



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Altemar Falcão da Cunha

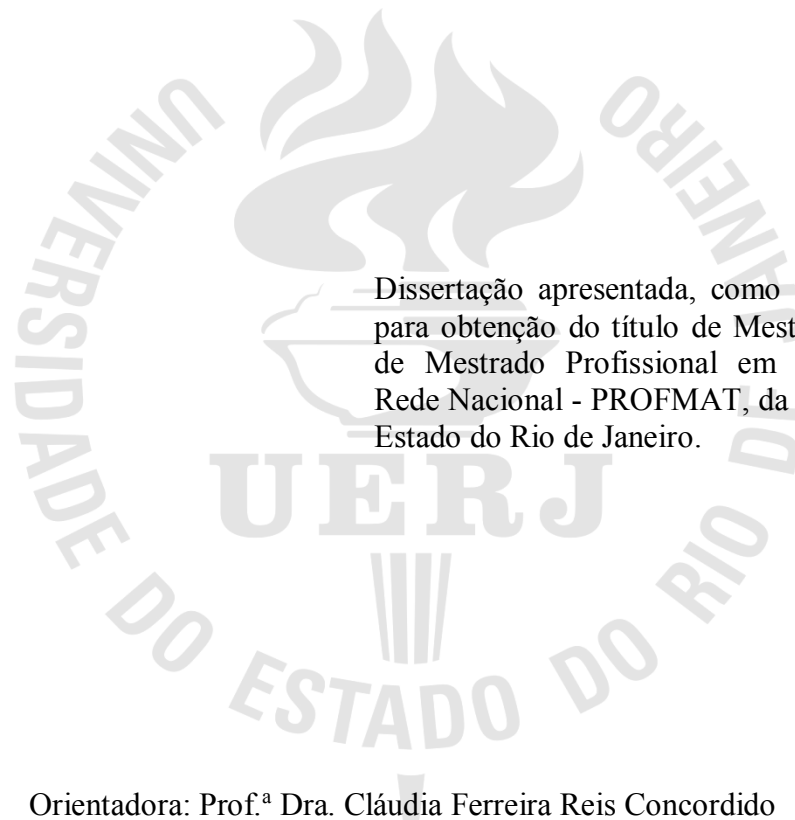
**Ensino de Matemática através da resolução de problemas: uma proposta
para escolas da rede do município do Rio de Janeiro**

Rio de Janeiro

2019

Altemar Falcão da Cunha

Ensino de Matemática através da resolução de problemas: uma proposta para escolas da rede do município do Rio de Janeiro



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientadora: Prof.^a Dra. Cláudia Ferreira Reis Concordido

Coorientador: Prof. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa

Rio de Janeiro

2019

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

C972 Cunha, Altemar Falcão.
Ensino da matemática através da resolução de problemas: uma proposta para escolas da rede do município do Rio de Janeiro / Altemar Falcão da Cunha – 2019.
98f. : il.

Orientadora: Cláudia Ferreira Reis Concordido.
Coorientador: Augusto César de Castro Barbosa.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Matemática - Metodologia - Teses. I. Concordido, Cláudia Ferreira Reis. II. Barbosa, Augusto César de Castro. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. IV. Título.

CDU 51:37

Patrícia B. Meijinhos *CRB-7/5217* – Bibliotecário responsável pela elaboração da ficha catalográfica

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Altemar Falcão da Cunha

Ensino de Matemática através da resolução de problemas: uma proposta para escolas da rede do município do Rio de Janeiro

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 29 de abril de 2019.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Cláudia Ferreira Concordido (Orientadora)

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa (Coorientador)

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.^a Dra. Nancy de Souza Cardim

Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Hamilton Leckar

Universidade Federal Fluminense

Rio de Janeiro

2019

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha amada esposa Angélica e aos meus filhos Matheus, Guilherme e Carolina que com amor souberam compreender os momentos de ausência para conclusão desta jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que iluminou o meu caminho durante esta caminhada.

À minha esposa e filhos que sempre estiveram ao meu lado dando o apoio e o carinho necessários para concluir esta etapa da minha vida.

Ao corpo docente do PROFMAT/UERJ e em especial a minha orientadora Prof^a. Dra. Cláudia Ferreira Concordido e o meu coorientador Prof^o. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa por todo apoio e paciência que tiveram em me orientar neste trabalho.

Aos colegas de turma do PROFMAT/UERJ, em especial aos amigos: Darlan Azevedo Gomes e Jordan Leal que deram grandes contribuições para conclusão deste trabalho.

A todos os professores que gentilmente aceitaram participar desta pesquisa.

Aos alunos e professores da escola municipal que participou desta pesquisa pelas contribuições dadas ao desenvolvimento deste trabalho.

Deus é o Geômetra Onipotente, para quem o mundo é imenso problema matemático.

Leibniz

RESUMO

CUNHA, Altemar Falcão. *Ensino de Matemática através da resolução de problemas: uma proposta para escolas da rede do município do Rio de Janeiro*. 2019.97f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

Este trabalho tem como principal objetivo investigar a eficácia da metodologia de resolução de problemas no ensino da Matemática e, especificamente, verificar os ganhos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática que esta metodologia poderá trazer para os alunos das escolas municipais do Rio de Janeiro. Para isso, foi observada a experiência da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC) com a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM) a partir de uma pesquisa realizada no ano de 2016 e uma nova pesquisa realizada por este trabalho, que serviu para confrontar e dar continuidade à pesquisa anterior. É apresentado também um relato da experiência sobre algumas atividades que foram desenvolvidas no terceiro bimestre do ano letivo de 2018, segundo a metodologia do ensino da Matemática, através da resolução de problemas, com alunos de uma escola da rede municipal do Rio de Janeiro localizada no bairro de Realengo, Rio de Janeiro, RJ. Os resultados obtidos com um teste de avaliação aplicados a três turmas desta escola, sendo que em apenas uma foram desenvolvidas as atividades, indicam que seria produtivo à prefeitura do município do Rio de Janeiro investir em pesquisas mais amplas com a finalidade de investigar quais os ganhos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática que a disciplina RPM poderia trazer caso fosse implementada em todas as escolas da rede do município do Rio de Janeiro.

Palavras-chave: Disciplina RPM. Metodologia de Resolução de Problemas. Escolas do Município do Rio de Janeiro. Ensino da Matemática.

ABSTRACT

CUNHA, AltemarFalcão. Teaching mathematics through problem solving: a proposal for schools in the city of Rio de Janeiro. 2019. 97f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)– Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

This work has as main objective to investigate the effectiveness of the methodology of problem solving in the teaching of Mathematics and, specifically, to verify the gains in the teaching-learning process of Mathematics that this methodology can bring to the students of the municipal schools of Rio de Janeiro. For this, the experience of the State Department of Education of Rio de Janeiro (SEEDUC) with the discipline Mathematical Problem Solving (MPS) was observed, based on a research carried out in 2016 and a new research carried out by this work, which served to confront and give continuity to previous research. It is also presented an account of the experience about some activities that were developed in the third bimester of the 2018 school year, according to the Mathematics teaching methodology, through problem solving, with students of a school of the municipal network of Rio de Janeiro located in the Realengo neighborhood, Rio de Janeiro, RJ. The results obtained with an evaluation test applied to three classes of this school, with only one activity being carried out, indicate that it would be productive to the municipality of the city of Rio de Janeiro to invest in broader research in order to investigate the gains in the teaching-learning process of Mathematics that the RPM discipline could bring if it were implemented in all the schools of the network of the municipality of Rio de Janeiro.

Keywords: MPS Discipline. Problem Solving Methodology. Schools of the Municipality of Rio de Janeiro. Mathematics Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Um problema com progressões geométricas do Papiro de Ahmes.....	18
Figura 2–	Gráfico do principal objetivo definido pela SEEDUC para a RPM.....	53
Figura 3–	Gráfico do principal objetivo definido pela SEEDUC para a RPM, segundo a nova pesquisa.....	53
Figura 4–	Gráfico dos objetivos alcançados a partir da RPM.....	54
Figura 5–	Gráfico do material disponibilizado no <i>site</i> da SEEDUC para a disciplina RPM.....	55
Figura 6–	Atividade 1.....	63
Figura 7–	Teodolito artesanal.....	66
Figura 8–	Teodolito artesanal.....	66
Figura 9–	Questão 1.....	68
Figura 10–	Questão 2.....	68
Figura 11–	Questão 3.....	69
Figura 12–	Questão 4.....	69
Figura 13–	Gráfico da análise das respostas da questão 1.....	70
Figura 14–	Resposta à questão 1 de um aluno da turma 1901.....	71
Figura 15–	Gráfico da análise das respostas da questão 2.....	71
Figura 16–	Resposta à questão 2 de um aluno da turma 1903.....	72
Figura 17–	Gráfico da análise das respostas da questão 3.....	72
Figura 18–	Resposta à questão 3 de um aluno da turma 1902.....	73
Figura 19–	Gráfico da análise das respostas da questão 4.....	73
Figura 20–	Resposta à questão 4 de um aluno da turma 1901.....	74
Figura 21–	Gráfico da análise das respostas da questão 5.....	74
Figura 22–	Resposta à questão 5 de um aluno da turma 1901.....	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tipos de Problemas segundo Dante.....	32
Tabela 2 – Roteiro do GTERP.....	38
Tabela 3 – Principais mudanças na BNCC em relação aos PCN.....	45

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AERA	American Educational Research Association
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNE	Conselho Nacional de Educação
CONSED	Conselho Nacional de Secretários de Educação
GTERP	Grupo de Trabalhos e Estudos em Resolução de Problemas
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LLCE	Laboratório Latino - Americano de Avaliação da Qualidade da Educação para América Latina
MEC	Ministério da Educação
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OCED	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
PGEM	Programa de Pós Graduação em Educação Matemática
PISA	Programa Internacional para Avaliação de Alunos
PUC - SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
RP	Resolução de Problemas
RPM	Resolução de Problemas Matemáticos
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEEDUC	Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro
SERP	Seminário em Resolução de Problemas
SIRP	Seminário Internacional em Resolução de Problemas
SUSD	State University of San Diego
TALIS	Teaching and Learning International Survey
UNDIME	União Nacional dos dirigentes Municipais de Educação
UNESCO	Organização das Nações Unidas para Educação, a Ciência e a Cultura
UNESP	Universidade Estadual Paulista
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	15
1	METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	18
1.1	Umbreve histórico	18
1.2	O ensino da Matemática através da resolução de problemas no Brasil	21
1.3	A resolução de problemas como metodologia de ensino	23
1.3.1	<u>A resolução de problemas segundo George Polya</u>	23
1.3.2	<u>A resolução de problemas segundo Alan Schoenfeld</u>	25
1.3.3	<u>A resolução de problemas segundo Frank Lester</u>	26
1.3.3.1	Ensinar sobre resolução de problemas.....	28
1.3.3.2	Ensinar para resolução de problemas.....	28
1.3.3.3	Ensinar através da resolução de problemas.....	29
1.3.4	<u>A resolução de problemas segundo Pozo</u>	29
1.3.5	<u>A resolução de problemas segundo Dante</u>	31
1.3.6	<u>A resolução de problemas segundo Onuchic</u>	35
1.3.6.1	Os estudos no GTERP.....	35
1.3.6.2	A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas.....	36
2	A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)	41
2.1	Resumo da trajetória da BNCC	41
2.2	O desenvolvimento de competências na BNCC	42
2.3	A BNCC do Ensino Fundamental em Matemática	43
2.4	As mudanças dos PCN para a BNCC em Matemática	44
2.5	A Resolução de Problemas na BNCC	46
3	A EXPERIÊNCIA OBSERVADA COM A DISCIPLINA RPM NA SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO (SEEDUC)	50
3.1	Objetivos da SEEDUC com a da disciplina de RPM	50
3.2	A visão dos professores sobre a disciplinaRPM	51
3.3	Análise do material criado pela SEEDUC para a disciplina RPM	57
3.3.1	<u>Configuração do material proposto pela SEEDUC para a disciplina RPM</u>	57

3.3.2	<u>Análise do conteúdo do caderno de atividades pedagógicas</u>	58
3.3.2.1	Análise do texto de explicação base.....	59
3.3.2.2	Análise das atividades.....	60
3.3.2.3	Análise da avaliação e da pesquisa.....	61
4	ATIVIDADES PROPOSTAS SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	62
4.1	Atividades de razões trigonométricas segundo a metodologia de RPM	62
4.2	Teste de Avaliação	67
4.2.1	<u>Análise das respostas dadas ao teste de avaliação</u>	70
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS	79
	ANEXO A - Nova Pesquisa sobre o Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas.....	82
	ANEXO B - Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Aula 02 - As razões trigonométricas.....	85
	ANEXO C - Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Avaliação.....	93
	ANEXO D - Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Pesquisa.....	95
	ANEXO E - Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Orientações Didático-Pedagógicas.....	97
	ANEXO F - Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Carta aos Alunos.....	98

INTRODUÇÃO

É fato que o ensino da Matemática, já faz algum tempo, é motivo de grande preocupação devido aos baixos desempenhos dos alunos observados na disciplina em diversas avaliações de larga escala de âmbito estadual, nacional e internacional, como a do Sistema de Avaliação da Educação Básica¹ (SAEB) e a do Programa Internacional de Avaliação dos Alunos² (PISA), que têm indicado um baixo desempenho em Matemática nos últimos anos. Atualmente, grande parte dos alunos teme ou repudia o ensino da Matemática nas escolas. Alguns alunos, após vários insucessos em Matemática, chegam a acreditar que são incapazes de aprender esta disciplina, o que os leva a uma baixa autoestima e, conseqüentemente, pode desmotivar os professores por se sentirem incapazes de fazer esses alunos aprenderem.

Um dos prováveis motivos para esse baixo desempenho em Matemática está no ensino repetitivo e mecânico de longa data e que infelizmente perdura até hoje, pois exige pouco raciocínio e está desvinculado do cotidiano dos alunos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - Matemática,

a aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à atribuição e apreensão de significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe identificar suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais áreas, entre ela e os Temas Transversais, entre ela e o cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos (BRASIL, 1998, p. 57).

Para reverter este quadro, o professor assume um papel de relevante importância, pois deve ser capaz de identificar as peculiaridades da sua disciplina e estar convicto de suas concepções sobre a Matemática, sem deixar de levar em consideração a vivência e a bagagem cultural trazida por cada aluno. De acordo com os PCN - Matemática:

Numa reflexão sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância ao professor:

- identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;

¹O SAEB, Sistema de Avaliação da Educação Básica, de responsabilidade do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), é um sistema composto por três avaliações externas, que são aplicadas em larga escala e que têm como principal objetivo diagnosticar a Educação Básica do Brasil. Ou seja, ele avalia a educação nacional em suas diversas esferas.

²O PISA, Programa Internacional de Avaliação de Alunos, é uma avaliação internacional que mede o nível educacional de jovens de 15 anos por meio de provas de Leitura, Matemática e Ciências.

- ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções (BRASIL, 1997, p. 29).

Como veremos ao longo deste trabalho, os estudos e pesquisas na área de Educação Matemática apontam que a metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas pode proporcionar aos alunos um caminho seguro para desenvolver uma aprendizagem mais significativa nas aulas de Matemática.

Segundo os PCN- Matemática (1997, p. 32), o que se pretende com essa metodologia não é a mera reprodução de conceitos, procedimentos ou técnicas apresentadas pelo professor, em sala, na resolução de um problema, pois o problema passa a ser o ponto de partida das aulas de Matemática e não as definições. Assim, os conceitos, definições e métodos matemáticos serão transmitidos aos alunos enquanto resolvem os problemas. Logo, os problemas propostos aos alunos não são simples aplicações de fórmulas ou algum algoritmo, uma vez que só há problema se o aluno for levado a raciocinar e estruturar uma forma de resolução.

Com o objetivo de melhorar o desempenho em Matemática e as habilidades cognitivas relacionadas à resolução de problemas de seus alunos, a Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC) criou no ano de 2012 a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM), sendo uma disciplina à parte da disciplina Matemática e que teve seu início no ano letivo de 2013.

Depois de quase seis anos da implantação dessa disciplina, esse trabalho tem como um de seus objetivos verificar se a disciplina RPM está cumprindo as metas traçadas pela SEEDUC, em complementação a uma pesquisa realizada em 2016 que teve o mesmo objetivo. Portanto, foi elaborada uma nova pesquisa com alguns professores de Matemática de várias escolas estaduais e onde suas respostas foram confrontadas com a pesquisa anterior de 2016.

Após verificar a experiência obtida pela SEEDUC com a disciplina RPM, foi proposta uma aula segundo a metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas e aplicada a uma turma de uma escola municipal localizada no bairro de Realengo no município do Rio de Janeiro, RJ. Em seguida, foram aplicados testes de avaliação em três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental dessa escola, sendo que em apenas uma delas foi aplicada a aula de RPM. O intuito foi o de comparar o desempenho de cada uma dessas turmas, com o objetivo de verificar a eficácia desta metodologia no âmbito de escolas da rede

do município do Rio de Janeiro, onde os alunos só terão a possibilidade de contato com esta disciplina se ingressarem no 2º ano do Ensino Médio, exclusivamente, em escolas estaduais.

Este trabalho está estruturado em 4 capítulos. No capítulo 1, é apresentado um breve histórico do Ensino da Matemática através da resolução de problemas e uma síntese com a visão dos principais teóricos acerca deste assunto. No capítulo 2, são abordadas as principais mudanças trazidas pela BNCC para o Ensino Fundamental na disciplina da Matemática. No capítulo 3, é feito um relato da experiência observada na SEEDUC com a disciplina RPM, a partir das respostas a um questionário que foi confrontado com uma pesquisa anterior e da análise do material elaborado pela SEEDUC para a disciplina de RPM. No capítulo 4, são apresentadas algumas atividades desenvolvidas, segundo a metodologia de RPM, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal culminando com testes de avaliação e análise dos resultados obtidos. E, por último, são sugeridas ações para melhoria da disciplina de RPM no âmbito da SEEDUC e propor mais pesquisas para possível implementação da disciplina de RPM no Município do Rio de Janeiro.

1 METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

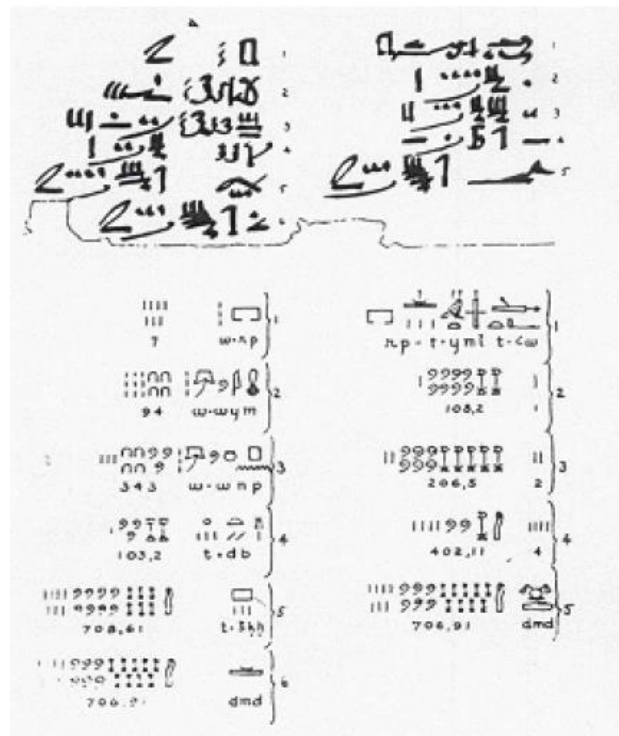
1.1 Um breve histórico

A resolução de problemas sempre esteve na natureza humana, pois para o homem evoluir nos mais variados campos foi necessário que criasse métodos de resolução para os muitos problemas cotidianos.

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989)

os problemas nos currículos remontam, pelo menos, ao tempo dos antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 A. C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa coleção de problemas. (STANIC EKILPATRICK, 1989, p.3)

Figura 1 – Um problema com progressões geométricas do Papiro de Ahmes³



Fonte: Chase (1979, p. 17 apud STANIC EKILPATRICK 1989, p.3)

³O Papiro de Ahmes ou Rhind mede 5,5 m de comprimento por 0,32 m de largura, datado aproximadamente no ano 1650 a.C., onde encontra-se um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo.

Ainda de acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), podem ser encontrados problemas semelhantes em livros dos séculos XIX e XX, onde a resolução de problemas se resumiria basicamente a apresentar problemas e, às vezes, colocar um exemplo com uma solução específica.

Podemos observar pelo que foi exposto que a resolução de problemas vem sendo utilizada como uma ferramenta para se ensinar matemática desde a antiguidade, porém nem sempre como uma metodologia. Como afirma Onuchic (1999), “o principal ponto a ser considerado, [...], é que neles é assumida uma visão muito limitada da aprendizagem de resolução de problemas”.

Onuchic (1999) afirma também que a Revolução Industrial fez surgir a necessidade de que mais pessoas aprendessem Matemática, pois era preciso ter mais técnicos especializados, em contraste à sociedade rural na qual não é necessário que muitos conheçam Matemática. Depois veio a sociedade da informação e com ela a maioria das pessoas precisava conhecer Matemática e atualmente caminhamos para a sociedade do conhecimento, onde será necessário que todos saibam muita Matemática.

No começo do século XX, o ensino da Matemática frequentemente se baseava em exercícios de repetição e memorização de fatos básicos como a tabuada. O aluno deveria receber a informação passada pelo professor e então memorizava e repetia em exercícios feitos em sala de aula e depois treinava através de exercícios que eram passados como atividades de casa. A avaliação do conhecimento do aluno era feita através de testes no qual se verificava se o aluno foi capaz de reproduzir bem o conteúdo apresentado pelo professor em sala de aula. Não havia a preocupação se os alunos realmente haviam compreendido o que estavam fazendo e somente uma pequena parcela de alunos conseguia de fato compreender. Na prática, a maioria dos alunos se esquecia do conteúdo que haviam memorizado depois de algum tempo. Nesse período, não existia um currículo bem definido e normalmente as aulas tratavam de aritmética, álgebra e geometria.

