviações para incógnitas e admitiam valores negativos. Enquanto isso, os árabes não lidavam com valores negativos nem usavam abreviações para incónitas, mas Al-Khwarizmi classificou os diversos tipos de equações algébricas usando raízes, quadrados e números. Em linguagem moderna seriam x, x^2 e constantes. Este matemático escreveu o livro *Al-kitab al muhta-sar fy hisab al jabr wa al-muqabalah* (O livro breve para o cálculo da *jabr* e da *muqabalah*), considerado o primeiro manual sobre a Álgebra na história.

Assim, de maneira literal poderíamos traduzir o título desse manual como *"O livro da concatenação e do equilíbrio"* (MENESES, 2006). Os significados de **Jabr** são: restabelecer, restaurar à forma adequada; a forma adequada é aquela que não contém números negativos. Especificamente sobre o de **Muqabalah** são: redução, equilíbrio; eliminar termos iguais de ambos os lados da equação (BORGES; SANTOS, s/d).

Partindo de nossa experiência enquanto professor de Matemática, temos observado que, muitas vezes, é difícil para o aluno compreender porque a Álgebra se desenvolve nos conteúdos arraigados que não perdem o seu espaço no Ensino Fundamental, na direção em que ela é apresentada, e porque alguns resultados (os das avaliações internas e/ou externas, por exemplo) são mais relevantes do que outros.

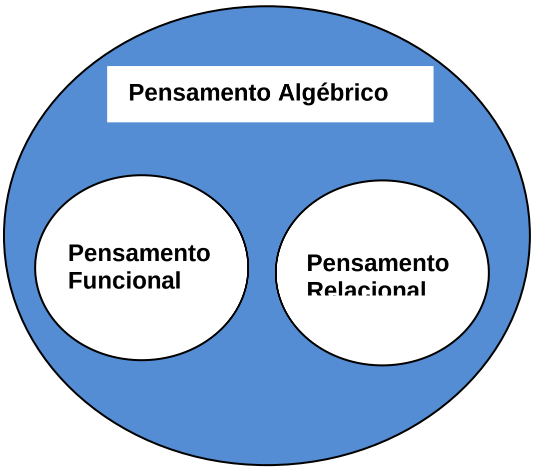
Na verdade, no Brasil, apesar das várias reformas educacionais, novas diretrizes e orientações propostas para o sistema educacional, o ensino desse campo da Matemática permaneceu com poucas alterações na Educação Básica. Ainda prevalece a aprendizagem de um conjunto de técnicas operatórias que busca apenas resolver equações sem contextualizá-las, desprovidas de significados para os alunos. Para Aguiar (2014), em sua análise de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, a maioria ainda privilegia o ensino de regras e técnicas operatórias, sendo que poucos apresentam propostas voltadas para o desenvolvimento de conceitos e pensamento algébricos. Como resultado desse trabalho, apontou ainda que “as inovações aparecem, mas esbarram". (AGUIAR, 2014, p. 286).

Compreendemos, portanto, que a nossa notação moderna da Álgebra, totalmente simbólica, se deve a René Descartes, físico-matemático e filósofo francês, que viveu de 1596 até 1650 e que, à época, acrescentou as seguintes inovações na álgebra de Viète: o símbolo para a operação de multiplicação e criou a notação que usamos ainda hoje para os expoentes de uma potenciação. Além disso, é responsável pela unificação na forma de se escrever matemática.

Entendemos, portanto, que com o seu trabalho, Descartes deu à matemática um *status* de idioma universal, pois é possível escrever matemática da mesma forma em qualquer lugar do mundo. Acreditamos que este fato tenha contribuído muito para o desenvolvimento da matemática, pois com isso estudiosos de vários locais do mundo poderiam se comunicar usando uma mesma simbologia ou porque não dizer a mesma língua.

Diante do exposto, como parte do currículo escolar, historicamente é dada à Álgebra ênfase nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Mas, recentemente, com a criação da BNCC, o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser implementado desde os anos iniciais, tendo como uma de suas áreas temáticas a Álgebra, pois o desenvolvimento do pensamento algébrico, é um aspecto cognitivo que envolve o pensamento funcional e o pensamento relacional, como demonstrado na Figura 2.

Figura 2 – Desenvolvimento do Pensamento Algébrico



Fonte: Adaptada de Lima e Bianchini (2017).

Recorremos a Lima e Bianchini (2017), que apoiados em Fuentes (2014), trazem a possibilidade de desenvolver a noção intuitiva de função, ou seja, o pensamento funcional caracteriza-se como um processo de construir, descrever e relacionar com e sobre funções. Esses autores, fundamentados em Molina (2009), afirmam que o pensamento relacional é uma atividade intelectual com a capacidade de examinar situações ou objetos matemáticos, expressões aritméticas (algébricas) ou equações.

Ainda sobre essa situação, Lima e Bianchini (2017) explicitam que, nos Anos Iniciais, tem surgido a preocupação com o desenvolvimento do pensamento relacional, que compõe o pensamento algébrico. É pertinente destacarmos que a BNCC (BRASIL, 2016, p. 278) traz essa discussão, ao explicitar que:

> A noção de equivalência, essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico, tem seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade de sentenças, como reconhecer que as sentenças 2 + 3 = 5 ou 5 = 4 +1 ou ainda 2 + 3 = 4 +1 são equivalentes. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita.

Portanto, nessa etapa da educação básica, a compreensão da existência da unidade temática Álgebra e Funções, dentre outras constantes na BNCC, deverá propiciar o desenvolvimento do pensamento algébrico aos alunos, e não se limitar ao formalismo algébrico, ou seja, pensamento cartesiano, desenvolvido nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

2.2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: DISCUSSÃO NECESSÁRIA PARA SUPERAÇÃO DE DIFICULDADES

No geral, a produção dos alunos na disciplina matemática no Ensino Fundamental não atende às expectativas dos professores, ou melhor, os alunos chegam no Ensino Médio sem a apropriação dos conceitos mínimos esperados. Isso reflete de forma negativa, sobretudo, na prática pedagógica do professor, o que tem ocasionado o que se denomina de “situação de dificuldade” para o aluno (MUNIZ, 2008).

Para Maldaner (2011, p. 27), essa situação exige uma mudança essencial na prática pedagógica do professor de matemática, pois:

> Estudos realizados apontam para o grau de abstração com que geralmente são tratados os conteúdos matemáticos, onde sistematicamente se persegue a axiomatização, a apresentação rigorosa e uma linguagem extremamente precisa, caracterizada, principalmente, por uma profusão de termos técnico – muitos deles desnecessários – e por um simbolismo exagerado que torna difícil sua leitura e compreensão.

A esse respeito, e, sobretudo, por considerar a minha experiência enquanto professor de matemática da Educação Básica, o que se tem observado é que muitos alunos nesse nível de ensino não têm o domínio da leitura e por não saberem fazer a interpretação do problema, mal sabem resolver alguns problemas matemáticos. Dessa forma, sentirão muitas dificuldades nos anos posteriores, caso a escola não atue de forma a pensar em propostas pedagógicas frente a esse quadro. Por corroboramos das ideias de Muniz (2008, p. 150), há a necessidade de se refletir sobre essa realidade, uma vez que,

> O desenvolvimento de uma reflexão sobre a mediação no campo da educação matemática requer considerar a *resolução de problemas* como o objetivo essencial da escola no que se refere ao processo de aprendizagem e de ensino de matemática. Assim sendo, a mediação realizada pelo professor de matemática passa, essencialmente, pelo processo de oferta, resolução, controle e validação de resolução de situação-problema.

Nesse contexto, fica evidenciado que a importância da mediação deve ser significativa para o aluno, a fim de que o mesmo tenha êxito em sua jornada escolar, fazendo com que a reflexão sobre o campo da educação matemática, em particular na resolução de situação-problema, seja a melhor possível, aquela que se apresente com possibilidade da organização do ensino.

Assim, cabe à matemática um importante papel no Ensino Fundamental, pois, conforme apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 2001, p. 29),

> A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

De acordo com esse mesmo documento (BRASIL, 2001, p. 36), o fato de o aluno ser estimulado a elaborar sua própria resposta, questionar o problema, e transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, “evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimento mas pela via da ação refletida que constrói conhecimento".

Desta forma, o aluno é levado a refletir e, partindo de uma reflexão que proporcione a apropriação do conhecimento, fazendo indagações, cria as condições que possibilitam a formação de um sujeito reflexivo-crítico, consciente de sua participação no meio em que está inserido. Por que afirmamos isso? Por entendermos será capaz de estabelecer relações entre a importância dos conteúdos ministrados em sala de aula e sua utilidade em situações concretas do seu cotidiano.

Em outras palavras, o ensino da matemática precisa está associado à uma prática mais próxima possível da realidade do aluno, sendo essencial à aprendizagem a unidade teoria e prática (práxis). Ademais, para os alunos certos conteúdos matemáticos da forma como são abordados não apresentam estímulo nenhum em estudá-los, pois o aluno não compreende a utilidade daquele conhecimento exposto em sala de aula em virtude de não ter ligação com a realidade vivenciada por ele, se tornando um assunto enfadonho e desinteressante.

No empreendimento dessa discussão, para Eidt e Duarte (2007, p. 58-59),

> [...] os interesses dos alunos não devem ser entendidos como algo natural e imutável, ao contrário, eles podem ser modificados e novas necessidades podem ser criadas ao longo do processo de escolarização. [...] em se tratando do conhecimento científico e artístico constante do currículo escolar, não ocorre de forma espontânea, requerendo a condução consciente do processo pelo professor.

Nesse sentido, cabe ressaltarmos que o conhecimento matemático está em constante transformação e que algumas verdades passadas poderão ser anuladas e que nem sempre o professor estará certo de tudo e o mesmo não precisa ser o detentor do conhecimento, mas o indivíduo mediador entre o conhecimento e o aluno. Ainda com o propósito de reforçarmos essa discussão, Parra (1996, p. 11), assim, declara:

> O mundo atual é rapidamente mutável, a escola como os educadores devem estar em continuo estado de alerta para adaptar-se ao ensino, seja em conteúdos como a metodologia, a evolução dessas mudanças que afetam tantas condições materiais de vida como do espírito com que os indivíduos se adaptam a tais mudanças. Em caso contrário, se a escola e os educadores descuidarem e se manterem estáticos ou com movimento vagaroso em comparação com a velocidade externa, origina-se um afastamento entre a escola e a realidade ambiental, que faz com que os

> alunos se sintam pouco atraídos pelas atividades da sala de aula e busquem adquirir por meio de uma educação informal os conhecimentos que consideram necessários para compreender a sua maneira no mundo externo.

Percebemos, assim, que o ensino da matemática tornou-se um problema no cotidiano escolar, pois vai ao encontro de inúmeros fatores que corroboram para o elevado déficit no seu ensino e aprendizado, não só devido à falta da práxis que persiste neste contexto, como também é fator relevante para que o aluno tenha uma total falta de conexão entre os seus conhecimentos prévios e os conhecimentos teóricos/científicos.

Desse modo, ocorre que o ensino (não só de matemática), deixa de contribuir para seu principal papel que é o de formar cidadãos conscientes e preparados para o desenvolvimento e transformação de suas realidades e da própria sociedade, dentro de um contexto mais abrangente.

Nessa perspectiva, a escola deve ser compreendida tanto pelo corpo docente quanto discente como local de troca de ideias, de trabalhos coletivos, pois somente assim possibilitará as mediações essenciais ao movimento de apropriação dos conceitos científicos/matemáticos, no caso deste estudo. Em outras palavras, contribuirá para que os alunos superem suas dificuldades da aprendizagem matemática.

Diante do exposto, entendemos que os problemas da aprendizagem da matemática na Educação Básica exigem da prática pedagógica do professor diferentes metodologias, a fim de contribuir na apropriação dos conceitos matemáticos. Dos estudos que fizemos sobre discussão, destacamos Rocha (2013). Para essa autora, a contextualização é um dos princípios metodológicos para reduzir as dificuldades de aprendizagem matemática.

Embora esse não seja o objeto de estudo desta investigação, vale enfatizarmos que a característica básica dessa estratégia metodológica é o fato da aprendizagem se referir a uma relação entre o objeto (conhecimento matemático) e o sujeito (o aluno). Nesse entendimento, ao abordarmos o conhecimento de forma contextualizada, a escola possibilita ao aluno, tirando-o da condição de sujeito passivo, a capacidade de desenvolver competências frente a situações problemas com contextos adequados, sendo capaz de aplicar as habilidades em situações do mundo social, sobretudo, do mundo da produção (BRASIL, 2000; ROCHA, 2013).

2.3 OS PCN E A MATEMÁTICA

As ciências exatas, especificamente a Matemática, é uma área do conhecimento que surgiu, e está em constante desenvolvimento a partir da necessidade de se resolver situações-problema encontradas pela humanidade.

Para Araújo (2016), as primeiras noções matemáticas (números, contagem, base, sistema de numeração, medidas e outras) surgiram devido às necessidades concretas da própria humanidade, desde a pré-história. Particularmente, sobre aritmética, grandezas e medidas, o seu desenvolvimento se deu devido a técnicas corporais. A mão, por exemplo, foi o primeiro instrumento natural empregado na contagem e nas medidas. Na verdade, pode-se dizer que foi a primeira balança a existir.

Assim, ao delimitarmos a Álgebra, como parte fundamental da matemática, essa tem um campo vasto de aplicação em várias áreas do conhecimento, como destacam os PCN, pois "[...] constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas". (BRASIL, 1998, p. 115).

Nessa perspectiva, a essência da matemática está em resolver problemas e por que não dizermos em criá-los também? Por esta razão o seu ensino exige mais que conhecimento, é preciso ter criatividade, estratégia de leitura, definição de conceitos da área e, principalmente, tornar seu ensino não apenas fascinante, mas com produção de significados e sentidos. Nesse sentido, não basta apenas padronizar regras de resolução, mas que se incorpore o desenvolvimento do raciocínio lógico, posto que:

> A resolução de problemas é uma metodologia para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (RÊGO; RÊGO, 2000, p. 19).

Dessa forma, entendemos que a aprendizagem escolar é sistematizada, com finalidades específicas, sendo papel do professor organizar o ensino. Como tão bem explicado por Moura (2001, p. 160),

> As possibilidades da organização do ensino em busca de melhor desempenho dos alunos são, pelo que procuramos mostrar, resultado da crescente compreensão sobre os processos de produção e aquisição de conhecimentos. Nesta perspectiva, a velha crença de que o bom professor é aquele que domina o conteúdo tornou-se apenas uma parte da verdade [...] Esta perspectiva foi a que proporcionou a redefinição das ações educativas em matemática, cujo ensino é redimensionado e passa a ser educação matemática ao se atentar para o papel desempenhado pelas interações, os aspectos éticos, históricos, socioculturais e da linguagem nas práticas pedagógicas [...] a matemática deixa de ser o conhecimento pronto e acabado e passa a ser visto como parte da produção humana no seu incessante processo de criar.

Assim, fica evidenciada que a aprendizagem escolar, no caso deste estudo, a da matemática, é um processo de apropriação de conhecimento, ação física e mental, preparada e orientada no processo de ensino, devendo ser, portanto, uma linguagem simbólica que oriente o aluno a se posicionar no mundo em que vive. Conforme apresentado nos PCN (BRASIL, 1998, p. 50):

> Os procedimentos não devem ser encarados apenas como aproximação metodológica para aquisição de um dado conceito, mas como conteúdos que possibilitem o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicáveis a distintas situações.

Para Ponte e Cerca (2017, p. 17), o contato dos alunos com a álgebra, ou melhor, com as relações matemáticas se dá quando esses “[...] trabalham com Números e Operações. Desenvolvem o raciocínio relacional através deste contacto com relações que envolvem as operações aritméticas [...] e suas propriedades [...]". Além disso, nesse contexto, o hábito da leitura e a contextualização adequadas dos textos matemáticos, são indispensáveis à resolução de problemas, evitando assim apenas a reprodução, a memorização de fórmulas e de definições.

Nessa perspectiva, é importante que desde o início da escolaridade o aluno comece a ter contato com conceitos algébricos, possibilitando entender os significados das variáveis na Matemática, principalmente para se apropriar do conhecimento a partir de situações problemas. Isso é confirmado nos PCN (BRASIL, 1998, p.121-122, grifo do documento):

> As atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas

> deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a “sintaxe” das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as “regras” para resolução de equações.

Tanto a leitura quanto a contextualização têm sido desprezadas por muitos professores e alunos, revelando no processo de aprendizagem grandes dificuldades e falta de identificação, por parte dos envolvidos, com os conteúdos da disciplina. Contudo, muitos desses mesmos alunos, no dia a dia, praticam complicadas operações. Porém, nos livros didáticos por meio do código matemático e linguístico, essas mesmas operações parecem verdadeiros enigmas e os professores, muitas vezes, por não repensarem as suas práticas pedagógicas, terminam penalizando esses alunos sempre com resultado insatisfatório nas suas avaliações.

2.4 A BNCC E A MATEMÁTICA

No palco das discussões sobre a Matemática e/ou a Educação Matemática, está o debate sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática com a BNCC. Vê-se, então, que uma das questões norteadoras é como planejar uma boa aula e alinhar os conteúdos com a proposta desse documento. Com a BNCC, muitos profissionais da área da matemática têm levantado o questionamento: como devem ser trabalhadas as unidades temáticas: Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, as quais organizam os objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) relacionados às suas respectivas habilidades (aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares)?

Nessa nova abordagem, esperamos que a BNCC colabore com qualidade na Educação Básica. Isso é confirmado pela própria BNCC (BRASIL, 2018, p. 7, grifo do documento), ao explicitar que se trata de

> [...] um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE).

Neste sentido, aparentemente, esse documento está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica – DCN (BRASIL, 2013).

Nessas circunstâncias, a BNCC fornece, na área de Matemática, cinco unidades temáticas que orientam a formação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, com o propósito de mediar o ensino e a aprendizagem da Matemática, a fim de que os alunos possam:

> Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018, p. 265).

Partindo desse pressuposto, com desenvolvimento dessas habilidades, isso se apresenta como possibilidade de os alunos também desenvolverem competências específicas e fundamentais para o letramento matemático, tais como raciocínio, representação, comunicação e argumentação.

Com efeito, acerca do Ensino Fundamental no contexto da Educação Básica, a BNCC aponta para a necessária articulação com as experiências vivenciadas na Educação Infantil. Tal articulação precisa prever tanto a progressiva sistematização dessas experiências quanto o desenvolvimento, pelos alunos, de novas formas de relação com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na apropriação de conhecimentos, posto que:

> Ao longo do **Ensino Fundamental – Anos Finais**, os estudantes se deparam com desafios de maior complexidade, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização dos conhecimentos relacionados às áreas. Tendo em vista essa maior especialização, é importante, nos vários componentes curriculares, retomar e ressignificar as aprendizagens do Ensino Fundamental – Anos Iniciais no contexto das diferentes áreas, visando ao aprofundamento e à ampliação de repertórios dos estudantes. Nesse sentido, também é importante fortalecer a autonomia desses adolescentes, oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação. (BRASIL, 2018, p. 58).

Assim, essas mudanças impõem desafios na elaboração de currículos para essa etapa de escolarização, de modo a superar as rupturas que ocorrem na passagem não somente entre as etapas da Educação Básica, mas também entre as duas fases do Ensino Fundamental: Anos Iniciais e Anos Finais.

Sobre essa discussão, ao comparar à BNCC aos PCN/Matemática, esse último documento incluía a Álgebra apenas no bloco números e operações, trazendo como principais conteúdos a utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em sequências numéricas, a compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas e a construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples.

Nessa condição, isso aparecia a partir do 7º ano e não tinha nenhuma construção anterior ou posterior das habilidades do pensamento algébrico. Com a homologação da BNCC, a Álgebra ficou distribuída da seguinte forma (BRASIL, 2018):

- do 1º ao 5º ano: há um foco no pensamento algébrico e não nas operações algébricas, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os conteúdos se relacionam à percepção e ao estabelecimento de padrões e regularidade, às propriedades das operações e ao sinal de igualdade, às ideias de proporcionalidade e equivalência, tornando, dentre outros, os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem matemática mediadores do processo de apropriação de conceitos algébricos;
- do 6º ao 9º ano: Nessa fase do Ensino Fundamental, no 8º e 9º anos, as equações não são mais tratadas de forma exaustiva. A atenção é dada à capacidade de resolver situações-problema utilizando o pensamento algébrico.

A título de explicação e exemplos, com relação à Álgebra (1º ao 5º ano), entendida como pensamento funcional nesta etapa, recorrendo às contribuições de Ponte e Cerca (2017, p. 22), temos:

> As resoluções dos alunos demonstram a sua compreensão das relações de igualdade e desigualdade. Inicialmente a turma reconhece, com alguma facilidade, o sinal de igual. Os alunos mostram-se, naturalmente, habituados a trabalhar com expressões como $a + b = c$ (em que a e b são dados e c é pedido). Além disso, já tinham contatado em anos anteriores com os sinais associados à relação de ordem.

Assim, com relação à Álgebra do 6º ao 9º ano, conforme Lima e Bianchini (2017), fundamentado em Molina (2009), trata-se do pensamento relacional, já discutido na subseção 2.1. Nesse nível de desenvolvimento do pensamento matemático algébrico, o aluno supera o pensamento funcional ao produzir significados das equações e inequações, por exemplo, definindo habilidades de raciocinar, representar, comunicar, enfim, argumentar matematicamente. Em outras palavras, espera-se que o aluno seja capaz de analisar e resolver situações-problema algébricos, considerando as relações existentes entre os termos nesses conceitos (equações, inequações, expressões algébricas, polinômios, produtos notáveis e outros) para atingir objetivos determinados.

