



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Márcio Pereira Barbosa

**Recursos tecnológicos como ferramentas didáticas no processo
ensino – aprendizagem de função quadrática**

Rio de Janeiro

2016

Márcio Pereira Barbosa

**Recursos tecnológicos como ferramentas didáticas no processo ensino –
aprendizagem de função quadrática**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientadora: Prof.^a Dra. Jeanne Denise Bezerra de Barros

Rio de Janeiro

2016

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

B238 Barbosa, Márcio Pereira.
Recursos tecnológicos como ferramentas didáticas no
processo ensino-aprendizagem de função quadrática / Márcio
Pereira Barbosa. - 2016.
f. : il.
Orientadora: Jeanne Denise Bezerra de Barros.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de
Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística

1. Ensino auxiliado por computador. 2. Tecnologia
educacional – Teses. 2. Funções – Matemática – Teses. I.
Barros, Jeanne Denise Bezerra de. II. Universidade do Estado do
Rio de Janeiro. Nome do Instituto. III. Título.

CDU 514.07

Autorizo para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta
dissertação, desde que citada a fonte

Assinatura

Data

Márcio Pereira Barbosa

**Recursos tecnológicos como ferramentas didáticas no processo ensino –
aprendizagem de função quadrática**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 26 de agosto de 2016.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Jeanne Denise Bezerra de Barros (Orientadora)
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.^a Dra. Margareth da Silva Alves
Universidade Federal de Viçosa - UFV

Rio de Janeiro

2016

DEDICATÓRIA

Aos meus filhos Julia, Sofia e Lucas.

AGRADECIMENTOS

À Professora Jeanne, que sempre esteve disposta a ajudar, não medindo esforços para tal, independente do momento atribulado pela qual a universidade vem passando..

Aos professores do PROFMAT por toda a base adquirida durante as aulas.

À amiga e professora Aline Letícia Lopez Ramos Iulianelli que me ajudou de forma substancial no que diz respeito à língua inglesa.

Ao colega de profissão e amigo Marcio Alle que colaborou com ideias e dicas importantes para a realização deste trabalho

Aos professores que me inspiraram em minha vida profissional, especialmente aqueles com os quais convivi no período de graduação, pois são os principais responsáveis por estar cumprindo mais essa etapa da vida.

À bolsa de estudos fornecida pelo Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que contribuiu e muito para a minha formação.

Aos colegas da turma de Mestrado, em especial, Darlan, Silvia, Leandro, Ricardo, Quinelato e Jocemar, que me enriqueceram como ser humano, como educador e me apoiaram em diversos momentos difíceis durante o curso.

Aos alunos das turmas 1001, 1002 e 1007 (2015) do colégio Estadual Central do Brasil, pela dedicação e comprometimento, por terem contribuído de forma significativa para o sucesso desse trabalho.

Aos meus filhos, minhas principais fontes de inspiração.

Aos meus amigos, esposa e familiares, por compreenderem minha ausência.

Aos meus pais, que sempre me incentivaram nos estudos através de suas histórias e conselhos, os quais, graças a eles, sou o que sou.

A Deus.

Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.

Lobachevsky

RESUMO

BARBOSA, M. Recursos tecnológicos como ferramentas didáticas no processo ensino – aprendizagem de Função Quadrática, 2016, 86 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

O presente trabalho tem como objetivo propor uma sequência de atividades utilizando *Power Point* e o programa GeoGebra como ferramentas de aprimoramento no ensino dos conceitos que envolvem Função Polinomial do 2º Grau, considerando todo o contexto de atividades envolvendo Informática Educativa. Foi escolhido o programa GeoGebra, por ser gratuito e totalmente traduzido para a Língua Portuguesa, cuja interface é simples, contendo botões/comandos, na maioria, auto-explicativos. As atividades propostas foram aplicadas em três turmas do 1º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Central do Brasil. Em um primeiro momento, as atividades foram realizadas em sala de aula, respeitando os métodos tradicionais, ou seja, aula expositiva no quadro e resolução de exercícios do livro didático adotado na escola. A segunda etapa de atividades aconteceu no laboratório de informática da mesma unidade de ensino, onde foi possível, com o auxílio do *Power Point* e do *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra, detalhar uma situação problema relacionada à Função Polinomial do 2º Grau. Em ambas as etapas (1ª e 2ª) foram aplicadas questionários objetivos para análise da compreensão dos conceitos envolvendo o tema em questão. Tais procedimentos deram sustentação aos resultados obtidos de que as atividades desenvolvidas, no contexto apresentado, facilitam o desempenho e a compreensão da função quadrática, nos levando a concluir, portanto, que a utilização do *Power Point* e do GeoGebra, assim como a utilização de recursos multimídia nas aulas de Matemática, despertaram o interesse dos alunos quanto à disciplina, motivando-os à busca de novos conhecimentos, além de facilitar o entendimento do assunto, tendo como principais aliados o dinamismo e o fator visual, pois é possível construir e analisar várias possibilidades em um pequeno espaço de tempo.

Palavras-chave: Informática Educativa. Função Quadrática. Recursos Tecnológicos.

ABSTRACT

BARBOSA, M. Technology Resources as didactic tools on the teaching process – Quadratic function learning, 2016, 86 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

This paper aims to propose a sequence of activities using the Power Point and GeoGebra program as a tool of teaching development of the concept that involves Polynomial Function of the second degree, considering all the context of activities involving Educative Technology. The program GeoGebra was chosen since it is free and totally translated to Portuguese. Its interface is simple, and there are just few commands, which are mostly self – explanatory. The proposal activities were applied on three classes from the first to the third year of the High School, Colégio Estadual Central do Brasil. At the first moment, the activities have happened in the classroom as the traditional method asks to, as using the board and book exercises resolution at school. At the second moment, the activities have happened in the technology lab of the same school, where it was possible with the *Power Point* and the GeoGebra Dynamic Geometry *software* help, to detail a problem situation related with the Polynomial Function of the second degree. In both moments, questions were applied in order to evaluate the understanding of concepts related to the theme. These procedures supported the obtained results of the developed activities, at this context, they facilitate the performance and the quadratic function, helping us to conclude that the using of the *Power Point*, GeoGebra, and also the multimedia resources at the math classes can provoke the students curiosities about the subject and also motivate them to search new knowledge. In addition the systems facilitate the understanding because of its visual factor, dynamism, which permits the user to build and analyse better many possibilities in a few time.

Keywords: Educative Technology. Quadratic Function. Technology Resources.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 2.....	35
Figura 2 –	Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 6.....	36
Figura 3 –	Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 7.....	36
Figura 4 –	Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 5.....	39
Figura 5 –	Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 6.....	48
Figura 6 –	Resposta dada por um(a) aluno(a) nos itens da questão 2 do teste.....	52
Figura 7 –	Justificativas de um(a) aluno(a) sobre os sinais atribuídos aos coeficientes “a”, “b” e “c”.....	54
Figura 8 –	<i>Slide</i> com roteiro para solução gráfica do item (a), Questão 2 do teste.....	55
Figura 9 –	Esboço do gráfico, feito por um aluno, referente aos sinais dos coeficientes da função quadrática.....	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Roteiro de atividades propostas.....	21
Tabela 2 –	Total de problemas abertos contabilizados em dois livros didáticos.....	24
Tabela 3 –	Sequência de slides do Power Point relacionados à situação problema envolvendo Função Quadrática.....	42
Tabela 4 –	Valor de cada avaliação com suas respectivas datas de aplicação.....	49
Tabela 5 –	Quantidade de alunos por turma que acertaram cada um dos 5 itens da Questão 2 do teste.....	50
Tabela 6 –	Quantidade de alunos por turma que responderam corretamente ou parcialmente correteta a Questão 3.....	53
Tabela 7 –	Quantidade de alunos por turma que responderam corretamente os itens (a) e (b) da Questão 2 da prova.....	57
Tabela 8 –	Quantidade de respostas certas ou erradas dadas no item 5 da prova.....	59

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCN	Base Nacional Comum Curricular
CNE	Conselho Nacional de Educação
MA36	Recursos Computacionais no Ensino de Matemática
NTEM	Novas Tecnologias no Ensino de Matemática
PCN	Parâmetro Curricular Nacional
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Q3T	Questão três do Teste Bimestral
Q5P	Questão cinco da Prova Bimestral
SEEDUC/RJ	Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro
SME/RJ	Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro
UFF	Universidade Federal Fluminense

SUMÁRIO

	ORIGEM DO ESTUDO.....	15
	INTRODUÇÃO	17
1	Justificativa.....	18
1.1	Objetivos.....	19
1.1.1	<u>Objetivos específicos.....</u>	19
1.2	Metodologia.....	20
1.3	Organização do trabalho.....	23
2	PRESSUPOSTOS TEÓRICOS.....	24
2.1	O livro didático na abordagem de funções.....	24
2.2	O uso do computador na prática de ensino de Matemática.....	25
2.3	Aplicação de sequências didáticas como ferramenta para o ensino de funções.....	27
2.4	O papel do professor na utilização do programa educacional livre GeoGebra.....	27
2.5	O uso do programa GeoGebra em sala de aula.....	28
2.6	A Base Nacional Comum Curricular (BCN) e o ensino de Matemática.....	29
3	APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA.....	31
3.1	Etapa 1 - Apresentação dos conceitos sobre Função Quadrática para o 1º ano do Ensino Médio.....	32
3.2	Etapa 2 - Aplicação do questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na etapa 1.....	33
3.3	Etapa 3 - Atividades no laboratório de informática – GeoGebra e Power Point.....	41
3.4	Etapa 4 - Aplicação do questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na etapa 3.....	44
4	APLICAÇÃO E APLICAÇÃO E RESULTADO DAS AVALIAÇÕES.....	49
4.1	Aplicação e resultados do teste.....	49
4.2	Revisão dos conceitos no laboratório de informática.....	54
4.3	Aplicação e resultado da prova.....	56
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	61

REFERÊNCIAS	64
ANEXO A - Questionário a respeito dos conhecimentos adquiridos sobre Função Quadrática	66
ANEXO B - Atividades no Laboratório de Informática.....	68
ANEXO C - Questionário a respeito dos conhecimentos adquiridos sobre Função Quadrática	79
ANEXO D - Teste Bimestral de Matemática.....	81
ANEXO E - Revisão dos conceitos no laboratório de informática.....	83
ANEXO F - Prova Bimestral de Matemática.....	91
ANEXO G - Passo a passo para construção do gráfico de função Polinomial do 2º Grau.....	93

ORIGEM DO ESTUDO

Há algum tempo, no decorrer de minhas atividades profissionais como professor de Matemática do Ensino Fundamental II e Médio, da Rede Estadual e Municipal de ensino, respectivamente, ambas do Rio de Janeiro, venho observando a dificuldade dos alunos na construção de conhecimentos em relação aos principais tópicos da matemática e, atrelado a isso, a dificuldade cada vez maior de ensinar, diante desse público cada vez mais desmotivado e desprovido de conceitos básicos, indispensáveis para o desenvolvimento de qualquer proposta de ensino.

Por muito tempo me perguntei o que poderia ser feito para tornar minhas aulas melhores, a fim de torná-las diferentes e, conseqüentemente, atrativas e motivadoras, na finalidade de proporcionar uma aprendizagem de qualidade, onde todos pudessem interagir na busca de novos conhecimentos. Lembro-me da época em que cursava o ensino fundamental, onde as principais formas de aprender e estudar eram através das aulas e dos livros, pois não havia programas de televisão voltados para o ensino-aprendizagem, quanto menos a internet que, quando usada com esta finalidade, além de ser uma poderosa ferramenta de pesquisa, viabiliza a troca e compartilhamento de conhecimentos.

As respostas para isso começaram a surgir quando ingressei, em 2012, no curso de Pós-Graduação em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática (NTEM) da Universidade Federal Fluminense (UFF), onde pude cursar disciplinas como Informática Educativa 1, Informática no Ensino da Matemática, Tópicos em Aritmética, Álgebra e Geometria e outras, onde foi possível conhecer alguns *softwares* voltados para o ensino da matemática, assim como aprender suas funcionalidades. Orientados pelos professores/tutores na época, desenvolvi um trabalho para meus alunos de 1ª série do Ensino Médio do Colégio Estadual Central do Brasil, onde foi possível propor uma sequência de atividades utilizando o programa GeoGebra como ferramenta de aprimoramento no ensino de funções afins.

Dois anos depois, no PROFMAT, cursei a disciplina eletiva denominada Recursos Computacionais no Ensino de Matemática (MA36), ministrada pelo professor Francisco Mattos, na qual pude verificar que a informática no ensino de matemática continuava sendo uma proposta pedagógica e, paralelamente aos

resultados satisfatórios obtidos com o trabalho sobre função afim (Trabalho de Conclusão de Curso – NTEM), pois comprovaram uma melhora quanto à aprendizagem dos conceitos que envolvem a função afim, decidi continuar com tal proposta de trabalho, porém reformulando a metodologia e corrigindo algumas falhas ocorridas anteriormente. Nesse contexto, o ensino e aprendizagem da função polinomial do 2º grau foi o assunto escolhido e é mostrado ao longo dessa dissertação.

INTRODUÇÃO

Este trabalho foi motivado pela vivência em sala de aula, como aluno e professor de Matemática, no que diz respeito às dificuldades demonstradas pelos alunos em compreender os conceitos que envolvem a função quadrática.

Diante das dificuldades observadas no cotidiano escolar, buscou-se pesquisas referentes ao uso de novas tecnologias para o estudo de funções que abordassem a opinião de alunos e professores relativa aos resultados alcançados com essa forma de ensino. Foram encontradas pesquisas que tratam a construção dos gráficos de forma dinâmica, facilitando a visualização do comportamento dos gráficos pelos alunos, a influência de seus coeficientes, bem como a percepção das suas principais características das curvas (reta, parábola, senóide, cossenóide, entre outros), comparando esse método utilizado (recursos tecnológicos) com o método tradicional (aula expositiva no quadro, exercícios do livro, papel milimetrado, etc), verificando em qual dos métodos a aprendizagem ocorreu de forma significativa.

A presente dissertação é requisito parcial para obtenção do título de Mestre, pelo programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro e foi desenvolvido ao longo do ano de 2015, a partir de uma pesquisa de campo realizada com alunos de primeira série do ensino médio do colégio Estadual Central do Brasil, escola a qual o autor é professor efetivo de Matemática, desde 2008.

É possível encontrar parte do material como referência, bem, como a apresentação dessa pesquisa à banca examinadora, anexados ao texto escrito em formato digital (ANEXO DIGITAL).

1 Justificativa

A definição do tema deu-se através de estudos que mostram a deficiência da aprendizagem matemática nas escolas brasileiras, sobretudo a abordagem deficiente dos conteúdos como defendem Perrenoud (2000, p. 125 apud BASSI, 2009, p.3), que diz “A escola não pode ignorar o que se passa no mundo. As novas tecnologias da informação e da comunicação transformam espetacularmente não só nossas maneiras de comunicar, mas também de trabalhar, de decidir, de pensar” e Druck (2003, p. 1), ex-presidente da Sociedade Brasileira de Matemática, que afirma “a qualidade do ensino da Matemática atingiu, talvez, seu mais baixo nível na história educacional do país”. Os novos paradigmas para a educação contemplam a inserção de novas tecnologias que valorizam a inovação como etapa fundamental do processo de aprendizagem, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), um aluno nessa etapa do ensino deve adquirir competências e habilidades como “Interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, ícones...)”. (BRASIL, 1998, p.12).

Pesquisas, como as apresentadas por Farias (2012), Götzinger (2011), Gravina (2001) e Scano (2009), mostram que o uso de ferramentas tecnológicas, sobretudo *softwares* de geometria dinâmica, promovem uma nova forma de ensinar funções através da movimentação do gráfico gerado para observar as características apresentadas pela variação dos coeficientes da função. Micotti diz:

A aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daqueles em que foram adquiridos exige muito mais que a simples decoração ou a solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração. Essas capacidades são necessárias em todas as áreas de estudo, mas a falta delas, em Matemática, chama a atenção. (MICOTTI, 1999, p.154 apud FERNANDES, 2011, p. 2).

O uso de novas tecnologias como o computador, fornece novos significados ao ensino-aprendizagem da matemática, facilitando a ligação com o cotidiano e despertando o desejo de aprender, pois segundo Bruner (1960, apud BOCK, 1999) o ensino de um conteúdo deve ser organizado de forma eficaz e significativa para que o aluno possa desenvolver o pensamento lógico-matemático. De acordo com essa proposta, é preciso apresentar conteúdos de forma atrativa, levando o aluno a se

apropriar desses novos conhecimentos com o objetivo de utilizá-los em diferentes situações de sua vida.

1.1 Objetivos

Promover uma aprendizagem significativa quanto aos conceitos que envolvem a Função Quadrática, aprimorando a percepção dos alunos quanto ao aspecto geométrico da Função Polinomial do 2º Grau.

Atualmente o estudo de Função Quadrática é introduzido no último ano do Ensino Fundamental (9º ano) e abordado de forma mais enfática no primeiro ano do Ensino Médio, pois nesse momento, conforme SEEDUC (2012), espera-se que o aluno desenvolva algumas habilidades e competências, como por exemplo “construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados” e “analisar gráficos de funções (crescimento, decréscimo, zeros e variação do sinal)”. Esse trabalho tem como público-alvo esses alunos de 1ª série, que em média encontram-se na faixa etária de 14 a 16 anos, pertencentes à rede estadual de educação.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Analisar o comportamento de uma função polinomial do 2º grau através do *software* de geometria dinâmica como ferramenta para o estudo;
- Permitir investigações matemáticas e análise dos resultados obtidos com o auxílio do GeoGebra;
- Colaborar para a identificação dos coeficientes de uma função polinomial do 2º grau a partir de um gráfico dado;
- Interpretar problemas matemáticos que envolvam função quadrática.

1.2 Metodologia

A proposta apresentada foi desenvolvida através da aplicação de exercícios envolvendo o conceito de Função Quadrática, a análise do comportamento gráfico em relação às variações de seus coeficientes (a, b e c de $f(x) = ax^2 + bx + c$) e sua relação direta com situações-problema encontradas no cotidiano.

As atividades propostas são aplicadas em três turmas de 1ª série do Ensino Médio nas quais o autor lecionou, ao longo do ano letivo de 2015, baseado em um roteiro de aula e um trabalho de campo composto por dois questionários subjetivos (1 e 2) respondidos antes e depois das atividades realizadas no laboratório de informática, possibilitando obter informações importantes sobre os conhecimentos que cada aluno havia construído primeiramente¹ sobre Função Quadrática (Questionário 1), bem como aqueles adquiridos posteriormente à aula realizada no ambiente informatizado (Questionário 2).

Tal roteiro definirá o número de aulas necessárias à aplicação das atividades propostas neste projeto. Primeiro, as atividades foram desenvolvidas em sala de aula, conforme os métodos tradicionais de ensino, ou seja, aula expositiva no quadro, onde foram usados materiais comuns como livro didático, folha milimetrada e lápis. Por fim, na sala de Informática com computadores contendo *Power Point* e o *software* GeoGebra, instalados e funcionando corretamente². Além disso, foi usado um projetor multimídia para mostrar, passo a passo, a sequência de atividades propostas.

A Tabela 1 abaixo é o roteiro que define o número de aulas necessárias à aplicação das atividades propostas neste projeto. As etapas 1, 2, 5 e 7 foram aplicadas nas três turmas participantes (total de alunos 88), enquanto que as etapas 3, 4 e 6 (total de alunos 28) foram aplicadas exclusivamente a uma das turmas, para que fosse possível comparar seu desempenho em relação às outras.

¹ Levando em consideração aos conhecimentos prévios adquiridos ao longo do Ensino Fundamental, assim como alguns outros adquiridos no ano letivo de 2015, ano em que a pesquisa foi feita.

² Os computadores das escolas foram doados pelo MEC e cada um deles veio com um pacote de softwares educacionais instalados, no qual temo GeoGebra.

Tabela 1 - Roteiro de atividades propostas

ETAPAS	TURMAS	DESCRIÇÃO	DURAÇÃO	DATA
Etapa 1	1, 2 e 3.	Exposição do conteúdo nos métodos tradicionais	12 tempos de aula (50 min cada)	22/10 a 12/11
Etapa 2	1, 2 e 3.	Aplicação do Questionário subjetivo 1 – Conhecimentos prévios (Anexo A, p. 66)	1 tempo de aula (50 min)	14/11
Etapa 3	3	Atividades no laboratório de informática (Anexo B)	3 tempos de aula (50 min cada)	14/11
Etapa 4	3	Aplicação do Questionário subjetivo 2 – Conhecimentos adquiridos (Anexo C)	1 tempo de aula (50 min)	16/11
Etapa 5	1, 2 e 3.	Teste Bimestral de Matemática (Anexo D)	2 tempos de aula (50 min cada)	19/11
Etapa 6	3	Atividades (Revisão) no laboratório de informática (Anexo E)	2 tempos de aula (50 min cada)	23/11
Etapa 7	1, 2 e 3.	Prova Bimestral de Matemática (Anexo F)	2 tempos de aula (50 min cada)	25/11

Fonte: o autor, 2016.