Algum tempo depois, surgiu outra orientação onde os alunos deveriam aprender com compreensão, ou seja, o aluno precisava entender o que estava fazendo; porém, na prática, como os professores não haviam sido treinados para trabalhar essas novas ideias, o aluno não participava da construção do conhecimento; apenas escutava e repetia o que o professor falava. Foi neste período que se começou a falar em resolução de problemas como um meio para se aprender Matemática.

A primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como um tema de interesse para professores e alunos, nos níveis superiores, foi a partir do livro *How to solve it*, de Polya, cuja primeira edição data de 1945. Antes desse período,

entretanto, houve algumas experiências e alguns estudos enfatizando os produtos da resolução de problemas (ANDRADE, 1998, apud ONUCHIC, 1999, p. 201).

Na década de 1960 surgiu um movimento de renovação chamado de Matemática Moderna, que influenciou o ensino da matemática no Brasil e em outros países.

Deixando de lado reformas anteriores, este movimento apresentava uma Matemática mais formal, baseada em estruturas lógicas, algébricas, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos. Além de haver uma preocupação excessiva com abstrações matemáticas, era acentuado o ensino de símbolos e terminologias complexas que dificultavam o aprendizado. Como havia uma preocupação exagerada com a formalização, os alunos não conseguiam ligar a Matemática aprendida em sala de aula com situações que encontravam no dia a dia.

Essa reforma não obteve o sucesso esperado e levantaram-se dúvidas a respeito dos seus verdadeiros objetivos práticos. Onuchic (1999, p. 203) coloca as seguintes questões: “Estaria essa reforma voltada para a formação de um cidadão consciente, útil à sociedade em que vivia? Buscava ela ensinar Matemática de modo a preparar os alunos para um mundo de trabalho que exigia mais conhecimento matemático?”.

Por outro lado, ainda nos anos 1960, sob influência dos trabalhos de Polya⁴, nos Estados Unidos, o ensino de resolução de problemas como campo de pesquisa em educação matemática começou a ser investigado de forma sistemática.

No final dos anos 1970, surgiu o movimento em favor do ensino de resolução de problemas em contexto mundial. Em 1980, nos Estados Unidos, a agenda para a ação do *National Council of Teachers of Mathematics* (NTCM) tinha como primeira recomendação que “resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80” (ONUCHIC, 1999).

Ainda segundo Onuchic, as ações da agenda do NTCM enfatizavam que:

- o currículo matemático deveria ser organizado ao redor de resolução de problemas;
- a definição e a linguagem de resolução de problemas em matemática deveria ser desenvolvida e expandida de modo a incluir uma ampla gama de estratégias, processos e modos de apresentação que encerrassem o pleno potencial de aplicações matemáticas;
- os professores de matemática deveriam criar ambientes de sala de aula onde a resolução de problemas pudessem prosperar;
- materiais curriculares adequados ao ensino de resolução de problemas deveriam ser desenvolvidos para todos os níveis de escolaridade;
- os programas de matemática dos anos 80 deveriam envolver os estudantes com resolução de problemas, apresentando aplicações em todos os níveis;

⁴ O autor George Polya será tratado detalhadamente na página 23.

- pesquisadores e agências de fomento à pesquisa deveriam priorizar, nos anos 80, investigações em resolução de problemas. (ONUChIC, 1999, p. 205)

Durante a década de 1980, apesar dos muitos recursos desenvolvidos em resolução de problemas, tais como coleção de problemas, lista de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho dos alunos, os resultados esperados não surgiram, pois havia muita falta de concordância entre as concepções de pessoas e grupos a respeito do papel da resolução de problemas na matemática escolar.

Segundo Schroder e Lester (1989, p. 31 apud ONUChIC 1999), havia três modos diferentes de abordar resolução de problemas, que nos ajudam a entender tais diferenças: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar Matemática através da resolução de problemas.⁵

Ao final dos anos 1980 e durante os anos 1990, houve grandes contribuições dadas pelos trabalhos realizados pelo NCTM, com o propósito de auxiliar os professores e destacar aspectos essenciais ao ensino da matemática.

Segundo Onuchic e Allevato, várias publicações do NCTM confirmam o esforço deste conselho em contribuir:

Uma sequência de publicações atesta esse esforço: Curriculum and Evaluation standards for the School Mathematics (NCTM, 1989), Professional Standards for School Mathematics (NCTM, 1995). Esse esforço culminou com a publicação dos Standards 2000, oficialmente chamados de Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000), no qual são enunciados seis Princípios (Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação, e Tecnologia); cinco padrões de conteúdo (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida, e Análise de Dados e Probabilidade); e cinco padrões de procedimento, entre os quais o primeiro é Resolução de Problemas, seguido por Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; Representação (ONUChIC E ALLEVATO, 2011, p.79).

Foi a partir da publicação dos Standards 2000 que os educadores matemáticos começaram a pensar em uma metodologia que ensinasse Matemática através da resolução de problemas. Neste conceito, os problemas são o ponto de partida para a construção de novos conteúdos, e os alunos, conduzidos pelos professores, são chamados a participar da construção do seu próprio conhecimento.

1.2 O ensino da Matemática através da resolução de problemas no Brasil

⁵ As três formas de abordagens serão detalhadas nas páginas 28 e 29.

Conforme relata Onuchic (2013, p.100), no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram baseados em ideias desenvolvidas pelos Standards do NCTM.

Ainda segundo essa autora, os PCN são atuais, pois expressam a necessidade de achar uma padronização para a educação brasileira. Os PCN priorizam que a educação deva ser feita de forma a preparar os alunos para a vida, de uma forma geral, e criar uma referência que oriente a prática escolar a possibilitar que crianças e jovens brasileiros possam ter um conhecimento matemático que lhes permitam trabalhar e se relacionar social e culturalmente.

Nos PCN, discutem-se formas de fazer Matemática na sala de aula e destaca-se a importância da História da Matemática e da Tecnologia da Informação e da Comunicação. Além disso ali se vê a resolução de problemas como o início dos conteúdos de Matemática.

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias, e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (BRASIL, 1997, p. 32).

Onuchic (1999) continua afirmando que o objetivo geral da área de Matemática, nos PCN, é buscar cobrir todas as várias linhas que precisem ser trabalhadas no ensino da Matemática. O propósito disso seria possibilitar que os alunos pensem matematicamente, levantem ideias matemáticas, estabeleçam relações entre elas, saibam se comunicar ao falar sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e outras áreas, construam conhecimentos matemáticos e desenvolvam a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles.

Segundo os PCN, parte dos problemas enfrentados em relação ao ensino da Matemática no Brasil está relacionada ao processo de formação dos professores, tanto inicial quanto continuada, o que dificulta a implantação de propostas inovadoras, e também às restrições ligadas às condições de trabalho.

Onuchic (1999) menciona também que a proposta dos PCN está de acordo com a maior parte da literatura atual e inovadora da Educação Matemática, mas não se discute muito a respeito da sua efetiva implantação em sala de aula. Muitos professores têm dúvidas de como operacionalizar as recomendações e orientações dadas pelos PCN e temem que, com a implantação em suas escolas, não saibam como trabalhar, entender os motivos das mudanças e de como se envolver nessa linha de proposta a partir do conhecimento e das crenças que trazem sobre Matemática e o processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

1.3 A resolução de problemas como metodologia de ensino

Conforme descrito anteriormente, ao final dos anos de 1970 surgiu um movimento para tornar o ensino de resolução de problemas um contexto mundial e, assim, surgiram vários pesquisadores propostos a investigar a resolução de problemas e suas implicações curriculares pelo mundo, porém, nos Estados Unidos da América, a resolução de problemas já havia se tornado campo de pesquisa a partir dos anos 1960 sob a influência de Polya.

A partir do final da década de 1960, a metodologia de investigação, utilizando sessões de resolução de problemas em grupo e com os alunos se manifestando em voz alta, se tornou prática comum. O período de 1962 a 1972 marcou a transição de uma metodologia de investigação de natureza quantitativa para uma qualitativa (ANDRADE, 1998, apud ONUCHIC, 1999, p. 203).

1.3.1 A resolução de problemas segundo George Polya

George Polya nasceu na Hungria em 1887 e faleceu em Palo Alto, nos Estados Unidos da América, em 1985. Antes de sua ida para os Estados Unidos da América, trabalhou com uma grande variedade de tópicos matemáticos, que incluíam séries, teoria dos números, combinatória e teoria das probabilidades, porém ficou mais conhecido pelos seus estudos em Resolução de Problemas (RP).

Segundo Onuchic e Allevato et al (2014, p. 22), “Em 1942, atuando como professor em Stanford (EUA), Polya passou a ser reconhecido como a maior autoridade em RP naquele país e em todo o mundo, sendo conhecido por suas palestras, cursos e artigos publicados sobre o tema”.

No ano de 1945, Polya lança o livro *A Arte de Resolver Problemas*, onde sugeriu quatro fases que deveriam ser executadas durante a resolução de problemas.

Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 2006, p.4).

Na primeira fase, a de compreensão do problema, Polya (2006) destaca que o aluno necessita compreender o problema e, além disso, deve ter interesse em resolvê-lo. Neste caso, o professor deve escolher bem o problema para que seus alunos não percam o interesse. O aluno deve entender bem o enunciado e estar em condições de identificar as principais

partes do problema: a incógnita, os dados e a condicionante, de modo a ser capaz de responder às perguntas: qual a incógnita? Quais os dados? Qual a condicionante?

Nesta fase, se o problema estiver associado a uma figura, convém ao aluno traçar a figura, indicando a incógnita e os dados, deverá adotar uma notação adequada e a última pergunta que o aluno deve responder: é possível satisfazer a condicionante?

Polya (ibidem) determina que se tem um plano quando, pelo menos de uma forma geral, sabem-se quais as contas, os cálculos ou os desenhos que são necessários para se obter a incógnita. Na segunda fase, a de estabelecimento de um plano, deve-se lançar mão de problemas anteriormente resolvidos e teoremas anteriormente demonstrados. Logo, a melhor maneira de iniciar o trabalho será respondendo ao seguinte questionamento: conhece algum problema correlato?

Uma maneira que o autor sugere para não se perder na escolha de um problema correlato, pois pode-se conhecer vários que podem estar de certa forma relacionados, é procurar um problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Caso um problema correlato conhecido não dê frutos desejados na resolução do problema, deve-se responder a uma outra indagação: é possível reformular o problema? Para variar o problema, pode-se fazer uso de generalização, particularização ou analogia. Procura-se com a variação do problema chegar a um problema auxiliar adequado.

Na tentativa de aplicar vários problemas e teoremas conhecidos, corre-se o risco de se distanciar do problema original. Com a finalidade de não se correr esse risco e perder o problema por completo, o autor sugere que se façam as seguintes indagações: utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante?

A terceira fase é a execução do plano. Para Polya (ibidem), o plano apenas proporciona um roteiro geral, então se deve ter certeza de não se esquecer de nenhum detalhe, sugerindo para isso um exame paciente para que fique tudo muito claro e sem erros. O principal objetivo desta etapa é fazer com que o estudante esteja realmente convicto da correção de cada passo.

A quarta e última fase é o retrospecto. Para Polya (ibidem), esta fase é uma das mais importantes do trabalho de resolução de problemas, pois ao fazer o retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho adotado, o aluno pode consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade para resolver problemas.

Para esta fase, ele sugere alguns argumentos para se evitar erros: é possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? Além desses argumentos, é importante, como forma de convencimento, verificar se existe outra forma de se chegar ao resultado e para isto

sugere a indagação: é possível chegar ao resultado por um caminho diferente? Segundo o autor, o professor deve encorajar os seus alunos a imaginar casos em que eles poderão utilizar o mesmo procedimento usado ou o resultado obtido e, para este fim, sugere a seguinte pergunta: é possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

1.3.2 A resolução de problemas segundo Alan Schoenfeld

Alan Schoenfeld é um pesquisador importante na área de educação e desenvolvimento cognitivo relacionado à Matemática e professor do departamento de Matemática da Universidade da Califórnia em Berkeley. Foi presidente da *American Educational Research Association* (AERA) e membro da *National Academy of Education* dos Estados Unidos da América.

Segundo Schoenfeld (1985 apud COSTA, 2008), a compreensão e o ensino da Matemática devem ser abordados como um domínio de resolução de problemas. Em seu livro *Mathematical Problem Solving* (1985), o pesquisador afirma que para alguém ser bem-sucedido em Matemática é necessário ter quatro categorias de conhecimento ou habilidades:

1. Recursos: conhecimento de procedimentos e questões da matemática.
2. Heurísticas: estratégias e técnicas para resolução de problemas, tais como trabalhar o que foi ensinado, ou desenhar figuras.
3. Controle: decisões sobre quando e quais recursos usar.
4. Convicções: uma visão matemática do mundo que determina como alguém aborda um problema.

Segundo o autor, o sucesso na resolução de problemas deve levar em conta estes quatro aspectos, interligados, sobrepondo-se e interagindo entre si (SCHOENFELD, 1985, apud COSTA, 2008, p. 140).

Segundo Costa (2008), a teoria de Schoenfeld se sustenta em uma vasta análise de pesquisas feitas com estudantes solucionando problemas. Há uma preocupação com o nível dos processos mentais envolvidos na resolução de problemas, uma vez que a estrutura teórica está baseada em outros trabalhos da Psicologia Cognitiva, principalmente nos trabalhos de Newell e Simon⁶.

⁶Allen Newell foi um pesquisador da ciência da computação e psicólogo cognitivo estadunidense formado na RAND Corporation na Faculdade de Ciência da Computação, Tepper School of Business, e do Departamento de Psicologia da Universidade Carnegie Mellon. Ele contribuiu para a linguagem de processamento de informação (1956) e dois dos primeiros programas de inteligência artificial, a Logic Theorist (1956) e o General Problem Solver (1957) (com Herbert Simon). Foi galardoado com um prêmio Turing pela Associação para Maquinaria da Computação junto com Herbert Simon, em 1975, por suas contribuições fundamentais para a

Schoenfeld (1992 apud VALE et al., 2015, p. 42) considera que as heurísticas de Polya são basicamente descritivas, fornecendo apenas largas categorias de processos, pois não possuem os detalhes necessários para aqueles que não estivessem suficientemente familiarizados com as estratégias para poderem utilizá-las. Para superar esta dificuldade sugere:

(a) desenvolver nos alunos um maior número de estratégias mais específicas, mais ligadas a determinadas categorias de problemas; (b) ensinar estratégias metacognitivas para que os alunos aprendam a aplicar no momento adequado as estratégias de resolução de problemas e os conhecimentos adquiridos; e (c) estudar modos de delimitar crenças contraproducentes dos alunos e fomentar crenças produtivas sobre a Matemática, a resolução de problemas e as suas próprias competências pessoais (SCHOENFELD, 1992, apud VALE et al, 2015, p. 42).

Costa (ibidem) ressalta que, apesar das críticas que Schoenfeld faz às heurísticas de Polya, suas heurísticas não são tão diferentes, pois de fato Schoenfeld apenas fez dois acréscimos às quatro etapas de Polya, não demarcando uma forte diferença.

1.3.3 A resolução de problemas segundo Frank Lester

Frank Lester é conhecido internacionalmente por sua pesquisa em resolução de problemas matemáticos e seu trabalho em aprendizado de Matemática. A carreira de Lester como pesquisador e professor de educação começou em 1972 na Universidade de Indiana, nos Estados Unidos da América, onde ingressou no corpo docente de Educação Matemática da Escola de Educação. Ele também foi professor visitante no Brasil, Canadá, Inglaterra e Suécia, e foi bolsista *Fulbright*⁷ na Universidade Federal de Pernambuco em Recife.

Para Polya (2006), um indivíduo está diante de um problema quando se depara com uma questão a que não pode dar resposta, ou com uma situação que não sabe como resolver com os conhecimentos que possui.

Charles e Lester (1982, apud COSTA 2008, p. 147) afirmam que além disso, o empenho para encontrar a solução é um aspecto fundamental. Portanto, segundo esses

inteligência artificial e a psicologia da cognição humana. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Allen_Newell>. Acesso em: 07 abr. 2019.

⁷O Programa Fulbright é um programa de bolsas de estudo (Fulbright Fellowships e Fulbright Scholarships), fundado pelo senador J. William Fulbright, e patrocinado pelo Bureau of Educational and Cultural Affairs do Departamento de Estado dos Estados Unidos, governos de outros países e setor privado.

autores, um aluno só estará diante de um problema, quando perante uma questão sua curiosidade ou necessidade o levar a tentar a resolução, mesmo não dispondo de métodos para solucioná-lo de imediato.

O modelo apresentado por Lester é semelhante ao modelo de Polya, também possui quatro fases principais na resolução de problemas. Em sua heurística, verifica-se a intenção de contribuir para análise de resultados, não só em termos de produto final, mas também no nível de procedimentos.

Segundo Costa (2008), nas investigações de Lester e outros pesquisadores são verificadas quatro categorias de variáveis implicadas na resolução de problemas: o problema, o sujeito (o resolvidor do problema), o processo de resolução de problemas e o ambiente de resolução de problemas. Logo, o autor demonstra uma preocupação com a questão subjetiva envolvida no processo.

Assim, destaco os estudos realizados por Charles e Lester (1982, p. 11) que apresentam três tipos de fatores implicados nos processos mentais de resolução de problemas de Matemática:

- 1) Fatores afetivos (pressão, motivação, interesse, resistência aos bloqueios prematuros, perseverança, stress);
- 2) Fatores relacionados com a experiência (familiaridade com o contexto e o conteúdo dos problemas, idade, familiaridade com estratégias de resolução de problemas, “background” matemático prévio);
- 3) Fatores cognitivos (capacidade espacial, capacidades computacionais, capacidade lógica, capacidade de leitura) (COSTA, 2008, p. 148).

Costa (ibidem) destaca que para os autores, Charles e Lester, dentre os fatores afetivos envolvidos, a falta de interesse é o que mais contribui para dificultar a solução de problemas; o que nos traz de volta à definição que foi dada anteriormente para problema em Matemática, onde o empenho ocupa um papel fundamental.

Conclui-se que o motivo de tantos insucessos na resolução de problemas por parte dos estudantes, mesmo aqueles que se acreditam estarem, teoricamente, munidos de todos os conhecimentos necessários se deve, principalmente, à falta de motivação em solucioná-los.

Para Lester e Lambdin (1999, apud COSTA, 2008, p. 149) a maior dificuldade encontrada pelos estudantes que estão empenhados em solucionar problemas não é a complexidade da resolução, mas se dá pelo fato de muitos deles não receberem a instrução adequada, tanto em termos de qualidade quanto de quantidade.

Como foi apresentado anteriormente e citado por Onuchic (1999), Schroeder e Lester desenvolveram três abordagens em um artigo de um anuário do NCTM.

- a) ensinar sobre resolução de problemas;

- b) ensinar para a resolução de problemas;
- c) ensinar através da resolução de problemas.

1.3.3.1 Ensinar sobre resolução de problemas

Segundo Costa (2008), ensinar sobre resolução de problemas significa reforçar o modelo de Polya ou algumas pequenas variações do mesmo. Neste caso, é ensinado aos estudantes explicitarem as quatro fases do modelo de Polya, onde são incentivados a tomar consciência de seus próprios progressos através destas fases enquanto resolvem problemas. Eles também aprendem uma série de estratégias que podem escolher para usar nos seus planos de resolução de problemas.

Normalmente, fazem parte de algumas das estratégias ensinadas: procura por padrões, resolver um problema simples e realimentar os processos.

1.3.3.2 Ensinar para resolução de problemas

Nesta abordagem o foco está na maneira que a Matemática ensinada pode ser aplicada na resolução de problemas rotineiros ou não rotineiros. O professor que utiliza esta abordagem considera como motivo fundamental da aprendizagem matemática a possibilidade de utilizá-la para resolver problemas.

São apresentados aos estudantes vários conceitos matemáticos e problemas onde estes conceitos poderiam ser utilizados. Aqueles que defendem esta abordagem acreditam que o único motivo de se aprender Matemática é a possibilidade de utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas.

1.3.3.3 Ensinar através da resolução de problemas

Segundo Lester e Lambdin (1999, apud COSTA, 2008, p. 151), no ensino através da resolução de problemas, os problemas não são apenas um fim para se aprender Matemática, mas também um primeiro meio para a aprender. Logo, o ensino de um tópico matemático começa por uma situação problema que possui pontos-chave do tema e as técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas aos problemas.

Os autores afirmam ainda que “embora essas três concepções de ensino para resolver problemas em Matemática possam ser isoladas em tese, na prática, eles se sobrepõem e ocorrem em diferentes combinações e sequências”.

Portanto, será contraprodutivo defender uma ou mais destas abordagens em detrimento das demais, mas se o professor pretende tornar a resolução de problemas o “foco de instrução”, deve ficar ciente das limitações das duas primeiras abordagens se forem utilizadas de forma exclusiva.

Caso o ensino sobre resolução de problemas seja utilizado de forma exclusiva, pode-se correr o risco de tornar-se apenas um outro tópico ensinado em separado do restante dos conteúdos, deixando de atuar como contexto para ensinar e aplicar a Matemática.

Se o ensino para resolução de problemas for utilizado de forma exclusiva, a resolução de problemas será vista como atividades a serem aplicadas após a introdução de novos conceitos ou como forma de treinar algum algoritmo ensinado. Muitas vezes, é apresentada aos estudantes a solução de um problema-exemplo como modelo para resolver outros problemas muito semelhantes, porém quando os estudantes são confrontados com problemas diferentes dos exemplos, normalmente, se sentem perdidos.