2.5 A ÁLGEBRA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO NA RELAÇÃO COM AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Para se compreender Álgebra devemos ter a apropriação dos conceitos de Aritmética, pois essa é a sua base. No nosso Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede nacional – PROFMAT – fomos contemplados com a disciplina Aritmética, onde tivemos a oportunidade de estudar as propriedades dos números inteiros junto com as suas operações: adição e multiplicação, com ênfase nas questões envolvendo divisibilidade. Assim,

> [...] um primeiro curso de aritmética destina-se à formação completar daqueles que estão no exercício da docência no ensino fundamental e médio bem com a formação básica dos alunos de graduação em matemática. Apesar deste material não ser ensinado neste grau de detalhe e de profundidade nas escolas, ele deve, obrigatoriamente, fazer parte da bagagem mínima de todo professor de matemática. (HEFEZ, 2016, Prefácio VII).

No início do ensino de Álgebra, integrado ao ensino de aritmética, de forma organizada e planejada, conseguiremos ter uma exploração de situações que propiciem ao aluno a observação de regularidades em diversas situações dentro da aritmética para que, ao chegar no 8º ano, a Álgebra seja mais facilmente entendida pelos alunos.

A esse respeito, Lins e Gimenez (2005, p. 10) afirmam que é necessário aprender antes a aritmética para depois pensar algebricamente. O ensino da aritmética e álgebra devem ocorrer junto de forma integrada. Consequentemente, haverá a produção de significados: "[...] é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra".

Nessa discussão, é oportuno esclarecer que a separação entre aritmética e Álgebra, em decorrência das práticas pedagógicas respaldadas na lógica formal, na racionalidade técnica, ocorre muitas vezes quando ensinamos conteúdos aos alunos. Os professores precisam tomar consciência de que esses campos da Matemática são interdependentes e complementares e não podem ser ensinados desconectados, desprovidos de significados, como comenta Teles (2004, p. 4):

> Os estudos em educação matemática apresentam a aritmética tratando de números, operações das propriedades destas, enquanto a álgebra possui um aspecto de generalização da aritmética, tem a função de ferramenta e destaca-se por causa da utilização da linguagem simbólica. Inferimos, portanto, que na matemática escolar é quase impossível colocar uma divisória ou estabelecer limites entre aritmética e álgebra, muito menos impor uma ordem estrita, primeiro aritmética, depois álgebra.

Como sabemos, a Álgebra surge na matemática como parte que se ocupa dos estudos das generalizações, que são possíveis com a utilização de símbolos e letras. Assim, dentre as funções da álgebra está a de fazer a transposição entre a linguagem natural ou materna, a que usamos para nos comunicar, e a linguagem simbólico-formal da Matemática, presente nos componentes curriculares das Engenharias e Informática cabendo, portanto, uma discussão sobre a linguagem e sua significação.

Segundo a BNCC (BRASIL, p. 268), "a unidade temática **Álgebra**, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criem, interpretem e transitem entre as diversas representações gráficas e simbólicas para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados.

Isto posto, as ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (BRASIL, 2018).

É necessário, assim, atentar também que os alunos têm grande rejeição à ideia de que a resposta não seja mais um número e sim uma expressão. A interpretação dos símbolos operatórios causa incompreensões para estudantes iniciantes em álgebra, pois as notações algébricas são vistas como ações a serem efetuadas. Na álgebra, esses mesmos símbolos podem significar várias coisas, por exemplo, o símbolo de igualdade pode representar uma relação de equivalência e não um resultado propriamente dito. Essa diferença no significado dos símbolos pode não ser diretamente compreendida pelos alunos (BOOTH, 1995).

A diferença entre a aritmética e a álgebra, segundo esse mesmo autor, está na utilização de letras para indicar valores:

> As letras também aparecem em aritmética, mas de maneira bastante diferente. A letra m, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar ‘metros’, mas não para representar o número de metros, como em álgebra. A confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa ‘falta de referencial numérico’, por parte do aluno, ao interpretar o significado das letras em álgebra (BOOTH, 1995, p. 30, grifo do autor).

Assim, a orientação dada pelo professor sobre álgebra ao aluno, deve ser de forma cuidadosa para que esse consiga se apropriar ou pelo menos diminuir suas dificuldades diante das diferenças no significado dos símbolos a serem compreendidos pelo mesmo. Nessa perspectiva, reconhecer a importância da utilização da linguagem algébrica no decorrer das atividades relacionadas à Álgebra, para que a interação e a compreensão das atividades se tornem mais significativas, sejam produtoras de significados para os alunos, se torna uma necessidade na prática pedagógica do professor. A interpretação e compreensão destas atividades são imprescindíveis para o bom entendimento dos conceitos, posto que:

> [...] o estudo algébrico envolve uma interpretação de enunciados, o que exige a transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática e, muitas vezes, as dificuldades apresentadas pelos alunos nesta tradução

> residem na compreensão. Não sendo capaz de interpretar, o aluno não conseguirá representar formalmente a situação (SCHNEIDER, 2013, p. 11).

Feitas essas considerações, vale destacarmos que há indícios que podem caracterizar eventuais dificuldades no estudo da Álgebra. Como exemplos de dificuldades, há àquelas que se referem à natureza da Álgebra e suas relações com os processos de desenvolvimento cognitivo do aluno (uso inadequado de símbolos, implicando na não realização de generalizações e justificações. Por exemplo, os alunos deixam de interpretar a relação de igualdade de uma forma limitada, como sinalizando apenas a resposta a um cálculo), e às que tratam da natureza do currículo escolar, da organização das aulas e da metodologia utilizada pelo professor, a exemplo do jogo orientado a ser discutido na próxima subseção, que se apresenta como possibilidade de se desenvolver o raciocínio relacional.

Sobre essa problematização, como dizem Ponte e Cerca (2017, p. 19), o professor de matemática ao ensinar álgebra deve ser capaz de organizar o ensino, de forma que crie

> [...] situações envolvendo a discussão entre alunos trabalhando em pares, em pequenos grupos ou de forma coletiva com toda a turma. Os momentos de partilha e discussão de ideias são fulcrais ajudando os alunos a organizar e justificar o seu raciocínio e a reconhecer como válidas outras estratégias apresentadas pelos colegas. Este tipo de tarefa, que visa promover o raciocínio algébrico, não deve ser proposto apenas a um grupo restrito de alunos da turma [...]

Para uma análise ponderada, fica evidenciado então a necessidade de o professor propor atividades em grupo, sem fazer distinção entre eles no que tange ao desenvolvimento cognitivo, ou seja, a um grupo restrito rotulado muitas vezes como CDF (cabeça de ferro) por serem muitos estudiosos. A proposta, então, é a de que, nos trabalhos em grupo, esses alunos não fiquem aglomerados no mesmo grupo de estudo. Mas, sim, que sejam distribuídos nos grupos na condição de monitores. Sendo assim, torna-se importante para todos os alunos para que eles possam aprender a pensar sobre as relações que envolvem a Aritmética e a Álgebra, valorizando a comunicação, a discussão, a problematização e a coletividade.

2.6 O JOGO ORIENTADO COMO MEDIADOR DA APRENDIZAGEM ALGÉBRICA

No ambiente escolar, os jogos orientados têm como finalidade mediar a aprendizagem, possibilitando aos alunos o desenvolvimento de sua capacidade de organização, argumentação e outras atitudes, como por exemplo: saber trabalhar em equipe, aprender a lidar com o ganhar e perder e ainda o respeitar regras. Por que qualificamos o jogo como orientado? Porque comungamos das ideias de Lopes, Borowsky e Binsfeld (2017, p. 183), ao afirmarem que,

> [...] trazer o jogo para a sala de aula, como possibilidade de organização do ensino, constitui-se como um desafio para os professores, uma vez que exige a intencionalidade pedagógica. As ações do professor no contexto do jogo são determinantes, pois o jogo, por si só, não proporciona a aprendizagem e o desenvolvimento e nem leva a criança a compreender a realidade que a cerca. Antes, sim, são as relações que ela estabelece ao jogar, orientadas pelo professor, que lhe permitirão se apropriar do conteúdo contido no jogo. E esse movimento, de propor o jogo a partir da orientação do professor, pode ser evidenciado quando o professor organiza a situação desencadeadora de aprendizagem com o jogo [...].

É nessa direção que se encaminha a nossa compreensão sobre o jogo orientado como mediador da aprendizagem algébrica, diferente, por exemplo, do jogo de aplicação que, como o próprio nome remete, sinaliza apenas o emprego de definições e algoritmos, e do jogo de treinamento que facilita apenas a "[...] memorização ou fixação de conceitos, fórmulas e técnicas ligadas a alguns tópicos de conteúdo” (BORIN, 2007, p. 15).

Desse modo, cabe ao professor fazer com que o aluno entenda o jogo não é simplesmente para brincar, muitas vezes de forma espontânea, sem nenhum planejamento, sem nenhuma intenção pedagógica por parte do professor. O jogo não é conteúdo. Sabemos que esse é um dos grandes desafios postos na prática do professor de Matemática, sobretudo, quando se ensina os conceitos algébricos, por muitas vezes serem apresentados desprovidos de significação para os alunos. Lopes, Borowsky e Binsfeld (2017, p. 184) ainda complementam dizendo que:

> Quando a organização do ensino, por meio de um jogo, permitir ao aluno colocar-se em um movimento de aproximação com os conteúdos estudados na escola, também estará proporcionando que os estudantes desenvolvem novas estruturas cognitivas.

Fica, assim, evidenciada a necessidade de o professor organizar o ensino de

Álgebra, partindo do pressuposto de que o jogo orientado é aquele que se configura como uma atividade que não deixa de ter também seu caráter lúdico, no entanto, a sua principal função é a de estimular a necessidade de aprendizagem por parte dos alunos. Para Starepravo (2009, p. 20), devemos saber usar os jogos no ensino da Matemática para tirarmos o maior proveito possível:

> [...] se conseguirmos compreender o papel que os jogos exercem na aprendizagem de Matemática, poderemos usá-los como instrumentos importantes, tornando-os parte integrante de nossas aulas de Matemática. Mas devemos estar atentos para que eles realmente constituam desafios. Para isso, devemos propor jogos nos quais as crianças usem estratégias próprias e não simplesmente apliquem técnicas ensinadas anteriormente.

Sobre essa discussão, os próprios PCN/Matemática (BRASIL, 2001, p. 48) propõem o jogo como um dos recursos a serem utilizados no ensino da Matemática, apresentando outras possíveis potencialidades do jogo no processo ensino e aprendizagem:

> Por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e a dar explicações.

Vemos, então, que um dos aspectos relevantes dos jogos orientados, segundo os PCN/Matemática (BRASIL, 2001, p. 49), “é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer”, mas não se limitam a esse aspecto. Esse deve estar presente em "[...] situações nas quais possa solucionar problemas que a aproximem daqueles que o homem enfrentou ou enfrenta efetivamente na sua vida em sociedade [...]” (MOURA, 1997, p. 85).

Isto posto, o professor deve associar a vivência do aluno, de modo significativo, objetivando promover a aprendizagem, levando-o a se apropriar e desenvolver conceitos matemáticos. Os progressos em relação ao conhecimento desses conceitos verificam-se quando os alunos conseguem analisar criticamente e entender o sentido do que aprenderam, num processo em que podem expor e discutir ideias com outras pessoas, negociar significados, organizar conhecimentos e fazer registros (CAILLOIS, 1990).

Esses significados produzidos fazem parte de uma compreensão de educação que se contrapõe à racionalidade técnica, ou melhor, ao modelo de prática sustentado pela mera repetição de técnicas, desprovido de significação. A defesa é de uma prática que parta dos desafios com os quais os alunos se deparam e da organização de meios para superá-los. Em outras palavras, de uma educação baseada na problematização (STAREPRAVO, 2009).

Feitas as considerações, é de conhecimento nas escolas públicas, tomando como base nossa experiência enquanto professor de Matemática, a grande dificuldade que os alunos têm de interpretação dos problemas de Matemática, causando, dessa forma, um grande desinteresse por parte desses alunos e uma grande dificuldade para os professores no que tange à sua prática pedagógica.

Vale assim reforçar o entendimento de que é, por meio dos jogos, que os alunos aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas.

Contudo, observamos que quaisquer materiais e jogos que são utilizados no ambiente escolar necessitam de planejamento e comportamento coerentes entre alunos e professores, fazendo-se necessário um redirecionamento para adequação dos métodos e recursos didáticos empregados.

Não podemos esquecer que a Educação Matemática, enquanto campo de investigação, “permite a compreensão do que se faz ao educar, das propostas pedagógicas, e preponderadamente realiza um fazer mediativo que leva ao autoconhecimento, à autocrítica e, portanto, ao conhecimento e crítica do mundo” (BICUDO, 1999, p. 25).

Assim, por abraçar a Educação Matemática, os professores precisam ter como intenção a apropriação de conceitos matemáticos pelo aluno, partindo de situações que estimulem a curiosidade Matemática, que propunham a análise de problemas reais e a busca de modelos matemáticos para resolvê-los, como por exemplo, o uso de jogos matemáticos para motivar e favorecer a aprendizagem. Sobre essa questão, Grando (*apud* Alves, 2001, p. 22) destaca que:

> Notamos, que para o ensino de Matemática, que se apresenta como uma das áreas mais caóticas em termos da compreensão dos conceitos nela envolvidos, pelos alunos, o elemento jogo se apresenta com formas específicas e características próprias, propícias a dar compreensão para muitas das estruturas Matemáticas existentes e de difícil assimilação.

Nesse sentido, verificamos que há três aspectos que por si só justificam a importância, enquanto recurso mediador, do jogo orientado nas aulas de Matemática: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais. Sabemos, portanto, que "a prática pedagógica se constitui e se define a partir de concepções de homem, de mundo e da natureza, das relações sociais que se estabelecem entre seus fatores e seus elementos básicos" (FREIRE, 1996, p.100).

Brenelli (1996, p. 23) contribui nessa reflexão teórica ressaltando a importância dos jogos, mostrando o avanço na motivação e na qualidade da aprendizagem em relação à matéria, favorecendo o progresso cognitivo e propiciando a construção de esquemas mentais, permitindo a melhor apropriação sobre a leitura dos conceitos matemáticos, como podemos observar em sua fala:

> Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma ajuda passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem.

Diante do exposto e, para uma síntese ponderada sobre essa discussão, fica evidenciado que o jogo orientado como defendido neste estudo, tem seu valor reconhecido não somente enquanto recurso mediador da aprendizagem matemática, mas também devido suas potencialidades no que tange ao afetivo e social, necessidades essenciais para a constituição dos alunos enquanto sujeitos críticos, reflexivos e éticos.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Em uma pesquisa nem sempre é fácil delimitar os fenômenos ou as causas que envolvem o problema. Normalmente, inúmeras variáveis agem e interagem ao mesmo tempo. Diante desse contexto, se faz necessária se pensar em uma metodologia que possibilite a apreensão do objeto de estudo (ou fenômeno) investigado. Partindo desse entendimento, a metodologia é mais do que técnicas, ela inclui as concepções teóricas da abordagem, articulando-se com a teoria e com a realidade empírica e, de modo especial, com o tipo de pensamento sobre a realidade.

Isto posto, no percurso metodológico, o pesquisador deve escolher atividades que favoreçam a compreensão e a resolução de problemas, não esquecendo da realidade e das condições cognitiva de cada aluno investigado, sujeito da pesquisa, que devem ser respeitadas, além de criar condições para que esse aluno se sinta motivado e tenha consciência da importância de seu papel no desenvolvimento da pesquisa. Diante dessas considerações, para o empreendimento da discussão desta seção, inicialmente delineamos a caracterização da pesquisa. Em seguida, apresentaremos os sujeitos investigados. Posteriormente, descrevemos as técnicas e instrumentos de produção de dados e, por último, os procedimentos de análise dos dados.

3.1 ABORDADEGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

Em conformidade com o objetivo geral e problema que nortearam esta pesquisa, já explicitados anteriormente, entendemos que essa se caracteriza como pesquisa de campo[1] de abordagem qualitativa, que julgamos como sendo a abordagem com mais possibilidades para compreendermos a problemática já anunciada, observando o próprio contexto em que ocorre. Na verdade, a pesquisa qualitativa responde a questões com um nível de realidade que não pode ser

[1] A pesquisa de campo é aquela que "[...] permite a aproximação do pesquisador da realidade sobre a qual formulou uma pergunta, mas também estabelecer uma interação com 'os atores' que conformam a realidade e, assim, constrói um conhecimento empírico importantíssimo para quem faz pesquisa [...]" (MINAYO, 2010, p. 61).

quantificada “[...] ou seja, trabalha com o universo de significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes” (DESLANDES, 2010, p. 21).

Além disso, nessa abordagem de pesquisa, a interação entre o pesquisador e os sujeitos pesquisados é essencial. “[...] A fonte direta de dados é o ambiente natural (**no caso desta pesquisa, a escola, a sala de aula**), constituindo o investigador instrumento principal [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47, grifo nosso). Além disso, como tão bem complementa Deslandes (2010, p. 63) sobre a pesquisa qualitativa:

> Pela sua importância, o trabalho de campo deve ser realizado a partir de referências teóricas e também de aspectos operacionais. Isto é, não se pode pensar num trabalho de campo neutro. A forma de realizá-lo revela as preocupações científicas dos pesquisadores que selecionam tanto os fatos a serem observados, coletados e compreendidos como o modo como vai recolhê-los. Esse cuidado é necessário porque o campo da pesquisa social não é transparente e tanto o pesquisador como os seus interlocutores e observados interferem no conhecimento da realidade. Essa interferência faz parte da própria natureza social que nunca é neutra.

É oportuno ainda destacarmos que tal abordagem divide o processo em três etapas. A primeira é a fase exploratória - o trabalho de campo e análise e tratamento do material empírico e documental. Em outras palavras, essa etapa consiste na produção da pesquisa de todos os procedimentos necessários para preparar a entrada em campo. A segunda etapa consiste em levar para a prática empírica a construção teórica elaborada da primeira etapa. E, por fim, a terceira e última etapa - análise e tratamento dos procedimentos para realizar, compreender e interpretar os dados.

3.2 AMBIENTE DA PESQUISA

No que tange ao ambiente/campo de pesquisa, o entendemos como o recorte que o pesquisador faz em termos de espaços, representando uma realidade empírica a ser estudada a partir das visões históricas que balizam o objeto de estudo investigado (MINAYO, 2010). Dessa forma, os dados da pesquisa foram produzidos em uma escola pública estadual da cidade de Teresina-PI: CETI-PEQUENA RUBIM. Trata-se de uma escola de tempo integral.

A escolha desta escola (Figura 3) para realização da pesquisa foi determinada pelo fato de fazermos parte do quadro de professores da mesma e atuarmos no ensino da Matemática. Dessa forma, com o auxílio da coordenadora da escola, tivemos acesso ao Projeto Político Pedagógico (PPP) e funcionamento da sua estrutura, as quais deram base para enriquecer a pesquisa.

Assim, a Direção da escola mostrou-se aberta para o desenvolvimento deste estudo, dando-nos liberdade para fazermos as observações e a aplicação das técnicas e instrumentos de produção de dados, colocando-se a disposição para nos ajudar no que fosse necessária. Atualmente a escola conta com laboratórios de informática, porém, não estão sendo utilizados. Há 512 alunos matriculados, 32 professores, 26 funcionários (administrativos e vigias). Além disso, a escola possui 18 salas de aula, uma biblioteca. Essa não vem sendo utilizada por falta de um profissional/bibliotecário. Possui alguns recursos de ensino: notebook, impressora, data show, retroprojetor, caixa de som e outros. Nessa escola, são promovidas algumas atividades, como por exemplo, feira de conhecimentos, projeto da consciência negra e palestra contra as drogas.

Figura 3 – CETI-PEQUENA RUBIM

Fonte: Arquivos do Autor

3.3 SUJEITOS/PARTICIPANTES DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, com o intuito de analisar as dificuldades encontradas por parte desses alunos, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra, para que assim pudéssemos analisar os erros frequentes dos mesmos ao desenvolverem o pensamento algébrico e tentar contribuir na compreensão de tal problema.

Os alunos, em sua maioria, moram nas proximidades da escola, sendo levados para a mesma pelos pais. Outros moram mais distantes e dependem do auxilio do transporte escolar cedido pela Secretaria de Educação do Estado do Piauí (SEDUC). Quase todos possuem acesso à internet. A idade média destes alunos é de 13 anos. Em uma conversa com a professora da turma, pedimos a ela que indicasse alguns alunos, num total de 20 alunos, para fazer algumas atividades sobre Álgebra. Dentre os alunos escolhidos, constavam na visão da professora, os que são considerados **ótimos alunos**, **os bons alunos** e **os alunos de rendimento baixo**, em si tratando de **Álgebra**.

3.4 TÉCNICA E INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

No processo de operacionalização da pesquisa, também, se faz necessário estabelecer técnicas e instrumentos de produção de dados que permitam ao pesquisador apreender o objeto de estudo investigado. Como diz Chizzotti (2006, p. 51), essa necessidade se justifica porque tal etapa “[...] pressupõe a organização criteriosa da técnica e a confecção de instrumentos adequados de registro e leitura dos dados colhidos no campo”.

Desse modo, as técnicas e instrumentos também devem ser adequados e reconhecidos seus limites na produção de dados. Além disso,

> É importante lembrar que ao escolher certa técnica o pesquisador produzirá os dados num determinado molde, valorizando esta ou aquela forma de linguagem. Se, por exemplo, escolhermos a técnica de entrevistas, sabendo que não é possível apreender fidedignamente as práticas dos sujeitos, mas as narrativas de suas práticas, segundo a visão deste narrador. (DESLANDES, 2010, p. 49).