A seguir, de forma mais detalhada, é possível compreender melhor a sequência de atividades que ocorreram ao longo das sete etapas do corrente trabalho, conforme o roteiro de aula mencionado anteriormente:

1. Explicação teórica do conteúdo para o 1º ano do Ensino Médio e aplicação de exercícios de Função Quadrática (livro didático) de forma tradicional com a utilização de papel milimetrado e lápis;
2. Aplicação de Questionário subjetivo 1 (Anexo A) para análise da compreensão dos conhecimentos adquiridos anteriormente (Ensino Fundamental) e ao longo das aulas tradicionais (etapa 1);
3. Divisão da turma em duplas para utilização de computadores do laboratório de informática, onde os alunos, a partir de uma situação problema (*Power Point*), puderam verificar um exemplo de Função Quadrática, bem como manipular seus coeficientes através do GeoGebra;
4. Aplicação de Questionário objetivo 2 (Anexo C) para análise da compreensão dos conhecimentos adquiridos na aula dada no laboratório de informática;
5. Aplicação do teste bimestral (Anexo D) contendo uma questão de conhecimentos algébricos e outra de análise gráfica da função polinomial do 2º grau;
6. Aula no laboratório de informática (Anexo E), seguindo o modelo da primeira aula, para rever as questões do teste com o auxílio do *Power Point* e do GeoGebra, como forma de revisão dos conceitos e preparação para a Prova Bimestral de Matemática;
7. Aplicação da Prova Bimestral de Matemática (Anexo F) contendo uma questão de conhecimentos algébricos e outra de análise gráfica da função polinomial do 2º grau, nos mesmos moldes daquelas propostas no Teste Bimestral de Matemática.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho de conclusão de curso está dividido em 4 (quatro) capítulos estruturados da seguinte forma. O capítulo um introduz o tema abordando o enfoque, a extensão e a profundidade do assunto Função Quadrática, informando também os objetivos, a justificativa para a execução do tema e a metodologia escolhida para o trabalho. No capítulo dois são expostos os pressupostos teóricos que mostra as teorias oferecidas por outros autores como abordagem de função quadrática nos livros didáticos atuais, o computador na prática de ensino de matemática, aplicação de sequências didáticas como ferramenta para o ensino de funções, o papel do professor quanto a utilização do GeoGebra, o uso do GeoGebra em sala de aula e, por fim, a Base Nacional Comum Curricular (BCN) e o ensino de matemática. O capítulo três, sobre a aplicação das atividades em sala de aula, apresenta de forma detalhada as sete etapas pelas quais as atividades foram desenvolvidas, mostrando os resultados, da maioria delas, através da representação dos dados em gráficos e tabelas. O capítulo 4 (quatro) fala sobre a aplicação das avaliações (teste e prova) e também a respeito da aula de revisão que aconteceu no laboratório de informática. Por fim, a parte que trata das considerações finais que descreve um pouco do que era esperado com a pesquisa realizada, assim como o que realmente foi visto ao longo das atividades. Algumas sugestões são feitas para que se alcance melhores resultados de acordo com o objetivo principal deste trabalho, ou seja, promover uma aprendizagem significativa quanto aos conceitos que envolvem a Função Quadrática, aprimorando a percepção dos alunos quanto ao aspecto geométrico da Função Polinomial do 2º Grau.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

2.1 O livro didático na abordagem de funções

A principal dificuldade apresentada pelos alunos quanto ao estudo de funções, para Silva (2007), pode estar relacionada à forma como a Álgebra é ensinada priorizando algoritmos e regras, impedindo a generalização por parte dos estudantes. Diante desse quadro, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) enfatizam que o estudo da álgebra é uma poderosa ferramenta para resolver problemas, porém, pesquisas têm evidenciado que os alunos não conseguem utilizar o conhecimento algébrico adquirido para resolver novas situações, demonstrando que a álgebra ensinada é desprovida de significado para parte dos alunos.

Frequentemente surgem pesquisas de campo e bibliográficas relacionadas ao estudo de funções, onde algumas levam em conta o estudo de teorias cognitivas distintas, novas metodologias, análise de material didático e novas tecnologias no ensino como o uso de *softwares*, por exemplo. A pesquisa em dois livros didáticos sobre a abordagem do estudo da Função Afim, realizada por Maggio e Soares (2009), foi constatado que, em um dos livros, o número de problemas “fechados”, que segundo os autores são problemas cujas soluções dependem exclusivamente de artifícios algébricos, é bem maior do que aqueles envolvendo situações-problema considerados não “fechados”.

Seguindo essa linha de pesquisa, adotada por Maggio e Soares (2009), foram observados os mesmos parâmetros (problemas “não fechados” e problemas “fechados”) em dois livros didáticos adotados na escola em que o autor leciona, sendo um usado no ano letivo de 2014 e o outro em 2015. A partir do que foi visto nesses livros, no que diz respeito à abordagem do estudo da Função Quadrática, foi possível montar a seguinte tabela (Tabela 2):

Tabela 2 - Total de problemas “não fechados” contabilizados em dois livros didáticos

Livro	Páginas	Exercícios	Fechados	Não fechados	(%) Não fechados
Conexões com a Matemática, vol. 1 ³ .	37	65	49	16	24,7%
Matemática: ciência e aplicações, vol. 1 ⁴ .	26	51	40	11	21,6%

Fonte: o autor, 2016.

Apesar de a pesquisa (Maggio e Soares, 2009) ter sido realizada em um pequeno espaço amostral, tais observações se confirmam nos dois livros analisados pelo autor, visto que em ambos, o número de problemas “não fechados” é consideravelmente menor do que aqueles considerados “fechados”. Ambos os livros têm uma boa quantidade de exercícios (58 em média), porém, pouco desses exercícios remetem a situações-problemas (problemas “não fechados”), que exigem um pouco mais do que apenas cálculos algébricos, não chegando a 25% do total de exercícios propostos no capítulo. Assim, tais evidências podem ser estendidas para um universo maior, visto que tais conclusões podem ser verificadas facilmente nos principais livros didáticos utilizados nas escolas atualmente.

2.2 O uso do computador na prática do ensino de matemática

A utilização de computadores como ferramenta de ensino ainda não é comum em todas as escolas brasileiras, pois muitos profissionais ainda sentem dificuldades em utilizar a ferramenta tecnológica sem desviar-se do objetivo de ensino. As atividades profissionais das mais diversas áreas requerem atualização constante para acompanhar a evolução da sociedade e a educação não deve ficar retida no

³ IEZZY, G. et. al. Matemática: ciência e aplicações. 7th ed., v. 1. São Paulo. Saraiva 2013.

⁴ Conexões com a Matemática. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1th ed, v. 1. São Paulo. Moderna, 2010.

tempo com seu modelo estático de ensino. A escola deve atualizar-se e criar novas formas de promover a aprendizagem.

As ferramentas tecnológicas utilizadas pelos alunos geram uma forma lúdica de aprendizado e interação social justificando seu uso em sala de aula para que os mesmos compartilhem seus conhecimentos com os colegas e descubram novas utilidades para o computador. Entretanto, nosso grande desafio não se resume em apenas defender as novas tecnologias como alternativa de aprendizagem em nosso mundo contemporâneo, mas socializar o acesso a esses recursos em todas as escolas públicas do país, tendo em mente que os conhecimentos assim adquiridos, contribuirão de forma significativa na emancipação social e na construção de cidadania desses jovens, moldes de uma sociedade moderna. Götzinger e Bean propõem que:

O computador pode se tornar um aliado dos professores nessa busca por novas metodologias e ferramentas educacionais que possibilitem maior interação e motivação dos estudantes para o estudo dos conteúdos escolares. É notável que o computador e tantos outros equipamentos eletrônicos são utilizados frequentemente pela maioria dos estudantes para sua comunicação e divertimento. Sendo assim, por que na escola não fazer uso dessa ferramenta para ensinar as múltiplas representações das funções? Götzinger e Bean (2011, p.3).

O computador oferece às escolas a modernização do tratamento das informações e une matemática e tecnologia através de objetos de aprendizagem, planilhas eletrônicas e *softwares* de acesso livre. O uso da tecnologia na sala de aula é sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, que diz:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 1998, p.41)

Desta maneira, o computador aliado ao ensino de matemática através de ferramentas diversas torna-se um meio importante para o estudo de funções.

2.3 Aplicação de sequências didáticas como ferramenta para o ensino de funções

Uma sequência didática é um conjunto de atividades interligadas, planejadas para oferecer um conteúdo passo a passo utilizando os conhecimentos prévios dos alunos. Segundo Scano (2009), é necessário que o professor organize o meio e as situações de ensino para que haja desenvolvimento da atividade e do processo de aquisição do conceito envolvido com eficiência. Scano diz que “o meio e as situações de ensino devem comprometer-se com os saberes matemáticos que envolvem o processo de ensino-aprendizagem.” (SCANO, p.55)

A sequência didática envolve atividades que utilizem os conhecimentos prévios dos alunos concordando com a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel (1963). Segundo Pelizzari:

Quando o conteúdo escolar a ser aprendido não consegue ligar-se a algo já conhecido, ocorre o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica, ou seja, quando as novas informações são aprendidas sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Assim, a pessoa decora fórmulas, leis, mas esquece após a avaliação. (PELIZZARI, 2002, p.38)

Essa proposta envolve atividades de aprendizagem que incluem a apresentação do conteúdo, exercícios, pesquisas e avaliação, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar.

2.4 O papel do professor na utilização do programa educacional livre GeoGebra

Ao falar de novas tecnologias aliadas ao ensino dos conteúdos programáticos em sala de aula verificamos a variedade de opções para o uso dentro e fora do ambiente escolar como programas de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas, objetos de aprendizagem, dentre outros. A prática do professor varia de acordo com a estrutura da aula, devendo este analisar a escolha do programa a ser utilizado em sua aula de acordo com os objetivos a serem atingidos.

Segundo FARIAS (2012), ao utilizar tecnologias em sua aula, o professor assume o papel de mediador da aprendizagem em que deve oferecer suporte aos alunos para sanar suas dificuldades. Para desempenhar seu papel de maneira satisfatória, o professor deve atentar-se à escolha de atividades que permitam o aluno ser ativo na construção de seu conhecimento e proponha a ele atividades desafiadoras que despertem o desejo de resolver o problema oferecido. As atividades envolvidas devem respeitar o conhecimento prévio do aluno ao mesmo tempo em que permita a exploração e construção de novos conhecimentos a partir do desafio proposto.

[...]o uso das novas tecnologias de forma planejada desperta nos estudantes a curiosidade e favorece a investigação, e conseqüentemente, a aprendizagem de conceitos matemáticos [...] além de potencializar a compreensão destes conceitos pelo dinamismo que permite na integração entre as dimensões algébricas e geométricas, ainda é uma ferramenta que oferece uma excelente economia de tempo, cedendo espaço para o processo de investigação e análise Matemática. (FARIAS, 2012, p.10).

2.5 O uso do programa GeoGebra em sala de aula

O método de ensino das escolas brasileiras recebe muitas críticas, e de acordo com DRUCK (2003), o aprendizado matemático chegou ao estágio de maior dificuldade na história do país. Esta situação pode ser observada no estudo das funções com ênfase nos cálculos algébricos para construção de gráficos, onde podemos observar que os alunos demonstram dificuldade de compreensão e de análise dos gráficos da função.

A utilização do computador como ferramenta de ensino pode contribuir para a melhoria da aprendizagem, pois os gráficos construídos podem ser manipulados diretamente na tela do computador, permitindo a observação das características impressas na mudança dos coeficientes. Segundo Gravina,

O “desenho em movimento” torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. De imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos concreto-abstratos, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais características do pensar matemático — o estabelecer relações e conjecturar — e o faz de forma contundente, se comparado às possibilidades apresentadas pelo desenho, estático, em papel. (GRAVINA, 2001, p.6)

Desta maneira, o uso do *software* de geometria dinâmica, GeoGebra, é uma ferramenta que proporciona mudança na dinâmica atual das salas de aula favorecendo a aprendizagem das funções em geral e da geometria e proporcionando aos alunos a oportunidade de continuar as observações fora do ambiente escolar.

2.6 A Base Nacional Comum Curricular (BCN) e o ensino de Matemática

Prevista na Constituição para o Ensino Fundamental e ampliada, no Plano Nacional de Educação, para o Ensino Médio, a Base Comum Nacional (BCN) tem com o objetivo renovar e aprimorar a educação básica como um todo. Para isso, o Ministério da Educação, após o trabalho realizado pelas equipes da Secretaria de Educação Básica, apresenta a toda sociedade uma versão inicial, a qual vem sendo debatida e discutida por todos aqueles que, direta e indiretamente, fazem parte da comunidade escolar e que possam contribuir para uma melhor formação de nossos alunos. As novas contribuições, colhidas ao longo da fase anterior, serão encaminhadas (primeiro semestre de 2016), como forma de uma versão segunda do BCN ao Conselho Nacional de Educação (CNE), para que este norteie os dois principais rumos trazidos pela BNC: primeiro a formação inicial e continuada do professor e, segundo as mudanças do material didático.

Em relação à matemática, a BCN afirma que ela:

[...] pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos que nos cercam. [...]. Por exemplo, [...]. A altura que uma bola de futebol atinge, ao ser cobrada uma falta, ação de nosso mundo físico, pode ser associada ao modelo matemático da função quadrática, que pertence à dimensão abstrata. (BCN, 2015, p.116)

Fazer uma associação do mundo físico com o mundo abstrato, ou vice e versa, é um desafio constante quando se trata do ensino e aprendizagem da matemática. Para isso, é importante valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, tudo aquilo que ele adquiriu, não só na escola (séries anteriores), assim como as vivências ao longo da vida cotidiana. Tais conhecimentos prévios, de acordo com a BCN, podem servir de ponto de partida para novas aprendizagens. Nesse contexto, para que o estudante tenha uma aprendizagem significativa, é

necessário que a situação problema proposta em aula tenha algum significado real, na qual ele possa elaborar, modificar ou testar hipóteses de resolução, desenvolvendo um raciocínio que o permita compreender de que maneira os conceitos estudados se relacionam entre si.

De acordo com a versão atual da BCN “*Resolver e elaborar problemas que envolvam equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$ e $(x \pm b)^2 = c$* ” (BCN, 2015, p. 137), surge no 8º ano do Ensino Fundamental, quando os alunos têm um primeiro contato com os procedimentos algébricos que serão utilizados para solucionar grande parte dos problemas sobre Função Quadrática.

Mais adiante, “*Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, que pode ser representada graficamente*” e, “*Resolver e elaborar problemas, envolvendo equações do 2º grau que possam ser reduzidas por fatoração a: $ax^2 = c$; $(ax \pm b)^2 = 0$ e $(x + a) \cdot (x + b) = 0$* ” (BCN, 2015, p. 137), aparecem no 9º ano do ensino fundamental, que diferente das Orientações Curriculares para o Ensino de Matemática – 9º Ano, adotado pela secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (SME/RJ), não menciona o estudo da função polinomial do 2º Grau, deixando esse tópico da matemática para ser tratado apenas no primeiro ano do Ensino Médio, onde, conforme a BCN o aluno deve “*Reconhecer função quadrática em suas representações algébrica e gráfica, considerando domínio, imagem, ponto de máximo ou mínimo, intervalos de decréscimo e crescimento, pontos de intersecção com os eixos*” (BCN, 2015, p. 137).

3 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA

Nós, professores, de acordo com o Parâmetro Curricular Nacional, temos que saber fazer uso de diferentes fontes de informação bem como utilizar recursos tecnológicos a fim de obter e construir conhecimento (PCN, 1997, p. 06). Nesse contexto, HAMZE (2004) ratifica em seu artigo “*O professor e o mundo contemporâneo*” que existe uma exigência atual quanto a um padrão educacional que esteja direcionado a um conjunto de competências e de habilidades indispensáveis, a fim de que os alunos possam refletir e compreender sobre a realidade na qual vivem, para que possam participar e agir na sociedade compreendida com o futuro.

Em uma pesquisa realizada com seus alunos ALVES (2016) fez a seguinte pergunta: “*De que maneira você acha que seu professor deveria ensinar Matemática para que você pudesse aprender melhor?*”. Dentre as várias respostas obtidas, destacou-se aquelas em que surgiram expressões como “atividade prática”, reforçando a ideia de que a matemática vista em sala deve ter ligação com a matemática do dia-a-dia do aluno.

Ainda em relação às respostas mais frequentes relacionadas à pergunta acima, ALVES relata que:

Aparelhos tecnológicos” surgem em recorrência, assim como “aulas mais dinâmicas” ou até mesmo “de uma forma divertida em que todos aprendessem ao mesmo tempo”. Esta necessidade está muito ligada na transformação da própria civilização e na criação de múltiplos recursos audiovisuais com os quais os alunos são bombardeados todos os dias e a escola, de uma maneira geral, está tendo muita dificuldade em se inserir. (ALVES, R. 2016. p.56)

Assim, faz-se necessário a busca de uma nova reflexão no processo educativo, onde o professor passe a vivenciar essas transformações de forma a beneficiar suas ações, buscando novas formas didáticas (recursos tecnológicos, por exemplo) que possam vir a contribuir significativamente para uma melhora no processo ensino-aprendizagem.

3.1 Etapa 1 - Apresentação dos conceitos sobre Função Quadrática para o 1º ano do Ensino Médio.

A apresentação do conteúdo sobre Função Polinomial do 2º Grau (Etapa 1) aconteceu no Colégio Estadual Central do Brasil em três turmas de 1ª série do Ensino Médio, ao longo de todo o quarto bimestre, mais precisamente de 13/10 a 21/12, como consta no Calendário Escolar – Ano Letivo 2015. Apesar de ser um assunto que deveria ser abordado ao longo do terceiro bimestre, como propõe o Currículo Mínimo, que

[...] visa estabelecer harmonia em uma rede de ensino múltipla e diversa, uma vez que propõe um ponto de partida mínimo - que precisa ainda ser elaborado e preenchido em cada escola, por cada professor, com aquilo que lhe é específico, peculiar ou lhe for apropriado”. (Currículo Mínimo - MATEMÁTICA - SEEDUC-RJ – 2012, p.03)

Dessa forma, o tema foi apresentado no decorrer do último bimestre, pois assim foi necessário devido à fase de planejamento (terceiro bimestre) das atividades que seriam aplicadas e desenvolvidas no que diz respeito ao tema em questão. Vale ressaltar que não houve prejuízo quanto aos conteúdos que constam no Currículo da 1ª série do Ensino Médio, pois se tratou apenas de um remanejamento na ordem dos componentes curriculares.

Nessa fase inicial, que aconteceu no período de 22/10 a 12/11, foi adotado o método tradicional de ensino, ou seja, exposição do conteúdo no quadro e exercícios de fixação, selecionados do livro texto adotado pela unidade escolar. Para isso, foram necessários 22 tempos de aula com 50 minutos cada para que todos os conceitos fossem apresentados, assim como tempo suficiente para que as atividades propostas fossem feitas e discutidas ao longo das aulas. Alguns exercícios do livro foram descartados, pelo fato de serem repetitivos, pelo grau de dificuldade, por exigirem artifícios algébricos ou por não se enquadrarem no contexto da realidade dos alunos nessa fase de escolaridade. Em contrapartida, foram selecionadas atividades que exigiam análise gráfica como, por exemplo, obter os sinais dos coeficientes “a”, “b” e “c” (sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, uma Função Quadrática, definida de \mathbb{R} em \mathbb{R}) a partir do gráfico dado ou determinar os coeficientes, a função e seus valores máximos ou mínimos.

De um total de 88 alunos das três turmas, a maioria dos alunos apresentou defasagem no aprendizado durante as atividades propostas, tanto na construção dos gráficos, quanto na parte algébrica, devido à falta de conhecimentos prévios que deveriam ter sido consolidados no ensino fundamental como, por exemplo, as quatro operações matemáticas, operações com números inteiros (reta em umérica, regra de sinais e potenciação), radiciação (raiz quadrada), marcação de pontos no plano cartesiano e noções de simetria e, diante de tantas dificuldades, muito desses alunos se mostraram desmotivados. O desperdício de tempo em cálculos não corretos, fez com que muitos desses alunos se esquecessem dos significados dos coeficientes de uma Função Polinomial do 2º Grau e o que isso poderia colaborar para um esboço mais preciso e coerente dos gráficos dessas funções. Mediante a situação, fez-se necessário a retomada de alguns conceitos matemáticos, como os citados anteriormente, visando o prosseguimento do conteúdo estudado com maior segurança e competência.

3.2 Etapa 2 - Aplicação do questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na etapa 1.

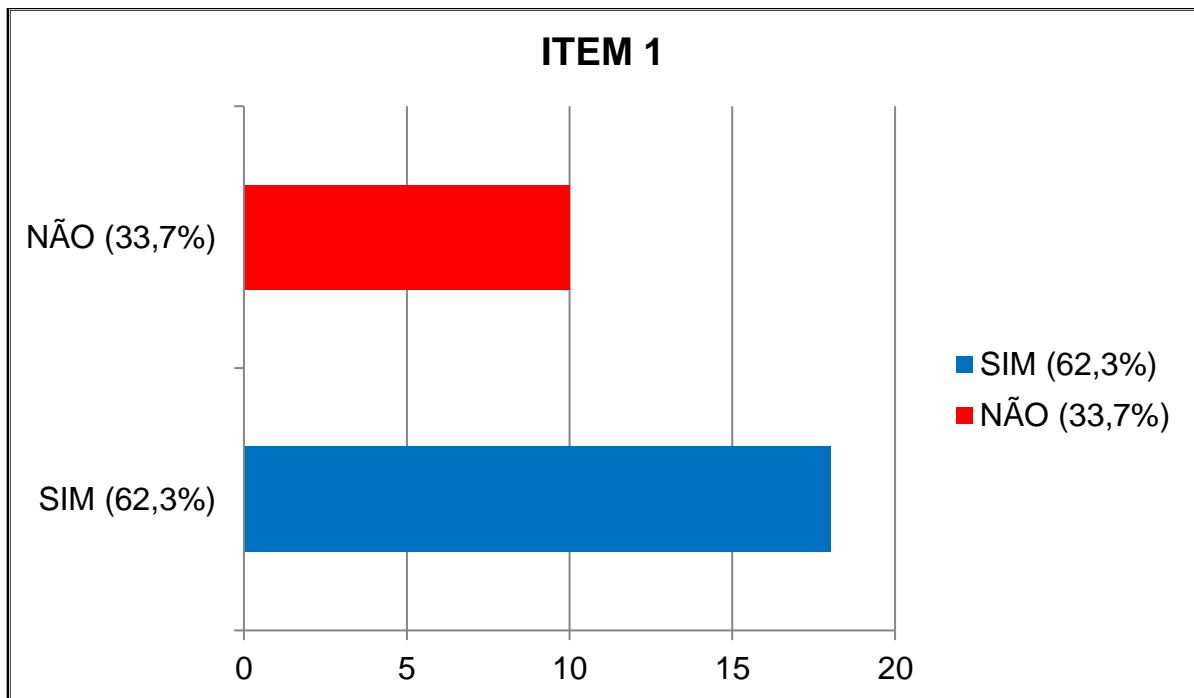
Ao término da etapa 1, foi realizada uma pesquisa de campo, através de um questionário (Anexo A), exatamente no dia 14/11, contendo sete perguntas (itens), respondidas individualmente, cuja finalidade foi verificar os conhecimentos prévios dos alunos, tendo em vista que tal assunto é abordado, geralmente, no 9º ano do ensino fundamental, além dos conhecimentos adquiridos ao longo das aulas do corrente ano, onde foram empregados os métodos tradicionais de ensino no que diz respeito à função Polinomial do 2º Grau. Para uma melhor leitura e visualização dos resultados obtidos, os percentuais obtidos nas respostas vêm acompanhados de um gráfico de barras, onde as cores azul e vermelha correspondem às respostas sim ou não, respectivamente. Nos itens em que as possíveis respostas diferem de sim ou não, o padrão é mantido, ou seja, cores diferentes para cada tipo de resposta. Em seguida, após cada gráfico, poderá haver algumas considerações relacionadas ao conjunto de resposta obtidas nos respectivos itens. Então, seguindo essa linha de apresentação e, a partir das respostas fornecidas pelos alunos pesquisados, são mostrados os itens como no questionário apresentado aos alunos com o respectivo

conjunto de respostas (Gráficos 1-6, onde o eixo horizontal fornece o número de alunos e o vertical o percentual das respostas SIM ou NÃO, exceto 4, pois a pergunta feita apresenta respostas diferentes das primeiras).