Ao contrário das outras duas abordagens anteriores, ensinar através da resolução de problemas não tem sido adotada por muitos professores, porém esta forma de abordagem para o ensino da Matemática deveria ser mais considerada, experimentada e avaliada.

1.3.4 A resolução de problemas segundo Pozo

Juan Ignacio Pozo Muncio foi licenciado em Filosofia e Letras pela Universidade Autónoma de Madrid, em 1980, e doutor em Psicologia na mesma universidade, em 1986.

Atualmente, ele é professor no Departamento de Psicologia Básica desta Universidade, ministrando disciplinas relacionadas com a Psicologia Cognitiva de ensino e aprendizagem, tanto na Licenciatura em Psicologia como no Mestrado em Psicologia da Educação.

Segundo Costa (2008, p. 153), Pozo concorda com Lester quando cita uma definição de problema como “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. A esta definição, Pozo acrescenta que para resolver tal situação será necessário um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos e é esta característica que difere um verdadeiro problema de um exercício.

Dito de outra forma, um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução. Por isso, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra esse problema não existe, quer porque ela não se interessa pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício (POZO, 1998, p. 16 apud COSTA, 2008, p. 154).

Portanto, pelo exposto não se deve confundir problemas com exercícios, pois os problemas exigem o uso de estratégias e a tomada de decisão sobre o processo de resolução a ser seguido, enquanto os exercícios servem para consolidar habilidades instrumentais básicas. Entretanto, à medida em que um problema for resolvido repetidas vezes, acaba por se tornar um exercício; o que estabelece uma relação entre problema e exercício. A solução de um problema novo irá requerer estratégias ou habilidades adquiridas com a resolução de exercícios.

Para Pozo (1998, p. 17 apud COSTA 2008, p. 154) problemas e exercícios não são necessariamente duas coisas contraditórias e incompatíveis, ou seja, são um duplo caminho para a aprendizagem: “a solução de problemas e a realização de exercícios constituem um *continuum* educacional cujos limites nem sempre são fáceis de estabelecer”.

Segundo Costa (2008), Pozo afirma que as fases de resolução de problemas e métodos heurísticos para buscar a solução, na descrição de Polya, têm sido considerados como métodos gerais de solução de problemas, independentes de seu conteúdo.

Pozo (1998 apud COSTA 2008, p. 154) acrescentou os seguintes procedimentos heurísticos aos passos de Polya:

- a) realizar tentativas por meio de ensaio e erro;
- b) aplicar a análise meios-fins;
- c) dividir o problema em subproblemas;
- d) estabelecer metas;

- e) decompor o problema;
- f) procurar problemas análogos;
- g) ir do conhecido ao desconhecido.

O autor ainda menciona que para uma tarefa ser considerada um problema, não depende apenas dos conhecimentos prévios dos estudantes, mas também de suas atitudes perante a tarefa. “A pessoa só verá nela um problema se estiver disposta a assumir que ali há de fato um problema, ou seja, que há uma distância entre o que sabemos e o que queremos saber, e que essa distância merece o esforço de ser percorrida.”

Segundo Pozo (ibidem), o papel do professor inicialmente seria o de assumir as decisões sobre as várias fases da resolução de problemas, mas aos poucos deverá ceder o controle aos próprios alunos, até poderem completar todo processo sozinhos. Para o autor, há uma diferença entre o papel da resolução de problemas no Ensino Fundamental e Ensino Médio, pois no Ensino Fundamental os problemas devem partir de proposições globais, abordando conteúdos de diversas áreas e deverá haver exercícios que desenvolvam as habilidades instrumentais para colocarem em funcionamento no Ensino Médio. Por outro lado, é no Ensino Médio que a especialização disciplinar começa a ser estabelecida, porém deve haver uma certa integração ou coordenação entre os conteúdos das diversas áreas como forma de amenizar esta tendência de especialização. “Afinal, a vida cotidiana, ao contrário da sala de aula, não é separada em áreas do conhecimento. Somos nós mesmos que devemos estabelecer as diferenças de tratamento que precisamos dar a cada tipo de problema”.

1.3.5 A resolução de problemas segundo Dante

Luiz Roberto Dante nasceu na cidade de São Pedro, no interior do estado de São Paulo. Na sua juventude, foi goleiro de futebol, chegando a atuar profissionalmente, porém nunca desistiu dos estudos. Em 1963, abandonou a carreira de jogador e passou a se dedicar exclusivamente à Educação Matemática, onde se tornou um dos educadores matemáticos mais conceituados do país e autor de vários livros didáticos e paradidáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.

Dante é livre-docente em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista de Rio Claro (UNESP - Rio Claro), mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP) e doutor em Psicologia da Educação na área de Ensino da Matemática pela Pontifícia

Universidade Católica de São Paulo (PUC - SP). Atualmente, ministra cursos e palestras sobre Aprendizagem e Ensino da Matemática para professores do Ensino Fundamental e Médio.

Na definição de problema, Dante (2011), assim como Pozo, concorda com Lester e descreve que “um indivíduo está diante de uma situação-problema quando delinea determinado objetivo e é motivado a alcançá-lo, mas, pelo menos temporariamente, não consegue. Ele tenta vários procedimentos, mas nenhum parece levá-lo de imediato ao sucesso”.

Dante (2011) afirma que, em muitos casos, os problemas apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, pois não há um desafio ou uma real necessidade de solucioná-los.

Para o autor, a expressão “Formulação e resolução de problemas” possui muitas interpretações fora e dentro da Matemática; sendo as mais comuns no âmbito da Matemática:

- *como meta* - Neste caso, a formulação e resolução de problemas são vistas como o principal motivo para se estudar Matemática, ou seja, são o objetivo primordial a ser atingido.
- *como processo* - Nesta interpretação o que mais importa é o processo de formulação e resolução de problemas, a resposta não é tão importante, ou seja, o foco é o modo como o aluno formula e resolve um problema, os métodos, as estratégias e os procedimentos que ele utiliza. Logo, o que é ensinado aos alunos são os processos de formulação e resolução de problemas.
- *como habilidade básica* - Nesta concepção, a formulação e resolução de problemas são uma competência mínima que todos os alunos devem ter e que é essencial à formação de todo cidadão.
- *como metodologia de ensino da Matemática* - Esta interpretação é a mais atual e frutífera no processo de ensino aprendizagem da Matemática, pois considera as três interpretações anteriores e as enriquece com uma metodologia que ensina conceitos e procedimentos a partir de situações-problema motivadoras.

Para Dante (2011), existem vários tipos de problemas. Conforme a tabela 1.

Tabela 1 - Tipos de Problemas Segundo Dante

1 ^a	Exercícios de Reconhecimento	Neste caso, o objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade etc.
----------------	-------------------------------------	--

2 ^a	Exercícios de Algoritmos	Neste caso, o objetivo é fazer com que o aluno treine suas habilidades em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores. Podem ser resolvidos passo a passo e em nível elementar; exibem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.
3 ^a	Problemas-padrão	Neste tipo de Problema, não há a necessidade de algum tipo de estratégia, pois a solução já se encontra no enunciado, somente a aplicação de algoritmos aprendidos anteriormente. O que é exigido do aluno é apenas a transformação da linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo. O objetivo desses problemas é fixar conceitos básicos utilizando os algoritmos das quatro operações fundamentais e reforçar o vínculo existente entre essas operações e seu emprego em operações do dia-a-dia. Geralmente este tipo de problema não atrai a curiosidade dos alunos nem os desafia.
4 ^a	Problemas-processo ou Heurísticos	Neste tipo de problema, há a necessidade de uma estratégia para se chegar à solução. A solução envolve operações que não estão contidas no enunciado. De uma forma geral, não são resolvidos com uma aplicação direta de algum algoritmo, pois será necessário que o aluno pense e arquitete um plano de ação, uma estratégia para chegar à solução. Este tipo de problema atrai a curiosidade dos alunos e faz com que desenvolvam a criatividade, a iniciativa e o espírito explorador. O mais importante é que este tipo de problema inicia os alunos no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que, em alguns casos, é mais importante que chegar à resposta correta.
5 ^a	Problemas de Aplicação	São também chamados de situações-problema contextualizadas e retratam situações reais do dia a dia que podem ser resolvidas através do uso da Matemática. Utilizando conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos pretende-se transformar uma situação real em linguagem matemática através do uso de tabelas para organizar os dados, gráficos, operações etc. De uma forma geral, estes problemas exigem pesquisa e levantamento de dados. Pode-se inclusive utilizar conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta esteja relacionada a algo que desperte o interesse do aluno.
6 ^a	Problemas de Quebra-cabeça	São problemas de Matemática recreativa, na maioria dos casos, que envolvem e desafiam os alunos, porém sua resolução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade do aluno em perceber algum truque ou regularidade.

Fonte: O autor, 2018, adaptado de DANTE, 2011, p. 15-17.

Dante (2011) segue o método de Polya com quatro etapas para resolução de problemas, mas alerta que essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis, pois não se limitam a seguir instruções passo a passo como se fossem um algoritmo a ser seguido. Logo, o método de Polya, segundo o autor, ajuda, de um modo geral, ao solucionador de problemas a se orientar durante o processo de solução.

Segundo Dante (ibidem), os objetivos que se pretendem alcançar com a resolução de problemas são:

- 1) fazer o aluno pensar produtivamente;
- 2) desenvolver o raciocínio do aluno;
- 3) ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- 4) dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;
- 5) tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- 6) equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- 7) dar uma boa base matemática às pessoas.

Para Dante (1995, p. 52), ensinar a resolver problemas é muito mais complexo do que ensinar através do modelo tradicional de ensino, onde o papel do professor basicamente é ensinar algum algoritmo instruindo os alunos passo a passo; porém na resolução de problemas, o professor deve incentivar aos alunos a pensar por eles mesmos enquanto media as ideias até chegar à solução.

Ao professor que pretende trabalhar com a resolução de problemas, esse autor sugere que:

- apresente um problema desafiador, real e interessante, e que não seja resolvido diretamente por um ou mais algoritmos;
- dê um tempo razoável para que os alunos leiam e compreendam o problema;
- facilite a discussão entre eles ou faça perguntas para esclarecer os dados e condições do problema e o que se pede nele;
- procure certificar-se de que o problema foi totalmente entendido por todos;
- dê um bom tempo para as crianças trabalharem no problema, porque a resolução não pode se transformar numa competição de velocidade, e elas precisam muito mais de tempo para pensar e trabalhar no problema do que de instruções específicas para resolvê-lo;
- procure criar entre os alunos um clima de busca, exploração e descoberta, deixando claro que mais importante que obter a resposta correta é pensar e trabalhar no problema durante o tempo que for necessário para resolvê-lo (DANTE, 2011, p. 14).

O autor salienta que “é interessante propor às crianças várias estratégias de resolução de problemas, mostrando-lhes que não existe uma única estratégia, ideal e infalível. Cada problema exige uma determinada estratégia.” (DANTE, 1995, p. 54) e ainda propõe algumas estratégias a serem seguidas:

- 1ª estratégia: tentativa e erros organizados;
- 2ª estratégia: procurar padrões ou generalizações;
- 3ª estratégia: resolver primeiro um problema mais simples;
- 4ª estratégia: reduzir à unidade;
- 5ª estratégia: fazer o caminho inverso.

1.3.6 A resolução de problemas segundo Onuchic

A Prof^a Lourdes de La Rosa Onuchic é viúva do Prof. Nelson Onuchic, falecido em 1999, que contribuiu muito para o desenvolvimento da Matemática no Brasil, como sua atuação na criação dos cursos de Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP, na cidade de Rio Claro, São Paulo e da Universidade de São Paulo - USP, na cidade de São Carlos, São Paulo. A Prof^a Onuchic é bacharel e licenciada em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP - SP, mestre em Matemática pela Escola de Engenharia de São Carlos - USP e doutora em Matemática pelo Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - USP. Atualmente, é professora voluntária na UNESP - Rio Claro e coordena o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas - GTERP.

Ao final de 1989, a Prof.^a Lourdes conheceu um casal de educadores matemáticos da *State University of San Diego* – SUSD, na Califórnia nos Estados Unidos, Larry e Judith Sower. Larry trabalhava com álgebra e Judith com formação de professores, principalmente, e entregou nas mãos da Prof.^a Lourdes um documento que ela acabara de editar: *Setting a Research Agenda – A Research Agenda for Mathematics Education* do NCTM, então ela passou alguns anos nessa universidade e a resolução de problemas se transformou em sua área de pesquisa.

1.3.6.1 Os estudos no GTERP

O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP - desenvolve suas atividades no Departamento de Educação Matemática da UNESP – Rio Claro. Foi formado em 1992, porém já havia reuniões semanais desde 1989. É coordenado desde sua fundação pela Prof.^a Onuchic.

O GTERP é constituído por alunos regulares e ex-alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PGEM, além de ser aberto à participação de alunos em busca de aprimoramento para os seus futuros projetos de pesquisa e professores, em geral, que desejam aprimorar a sua prática docente.

O Grupo, além de gerar atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de resolução de problemas e formação de professores, tem como filosofia buscar o desenvolvimento de estudos relacionados à sala de aula, ou seja, relacionados às questões de ensino-aprendizagem e avaliação, tanto sob a ética do professor quanto do aluno, em todos os níveis de ensino da Matemática.

Esse Grupo de Trabalho tem uma importante participação nos principais movimentos acadêmicos nacionais e internacionais na área de educação matemática, com destaque à linha ensino-aprendizagem e avaliação matemática através da resolução de problemas como uma metodologia de ensino.

Após os dois primeiros SERPs, o grupo ganhou mais visibilidade, tanto no âmbito nacional quanto internacional em resoluções de problemas. No ano de 2014, o GTERP realizou o III SERP, cuja proposta foi discutir a resolução de problemas matemáticos avaliando velhos diálogos ou práticas e contribuindo com novas ações. No ano de 2017, se realizou IV SERP juntamente com o primeiro Seminário Internacional em Resolução de Problemas - I SIRP, cujo tema foi perspectivas para resolução de problemas.

1.3.6.2 A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas

Para Onuchic e Allevato (2011) se pode pensar em ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática como três coisas distintas, que não necessariamente ocorrem ao mesmo tempo ou como decorrência uma da outra, porém com as reformas que ocorreram no século XX no ensino da Matemática passou-se a compreender que ensino e aprendizagem deveriam ocorrer simultaneamente. A partir deste novo paradigma para o ensino da Matemática, o GTERP passou a utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem.

Recentemente, o conceito de avaliação também passou a ser repensado nos ambientes de ensino. Houve a compreensão da necessidade de se adotar os princípios da avaliação contínua e formativa, logo a avaliação começou a fazer parte mais do desenvolvimento dos processos de aprendizagem e menos do julgamento dos resultados obtidos com os problemas utilizados. Portanto, a avaliação se transformou em um componente extremamente importante no processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Kilpatrick e Silver (2000, apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 80), a avaliação assume um papel de destaque entre os desafios que os educadores matemáticos terão para as próximas décadas. Dentre os desafios, os autores apontam:

- assegurar Matemática para todos;
- promover a compreensão dos estudantes;
- manter o equilíbrio no currículo;
- fazer da avaliação uma oportunidade para aprender e desenvolver a prática profissional.

O GTERP, tendo em vista um trabalho onde ensino, aprendizagem e avaliação devem ocorrer simultaneamente, passa a empregar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica de trabalho para sala de aula e entende ser uma metodologia. A proposta é que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda e que a avaliação seja realizada por ambos. Neste caso, o aluno deve analisar seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção do conhecimento. A ideia é fazer o aluno elaborar justificativas e dar sentido para o que faz; enquanto isso, o professor deve avaliar o que está acontecendo e os resultados obtidos com a finalidade de reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário.

O ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas é visto pelo GTERP como uma metodologia onde o problema é o ponto de partida e os alunos, através da resolução de problemas, devem fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, objetivando gerar novos conceitos e novos conteúdos.

Para implementar a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática através da resolução de problemas, exige-se dos professores e alunos novas posturas e atitudes com relação aos trabalhos desenvolvidos em sala de aula.

O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Existem boas razões para se fazer o esforço para mudar as atitudes, entre elas as ideias registradas em Onuchic e Allevato (2011), Van de Walle (2001) e outros que abordam o tema. Dentre elas, destacam-se:

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o *dar sentido*.
- Resolução de problemas desenvolve *poder matemático* nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes

estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.

- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.
- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a Matemática.
- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita *tradicional*. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

As autoras salientam que, apesar de não haver formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula, em 1998, o GTERP criou um roteiro de atividades com o objetivo de auxiliar os professores a trabalharem com essa metodologia em suas salas. Esse roteiro foi criado com participação de 45 professores participantes de um Programa de Educação Continuada com o objetivo de promover mais entusiasmo em suas salas de aula e fazer com que os alunos vissem a Matemática com mais confiança. Na sua versão inicial, este roteiro tinha as seguintes etapas:

- formar grupos e entregar uma atividade;
- o papel do professor;
- registrar os resultados na lousa;
- realizar uma plenária;
- analisar os resultados;
- buscar um consenso;
- fazer a formalização.

Porém, esse primeiro roteiro foi mudado um pouco e foi criado um segundo roteiro que inclui novos elementos, pois foi constatado nas pesquisas desenvolvidas e nas experiências com formação de professores, que alguns professores enfrentavam dificuldades para trabalhar Matemática com seus alunos, então foi criado o segundo roteiro para resolver estes problemas. Um dos problemas constatados era a falta de conhecimentos prévios que os alunos necessitavam ter para o desenvolvimento mais produtivo da metodologia. O segundo roteiro é constituído pelas seguintes etapas que estão descritas na tabela 2.

Tabela 2 - Roteiro do GTERP

1 ^a	Preparação do Problema	Nesta etapa, deve-se escolher um problema com a finalidade de construir um novo conceito, princípio ou procedimento. O problema escolhido será chamado de problema gerador. É importante salientar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema deve, ainda, não ter sido trabalhado em sala de aula.
----------------	-------------------------------	--

2 ^a	Leitura Individual	Nesta etapa, deve-se entregar uma cópia do problema para cada aluno e pedir para que leia em sala.
3 ^a	Leitura em Conjunto	Nesta etapa, deve-se formar grupos e pedir para cada grupo fazer nova leitura do problema. Caso haja alguma dificuldade na leitura do texto, o professor deve auxiliar os alunos, lendo junto com eles e levando-os a interpretar o problema. Caso haja, no texto do problema, palavras que os alunos não conheçam deve-se consultar um dicionário junto com eles.
4 ^a	Resolução do Problema	Os alunos, de posse do problema e sem dúvidas com relação ao enunciado em seus grupos, devem buscar a solução do problema, trabalhando em conjunto de forma cooperativa e colaborativa. Neste caso, os alunos são considerados como co-construtores da <i>Matemática nova</i> que se quer abordar. O problema gerador será aquele que, enquanto os alunos buscam sua solução, o conteúdo planejado pelo professor para aquela aula será construído.
5 ^a	Observar e Incentivar	Nesta etapa, o professor deve observar e analisar o comportamento dos alunos e estimular o trabalho colaborativo, enquanto, em grupos, buscam a solução para o problema. O professor deve funcionar como mediador, levando-os a pensar; dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias. O professor deve incentivar os seus alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias que já conhecem necessários para resolução do problema proposto. Os alunos devem ser estimulados a escolher diferentes métodos para resolução do problema, tendo como base os próprios recursos que dispõem. O professor deve atender as dificuldades dos alunos e colocar-se como interventor e questionador. Também é necessário que acompanhe as explorações dos alunos e ajude-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que possam surgir durante a resolução: notação, passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática, conceitos relacionados e técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
6 ^a	Registro das Soluções na Lousa	O professor deve convidar representantes dos grupos para resolver, na lousa, suas resoluções. Os alunos devem analisar e discutir as resoluções certas, erradas ou feitas por outros processos.
7 ^a	Plenária	Nesta etapa, os alunos são convidados a discutir sobre as diferentes formas de resolução que foram registradas na lousa pelos colegas com o objetivo de defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas. O professor deve se colocar na posição de mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Esse momento é bastante valioso para a aprendizagem.
8 ^a	Busca do Consenso	Depois de sanadas todas as dúvidas e analisadas as resoluções obtidas para o problema, o professor deve procurar fazer os alunos chegarem a um consenso a respeito do resultado para o problema.
9 ^a	Formalização do Conteúdo	Nesta etapa, o professor deve registrar formalmente na lousa a resolução do problema com uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução, destacando as diferentes técnicas operatórias e demonstrando as propriedades qualificadas sobre o assunto.

As autoras reiteram que, nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes do conteúdo matemático necessário ser apresentado formalmente. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico e as técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas enquanto se busca a resposta para o problema. A avaliação é feita de forma contínua durante a resolução de problemas.

2 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

2.1 Resumo da trajetória da BNCC

A Constituição Federal de 1988, em seu Artigo 205, reconhece que a educação deve ser um direito fundamental de todos e dever compartilhado entre Estado, família e sociedade ao determinar que “a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1988, p. 34).

A Carta Constitucional, no Artigo 210, visando atender ao que estava previsto no Artigo 205, no âmbito da educação escolar, reconhece a necessidade de se fixar conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental com o objetivo de garantir uma formação básica comum respeitando as características particulares de cada região.

Em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases (LDB), com base nos pressupostos constitucionais, no seu inciso IV do artigo 9º firmava um pacto interfederativo para estabelecer competências e diretrizes capazes de orientar os currículos.

estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 1996, p. 3).