Assim, a fim de atingirmos os objetivos específicos: reconhecer as possíveis dificuldades de aprendizagem de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular em relação à Álgebra; identificar as causas e implicações dessas possíveis dificuldades de aprendizagem dos alunos envolvendo a Álgebra; analisar as implicações resultantes dessas dificuldades de aprendizagem; e, propor estratégias metodológicas como possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem de conceitos algébricos, aplicamos três formatos de Questionário, a técnica da observação com intervenção e registros escritos de depoimentos dos alunos, os quais foram utilizados de maneira complementar.

Sobre o Questionário/Pré-teste (ANEXO A), esse contemplou situações-problema sobre equações do 1º grau, visto que a professora da turma, em que desenvolvemos este estudo, destacou, a partir de suas experiências e vivências na docência, as dificuldades desses alunos acerca de equações e expressões algébricas.

Vale destacarmos que, na ótica dessa professora, dentre essas dificuldades, temos: os alunos não conseguem fazer uso da linguagem matemática algébrica para a elaboração de uma equação ou outra sentença matemática dessa natureza por terem maior contato com as expressões e operações aritméticas; não conseguem perceber, por exemplo, que a fatoração é o inverso de alguns produtos notáveis; não veem produção de significados, de sentidos e tão menos da aplicabilidade desses conceitos no seu cotidiano.

O referido instrumento de produção de dados compõe-se de seis questões, as quais abordam o tema deste estudo. Após a aplicação do pré-teste, o pesquisador fez intervenções com a apresentação e discussão de textos impressos sobre a histórica da Álgebra, através da técnica da observação. Para tanto, fizemos uso de slides com o auxílio do *data show.*

Desse modo, após a leitura de textos, com as devidas explicações e complementações, com duração de 2 horas aulas, sendo 50 minutos cada aula, para tentar diminuir as dificuldades dos alunos e, assim, produzirem significados e sentidos desse conceito. Na sequência, foi apresentado um texto com atividades/situações-problema. Através dessas atividades propostas aos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, exploramos o significado de Álgebra numa perspectiva contextualizada.

Diante da necessidade e, ainda, com o propósito de atingirmos os objetivos específicos, aplicamos um novo Questionário. Dessa vez, denominamos de Questionário/Teste (ANEXO B), contemplando atividades sobre equações, operações com polinômios e fatoração. Esse Teste também se constituiu de cinco questões, que abordou os conceitos citados. Após a aplicação do referido Teste, através da técnica da observação, foi feita novamente uma intervenção com apresentação de textos impressos junto a esses alunos. Voltamos a empregar slides usando o *data show.*

Feito isso, com devidas explicações e complementações, também com duração de 2 horas aulas (50 minutos cada), para possibilitar a apropriação desses conceitos, superar suas dificuldades, na sequência, apresentamos um texto com atividades.

Posteriormente, aplicamos um novo Questionário/Pós-Teste (ANEXO C) e continuamos com a técnica da observação, contemplando outras atividades acerca de equações, operações com polinômios e fatoração, com o objetivo de refletir e analisar as implicações resultantes das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos investigados. O Pós-Teste contemplou cinco questões, que abordam os conceitos trabalhados. Após a aplicação deste instrumento, foram feitas novas intervenções. Dessa vez, fizemos uso do jogo orientado como mediador da aprendizagem algébrica: **Bingo de Operações com polinômios**. Assim, para a aplicação desse instrumento (Pós-Teste) e desenvolvimento das atividades propostas, a duração foi de 4 horas.

Vale esclarecermos que, no que tange à observação ocorrida em sala de aula, em que houve intervenções e problematizações, essa é uma técnica de produção de dados que não consiste em apenas ver ou ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar. É um elemento básico de investigação científica, utilizado na pesquisa de campo como abordagem qualitativa (MARCONI; LAKATOS, 2017).

3.5 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS

De posse dos dados produzidos para este estudo, o processo de análise foi desenvolvido. Como esclarece Deslandes (2010, p. 49),

> Os *procedimentos de análises* dizem respeito às formas de organização dos dados e os passos empreendidos para a produção de inferências explicativas ou de descrição. Esses procedimentos devem ser descritos minuciosamente, deixando transparente o processo de interpretação que será adotado pelo pesquisador.

Partindo desse entendimento, durante o desenvolvimento desta pesquisa, os dados foram analisados e organizados levando-se em conta o percurso metodológico que adotamos. Para isso, atendemos às seguintes etapas:

1ª: Aplicação da atividade diagnóstica (Questionário/Pré-Teste);

2ª: Intervenção (observação) com apresentação e leitura de texto impresso junto aos alunos investigados com o uso de slides, via *data show, dando destaque às dificuldades de aprendizagem algébrica observadas;*

3ª: Aplicação do Questionário/Teste);

4ª: Fizemos uma nova intervenção (observação) com apresentação e leitura de texto impresso junto aos alunos, também usando slides, mediado pelo *data show.*;

5ª: Sob a orientação do pesquisador, os alunos confeccionaram cubos para o desenvolvimento do jogo **Bingo de Operações com polinômios**. Essa foi uma necessidade que surgiu por conta de observarmos que ainda existiam dúvidas por parte dos alunos na resolução de situações-problema propostas sobre Álgebra;

6ª etapa: Por último, aplicação do Questionário/Pós-Teste.

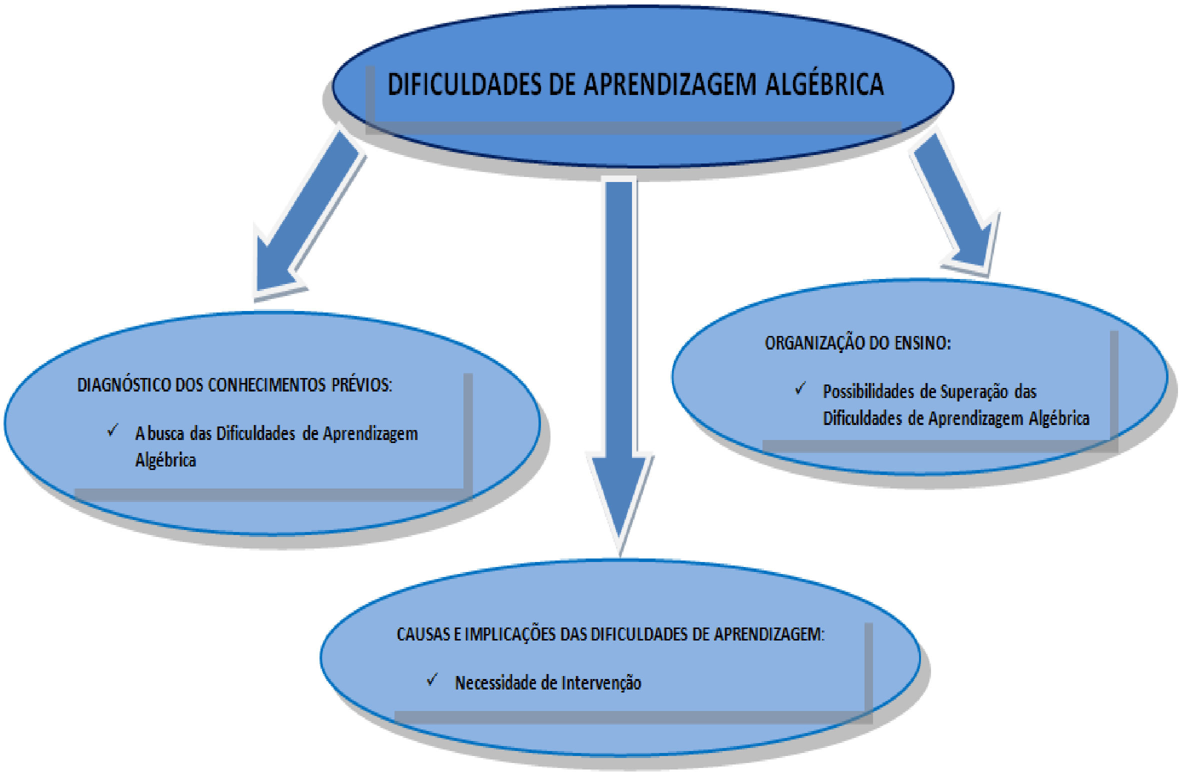
Assim, em conformidade com a discussão teórica que realizamos na subseção 2.5 desta dissertação sobre o jogo orientado como possibilidade de se desenvolver o raciocínio relacional dos alunos, consideramos pertinente empregá-lo como recurso mediador dessa aprendizagem.

Em pesquisas qualitativas, após a organização dos dados, procede-se à interpretação dos elementos qualitativos contidos nos dados produzidos, fazendo o diálogo com os referenciais teóricos consultados, sendo necessário colocar a percepção, a intuição, a observação, dentre outras funções mentais, a serviço da análise para se chegar à síntese, à resposta do problema de pesquisa. Como tão bem alertam Lima e Manini (2016, p. 75):

> A interpretação é o momento em que o pesquisador se debruça sobre os dados, fazendo-os expressar (ou não) os elementos necessários para a elucidação de seu objeto de estudo e de suas hipóteses. Essa etapa exige criatividade, retorno aos dados múltiplas vezes e análise das suposições inicialmente propostas para testar a validade ou não [...].

Assim, consoante com as ideias de Lima e Manini (2016), por compreendermos que os dados devem ser interpretados em relação a um referencial teórico, aos autores com os quais se dialoga na pesquisa e, para uma melhor organização, discussão e análise dos dados, após percorrermos as etapas descritas anteriormente, estabelecemos três eixos de análise, conforme a Figura 4.

Figura 4 – Eixos de Análises



Fonte: Produzida Pelo Autor

Essa sistemática de organização nos possibilitou encontrar respostas para a questão problema deste estudo: Quais as dificuldades encontradas por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra?

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesta seção, buscamos analisar e discutir os resultados produzidos a partir dos questionários (Pré-Teste, Teste e Pós-Teste) e da observação com intervenções, na busca para atingirmos e respondermos, respectivamente, o objetivo geral e o a questão problema deste estudo. Assim, para melhor captarmos o fenômeno/objeto investigado: dificuldades de aprendizagem algébrica dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, os dados foram organizados em três eixos de análise, a saber: - diagnóstico dos conhecimentos prévios: a busca das dificuldades de aprendizagem algébrica; - causas e implicações das dificuldades de aprendizagem algébrica: necessidade de intervenção; - organização do ensino: possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem algébrica.

4.1 DIAGNÓSTICO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS: A BUSCA DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ALGÉBRICA

Os dados que compõem este eixo de análise foram produzidos através da aplicação do Questionário (Pré-Teste), ocorrido em fevereiro de 2019, aplicado junto aos alunos, sujeitos desta pesquisa (Figura 5, na página seguinte), para reconhecermos as possíveis dificuldades de aprendizagem algébrica desses alunos. Esse instrumento foi bastante útil pois nos fez pensar sobre as dificuldades que emergiram, bem como sobre a elaboração e desenvolvimento de estratégias que pudessem mediar o caminho metodológico desta pesquisa, a fim de interferirmos nessa realidade. Nessas condições, como lembra Brum (2013, p. 23), o professor/pesquisador terá uma influência decisiva no processo ensino e aprendizagem:

> Nesse sentido, os erros devem ser empregados como ponto inicial para provocar o aluno a se transformar, a crescer e a desenvolver sua aptidão crítica, indutiva e de generalização. A maior dificuldade, no entanto, é de fato interferir na realidade, pois se sabe que mudanças de percepções e práticas não acontecem por decretos, demandam tempo, é um processo análogo ao da preparação do conhecimento: [...].

Para tanto, a reflexão dos erros de variadas formas de avaliar, amplia os aspectos da aprendizagem, de tal forma que o aluno aprenda mais e o professor adquira conhecimentos mais aprofundados que poderão ajudá-lo na (re)organização seu trabalho e que o mesmo consiga atuar de modo mais eficaz. Dessa forma, partimos do entendimento de Brum (2013) na citação anterior de que, "[...] os erros devem ser empregados como ponto inicial para provocar o aluno a se transformar, a crescer e a desenvolver sua aptidão crítica, indutiva e de generalização".

Figura 5 – Momento da aplicação do Questionário (Pré-Teste)

Fonte: Próprio Autor

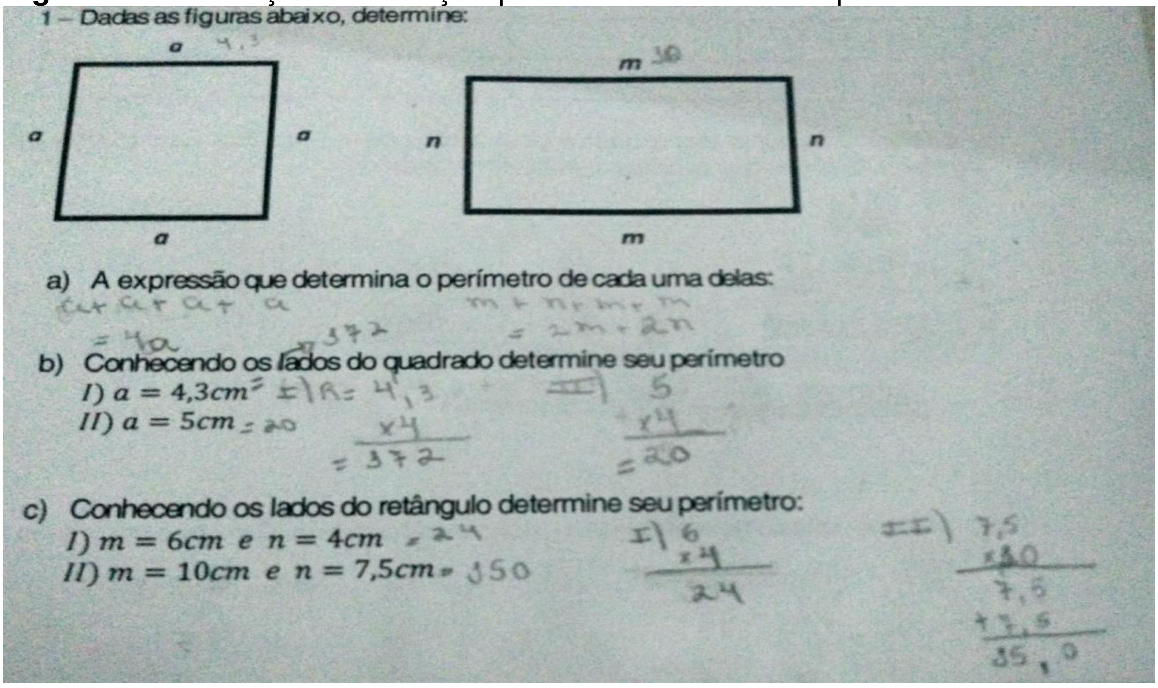
Diante do exposto**,** passemos à análise e discussão das respostas das cinco questões do Questionário (Pré-Teste). Sobre a Questão 1, representada pela Figura 6, fica evidenciado que os alunos tiveram um desempenho aceitável, pois a maioria conseguiu, embora com certas dificuldades, fazer a interpretação de uma expressão que determinasse o perímetro dos dois polígonos em tela. De um universo de 20 alunos, 13 deles responderam corretamente toda à questão (letras A, B e C), o que corresponde ao percentual de 65% e os demais, 7 alunos (35%), embora tenham tentado resolver a questão, não chegaram à resposta esperada.

A título de exemplo, temos a resolução da situação-problema desenvolvida pelo Aluno 11, como explicitada na Figura 6. O aluno teve dificuldades em obter o valor numérico para os perímetros considerados, embora tenha elaborada a expressão algébrica que se obtém o perímetro dos polígonos corretamente.

Fica evidenciada na resolução da atividade proposta, que o Aluno 11 comentou erros tanto sobre a multiplicação de números decimais como com números naturais. A resposta correta da letra B, item I, seria 17,2 cm ao invés de 172. Na letra C, itens I e II, da mesma questão, ao invés de somar as medidas dos lados do retângulo (Item I: 6cm + 6cm + 4cm + 4cm = 20cm; Item II: 10cm + 10cm + 7,5cm + 7,5cm = 35cm), o aluno aplicou a operação multiplicação, apresentando o resultado nesse formato: (Item I: 4 x 6 = 24; Item II: 10 x 7,5 = 15,0). Ainda sobre a letra C, Item II, observamos que o referido aluno não se apropriou do algoritmo da multiplicação, em particular, como vemos na Figura 6, da multiplicação por 10.

Essas observações nos revelaram a primeira dificuldade de aprendizagem algébrica manifestada no Questionário/Pré-Teste, qual seja: o aluno ainda não desenvolveu o pensamento/raciocínio relacional ao contactar com relações que envolvem as operações aritméticas (números naturais e decimais). Isso vai ao encontro do estudo de Booth (1995, p. 33), ao afirmar que, “[...] nesse caso, as dificuldades que o aluno tem em álgebra não são tanto de álgebra propriamente dita, mas em problemas em aritmética que não foram corrigidos”.

Figura 6 – Resolução da situação-problema desenvolvida pelo aluno 11.



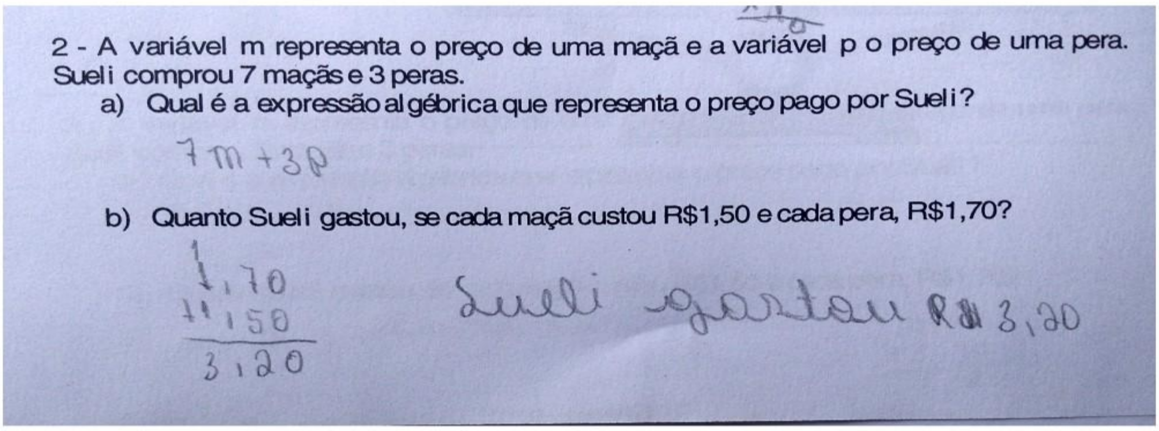
Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Sobre a Questão 2 (Figura 7), observamos erros análogos ao da Questão 1. Na verdade, constatamos as mesmas dificuldades na interpretação do problema. Dos 20 alunos, apenas 14 deles (70%) conseguiram resolver a questão por completo, sendo aceitáveis as suas estratégias para obtenção dos resultados.

Nenhum aluno deixou a questão em branco. Desse modo, os outros 6 alunos (30%) não conseguiram utilizar símbolos e criar expressões algébricas generalizadas com autonomia, a fim de se chegar à solução correta.

Para ilustrarmos essa situação, destacamos as resoluções feitas pelos Alunos 9 e 12 (Figura 7). Na primeira situação, fica evidenciado que o Aluno 9 conseguiu ler e interpretar corretamente o enunciado da questão, chegando, portanto, à expressão algébrica correta esperada (letra A). No entanto, na letra B, dessa mesma questão, esse aluno não fez a substituição dos valores numéricos correspondentes a cada letra e tão menos empregou a operação multiplicação de números naturais. Observamos ainda que esse aluno empregou a adição de números naturais, adicionando apenas o preço de uma única maçã e de uma única pera (1,70 + 1,50 = 3,20).

Figura 7 – Resoluções da situação-problema desenvolvidas, respectivamente, pelos Alunos 9 e 12.


2 - A variável m representa o preço de uma maçã e a variável p o preço de uma pera. Sueli comprou 7 maçãs e 3 peras.

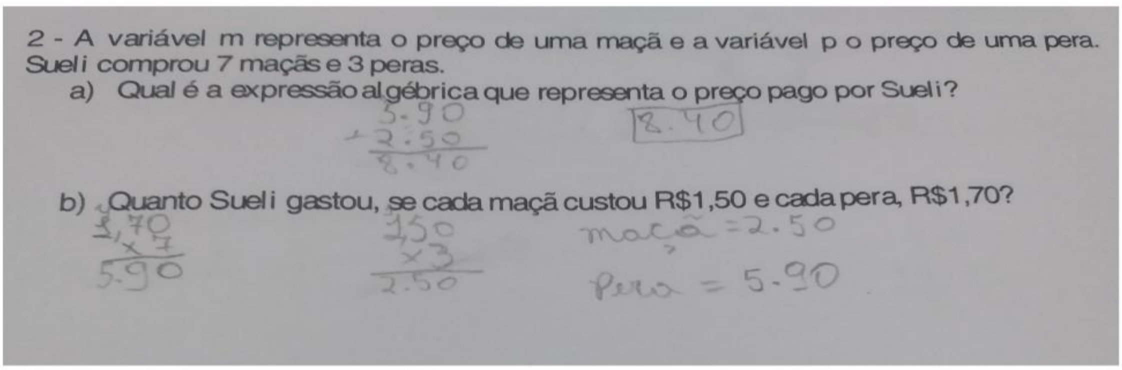
a) Qual é a expressão algébrica que representa o preço pago por Sueli?

7m + 3p

b) Quanto Sueli gastou, se cada maçã custou R$1,50 e cada pera, R$1,70?