Item 1 - Você, antes do que viu em aula sobre Função Quadrática, tinha ouvido falar algo a respeito de PARÁBOLA?

Para o primeiro item, 18 alunos responderam SIM e 10, NÃO.

Gráfico 1 - Resultado do item 1, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 1



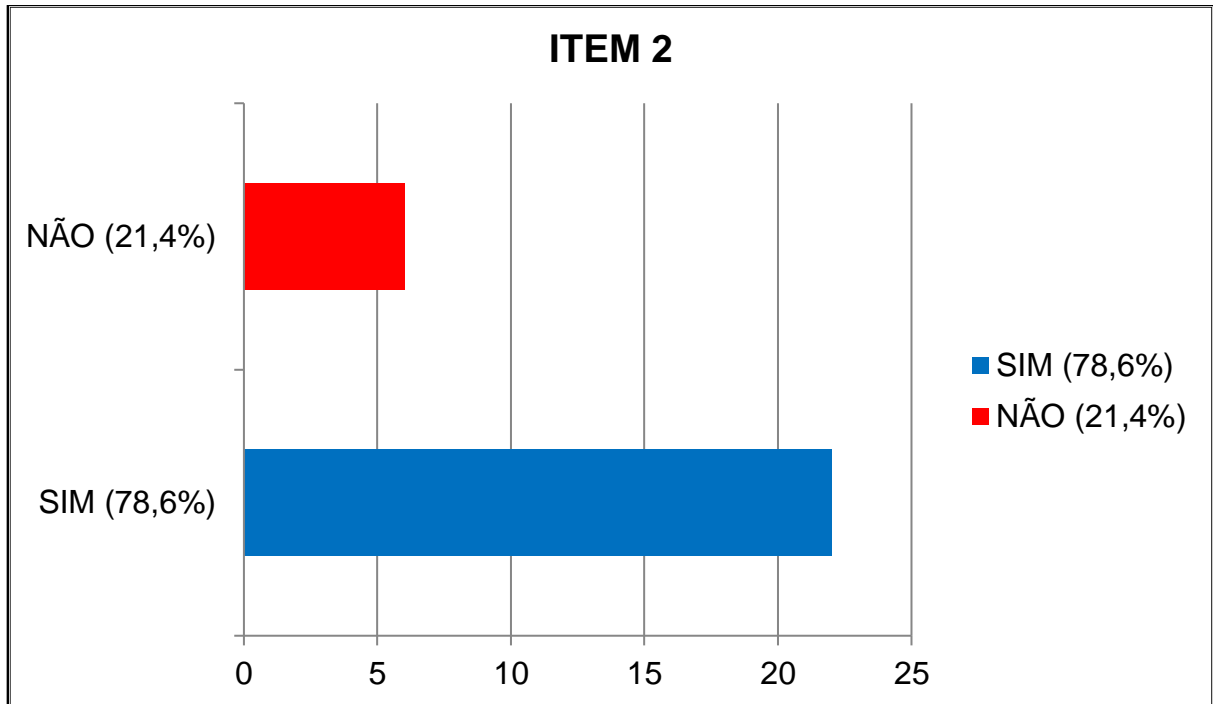
Fonte: o autor, 2016.

A maioria dos alunos, 62,3% já tinha visto algo a respeito sobre parábola, confirmando o fato de que o assunto abordado faz parte do currículo dos últimos anos do Ensino Fundamental.

Item 2 - Agora, depois das aulas iniciais sobre Função Quadrática, você seria capaz de identificar uma parábola?

Para o segundo item, 22 alunos responderam SIM e 6, NÃO.

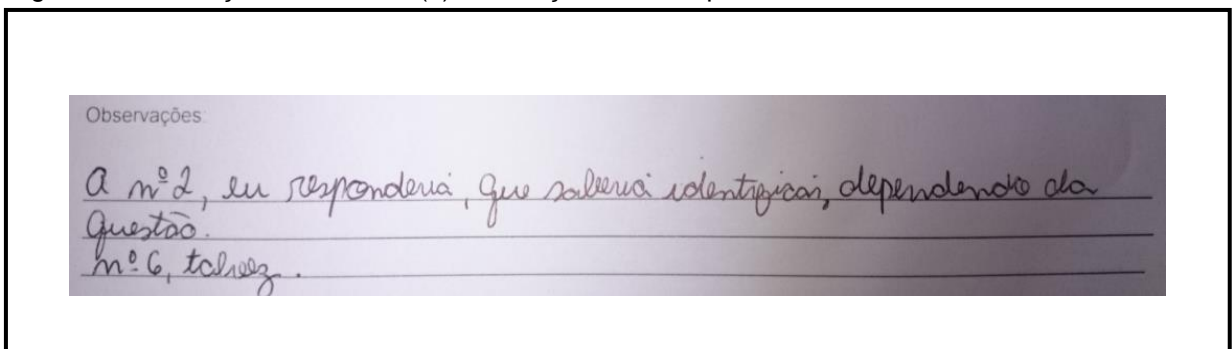
Gráfico 2: Resultado do item 2, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 1.



Fonte: o autor, 2016.

Um maior número de alunos (78,6%) respondeu ser capaz de identificar uma parábola (item 2) pois, para eles, tal curva está associada apenas ao gráfico da função Quadrática. Tal justificativa tem como base nas experiências vividas em sala, mais especificamente na fase inicial e do conjunto de respostas dadas para esta pesquisa, onde os alunos mostraram não saber de fato o que seria uma parábola (Figura 1), suas principais características como simetria, valor máximo ou mínimo entre outros, ou pior, não atrelarem a curva a uma situação-problema dada.

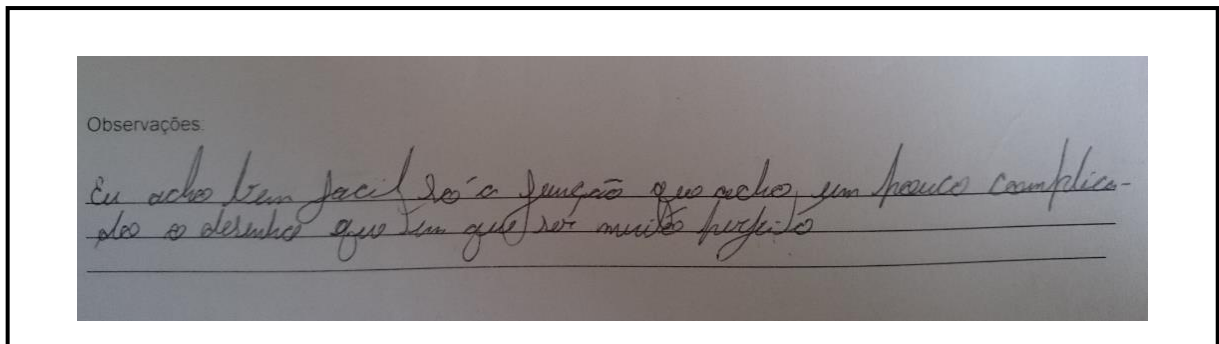
Figura 1: Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 2



Fonte: o autor, 2015.

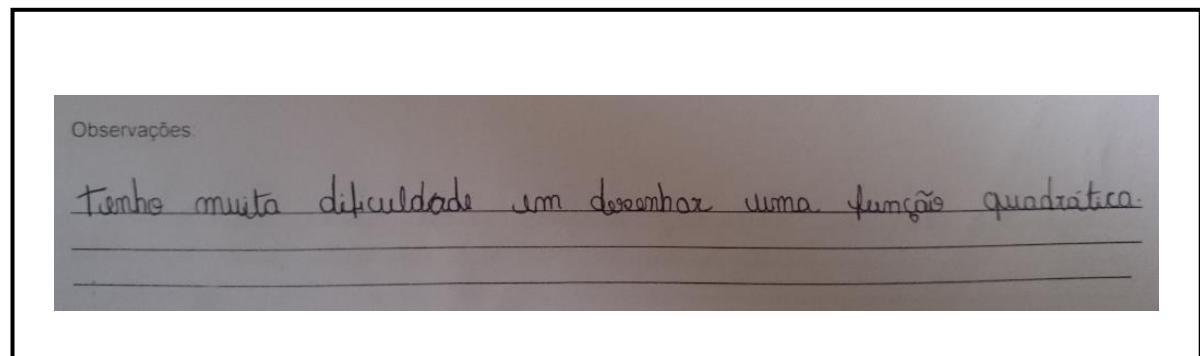
Tais observações ganham força diante das respostas dadas quanto as suas capacidades de esboçarem o gráfico de uma função Quadrática (85,7%) (item 6) (figuras 2 e 3), assim como não saberem um exemplo prático de parábola (item 7), pois tal problemática pode ser explicada pelo fato de que problemas algébricos prevalecem em relação aos problemas gráficos e, diante das dificuldades que os alunos têm na parte algébrica, questões envolvendo gráficos têm pouca importância (prioridade), pois toda atenção recai sobre os cálculos, por exemplos, cálculo dos zeros da função e determinação do vértice da parábola. Segundo HOFFMANN (2014), grande parte dos alunos passa bastante tempo do ensino fundamental resolvendo equações do segundo grau, não havendo uma dedicação ao estudo da parábola (como seção cônica), vendo o conteúdo por partes (retalhos) com algumas aplicações sem propósito, proporcionando uma aprendizagem falha e sem significados. Por isso, segundo a autora, os alunos não conseguem associar a teoria matemática à realidade, como por exemplo, a matemática que há por detrás do lançamento de um dardo.

Figura 2: Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 6



Fonte: o autor, 2016.

Figura 3: Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 7

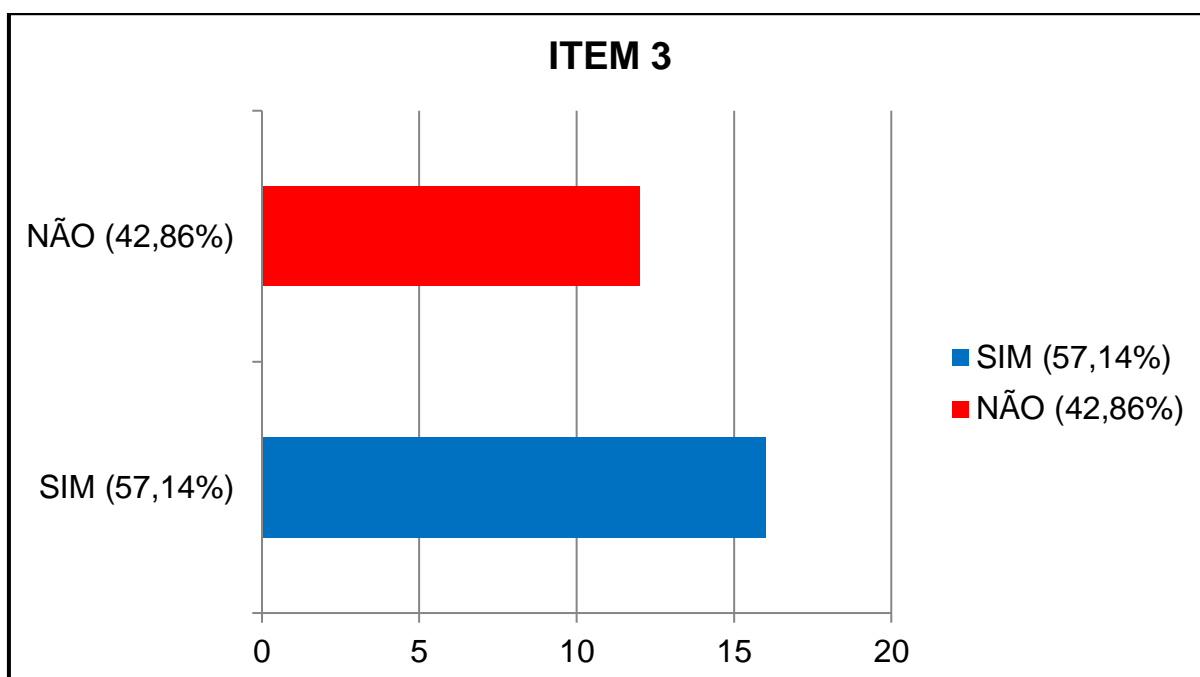


Fonte: o autor, 2015.

Item 3 - Você acha possível traçar o gráfico de uma Função Quadrática (Parábola) através de alguns pontos distintos sobre o plano cartesiano, assim como foi sugerido para obtermos gráficos de Funções Afins (Reta)?

Para o terceiro item, 16 alunos responderam SIM e 12, NÃO.

Gráfico 3 - Resultado do item 3, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 1



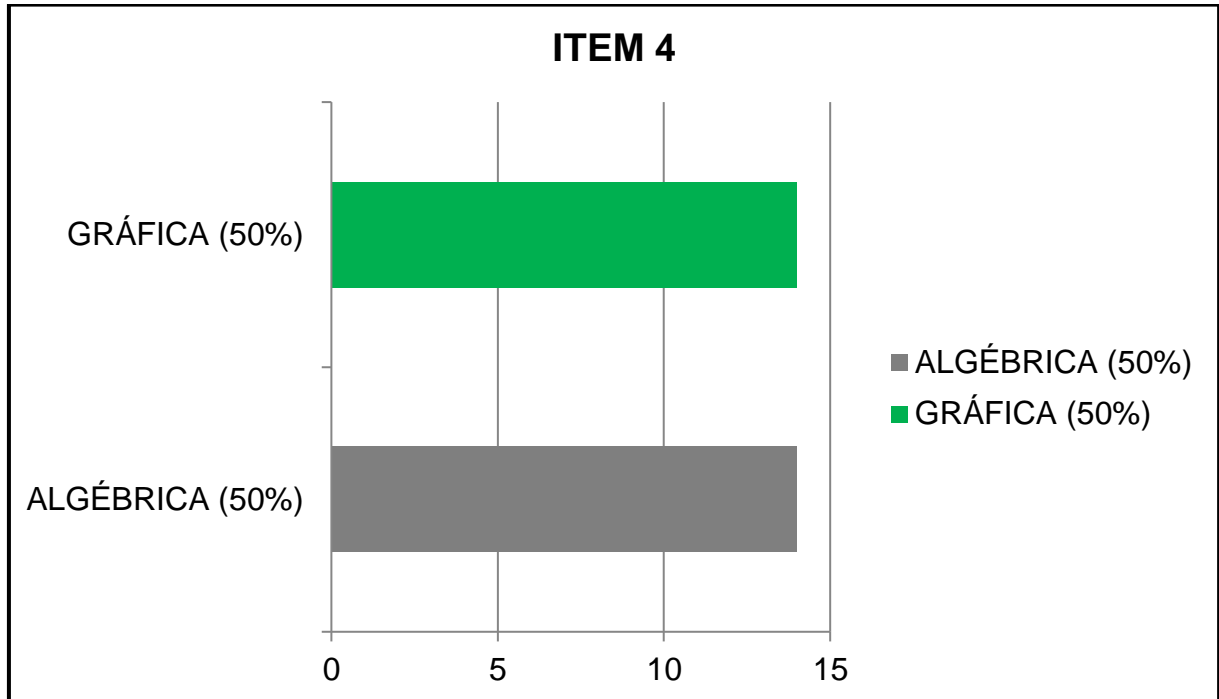
Fonte: o autor, 2016.

Ao serem questionados quanto à possibilidade de traçar o gráfico de uma função Quadrática através de alguns pontos distintos sobre o plano cartesiano, da mesma forma que é sugerido para obter gráficos de Funções Afins (item 3), os alunos (57,14%) disseram ser possível, ou seja, não observaram a importância, por exemplo, do vértice da parábola, que fornece valor máximo ou mínimo da função, assim como a posição da concavidade, mais um detalhe importante para se traçar a curva. Diante desse resultado, fica evidente que a metodologia aplicada ao longo das aulas tradicionais foi falha, pois alguns conceitos não ficaram claros ou se mostraram irrelevantes na visão dos alunos.

Item 4 - Qual a sua maior dificuldade a respeito do assunto Função Quadrática?

Para o quarto item, 14 alunos responderam SIM e 14, NÃO.

Gráfico 4 - Resultado do item 4, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 1



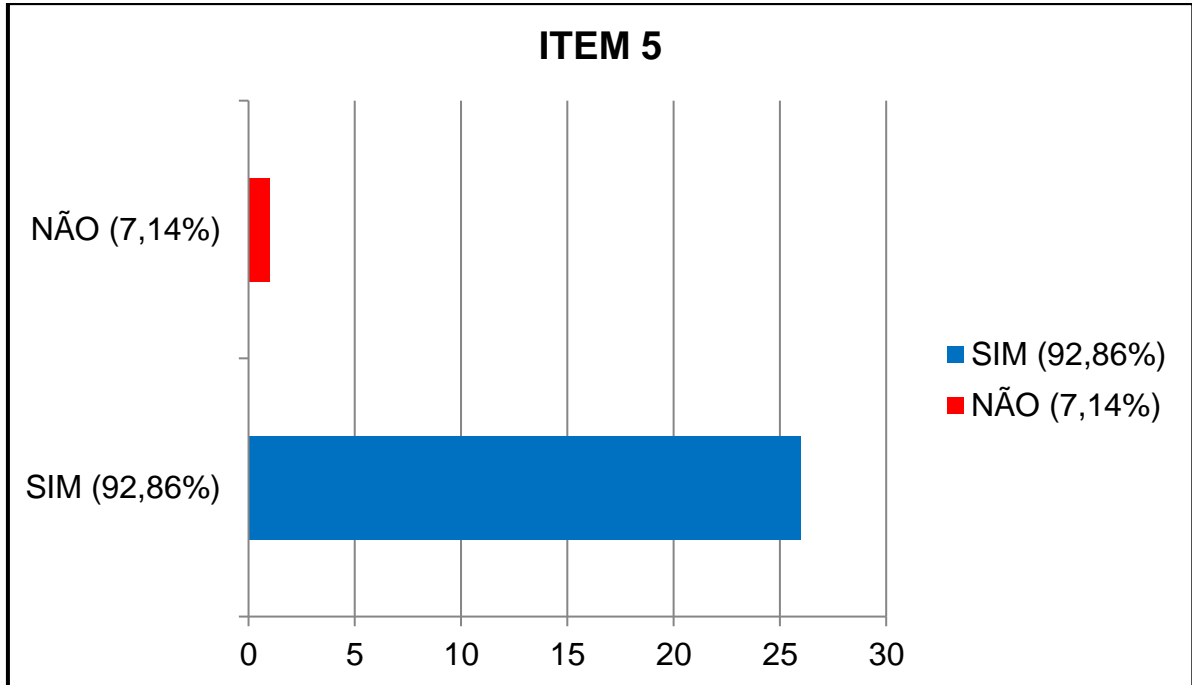
Fonte: o autor, 2016.

Perguntados a respeito da maior dificuldade em relação ao assunto tratado (item 4), metade (50%) respondeu ter problemas quanto à parte algébrica (cálculos dos zeros (raízes), determinação dos vértices, entre outros), enquanto a outra metade disse ter dificuldades quanto à parte gráfica (esboço do gráfico da função, bem como suas principais características).

Item 5 - Você conseguiu perceber a importância (influência) dos coeficientes (a, b e c) no gráfico de uma Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$?

Para o quinto item, 26 alunos responderam SIM e 2, NÃO.

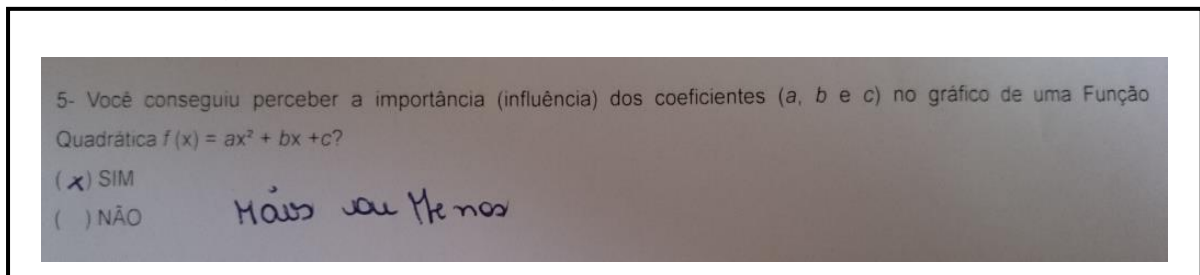
Gráfico 5 - Resultado do item 5, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 1



Fonte: o autor, 2016.

Grande parte dos alunos (92,86%) disse ter compreendido a influência dos coeficientes no gráfico de uma função Quadrática (item 5), porém tal confirmação mostra-se contraditória diante da dificuldade que os alunos têm quanto aos procedimentos algébricos e geométricos necessários para que pudessem observar tais fatores (Figura 4).

Figura 4: Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 5



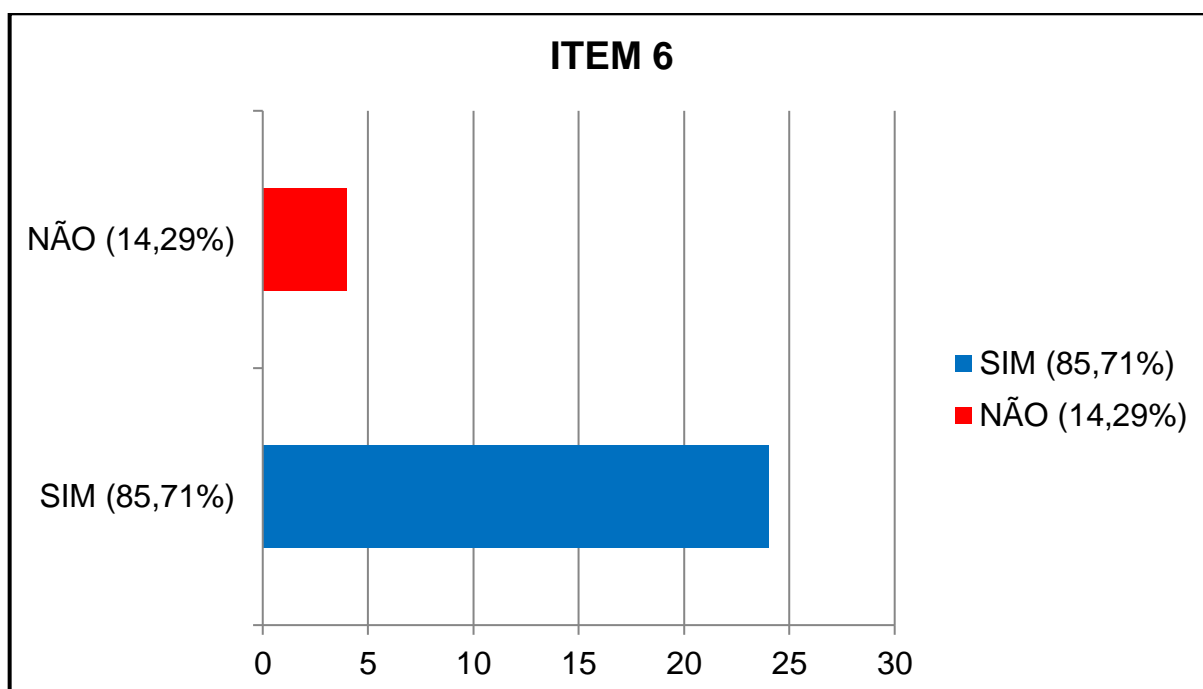
Fonte: o autor, 2015.