Em 2014, o Plano Nacional da Educação (PNE) reafirmava a necessidade de se estabelecer diretrizes pedagógicas para a Educação Básica e de se criar uma base nacional que orientasse os currículos de todas as unidades da federação.

estabelecer e implantar, mediante pactuação interfederativa, diretrizes pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos, com direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos(as) alunos(as) para cada ano do Ensino Fundamental e Médio, respeitando as diversidades regional, estadual e local; (BRASIL, 2014, p. 61).

A BNCC, para Educação Infantil e o Ensino Fundamental, antes de ser homologada pelo Ministério da Educação (MEC) em dezembro de 2017, teve três versões. A primeira versão contou com mais de doze milhões de contribuições de profissionais de ensino e da sociedade civil, que apoiaram a construção da segunda versão, colocada em debate em vinte e sete seminários, um em cada unidade federativa, conseguindo a colaboração de mais de nove

mil professores e especialistas. Esta fase contou com a parceria da União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (UNDIME) e do Conselho Nacional de Secretários de Educação (CONSED) e com isso foi consolidada a segunda versão na qual o MEC concluiu a sistematização e encaminhou como terceira versão ao Conselho Nacional de Educação (CNE), onde pode receber novas sugestões para aprimoramento, por meio de cinco audiências públicas sendo uma em cada região do país.

Enquanto a BNCC, da Educação Infantil e do Ensino Fundamental já foi homologada pelo MEC, no final de 2017, e iniciaram a fase de implementação no ano de 2018, a BNCC do Ensino Médio foi entregue pelo MEC, em abril de 2018, ao CNE que está realizando audiências públicas como aconteceu com a BNCC da Educação Infantil e do Ensino Fundamental.

A BNCC além de orientar a elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas das escolas públicas e privadas, também trata de políticas para a formação de professores, produção de material didático e avaliação.

Logo, se pode concluir que a BNCC tem por objetivo a promoção da equidade da Educação Básica na medida em que define as aprendizagens essenciais e orienta as políticas educacionais a serem implementadas nas escolas de todo o país.

2.2 O desenvolvimento de competências na BNCC

Segundo a BNCC (2017), o conceito de competências, que também se encontra no texto da LBD, foi adotado como fundamento pedagógico em sua concepção. O texto da BNCC menciona que o foco no desenvolvimento de competências tem orientado a maioria dos estados e municípios brasileiros e outros países como Austrália, Portugal, França, Canadá, Polônia, Estados Unidos da América, Chile, Peru, entre outros, na confecção de seus currículos. Isto não parece mera coincidência, pois também é o enfoque adotado nas avaliações internacionais da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico⁸ (OCDE), que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) e da

⁸A Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) é uma instituição econômica internacional composta por 34 países, fundada em 1961, para estimular o comércio e o progresso econômico mundial. A OCDE serve de fórum para países comprometidos com a democracia e a economia de mercado, cujo objetivo é estabelecer práticas comerciais eficazes e justas, além de coordenar as políticas nacionais e internacionais.

Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), que criou o Laboratório Latino-Americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE).

Além disso, ao assumir este enfoque, a BNCC diz que as decisões pedagógicas devem ser orientadas para o desenvolvimento de competências. Isso se dará por meio de indicação clara do que os alunos precisam “saber” e principalmente “saber fazer”.

por meio da indicação clara do que os alunos devem “saber” (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem “saber fazer” (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana e do mundo do trabalho), a explicação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC (BRASIL, 2017, p. 13).

2.3 A BNCC do Ensino Fundamental em Matemática

Conforme orienta a BNCC, o Ensino Fundamental tem que estar comprometido com o letramento matemático que é definido como

a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (PISA, 2012, apud BRASIL, 2017).

A BNCC considera como objeto e estratégia para aprendizagem durante todo o Ensino Fundamental os processos matemáticos de aprendizagem como resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem e menciona que são formas privilegiadas da atividade matemática. Tais processos matemáticos de aprendizagem são importantes no desenvolvimento de competências fundamentais e desenvolvimento do pensamento computacional.

A Base define como competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribuiu para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além do texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos de abordagem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2017).

Partindo de pressupostos curriculares brasileiros, a BNCC considera que os diferentes campos que compõe a Matemática são um conjunto de ideias fundamentais que se relacionam: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Seguindo esta orientação, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, que se relacionam, para a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo de todo Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. O documento salienta que as unidades temáticas podem receber ênfases diferentes dependendo do ano de escolarização.

2.4 As mudanças dos PCN para a BNCC em Matemática

Segundo a Professora Kátia Stocco Smole, Secretária de Educação Básica do MEC e conselheira do CNE desde 2018, a BNCC não é necessariamente uma ruptura com os PCN e sim uma complementação, pois várias ideias que se encontram na BNCC já existiam nos PCN; tais como a importância da aplicação na sociedade do que se aprende, a Matemática como um sistema abstrato que contém ideias e objetos fundamentais para compreensão de fenômenos, a construção de representações e argumentações consistentes em diferentes contextos, a Matemática como ciência que desenvolve o raciocínio hipotético-dedutivo (SMOLE, 2017).

As principais mudanças presentes na BNCC em relação aos PCN estão descritas na tabela 3:

Tabela 3 - Principais mudanças na BNCC em relação aos PCN

Unidade Temática	Como é nos PCN	Como ficou na BNCC	
Álgebra	A álgebra está no bloco de números e operações e traz como conteúdos a utilização de representações gráficas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em sequências numéricas, a compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas e a construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples. A álgebra aparece a partir do 7º ano sem nenhuma menção anterior.	1º ao 5º ano	A álgebra compõe um dos cinco eixos temáticos apresentados pela Base. O foco está no pensamento algébrico e não nas operações algébricas principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os conteúdos se relacionam à percepção e ao estabelecimento de padrões e regularidade, às propriedades das operações e ao sinal de igualdade, às ideias de proporcionalidade e equivalência, entre outros.
		6º ao 9º ano	A ênfase é dada à capacidade de resolver situações-problema utilizando o pensamento algébrico, envolvendo ou não equações e inequações. No 8º e 9º anos não é mais trabalhada de forma exaustiva.
Geometria	Concentrado na geometria clássica, axiomas e suas relações internas é apresentada com a denominação de Espaço e Forma. Não há ênfase às aplicações e relações da geometria com o espaço vivenciadas pelos alunos.	1º ao 5º ano	Mesmo mantendo conteúdos da geometria clássica, a ênfase é dada à geometria das transformações, desde as séries iniciais até as finais do Ensino Fundamental. É sugerido pela Base o desenvolvimento de habilidades como “identificar movimentações de pessoas e objetos no espaço e suas representações no plano”, que não existe nos PCN.
		6º ao 9º ano	A partir do 6º ano, algoritmos e fluxogramas passam a ser tema das aulas de geometria. Os fluxogramas aparecem para identificar o passo a passo na resolução de problemas geométricos.

Números	Faz parte do eixo de números e operações, que foi desmembrado na proposta da BNCC. Inclui toda parte de álgebra e propriedades operatórias, deixa de focar especificamente nos significados dos entes numéricos e das operações. Prevê a ampliação gradativa dos conjuntos, porém com pouco foco na construção de números.	1º ao 5º ano	Tem como proposta fazer com que os alunos percebam a existência de vários tipos numéricos e compreendam os diferentes significados das operações matemáticas, sendo capazes de construir estratégias de cálculo sem necessariamente recorrer a algum algoritmo.
		6º ao 9º ano	Apresenta uma novidade na ideia de números que é o conceito de progressão no ensino de frações, destacando as diferentes concepções da fração. Como número (elemento dos racionais), operador (aplicando a inteiros discretos ou contínuos) ou representante de relações (entre parte e todo ou razões entre partes).
Grandezas e medidas	Quanto à denominação, não houve alteração. Quanto ao conteúdo, não há muita ênfase nas medidas não convencionais, importantes para compreensão global do conceito de medida e de suas aplicações no contexto social.	1º ao 5º ano	As noções de comprimento, massa, capacidade, área e temperatura estão colocadas desde os anos iniciais. A ideia de volume (grandeza associada a sólidos geométricos) é introduzida a partir do 5º ano.
		6º ao 9º ano	Está focada na resolução de problemas envolvendo medidas e medições, compreendendo que medir é comparar um inteiro contínuo com diferentes unidades, padronizadas ou não. Foi dado mais destaque às figuras planas nessa fase do ensino.
Probabilidade e estatística	Esse eixo é chamado de Tratamento da Informação. É mais focado na análise e interpretação de resultados estatísticos, apresentado em gráficos e tabelas, medidas de tendência central e dispersão.	1º ao 5º ano	Desde os anos iniciais, o foco está na coleta, organização e comunicação de dados através de tabelas, gráficos e quadros. O estudo das medidas estatísticas é voltado mais para sua interpretação do que para o cálculo. Há também a relação entre a probabilidade clássica e a frequentista.
		6º ao 9º ano	Ocorre a interpretação e elaboração de gráficos mais complexos, que antes só apareciam no Ensino Médio. Já é tratada como objeto de conhecimento a partir do 6º ano.

Fonte: O autor, 2018 adaptado da Revista Nova Escola, 2017.

2.5 A Resolução de Problemas na BNCC

Segundo Smole (2017), uma das principais diferenças dos PCN para a BNCC é que os PCN são um currículo com uma proposta metodológica, porém na Base não se encontra nada sobre metodologia, ou seja, não há na BNCC nenhuma menção de como o professor irá trabalhar os conteúdos com seus alunos, diferentemente dos PCN que possuem uma metodologia para todas as disciplinas. Pode-se perceber que as mais importantes tendências metodológicas de Educação Matemática existentes até a época em que o texto foi concebido estão nos PCN. Embora a resolução de problemas possa ser a mais percebida, há outras tendências metodológicas como etnomatemática e pesquisa de jogos nos PCN.

A professora destaca que se pode entender a BNCC como um descritivo de saberes essenciais, isto é, descreve os conteúdos que devem ser tratados desde o primeiro ano do Ensino Fundamental até o terceiro ano do Ensino Médio que cada escola brasileira deverá seguir.

O documento da BNCC tem uma parte introdutória que é válida para todas as áreas do conhecimento. Depois, cada área tem o seu próprio texto introdutório e, a seguir, cada disciplina tem um texto introdutório e com as tabelas de objetos de conhecimento e habilidades na sequência. A resolução de problemas aparece em algumas destas partes da BNCC. A primeira vez que se verifica o termo resolução de problemas no texto da BNCC é na segunda competência geral da Educação Básica no documento introdutório na página 9; logo, ocupa um lugar de destaque no documento.

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e **resolver problemas** e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2017, p. 9, grifo nosso).

Ao ler o texto, percebe-se que se aprendem todos os conceitos matemáticos para se resolver problemas e não aprender através da resolução de problemas, como orientam todos os estudiosos de Educação Matemática vistos anteriormente.

A segunda aparição explícita do termo resolução de problemas está no documento introdutório da área de Matemática na página 263. “Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para **resolver problemas**, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (grifo nosso). A ideia observada é novamente aprender Matemática para resolver problemas.

A terceira aparição explícita do termo resolução de problemas está na página 264. “a formulação e a **resolução de problemas** em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.” (grifo nosso). Mais uma vez, a ideia é aprender Matemática para resolver problemas, pois cita a utilização de ferramentas matemáticas para a resolução de problemas.

A quarta aparição explícita do termo se verifica na mesma página que a aparição anterior.

Os processos matemáticos de **resolução de problemas**, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017, p. 264, grifo nosso).

Neste caso, diferentemente das aparições anteriores do termo, a ideia do texto está mais próxima do ensinar Matemática através da resolução de problemas, pois cita a resolução de problemas como uma estratégia para a aprendizagem da Matemática.

A quinta aparição explícita do termo resolução de problemas está na página 265, onde aparece na quinta competência específica de Matemática para o Ensino Fundamental. “5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e **resolver problemas** cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (grifo nosso). Mais uma vez, a ideia presente no texto é aprender Matemática para resolver problemas, pois cita utilizar ferramentas matemáticas para resolver problemas cotidianos.

A sexta não é uma aparição explícita do termo resolução de problemas, pois o termo encontrado é situações-problema e está na sexta competência específica de Matemática para o Ensino Fundamental.

6. Enfrentar **situações-problema** em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2017, p. 265, grifo nosso).

Mais uma vez, a ideia passada é de aplicar conhecimentos previamente adquiridos, ou seja, aprender Matemática para resolver problemas.

Nas demais aparições do termo resolução de problemas de forma explícita ou não, do documento introdutório da área de Matemática, a visão observada é aprender Matemática para resolver problemas, com exceção da unidade temática de Álgebra onde a resolução de problemas é indicada como forma intuitiva para se ensinar o conceito de funções se aproximando do conceito de aprender Matemática através da resolução de problemas.

A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da **resolução de problemas** envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2017, p. 268, grifo nosso).

Pesquisando a aparição do termo resolução de problemas nas tabelas de objetos de conhecimento e habilidades, em cada unidade temática (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística), verifica-se que o termo resolução de problemas não aparece nenhuma vez nas unidades temáticas de Probabilidade e Estatística e Geometria. Portanto, o termo só é verificado nas unidades temáticas de Números, Álgebra e Grandezas e Medidas. Nestes casos, percebe-se que o termo sempre aparece por último após

os conceitos, ou seja, primeiro aprendem-se os conceitos para depois aplicá-los na resolução de problemas.

Segundo Smole (2017), apesar de a ideia de se aprender Matemática através da resolução de problemas aparecer, mesmo que raríssimas vezes, no texto do documento introdutório da área de Matemática, na prática, quando as escolas forem preparar os seus currículos, certamente, irão se basear nas tabelas de objetos de conhecimento e habilidades, em que, como foi visto anteriormente, a visão é aprender Matemática para resolver problemas. Deste modo, o conceito de aprender Matemática através da resolução de problemas pode ficar de fora dos novos currículos, caso isso ocorra, poderá ser um retrocesso para todos os ganhos que a Educação Matemática obteve com a pesquisa em resolução de problemas nos últimos tempos.

Ainda que a BNCC possa parecer um retrocesso em termos de resolução de problemas, para Smole (ibidem), há algumas qualidades; como a ideia de progressão do conhecimento, colocando a Álgebra desde o primeiro ano do Ensino Fundamental e o fato de Probabilidade e Estatística estarem mais bem expostas. Como a BNCC não foi proposta como uma metodologia, isto pode ser visto como uma vantagem, uma vez que abre espaço para os professores utilizarem diferentes metodologias em suas aulas possibilitando, assim, a adoção da metodologia do ensino da Matemática através da resolução de problemas.

3 A EXPERIÊNCIA OBSERVADA COM A DISCIPLINA RPM NA SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO (SEEDUC)

3.1 Objetivos da SEEDUC com a criação da disciplina de RPM

Segundo Gomes (2016), a SEEDUC criou no ano de 2012, através da Resolução nº 4843, de 03 de dezembro de 2012, publicada em Diário Oficial no dia 06 de dezembro de 2012, a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM), devido ao baixo rendimento dos alunos em Matemática verificado através de estudos e análise dos resultados das avaliações de larga escala nos descritores relacionados à resolução de problemas.

A OCDE, que é responsável pelo PISA, realiza pesquisas em diversos países e destaca o desenvolvimento de algumas competências essenciais e de caráter transversal, dentre elas, a resolução de problemas matemáticos aparece com destaque. Por esse motivo, a resolução de problemas está bastante presente em avaliações de larga escala internacionais, nacionais e estaduais e como critério de qualidade para avaliação de livros didáticos.

Além do exposto, a SEEDUC cita, no documento das Orientações Curriculares da disciplina RPM, como motivo para criação da disciplina o fato de que a resolução de problemas poder ser considerada como um importante recurso para o ensino da Matemática, tanto pelo meio acadêmico, quanto pelos PCN.

Observando o fato de que a Resolução de Problemas é considerada, no meio acadêmico, assim como nos Parâmetros Curriculares Nacionais, como um recurso ao ensino de Matemática, utilizado para desenvolver diversas habilidades desta disciplina, entendemos que este documento necessita ter uma formatação diferenciada dos demais currículos, e justifica-se a sua existência na grade curricular como um componente curricular à parte da disciplina Matemática (RIO DE JANEIRO, 2013, p. 2).

A SEEDUC ressalta que a disciplina de RPM não deve ser considerada como uma ampliação da carga horária da disciplina de Matemática, ou do professor de Matemática, pois a disciplina RPM foi criada como uma disciplina à parte da disciplina de Matemática, com planejamento próprio, pois não visa a introduzir novos conceitos e sim, retomá-los.

A disciplina RPM é oferecida pela SEEDUC para alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio, provavelmente, porque as avaliações do PISA, que são feitas de três em três anos, ocorrem a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

Além de melhorar o desempenho dos seus alunos nas diversas avaliações estaduais, nacionais e internacionais, a SEEDUC espera desenvolver nos alunos habilidades e competências que repercutam nas outras disciplinas da Rede, viabilizando a formação de cidadãos preparados para lidar com as diversas situações do dia a dia, onde o raciocínio matemático seja necessário.

3.2 A visão dos professores sobre a disciplina RPM

É incontestável o papel que o professor exerce no processo de ensino-aprendizagem e a ele cabe conhecer diversas práticas de ensino para que possa adequar o conhecimento destas metodologias às suas necessidades dentro da sala de aula.

Conforme os PCN,

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática (BRASIL, 1997, p. 32).

Segundo Gomes (2016, p. 31), o professor "independentemente de usar ou não a resolução de problemas como metodologia de ensino, ele tem a função de ser incentivador, facilitador, mediador de ideias, a fim de que os alunos possam criar e gerar o seu próprio conhecimento."

Gomes (2016) traz uma pesquisa, realizada por meio de um questionário com 40 professores de Matemática lotados em escolas estaduais no entorno do bairro de Campo Grande - Rio de Janeiro - RJ, cujo objetivo principal era verificar o quanto os professores conhecem sobre os objetivos e habilidades da disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM), determinados pela SEEDUC. Com a finalidade de confrontar e dar continuidade a tal pesquisa, foi realizada uma outra pesquisa (Anexo A, p. 81), que será designada como nova pesquisa, através de um questionário *online* com 34 professores de Matemática lotados em escolas estaduais do Estado do Rio de Janeiro.

Ficou evidenciado na pesquisa de Gomes (*ibidem*) que a maioria dos professores possuía idade compreendida entre 40 e 49 anos (inclusive) e que terminaram a graduação entre os anos de 2000 e 2003. Constatou-se que a maioria não iniciou a prática docente logo após a graduação. Em relação à formação acadêmica, verificou-se que a mais alta titulação obtida pelo grupo, dentre a modalidade de cursos de pós-graduação, foi a especialização, pois

quase setenta por cento dos professores que responderam a pesquisa possuíam algum curso de pós-graduação.

Segundo Gomes (2016), a maioria dos professores respondeu ter uma carga horária de até 12 horas semanais. Cabe ressaltar que, segundo dados da pesquisa coordenada pela OCDE e divulgada em junho de 2014, o professor brasileiro nos anos finais do Ensino Fundamental trabalha em média 25 horas por semana, o que é 6 horas a mais que a média dos países participantes da *Teaching and Learning International Survey*⁹ (TALIS).

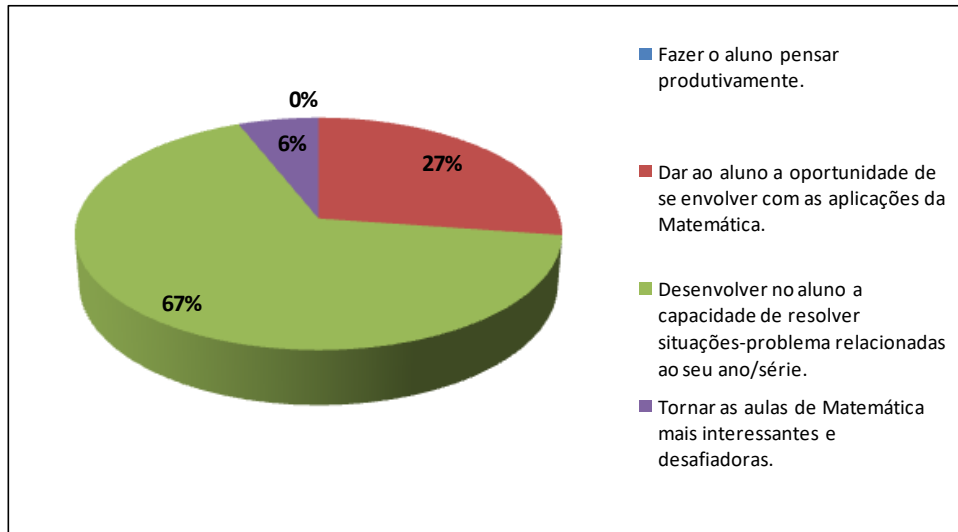
Ainda segundo a pesquisa realizada por Gomes (2016), a maioria dos professores afirmou dedicar até 4 horas semanais ao planejamento de suas aulas. Segundo a mesma pesquisa realizada pela OCDE, o professor brasileiro dedica pelo menos 7 horas semanais com planejamento de suas aulas, igualando-se aos demais países que participam da TALIS.

Na pesquisa realizada por Gomes (2016), 52% dos professores afirmaram que lecionam ou lecionaram a disciplina RPM, enquanto que na nova pesquisa, 82% dos professores afirmaram o mesmo.

Na pesquisa de Gomes (2016), no gráfico da Figura 2, foi solicitado aos professores que assinalassem qual seria o principal objetivo da RPM definido pela SEEDUC. Apenas uma pequena parcela dos professores demonstrou não conhecer o principal objetivo da SEEDUC com a disciplina. Na nova pesquisa, no gráfico da Figura 3, após realizar a mesma pergunta foi observado que uma parcela menor, mas ainda superior à metade dos professores estão cientes dos objetivos a alcançar com a disciplina RPM. Logo, a maioria dos professores, nas duas pesquisas, estão cientes dos objetivos a alcançar proporcionando uma maior segurança quanto à escolha dos meios mais apropriados para atingir esses objetivos.