1,70 + 1,50 = 3,20

Sueli gastou R$ 3,20


2 - A variável m representa o preço de uma maçã e a variável p o preço de uma pera. Sueli comprou 7 maçãs e 3 peras.

a) Qual é a expressão algébrica que representa o preço pago por Sueli?

5.90 + 2.50 = 8.40 $\boxed{8.40}$

b) Quanto Sueli gastou, se cada maçã custou R$1,50 e cada pera, R$1,70?

1,70 x 7 = 5.90

1,50 x 3 = 2.50

maçã = 2.50

pera = 5.90

Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Na realidade, uma das possibilidades seria fazer o seguinte: 7 x 1,50 + 3 x 1,70 = 15,60 (R$ 15,60). Daqui concluímos que o aluno em tela não se apropriou da propriedade distributiva da multiplicação. A esse respeito, encontramos nos estudos de Ponte e Cerca (2017, p. 17) sobre o desenvolvimento do raciocínio relacional de alunos do 3º ano do Ensino Fundamental que:

> [...] os alunos demonstram a sua compreensão das relações de igualdade e desigualdade. Inicialmente, a turma reconhece, naturalmente, habituados a trabalhar com expressões como a + b = c (em que a e b são dados e c é pedido). Além disso, já tinham contatado em anos anteriores com os sinais associados à relação de ordem. Costumam solucionar os problemas através de algoritmos [...].

Por sua vez, na análise que fizemos do desenvolvimento das estratégias empregadas pelo Aluno 12, conseguimos observar que em ambas as letras (A e B) esse aluno não conseguiu êxito. Não demonstrou em nenhum momento compreensão da Álgebra, pois trabalhou apenas com operações aritméticas. Inicialmente, esse aluno respondeu a letra B, porém, fez confusão de raciocínio, uma vez que ao invés de multiplicar as variáveis: quantidade de frutas pelo seu respectivo valor unitário, ele multiplicou a quantidade de um tipo de fruta pelo valor monetário de uma unidade da outra fruta e, ao fazer isso, também errou nos resultados, ou melhor, nos produtos.

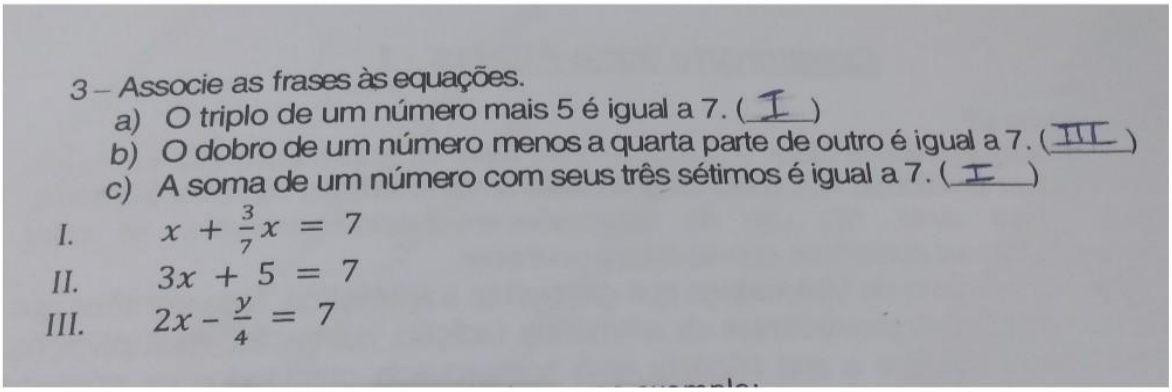
Assim, de posse dessas respostas, desses valores, usou do algoritmo da adição de números decimais, porém, a representação aparece na letra A. Essas constatações vão ao encontro, mais uma vez das pesquisas que pontuam como base dos conhecimentos algébricos a Aritmética (operações e propriedades). Como exemplo, temos o estudo de Veloso e Ferreira (2011, p. 63) que, fundamentados em Booth (1995), explicitam que:

> Nisso está a fonte das dificuldades. Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam apreendidos dentro do contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em álgebra poderá ser afetado.

Em conformidade com essas autoras, tomando como base os exemplos apresentados, as resoluções das situações-problemas desenvolvidas pelos alunos, no geral, observamos que aqueles que obtiveram êxito foram exatamente os que demonstraram apropriação dos conceitos aritméticos. Cabe, assim, ao professor reconhecer nos alunos essas dificuldades e propor atividades que superem essas limitações na Aritmética (operações e propriedades).

A análise das resoluções dos alunos sobre a Questão 3, na Figura 8, que tratou da associação entre letras (A, B e C) e itens determinados (I, II e III), nos revelou que além da não apropriação dos conceitos aritméticos (operações e propriedades) há alunos que não desenvolveram as habilidades e competências mínimas esperadas sobre números racionais/frações, a exemplo do Aluno 2, que não soube escrever frações de uma quantidade dada. Dos 20 alunos investigados, 7 (35%) deles fizeram a associação erroneamente. Somente um aluno deixou a questão em branco (5%). Os demais (60%) conseguiram associar corretamente as letras aos itens correspondentes. Dentre esses alunos, temos o Aluno 1.

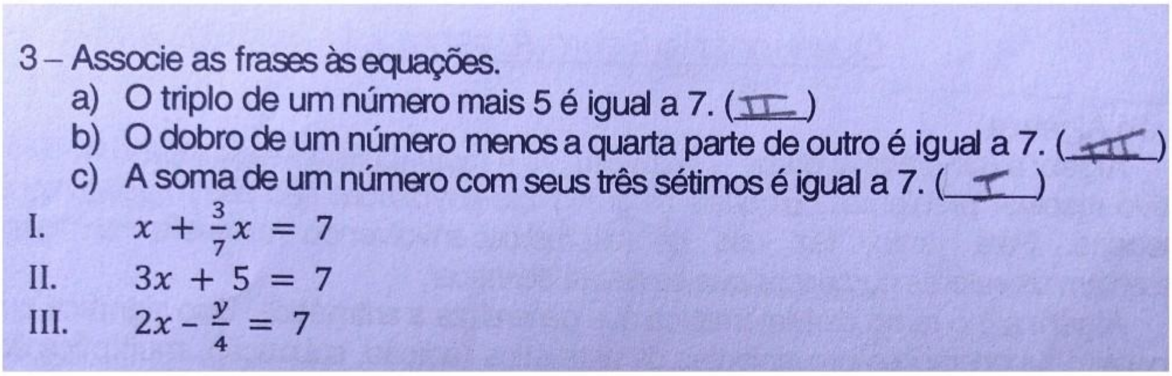
Figura 8 – Resolução da situação-problema desenvolvidas pelos alunos, respectivamente, Alunos 2 e 1.



3 – Associe as frases às equações.

a) O triplo de um número mais 5 é igual a 7. (I)
b) O dobro de um número menos a quarta parte de outro é igual a 7. (III)
c) A soma de um número com seus três sétimos é igual a 7. (I)

I. $x + \frac{3}{7}x = 7$
II. $3x + 5 = 7$
III. $2x - \frac{y}{4} = 7$



3 – Associe as frases às equações.

a) O triplo de um número mais 5 é igual a 7. (II)
b) O dobro de um número menos a quarta parte de outro é igual a 7. (III)
c) A soma de um número com seus três sétimos é igual a 7. (I)

I. $x + \frac{3}{7}x = 7$
II. $3x + 5 = 7$
III. $2x - \frac{y}{4} = 7$

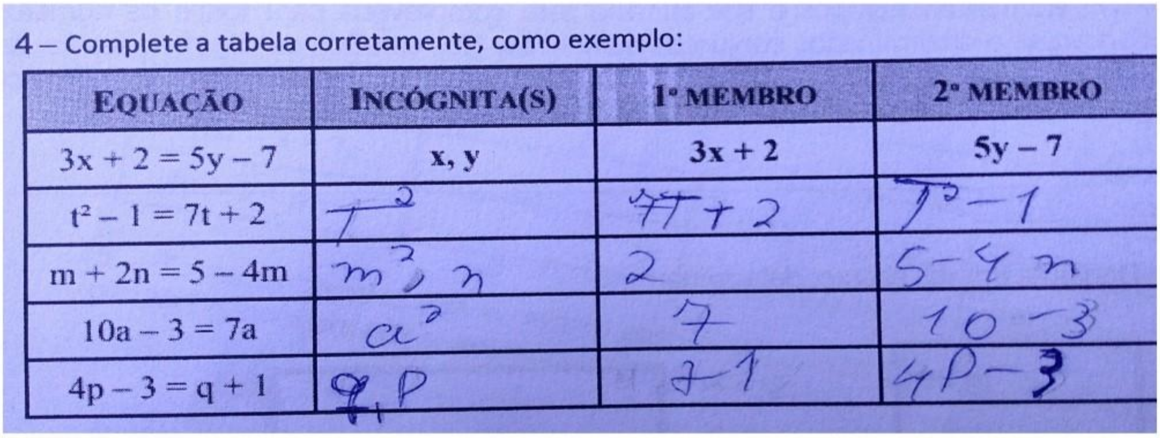
Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Enfim, notamos que os alunos tendem a encontrar respostas determinadas para cada item e não conseguem compreender e estabelecer uma relação para expressarem algebricamente o enunciado de cada item nos apontando outra dificuldade que é a interpretação de problemas, com a objetivação de transcrever um problema em sua linguagem algébrica.

Na Questão 4 (Figura 9) exploramos a relação de igualdade entre sentenças matemáticas (equação, nomeação dos termos como primeiro membro e segundo membro, assim como a identificação da(s) incógnita(s) de cada equação). Mesmo sendo uma questão para completar em que o primeiro exemplo foi resolvido pelo professor/pesquisador, detectamos que o Aluno 8 identificou que a letra estava sendo empregada na questão, mas escreveu as incógnitas diferentes do que a questão lhes ofereceu como informação, pois ao invés de apresentar a(as) letra(s), terminou escrevendo uma expressão algébrica. Isso o conduziu ao erro.

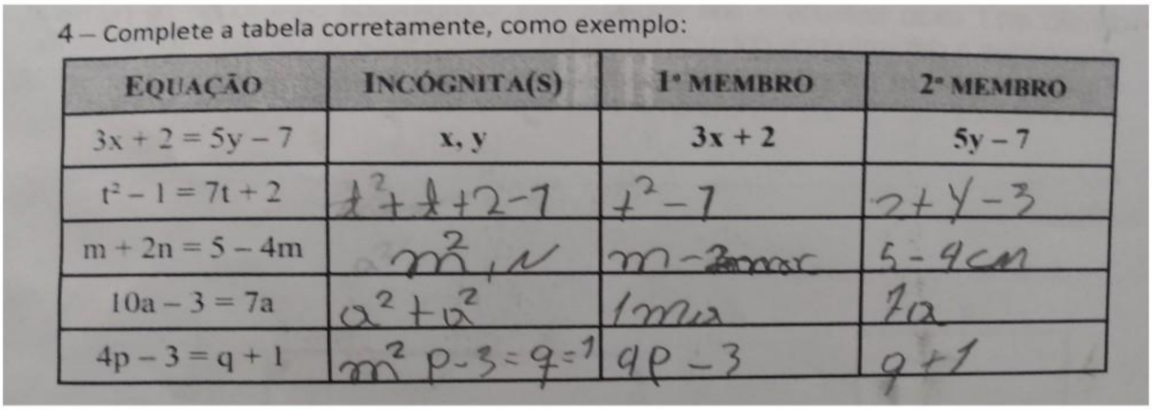
Por sua vez, o Aluno 9 não soube identificar o que (ou qual) seria a incógnita, pois escreveu no campo destinado à mesma uma expressão que não se refere ao que está sendo pedido. Isso impactou em vários erros por parte do aluno ao responder à questão errada. E, por último, metade dos alunos não soube identificar corretamente os membros de cada equação.

Figura 9 – Resolução da situação-problema desenvolvida pelos Alunos, respectivamente, 8 e 9.



4 – Complete a tabela corretamente, como exemplo:

EQUAÇÃO	INCÓGNITA(S)	1º MEMBRO	2º MEMBRO
$3x + 2 = 5y - 7$	x, y	3x + 2	5y – 7
$t^2 - 1 = 7t + 2$	T^2	7T + 2	$T^2 - 1$
$m + 2n = 5 - 4m$	m^2, n	2	5 - 4n
$10a - 3 = 7a$	a^2	7	10 - 3
$4p - 3 = q + 1$	q, P	7 1	4P - 3



4 – Complete a tabela corretamente, como exemplo:

EQUAÇÃO	INCÓGNITA(S)	1º MEMBRO	2º MEMBRO
$3x + 2 = 5y - 7$	x, y	3x + 2	5y – 7
$t^2 - 1 = 7t + 2$	$t^2 + t + 2 - 7$	$t^2 - 7$	2 + y - 3
$m + 2n = 5 - 4m$	m^2, n	m - 2mr	5 - 4cm
$10a - 3 = 7a$	$a^2 + a^2$	1ma	7a
$4p - 3 = q + 1$	m^2 p-3=q=1	qp - 3	q + 1

Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Diante dessas considerações, ficou evidenciada que outra dificuldade é que os alunos não compreendem o que é incógnita e tão menos sabem associá-la a uma determinada situação-problema, de modo a escrever corretamente a expressão algébrica, a qual entendemos ser uma forma facilitadora de ensino e aprendizagem na vida escolar desse aluno.

Vale lembrarmos que, mesmo com o texto inicial com contribuições conceituais sobre Álgebra (Questionário/Pré-Teste-ANEXO A), os alunos investigados demonstraram dificuldades na ação de preenchimento das lacunas do quadro (Figura 9). Houve também um aluno que deixou uma questão em branco.

Com tal situação, como possibilidade de superação dessas dificuldades de aprendizagem algébrica, entendemos que sejam proporcionados aos alunos, "[...] além da habilidade na manipulação dos símbolos, a capacidade de representação de fenômenos e situações na forma algébrica" (VELOSO; FERREIRA, 2011, p. 62).

Isto posto, sobre as dificuldades próprias à Álgebra, é necessário que o professor saia de sua zona de conforto, trabalhando atividades para além daquelas de memorização. Aqui estamos nos referindo àquelas que se apresentem como possibilidade de desenvolver o senso crítico, a criatividade, enfim, o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, permeado da produção de significados.

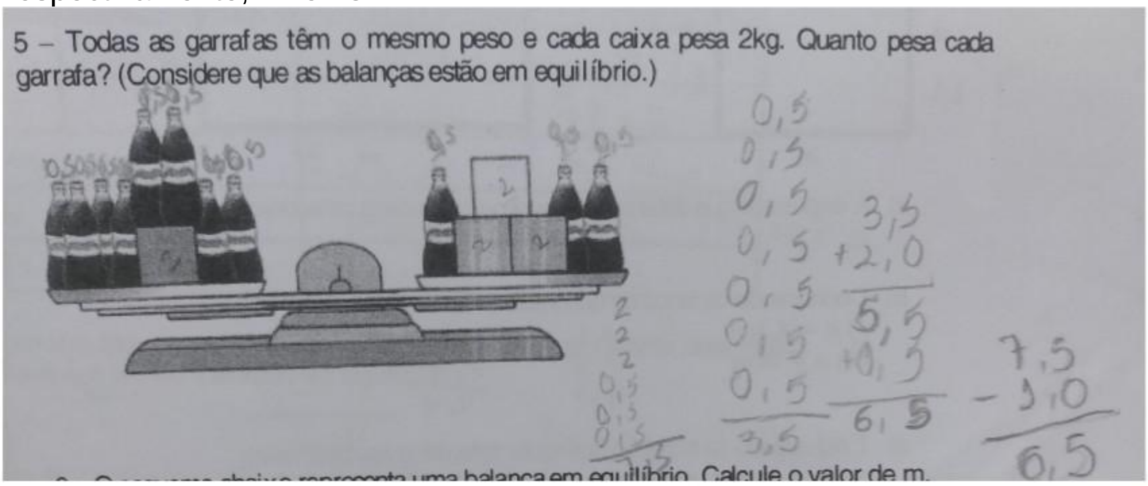
Por sua vez, na análise que fizemos da Questão 5 (Figura 10, na página seguinte), observamos que os alunos tiveram dificuldades na interpretação do problema. Ficou evidenciada que uma dessas dificuldades está atrelada à variável de uma expressão, pois de acordo com o seu papel ela pode assumir vários valores.

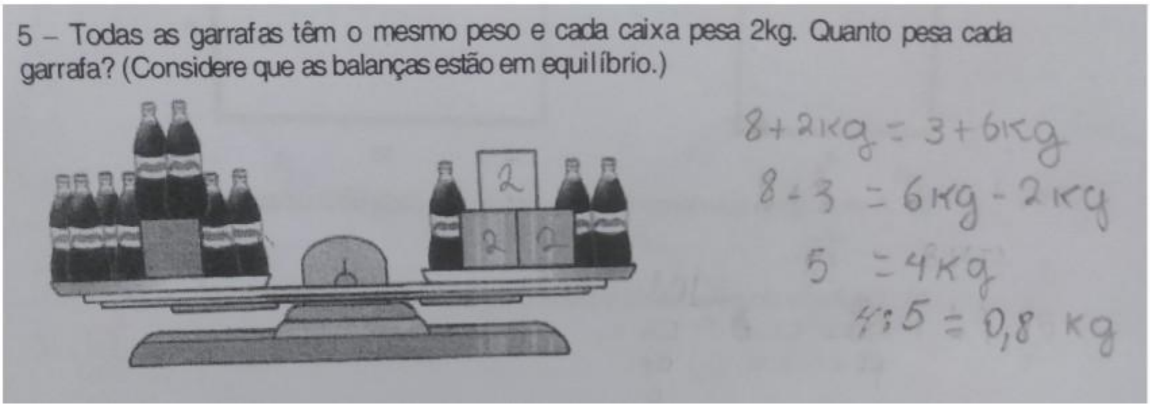
Além disso, no nosso entender o Aluno 17 fez suposição de qual seria o valor da garrafa, porém, esqueceu a unidade de medida, ou seja, o quilograma (kg), representando apenas por 0,5. Para isso, ele fez uso da adição de números decimais, no entanto, não apresentou a expressão algébrica relacionada à situação-problema em foco. Isto posto, esse aluno e mais outros 12 cometeram erro na questão, configurando num percentual de 65% dos alunos.

Quanto ao Aluno 18, observamos que esse também não fez uso de expressão algébrica para representar o enunciado da questão, mas demonstrou um certo pensamento matemático que o levou à resposta correta da situação-problema posta, o que representou um percentual de 20% dos alunos (4 alunos) dos que acertaram essa questão.

É pertinente ainda destacarmos que, por não terem desenvolvido o pensamento algébrico esperado, 3 alunos (15%) deixaram a questão em branco, o que caracterizou no nosso ver certa desmotivação por parte desses alunos, diferente dos que responderam a questão. Isso nos faz lembrar da ideia de Pais (2006, p. 136) ao pontuar que, “por mais simples que possa parecer, a descoberta de uma solução, desde que ela seja produzida pelo aluno, representa a origem de motivação para novas aprendizagens”.

Figura 10 – Resolução da situação-problema desenvolvida pelos Alunos, respectivamente, 17 e 18.





Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Em linhas gerais, entendemos que, quando o aluno não é capaz de apropriar-se dos conceitos e procedimentos algébricos, esse não consegue desenvolver as habilidades e competências mínimas esperadas. Delimitando a Questão 5, os alunos tiveram dificuldades na interpretação do problema em questão, não sabendo expressar tal problema algebricamente. Isso levou alguns alunos deixarem a questão em branco. Aqui não fizemos nenhuma intervenção pedagógica tipo levantar problematizações, posto que o objetivo do Questionário (Pré-Teste) era o de reconhecer as possíveis dificuldades de aprendizagem de alunos do 8º ano do

Ensino Fundamental regular em relação à Álgebra e ainda identificar as causas e implicações das possíveis dificuldades de aprendizagem no processo ensino e aprendizagem.

Feitas essas considerações, na Tabela 1 apresentamos uma síntese do desempenho dos 20 alunos avaliados no **Questionário (Pré-Teste),** por questão/situação-problema.

Tabela 1 – Erros e Acertos cometidos no Questionário/Pré-Teste pelos alunos investigados

Alunos	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Aluno 1	C	C	C	C	C
Aluno 2	C	C	E	E	E
Aluno 3	C	C	C	E	E
Aluno 4	C	C	C	C	E
Aluno 5	C	C	E	E	E
Aluno 6	C	C	C	C	C
Aluno 7	E	C	C	C	B
Aluno 8	C	C	E	E	E
Aluno 9	C	E	C	E	C
Aluno 10	C	C	E	E	E
Aluno 11	E	C	C	C	E
Aluno 12	C	E	B	E	B
Aluno 13	E	C	C	B	B
Aluno 14	E	E	C	C	E
Aluno 15	E	C	E	E	E
Aluno 16	C	E	C	C	E
Aluno 17	C	E	C	C	E
Aluno 18	C	C	C	C	C
Aluno 19	E	E	E	C	E
Aluno 20	E	C	E	E	E

Fonte: Tabela elaborada pelo autor (2019)

Legenda:
C - Questão Certa; E - Questão Errada; B – Questão em branco

4.2 CAUSAS E IMPLICAÇÕES DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ALGÉBRICA: NECESSIDADE DE INTERVENÇÃO

De posse das dificuldades de aprendizagem algébricas reconhecidas e identificadas nas análises do eixo anterior, dificuldades essas atribuídas principalmente aos conceitos aritméticos (operações e propriedades) e à interpretação de problemas, neste eixo buscamos identificar suas causas e implicações. Esses dados foram produzidos através do Questionário (Teste) e de observações com intervenção do pesquisador.