Certamente, esses alunos fazem parte do grupo relatado anteriormente, ou seja, daqueles que ainda não observaram a importância do vértice da parábola (pontos de máximo e mínimo). Vale ressaltar que, durante as aulas, um roteiro (Anexo G) foi esquematizado no quadro para mostrar o passo a passo da construção do gráfico de função Polinomial do 2º Grau.

Item 6 - Depois dos conceitos vistos no decorrer das aulas, você consegue esboçar o gráfico de uma Função Quadrática?

Para o sexto item, 24 alunos responderam SIM e 4, NÃO.

Gráfico 6 - Resultado do item 6, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 1



Fonte: o autor, 2016.

Item 7 - Você seria capaz de dar um exemplo prático que recaia em uma parábola?

Como citado anteriormente, nenhum aluno que participou da pesquisa soube dar um exemplo prático que recaia (relembre) em uma parábola. Era esperada que

aparecessem respostas como o lançamento de uma bola em um jogo de basquete, um chute a gol, o lançamento de uma pedra, uma antena parabólica, entre outros.

3.3 Etapa 3 - Atividades no laboratório de informática – GeoGebra e *Power Point*.

A fase seguinte (Etapa 3) aconteceu no laboratório de informática, precisamente no dia 14/11, durante três tempos seguidos de aula, de 50 minutos cada. Para isso, foi usado um projetor multimídia ligado a um dos computadores com a finalidade de fazer uma rápida apresentação do *software* livre GeoGebra e mostrar suas principais ferramentas, bem como as facilidades de se trabalhar com um programa todo em português e bastante autoexplicativo. Além disso, com o auxílio do *Power Point*, foi possível mostrar o conteúdo que seria desenvolvido paralelamente às atividades realizadas no *software* de geometria dinâmica pelos alunos (Tabela 3), formalizando e reforçando as conclusões que no decorrer das atividades pudessem surgir. Segundo NOGUEIRA (2013) o *Power Point* é uma ferramenta importante no processo ensino-aprendizagem, tendo em vista que torna, através do visual atraente dos slides, os conteúdos mais interessantes, motivando os alunos e proporcionando uma compreensão melhor dos problemas matemáticos. As tarefas propostas seguiram uma sequência de atividades (Anexo B), cujo principal objetivo era proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa, gerada pelo fator visual e pelo grande número de experiências em um pequeno espaço de tempo, se comparado ao método tradicional adotado na etapa anterior. Os alunos participantes dessa fase pertenciam a uma única turma, diferente da etapa anterior onde participaram três turmas, cuja finalidade é verificar, após realizarem as avaliações bimestrais, se esses alunos alcançariam melhores resultados, se comparados aos outros.

Com 15 computadores funcionando corretamente e com GeoGebra instalado⁵, os alunos presentes foram distribuídos em duplas por máquina. Antes do início das atividades envolvendo o tema principal, os alunos assistiram a um vídeo Tutorial GeoGebra – Parte 1 (<http://www.youtube.com/watch?v=x-fJy6vRNXE>), como

⁵ Todo computador do MEC vem com pacote de programas pré-instalados, dentre esses o GeoGebra.

uma forma de apresentação do *software*, bem como para demonstrar as principais ferramentas do programa em questão. Após a exibição do vídeo e seguindo as orientações do professor, através do projetor multimídia posicionado na frente onde todos pudessem ver, os alunos prosseguiram, com a realização das tarefas (Anexo B), bastante motivados e entusiasmados com as facilidades e descobertas proporcionadas pelo *software* na construção dos gráficos, sempre monitorados para que as atividades fossem realizadas conforme o planejado.

Os conceitos que envolvem a função Quadrática foram apresentados no *Power Point* conforme seguinte sequência de *slides* apresentada na tabela a seguir:

Tabela 3 - Sequência de *slides* do *Power Point* relacionados à situação problema envolvendo Função Quadrática

Slide	Título	Observações
1	Lançamento de Dardo	Situação problema (prova olímpica)
2	Lançamento de dardo – Trajetória	Mostrando algumas características do trajeto do dardo no início do lançamento.
3	Lançamento de dardo – Trajetória Parabólica	Mostrando algumas características do trajeto do dardo ao término do percurso.
4	Trajeto parabólico – Outros exemplos	Dentre outros exemplos dados pelos alunos.
5	A Função Polinomial do 2º Grau (Função Quadrática) e a Parábola	Definição – esclarecendo alguns questionamentos sobre a definição.
6	O Gráfico de Função Quadrática construído no GeoGebra	Visualização do gráfico da função com o auxílio do <i>software</i> .
7	O Gráfico de Função Quadrática e seus principais pontos	Observações a respeito do gráfico e alguns pontos importante - Zeros, vértices e ordenada $y = c$
8	O Gráfico de Função Quadrática e seus principais pontos	Observações a respeito do gráfico e alguns pontos importante - Zeros, vértices, ordenada ($y = c$) e o eixo de simetria.
9	Função Quadrática –	Compreendendo melhor a influência do

	CONCAVIDADE	coeficiente “a” no gráfico de uma Função Quadrática – Controle Deslizante.
10	A concavidade e o coeficiente “a” positivo.	Posição da parábola quando o coeficiente a > 0 .
11	A concavidade e o coeficiente “a” negativo.	Posição da parábola quando o coeficiente a < 0 .
12	Função Quadrática – <u>CONCAVIDADE</u> da Parábola	Definição de parábola segundo o dicionário e sua relação com o sinal do coeficiente “a”.
13	Função Quadrática – CONCAVIDADE da Parábola	Conclusão (resumo)
14	Função Quadrática – Coeficiente “b”.	Compreendendo melhor a influência do coeficiente “b” no gráfico de uma Função Quadrática – Controle Deslizante.
15	Função Quadrática – Coeficiente “b” positivo.	Posição da parábola quando o coeficiente b > 0 .
16	Função Quadrática – Coeficiente “b” negativo.	Posição da parábola quando o coeficiente b < 0 .
17	Função Quadrática – Coeficiente “b” - exemplo.	Exemplo – Conclusão
18	Função Quadrática – Coeficiente “c”.	Compreendendo melhor a influência do coeficiente “c” no gráfico de uma Função Quadrática – Controle Deslizante.
19	Função Quadrática – Coeficiente “c” positivo.	Posição da parábola quando o coeficiente c > 0 .
20	Função Quadrática – Coeficiente “c” negativo.	Posição da parábola quando o coeficiente c < 0 .
21	Função Quadrática – Coeficiente “c” - Exemplos.	Exemplo 1: a > 0, c = 1 e c = -1.
22	Função Quadrática – Coeficiente “c” - Exemplos.	Exemplo 2: a < 0, c = 1 e c = -1.

Fonte: o autor, 2016.

3.4 Etapa 4 - Aplicação do questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na etapa 3.

Ao término da etapa 3, foi realizada uma pesquisa de campo, através de um questionário (Anexo C), exatamente no dia 16/11/2015, contendo seis perguntas (itens), respondidas individualmente, cuja finalidade seria verificar os conhecimentos adquiridos durante a aula realizada no laboratório de informática com o auxílio do GeoGebra e do *Power Point*, no que diz respeito à função Polinomial do 2º Grau.

Para uma melhor leitura e visualização dos resultados obtidos, os percentuais obtidos nas respostas vêm acompanhados de um gráfico de barras, onde as cores azul e vermelha correspondem às respostas sim ou não, respectivamente, exceto aqueles em que uma das opções alcançou 100%. Em seguida, após cada gráfico, poderá haver algumas considerações relacionadas ao conjunto de respostas obtidas nos respectivos itens. Então, seguindo esses critérios de apresentação dos dados obtidos:

Item 1 - Você percebeu algum tipo de vantagem, em relação à aprendizagem dos conceitos sobre Função Quadrática, nas aulas em que foram usados recursos tecnológicos (computador, Power Point, GeoGebra, entre outros)?

Para o primeiro item, 28 alunos responderam SIM e 0 (zero), NÃO.

A partir das respostas fornecidas foi possível verificar que todos os alunos (100%) responderam ter percebido algum tipo de vantagem, em relação à aprendizagem dos conceitos sobre Função Quadrática, nas aulas em que foram usados recursos tecnológicos.

Item 2 - Você acha que foi mais fácil e prático para o professor ensinar nas aulas em que ele usou o computador?

Para o segundo item, 28 alunos responderam SIM e 0 (zero), NÃO.

Todos os alunos pesquisados (100%) entenderam ser mais fácil e prático para o professor ensinar na aula em que foi utilizado o computador como ferramenta de ensino. Conseqüentemente, todos os entrevistados entenderam que os recursos tecnológicos utilizados nas aulas contribuíram para que seus conhecimentos anteriores fossem melhorados (item 3).

Item 3 - Você acha que os recursos tecnológicos utilizados nas aulas contribuíram para que seus conhecimentos anteriores fossem melhorados?

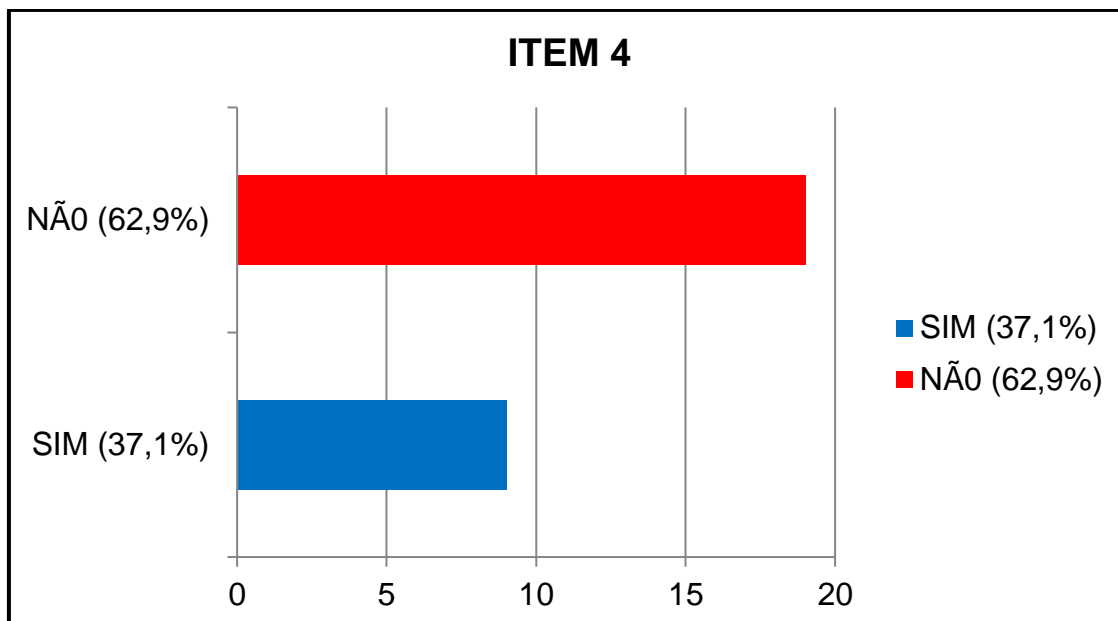
Para o terceiro item, 28 alunos responderam SIM e 0 (zero), NÃO.

Quando questionados se antes da aula no laboratório de informática teriam visualizado a importância de cada coeficiente (a, b e c) no gráfico da função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ (item 4), 69,2% responderam que não haviam visualizado a influência de cada coeficiente junto ao gráfico de uma função desse tipo.

Item 4 - Antes do uso de recursos tecnológicos durante as aulas, você havia visualizado a importância de cada coeficiente (a, b e c) no gráfico da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$?

Para o quarto item, 9 alunos responderam SIM e 19, NÃO.

Gráfico 7 - Resultado do item 4, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 2



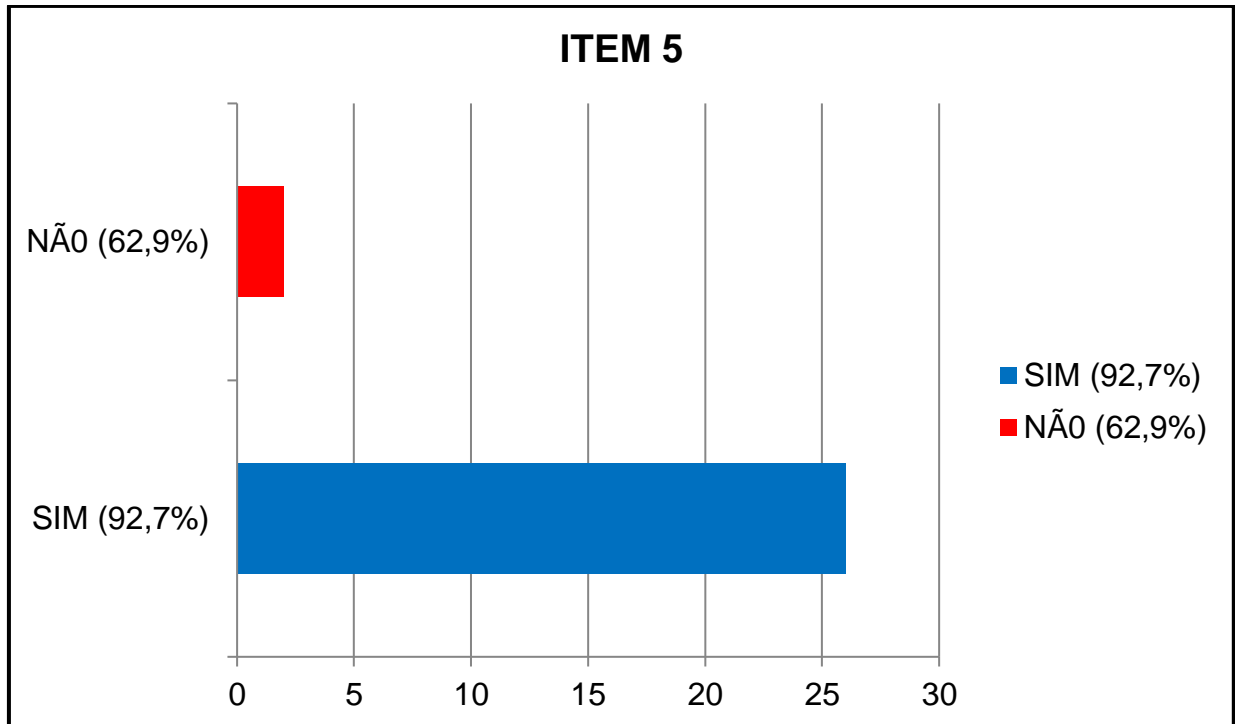
Fonte: o autor, 2016.

Em relação às respostas dadas ao item 5, ou seja, se o aluno seria capaz de dar um exemplo prático que relembre uma parábola, após a aula no ambiente informatizado, 92,7% disseram que sim, bem diferente das respostas dadas à essa mesma pergunta no questionário da etapa 2 (ANEXO A), onde 100% dos alunos disseram não ser capazes de dar um exemplo prático de parábola.

Item 5 - Depois do que viu em aula sobre o gráfico de uma Função Quadrática, você seria capaz de dar um exemplo prático que relembre uma parábola?

Para o quinto item, 26 alunos responderam SIM e 2, NÃO.

Gráfico 8 - Resultado do item 5, questionário subjetivo a respeito dos conhecimentos adquiridos na Etapa 2



Fonte: o autor, 2016.

Ao serem questionados se achavam que o computador, como ferramenta de ensino, poderia substituir o papel do professor (item 6), todos (100%) reconhecem o papel do docente como peça indispensável no processo ensino-aprendizagem dos conceitos vistos nas aulas com recursos computacionais. Algumas observações foram feitas referentes ao item anterior, e uma delas (Figura 5) descreve de forma satisfatória o que tem sido discutido até então. O uso de recursos tecnológicos, na visão de NOGUEIRA:

(...) pode facilitar o ensino e a aprendizagem de determinados conteúdos e motivar o aluno levando-o a ter interesse pela aula, desde que o professor saiba conduzi-la, promovendo reflexões, debates e abrindo espaço para questionamentos a respeito dos conteúdos abordados. (NOGUEIRA, 2013, p.26).

Figura 5 - Observação de um aluno(a) em relação a sua resposta do item 6

6- Você acha que o computador, como ferramenta de ensino, pode substituir o papel do professor?

() SIM

(X) NÃO

Observações:

O uso do computador como ferramenta de ensino pode ajudar os alunos a compreenderem a matéria, mas também precisa de um professor para o auxílio.

Fonte: o autor, 2016.

4 APLICAÇÃO E RESULTADO DAS AVALIAÇÕES (ETAPA 5)

Ao término da etapa 4, foram realizadas avaliações individuais da seguinte forma:

Tabela 4: Valor de cada avaliação com suas respectivas datas de aplicação

Avaliação	Valor	Data
Teste	5,0 pontos	19/11
Prova	5,0 pontos	25/11
Outros ⁶	2,0 pontos	13/10 a 25/11

Fonte: o autor, 2016.

Tais avaliações foram planejadas de acordo com os conteúdos abordados ao longo do 4º bimestre e foram aplicadas mediante as necessidades, não só do professor, mas também dos alunos envolvidos, pois concede a estes visualizarem em que partes devem melhorar no seu processo de aprendizagem. Segundo ALVES (2008), a avaliação permite ao professor adquirir os elementos de conhecimentos que o tornem capaz de situar, do modo mais correto e eficaz possível, a ação de estímulo, de guia ao aluno, ou seja, não significa apenas avaliar quantitativamente, e sim algo que o permita aperfeiçoar o processo ensino-aprendizagem, bem como verificar se as metodologias utilizadas, de fato, estão contribuindo para uma aprendizagem significativa.

4.1 Aplicação e resultados do teste

Com esses propósitos, ao longo de dois tempos de aula de 50 minutos cada, foi realizado o Teste de Matemática (19/11), (Anexo D), individual e sem consulta, para todos os alunos das três turmas envolvidas, contendo cinco questões com valor de 1,0 ponto cada uma. Dentre os itens contidos na avaliação, dois tratam de função

⁶ Tarefas (exercícios, dever de casa, trabalhos, participação em aula etc...) realizadas ao longo do bimestre.

quadrática, sendo um que exige conhecimentos algébricos e outro que necessita de análise gráfica ou de entendimento quanto aos coeficientes da função polinomial do 2º grau. As outras três questões envolvem conhecimentos anteriores sobre função polinomial do 1º grau e não serão contabilizadas nesse trabalho.

A questão 2 do teste faz referência ao lançamento vertical de uma bola e a partir da função quadrática correspondente (h em função de t , onde h (metros) e t (segundos)) os alunos deveriam, através dos devidos cálculos algébricos, determinar valores como: (a) a altura em que a bola se encontra 1s após o lançamento (chute); (b) os instantes em que a bola se encontra a 75 m do solo; (c) a altura máxima atingida pela bola; (d) o instante em que a bola retornará ao solo; (e) um esboço do gráfico.

A Tabela 5 mostra o total de alunos de cada turma e o número de alunos que responderam de forma correta cada um dos 5 itens da questão 2, descritos anteriormente.

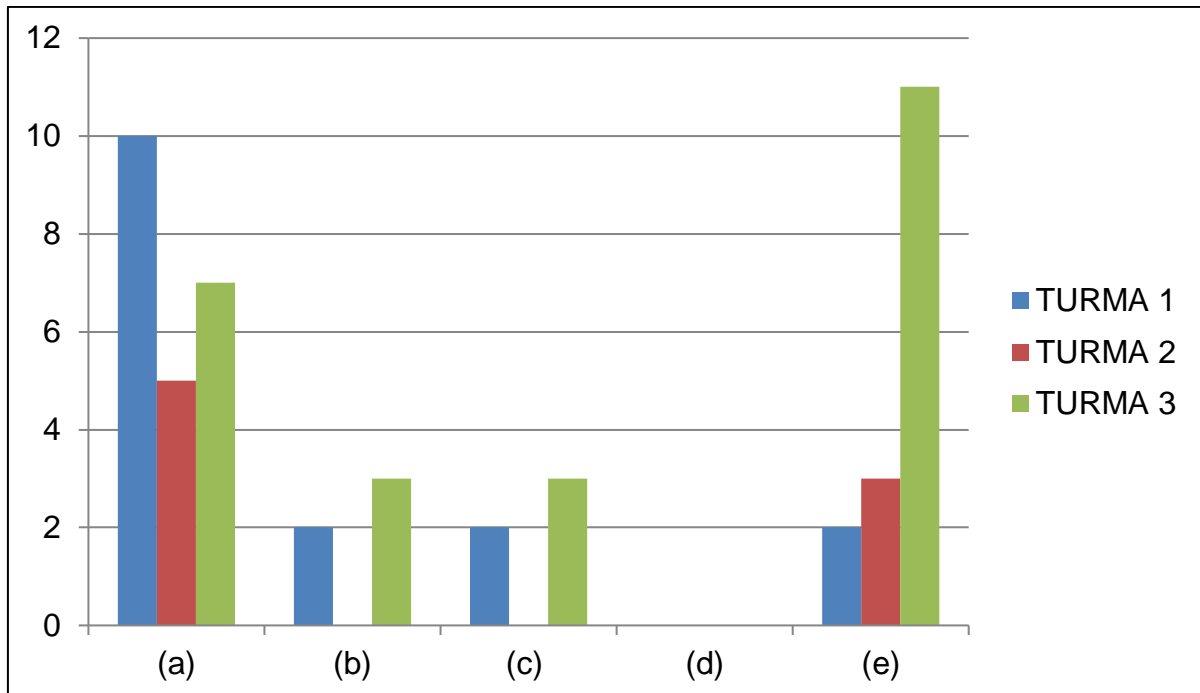
O Gráfico 9, reproduz os números apresentados na tabela para uma melhor visualização dos números coletados, assim como, facilitador da leitura e entendimento dos resultados obtidos. Por último, foram feitos alguns comentários sobre cada item, baseados no conjunto de respostas obtidas nos respectivos itens.