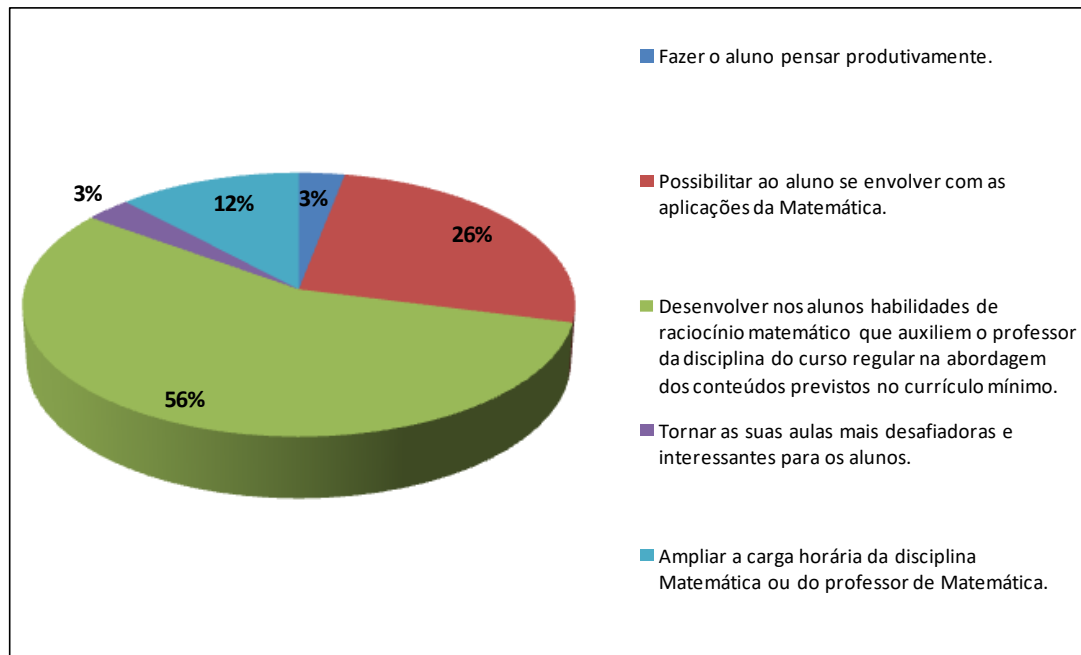
⁹A Teaching and Learning International Survey (TALIS) coleta dados comparáveis internacionalmente sobre o ambiente de aprendizagem e as condições de trabalho dos professores nas escolas de todo o mundo, com objetivo de fornecer informações válidas, oportunas e comparáveis do ponto de vista dos profissionais nas escolas para ajudar os países a revisar e definir políticas para o desenvolvimento de uma profissão docente de alta qualidade. Análises comparadas da TALIS permitem aos países identificar outros países que enfrentam desafios semelhantes e aprender com outros tipos de políticas públicas.

Figura 2 - Gráfico do principal objetivo definido pela SEEDUC para a RPM.



Fonte: GOMES, 2016.

Figura 3 - Gráfico do principal objetivo definido pela SEEDUC para a RPM, segundo a nova pesquisa.

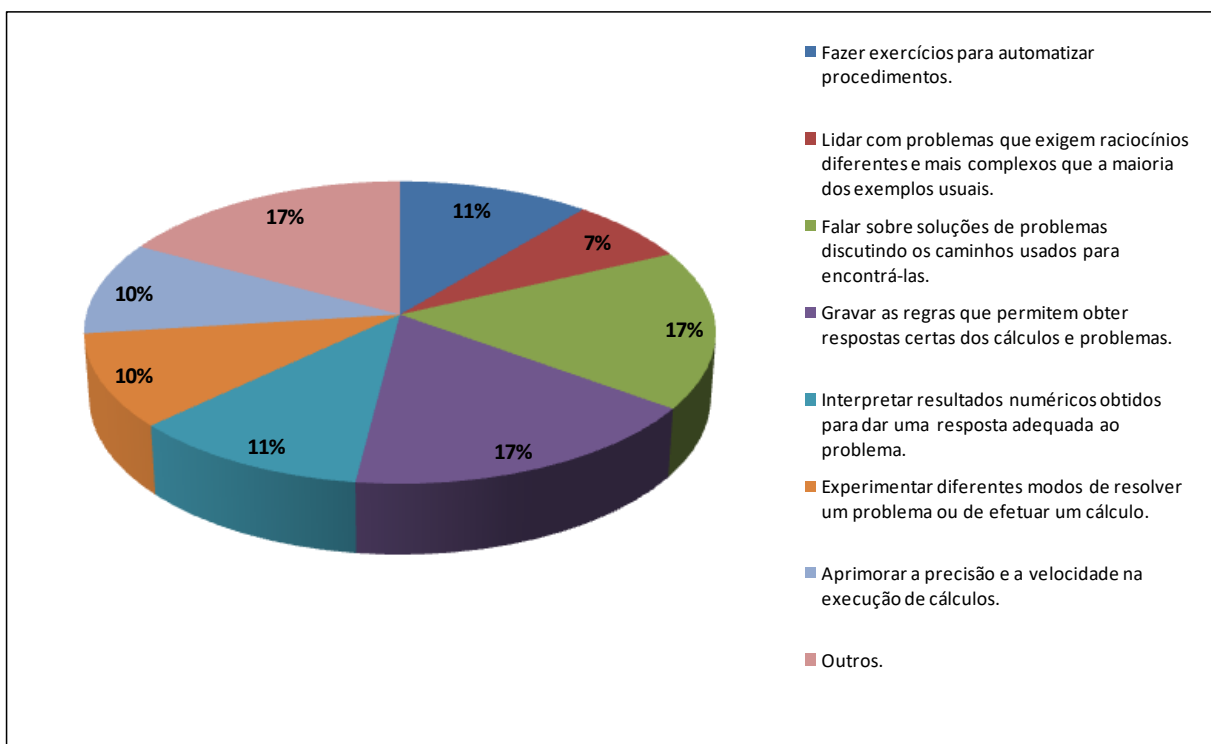


Fonte: O autor, 2018.

Na última pergunta, conforme o gráfico da Figura 4, da pesquisa realizada por Gomes (2016), os professores foram solicitados a informar o que as atividades desenvolvidas durante as aulas de RPM possibilitariam aos alunos. Foi observado que uma das respostas com maior percentual afirmava que as atividades têm possibilitado aos alunos gravar as regras que permitem obter respostas certas dos cálculos e problemas. Porém, esta resposta não é o que preconizam os principais teóricos da metodologia de ensino através da resolução de problemas e nem mesmo os objetivos propostos pela SEEDUC.

Esse desconhecimento de uma boa parcela dos professores que responderam a pesquisa de Gomes (2016), quanto aos objetivos alcançados a partir da disciplina RPM, se deve, muito provavelmente, ao fato de a SEEDUC não ter promovido nenhum tipo de treinamento ou suporte para que os professores pudessem trabalhar com a disciplina; fato que também ficou evidenciado na nova pesquisa quando os professores foram questionados se haviam participado ou sido convidados a participar de algum curso ou palestra promovido pela SEEDUC para trabalhar com a disciplina RPM, uma vez que cem por cento dos professores responderam que não.

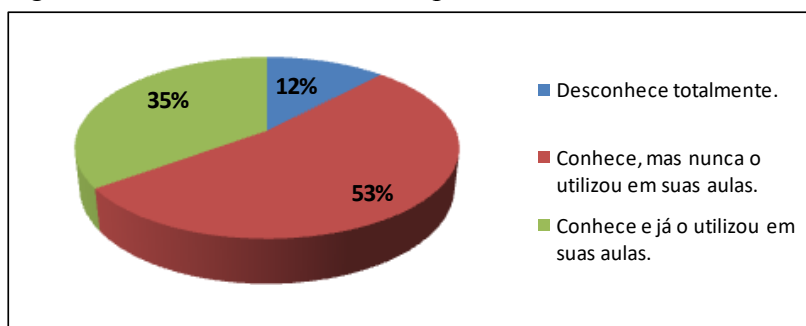
Figura 4 - Gráfico dos objetivos alcançados a partir da RPM.



Fonte: GOMES, 2016.

A falta de capacitação também ficou evidenciada na nova pesquisa, no gráfico da Figura 5, quando os professores foram solicitados a informar se conheciam o material disponibilizado no *site* da SEEDUC para a disciplina RPM. Mais da metade dos professores responderam que conhecem, mas nunca o utilizaram em suas aulas.

Figura 5 - Gráfico do material disponibilizado no *site* da SEEDUC para a disciplina RPM.



Fonte: O autor, 2018.

A disciplina RPM teve seu início no começo do ano letivo de 2013 e, desde então, pelo que foi constatado na pesquisa de Gomes (2016) e confirmado pela nova pesquisa, a SEEDUC em nenhum momento consultou, capacitou ou deu a oportunidade dos professores se reunirem para tirar dúvidas ou trocar experiências a respeito da disciplina, para que pudessem trabalhar com a metodologia de resolução de problemas, de forma a obter os melhores resultados de aprendizagem que esta metodologia poderia trazer. Segundo Gomes (2016), a única orientação dada pela SEEDUC aos professores foi para que investissem algum tempo na exploração de artigos e relatos de experiências que foram apresentadas nos seminários em resolução de problemas realizados pelo GTERP.

Gomes (2016) afirmou que o Diário Oficial do Estado do Rio de Janeiro, do dia 11 de maio de 2016, não manteve a disciplina RPM para o ano letivo de 2017 e foi conjecturado pelo autor, que foi um atendimento às reivindicações dos professores para que nenhuma disciplina obrigatória tivesse carga horária semanal menor do que dois tempos e por isso a carga horária semanal passaria a ser trinta tempos inviabilizando a continuidade da disciplina RPM na matriz curricular. Porém, na nova pesquisa, 18 professores afirmaram trabalhar com a disciplina RPM, no ano letivo de 2018, em suas escolas e ao consultar o *site* da SEEDUC pode-se verificar que a disciplina RPM continua como disciplina regular do currículo mínimo do Ensino Fundamental (anos finais) e Médio; portanto não se confirmou a hipótese de que a disciplina RPM havia acabado.

Não há mais turmas do Ensino Fundamental em escolas estaduais dentro do Município do Rio de Janeiro, pois, nesta região, a Educação Infantil e o Ensino Fundamental estão a cargo, somente, do Município do Rio de Janeiro. A nova pesquisa questionou os professores se algum deles havia lecionado a disciplina RPM em escolas estaduais dentro do Município do Rio de Janeiro e apenas 3 professores responderam que sim, provavelmente no 2º ano do Ensino Médio, ou seja, os alunos do Município do Rio de Janeiro só terão contato com a disciplina RPM no 2º ano do Ensino Médio, se forem para escolas estaduais no Ensino Médio.

Portanto, os objetivos colocados pela SEEDUC com a criação da disciplina RPM para esses alunos dificilmente serão concretizados.

A nova pesquisa questionou se os professores estaduais, também tinham matrícula no Município do Rio de Janeiro e 9 responderam que sim. Então, foi solicitado que opinassem se acham que a disciplina RPM também deveria ser implementada nas escolas do Município do Rio de Janeiro com a finalidade de que os alunos do Ensino Fundamental deste município também tivessem contato com a disciplina RPM e, assim, haveria um melhor desenvolvimento desta disciplina, quando esses alunos fossem para o Ensino Médio na Rede Estadual de Ensino; neste caso, 22 professores responderam que sim.

Na nova pesquisa, foi solicitado aos professores que indicassem sobre quais ações a SEEDUC deveria fazer para o melhor aproveitamento da disciplina RPM. Dentre as sugestões dadas pelos professores, vale destacar:

- Investir na formação do professor direcionado para a disciplina e possibilitar que cada professor adeque o currículo à realidade da escola.
- Deveria ter também em todas as séries do Ensino Médio, assim como produção textual.
- Manter a disciplina em questão em todos os anos de escolaridade do aluno.
- Deveria ser oferecido para o professor uma formação voltada para o Ensino de RPM, de forma que as aulas dessa disciplina pudessem ser desenvolvidas sempre de forma lúdica, contextualizadas às situações problemas do dia a dia.
- Dar treinamento aos professores e promover discussões entre eles versando sobre o que é um problema, quais objetivos da resolução de problemas e como se deve trabalhar os conteúdos de Matemática na perspectiva da resolução de problemas.
- Promover cursos de formação a respeito da real função das aulas de RPM, deixando claro o objetivo desta disciplina; pois, muitas vezes, os professores de Matemática pedem aos professores de RPM para darem o conteúdo e assim, o objetivo, que é a resolução de problemas, se perde.
- Orientar os professores na aplicação de metodologias voltadas para resolução de problemas de Matemática.
- Colocar um professor diferente do ensino regular para a disciplina, visto que alguns utilizam esse tempo como extensão de suas aulas e acabam não focando no propósito da RPM em si.

- Disponibilizar materiais diversificados e mais adequados a uma abordagem dos conteúdos que não seja redundante ao que já é ministrado pelo professor da disciplina.

Ao analisar a amostra de opiniões dadas em resposta à nova pesquisa acima, ficou evidente, mais uma vez, que faltou capacitação para esses professores trabalharem com a disciplina RPM. Seria também importante prover meios para que pudessem tirar dúvidas e trocar experiências. Não houve nem mesmo capacitação para os professores que entraram na rede estadual logo após a criação da disciplina em 2012, pois na nova pesquisa 11 professores passaram a fazer parte da rede estadual a partir de 2013 e 2015 e também responderam que não tiveram qualquer tipo de capacitação para trabalharem com a disciplina.

3.3 Análise do material criado pela SEEDUC para a disciplina RPM

Com a finalidade de se analisar o material proposto pela SEEDUC para a disciplina RPM, à luz do que expõem os principais teóricos da metodologia do ensino de Matemática através da resolução de problemas, visto anteriormente, foi escolhido como amostra o Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Aula 02 - As razões trigonométricas - pág. 10 a 16 (Anexo B, p. 84).

3.3.1 Configuração do material proposto pela SEEDUC para a disciplina RPM

O material proposto pela SEEDUC para a disciplina RPM tem a forma de caderno de atividades pedagógicas, sendo uma versão para o aluno e outra para o professor. Há um caderno para cada bimestre do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio.

Cada caderno contempla 3 aulas com um novo assunto por aula. Cada aula deve ser trabalhada em dois tempos de aulas. As aulas são compostas por uma explicação base e atividades respectivas.

O professor é orientado a estimular os alunos a lerem o texto da explicação base em um tempo da aula e depois resolverem as atividades propostas no outro tempo de aula. O professor deverá atuar como tutor na realização das atividades com a turma, estimulando a autonomia dos alunos, mediando as trocas de conhecimento, reflexões, dúvidas e questionamentos que venham a surgir no percurso. Ao final de cada assunto, com o intuito de reforçar a aprendizagem, é proposta uma avaliação e uma pesquisa.

Além dos cadernos pedagógicos, a SEEDUC dispõe aos professores, no portal eletrônico Conexão Professor, materiais de apoio pedagógico, que são compostos basicamente de videoaulas por assunto.

3.3.2 Análise do conteúdo do caderno de atividades pedagógicas

No caderno de atividades pedagógicas versão professor existem 7 orientações didático - pedagógicas (Anexo E, p. 96) para a realização das atividades referentes a cada dia de aula pelos alunos. Essas orientações são procedimentos sugeridos aos professores para cada uma das atividades propostas no caderno do aluno.

O primeiro procedimento pede que o professor explique aos alunos que o material foi elaborado de modo que o aluno possa compreendê-lo sem o seu auxílio. Pelo exposto anteriormente, nenhum dos teóricos da resolução de problemas citados defende que o aluno em uma aula que segue a metodologia do ensino através da resolução de problemas deva ser autodidata, pois o professor deve ser o moderador em todas as etapas do processo de ensino - aprendizagem dos alunos.

No segundo procedimento, é sugerido que o professor leia para turma a carta aos alunos, que consta na página 3 do caderno pedagógico versão alunos (Anexo F, p. 97). Nesta carta é dito para os alunos o conteúdo das aulas constante no caderno e uma explicação de como o conteúdo está organizado. É proposto que o aluno desenvolva as atividades de forma autônoma, com suporte pedagógico eventual de um professor. Como dito anteriormente, o suporte do professor deveria ser frequente e não eventual em todas as etapas do processo de ensino-aprendizagem.

No terceiro procedimento o professor é orientado a reproduzir as atividades para que os alunos possam realizá-las de forma individual ou em duplas. Segundo estudos do GTERP citados anteriormente, os alunos após leitura individual dos problemas devem ser divididos

em grupos e fazer nova leitura do problema, com o objetivo de suprir dúvidas de interpretação ou palavras do texto do problema que os alunos não conhecem, sempre com a mediação do professor.

No quarto procedimento, o professor é orientado a exibir vídeos ou páginas eletrônicas que foram sugeridas como material de apoio pedagógico, caso haja meio de exibir na escola. Estes materiais podem ser muito úteis, desde que o tempo necessário para sua exposição não ultrapasse um tempo de aula destinado à explicação base, pois os alunos irão necessitar de tempo para realizar as atividades propostas.

No quinto procedimento, é sugerido que o professor peça para que os alunos leiam o material e tentem compreender os conceitos no texto base. Nesta etapa, o aluno fará uma revisão dos conteúdos a serem abordados pelos problemas, porém na metodologia de ensino de Matemática através da resolução de problemas, como foi discutido anteriormente segundo Lester e Lambdin (1999, apud COSTA, 2008, p. 151), os problemas são um primeiro meio para aprender Matemática e não apenas uma finalidade para se aprender Matemática. Logo, o ensino através desta metodologia deve começar por uma situação problema a respeito do assunto tratado e as técnicas matemáticas são desenvolvidas enquanto se encontram as respostas para o problema.

No sexto procedimento, os alunos irão resolver as questões propostas após a leitura do texto de explicação base para revisar os conceitos necessários para resolução das questões.

No sétimo procedimento, é orientado que os alunos apresentem as respostas para que sejam comentadas e rebatidas com toda a turma. Esta etapa vai ao encontro da sétima etapa do roteiro desenvolvido pelo GTERP, que é chamada de plenária, conforme visto anteriormente.

Vale destacar que, enquanto na última etapa do roteiro desenvolvido pelo GTERP, chamada de formalização, o professor é orientado a registrar formalmente na lousa a resolução do problema, nos procedimentos para se trabalhar com a Disciplina Resolução de Problemas, o professor é orientado apenas a colocar o gabarito em algum quadro ou mural da sala de aula.

3.3.2.1 Análise do texto de explicação base

O texto se inicia apresentando, como exemplos, algumas situações-problema que podem ser resolvidas com os conceitos de razões trigonométricas; tais como: medir a altura de

prédios, sem ter acesso ao topo, ou a distância entre as margens de um rio. Logo em seguida, o material passa a relembrar alguns conceitos, como os nomes particulares dos lados de um triângulo retângulo. Depois, são revistas as definições das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente.

Em seguida, é apresentado um exemplo resolvido da aplicação direta dos conceitos de razões trigonométricas, onde é demonstrado como se encontram o seno, o cosseno e a tangente de um determinado ângulo. Após, há um parágrafo a respeito de tabelas trigonométricas e menciona que serão estudadas apenas razões trigonométricas de ângulos notáveis (30° , 45° e 60°). A seguir, há uma situação-problema resolvida como exemplo, onde o objetivo é calcular a altura de um prédio a partir de um observador que se encontra a uma certa distância do prédio.

Como foi mencionado anteriormente, o ponto de partida em uma aula, segundo a metodologia de ensino de Matemática através da resolução de problemas, deve ser o problema e não as definições, pois os conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados durante a exploração do problema.

3.3.2.2 Análise das atividades

As atividades que foram propostas para o assunto de razões trigonométricas (Anexo B, p. 90) são compostas por quatro questões. As três primeiras questões, segundo a classificação de Dante (2011), vista anteriormente para tipos de problemas, trata-se de exercícios de reconhecimento, onde o objetivo principal é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre de conceitos e definições já vistas. Portanto, as três primeiras questões não são, propriamente, um problema e sim, um exercício. Porém, como já discutido anteriormente, para Pozo (1998) problemas e exercícios não são necessariamente duas coisas contraditórias e incompatíveis, ou seja, são um duplo caminho para aprendizagem.

Na quarta e última questão, é apresentado um problema onde o aluno deve calcular a distância que a base de uma escada deve ser colocada de um muro para que forme um ângulo de 45° com o solo.

Segundo a classificação de Dante (2011), a última questão pode ser classificada como um problema de aplicação, pois são situações-problema contextualizadas e retratam situações reais do dia a dia que podem ser resolvidas com o uso da Matemática.

3.3.2.3 Análise da avaliação e da pesquisa

A avaliação proposta no caderno de atividades (Anexo C, p. 92) tomado como amostra apresenta cinco questões, das quais as questões 3 e 4 abordam o assunto de razões trigonométricas. As duas questões propostas como avaliação não são, verdadeiramente, problemas e sim exercícios de reconhecimento, segundo a classificação de Dante (2011).

A pesquisa proposta no caderno de atividades (Anexo D, p. 94), tomado como amostra, apresenta duas questões. As duas abordam o assunto de razões trigonométricas. Na primeira questão, é solicitado que o aluno apresente alguns exemplos de situações reais, onde se pode utilizar as razões trigonométricas para medir grandes alturas e distâncias. Na segunda questão, o aluno deve pesquisar sobre os instrumentos utilizados para medir grandes distâncias através dos ângulos conhecidos.

As duas questões propostas para pesquisa são bastante interessantes, pois propiciam aos alunos conhecer aplicações práticas de razões trigonométricas e instrumentos utilizados na prática, o que torna o assunto mais atraente para os alunos, facilitando o processo de ensino-aprendizagem.