Especificamente sobre as observações e intervenções assumimos o papel de duplo de professor e pesquisador. Analisamos o contexto real da sala de aula, o envolvimento dos alunos e os provocamos, no sentido de que levantassem questionamentos, a partir do que fora proposto no Teste.

Para isso, antes da aplicação do Questionário/Teste, houve uma intervenção para esclarecimentos acerca da Álgebra, a partir das dificuldades apontadas na análise que fizemos do Questionário (Pré-Teste), com a finalidade de não ocorrerem os erros anteriores e/ou outros. Na ocasião, foram discutidas e resolvidas no coletivo as questões do Pré-Teste. Paralelamente, aprofundamos estudos sobre conceitos/ conhecimentos aritméticos (operações e propriedades; números decimais e propriedades; frações e problemas). Justificamos a necessidade de se aplicar esse novo Questionário, que também denominamos de Teste, por corroborar das propostas de Brum (2013, p. 29), ao enfatizar que diante das preocupações com as dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem de Álgebra,

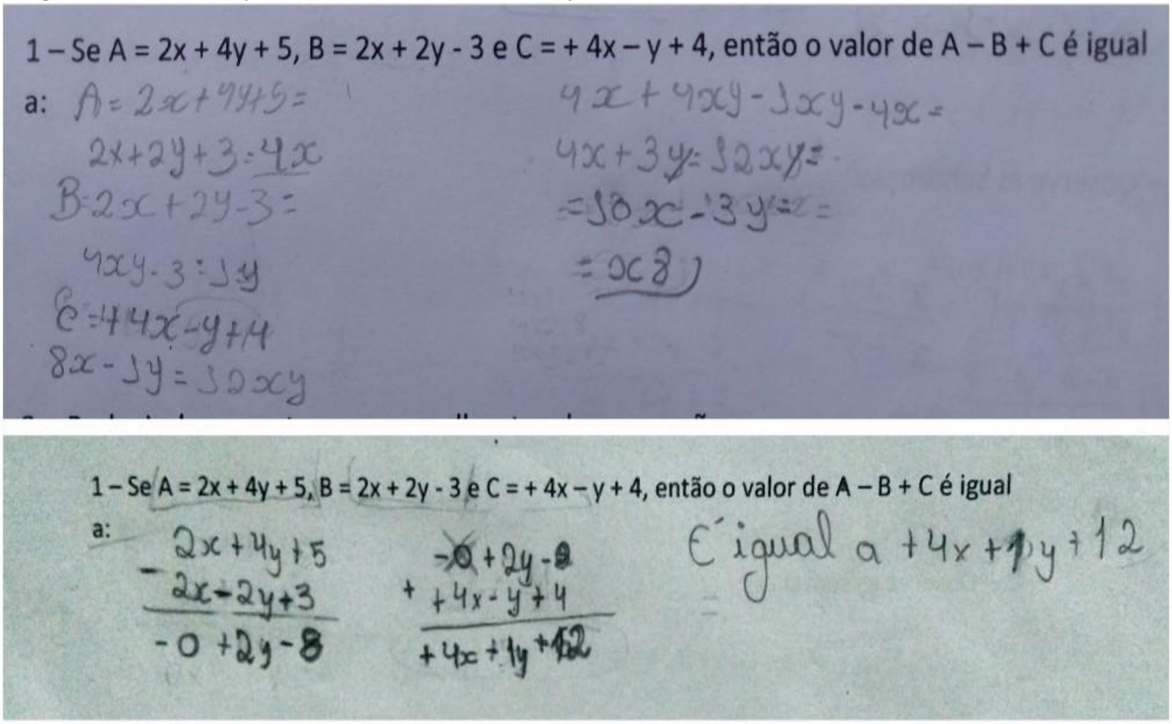
> É necessário proporcionar situações de ensino que permitam o desenvolvimento do pensamento algébrico, especialmente no tocante a abstrações e generalizações, provenientes do estudo de regularidades e padrões. Também a passagem da linguagem natural ou figural para a linguagem matemática deve ser estimulada, podendo ser disponibilizadas atividades que relacionam a Álgebra [...].

Diante do exposto, passamos à análise e discussão dos resultados das 5 questões propostas no Questionário (Teste) e respondidas pelos alunos. Sobre a Questão 1 (Figura 11), dentre os 20 alunos, sujeitos da pesquisa, 2 deles erram a referida questão, mesmo com nossas intervenções e discussão no coletivo das questões do Questionário (Pré-Teste). A título de esclarecimentos, apresentamos na Figura 11 apenas as soluções de um dos alunos que errou essa questão e outro que conseguiu obter resultado satisfatório.

Dos sujeitos envolvidos, o Aluno 11. Ele errou completamente a questão, ou seja, a situação-problema. Demonstrou séria dificuldade com a Álgebra. Não se apropriou dos nexos **termos semelhantes** para efetuar uma operação com esses termos semelhantes. Além disso, notamos que esse mesmo aluno desconhece as operações e propriedades com “termos semelhantes”, ao nos apresentar a resposta: $2x + 2y + 3 = 4x;\ 4xy - 3 = 1y;\ 10x - 3y = x8$.

Já o Aluno 15 obteve o resultado desejado para a questão. No entanto, chamamos à atenção para um pequeno detalhe observado no desenvolvimento dessa situação-problema: em um dos sinais de um dos termos, esse aluno, assim, escreveu “- 8”, sendo que o correto seria “+ 8”. Porém, isso não alterou o resultado esperado.

Figura 11 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 11 e 15.



Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Assim, sobre as causas e implicações das dificuldades de aprendizagem algébrica no contexto considerado neste estudo, recorremos às explicações de Nogueira, Pavanello e Oliveira (2016, p. 15, grifo nosso). Essas autoras justificam dizendo que:

> As dificuldades escolares de alunos relacionadas à aprendizagem da matemática (**no caso deste estudo da Álgebra**) podem ser atribuídas a diferentes variáveis, entre as quais a principal é a atuação do professor, dado que a ação docente pode produzir, cristalizar ou superar essas dificuldades. Por sua vez, a principal variável que influencia as possibilidades de atuação do professor é a sua formação inicial e continuada.

E, para complementarmos essa justificativa das autoras em tela, Brum (2013, p. 30) assim afirma:

> No entanto, não basta ensinar Álgebra com recursos e metodologias variadas; é necessário, também, avaliar a aprendizagem dos estudantes, para entender suas dificuldades. Uma das maneiras de fazer esse acompanhamento é buscar entender as causas desses erros e a forma de aproveitá-los como trampolins para a aprendizagem.

Essas reflexões nos provocam a entender que avaliar o aprendizado do aluno é primordial para analisar suas dificuldades manifestadas para que os mesmos erros não sejam cometidos futuramente. Assim, devemos considerar a organização do ensino a partir dessa avaliação, que deve ser contínua, levando em conta tanto aos aspectos qualitativos quanto os quantitativos, a partir de suas necessidades e daquilo que os mobilizam a querer aprender.

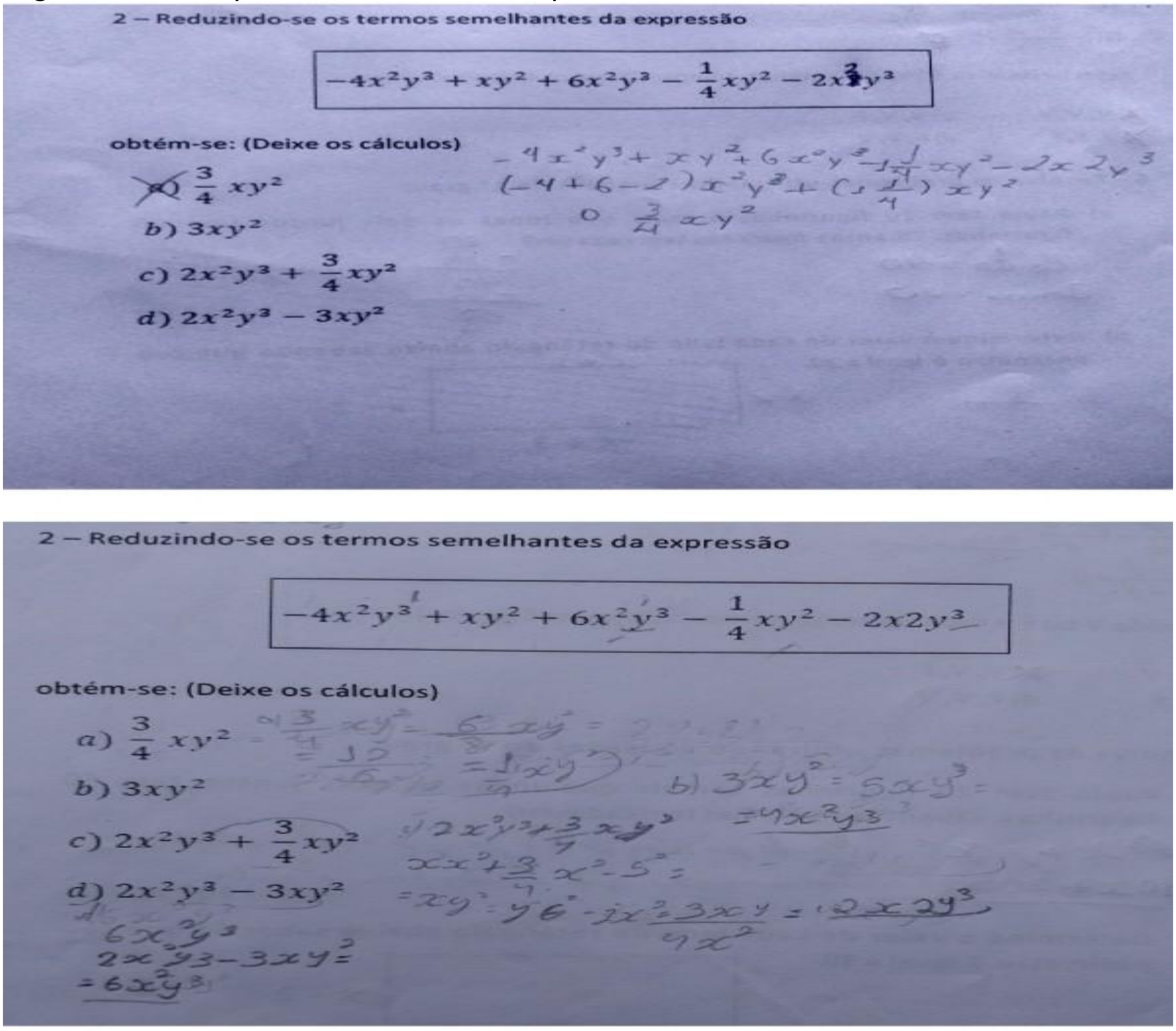
Sobre a Questão 2 (Figura 12, na página seguinte), observamos que uma das dificuldades manifestadas através da análise dos dados produzidos através do questionário (Pré-Teste) ainda era uma realidade mesmo com as nossas intervenções a partir das atividades que propomos a fim de que os alunos se apropriassem dos conceitos da Álgebra.

Dos 20 alunos, 14 deles (70%) demonstraram apropriação dos conceitos algébricos. Aqui temos o caso do Aluno 18. Esse aluno soube responder a questão corretamente, separando os coeficientes dos termos semelhantes de suas respectivas partes literais e, para isso, efetuou as operações aritméticas necessárias na situação-problema. Essas, como já discutido, se apresentam como nexos conceituais.

Assim, sobre os 6 alunos que erraram a questão, o que representou um percentual de 30%, destacamos o Aluno 17. Na mesma situação de dificuldade de aprendizagem dos outros 5 alunos, não demonstrou compreensão e, obviamente, produção de significados sobre os conceitos algébricos.

Na realidade, esses alunos não souberam identificar os termos semelhante para efetivação dos cálculos, ou melhor, das situações-problema e tão menos não se apropriaram das operações fundamentais e suas propriedades com números naturais e racionais, de modo particular, o que envolve frações.

Figura 12 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 18 e 17.



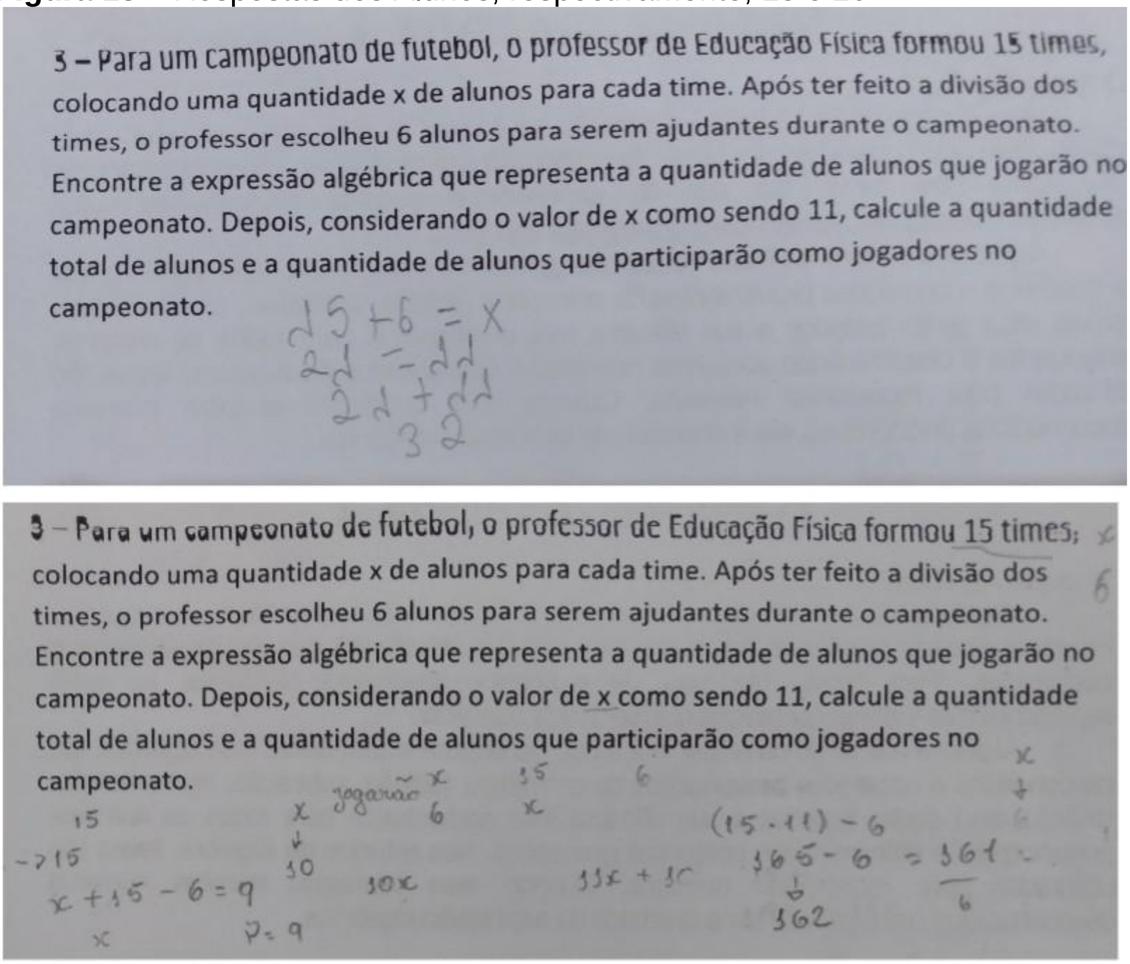
Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Dando continuidade às analises, cumpre observarmos na Questão 3 (Figura 13, na página seguinte), que os alunos pesquisados familiarizaram-se melhor com as expressões algébricas, havendo, assim, um avanço na apropriação conceitual, sobretudo, na interpretação algébrica, o que representou um percentual de 80% de acertos (16 alunos). Assim comentado, 20% dos alunos (4 alunos) não souberam desenvolver a situação-problema em foco corretamente. Primeiro, não conseguiram encontrar a expressão algébrica solicitada, o que implicou em um resultado não desejado.

Para aclararmos essa situação, por exemplo, os Alunos 18 e 20, que fazem parte dos 20%, não conseguiram expressar algebricamente o enunciado do problema e tão pouco encontrar o resultado desejado. Ao invés de chegar ao seguinte formato de expressão: 15x – 6, o Aluno 18, assim a representou: 15 + 6 =

x. Por sua vez, o Aluno 20 apresentou duas formas diferentes. Na primeira, temos: x + 15 – 6 = 9. Na segunda, 15 x 11 – 6 = 161. Vemos, então, que ele conseguiu nos mostrar que é capaz de se pensar "aritmeticamente" para se resolver essa questão, cometendo erro no momento de finalizar o seu desenvolvimento, como podemos observar na expressão numérica acima.

Figura 13 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 18 e 20.



3 – Para um campeonato de futebol, o professor de Educação Física formou 15 times, colocando uma quantidade x de alunos para cada time. Após ter feito a divisão dos times, o professor escolheu 6 alunos para serem ajudantes durante o campeonato. Encontre a expressão algébrica que representa a quantidade de alunos que jogarão no campeonato. Depois, considerando o valor de x como sendo 11, calcule a quantidade total de alunos e a quantidade de alunos que participarão como jogadores no campeonato.

15 + 6 = x
21 – 11
21 + 11
32

3 – Para um campeonato de futebol, o professor de Educação Física formou 15 times, colocando uma quantidade x de alunos para cada time. Após ter feito a divisão dos times, o professor escolheu 6 alunos para serem ajudantes durante o campeonato. Encontre a expressão algébrica que representa a quantidade de alunos que jogarão no campeonato. Depois, considerando o valor de x como sendo 11, calcule a quantidade total de alunos e a quantidade de alunos que participarão como jogadores no campeonato.

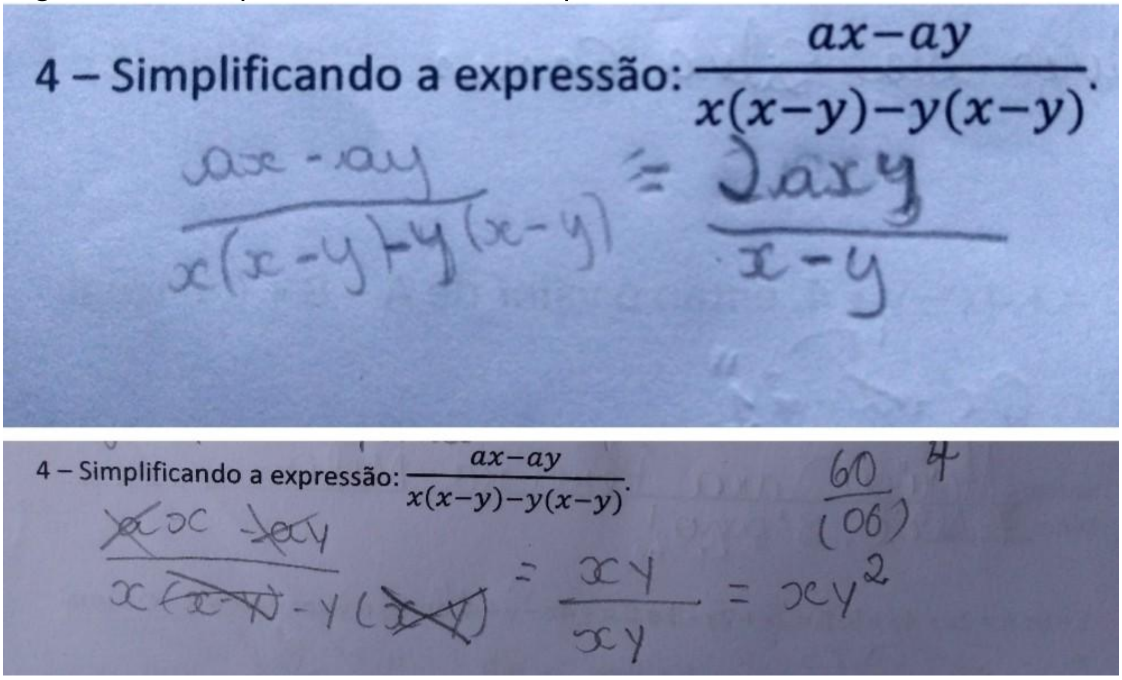
x + 15 – 6 = 9
(15 · 11) – 6
165 – 6 = 161

Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Do ponto de vista do que está posto na BNCC (BRASIL, 2018, p. 269), diante dessas dificuldades, causas e implicações na aprendizagem algébrica, faz-se "[...] necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação [...]". Entendemos, assim, que com o estabelecimento dessa relação, a resolução de problemas envolvendo conceitos algébricos se tornará mais significativa, havendo, assim, a produção de significados e sentidos para alunos e professores.

A respeito da Questão 4 (Figura 14), essa trata do caso de fatoração por fator comum e de simplificação de expressões algébricas. Dos 20 alunos pesquisados, apenas 35% deles (7 alunos) erraram a questão pois, primeiro, não souberam identificar o fator comum. Segundo, ao simplificar a expressão algébrica, os alunos não observaram que, no processo de simplificação desses formatos de expressão, os termos (numerador e denominador) da fração algébrica deveriam, posteriormente, desenvolver o fator comum. Particularmente sobre o Aluno 12, esse não demonstrou a habilidade de reconhecer os termos semelhantes e, dessa forma, não soube fatorar os termos da expressão trabalhada, chegando assim a um resultado não condizente com a resposta para essa questão.

Figura 14 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 12 e 13.



Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Por sua vez, o Aluno 13 por não ter se apropriado do conceito de números racionais (operações e propriedades), não deveria ter aplicado o mecanismo do cancelamento de termos sem fatorado os termos da fração algébrica antes. Além disso, após o cancelamento indevido, ele juntou os elementos restantes, chegando à fração algébrica, cujo numerador e denominador são iguais, obtendo um resultado incorreto $\left(\frac{xy}{xy} = xy^2\right)$. Mais uma vez fica visível que uma das causas das dificuldades por parte dos alunos na aprendizagem da Álgebra, havendo necessidade de uma intervenção pedagógica, está relacionada à não apropriação da Aritmética, o que vai ao encontro das explicações de Gil (2008, p. 36), apoiada em Oliveira (2002):

> Algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato de o aluno trazer para o contexto algébrico dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estender para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem.

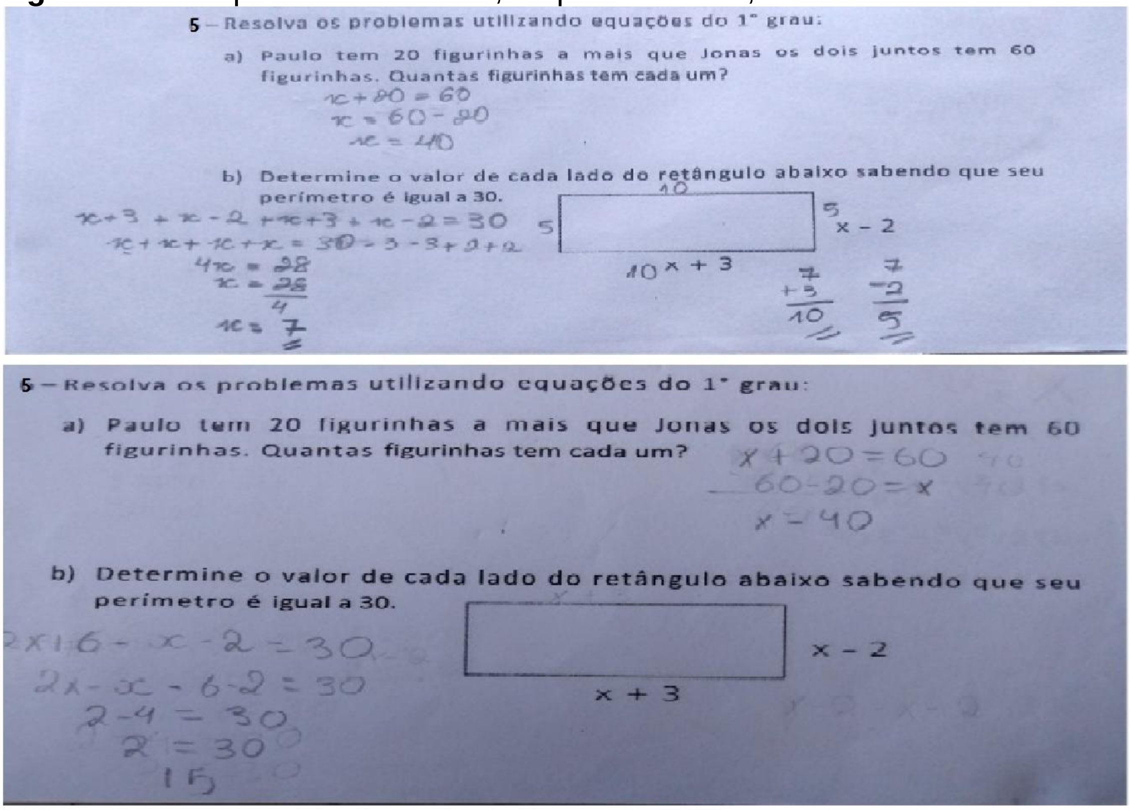
Há, dessa forma, uma necessidade formativa por parte dos professores dos anos anteriores do ensino fundamental a fim de que repensem suas práticas pedagógicas, vivenciando novas estratégias metodológicas. Estratégias que se apresentem com possibilidades de dar condições para que os alunos superem as barreiras que atualmente se configuram na Álgebra, principalmente "[...] àquelas dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estender para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem", como lembrado por Gil (2002).

Por último, a Questão 5 (Figura 15, na página seguinte), situação-problema que teve como objetivo fazer com que o aluno conseguisse determinar a equação correspondente a cada letra (A e B) para, posteriormente, obter seus respectivos resultados. Nessa questão, dos alunos pesquisados, 65% (13 alunos) resolveram corretamente a questão. Desses 65%, temos o Aluno 10. Ele soube ler e interpretar corretamente o enunciado da situação-problema. Isso o levou a escrever corretamente a equação do 1º grau (expressão algébrica) que expressa o enunciado e fez procedimentos convenientes à resolução da questão, obtendo o resultado esperado.

Por outro lado, somente 45% dos alunos responderam corretamente apenas uma das letras, sendo que o maior índice de erros constatado ocorreu com a letra B. Observamos que os alunos não conseguiram notar que os lados opostos do retângulo têm a mesma medida e, assim, escreverem a expressão que gerou o perímetro do retângulo em destaque (Figura 15). Por exemplo, o Aluno 11 fez justamente isso. Não observou esse detalhe dos lados opostos iguais para encontrar a expressão algébrica do perímetro do retângulo. Além disso, com a equação elaborada por ele, ao resolvê-la mostrou limitações, pois não soube desenvolver a equação para se chegar ao resultado esperado, empregando ações mentais que o induziram ao erro tanto com a variável quanto com os termos independentes. Como causa e implicações dessas dificuldades algébricas, corroboramos com as explicações de Melara (2008, p. 15), ao explicitar que:

> As equações desempenham um papel tão importante na matemática e em muitas de suas aplicações de forma que o aprendizado da resolução de equações seja um elemento essencial no estudo da álgebra. Para que o aluno compreenda o significado de equações acredita-se que primeiro deva construir significado para expressões algébricas, que compreenda o que é uma atividade algébrica e tenha em sua formação uma base cognitiva que o alicerce.

Figura 15 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 10 e 11.



Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Diante do exposto, surge aí a necessidade de o professor, nas atividades envolvendo equações do 1º grau, fazer intervenções pedagógicas de modo a estabelecer procedimentos e relações necessárias para que o aluno alcance a expressão algébrica desejada, criando, portanto, elementos para sua resolução, produzindo assim significados e sentidos aos conceitos algébricos.

Assim como fizemos no eixo temático anterior, na Tabela 2 expomos uma síntese do desempenho dos 20 alunos avaliados no **Questionário (Teste)** por questão/situação-problema.

Tabela 2 – Erros e acertos cometidos no questionário (Teste) pelos alunos investigados

Alunos	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Aluno 1	C	C	C	C	C
Aluno 2	C	C	C	E	E
Aluno 3	C	C	C	C	E
Aluno 4	C	C	C	C	E
Aluno 5	C	C	C	C	E
Aluno 6	C	C	C	C	E
Aluno 7	E	C	C	C	E
Aluno 8	C	C	E	C	C
Aluno 9	C	E	C	C	C
Aluno 10	C	C	E	C	C
Aluno 11	E	C	C	C	E
Aluno 12	C	E	C	E	C
Aluno 13	C	C	C	E	C
Aluno 14	C	E	C	C	C
Aluno 15	C	C	C	E	C
Aluno 16	C	E	C	C	C
Aluno 17	C	E	C	E	C
Aluno 18	C	C	E	E	C
Aluno 19	C	E	C	C	E
Aluno 20	C	C	E	E	E

Fonte: Arquivo do Autor

Legenda:
C - Questão Certa, E - Questão Errada

4.3 ORGANIZAÇÃO DO ENSINO: POSSIBILIDADES DE SUPERAÇÃO DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ALGÉBRICA

Partindo do pressuposto de que aprender e ensinar Álgebra requer o entendimento das bases dos conceitos essenciais, sobretudo, dos conhecimentos aritméticos (operações com números naturais, números racionais e números decimais com suas respectivas propriedades), dificuldades essas manifestas pelos alunos, sujeitos desta pesquisa, propomos o jogo orientado como possibilidade de superação das dificuldades de aprendizagem algébrica, em conformidade com as discussões teóricas empreendidas no subtópico 2.6, da seção 2.

Desse modo, antes de aplicarmos o Questionário (Pós-Teste), procuramos rever encaminhamentos, estratégias. Portanto, fizemos uma intervenção mediada pelo jogo orientado **Bingo de Operações com polinômios** com o compromisso de mudarmos essa realidade. Observamos, dessa maneira, o relevante papel do jogo nessa perspectiva da intencionalidade educativa no 8º ano do Ensino Fundamental, permitindo que os alunos aprendam de forma lúdico, no entanto, entendendo que o jogo não é conteúdo, mas sim, uma ferramenta metodológica. No entender de Starepravo (2009, p. 49):

> O jogo é, por natureza, uma atividade autotélica, ou seja, que não apresenta qualquer finalidade ou objetivo fora ou para além de si mesmo. Neste sentido, é puramente lúdico, pois as crianças precisam ter a oportunidade de jogar pelo simples prazer de jogar, ou seja, como um momento de diversão e não de estudo. Entretanto, enquanto as crianças se divertem jogando, o professor deve trabalhar observando como jogam. O jogo não deve ser escolhido ao acaso, mas fazer parte de um projeto de ensino do professor, que possui intencionalidade com essa atividade.

Como evidenciado no pensamento de Starepravo, os jogos educacionais matemáticos deverão ser elaborados e aplicados com a finalidade de auxiliar o professor no ensino dos conceitos matemáticos e da aquisição de habilidades a fim de que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático/algébrico dos alunos. Para reforçar esse entendimento, Gay (2010, p. 9), diz que se faz necessário "[...] definir tipos de jogos especificamente úteis ao processo ensino-aprendizagem, quanto à forma apresentada e quanto aos aspectos envolvidos em sua estrutura que determinam uma função para a sua utilização pedagógica”.

Portanto, os jogos devem exigir bastante atenção, concentração, sequência lógica para aprendizagem de conceitos matemáticos, com a finalidade de se chegar ao resultado exato com regras pré-estabelecidas.

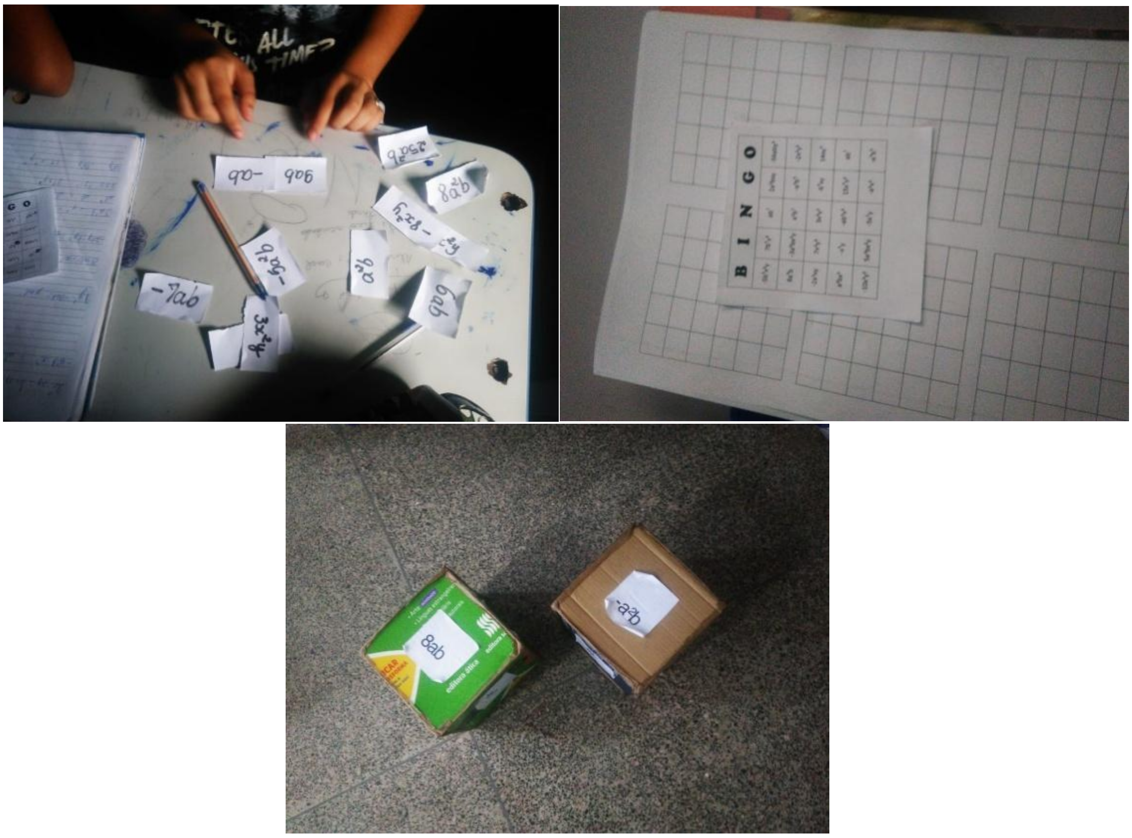
Feitas essas considerações, resolvemos confeccionar o jogo **Bingo de Operações com polinômios**. Para isso, com a ajuda e orientação que demos aos alunos, inicialmente, foram construídos dois cubos com suas faces contendo expressões polinomiais e também cartelas de bingo, essas contendo expressões polinomiais.

Desse modo, o jogo **Bingo de Operações com polinômios foi** aplicado no CETI – PEQUENA RUBIM, escola campo empírico desta pesquisa. Observamos que esse jogo prendeu a atenção dos alunos e ajudou na concentração, mesmo havendo em alguns momentos muito barulho, pelo próprio envolvimento e vibração característicos de quem participa dessa atividade.

Vale esclarecermos que esse jogo visa trabalhar as habilidades que dizem respeito a operações com polinômios. Os alunos foram organizados em duplas e, à cada dupla, foi entregue uma cartela contendo resultados das operações com polinômios. Além disso, providenciamos dois cubos com polinômios em cada uma de suas faces. Feito isso, definimos a operação antes do lançamento dos cubos. Em seguida, os dados foram lançados. Anunciamos aos alunos que efetuassem a operação e marcassem o polinômio resultante em sua cartela, caso esse valor constasse nessa cartela. O vencedor seria, portanto, quem completasse toda a cartela ou fizesse mais pontos dentro do tempo estipulado.

Sobre os materiais necessários, devemos ter: cartelas contendo números polinomiais, duas caixas de papelão de formato cúbica com polinômios em suas faces, caneta e caderno registro das operações, como mostrado na Figura 16.

Figura 16 – Confecção de materiais produzidos pelos alunos pesquisados

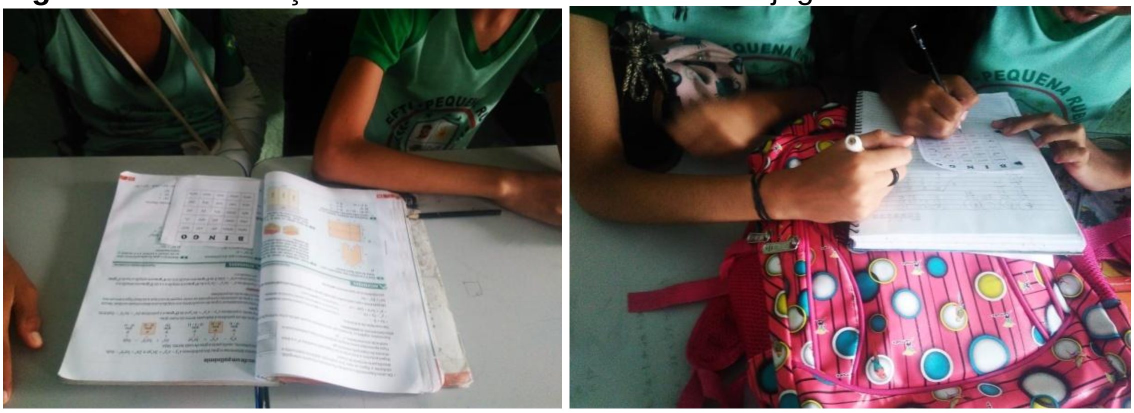


Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Assim, o tempo utilizado na aplicação e desenvolvimento do jogo foi de 100 minutos, incluindo as problematizações e mediações feitas pelo pesquisador acerca das operações com polinômios. Na verdade, podemos sintetizar esse tempo gasto em 3 etapas, assim distribuídas:

1° Etapa: Dividimos as duplas, explicamos sobre as regras do jogo e demos esclarecimentos às possíveis dúvidas;

Figura 17 – Orientações sobre o desenvolvimento do jogo

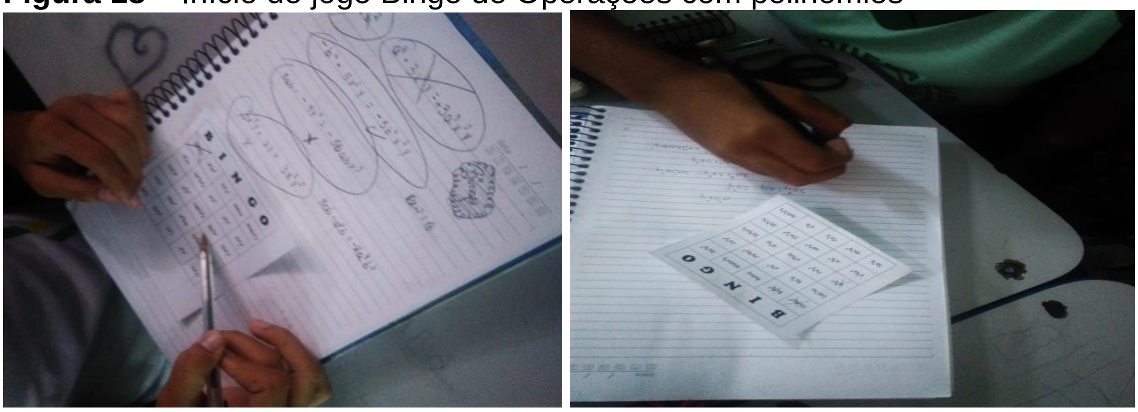


Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

2° Etapa: Demos início ao bingo, sorteando as operações a serem realizadas pelos alunos. Os orientamos a fazer os registros no caderno. Lançamos dois cubos para cima e que fosse feita a operação com os polinômios que estivessem em cada cubo com a face voltada para cima.

Desse modo, observamos as principais dúvidas, problematizamos e pedimos que registrassem as dúvidas para discussão posterior. Assim, ganharia a dupla de alunos que conseguisse completar toda a cartela ou fizesse mais pontos dentro do tempo estipulado. Desse modo, após cada rodada, discutimos sobre a realização das operações, reforçando regras e tirando dúvidas.

Figura 18 – Início do jogo Bingo de Operações com polinômios



Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

3° Etapa: Houve a problematização das operações a serem discutidas e resolvidas em dupla e, assim, criamos um momento de socialização das diferentes estratégias empregadas pelos alunos, com intervenção do professor para esclarecimento das dúvidas e, por último, houve uma avaliação em que solicitamos aos alunos que dessem seus depoimentos (registros escritos) sobre as potencialidades do jogo na aprendizagem da matemática.

Diante do exposto, eis os depoimentos apresentados pelos alunos:

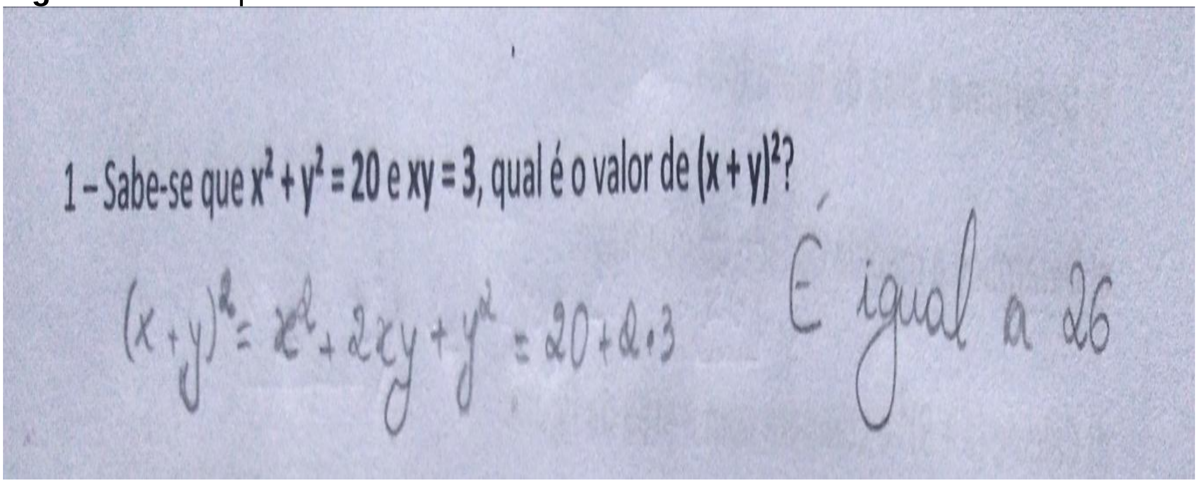
> Eu achei muito bom, pois aprendi a resolver questões que envolve monômios brincando, e ficou muito fácil somar e subtrair monômios semelhantes (ALUNO 1).
>
> Eu gostei, me diverti muito com o bingo de polinômios, com o jogo consegui me concentrar e resolver questões de monômios que não sabia, como adição e subtração de binômios (ALUNO 16).
>
> Eu adorei, o jogo me ajudou a fazer cálculos que eu não sabia, muitos alunos não entendem bem matemática, mas quando teve o bingo de operações com polinômios aprendi muito mais e isso fez com que eu aprendesse sobre monômios, binômios e polinômios e não esquecer mais. (ALUNO 3).
>
> O jogo foi bom porque a gente se diverte jogando, aprendemos a multiplicar polinômios por polinômios, comecei a raciocinar mais rápido para resolver as questões, foi divertido e com várias expressões, uma diferente da outra, antes do jogo eu não sabia nada de polinômios, agora não esqueço mais (ALUNO 15).
>
> Foi muito legal e interessante, aprendi a achar resultado de adição, subtração multiplicação e divisão de monômios (ALUNO 5).
>
> Eu gostei muito, aprendi muito com o jogo, a somar, a subtrair, a multiplicar e até dividir polinômio por monômio que eu tenho muita dificuldade em dividir, o professor ajudou muito nas orientações jogo, foi massa (ALUNO 6).
>
> Eu gostei muito, foi muito interessante, aprendi a resolver questões com polinômios mais fácil (ALUNO 7).