Tabela 5 - Quantidade de alunos por turma que acertaram cada um dos 5 itens da Questão 2 do teste

	TOTAL Alunos	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
TURMA 1	34	10	2	2	0	2
TURMA 2	26	5	0	0	0	3
TURMA 3	28	7	3	3	0	11

Fonte: o autor, 2016.

Gráfico 9 - Reprodução dos dados contidos na tabela 4

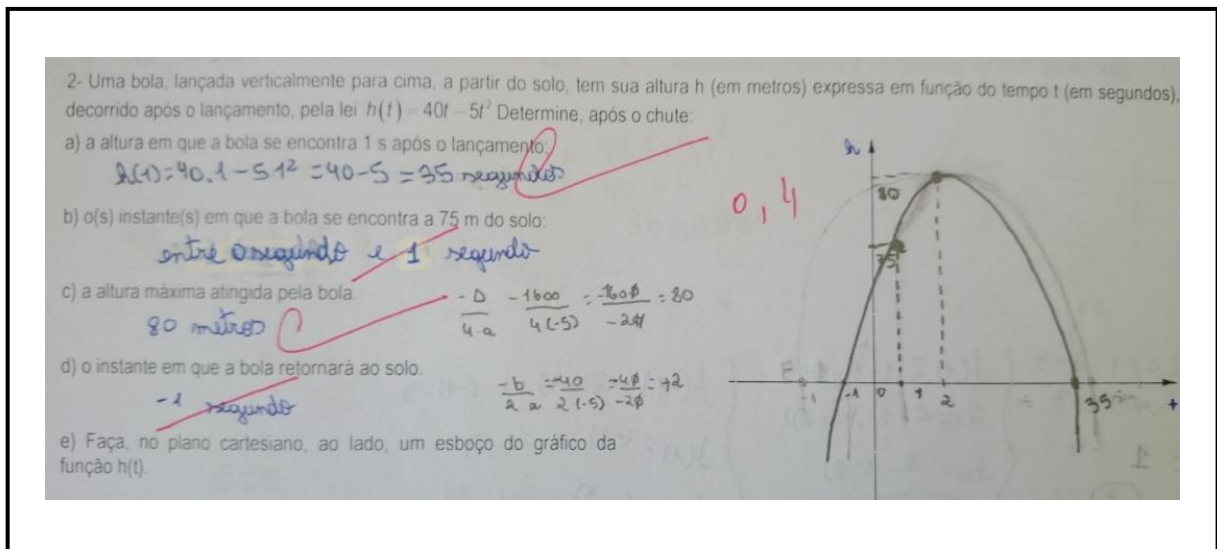


Fonte: o autor, 2016.

Analisando os resultados obtidos no item (a) sobre conhecimentos algébricos, é notável um melhor desempenho da TURMA 1 em relação à TURMA 3, mostrando que o uso dos recursos tecnológicos não contribuiu para que a TURMA 3 tivesse um resultado satisfatório no respectivo item.

Em relação ao item (e), nenhum dos alunos esboçou de forma satisfatória o gráfico da função polinomial do segundo grau dada, porém na figura 6, tais números se justificam pelo fato de alguns alunos terem desenhado algo que tivesse alguma relação com os números encontrados ou com a função propriamente dita, ou seja, a partir de seus coeficientes, por exemplo.

Figura 6 - Resposta dada por um(a) aluno(a) nos itens da questão 2 do teste



Fonte: o autor, 2015.

Também em relação ao item (d), nenhum aluno respondeu de forma correta e, a maioria, nem ao menos fez algum tipo de cálculo, levando a concluir que nenhum dos alunos avaliados detinha conhecimento suficiente para resolver o item, tendo em vista que não correlacionaram “instante em que a bola retorna ao solo” à altura igual a zero ($h(t) = 0$).

A questão 3 solicitava os sinais dos coeficientes a , b e c a partir do gráfico de uma função polinomial do segundo grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Sendo assim, cada aluno deveria responder apenas se a , b e c são $<$ ou $>$ do que 0 , respectivamente.

A Tabela 6 mostra o total de alunos de cada turma e o número de alunos que responderam de forma correta, ou parcialmente⁷ correta, em relação aos três coeficientes relacionados ao gráfico da função quadrática.

O Gráfico 10 serve para mostrar, de outra forma, os números mostrados na tabela, a fim de facilitar a leitura e a compreensão dos resultados obtidos. Por último, aparecem alguns comentários relacionados a cada item, a partir das respostas dadas pelos alunos participantes da avaliação em questão.

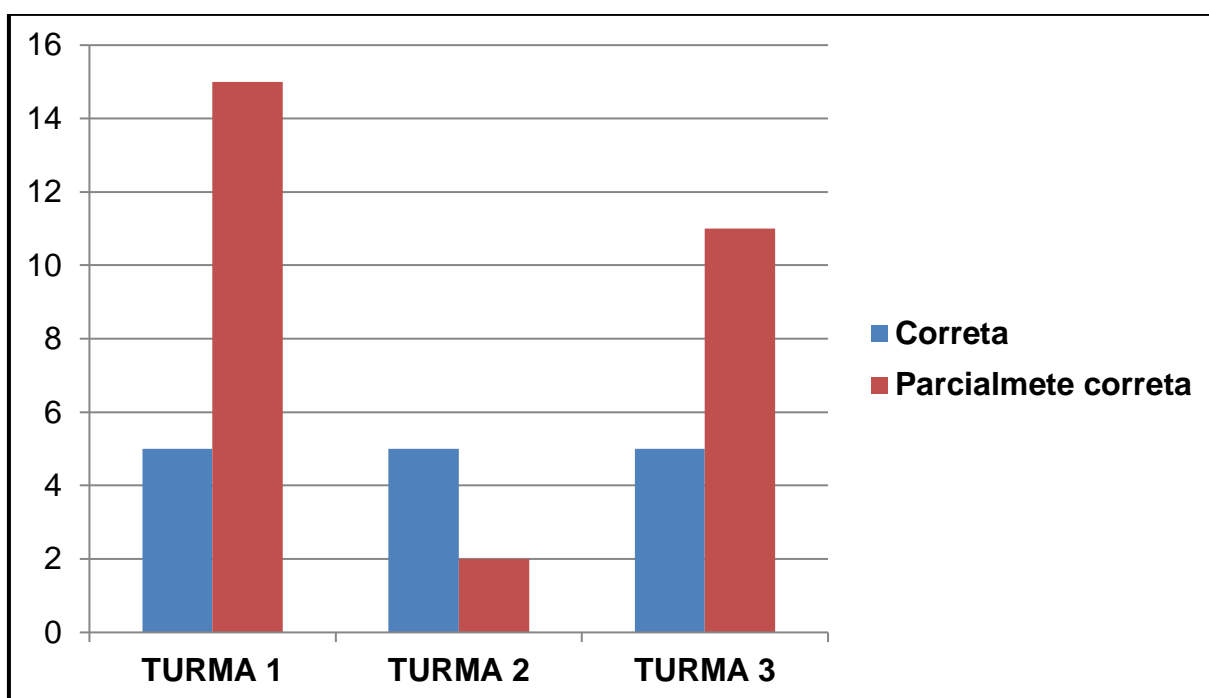
⁷ Parcialmete, nesse caso, equivale dizer que o aluno acertou pelo menos uma das três respostas dadas para os coeficientes a , b e c da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Tabela 6 - Quantidade de alunos por turma que responderam corretamente ou parcialmente correta a Questão 3

	TOTAL Alunos	Correta	Parcialmente Correta
TURMA 1	34	5	15
TURMA 2	26	5	2
TURMA 3	28	5	11

Fonte: o autor, 2016.

Gráfico 10 - Reprodução dos dados contidos na tabela 5

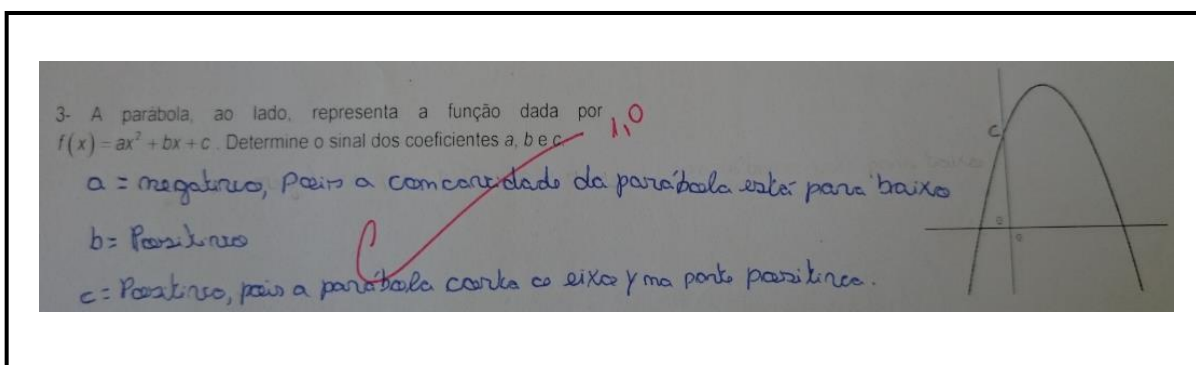


Fonte: o autor, 2016.

Com relação aos dados apresentados na tabela anterior, um número considerável de alunos não respondeu qualquer coisa a respeito dos sinais dos coeficientes em questão, mais precisamente 14 (41,2%), 19 (49,4%) e 12 (42,8%), das turmas 1, 2 e 3, respectivamente, assim como grande parte respondeu parcialmente correta se comparado àqueles que responderam de forma correta, ou seja, 31,8% contra 17%. Diante desses resultados, pode-se concluir que os alunos apresentaram muitas dificuldades para obter os sinais dos coeficientes de uma função quadrática a partir do seu gráfico, mostrando que a metodologia aplicada nas

aulas não foi suficiente para que os alunos entendessem a relação existente entre coeficientes e o gráfico de uma função Polinomial do 2º grau. A Figura 7 mostra a resposta dada por um dos alunos, onde foram apresentadas algumas justificativas para a escolha dos sinais dos coeficientes relacionados.

Figura 7: Justificativas de um(a) aluno(a) sobre os sinais atribuídos aos coeficientes “a”, “b” e “c”



Fonte: o autor, 2015.

Fazendo uma comparação entre os desempenhos obtidos quanto às questões 2 e 3, onde a primeira requer conhecimentos algébricos e a segunda, conhecimentos gráficos, pode-se concluir que os alunos apresentaram melhor desempenho na questão 3. Porém, vale ressaltar que tais números ficaram muito abaixo da expectativa, pois esperava-se, por exemplo, que os alunos tivessem um melhor resultado nas questão 2, tendo em vista que o assunto em questão foi visto no 9º do Ensino Fundamental. Tal índice de alunos deficientes em relação aos conhecimentos necessários para a questão 2, ratifica o fato de que eles têm dificuldade no que diz respeito às questões onde os cálculos são indispensáveis para se obter os resultados.

4.2 Revisão dos conceitos no laboratório de informática


Com o objetivo de rever os possíveis erros cometidos pelos alunos avaliados na solução dos problemas propostos no Teste Bimestral de Matemática (etapa anterior) e, a partir disso, prepará-los para a Prova Bimestral de Matemática (etapa seguinte), a mesma turma da etapa 2 (TURMA 3) retornou ao laboratório de


informática. Nessa ocasião, os alunos puderam analisar cada item da avaliação e visualizar no computador, com o auxílio do GeoGebra, aquilo que era esperado que respondessem nos respectivos itens contidos na avaliação, pois o *software*, além de facilitar a visualização gráfica da função relacionada, proporciona a possibilidade de verificação rápida de inúmeras possibilidades, na mesma janela de visualização do programa, proporcionando uma preparação para a avaliação posterior, onde serão cobrados novamente os mesmos conceitos contidos no teste. Em relação aos conhecimentos algébricos, as questões do teste foram refeitas em sala de aula, nas três turmas envolvidas nessa pesquisa, com o objetivo de rever alguns procedimentos, dentre os quais, por exemplo, o cálculos dos zeros da função polinomial do segundo grau, assim como seus pontos e valores de máximo ou mínimo. No laboratório, o *Power Point* foi usado para a apresentação das questões e também para mostrar um roteiro de atividades (comandos) voltados para a solução das questões, exatamente como aparece, na figura 8. O Anexo E mostra os *slides* com os itens revistos e as respectivas imagens colhidas do GeoGebra.

Figura 8 - *Slide* com roteiro para solução gráfica do item (a), Questão 2 do teste

Função Quadrática – Questão 2 - Item (a)

(a) a altura em que a bola se encontra **1 s** após o lançamento;

Usando o  , sigamos os seguintes passos:

- 1) No campo de entrada digite $h(t) = 40 \cdot t - 5 \cdot t^2$ e, em seguida, aperte **ENTER** para a visualização do gráfico;
- 2) Sobre o eixo **x**, marque o ponto **A (1, 0)**;
- 3) Traçar uma reta perpendicular  ao eixo **x** passando pelo ponto **A (1, 0)**;
- 4) Marque o ponto **B** exatamente sobre a intersecção da reta perpendicular com a parábola e, em seguida, observe na janela de álgebra, as coordenadas do ponto **B**.

Fonte: o autor, 2015.

Ao longo da aula, as atividades foram se desenvolvendo conforme os itens (comandos) que iam aparecendo nos *slides* mostrados pelo Power Point e, dessa forma, os alunos conseguiram, mesmo que de forma orientada, construir e aprimorar seus conhecimentos e, conseqüentemente, solucionar os problemas do teste, bem como visualizar e construir outras situações, através da manipulação dos coeficientes ou do gráfico da função quadrática possibilitadas pelo GeoGebra.

4.3 Aplicação e resultado da prova

Aplicada em dois tempos de aula de 50 minutos cada, a prova de bimestral de matemática (25/11) (Anexo F) com o mesmo formato do teste, ou seja, individual e sem consulta, para todos os alunos das três turmas envolvidas, contendo cinco questões com valor de 1,0 ponto cada uma. Dentre os itens contidos na avaliação, dois tratam da função Quadrática em si, sendo um que exige conhecimentos algébricos (questão 2) e outro que necessita de análise gráfica ou de entendimento quanto aos coeficientes da função polinomial do 2º grau (questão 4). As outras três questões envolvem conhecimentos anteriores sobre função Polinomial do 1º grau e não serão contabilizadas nesse trabalho.

É importante lembrar que tal avaliação foi aplicada após a aula dada no laboratório de informática e, que esta, envolveu somente uma das três turmas (turma 3), para que os resultados obtidos nas turmas 1 e 2 (sem recursos tecnológicos) pudessem ser comparados com aqueles obtidos na turma 3, a qual pode, através do computador, fazer inúmeras experiências quanto a gráfico de função Quadrática no GeoGebra seguindo uma sequência de atividades contidas em *slides* vistos no *datashow* e produzidos no *Power Point*.

A questão 2 da prova faz referência ao lançamento vertical de uma bola, ao ser chutada de um tiro de meta por um goleiro, em uma partida de futebol, a partir da função quadrática correspondente (h em função de t , onde h (metros) e t (segundos)), na qual os alunos deveriam, através dos devidos cálculos algébricos, determinar valores como: (a) o instante em que a bola retornará ao solo; (b) a altura máxima atingida pela bola.

A Tabela 6 mostra o total de alunos de cada turma e o número de alunos que responderam de forma correta cada um dos 5 itens da questão 2, descritos anteriormente.

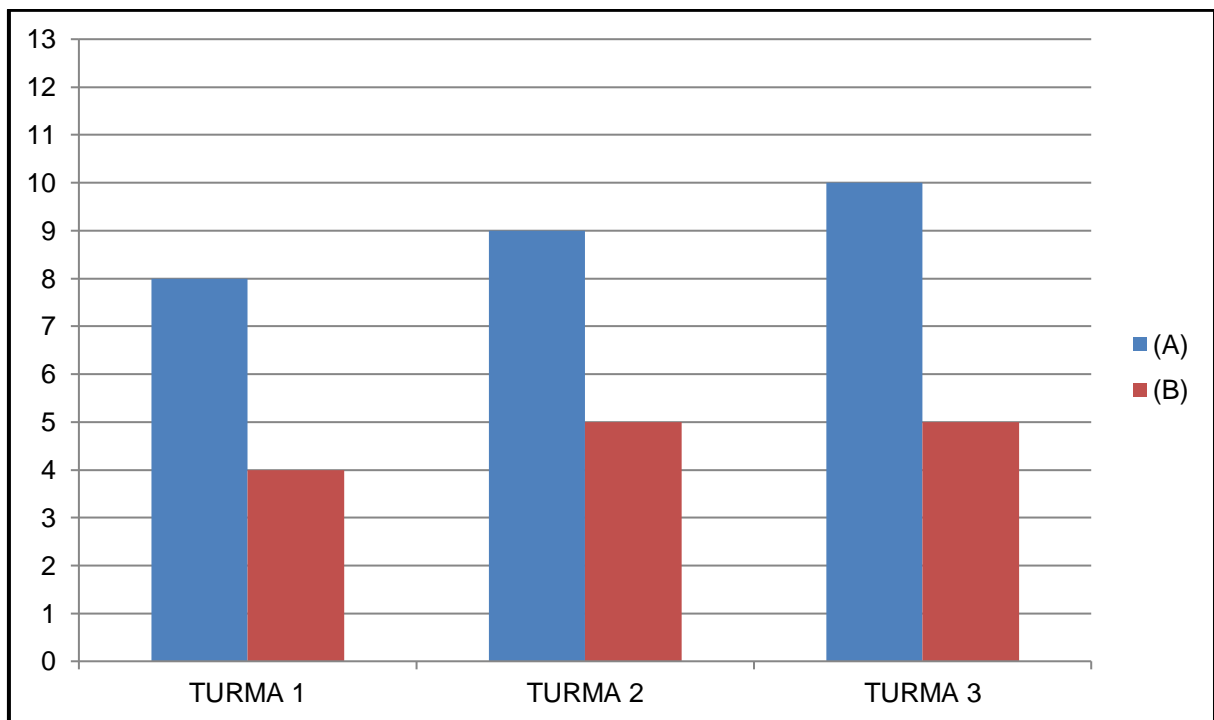
O Gráfico 11 é apenas uma reprodução dos números apresentados na tabela 6 para uma melhor visualização dos números coletados, assim como, facilitador da leitura e entendimento dos resultados obtidos. Por último, foram feitos alguns comentários com base no conjunto de respostas obtidas nos respectivos itens.

Tabela 7 - Quantidade de alunos por turma que responderam corretamente os itens (a) e (b) da Questão 2 da prova

	TOTAL Alunos	(a)	(b)
TURMA 1	35	8	4
TURMA 2	29	5	3
TURMA 3	28	10	5

Fonte: o autor, 2016.

Gráfico 11 - Reprodução dos dados contidos na tabela 6

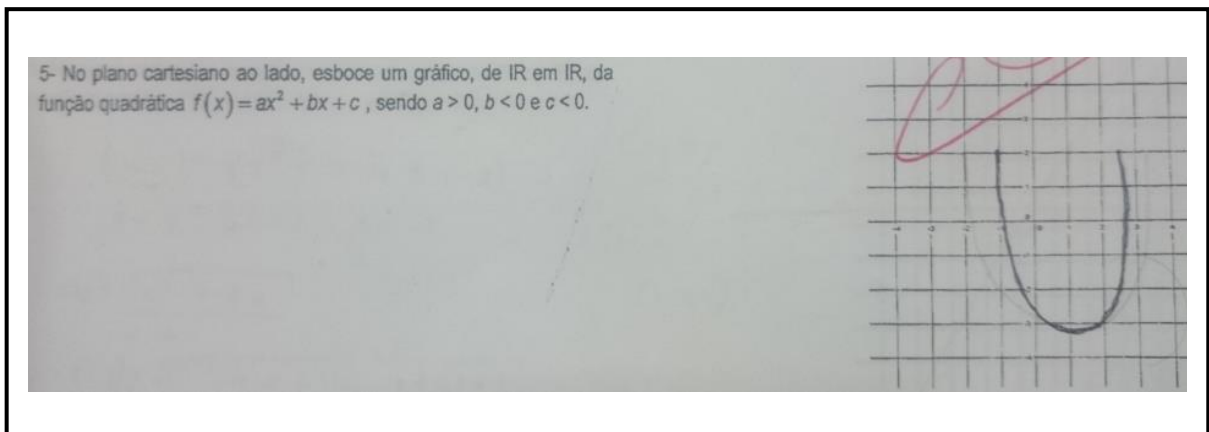


Fonte: o autor, 2016.

Analisando os resultados obtidos no item (a) sobre conhecimentos algébricos, mesmo que pequeno, a TURMA 3 obteve um melhor desempenho em relação às outras duas turmas envolvidas, mostrando que os 10 alunos dessa turma (35,7 %), contra 8 (22,8%) da TURMA 1 e 9 (17,2 %) da TURMA 2 compreenderam que “o instante em que a bola retornará ao solo” corresponde à altura igual a zero, ou seja ($h(t) = 0$), o que não aconteceu no item (d) da Questão 2 do Teste Bimestral de Matemática (“instante em que a bola retorna ao solo”), ocasião esta onde nenhum aluno havia feito tal associação. Em relação ao item (b), a TURMA 3 também obteve melhores resultados em relação às outras turmas, porém tais números ficaram muito abaixo do esperado, tendo em vista que tais itens foram cobrados no teste e com o agravante de que foram refeitos durante a fase de revisão, nas três turmas, como preparação para a avaliação final.

A questão 5 da prova solicitava para que os alunos esboçassem um gráfico, de \mathbb{R} em \mathbb{R} , da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

Figura 9 - Esboço do gráfico, feito por um aluno, referente aos sinais dos coeficientes da função quadrática



Fonte: o autor, 2016.

Com as respostas dadas pelos alunos das três turmas pesquisadas foi possível construir a Tabela 7, na qual possibilitou verificar por turma, a quantidade de alunos que acertou ou errou quanto ao esboço do gráfico de acordo com os coeficientes e seus respectivos sinais fornecidos. Além disso, a última coluna apresenta o percentual da turma que esboçou de forma satisfatória o gráfico para que seja possível comparar o desempenho obtido pelas turmas analisadas.