4 ATIVIDADES PROPOSTAS SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Depois do que foi exposto até aqui neste trabalho, é possível concluir que criar atividades voltadas para uma aula, segundo a metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas, não é uma tarefa fácil. É preciso se pensar em criar problemas nos quais o conhecimento de determinado assunto seja construído pelos alunos enquanto tentam resolvê-los, pois o mais importante será fazer com que aprendam a raciocinar e não apenas a aplicar algum algoritmo previamente decorado para se chegar à solução do problema, como normalmente ocorre.

Neste capítulo, será proposto um conjunto de problemas para se trabalhar razões trigonométricas da Unidade Temática Geometria. Este assunto é normalmente tratado no 3º bimestre do 9º ano do Ensino Fundamental. Será descrito ainda como se deu a implementação numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental e quais foram as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Para se comprovar a eficácia que a metodologia de RPM pode trazer para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, após a implementação, a turma passou por um teste de avaliação, juntamente com outras duas turmas que não foram submetidas a esta metodologia, tendo tido apenas aulas regulares sobre o mesmo assunto, para servirem de controle.

4.1 Atividades de razões trigonométricas segundo a metodologia de RPM

As atividades que estão aqui apresentadas foram desenvolvidas em 2 dias no decorrer do terceiro bimestre do ano letivo de 2018 com, em média, 45 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da turma 1901 de uma escola municipal localizada no bairro de Realengo, Rio de Janeiro, RJ.

Cabe ressaltar que as atividades e a avaliação foram submetidas para a turma 1901 antes que o assunto razões trigonométricas tivesse sido tratado através das aulas regulares. A

aula em que o material foi utilizado foi preparada seguindo o roteiro desenvolvido pelo GTERP, já citado anteriormente.

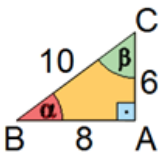
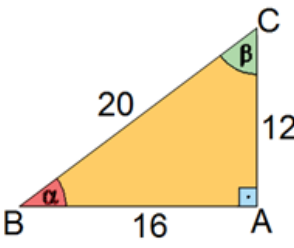
No primeiro dia de aula, a turma foi dividida em grupos de 4 e, no máximo, 5 alunos tendo o professor titular permanecido todo o tempo em sala para auxiliar sempre que necessário. Os alunos foram convidados a participar de uma "aula diferenciada" e não fora mencionado em momento algum que se tratava de uma pesquisa. Todos os alunos prontamente aceitaram participar.

Fora explicado para a turma que, após a aula cujo tema seria razões trigonométricas, haveria uma avaliação e, como motivação, o professor titular atribuiria uma pontuação.

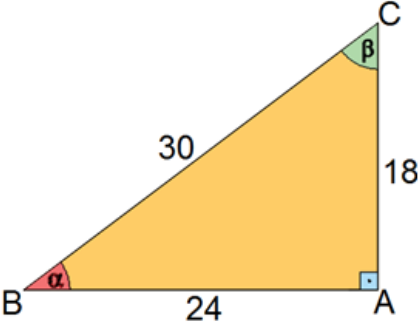
Seguindo o roteiro desenvolvido pelo GTERP, os alunos receberam as folhas com as atividades e fora pedido para que cada um fizesse a leitura individual da primeira atividade. Nesta primeira atividade, conforme consta na Figura 6, os alunos deveriam somente preencher os valores das medidas dos segmentos solicitados para formar as razões trigonométricas respectivas aos ângulos α e β dos três triângulos retângulos.

Figura 6 - Atividade 1.

- 1) Dados os três triângulos retângulos abaixo preencham as tabelas com as informações referentes a cada um dos triângulos:

ÂNGULOS	$\widehat{ABC} = \alpha$	$\widehat{ACB} = \beta$	
RAZÃO			
SENO	$\frac{AC}{BC} =$	$\frac{AB}{BC} =$	
COSENO	$\frac{AB}{BC} =$	$\frac{AC}{BC} =$	
TANGENTE	$\frac{AC}{AB} =$	$\frac{AB}{AC} =$	
ÂNGULOS	$\widehat{ABC} = \alpha$	$\widehat{ACB} = \beta$	
RAZÃO			
SENO	$\frac{AC}{BC} =$	$\frac{AB}{BC} =$	
COSENO	$\frac{AB}{BC} =$	$\frac{AC}{BC} =$	
TANGENTE	$\frac{AC}{AB} =$	$\frac{AB}{AC} =$	

ÂNGULOS	$\widehat{ABC} = \alpha$	$\widehat{ACB} = \beta$
RAZÃO		
SENO	$\frac{AC}{BC} =$	$\frac{AB}{BC} =$
COSENO	$\frac{AB}{BC} =$	$\frac{AC}{BC} =$
TANGENTE	$\frac{AC}{AB} =$	$\frac{AB}{AC} =$



Fonte: O autor, 2018.

Após todos preencherem a tabela com os valores dos segmentos, fora solicitado que todos fizessem as simplificações das frações o máximo possível, mas sem efetuar as divisões. Em seguida, os alunos deveriam responder a duas perguntas, itens a e b,

a) O que podemos perceber em relação aos valores encontrados em cada uma das razões encontradas?

b) A partir do que foi visto no item anterior. Como podemos expressar seno, cosseno e tangente em função dos catetos e hipotenusa de triângulos retângulos?

O objetivo da primeira pergunta foi verificar se os alunos perceberiam que as razões trigonométricas dependiam unicamente dos ângulos, não importando o tamanho dos lados dos triângulos retângulos. Na segunda pergunta, o objetivo foi verificar se os alunos saberiam expressar as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente em função dos catetos e da hipotenusa. Após os alunos concluírem as respostas dos itens a e b, foi solicitado que um representante de cada grupo ficasse de pé e expressasse as conclusões a que o grupo havia chegado. Este procedimento foi repetido em cada atividade. A maioria dos grupos chegou às conclusões corretas, porém foi percebido que alguns grupos tiveram problemas para identificar os lados do triângulo retângulo corretamente. Na etapa de formalização dos conteúdos, conforme o roteiro do GTERP, essas dúvidas que alguns alunos tinham quanto à identificação dos lados do triângulo retângulo como cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa foram revisadas.

Conforme se pode constatar, a segunda atividade trazia um problema de aplicação no qual os alunos deveriam encontrar o comprimento de uma rampa, a partir da altura e ângulo com o solo informados. A atividade foi dividida em dois itens: o primeiro tinha o objetivo de verificar se os alunos eram capazes de perceber, através da construção de um desenho, um

triângulo retângulo; no segundo, se os alunos conseguiram aplicar razões trigonométricas para solucionar o problema.

2) Uma rampa de 3m de altura forma com o solo um ângulo de 30° .

a) Represente a situação acima por meio de um desenho.

b) Encontre o valor do comprimento da rampa.

A maioria dos grupos teve problemas para fazer o primeiro item e necessitou de ajuda, pois muitos alunos não conseguiam enxergar um triângulo retângulo na situação apresentada. Antes que iniciassem a resolução do segundo item, foi apresentada na lousa uma tabela trigonométrica com os senos, cossenos e tangentes dos ângulos notáveis (30° , 45° e 60°). Utilizando a tabela, a maioria dos grupos conseguiu concluir o segundo item corretamente, sem ajuda.

No segundo dia de aula, os alunos foram divididos nos mesmos grupos e foi solicitado que todos lessem a terceira atividade que consistia em um problema de aplicação, onde os alunos deveriam encontrar a altura de um prédio a partir das sombras do prédio e de um poste. O objetivo desta atividade era verificar se os alunos seriam capazes de representar corretamente a situação através de um desenho e solucionar o problema corretamente utilizando razões trigonométricas.

3) A sombra de um prédio, em um terreno plano, em uma determinada hora do dia, mede 15m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste de altura 5m mede 3m. Determine a altura, em metros, do prédio.

Mais uma vez, os grupos tiveram dificuldades para representar o problema através de um desenho corretamente. Como o problema não mencionava a medida de nenhum ângulo, alguns grupos tiveram dificuldades para identificar qual relação trigonométrica deveriam utilizar para solucionar o problema. Foi solicitado que representantes dos grupos que haviam utilizado a tangente para solucionar o problema fizessem na lousa a questão para explicar aos demais. Após esse episódio, apenas três grupos ainda tiveram problemas para chegar à resposta correta, pois inverteram cateto oposto com cateto adjacente ao utilizar o conceito de tangente. Em seguida à resolução formal na lousa pelo professor, todas as dúvidas foram sanadas.

Antes de solicitar que os alunos lessem a quarta atividade, foi apresentado um *slide* sobre o teodolito, que é um instrumento de precisão óptico que mensura ângulos verticais e horizontais, sendo aplicado em diversos setores como na navegação, na construção civil, na agricultura e na meteorologia. Em seguida, foi apresentado um teodolito artesanal (Figuras 7 e 8) construído pelo autor utilizando um transferidor, um nível, um apontador laser, uma haste

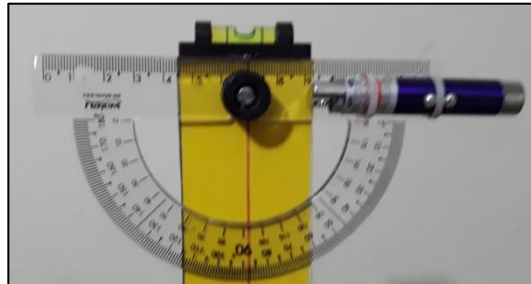
de madeira e uma lata para base, para que os alunos pudessem manusear no intuito de colher ângulos e, assim, calcular a altura de estruturas externas da escola utilizando razões trigonométricas.

Figura 7 - Teodolito artesanal



Fonte: O autor, 2018

Figura 8 - Teodolito artesanal



Fonte: O autor, 2018

Utilizando materiais manipuláveis, buscou-se atrair a atenção dos alunos para aplicações práticas sobre razões trigonométricas facilitando o processo de ensino-aprendizagem. Após os alunos receberem instruções de como utilizar o teodolito artesanal, foram levados para a área externa da escola para utilizarem o aparelho para calcular a altura de estruturas externas. Esta atividade foi bastante eficiente em contextualizar o assunto razões trigonométricas e atrair a atenção dos alunos. Depois da atividade externa, os alunos foram conduzidos novamente para a sala de aula.

Novamente divididos nos mesmos grupos, foi solicitado aos alunos que fizessem a leitura da quarta e última atividade que consistia em um problema de aplicação. A atividade foi dividida em dois itens, o primeiro tinha o objetivo de verificar se os alunos eram capazes de representar a situação, através da construção de um desenho, corretamente. No segundo, se os alunos haviam compreendido de fato o que foi feito como atividade externa, ou seja, calcular a altura de uma estrutura a partir de um ângulo fornecido por um teodolito e da distância do aparelho até a estrutura.

4) Você precisa medir a altura de um prédio. Para isso, se afasta 50 metros dele. Dentro do seu campo de visão e com ajuda de um instrumento que mede ângulos chamado

teodolito você verificou que o ângulo formado entre a linha do horizonte e o topo do prédio é de 50° . Sabendo que sua altura é igual a 1,50m. (utilize $\text{tg } 50^\circ = 1,19$)

- a) Represente a situação acima por meio de um desenho.
- b) Qual a altura do prédio?

Desta vez, todos os grupos conseguiram representar a situação corretamente através de um desenho e a maioria chegou à altura correta do prédio, sem nenhuma ajuda.

4.2 Teste de Avaliação

Nesta etapa, as três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, 1901, 1902 e 1903 foram submetidas a um teste com cinco problemas que envolvem razões trigonométricas. A turma 1901 fez o teste logo após as aulas de RPM, enquanto as turmas 1902 e 1903 realizaram o teste após a aula regular sobre razões trigonométricas.

As três turmas possuem o mesmo professor de Matemática, que gentilmente se encarregou de aplicar os testes e atribuiu uma pontuação como forma de incentivo. Os testes foram aplicados em dois tempos de aula no decorrer do terceiro bimestre do ano letivo de 2018. Realizaram o teste 35 alunos da turma 1901, 23 alunos da turma 1902 e 20 alunos da turma 1903.

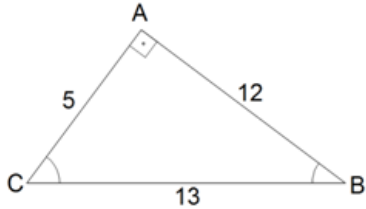
O objetivo da aplicação dos testes de avaliação foi comparar o desempenho da turma 1901, que recebeu a aula de RPM, com as turmas 1902 e 1903, que só receberam aulas regulares de Matemática, e assim, verificar qual foi o rendimento no processo de ensino-aprendizagem da Matemática que as aulas de RPM poderiam trazer para os alunos se a metodologia fosse implementada.

Cabe destacar, conforme tratado anteriormente, que, segundo Onuchic e Allevato (2011), a avaliação na metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas deve ser feita de forma contínua e formativa e faz parte do processo de aprendizagem, não apenas do julgamento dos resultados obtidos com a resolução dos problemas utilizados. Porém, no teste proposto para as turmas, a intenção não foi avaliar os alunos e sim, comparar o desempenho das turmas com a finalidade de comprovar a eficácia do método.

A primeira questão, segundo a classificação dada por Dante (2011), vista anteriormente, não era propriamente um problema e sim um exercício de reconhecimento, cujo objetivo principal foi saber se os alunos lembravam dos conceitos de seno, cosseno e tangente, conforme consta da figura 9.

Figura 9 – Questão 1.

1) Considere o triângulo retângulo abaixo e responda as seguintes questões:



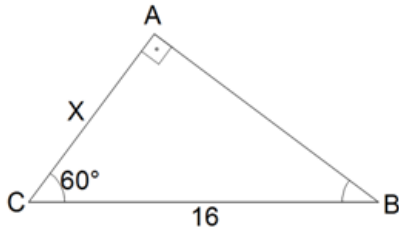
a) Calcule o seno do ângulo B:
 b) Calcule o cosseno do ângulo B:
 c) Calcule a tangente do ângulo B:

Fonte: O autor, 2018.

A segunda questão, segundo a classificação dada por Dante (2011), também se tratava de um exercício de reconhecimento, cujo objetivo principal era saber se os alunos saberiam utilizar o conceito mais apropriado de seno, cosseno ou tangente para encontrar o valor de X, conforme consta da figura 10.

Figura 10 – Questão 2.

2) Calcule o valor de x no triângulo retângulo abaixo:

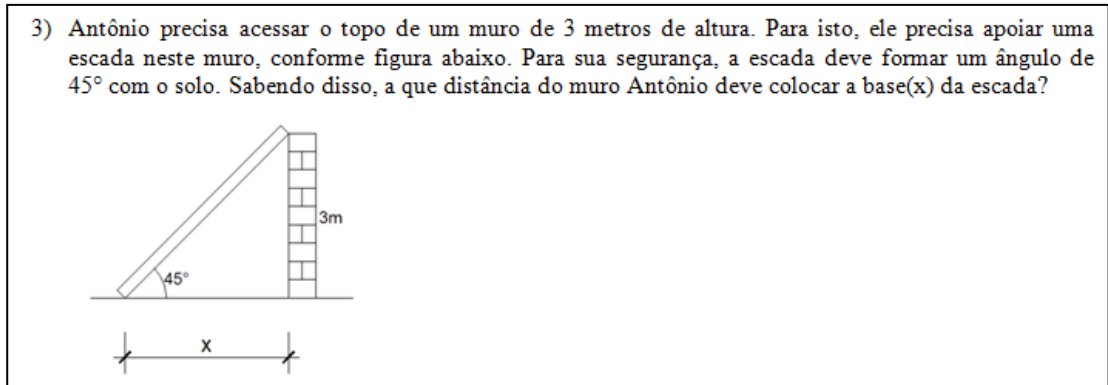


Fonte: O autor, 2018.

A terceira e a quarta questões, segundo a classificação dada por Dante (2011), podem ser consideradas como problemas de aplicação, pois são situações-problema contextualizadas que retratam situações reais do dia a dia. O objetivo principal destas questões foi verificar se os alunos seriam capazes de solucionar o problema aplicando os conceitos de razões

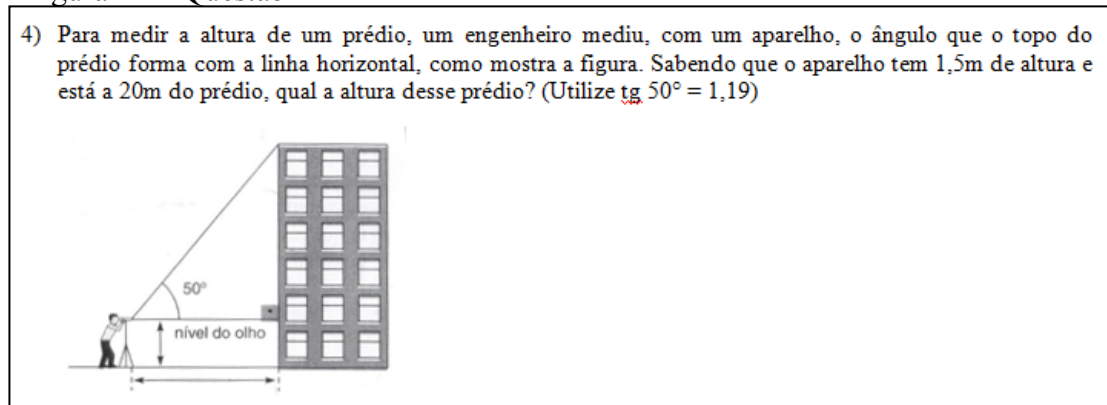
trigonométricas, vistos em sala de aula, aos desenhos que cada problema trazia retratando a situação, conforme constam das figuras 11 e 12.

Figura 11 – Questão 3



Fonte: O autor, 2018.

Figura 12 – Questão 4



Fonte: O autor, 2018.

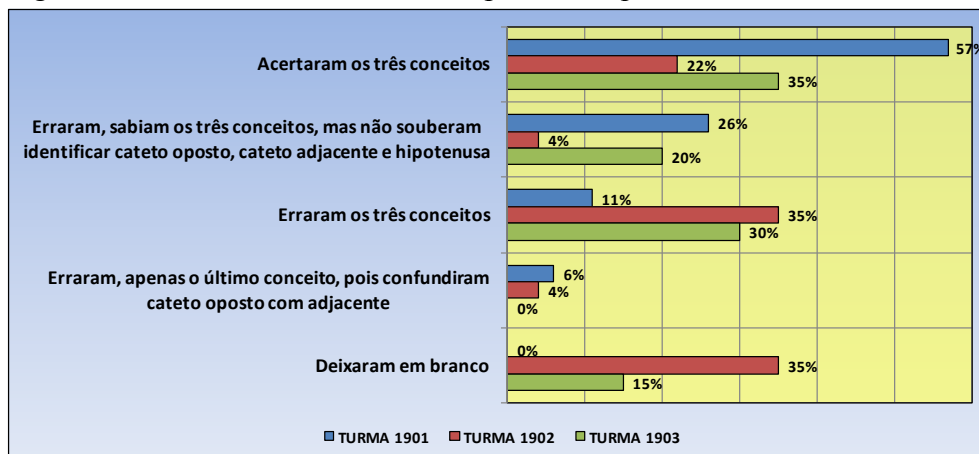
A quinta e última questão, segundo a classificação dada por Dante (2011), também é um problema de aplicação, porém diferentemente das duas questões anteriores o aluno deveria esboçar o próprio desenho para representar a situação. Além disso, na questão há duas perguntas, onde o aluno deveria utilizar os conceitos de razões trigonométricas para responder a primeira e, a partir desta resposta, aplicar o Teorema de Pitágoras, que já haviam visto, para responder a segunda. Logo, o objetivo desta questão foi verificar se os alunos seriam capazes de traduzir uma situação-problema para linguagem matemática, criando o próprio desenho da situação, e verificar se saberiam associar os conceitos de razões trigonométricas, recém trabalhados, a outros conceitos vistos anteriormente para chegar a todas as respostas.

5) Um avião levanta voo em B e sobe fazendo um ângulo de 15° com a horizontal. a que altura estará e qual distância percorrida, quando alcançar a vertical que passa por uma igreja A situada a 2 km do ponto de partida? Faça um desenho que represente a situação e calcule o que foi pedido. (utilize $\text{tg } 15^\circ = 0,27$)

4.2.1 Análise das respostas dadas ao teste de avaliação

Analisando as respostas que foram dadas à primeira questão, conforme o gráfico da figura 13, constatou-se que o maior índice de acertos foi da turma 1901, em que mais da metade dos alunos (57%) responderam corretamente aos três itens da questão que envolviam os conceitos de seno, cosseno e tangente. A turma 1902 foi a que obteve o maior percentual (35%) de alunos que erraram os três itens da questão e ainda o maior percentual (35%) de alunos que deixaram a questão em branco. Dentre os principais erros observados, cabe destacar aqueles em que os alunos pareciam saber os conceitos de seno, cosseno e tangente, porém não sabiam identificar corretamente cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa; conforme a resposta que consta na figura 14.

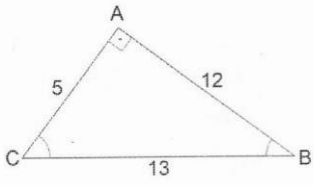
Figura 13 - Gráfico da análise das respostas da questão 1.



Fonte: O autor, 2018.

Figura 14 - Resposta à questão 1 de um aluno da turma 1901.