Em linhas gerais, fica evidenciado nos depoimentos dos alunos pesquisados que, dentre as potencialidades do jogo orientado enquanto recurso mediador da aprendizagem matemática, temos a capacidade de o jogo ajudar a desenvolver o raciocínio, a estimular a criatividade, a concentração e fazer com que o aluno se aproprie dos conceitos, pois eis aí um dos momentos em que o aluno aprende e se desenvolve.

Feita a avaliação das potencialidades do jogo orientado, na aprendizagem algébrica, é chegado o momento de analisarmos os dados produzidos a partir da aplicação do último Questionário (Pós-Teste), composto de 5 questões/situações-problema.

Sobre a Questão 1 (Figura 19), que trata dos produtos notáveis, todos os 20 alunos pesquisados atingiram as habilidades esperadas para essa situação-problema, atingindo, assim, 100% de acertos. A título de ilustração, temos a resolução apresentada pelo Aluno 1 (Figura 19). Esse fez o desenvolvimento do produto notável (expressão algébrica) de forma correta e, logo em seguida, apresentou as substituições necessárias, trocando letra por número (valor numérico) e, com isso, acertando a questão.

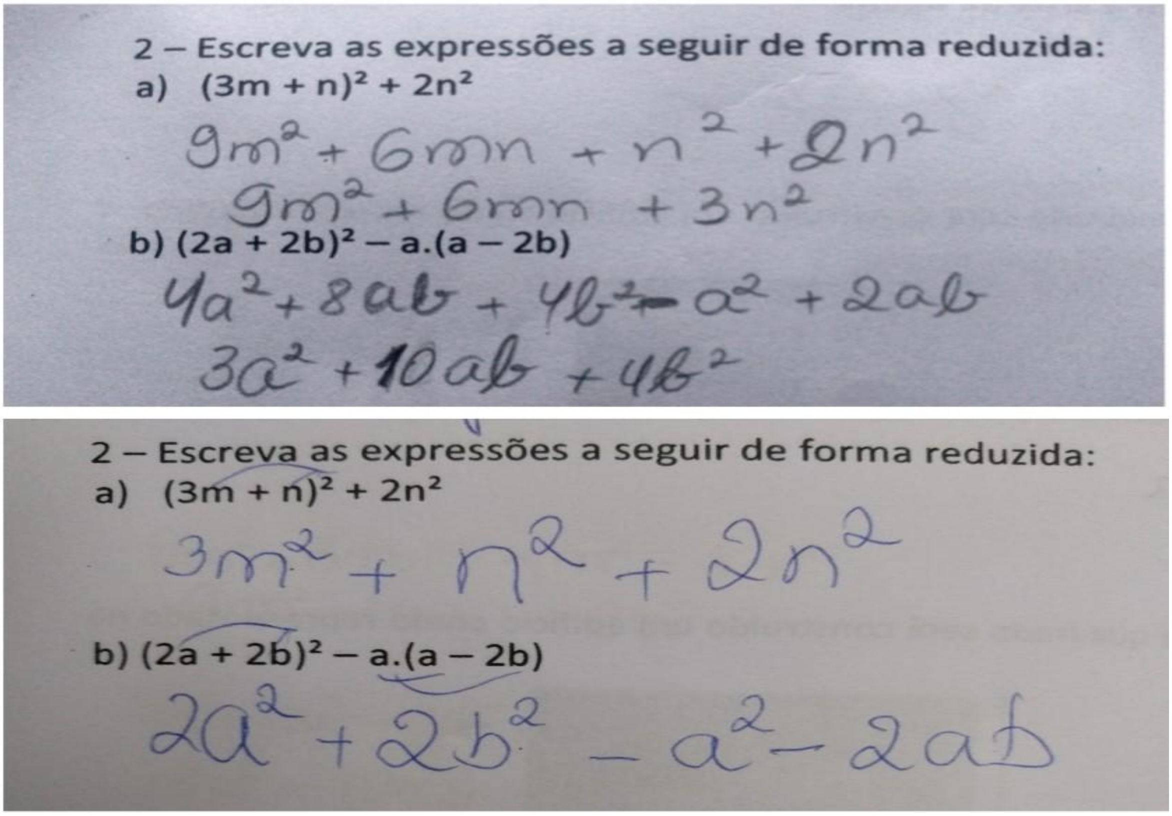
Figura 19 – Resposta do Aluno 1.



Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

No que tange à Questão 2 (Figura 20), abordamos também os conhecimentos sobre produtos notáveis, e ao analisarmos as respostas dessa questão, constatamos que dos 20 alunos investigados, somente 4 (20%) responderam a questão de forma errada em ambos as letras (A e B) ou apenas uma delas. Como mostra na Figura 20, o Aluno 16 errou ambas as letras da supracitada situação-problema.

Figura 20 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 16 e 13.



Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

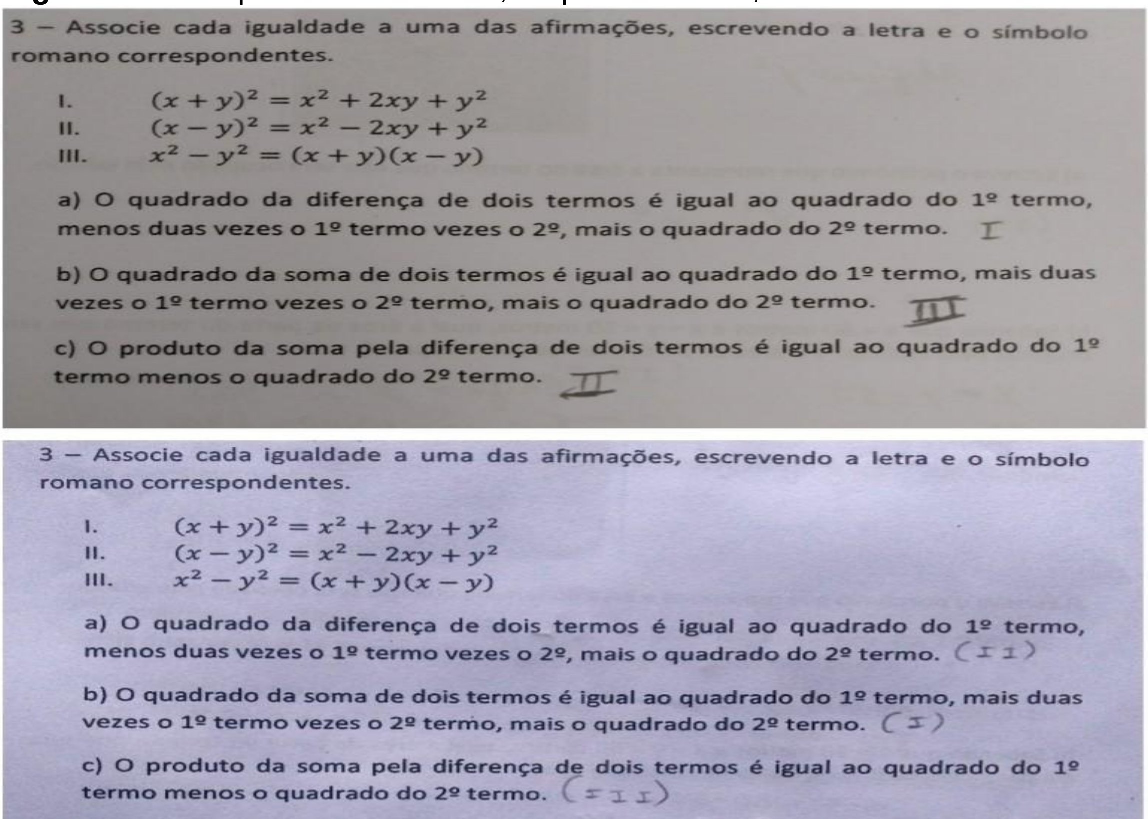
Compreendemos que, no momento do desenvolvimento da questão, este aluno por ainda não ter se apropriado desse conceito (produtos notáveis), cometeu equívoco, posto que distribuiu os expoentes apenas às variáveis que estão dentro dos parênteses, aplicando esse procedimento tanto na letra A quanto na letra B. Com um detalhe, na letra B ao aplicar a propriedade distributiva em um dos termos da expressão algébrica, fez a distribuição correta mas, não soube fazer a mudança de sinal de um dos termos: – 2ab ao invés de + 2ab.

Por sua vez, o Aluno 13 resolveu a questão de forma correta aplicando os conhecimentos sobre produtos notáveis. Para isso, aplicou os conhecimentos sobre a adição de termos semelhantes, chegando ao desenvolvimento da expressão algébrica nas letras A e B, fazendo com que não ocorressem erros. Assim, adicionou os termos semelhantes desenvolvendo de forma correta a expressão algébrica. O raciocínio do Aluno 13, no empreendimento da resolução dessa situação-problema, nos remete aos pensamentos de Pais (2006, p. 104), pois, para esse autor, a aprendizagem matemática não ocorrerá de forma significativa se o professor reduzir o ensino "[...] a uma simples memorização ou a um treinamento concebido sob a ótica da reprodução. A utilização educacional desses dispositivos está associada a uma efetiva compreensão do sentido das operações contidas na aplicação”.

Dessa forma, embora que situações-problemas envolvendo conceitos da Álgebra, se procure estabelecer procedimentos e relações numa forma simplificada, os procedimentos não deverão ser memorizados, mas, sim, associados à efetiva compreensão de significados e sentidos necessários.

Dando continuidade às análises, na Questão 3 (Figura 21), buscamos observar se os alunos saberiam identificar os casos de produtos notáveis corretamente. Dentre os 20 alunos que responderam o Questionário/Pós-Teste, apenas o Aluno 12 não conseguiu associar corretamente os itens I, II e III às suas respectivas letras: A, B e C. Concluímos que esse aluno não sabia o que estava respondendo (associando). Por conta disso, errou a questão. Sobre os demais alunos, os quais associaram corretamente os itens I, II e III às suas letras correspondentes: A, B e C, trouxemos a solução apresentada, nessa mesma figura, do Aluno 4.

Figura 21 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 20 e 17.



3 – Associe cada igualdade a uma das afirmações, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

I. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
II. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
III. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

a) O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, menos duas vezes o 1º termo vezes o 2º, mais o quadrado do 2º termo. I

b) O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, mais duas vezes o 1º termo vezes o 2º termo, mais o quadrado do 2º termo. III

c) O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo menos o quadrado do 2º termo. II

3 – Associe cada igualdade a uma das afirmações, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

I. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
II. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
III. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

a) O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, menos duas vezes o 1º termo vezes o 2º, mais o quadrado do 2º termo. (II)

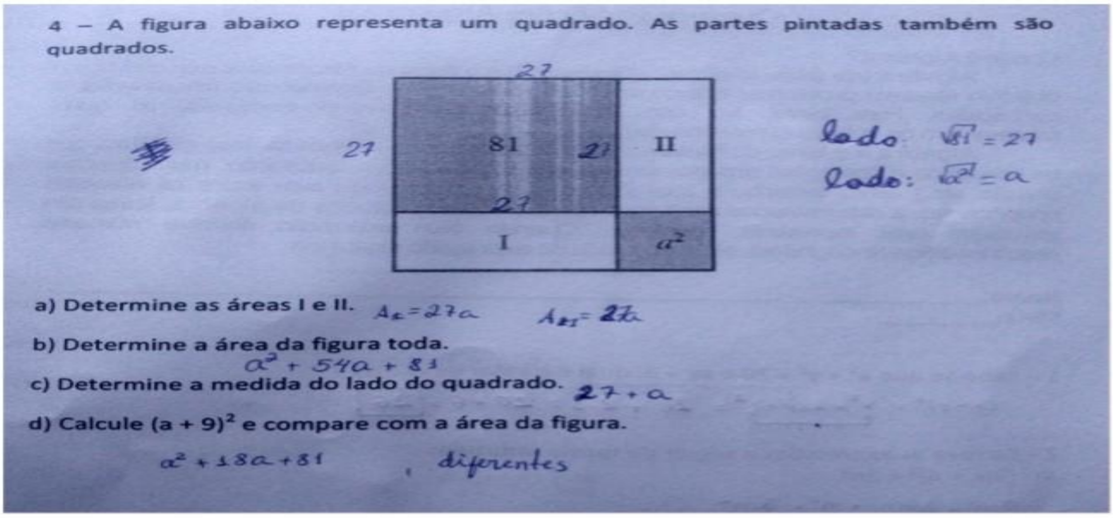
b) O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, mais duas vezes o 1º termo vezes o 2º termo, mais o quadrado do 2º termo. (I)

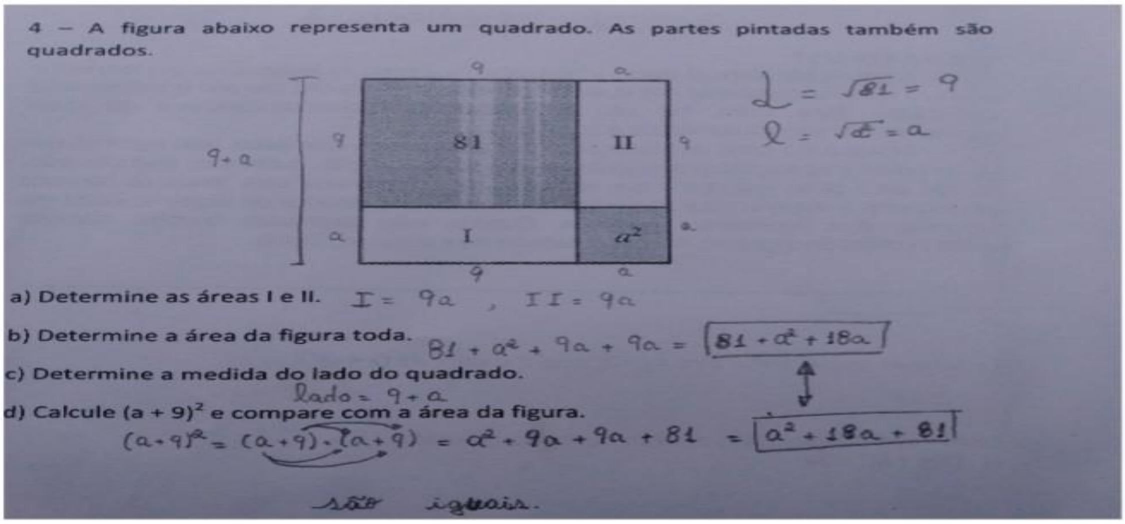
c) O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo menos o quadrado do 2º termo. (III)

Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Acerca da Questão 4 (Figura 22), do universo pesquisado, 7 alunos (35%) erraram a questão, dentre eles, o Aluno 2, cuja resposta é apresentada nessa mesma figura. Nas nossas análises, ficou evidenciada a não apropriação dos conhecimentos algébricos. Esse aluno cometeu equivoco ao acreditar que, os lados dos quadrados de áreas 81 e a^2, são exatamente as raízes quadradas que os mesmos encontraram dessas áreas e que o lado do quadrado maior é a soma dos lados dos quadrados menores.

Figura 22 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 2 e 4**.**



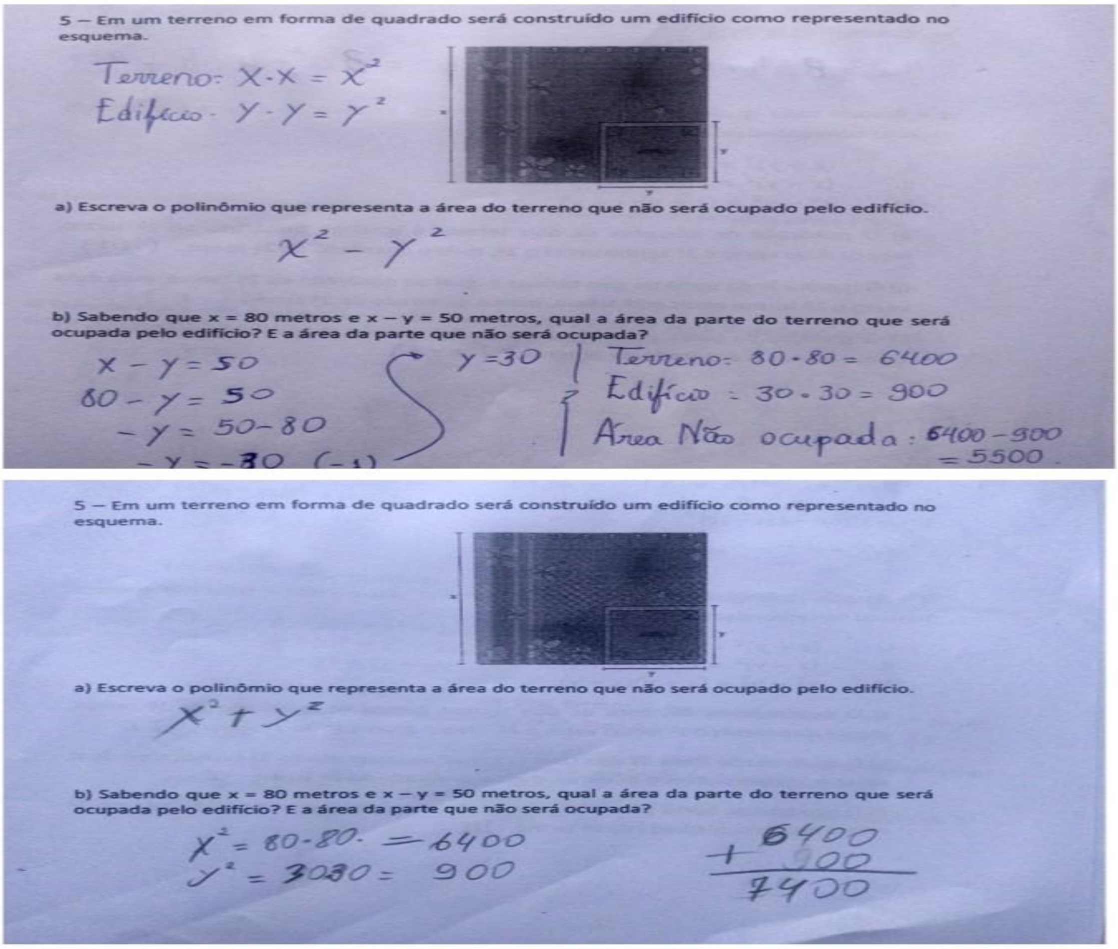


Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Isto posto, os demais alunos, ou seja, 13 alunos (65%) responderam corretamente todos as letras da questão. Como exemplo, temos o Aluno 4 que soube reconhecer que as raízes quadradas encontradas, são os lados dos quadrados de áreas 81 e a^2. Assim, conseguiu determinar o lado quadrado maior (toda figura), e respondeu corretamente a letra D, desenvolvendo o produto notável e estabelecendo comparação com a área de toda figura (letra B), o que o levou a chegar a uma igualdade. Dessa forma, esse aluno e os demais que logram êxito nessa questão, como postulado nos PCN/Matemática (BRASIL, 1997, p. 37), atingiram um dos objetivos da matemática no Ensino Fundamental ao resolver uma situação-problema, "[...] sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos".

Finalmente, a Questão 5 (Figura 23) que teve como objetivo observar se os alunos saberiam obter uma generalização (expressão algébrica) para a situação-problema proposta na questão, fazendo uso de incógnitas, processo fundamental para escrever matematicamente uma regra e determinar o valor numérico das medidas do terreno.

Figura 23 – Respostas dos Alunos, respectivamente, 6 e 5.


5 – Em um terreno em forma de quadrado será construído um edifício como representado no esquema.

Terreno: $x \cdot x = x^2$
Edifício: $y \cdot y = y^2$

a) Escreva o polinômio que representa a área do terreno que não será ocupado pelo edifício.

$x^2 - y^2$

b) Sabendo que x = 80 metros e x – y = 50 metros, qual a área da parte do terreno que será ocupada pelo edifício? E a área da parte que não será ocupada?

$x - y = 50$
$80 - y = 50$
$-y = 50 - 80$
$-y = -30 \quad (-1)$
$y = 30$
Terreno: $80 \cdot 80 = 6400$
Edifício: $30 \cdot 30 = 900$
Área Não ocupada: $6400 - 900 = 5500$

5 – Em um terreno em forma de quadrado será construído um edifício como representado no esquema.

a) Escreva o polinômio que representa a área do terreno que não será ocupado pelo edifício.

$x^2 + y^2$

b) Sabendo que x = 80 metros e x – y = 50 metros, qual a área da parte do terreno que será ocupada pelo edifício? E a área da parte que não será ocupada?

$x^2 = 80 \cdot 80 = 6400$
$y^2 = 30 \cdot 30 = 900$
$6400 + 900 = 7400$

Fonte: Dados provenientes da pesquisa de campo (2019)

Assim, como resultado dos dados analisados, concluímos que a maioria dos alunos, especificamente, 14 alunos (70%), soube resolver a questão corretamente, acertando as letras A e B. Portanto, esses alunos encontraram a expressão algébrica correta, pois fizeram a substituição dos valores numéricos pedidos na questão. Como exemplo, temos o Aluno 6 que determinou corretamente as áreas exigidas no enunciado para escrita da expressão algébrica que representa a área que não será ocupada pelo edifício e, posteriormente, na letra B o valor da área ocupada pelo edifício e a área não ocupada pelo edifício. Notamos, portanto, que alguns deles (30%) não conseguiram expor corretamente uma fórmula para generalizar a medida do terreno ocupado pelo prédio. Consequentemente, não conseguiram determinar corretamente a área desejada.