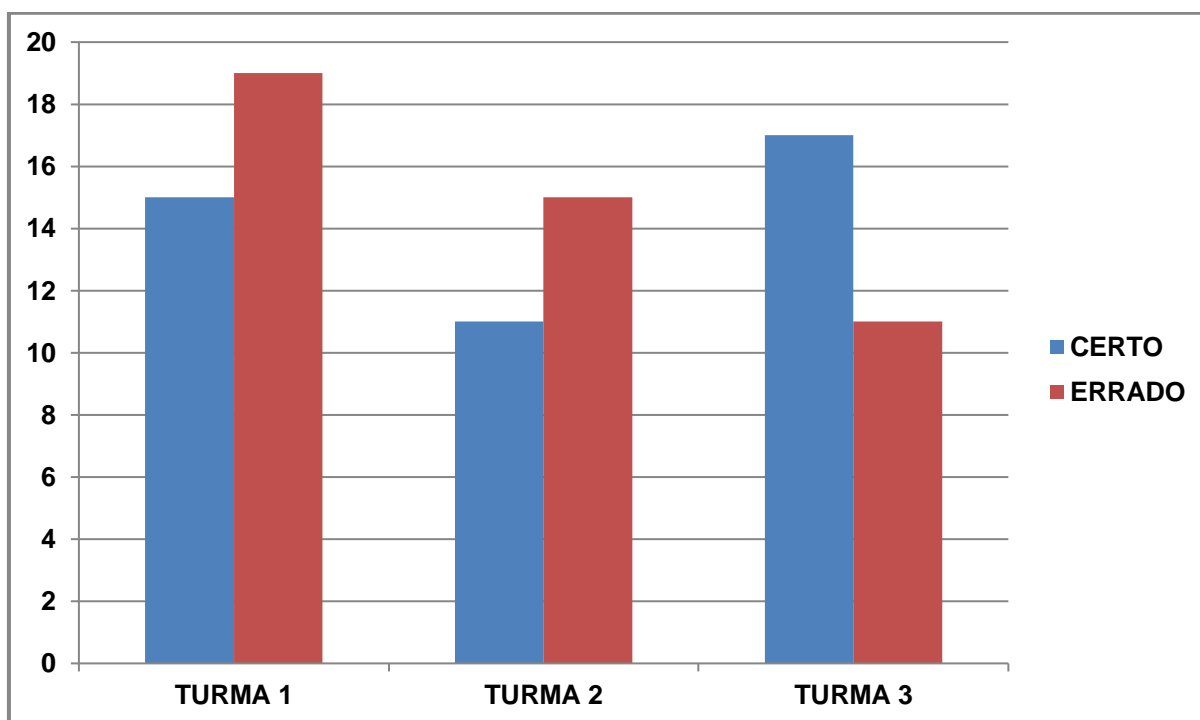
Tabela 8 - Quantidade de respostas certas ou erradas dadas no item 5 da prova

	Certo	Errado	Percentual
TURMA 1	15	19	53,6%
TURMA 2	11	15	42,3%
TURMA 3	17	11	60,7%

Fonte: o autor, 2016.

O Gráfico 12 reproduz os números mostrados na tabela 7, facilitando a leitura e a compreensão dos resultados, de modo que a comparação entre as três turmas fique mais evidente. Por último, aparecem alguns comentários relacionados ao desempenho de cada uma das turmas participantes da avaliação em questão.

Gráfico 12 - Visualização dos dados contidos na tabela 7



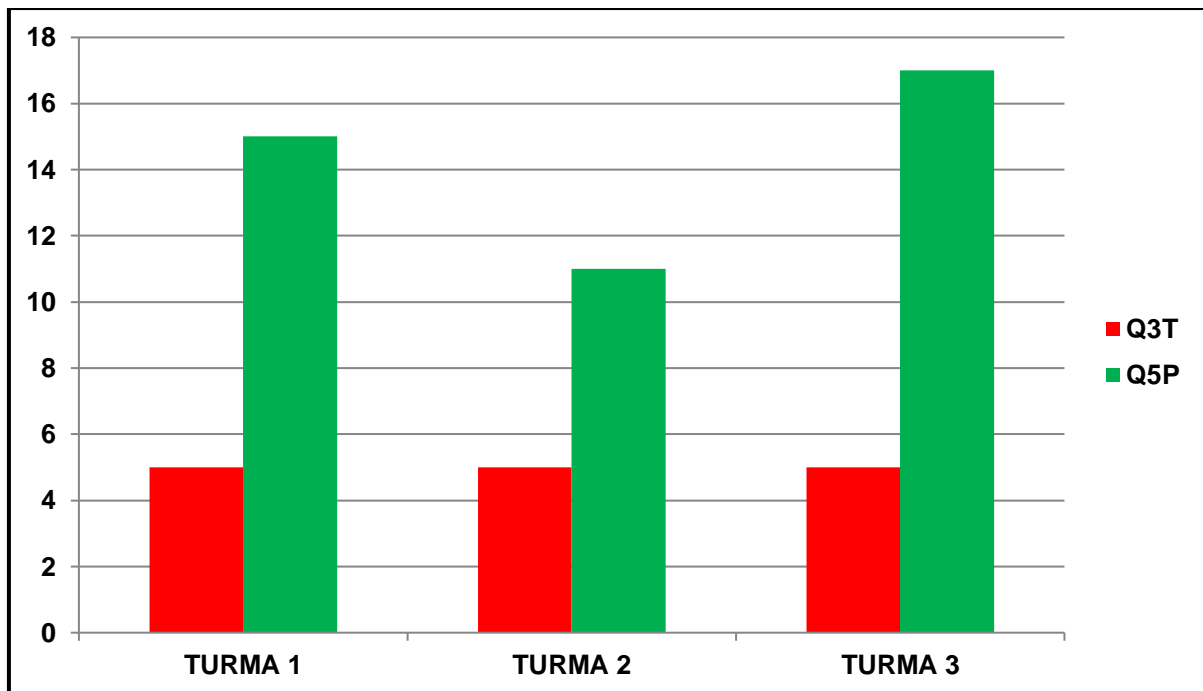
Fonte: o autor, 2016.

De acordo com os resultados obtidos, os alunos da TURMA 3 obtiveram mais acertos (coluna azul) e menos erros (coluna vermelha), ou seja, a turma com melhor rendimento quando comparada as demais analisadas. De uma forma geral, é notável a evolução das três turmas ao observarmos aos resultados atingidos na questão 3 do teste bimestral de matemática, onde a maioria dos alunos nada respondeu quanto aos sinais dos coeficientes, nos levando a pensar que, de fato, a

revisão dada em sala para as três turmas, em destaque, aquela dada no laboratório de informática somente com a TURMA 3, alcançou o objetivo final que seria de prepará-los para a Prova Bimestral de Matemática, revendo os erros cometidos na solução dos itens do Teste Bimestral de Matemática.

Para visualizar melhor a evolução das três turmas que ocorreu durante às duas avaliações (Teste e Prova), o Gráfico 13 faz uma comparação dos alunos que acertaram a questão 3 do teste (Q3T) e questão 5 da prova (Q5P), já que tratam do mesmo assunto, ou seja, dos coeficientes da função quadrática e suas influências no gráfico da função.

Gráfico 13 - Evolução das três turmas ocorrida entre as avaliações (teste e prova)



Fonte: o autor, 2016.

De acordo com o gráfico, destaque para a TURMA 3, que apresentou um crescimento maior referente a quantidade de alunos que acertaram os itens aqui selecionados para que fosse possível fazer tais comparações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática não pode ser tratada como uma disciplina sem significado para a vida cotidiana do aluno, então não deve ser vista apenas por seus inúmeros conceitos e fórmulas que, aparentemente, não têm ligação com as ações humanas que a sociedade exige, limitando suas relações cotidianas, sejam aquelas bem simples ou até mesmo às mais complexas, como, por exemplo, compreender dados em gráficos, realizar estimativas e perceber o espaço que nos cerca, dentre outras (BCN, 2015, p. 117).

Talvez, nesse contexto, encontram-se fatores que justificam uma sociedade, como a nossa, ser limitada no que diz respeito aos conhecimentos matemáticos, fruto de uma escola que trata a disciplina de forma isolada, fazendo com que seu aluno não perceba sua importância nas diferentes áreas do conhecimento, como por exemplo, nas transações comerciais como compra (parcelada ou à vista), venda (lucro ou prejuízo), juros, descontos, empréstimos, e outros; aplicações bancárias, cálculos operatórios básicos, nas engenharias (civil, elétrica, química, naval, de produção, entre outros); até mesmo naquelas áreas não consideradas afins como a medicina, direito, artes, marketing, história, geografia, biologia, dentre outras.

Sabemos que a matemática é onipresente e, por isso, devemos encontrar meios para que seus conceitos tenham significado real, pois qual seria o propósito de ensinarmos algo que não tenha empregabilidade no dia-a-dia do nosso aluno? Mesmo que ele não os use de imediato, mas precisamos mostrar que eles serão usados muitas vezes durante suas atividades futuras, sejam elas profissional ou não.

Diante disso e, de acordo com o Parâmetro Curricular Nacional, temos que saber fazer uso de diferentes fontes de informação bem como utilizar recursos tecnológicos a fim de obter e construir conhecimento (PCN, 1997, p. 06). Foi nesse contexto que tal pesquisa foi realizada e, que de certa forma, proporcionou a inserção de novas tecnologias no ambiente escolar, com o objetivo principal de proporcionar uma aprendizagem significativa no que diz respeito ao estudo da função Polinomial do 2º grau.

Nesse trabalho, de acordo com os resultados obtidos, ficou claro que o uso dos recursos tecnológicos no ambiente informatizado contribuiu positivamente para ao processo ensino-aprendizagem da função Quadrática, tendo em vista que tais

ferramentas possibilitaram aos alunos o entendimento das particularidades da função Quadrática que, em contrapartida, não foram observadas nas aulas lecionadas sem o recurso da informática.

As ferramentas tecnológicas proporcionaram aos alunos uma aprendizagem mais efetiva dos coeficientes da função quadrática, mediante a visualização dos gráficos. Ao contrário do ensino tradicional que demandaria mais tempo e, conseqüentemente, acarretaria em um desinteresse por parte dos alunos.

Além disso, foi verificado que tal metodologia de ensino despertou o interesse da maioria dos alunos em aprender matemática, não só pela novidade em sala de aula, mas também pela liberdade que o GeoGebra oferece ao aluno, ou seja, de criar seus mecanismos de aprendizagem e, com isso, adquirir uma aprendizagem de maior qualidade.

Assim, verificou-se na pesquisa feita com as três turmas, que a TURMA 3 que fez uso do computador, obteve resultados melhores na Prova Bimestral de Matemática, pois diferente das outras, teve a oportunidade de aprofundar, com a ajuda do GeoGebra, os conhecimentos sobre a função estudada. Vale ressaltar que a primeira aula no laboratório de informática não alcançou seus objetivos, pois vimos que as três turmas tiveram desempenhos muito parecidos (todos abaixo do esperado) e, diante disso, ratifica que a aula com recursos tecnológicos de nada diferenciou quanto à aprendizagem dos conceitos abordados, tendo em vista o desempenho dos alunos avaliados.

Vale lembrar que essa turma passou duas vezes pelo laboratório de informática, antes e depois da realização do Teste Bimestral de Matemática e, como mencionado anteriormente, tiveram um resultado tão ruim quanto as outras duas turmas, talvez pelo fato de que apenas uma aula não tenha sido suficiente para que esses alunos pudessem fazer todas as associações envolvendo função Quadrática, propostas durante aquela ocasião.

Tais observações se confirmaram com os resultados obtidos na Prova Bimestral de Matemática, avaliação realizada logo após a revisão dos conceitos, a partir das questões do teste, no laboratório de informática, com o auxílio do *Power Point* e o GeoGebra, onde os alunos da TURMA 3, alcançaram melhores resultados se comparados aos alunos das outras turmas, com destaque na questão que exigia conhecimento gráficos.

Após todas as etapas e coleta de resultados, foi possível verificar que as dificuldades no que tange aos cálculos algébricos, não foram sanadas e continuaram presentes ao longo das sete etapas desenvolvidas durante a pesquisa, assim conclui-se que os recursos tecnológicos usados não contribuíram nesse aspecto e, seria recomendado que, anteriormente, ou paralelamente, às atividades vistas aqui, ocorressem aulas de reforço, que trouxessem as quatro operações matemáticas envolvendo em números inteiros e racionais, potenciação e radiciação (principalmente raiz quadrada) e valor numérico de expressões algébricas, com o objetivo de que esses alunos sejam capazes de calcular, por exemplo, os zeros de uma função quadrática, assim como seu ponto de máximo ou mínimo.

Por último, tal proposta de ensino não teria sucesso caso o autor e a tecnologia não estivessem em total sintonia, ou seja, que o professor saiba utilizar o recurso tecnológico e reconheça sua importância como mediador do processo ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALVES, E. et. Al. Metodologia – Construção de uma Proposta Científica. 1ª ed. Camões, p.58-61. Curitiba. 2008.

ALVES, R. Novas perspectivas para o uso da História da Matemática. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Universidade Estadual do Rio de Janeiro -UERJ. Rio de Janeiro, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNC). Brasília: MEC, 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Matemática v.3. Brasília: MEC/SEF, 1998.

Calendário Escolar. Ano letivo - 2015. Secretaria de Estado de Educação - RJ. Disponível em: <http://download.rj.gov.br/documentos/10112/2271945/DLFE-73526.pdf/calendario2015regular.pdf>. Acesso: 12 de fev. 2016.

Conexões com a Matemática. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1th ed, v. 1. São Paulo. Moderna, 2010.

Currículo Mínimo Matemática - 2012. Secretaria de Estado de Educação - RJ. Disponível em: <http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=759820>. Acesso: 12 de fev. 2016.

FARIAS, C., ALVES, E., OLIVEIRA, I. O Ensino de Função Afim com o Auxílio do *Software* GeoGebra. Disponível em http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/Poster_128.pdf. Acessado em 27 jun. 2013.

GÖTZINGER, H.; BEAN, S. Atividades Matemáticas sobre o uso do GeoGebra. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/120655/Hiandra_monografia.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso: 30 jun. 2013.

GRAVINA, A. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo. Tese (doutorado em Educação Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/2545/000321616.pdf?sequence=1>. Acesso em 29 jun. 2013.

IEZZY, G. et. al. Matemática: ciência e aplicações. 7th ed., v. 1. São Paulo. Saraiva 2013.

MAGALHÃES F. e OLIVEIRA M. Internet como instrumento de ensino-aprendizagem. Disponível em: <http://www.viannajr.edu.br/files/uploads/20140313_115544.pdf>. Acesso em: 17 mai. 2016.

MAGGIO, D. e SOARES, M. Registros de Representação Semiótica e Função Afim: Análise de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio. Décimo encontro gaúcho de Educação Matemática. Rio Grande do Sul, Brasil, 2009. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_11.pdf>. Acesso: 23 jun. 2013.

MASTRELA, R. Modelagem Matemática e as Tecnologias da Informação e Comunicação no Processo Ensino – Aprendizagem. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Goiás. Catalão, 2014. Disponível em: <<https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/4179/6/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Rogerio%20Mastrele%20-%202014.pdf>>. Acesso em: 02 jun. 2016.

NOGUEIRA, F. A utilização de animações em Power Point como ferramenta Didático-Pedagógica para o Ensino de Matemática. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESBA. Vitória da Conquista, 2013.

Orientações Curriculares 1º ao 9º ano. Secretaria Municipal de Educação. Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://www.rio.rj.gov.br/dlstatic/10112/4246635/4104937/MAT_Orientacoes_2013.pdf>. Acesso em: 29 jul. 2016.

PELIZZARI, A. et.al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012381.pdf>. Acessado em 29 jun. 2013

SCANO, F. Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009. Disponível em <http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=10185>. Acesso em 30 jun. 2013

SILVA, R. Funções Quadráticas e suas Aplicações no Ensino Médio. Disponível em: <<http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/990>>. Acesso em: 24 mai. 2013.

SILVA, U. (2007) Análise da Abordagem de Função Adotada em Livros Didáticos de Matemática da Educação Básica. (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). PUC-SP. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/umberto_almeida_silva.pdf>. Acesso: 23 jun. 2013.

SIMÕES, M. ; HOFFMANN, D. Parábolas tardias demais?. Revista Cálculo, São Paulo, ed. 41, ano 4, p. 12 – 15. Jun. 2014.

ANEXO A - Questionário a respeito dos conhecimentos adquiridos sobre Função Quadrática

Colégio Estadual Central do Brasil

Data: ____/____/2015

Turma: _____

1- Você, antes do que viu em aula sobre Função Quadrática, tinha ouvido falar algo a respeito de PARÁBOLA?

- () SIM
() NÃO

2- Agora, depois das aulas iniciais sobre Função Quadrática, você seria capaz de identificar uma parábola?

- () SIM
() NÃO

3- Você acha possível traçar o gráfico de uma Função Quadrática através de alguns pontos distintos sobre o plano cartesiano, assim como foi sugerido para obtermos gráficos de Funções Afins (Reta)?

- () SIM
() NÃO

4- Qual a sua maior dificuldade a respeito do assunto Função Quadrática?

- () **Parte algébrica** – cálculos dos zeros (raízes), determinação dos vértice, etc....
() **Parte Gráfica** – Esboço do gráfico da função (desenho)

5- Você conseguiu perceber a importância (influência) dos coeficientes (a , b e c) no gráfico de uma Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$?

- () SIM
() NÃO

6- Depois dos conceitos vistos no decorrer das aulas, você consegue esboçar o gráfico de uma Função Quadrática?

- () SIM
() NÃO

7- Você seria capaz de dar um exemplo prático que recaia em uma parábola?

Observações:

Anexo B – Atividades no Laboratório de Informática

Slide 1

1- Lançamento de Dardo



Lançamento de dardo é uma modalidade do atletismo na qual o atleta lança um dardo tentando alcançar a maior distância possível. Esse dardo tem forma de lança, e pode ser feito de fibra de vidro, de metal ou fibra de carbono.

Peso / Comprimento do dardo:

Homem – 2,7m / 800g
Mulher – 2,3m / 600g

Após uma corrida preparatória para o lançamento, o atleta posiciona o dardo para atrás das linha dos ombros e, ao alcançar a marca da zona de lançamento, inclina o tronco para trás e lança o dardo em uma angulação entre 30° e 40°, com uma velocidade inicial de 100 km/h aproximadamente.

Regra: o atleta é desclassificado caso ultrapasse a zona de lançamento, mesmo após o lançamento. O dardo deve tocar o solo com a parte dianteira.

Vídeo demonstrativo

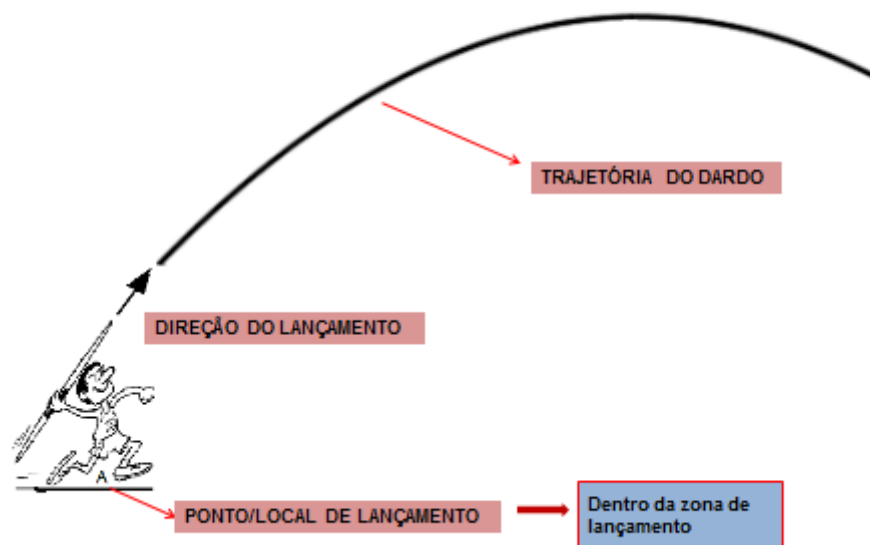
<https://www.youtube.com/watch?v=K13E-U1228>

<http://www.infocad.com/atl/atl/lançamento-do-dardo/>

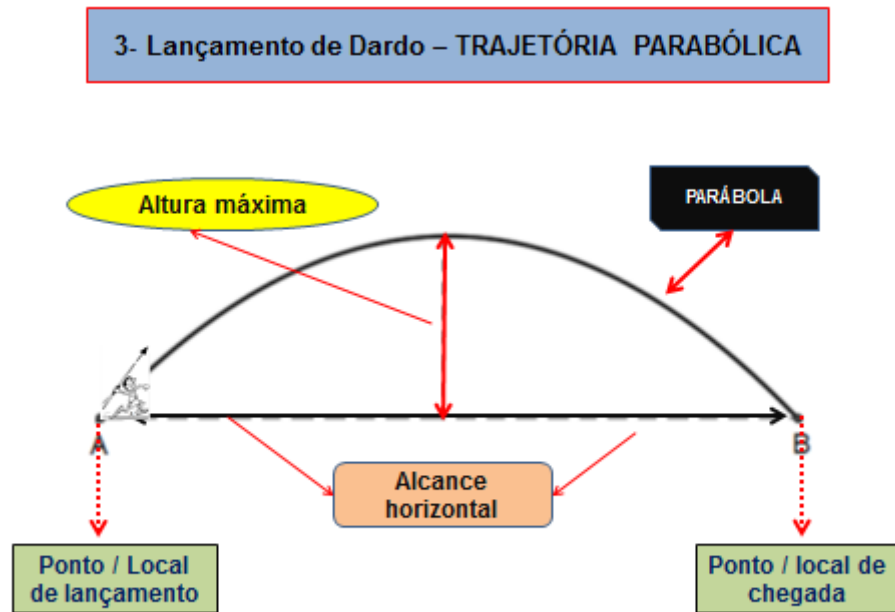
http://www.nio2016.com/itca/8deu/tica/magacochi/026v465_model/150173356_alvoandor_fessora1m.jpg

Slide 2

2- Lançamento de Dardo - TRAJETÓRIA



Slide 3



Slide 4

4- TRAJETÓRIA PARABÓLICA – Outros exemplos

O lançamento de uma bolinha de papel à lata de lixo;

O lançamento de uma bola à cesta no basquetebol;

A trajetória de uma bola, após um chute de tiro de meta durante uma partida de futebol;

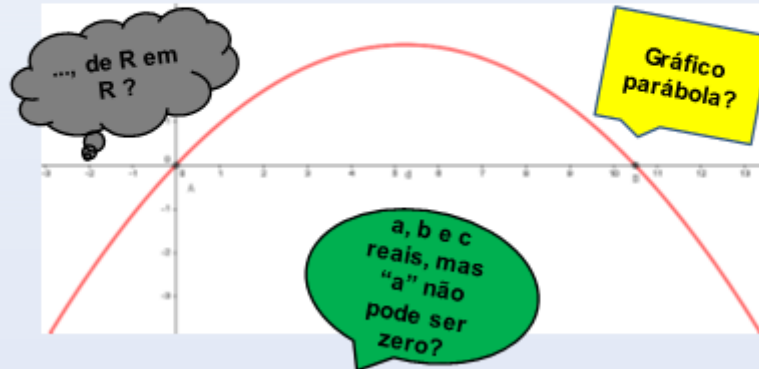
Outros exemplos:

Slide 5

5- A Função Polinomial do 2º Grau (Função Quadrática) e a Parábola


É toda função, de \mathbb{R} em \mathbb{R} , do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde os coeficientes a , b e c são números reais, sendo " a " diferente de zero.