1) Considere o triângulo retângulo abaixo e responda as seguintes questões:



a) Calcule o seno do ângulo B:

$$\frac{C.O.}{h.p.} = \frac{5}{13}$$

b) Calcule o cosseno do ângulo B:

$$\frac{C.a.}{h.p.} = \frac{12}{13}$$

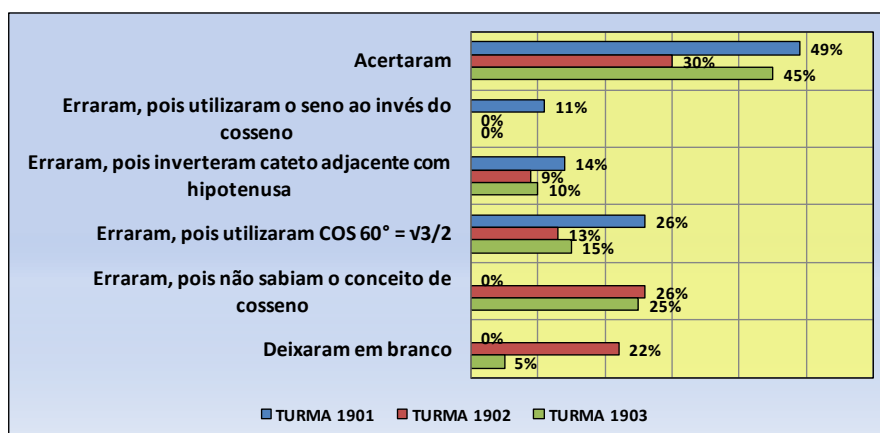
c) Calcule a tangente do ângulo B:

$$\frac{C.O.}{C.a.} = \frac{5}{12}$$

Fonte: O autor, 2018

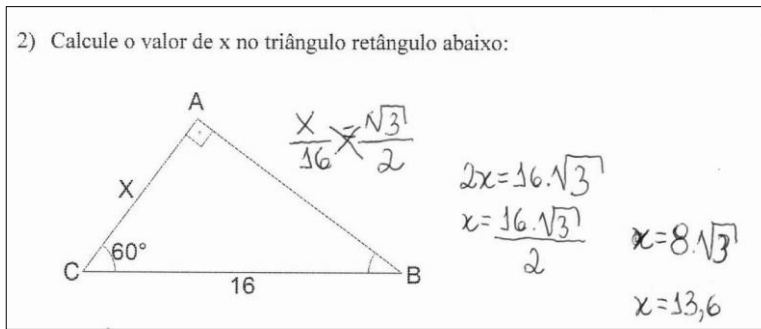
Na segunda questão, conforme o gráfico da Figura 15, observou-se que a turma 1901 foi a que obteve o maior percentual de acertos (49%), mas foi seguida de perto pela turma 1903, que obteve 45% de acertos, e a turma 1902 obteve o pior resultado: 30% de acertos. A turma 1902 também foi a que obteve o maior percentual de questões em branco (22%). Dentre os principais erros observados, destaca-se a utilização errada do valor do cosseno de 60° , conforme a resposta que consta da Figura 16.

Figura 15 - Gráfico da análise das respostas da questão 2.



Fonte: O autor, 2018.

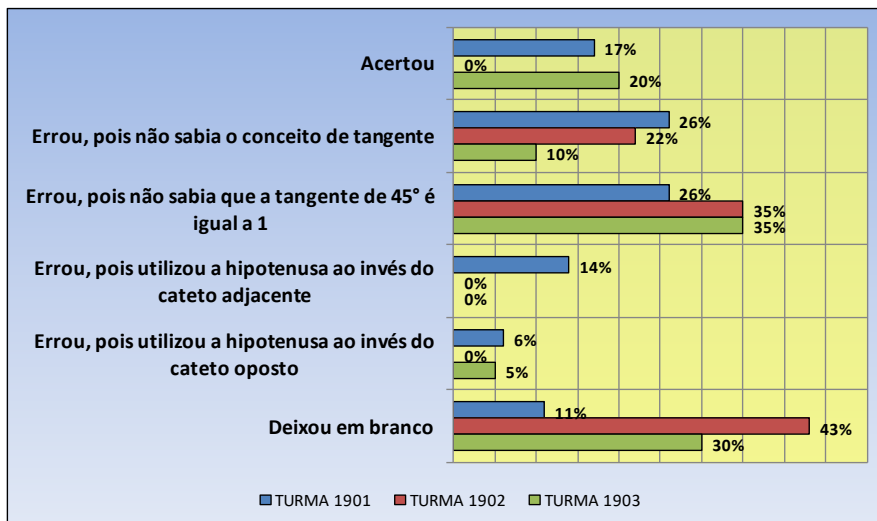
Figura 16 - Resposta à questão 2 de um aluno da turma 1903.



Fonte: O autor, 2018.

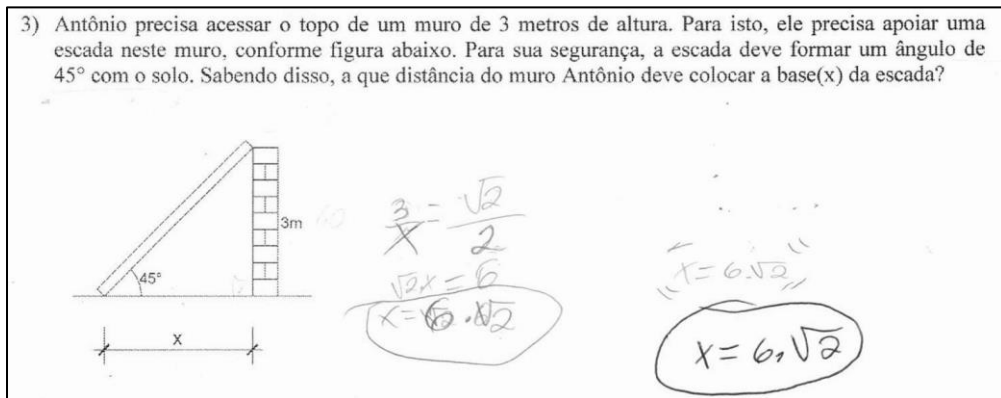
Na terceira questão, conforme o gráfico da Figura 17, constatou-se que a turma que obteve o maior percentual de acertos (20%) foi a turma 1903, porém com uma pequena diferença para a turma 1901 que obteve 17% de acertos. No entanto, a turma 1903 obteve um percentual de 30% de alunos que deixaram a questão em branco, enquanto na turma 1901 o percentual foi de apenas 11%. Em geral, as três turmas obtiveram um rendimento bastante baixo nesta questão, sendo que nenhum aluno da turma 1902 conseguiu acertar. Dentre os principais erros destaca-se não saber que a tangente de 45° é igual a um, conforme consta na Figura 18.

Figura 17 - Gráfico da análise das respostas da questão 3.



Fonte: O autor, 2018.

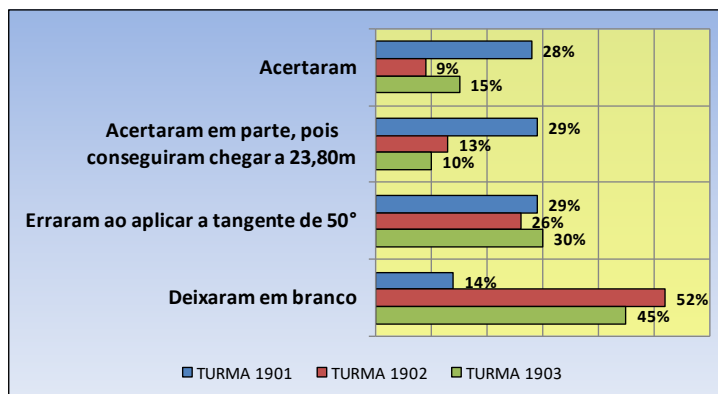
Figura 18 - Resposta à questão 3 de um aluno da turma 1902.



Fonte: O autor, 2018

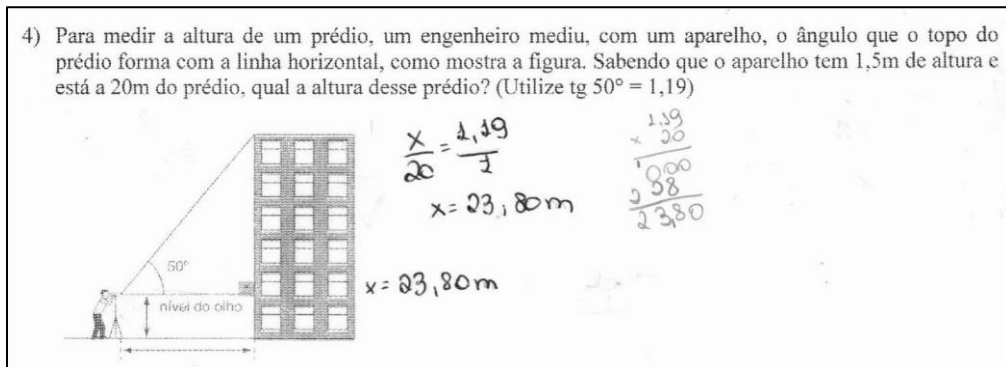
Na quarta questão, conforme o gráfico da Figura 19, a turma 1901 foi a que obteve o maior percentual de acertos (28%) e apenas um percentual de 14% de questões em branco, enquanto que na turma 1902 mais da metade dos alunos (52%) deixaram a questão em branco e, na turma 1903, quase a metade dos alunos (45%) deixou a questão em branco. Logo, pode-se observar que uma boa parte das turmas 1902 e 1903 não sabia como aplicar os conceitos de razões trigonométricas a uma situação-problema um pouco mais elaborada. Quanto aos principais erros constatados destaca-se o erro de não somar a altura do aparelho (1,50m) ao valor encontrado, depois de aplicar o conceito de tangente, para se chegar à altura correta do prédio (25,30m). Este foi o erro mais cometido pelos alunos da turma 1901 que não acertaram a questão completamente (30%), conforme consta na Figura 20.

Figura 19 - Gráfico da análise das respostas da questão 4.



Fonte: O autor, 2018.

Figura 20 - Resposta à questão 4 de um aluno da turma 1901.



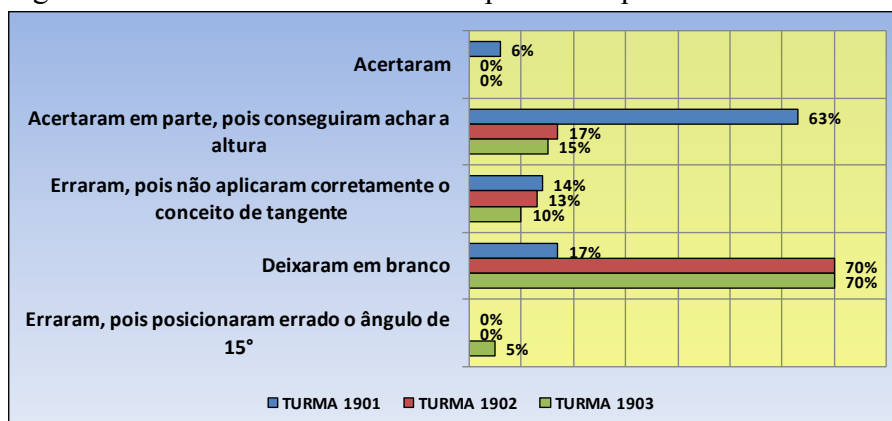
Fonte: O autor, 2018.

Conforme citado anteriormente, a quinta e última questão do teste tinha um grau de dificuldade um pouco maior, pois o aluno deveria construir o próprio desenho da situação antes de começar a resolver e deveria saber associar o conceito de razões trigonométricas a outro conceito visto anteriormente.

Segundo o gráfico da Figura 21, somente 6% da turma 1901 conseguiu acertar esta questão por completo, enquanto nenhum aluno das turmas 1902 e 1903 acertou. Além disso, 70% das turmas 1902 e 1903 deixaram a questão em branco, e somente 17% da turma 1901 deixaram em branco.

Verificou-se que os alunos das três turmas possuem uma imensa dificuldade de traduzir um problema para um desenho corretamente e associar um conceito recém trabalhado a conceitos vistos anteriormente. Dentre os principais erros destacam-se aqueles que conseguiram esboçar o desenho e aplicar os conceitos de razões trigonométricas para chegar à altura do prédio, porém não souberam aplicar o Teorema de Pitágoras para achar a distância percorrida, conforme consta na Figura 18.

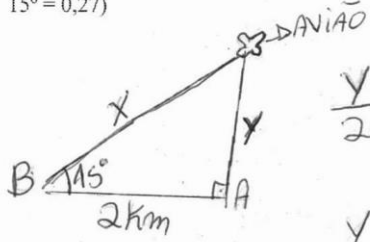
Figura 21 - Gráfico da análise das respostas da questão 5.



Fonte: O autor, 2018.

Figura 22 - Resposta à questão 5 de um aluno da turma 1901.

5) Um avião levanta voo em B e sobe fazendo um ângulo constante de 15° com a horizontal. A que altura estará e qual distância percorrida, quando alcançar a vertical que passa por uma igreja A situada a 2 Km do ponto de partida? Faça um desenho que represente a situação e calcule o que foi pedido. (Utilize $\text{tg } 15^\circ = 0,27$)



$$\frac{y}{2} = \frac{0,27}{1}$$

$$y = 0,54$$

$$\frac{2}{x} = \frac{0,27}{1}$$

$$0,27x = \frac{2}{0,27}$$

ALTURA = 0,54km
 DISTÂNCIA = $\frac{2}{0,27}$ km

Fonte: O autor, 2018.

Pelo exposto, o rendimento da turma 1901, que teve a aula de RPM, foi superior aos das turmas 1902 e 1903, que só receberam aulas regulares de Matemática. Em praticamente todas as questões, o desempenho da turma 1901 foi superior em percentual de acertos, com exceção da terceira questão em que a turma 1903 obteve um percentual um pouco melhor. Esses resultados sugerem que as aulas, segundo a metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas, podem provocar um melhor rendimento no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e, ao mesmo tempo, servem de incentivo para que novas pesquisas de escopo mais amplo sejam realizadas com a finalidade de comprovar o melhor rendimento em todas as escolas da rede do município do Rio de Janeiro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os problemas sempre fizeram parte do cotidiano do homem que, para evoluir, teve a necessidade de criar métodos para a resolução dos mais variados problemas do dia a dia.

Desde a antiguidade a resolução de problemas vem sendo utilizada como ferramenta para se ensinar Matemática, porém com uma visão muito limitada, pois a resolução de problemas se resumia a apresentar problemas como exemplos de resolução específica.

Foi com a publicação dos Standards 2000 do NCTM que educadores matemáticos passaram a pensar em uma metodologia que ensinasse através da resolução de problemas.

No Brasil, os PCN - Matemática foram baseados em ideias desenvolvidas pelas publicações do NCTM e por esse motivo há bastante referência à metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas nos seus textos. Porém, como não houve uma discussão ampla a respeito de como se daria a implementação em sala de aula houve muitas dúvidas entre os professores de como colocar em prática.

No ano de 2018, houve o início da efetivação da BNCC do Ensino Fundamental que não significa uma ruptura com os PCN e sim, uma complementação. Os PCN são um currículo com uma proposta metodológica para todas as disciplinas porém, na Base não se encontra nada a respeito de metodologia de ensino, ou seja, a BNCC se traduz como um descritivo de saberes essenciais que descreve os conteúdos mínimos a serem abordados por todas as escolas públicas e privadas de Ensino Fundamental e Médio.

Como a BNCC não propõe nenhuma metodologia, isto pode ser uma vantagem, pois os professores podem, caso desejem, adotar a metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas em suas aulas. Por outro lado, as escolas quando forem preparar os seus currículos irão, certamente, se basear nas tabelas que fazem parte da BNCC portanto, esta metodologia pode ficar de fora de seus currículos.

O que pode ser constatado, em várias escolas brasileiras, são alunos com baixo desempenho em relação aos descritores relativos à resolução de problemas. Por este motivo, no Rio de Janeiro, a SEEDUC criou no ano de 2012 a disciplina RPM na matriz curricular do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio com o propósito de transformar alunos em cidadãos capazes de enfrentar as mais variadas situações do dia a dia onde o raciocínio matemático seja necessário.

No ano de 2016, Gomes realizou uma pesquisa cujo principal objetivo foi verificar junto aos professores de Matemática de escolas estaduais do estado do Rio de Janeiro o

quanto conhecem sobre os objetivos e habilidades para a disciplina RPM determinados pela SEEDUC. Após três anos de tal pesquisa, este trabalho apresenta uma nova pesquisa com a finalidade de confrontar e dar continuidade à pesquisa anterior.

Na pesquisa de 2016 foi constatado que uma pequena parcela dos professores não conhecia o principal objetivo da SEEDUC com a disciplina RPM. Este fato também foi confirmado pela nova pesquisa (2018) e outra constatação foi a falta de capacitação e suporte para os professores trabalharem com a disciplina, ou seja, em nenhum momento a SEEDUC capacitou, consultou ou deu a oportunidade para que os professores se reunissem e trocassem experiências a respeito da disciplina. A única orientação dada pela SEEDUC neste sentido foi para que os professores investissem algum tempo na exploração de artigos e relatos sobre a metodologia, o que não é suficiente para que os professores sejam plenamente capacitados a trabalhar com a disciplina.

A pesquisa de Gomes (2016) conjecturou que a disciplina RPM havia acabado, pois a matriz curricular de 2017 não havia mantido a disciplina, porém 18 professores responderam a nova pesquisa afirmando que continuam trabalhando com a disciplina e, além disso, a disciplina RPM continua a fazer parte das disciplinas regulares do currículo mínimo do Ensino Fundamental (anos finais) e Médio no *site* da SEEDUC.

Muitos professores que responderam ao questionário da nova pesquisa possuem matrícula no estado e no município do Rio de Janeiro e afirmaram ser favoráveis à implementação da disciplina RPM em escolas municipais. Caso isto ocorra algum dia, daria a oportunidade de os alunos destas escolas terem mais contato (ou algum contato) com a disciplina RPM, pois muitos destes alunos só teriam esta disciplina ao cursarem o 2º ano do Ensino Médio se forem para escolas estaduais. A pesquisa realizada por este trabalho com alunos de uma escola municipal nos leva a crer que, se a disciplina RPM fosse implementada em escolas da rede do município do Rio de Janeiro, haveria ganhos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática para seus alunos.

A análise do material preparado pela SEEDUC para trabalhar com a disciplina RPM mostra incoerência perante o que dizem os principais teóricos em resolução de problemas, pois se iniciam com revisões dos assuntos abordados e não, com os problemas, como recomendam os estudiosos da área e as atividades e avaliações, na sua maioria, não são exatamente problemas e sim, exercícios de reconhecimento.

Com a finalidade de aprimorar a disciplina RPM criada pela SEEDUC, para que sejam melhor alcançados os propósitos almejados com ela, este trabalho propõe algumas recomendações:

- o ideal seria que a disciplina RMP, enquanto uma metodologia de ensino da Matemática através da resolução de problemas, deixe de ser uma disciplina à parte da disciplina regular de Matemática e, tão logo os professores se sintam familiarizados, se torne verdadeiramente uma metodologia para se ensinar Matemática, pois se continuar como uma disciplina à parte, não será explorado todo potencial que essa metodologia pode trazer para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática;
- todo material disponibilizado deveria ser revisado para melhor se adequar ao que dizem os principais teórico da área;
- a disciplina deveria ser estendida a todos os anos do Ensino Médio;
- oferecer capacitação para que todos os professores possam aplicar corretamente a metodologia;
- promover seminários e encontro de professores para que sejam trocadas experiências a respeito da metodologia;
- firmar parceria com a Prefeitura do Rio de Janeiro a fim de fomentar a realização de pesquisas amplas sobre a metodologia do ensino da Matemática através da resolução de problemas, tanto em escolas estaduais quanto em escolas municipais, com o intuito de aprimorar a disciplina RPM implementada pela SEEDUC e possível implementação em escolas da rede do município do Rio de Janeiro.

Assim, será possível imaginar que algum dia os alunos de escolas públicas do estado e do município do Rio de Janeiro poderão se destacar na disciplina Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Constituição (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil*. Congresso. Brasília, DF, 1988.

_____. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Lei de Diretrizes e Bases da Educação - LDB. Brasília, DF, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 10 set. 2018.

_____. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular - Educação Infantil e Ensino Fundamental*. MEC. Brasília, DF, 2017.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 1º e 2º ciclos*. Brasília: MEC / SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 3º e 4º ciclos*. Brasília: MEC / SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação. *Plano Nacional de Educação - PNE*. Brasília, DF: INEP, 2014.

COSTA, C. F. *Por que Resolver Problemas na Educação Matemática? Uma Contribuição da Escola da Gestalt*. 2008. 220f. Dissertação (Doutorado em Educação) - PUC, Rio de Janeiro, 2008.

DANTE, L R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. 6. ed. São Paulo: Ática, 1995.

_____. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. São Paulo: Ática, 2011.

GOMES, D. A. *Ensino de Matemática através da resolução de problemas: a disciplina RPM na visão da SEEDUC e professores do Rio de Janeiro*. 2016. 60f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - UERJ, Rio de Janeiro, 2016.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2005.

_____. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de educação Matemática*, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005>>. Acesso em: 24 mar. 2018.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; et al. (Orgs). *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Ed. UNESP, 1999. p. 199-218.

_____. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? *Espaço Pedagógico*, Passo Fundo, RS, v. 20, n. 1, p. 88-104, jun. 2013. Disponível em: <<http://www.upf.br/seer/index.php/rep/article/view/3509/2294>>. Acesso em: 24 mar. 2018.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Segunda reimpressão. Rio de Janeiro: Interciências, 2006.

REVISTA ELETRÔNICA NOVA ESCOLA. Compare: as mudanças dos PCNs para a BNCC em Matemática, 2017. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/12093/bncc-quais-as-principais-alteracoes-em-relacao-aos-pcns-em-matematica>>. Acesso em: 10 set. 2018.