A fim de ilustrar essa problemática, trouxemos a solução do Aluno 5, que soube determinar a área do terreno maior e a área do edifício, mas no momento de escrever a expressão algébrica que determina a área onde o edifício não ocuparia, ele errou, ou seja, ele somou ao invés de subtrair.

Diante dos comentários postos neste eixo de análise, apresentamos a Tabela 3 com a síntese do desempenho dos 20 alunos investigados no Questionário (Pós-Teste) por questão.

A Tabela 3 mostra o desempenho dos 20 alunos avaliados na atividade do pré-teste, em cada uma das questões. (Legenda: C - Questão Certa, E - Questão Errada).

Tabela 3 – Erros e Acertos cometidos na atividade

Alunos	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Aluno 1	C	C	C	C	C
Aluno 2	C	C	C	E	C
Aluno 3	C	C	C	C	C
Aluno 4	C	C	C	C	C
Aluno 5	C	C	C	E	E
Aluno 6	C	C	C	E	C
Aluno 7	C	C	C	C	C
Aluno 8	C	C	C	C	C
Aluno 9	C	E	C	E	E
Aluno 10	C	C	C	C	E
Aluno 11	C	C	C	C	E
Aluno 12	C	E	C	C	C
Aluno 13	C	C	C	E	C
Aluno 14	C	C	C	C	C
Aluno 15	C	C	C	E	E
Aluno 16	C	E	C	C	E
Aluno 17	C	C	C	E	C
Aluno 18	C	C	C	C	C
Aluno 19	C	E	C	C	C
Aluno 20	C	C	E	C	C

Fonte: Tabela Elaborada pelo Autor

Com o objetivo de analisar tais erros e sugerir estratégias de ensino para superar dificuldades recorrentes, buscamos fazer uso da aplicação de jogos envolvendo conhecimentos algébricos, na perspectiva defendida neste estudo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As minhas experiências e vivências na Educação Básica, de modo particular nos anos finais do Ensino Fundamental, me motivaram a querer realizar esta pesquisa que teve como objetivo central evidenciar as dificuldades encontradas por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra.

Isto posto, este estudo foi relevante, pois, possibilitou a produção de significados e de reflexões acerca da nossa prática pedagógica. Em outras palavras, nos fez repensar sobre a organização do ensino de Álgebra. Nos levou, assim, à conscientização de que cabe a nós, professores, buscar e ampliar cada vez mais nossos conhecimentos, analisando continuamente os erros cometidos pelos alunos em sala de aula.

Nessas condições, devemos analisar as causas que levam os alunos a não se apropriarem dos conceitos matemáticos, a cometerem erros, a fim de que possamos proporcionar formas e estratégias diferenciadas e com potencialidades de mediar a aprendizagem. Foi partindo desse entendimento, que levantamos o problema de pesquisa: Quais as dificuldades encontradas por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular, suas causas e implicações, no que tange à aprendizagem de conceitos e procedimentos necessários ao estudo da Álgebra?

Assim, na busca de respostas a esse problema de pesquisa, nos atentamos ao objetivo geral, atendendo aos objetivos específicos: reconhecer as possíveis dificuldades de aprendizagem de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental regular em relação à Álgebra; identificar as causas e implicações dessas possíveis dificuldades de aprendizagem dos alunos envolvendo a Álgebra; refletir e analisar as implicações resultantes dessas dificuldades de aprendizagem; e, propor estratégias metodológicas como possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem de conceitos algébricos.

Nessas condições, para atingirmos esses objetivos, *a priori*, aplicamos os Questionários: Pré-Teste, Teste e Pós-Teste, com o objetivo de reconhecermos alguns indícios das dificuldades de aprendizagem algébrica por parte dos alunos investigados e, assim, repensar na organização do ensino. Dentre esses indícios está a não apropriação dos conceitos aritméticos. Ao resolver situações-problema com relações que envolvem as operações aritméticas (números naturais, racionais e decimais), constatamos que as dificuldades dos alunos não são tanto de álgebra propriamente dita mas, da falta de embasamento e apropriação da Aritmética. Além disso, há a problemática da interpretação de problemas. Isso implica na não objetivação de transcrever um problema em sua linguagem algébrica.

É oportuno relembrar que as reflexões e a dialogicidade travadas durante o desenvolvimento das ações desta pesquisa nos impeliram avaliar o aprendizado do aluno – condição primordial para analisar suas dificuldades de aprendizagem algébrica, a fim de que os mesmos erros não fossem cometidos novamente. Ficou evidenciado que parte dessas dificuldades em resolver situações-problema envolvendo conceitos algébricos tem origem na dificuldade dos alunos entrarem em movimento didático, em movimento de produção de significados e de sentidos. Na verdade, não somente os alunos, mas, também o professor.

A esse respeito, como afirmam Guérios e Medeiros Junior (2016, p. 228):

> As dificuldades percebidas inviabilizam a potencialidade didática da resolução de problemas como estratégia para o ensinar e para o aprender. Uma contradição evidente é o professor defender que problemas propiciam ao aluno o pensar autônomo, mas, na prática, priorizar exercícios de aplicação direta de algoritmos.

Assim compreendido, há a necessidade formativa por parte dos professores dos anos anteriores do Ensino Fundamental no sentido de que repensem suas práticas pedagógicas, vivenciando novas estratégias metodológicas ou mesmo repensando as suas estratégias metodológicas, a exemplo do jogo. Esse deve ser orientado, intencional, planejado e não simplesmente um jogo de aplicação. Esta pesquisa nos mostrou que, nessa perspectiva, o jogo "Bingo de Operações com polinômios" possibilitou aos alunos aprenderem de forma lúdica, porém, cientes de que o jogo não é conteúdo, mas sim, uma ferramenta metodológica, mediadora da aprendizagem.

Diante dessas considerações, como professor e pesquisador, fui levado a desenvolver este trabalho junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da UESPI, pela necessidade de conhecer mais profundamente as necessidades e dificuldades de aprendizagem algébrica dos alunos investigados neste estudo. Agora, o seu término, mesmo sabendo da sua incompletude nos motiva a querer desenvolver uma nova atitude que continua sendo a de refletir e criticar a nossa própria prática pedagógica, vendo novas possibilidades de estratégias para a organização do ensino, não mais só em Álgebra, mas na matemática do Ensino Médio também. Nesse sentido, sabemos do grande desafio daqui para frente: encontrar respostas para novos problemas de pesquisa a partir do que conseguimos produzir. (In)concluir esta investigação é dar um sentido de começar.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, N. A. de. **O professor em atividade de aprendizagem de conceitos matemáticos**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2015.

ARAÚJO, J. de L.; BORBA, M. de C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: ARAÚJO, J. de L.; BORBA, M. de C. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental**: uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático. São Paulo, 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

AGUIAR, M.; COELHO, F. U. **A história da álgebra e o pensamento algébrico:** correlações com o ensino.

BAUMGART, J. K. **Álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 112p. (Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula, v. 4).

BICUDO, M A.V. **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: EDNESP,1999.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual,1995.

BORIN, J. **Jogo e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de Matemática. CAEM – IME/USP, 2007.

BORGES. M. F.; SANTOS, C. A. O. Evolução da simbologia algébrica: Um passeio pela história evolutiva do pensar matemático humano. **Revista Realize**. Disponível em:http://editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/0c3d4ab019fbd17a8287b8cffe8ae4ec.pdf. Acesso em: 18 maio 2019.

BRENELLI, R.P. **O jogo como espaço para pensar:** a construção de noções lógicas e aritméticas. Campinas: Papirus, 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Versão final da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf. Acesso em: 12 abr. 2019.

BRASIL. **Manual de Apresentação do Pacto de Alfabetização na Idade** Certa – PNAIC. Brasília: MEC/SEF, 2014.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais**. Resolução CNE/CP nº 1, de 15/12/2006 para os cursos de Pedagogia. Brasília: MEC, 2006.

BROLEZZI, A. C. **Um pouco da História da Álgebra**. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~brolezzi. Acesso em: 2 jun. 2019.

BRUM, L. D. **Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do ensino fundamental em conteúdos de álgebra.** Dissertação de Mestrado. Centro Universitário Franciscano. Santa Maria, 2013.

CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens**. Lisboa: Portugal, 1990.

DESLADES, S. F. **Pesquisa Social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. 3. Ed. Petrópolis: vozes, 2010

DROUET, R. C. da R. **Distúrbios da aprendizagem**. São Paulo: Ática, 1995.

EIDT, N. M.; DUARTE, N. Contribuições da teoria da atividade para o debate sobre a natureza da atividade de ensino escolar. **Revista da Psicologia da Educação**. São Paulo, 24, 1º sem. de 2007, pp. 51-72. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S141469752007000100005. Acesso em 20 jul. 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** saberes Necessários à Prática Educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GAY, V. R. **Jogos Matemáticos**: uma alternativa para o ensino de Matemática da 7ª Série do Ensino Fundamental. 2010.

GUÉRIOS, E.; MEDEIROS JUNIOR, R. J. Resolução de problema e matemática no Ensino Fundamental: uma perspectiva didática. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Orgs.). **Ensinar e aprender matemática**: possibilidades para a prática educativa. Ponta Grossa: Ed. UEPG, 2016. p. 209-231.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa**:** tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física. Porto Alegre, 2008.

GRANDO, R.C. **O Conhecimento Matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. São Paulo: UNICAMP, 2000.

HEFEZ, A. **Aritmética**, Coleção PROFMAT, SBM, 2016.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas e Álgebra e Aritmética para o Século XXI**. Campinas-SP: Papirus, 2005.

LIMA, J. R. de C.; BIANCHINI, B. L. **A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Comum Curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental.** Ver. Prod. Disc. Educ. Matem., São Paulo. v. 6, n.1, p. 197-208, 2017.

LIMA, J. L. O.; MANINI, M. P. Metodologia para Análise de Conteúdo Qualitativa integrada à técnica de Mapas Mentais com o uso dos softwares Nvivo e FreeMind. **Informação & Informação**, v. 21, n. 3, p. 63-100, 2016. Disponível em: ttp://www.uel.br/revistas/uel/index.php/informacao/article/view/23879. Acesso em: 30 jul. 2019.

LOPES, A. R. L. V.; BOROWSKY, H. G.; BINSFELD, C. D. O jogo como orientador da prática pedagógica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Cad. Pesq**., São Luis, v. 24, n. especial, set./dez. 2017.

MALDANER, A. **Educação Matemática**: fundamentos teórico-práticos para professores dos anos iniciais. Porto Alegre: Mediação, 2011.

MELARA, R. O. **Ensino de Equações do 1º grau com significação**: Uma experiência Prática no ensino Fundamental. 2008. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2457-8.pdf. Acesso em: 5 ago. 2019

MENEZES, A. P. de A. B. **Contrato Didático e Transposição Didática**: Inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à Álgebra na 6ª Série do Ensino

Fundamental**.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

MILIES, C, P. **Breve História da Álgebra Abstrata.** Disponível em: http://www.bienasbm.ufba.br/M18.pdf. Acesso em: 10 maio 2019.

MINAYO, M. C. S. **O desafio do conhecimento**. São Paulo: Hucitec, 2010.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Cengage Learning, 2001. p. 143-162.

MUNIZ, C. A. Mediação e Conhecimento Matemático. In: TACCA, M. C. V. R. (Org). **Aprendizagem e Trabalho Pedagógico**. Campinas, SP: Alínea, 2008, p. 149-166.

PARRA, C. SAIZ, I. **Didática da matemática:** reflexões psicopedagogia. Porto Alegre: Artmed (Artes Médicas), 1996.

PAIS, L. C. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PEREIRA, C. O.; PASESNY, H. do A.; OLIVEIRA, M. F.; GARCIA, N. C.; SOUZA, R. Vi. Prática de Iniciação à Docencia na Região Sul: Enfoque, Avaliação e Perspectivas. **Bingo dos Polinômios,** 2017.

PINHEIRO, P. A. **Introdução ao Estudo da Álgebra no Ensino Fundamental;** Dissertação de Mestrado. PROFMAT da Universidade de São Carlos, 2013.

PONTE, J. P. da; CERCA, R. **Desenvolvendo o raciocínio relacional nos alunos dos primeiros anos.** In: SILVA, A. C. da; DINIZ, E. C. C.; MACIEL, V. B. (orgs). Formação do professor e os diálogos necessários para ensinar e aprender matemática. Cuiabá: EdUFMT, Editora Sustentável, 2017, p. 17 – 38.

RÊGO, R.G.; RÊGO, R. M. **Matemática ativa**. João Pessoa: Universitária/UFPB, INEP, Comped: 2000.

ROCHA, B. F. **A contextualização matemática**: um caminho para o sucesso no processo de ensino-aprendizagem. Monografia (Graduação em Matemática) – Faculdade de Pará de Minas (Fapam), Pará de Minas, 2013. Disponível em: http://fapam.web797.kinghadminost.net//monografiasnupe/arquivos/31032014220328Monografia_Bianca_Ferreira_Rocha_-.pdf. Acesso em: 28 jul. 2019.

SÔNIA, P. C.; FUSCO, C. A. da S. Um Pouco da Teoria dos Números: Da Antiguidade Até os Dias Atuais. **Revista PUC-SP**, 2014. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/21712. Acesso em: 2 abr. 2019.

SCHNEIDER, A. **A Aprendizagem da Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

STAREPRAVO, A. R. **Jogando com a Matemática:** números e operações. Curitiba: Aymará, 2009.

TELES, R. A. M. A aritmética e a álgebra na matemática escolar**.** In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 8, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM – Minicurso GT 2 – Educação Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental. Recife, UFPE. 11 p.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C., Uma Reflexão Sobre as Dificuldades dos Alunos que se Iniciam no estudo da Álgebra. **Revista da Educação Matemática da UFOP**. v. 1, 2011.

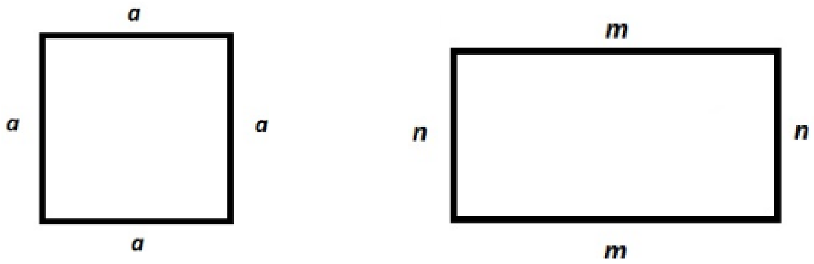
ANEXO A – Questionário (Pré-Teste) sobre conceitos algébricos

Nome:____

Série:____

Data: _____/______/______

1 – Dadas as figuras abaixo, determine:



a) A expressão que determina o perímetro de cada uma delas:

b) Conhecendo os lados do quadrado determine seu perímetro

$I)\ a = 4{,}3cm$

$II)\ a = 5cm$

c) Conhecendo os lados do retângulo determine seu perímetro:

$I)\ m = 6cm\ \ e\ \ n = 4cm$

$II)\ m = 10cm\ \ e\ \ n = 7{,}5cm$

2 - A variável ***m*** representa o preço de uma maçã e a variável ***p*** o preço de uma pera. Sueli comprou 7 maçãs e 3 peras.

a) Qual é a expressão algébrica que representa o preço pago por Sueli?

b) Quanto Sueli gastou, se cada maçã custou R$1,50 e cada pera, R$1,70?

3 – Associe as frases às equações.

a) O triplo de um número mais 5 é igual a 7. (____)

b) O dobro de um número menos a quarta parte de outro é igual a 7. (_____)

c) A soma de um número com seus três sétimos é igual a 7. (_____)

I. $x + \frac{3}{7}x = 7$

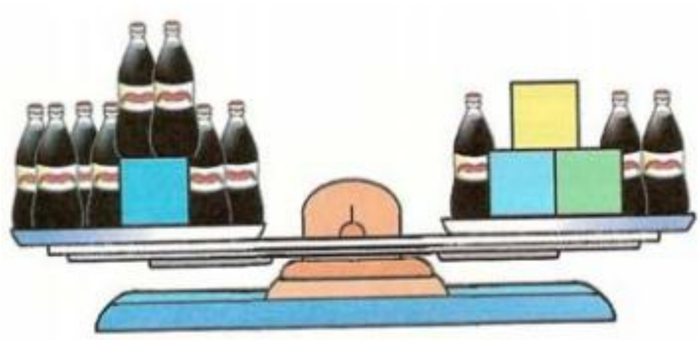
II. $3x + 5 = 7$

III. $2x - \frac{y}{4} = 7$

4 – Complete a tabela corretamente, como exemplo:

EQUAÇÃO	INCÓGNITA(S)	1º MEMBRO	2º MEMBRO
$3x + 2 = 5y - 7$	**x, y**	**$3x + 2$**	**$5y - 7$**
$t^2 - 1 = 7t + 2$			
$m + 2n = 5 - 4m$			
$10a - 3 = 7a$			
$4p - 3 = q + 1$			

5 – Todas as garrafas têm o mesmo peso e cada caixa pesa 2kg. Quanto pesa cada garrafa? (Considere que as balanças estão em equilíbrio.)



ANEXO B – Questionário (Teste) sobre conceitos algébricos

Nome:____

Série:____

Data: _____/______/_______

1 – Se A = 2x + 4y + 5, B = 2x + 2y - 3 e C = + 4x – y + 4, então o valor de A – B + C é igual a:

2 – Reduzindo-se os termos semelhantes da expressão

$$\boxed{-4x^2y^3 + xy^2 + 6x^2y^3 - \frac{1}{4}xy^2 - 2x2y^3}$$

obtém-se:(Deixe os cálculos)

$a)\ \frac{3}{4}\ xy^2$

$b)\ 3xy^2$

$c)\ 2x^2y^3 + \frac{3}{4}xy^2$

$d)\ 2x^2y^3 - 3xy^2$

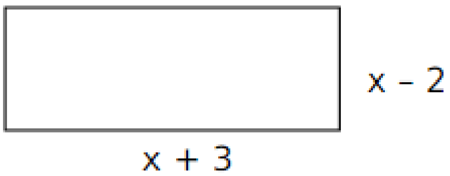
3 – Para um campeonato de futebol, o professor de Educação Física formou 15 times, colocando uma quantidade x de alunos para cada time. Após ter feito a divisão dos times, o professor escolheu 6 alunos para serem ajudantes durante o campeonato. Encontre a expressão algébrica que representa a quantidade de alunos que jogarão no campeonato. Depois, considerando o valor de x como sendo 11, calcule a quantidade total de alunos e a quantidade de alunos que participarão como jogadores no campeonato.

4 – Simplificando a expressão: $\frac{ax\text{-}ay}{x(x\text{-}y)\text{-}y(x\text{-}y)}$.

5 – Resolva os problemas utilizando equações do 1° grau:

a) Paulo tem 20 figurinhas a mais que Jonas os dois juntos tem 60 figurinhas. Quantas figurinhas tem cada um?

b) Determine o valor de cada lado do retângulo abaixo sabendo que seu perímetro é igual a 30.



ANEXO C – Questionário (Pós-Teste) sobre conceitos algébricos

Nome:____

Série:____

Data: _____/______/_______

1 – Sabe-se que $\mathbf{x^2 + y^2 = 20}$ e $\mathbf{xy = 3}$, qual é o valor de $\mathbf{(x + y)^2}$?

2 – Escreva as expressões a seguir de forma reduzida:

a) $\mathbf{(3m + n)^2 + 2n^2}$

b) $\mathbf{(2a + 2b)^2 – a.(a – 2b)}$

3 – Associe cada igualdade a uma das afirmações, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

I. $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

II. $(x\text{-}y)^2 = x^2\text{-}2xy + y^2$

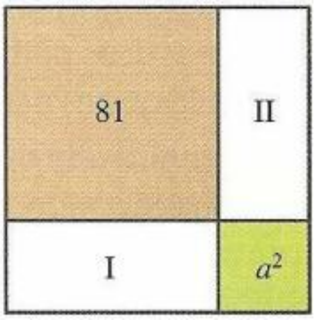
III. $x^2\text{-}y^2 = (x + y)(x\text{-}y)$

a) O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, menos duas vezes o 1º termo vezes o 2º, mais o quadrado do 2º termo.

b) O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, mais duas vezes o 1º termo vezes o 2º termo, mais o quadrado do 2º termo.

c) O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo menos o quadrado do 2º termo.

4 – A figura abaixo representa um quadrado. As partes pintadas também são quadrados.



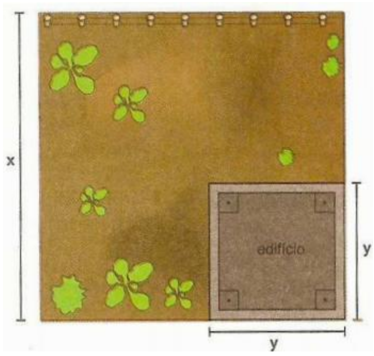
a) Determine as áreas I e II.

b) Determine a área da figura toda.

c) Determine a medida do lado do quadrado.

d) Calcule $(a + 9)^2$ e compare com a área da figura.

5 – Em um terreno em forma de quadrado será construído um edifício como representado no esquema.



a) Escreva o polinômio que representa a área do terreno que não será ocupado pelo edifício.

b) Sabendo que x = 80 metros e x – y = 50 metros, qual a área da parte do terreno que será ocupada pelo edifício? E a área da parte que não será ocupada?