O gráfico de uma função quadrática é uma **parábola**, ou seja, tem as mesmas características da trajetória do dardo visto anteriormente.



Slide 6

6- O Gráfico de Função Quadrática construído no GeoGebra

Exemplos de Funções Polinomiais do 2º Grau e seus respectivos gráficos, construídos no 

$$1) y = x^2 - 4x + 3$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -4 \\ c &= 3 \end{aligned}$$

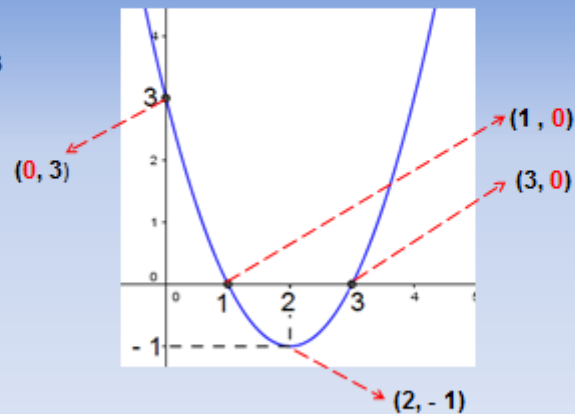


Figura 1

Slide 7

7- O Gráfico de Função Quadrática e seus principais pontos

Ainda em relação ao gráfico de $y = x^2 - 4x + 3$ →

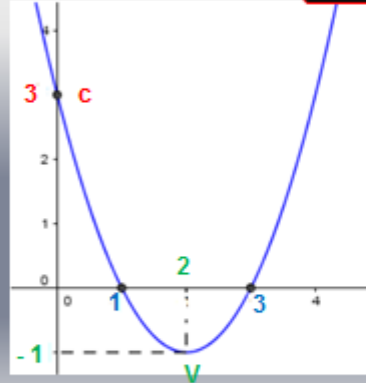
Figura 1

Ponto no qual $x = 0$, logo $y = 3$,
ou seja, $y = c$

Valor da ordenada pela qual a
parábola intercepta o eixo Y.

Vértice da parábola – Ponto
exato onde a parábola muda de
comportamento.

Nesse exemplo, $V(2, -1)$ é o
ponto de mínimo da função, ou
seja, nele a função tem o seu
menor valor ($y = -1$).



A parábola intercepta o eixo X nos pontos
 $(1, 0)$ e $(3, 0)$ denominados Zeros da
Função.

Repare que em tais pontos temos $y = 0$.

Slide 8

8- O Gráfico de Função Quadrática e seus principais pontos

$$2) y = -x^2 + 6x - 8$$

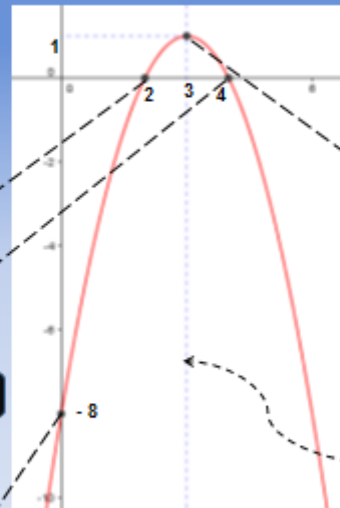
$$\begin{aligned} a &= -1 \\ b &= 6 \\ c &= -8 \end{aligned}$$

**ZEROS
DA
FUNÇÃO**

$(2, 0)$
 $(4, 0)$

ORDENADA $y = -8 = c$

$(0, -8)$



**VÉRTICE DA
PARÁBOLA**

$V(3, 1)$

**EXO DE
SIMETRIA**


Figura 2

GeoGebra

Slide 9

9- Função Quadrática – CONCAVIDADE

Compreendendo melhor a influência do coeficiente “a” no gráfico de uma Função Quadrática

Usando o  , sigamos os seguintes passos:

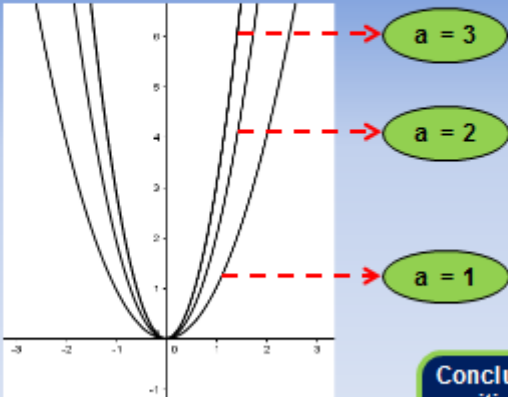
- 1) Crie Controles Deslizantes a , b e c , com intervalos variando de -5 a 5 e incremento $0,1$;
- 2) No campo de entrada, digite $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$;
- 3) Mantendo $b = c = 0$, clique com o botão direito do mouse sobre o Controle Deslizante do coeficiente “a” e, em seguida, clique em Animar;
- 4) Dê pause na animação, clique com o botão direito do mouse sobre a parábola e, em seguida, clique em Habilitar Rastro;

Slide 10


10- A concavidade e o coeficiente “a” positivo.

Sobre a posição da concavidade da parábola e sua respectiva abertura:

a) Para $a > 0$, vimos que:



Conclusões: Para “a” positivo, quanto maior o seu valor, menor é a abertura da parábola (concavidade).

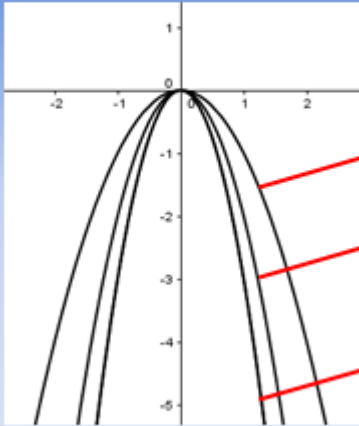


Slide 11

11- A concavidade e o coeficiente "a" negativo.

Sobre a posição da concavidade da parábola e sua respectiva abertura:

b) Para $a < 0$, vimos que:



$a = -3$

$a = -2$

$a = -1$

Conclusões: Para "a" negativo, quanto maior o seu valor, maior é a abertura da parábola (concavidade).

GeoGebra

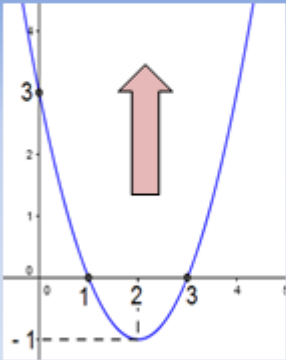
Slide 12

12- Função Quadrática – CONCAVIDADE da Parábola

Vimos, nos exemplos anteriores:

1) $y = x^2 - 4x + 3$ → $a > 0$, pois $a = 1$.

No dicionário: Parte côncava de um objeto; depressão de terreno



Concavidade PARA CIMA

Figura 1

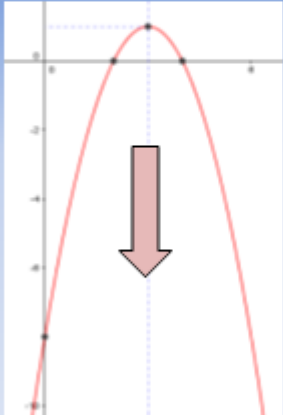
fonte: <http://michadix.uol.com.br/mediamo/portugua/index.php?lingua=portugua-portugua&palavra=concavidade>

Slide 13

13- Função Quadrática – CONCAVIDADE da Parábola

Vimos, nos exemplos anteriores:

2) $y = -x^2 + 6x - 8$ → $a < 0$, pois $a = -1$.



Concavidade PARA baixo

Resumindo:

$a > 0$ → Concavidade para cima


$a < 0$ → Concavidade para baixo

Figura 2

Slide 14

14- Função Quadrática – Coeficiente “b”.

Compreendendo melhor a influência do coeficiente “b” no gráfico de Função Quadrática

Usando o , sigamos os seguintes passos:


5) Mantendo $a = 1$ e $b = 0$, clique com o botão direito do mouse sobre o Controle Deslizante do coeficiente “c” e, em seguida, clique em Animar;

6) Dê pause na animação, clique com o botão direito do mouse sobre a parábola e, em seguida, clique em Habilitar Rastro;

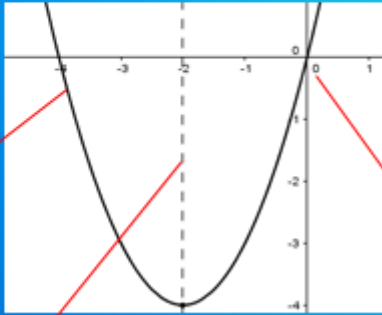
Slide 15

15- Função Quadrática – Coeficiente “b” positivo.

Sobre a posição da parábola em relação ao sinal do coeficiente “b”:

Vimos através do  que:

a) Para $b > 0$;



Ramo decrescente

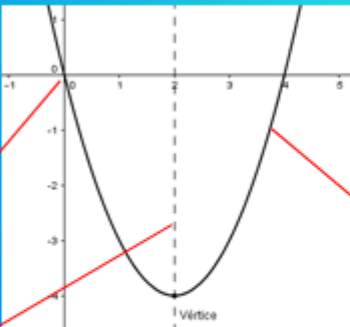
Eixo de Simetria

A parábola intercepta o eixo Y no ramo **CRESCENTE**

Slide 16

16- Função Quadrática – Coeficiente “b” negativo.

b) Para $b < 0$;



A parábola intercepta o eixo Y no ramo **DECRESCENTE**

Eixo de Simetria

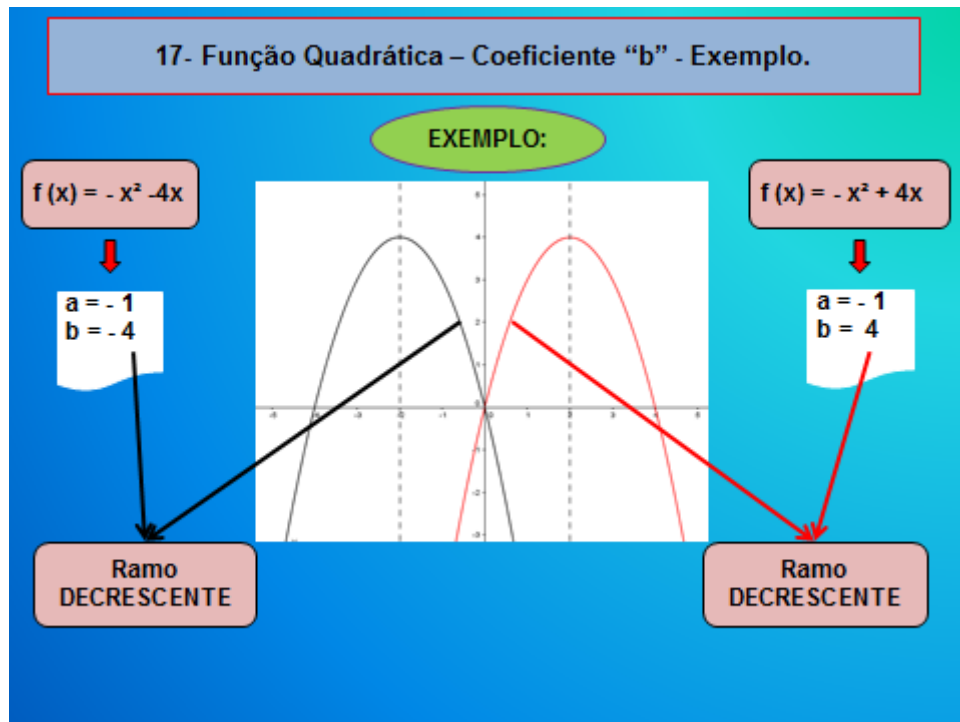
Ramo crescente

Resumindo:

$b > 0 \rightarrow$ A parábola intercepta o eixo Y no ramo crescente;

$b < 0 \rightarrow$ A parábola intercepta o eixo Y no ramo decrescente.

Slide 17



Slide 18

18- Função Quadrática – Coeficiente “c”.

Compreendendo melhor a influência do coeficiente “c” no gráfico de Função Quadrática

Usando o , sigamos os seguintes passos:

- 7) Mantendo $a = 1$ e $c = 0$, clique com o botão direito do mouse sobre o Controle Deslizante do coeficiente “b” e, em seguida, clique em Animar;
- 8) Dê pause na animação, clique com o botão direito do mouse sobre a parábola e, em seguida, clique em Habilitar Rastro;

Slide 19

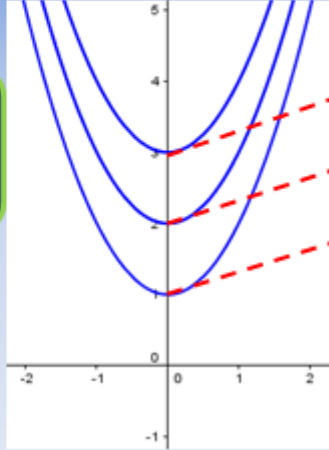
19- Função Quadrática – Coeficiente “c” positivo.

Sobre a posição da parábola em relação ao sinal do coeficiente “c”:

Vimos através do **GeoGebra** que:

a) Para $c > 0$;

Relembrando:
Para $x = 0$
temos $y = c$



$c = 3$

$c = 2$

$c = 1$

Conclusão:
Quando $c > 0$ a parábola intercepta o eixo y em $y > 0$.

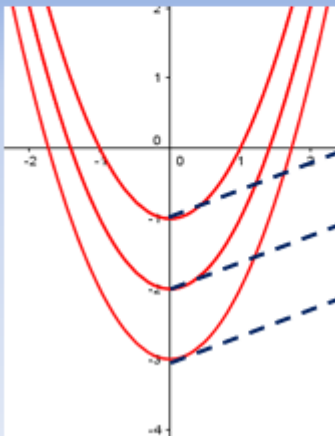
Slide 20

20- Função Quadrática – Coeficiente “c”.

Sobre a posição da parábola em relação ao sinal do coeficiente “c”:

Vimos através do **GeoGebra** que:

a) Para $c < 0$;



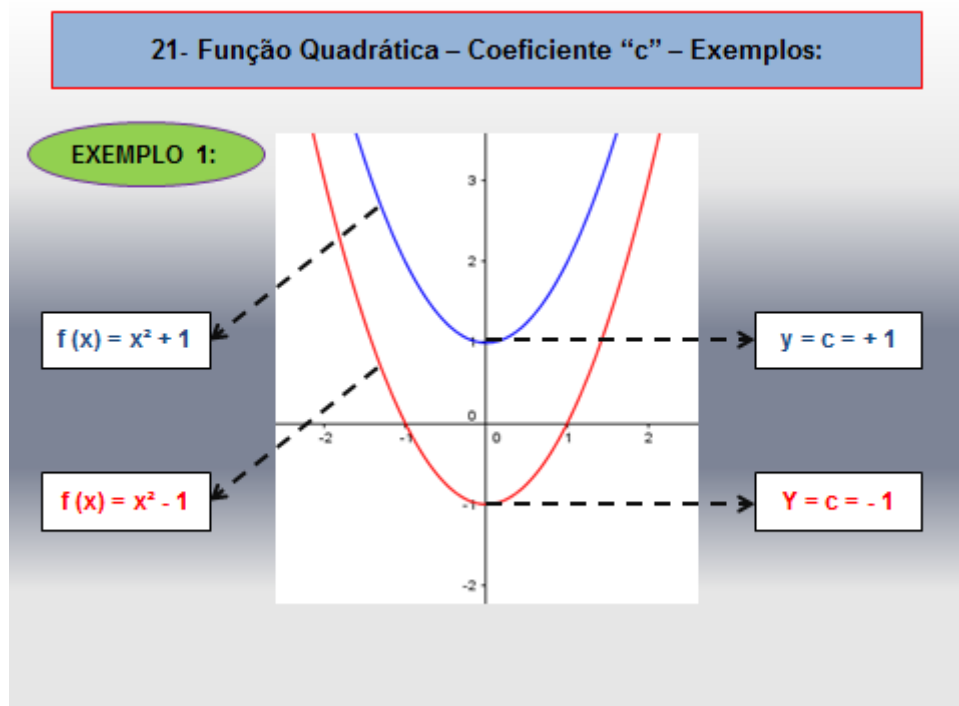
$c = -1$

$c = -2$

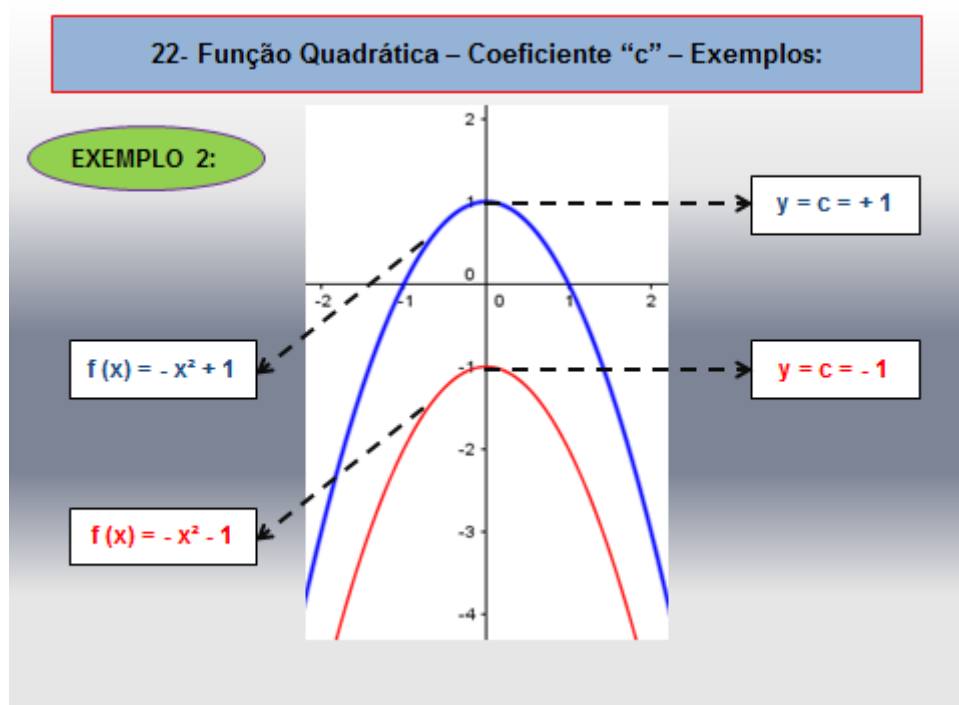
$c = -3$

Conclusão: A parábola intercepta o eixo y em $y < 0$.

Slide 21



Slide 22



ANEXO C – Questionário a respeito dos conhecimentos adquiridos sobre Função Quadrática

Colégio Estadual Central do Brasil

Data: ____/____/2015

Turma: _____

1- Você percebeu algum tipo de vantagem, em relação à aprendizagem dos conceitos sobre Função Quadrática, nas aulas em que foram usados recursos tecnológicos (computador, Power Point, GeoGebra, entre outros)?

() SIM

() NÃO

2- Você acha que foi mais fácil e prático para o professor ensinar nas aulas em que ele usou o computador?

() SIM

() NÃO

3- Você acha que os recursos tecnológicos utilizados nas aulas contribuíram para que seus conhecimentos anteriores fossem melhorados?

() SIM

() NÃO

4- Antes do uso de recursos tecnológicos durante as aulas, você havia visualizado a importância de cada coeficiente (a, b e c) no gráfico da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$?

() SIM

() NÃO

5- Depois do que viu em aula sobre o gráfico de uma Função Quadrática, você seria capaz de dar um exemplo prático que lembre uma parábola?

() SIM

() NÃO


6- Você acha que o computador, como ferramenta de ensino, pode substituir o papel do professor?

() SIM

() NÃO

Observações:

ANEXO D - Teste Bimestral de Matemática

TESTE MAT. 4º B	 Governo do Rio de Janeiro		Secretaria de Estado de Educação Coordenadoria Regional Metropolitana III	
Valor: 5,0 pontos				
Ano: 2015	Aluno:			
Mod.:Form. Geral	Professor: MÁRCIO PEREIRA BARBOSA	Turno: Manhã / Tarde	Série: 1ª	
Nota:	Disciplina: MATEMÁTICA	Turma:	Data: ____/____/2015	Nº

1- Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (2x + 1) \cdot (x - 3)$.

(a) Qual é o valor de $\frac{f(0) + f(1)}{f(-1)}$?

(b) Quais são as raízes da equação $f(x) = -5$?

2- Uma bola, lançada verticalmente para cima, a partir do solo, tem sua altura h (em metros) expressa em função do tempo t (em segundos), decorrido após o lançamento, pela lei $h(t) = 40t - 5t^2$. Determine, após o chute:

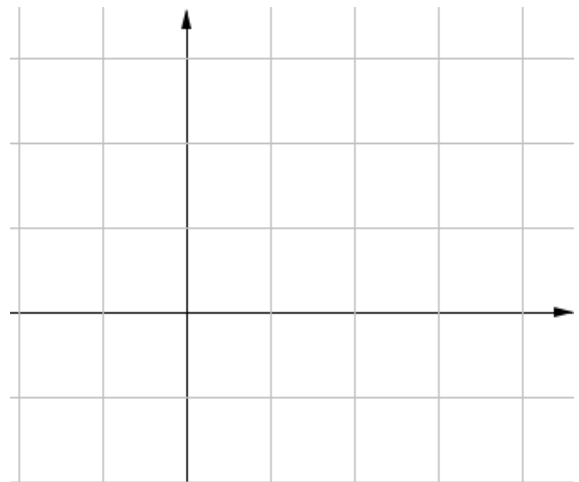
a) a altura em que a bola se encontra 1 s após o lançamento;

b) o(s) instante(s) em que a bola se encontra a 75 m do solo;

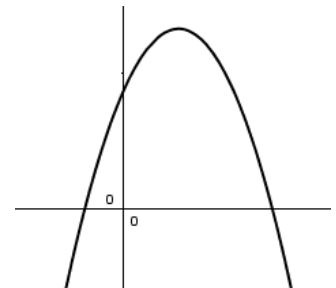
c) a altura máxima atingida pela bola.

d) o instante em que a bola retornará ao solo.

e) Faça, no plano cartesiano, ao lado, um esboço do gráfico da função $h(t)$.