RIO DE JANEIRO. Secretaria de Estado de Educação. *Resolução de Problemas Matemáticos: Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada - 03 - Ensino Fundamental - 9º Ano - 3º Bimestre - Versão Professor*. Rio de Janeiro: SEEDUC, 2013.

_____. Secretaria de Estado de Educação. *Resolução de Problemas Matemáticos: Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada - 03 - Ensino Fundamental - 9º Ano - 3º Bimestre - Versão Aluno*. Rio de Janeiro: SEEDUC, 2013.

_____. Secretaria de Estado de Educação. Currículo Mínimo: *Orientações Curriculares para RPM*. Rio de Janeiro: SEEDUC, 2013.

SMOLE, K. S. A resolução de problemas na BNCC: entre a intenção e a execução. In: IV Seminário em Resolução de Problemas e I Seminário Internacional em Resolução de Problemas, 2017, Rio Claro: UNESP, 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Rrew-Kuxhvw&t=124s&list=PLXrq_rw5B_-69_oZuhna3oJghl_VfZD5W&index=9>. Acesso em: 10 set. 2018.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES; R. I.; SILVER, E. A. (Eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston, VA: NCTM, 1989. p. 1-22.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante - Revista de Investigação em Educação Matemática*, Lisboa, Portugal, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.

VAN DE WALLE, J. A. *Elementary and Middle School Mathematics*. New York: Longman, ed. 4, 2001.

ANEXO A – Nova Pesquisa sobre o Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas

Caro(a) colega professor(a).

Este questionário tem por objetivo identificar pontos significativos, para análise e discussão, acerca da disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM).

Agradeço, desde já, a sua contribuição.

1) Desde que ano você leciona na Rede Estadual de Ensino?

- 2015
- 2013
- 2011
- 2008
- Antes de 2008

2) Você lecionou ou leciona a disciplina RPM?

- Sim
- Não

3) Você participou ou foi convidado a participar de algum curso ou palestra promovido pela SEEDUC para trabalhar com a disciplina RPM?

- Sim
- Não

4) Na sua opinião qual o objetivo principal da SEEDUC ao criar a disciplina RPM?

- Tornar as aulas mais desafiadoras e interessantes para os alunos.
- Desenvolver nos alunos habilidades de raciocínio matemático que auxiliem o professor da disciplinado curso regular na abordagem dos conteúdos previstos no currículo mínimo.
- Ampliar a carga horária da disciplina Matemática ou do professor de Matemática.

Fazer o aluno pensar produtivamente.

Possibilitar ao aluno pensar produtivamente.

Possibilitar ao aluno se envolver com as aplicações da Matemática.

5) A respeito do material disponibilizado no site da SEEDUC para a disciplina RPM, Você?

Desconhece totalmente.

Conhece, mas nunca o utilizou em suas aulas.

Conhece e já o utilizou em suas aulas.

6) Em algum momento você foi consultado pela SEEDUC para opinar a respeito da disciplina RPM?

Sim

Não

7) Atualmente alguma escola em que você trabalha na rede estadual de ensino mantém a disciplina RPM?

Sim

Não

8) Você leciona em alguma escola estadual dentro do Município do Rio de Janeiro que mantém a disciplina RPM?

Sim

Não

9) Na sua opinião, quais ações a SEEDUC deveria fazer para o melhor aproveitamento da disciplina RPM?

10) Você também é professor da Rede do Município do Rio de Janeiro?

Sim

Não

11) Você acredita que caso a disciplina RPM fosse implementada na Rede do Município do Rio de Janeiro os objetivos da SEEDUC poderiam ser melhor alcançados, quando esses alunos fossem para o Ensino Médio na Rede Estadual de Ensino?

Sim

Não

Fonte: O autor, 2018.

ANEXO B– Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Aula 02 - As razões trigonométricas.

Aula 2: As razões trigonométricas

Caro aluno, imagine que você precisa apresentar a distância entre as duas margens de um rio, onde não é possível atravessar. Ou ainda, medir a altura de um prédio sem ter acesso ao seu topo. Nessas situações, o uso da trigonometria auxilia na execução destas tarefas.

Nesta aula, vamos aprender a medir grandes distâncias a partir de relações existentes entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo. A essas relações chamamos de **relações trigonométricas** nos triângulos. Observe que trigonometria significa medida das partes de um triângulo.

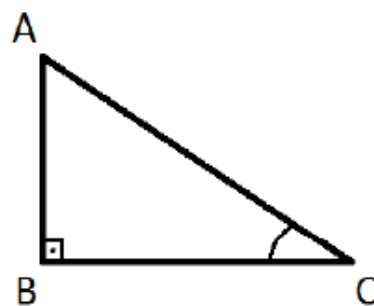
Em especial, nesta aula, veremos a aplicação dessas relações apenas nos triângulos retângulos.

Antes de apresentarmos os exemplos, vamos relembrar alguns conceitos!

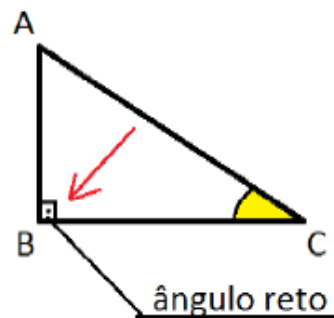
1 – RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS:

Quando comparamos as medidas dos lados de um triângulo observando um determinado ângulo, determinamos razões trigonométricas a partir desse ângulo. Tomemos o ângulo C como referência para construção dessas razões.

Antes de compararmos as medidas dos lados deste triângulo, vamos nomear cada lado a partir do ângulo C, por exemplo:



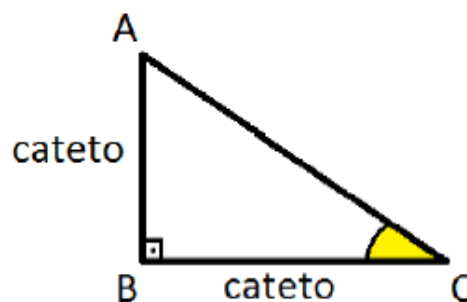
Vamos chamar o lado AC de **hipotenusa**, que é o lado oposto ao ângulo reto do triângulo ABC, como mostra a figura abaixo.



Lembre-se que em um triângulo retângulo, a hipotenusa será sempre o maior lado!

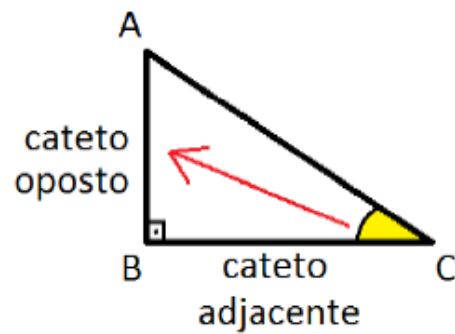


Após localizarmos o lado que representa a hipotenusa do triângulo, podemos observar ainda outros dois lados. A esses lados chamaremos de **catetos**.



Observe que queremos comparar as medidas dos lados do triângulo a partir do ângulo C dado. Para isto, chamaremos o lado BC de **cateto adjacente**, que significa aquele que está junto ao ângulo. E o lado AB de **cateto oposto**, que significa o lado oposto ao ângulo dado.

Observe que se estivéssemos comparando as medidas dos lados do triângulo a partir do ângulo A dado, chamaríamos o lado BC de **cateto oposto** e o lado AB de **cateto adjacente**.



Portanto, após determinarmos cada lado desse triângulo podemos montar as seguintes razões:

- A razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo dado e a medida da hipotenusa, chamamos de **seno** do ângulo.

$$\text{sen } C = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

- A razão entre a medida do cateto adjacente ao ângulo e a medida da hipotenusa, chamamos de **cosseno** do ângulo.

$$\text{cos } C = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

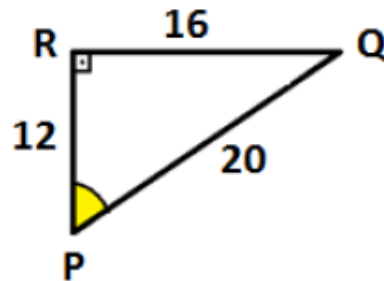
- A razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo dado e a medida do cateto adjacente ao ângulo, chamamos de **tangente** do ângulo.

$$\text{tg } C = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Vamos estudar alguns exemplos:

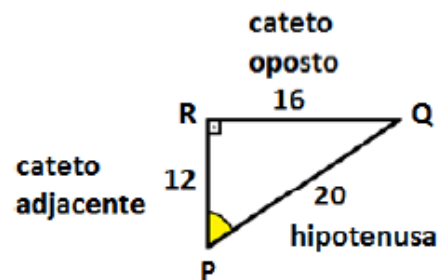
EXEMPLO 01 :

Calcule as razões seno, cosseno e tangente do ângulo P do triângulo PQR abaixo:

**Resolução:**

Veja que primeiro precisamos nomear os lados a partir do ângulo P.

Temos então:



- $\text{sen } P = \frac{\text{c.o.}}{\text{hip.}} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0,8$
- $\text{cos } P = \frac{\text{c.a.}}{\text{hip.}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$
- $\text{tg } P = \frac{\text{c.o.}}{\text{c.a.}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \approx 1,3$

O seno, o cosseno e a tangente são as principais razões trigonométricas.

2 – TABELAS TRIGONOMÉTRICAS:

As razões trigonométricas são aplicadas à resolução de muitos problemas. Para isto, é comum utilizarmos as tabelas trigonométricas, na qual são fornecidos os valores aproximados do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos de 1° a 89° .

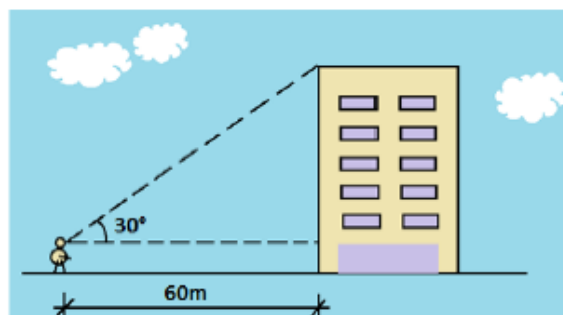
A construção das primeiras tabelas trigonométricas deveu-se ao astrônomo grego Hiparco de Niceia (180-125 a.C.). Mas, hoje em dia, é muito comum calculadoras fornecerem os valores dessas razões. Por isso, estudaremos apenas as razões trigonométricas referentes aos ângulos notáveis, ou seja, que frequentemente aparecem em problemas. São eles: 30° , 45° e 60° .

Veja a tabela:

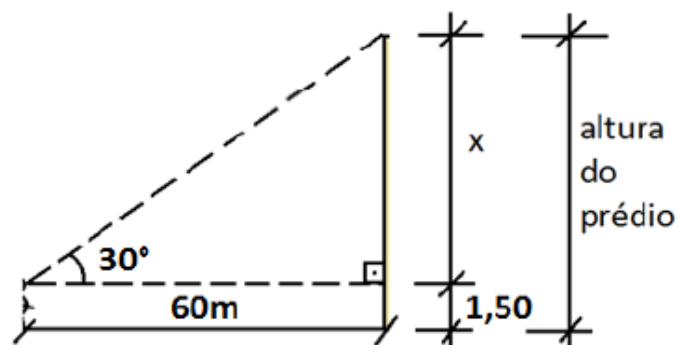
	30°	45°	60°
Senô	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

EXEMPLO 01 :

Vamos ao nosso problema inicial, em que você precisa medir a altura de um prédio. Para isso, se afasta 50 metros dele. Dentro do seu campo de visão e com a ajuda de um instrumento que mede ângulos, o teodolito. Você determinou que o ângulo formado entre a linha do horizonte e o topo do prédio é de 30°. Sabendo que a sua altura é igual a 1,50m. Qual é a altura do prédio que você está observando?

**Resolução:**

Observe o esquema abaixo:



Vamos inicialmente, achar o valor de x. Sendo assim, vamos nomear os lados

do triângulo dado. Como o ângulo dado é 30° . Então nomearemos a partir deste ângulo. Daí, temos que:

- 60m é a medida do cateto adjacente ao ângulo de 30° ;
- x é a medida do cateto oposto ao ângulo de 30° .

Como as informações dadas referem-se aos catetos oposto e adjacente, devemos analisar a razão tangente entre eles. Pois é esta razão que relaciona o cateto oposto e o cateto adjacente entre si. Podemos escrever assim:

$$\operatorname{tg}30^\circ = \frac{\text{cat. op.}}{\text{cat. adj.}}$$

Resolvendo, temos:

$$x = \frac{60\sqrt{3}}{3}$$

Vamos usar o valor aproximado para $\sqrt{3} \simeq 1,7$. Assim,

$$x = \frac{60 \cdot 1,7}{3}$$

$$x = 20 \cdot 1,7$$

$$x = 34$$

Mas, cuidado! 34 é a medida do valor de x e não a altura do prédio. Para acharmos a medida da altura do prédio devemos somar a este resultado a altura do observador.

$$\text{altura do prédio} = x + 1,5$$

$$\text{altura do prédio} = 34 + 1,5$$

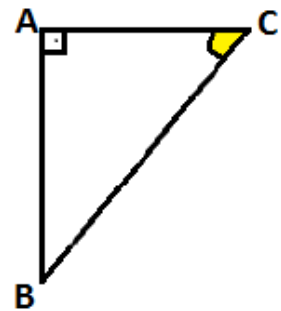
$$\text{altura do prédio} = 35,5$$

Resposta: Portanto, a altura do prédio em questão é de 35,50m.

Vamos praticar? Faça as atividades propostas e em caso de dúvidas, retorne aos exemplos apresentados!

Atividade 2

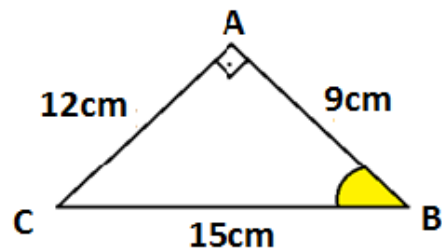
01. Observe o triângulo ABC abaixo e indique:



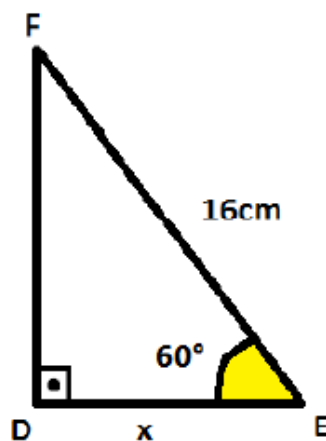
- Qual lado corresponde à hipotenusa?
- Qual lado corresponde ao cateto oposto ao ângulo C?
- Qual lado corresponde ao cateto adjacente ao ângulo C?

02. Considere o triângulo abaixo e responda as seguintes questões:

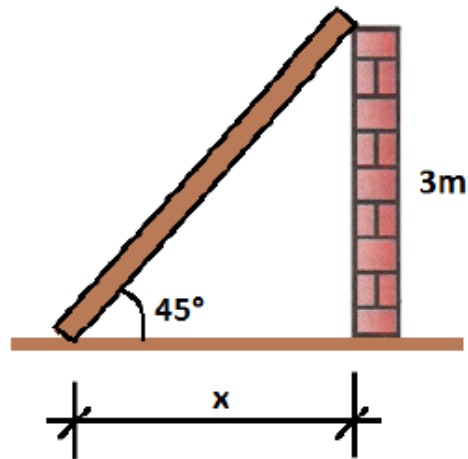
- Calcule o seno do ângulo B:
- Calcule o cosseno do ângulo B:
- Calcule a tangente do ângulo B:



03. Calcule o valor de x no triângulo abaixo:



04. Carlos quer acessar o topo de um muro de 3 metros de altura. Para isto, ele precisa apoiar uma escada neste muro, conforme figura abaixo. Para sua segurança, a escada deve formar um ângulo de 45° com o solo. Sabendo disso, a que distância do muro Carlos deve colocar a base(x) da escada? Use $\sqrt{2} = 1,4$



ANEXO C– Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Avaliação.

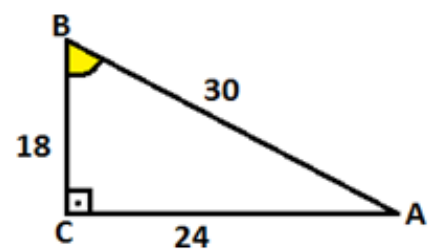
Avaliação

01. Patrícia deseja solicitar um empréstimo de R\$600,00 no próximo mês. Quanto ela deve pagar de juro pelo empréstimo, se nesse mês, a taxa de juro for de 8%?

02. Pedro deseja poupar dinheiro. Por isso, ele quer aplicar um capital de R\$500,00 à taxa de 5% ao mês, em regime de juro simples. Qual será o montante obtido por Pedro ao final de 1 ano?

03. Considere o triângulo abaixo e responda as seguintes questões:

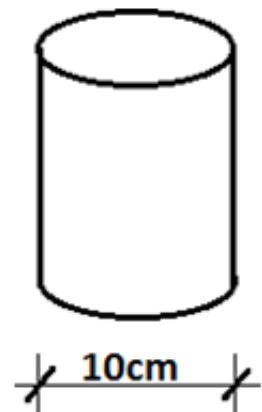
- Qual é a medida da hipotenusa?
- Qual é a medida do cateto oposto ao ângulo B?
- Qual é a medida do cateto adjacente ao ângulo B?
- Calcule o seno do ângulo B:
- Calcule o cosseno do ângulo B:
- Calcule a tangente do ângulo B:



04. Calcule o valor de x no triângulo abaixo:



05. Ao observarmos o fundo de uma lata, temos a ideia de círculo. Sabendo que esta lata possui 10cm de diâmetro, qual é a área do círculo representado pelo fundo dessa lata? Qual deve ser o comprimento de uma fita, se quisermos amarrá-la ao redor dessa lata?



Fonte: SEEDUC, 2018.

ANEXO D– Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Pesquisa.

Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos todos os principais assuntos relativos ao 3º bimestre, é hora de discutir um pouco sobre a importância deles na nossa vida. Então, vamos lá?

Iniciamos este estudo, reconhecendo um caso especial de função, aplicado à Matemática Financeira, onde tratamos pontos importantes como juro, capital, montante entre outros. Depois, trabalhamos um caso especial de razão, as razões trigonométricas, através de situações-problemas. E finalizamos, retomando conceitos importantes de circunferência e círculo, assim como, cálculos importantes para aplicação do nosso conhecimento à assuntos do cotidiano.

Agora, leia atentamente as questões a seguir e através de uma pesquisa responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites nos quais foram utilizados.

I – Apresente alguns exemplos de situações reais nas quais podemos utilizar as razões trigonométricas para medir grandes alturas e distâncias. E explique, passo a passo, o procedimento adotado para esta medição.

II – Agora que estudamos o conteúdo de razões trigonométrica no triângulo retângulo, faça uma pesquisa sobre os instrumentos utilizados para medir grandes distâncias através dos ângulos conhecidos.

Fonte: SEEDUC, 2018.

ANEXO E– Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Orientações Didático-Pedagógicas

Orientação Didático-Pedagógica

Para que os alunos realizem as atividades referentes a cada dia de aula, sugerimos os seguintes procedimentos para cada uma das atividades propostas no Caderno do Aluno:

1º - Explique aos alunos que o material foi elaborado que o aluno possa compreendê-lo sem o auxílio de um professor.

2º - Leia para a turma a Carta aos Alunos, contida na página 3.

3º - Reproduza as atividades para que os alunos possam realizá-las de forma individual ou em dupla.

4º - Se houver possibilidade de exibir vídeos ou páginas eletrônicas sugeridas na seção Materiais de Apoio Pedagógico, faça-o.

5º - Peça que os alunos leiam o material e tentem compreender os conceitos abordados no texto base.

6º - Após a leitura do material, os alunos devem resolver as questões propostas nas ATIVIDADES.

7º - As respostas apresentadas pelos alunos devem ser comentadas e debatidas com toda a turma. O gabarito pode ser exposto em algum quadro ou mural da sala para que os alunos possam verificar se acertaram as questões propostas na Atividade.

Todas as atividades devem seguir esses passos para sua implementação.

ANEXO F– Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas - 03, para o 9º ano do Ensino Fundamental no 3º bimestre, Carta aos Alunos

Caro aluno,

Neste caderno, você encontrará atividades diretamente relacionadas a algumas habilidades e competências do 3º Bimestre do Currículo Mínimo de Resolução de Problemas do 9º ano do Ensino Fundamental. Estas atividades correspondem aos estudos durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, aluno, desenvolva estas Atividades de forma autônoma, com o suporte pedagógico eventual de um professor, que mediará as trocas de conhecimentos, reflexões, dúvidas e questionamentos que venham a surgir no percurso. Esta é uma ótima oportunidade para você desenvolver a disciplina e independência indispensáveis ao sucesso na vida pessoal e profissional no mundo do conhecimento do século XXI.

Neste Caderno de Atividades, vamos aprender o que é capital, juro e montante, além de compararmos dois regimes de capitalização existentes em nosso cotidiano. Contudo, o nosso intuito é de aplicar o que aprendemos em funções. Pois, trata-se de relação entre grandezas. Depois, trabalharemos a trigonometria no triângulo retângulo. Onde analisaremos os conceitos da trigonometria referentes ao triângulo retângulo, aplicando o conteúdo dado ao nosso dia a dia. Por fim, retomaremos os conceitos de circunferência e seus elementos, assim como, círculo. Trabalharemos ainda cálculos que envolvem comprimento de uma circunferência e área de um círculo. Portanto, nosso intuito é apresentar situações que envolvem esses conceitos.

Este documento apresenta 03 (três) aulas. As aulas são compostas por uma explicação base, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e atividades respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a um tempo de aula. Para reforçar a aprendizagem, propõe-se, ainda, uma avaliação e uma pesquisa sobre o assunto.

Um abraço e bom trabalho!
Equipe de Elaboração