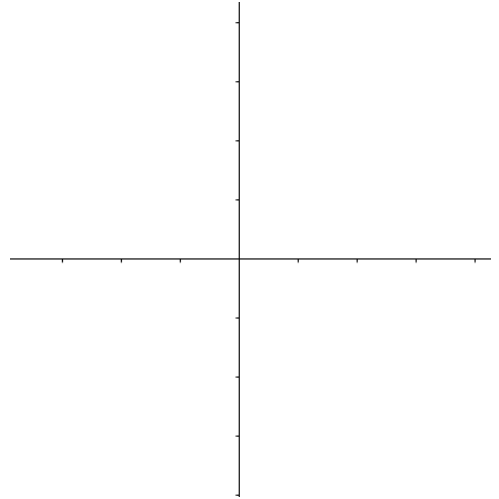
3- A parábola, ao lado, representa a função dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determine o sinal dos coeficientes a , b e c .



4- Na lei $f(x) = p + 60x$, em que p é uma constante real, está relacionado o valor total $f(x)$, em reais, pago a um técnico de informática, por um serviço de x horas (são permitidos fracionamentos de horas). Sabendo que o técnico recebeu R\$ 195,00 por 2,5 horas de trabalho, determine:

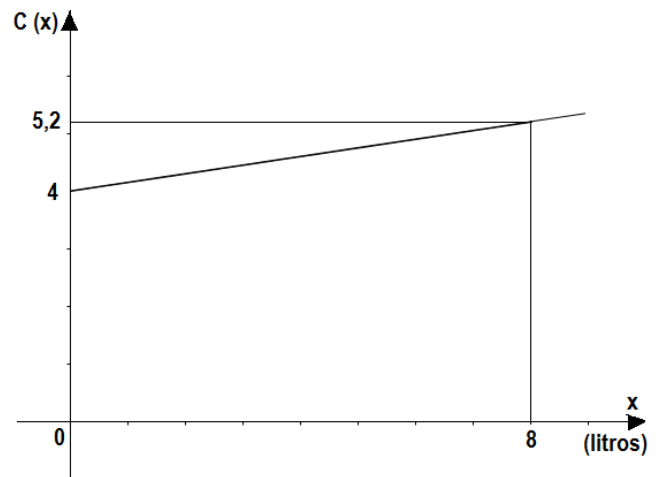
a) os coeficientes angular e linear da reta que representa o gráfico de f ; esboce, em seguida, esse gráfico;

b) o tempo máximo em que o técnico pode fazer um serviço para um cliente que dispõe de R\$ 300,00.



5- O custo C , em milhares de reais, de produção de x litros de certa substância é dado por uma função afim, com $x \geq 0$, cujo gráfico está representado a seguir/.

(a) Qual o significado do ponto $(0, 4)$ pertencente à reta?



(b) Qual é o custo de produção de 1 litro dessa substância?

(c) O custo de R\$ 7000,00 corresponde à produção de quantos litros dessa substância?

ANEXO E – Revisão dos conceitos no laboratório de informática.**Slide 1**

Função Quadrática - Revisão

Principais objetivos:


- Rever os principais conceitos a respeito de Função Quadrática;
- Visualizar através do GeoGebra as soluções das questões do teste;
- Verificar outras possibilidades (variações) gráficas com o auxílio do software;
- Preparar para a realização da Prova bimestral de Matemática;

Slide 2

Função Quadrática – Questão 2 (teste)

2- Uma bola, lançada verticalmente para cima, a partir do solo, tem sua altura h (em metros) expressa em função do tempo t (em segundos), decorrido após o lançamento, pela lei $h(t) = 40t - 5t^2$. Determine, após o chute:

- a) a altura em que a bola se encontra 1 s após o lançamento;
- b) o(s) instante(s) em que a bola se encontra a 75 m do solo;
- c) a altura máxima atingida pela bola.
- d) o instante em que a bola retornará ao solo.
- e) Faça, no plano cartesiano, ao lado, um esboço do gráfico da função $h(t)$.



Slide 3

Função Quadrática – Questão 2 - Item (a)

(a) a altura em que a bola se encontra 1 s após o lançamento;

Usando o **GeoGebra**, sigamos os seguintes passos:

1) No campo de entrada digite $h(t) = 40t - 5t^2$ e, em seguida, aperte ENTER para a visualização do gráfico;

2) Sobre o eixo x, marque o ponto A (1, 0);

3) Traçar uma reta perpendicular  ao eixo x passando pelo ponto A (1, 0);

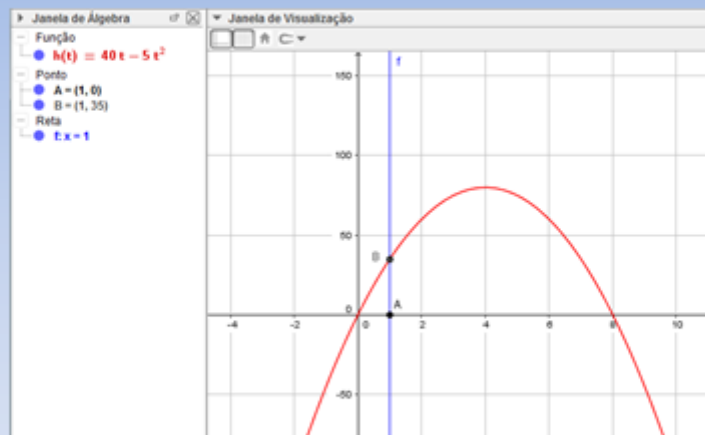
4) Marque o ponto B exatamente sobre a intersecção da reta perpendicular com a parábola e, em seguida, observe na janela de álgebra, as coordenadas do ponto B.

5) Tire suas próprias conclusões sobre a solução do referido item.

Slide 4

Função Quadrática – Questão 2 - Item (a)

Passos 1 a 4:



OBS: Altere o zoom da Janela de Visualização clicando com o botão direito em qualquer lugar do plano cartesiano ou com o botão de rolagem do mouse.


Slide 5

Função Quadrática – Questão 2 - Item (b)

(b) o(s) instante(s) em que a bola se encontra a 75 m do solo;

Usando o  sigamos os seguintes passos:

6) Sobre o eixo y, marque o ponto C (0, 75);

7) Traçar uma reta paralela  ao eixo x passando pelo ponto C (0, 75);;

8) Marque os pontos D e E exatamente sobre as intersecções da reta paralela com a parábola e, em seguida, observe na janela de álgebra, as coordenadas dos pontos D e E.

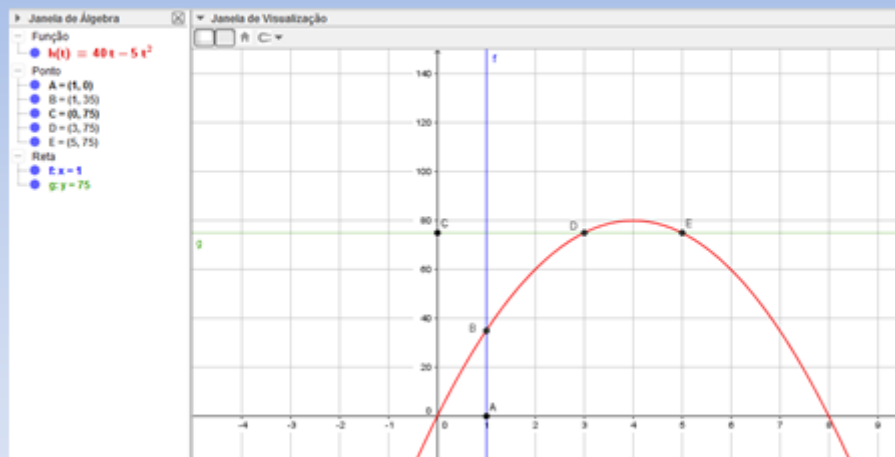
9) Tire suas próprias conclusões sobre a solução do referido item.

OBS: Altere o zoom da Janela de Visualização clicando com o botão direito em qualquer lugar do plano cartesiano ou com o botão de rolagem do mouse.

Slide 6

Função Quadrática – Questão 2 - Item (b)

Passos 6 a 8:




Slide 7

Função Quadrática – Questão 2 - Item (c)

(c) a altura máxima atingida pela bola.

Usando o  sigamos os seguintes passos:

10) Sobre a reta paralela ao eixo x, trace uma reta mediatriz  entre os pontos D e E da parábola;

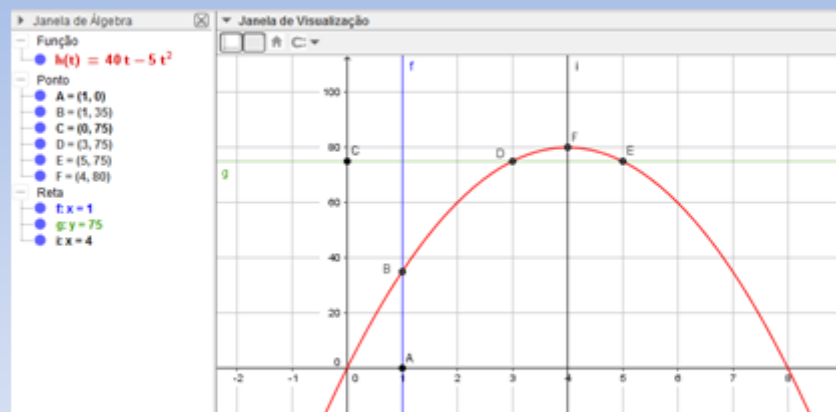
11) Marque o ponto F exatamente sobre as intersecções da reta mediatriz com a parábola e, em seguida, observe na janela de álgebra, as coordenadas do ponto F encontrado.

12) Tire suas próprias conclusões sobre a solução do referido item.

Slide 8

Função Quadrática – Questão 2 - Item (c)

Passos 10 a 11:



Slide 9

Função Quadrática – Questão 2 - Itens (d) e (e)

(d) o instante em que a bola retorna ao solo.

Usando o **GeoGebra**, sigamos os seguintes passos:

13) Sobre o eixo x , marque os pontos G e H exatamente sobre as intersecções que a parábola faz com o eixo x e, em seguida, observe na janela de álgebra, as coordenadas do ponto G e H encontrados;

14) Tire suas próprias conclusões sobre a solução do referido item.

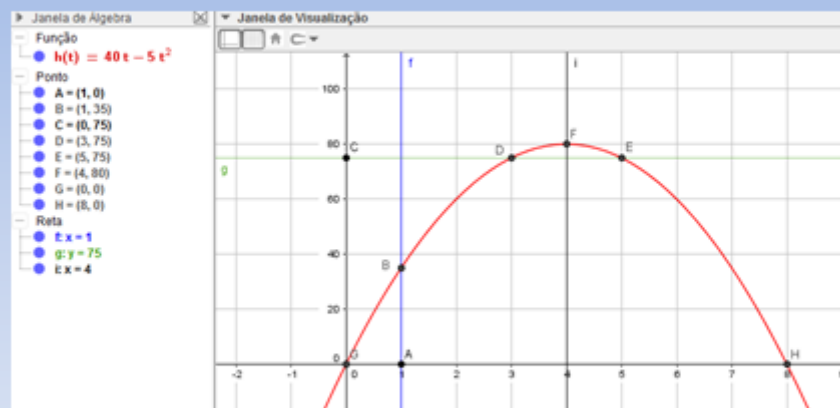
(e) Faça, no plano cartesiano, ao lado, um esboço da função $h(t)$.

15) Faça um esboço (caderno ou papel milimetrado), a partir da parábola obtida, assim observando s pontos encontrados nos itens anteriores.

Slide 10

Função Quadrática – Questão 2 - Itens (d) e (e)


Passos 13 a 15:



Slide 11

Função Quadrática – Questão 3 (teste)

3- A parábola, ao lado, representa a função dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determine o sinal dos coeficientes a , b e c .



Usando o **GeoGebra**, sigamos os seguintes passos:

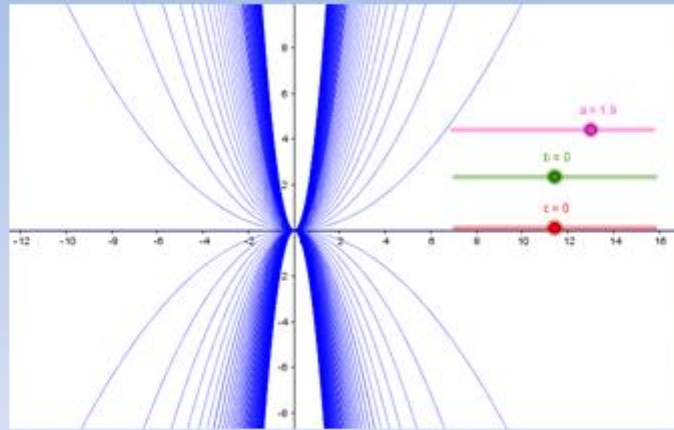
- 1) Crie Controles Deslizantes **a**, **b** e **c**, com intervalos variando de -5 a 5 e incremento **0.1**;
- 2) No campo de entrada, digite $y = a^*x^2 + b^*x + c$;
- 3) Mantendo **b = c = 0**, clique com o botão direito do mouse sobre o Controle Deslizante do coeficiente "**a**" e, em seguida, clique em Animar;
- 4) Dê pause na animação, clique com o botão direito do mouse sobre a parábola e, em seguida, clique em Habilitar Rastro;

Slide 12

- 5) Mantendo **a = 1** e **b = 0**, clique com o botão direito do mouse sobre o Controle Deslizante do coeficiente "**c**" e, em seguida, clique em Animar;
- 6) Dê pause na animação, clique com o botão direito do mouse sobre a parábola e, em seguida, clique em Habilitar Rastro;
- 7) Mantendo **a = 1** e **c = 0**, clique com o botão direito do mouse sobre o Controle Deslizante do coeficiente "**b**" e, em seguida, clique em Animar;
- 8) Dê pause na animação, clique com o botão direito do mouse sobre a parábola e, em seguida, clique em Habilitar Rastro;

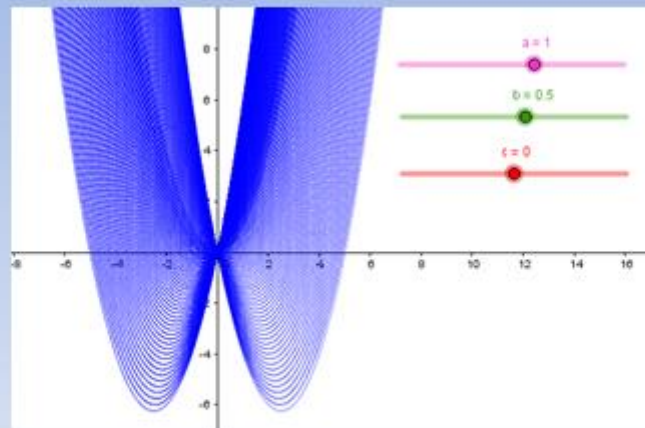
Slide 13

Coeficiente "a":

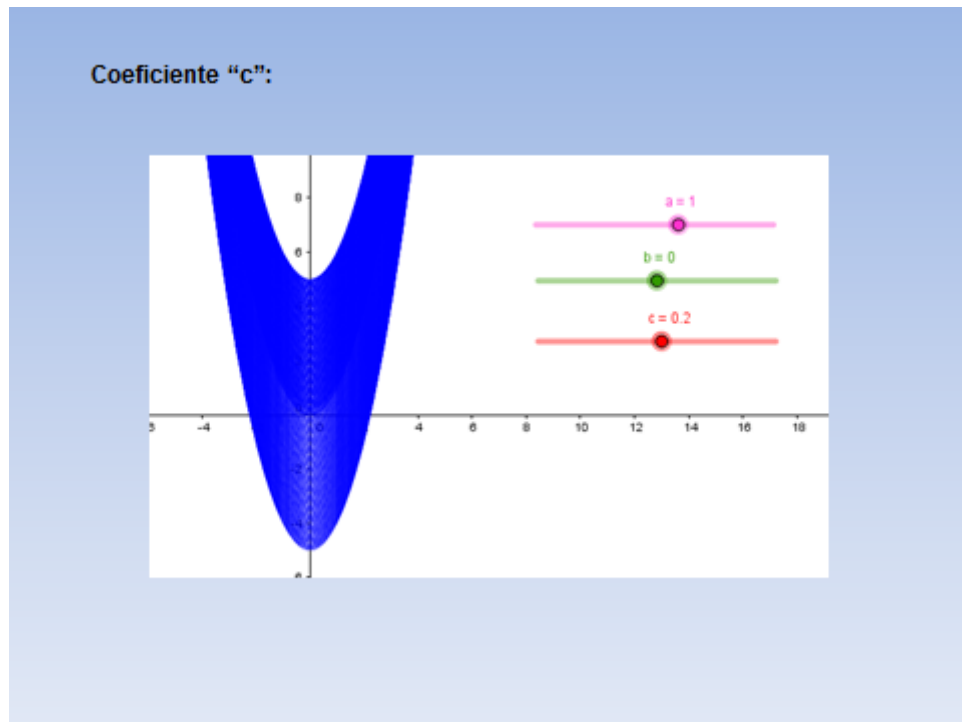


Slide 14

Coeficiente "b":



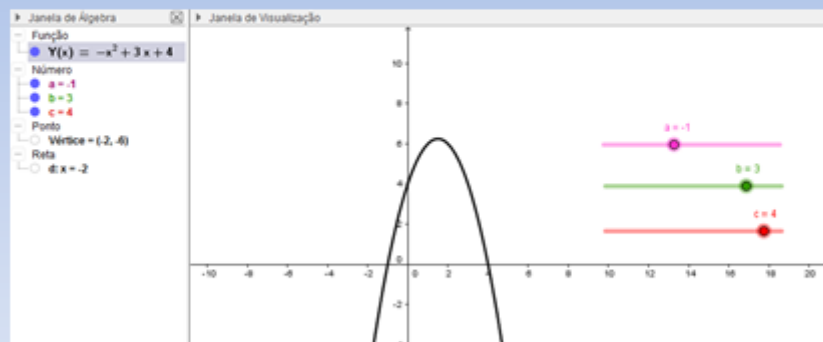
Slide 15




Slide 16

10) Após seguir todos os passos anteriores, tire suas próprias conclusões a partir do que observou com a ajuda do GeoGebra para responder (resolver) a questão 3 do teste.

Exemplo: $a = -1 < 0$, $b = 3 > 0$ e $c = 4 > 0$.



ANEXO F – Prova Bimestral de Matemática

PROVA MAT. 4º B	 Governo do Rio de Janeiro		Secretaria de Estado de Educação Coordenadoria Regional Metropolitana III	
Valor: 5,0 pontos	<u>COLÉGIO ESTADUAL CENTRAL DO BRASIL</u>			
Ano: 2015	Aluno:			
Mod.:Form. Geral	Professor: MÁRCIO PEREIRA BARBOSA	Turno: Manhã / Tarde	Série: 1ª	
Nota:	Disciplina: MATEMÁTICA	Turma:	Data: ____ / ____ /2015	Nº

1- Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo Fixo Mensal	Custo adicional por minuto
A	R\$ 35,00	R\$ 0,50
B	R\$ 20,00	R\$ 0,80
C	0	R\$ 1,20

a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 minutos por mês?

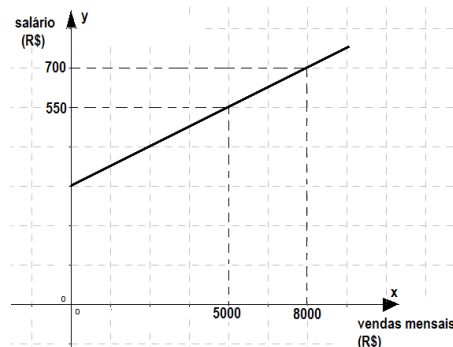
b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso que os outros dois?

2- Uma bola, ao ser chutada em um tiro de meta por um goleiro, em uma partida de futebol, teve sua trajetória descrita pela equação $h(t) = -2t^2 + 8t$ ($t \geq 0$), onde t é o tempo medido em segundos e $h(t)$ é a altura em metros da bola no instante t . Determine, após o chute:

a) o instante em que a bola retornará ao solo.

b) a altura máxima atingida pela bola.

3- Um vendedor recebe um salário fixo e mais uma parte variável, correspondente à comissão sobre o total vendido em um mês. O gráfico ao lado informa algumas possibilidades de salário em função das vendas.



(a) Encontre a lei da função cujo gráfico é essa reta.

(b) Qual o salário de um vendedor que tenha conseguido vender R\$ 18.640,00 no mês?

4- Sejam f e g funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} definidas por $f(x) = -x + 3$ e $g(x) = x^2 - 1$. Julgue os itens a seguir em VERDADEIRO (V) ou FALSO (F).

(a) () A reta que representa a função f intercepta o eixo das ordenadas em $(0, 3)$.

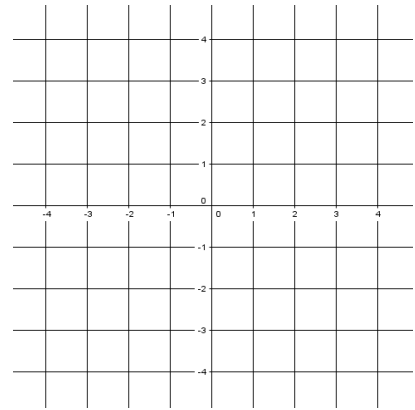
(b) () f é uma função crescente.

(c) () -1 e $+1$ são os zeros da função g .

(d) () $\text{Im}(g) = \{y \in \mathbb{R} / y \geq -1\}$.

(e) () O valor de $g(f(1))$ é 3.

5- No plano cartesiano ao lado, esboce um gráfico, de \mathbb{R} em \mathbb{R} , da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.



ANEXO G - Passo a passo para construção do gráfico de função Polinomial do 2º Grau.

Construção do Gráfico da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ em 5 passos:

1º Passo: Zeros da função: Abscissas dos pontos pelos quais a parábola intercepta o eixo X.

$$f(x) = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$A(x_1, 0) \text{ ou } B(x_2, 0)$$

2º Passo: Ponto em que a parábola intercepta o eixo y;

$$C(0, y) \rightarrow y = f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$$

$$y = c$$

3º Passo: Concavidade (Sinal do coeficiente "a")

$a < 0 \rightarrow$ Concavidade para baixo;

$a > 0 \rightarrow$ Concavidade para cima.

4º Passo: Vértice da parábola \rightarrow

$$V(x_v, y_v)$$

Ponto de Máximo da função

$$(a < 0) \rightarrow V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

Ponto de Mínimo da função

$$(a > 0) \rightarrow V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

5º Passo: Esboço do gráfico.

Exemplo: \rightarrow

