



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta  
de ensino de Geometria Plana na 1ª série do Ensino Médio em São Gonçalo do  
Gurguéia / PI**

**VALDIMAR JOSÉ DE ALENCAR FERREIRA**

**Orientador: Prof. Dr. Egnílson Miranda de Moura**

**Coorientador: Prof. Ms. Fábio Pinheiro Luz**

**FLORIANO/PI**

**2019**

**VALDIMAR JOSÉ DE ALENCAR FERREIRA**

**O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta  
de ensino de Geometria Plana na 1ª série do Ensino Médio em São Gonçalo do  
Gurguéia / PI**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí/ Campus de Floriano, para obtenção do título de mestre em matemática.

Área de concentração: Matemática.

Orientador: Dr. Egnílson Miranda de Moura

Coorientador: Prof. Ms. Fábio Pinheiro Luz

**FLORIANO/PI**

**2019**

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
Sistema de Bibliotecas

---

Gerada automaticamente com dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F383d

Ferreira, Valdimar José de Alencar

O desafio geométrico e seus ladrilhamentos: uma ferramenta de ensino de Geometria Plana na 1ª série do Ensino Médio em São Gonçalo do Gurgueia/ Valdimar José de Alencar Ferreira - 2019.  
71 f. : il. color.

Trabalho de conclusão de curso (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, Mestrado Profissional em Matemática, 2019.

Orientador : Prof Dr. Prof. Egnilson Miranda de Moura.

Coorientador: Prof. Ms. Fábio Pinheiro Luz

1. Desafio Geométrico. 2. Ensino Médio. 3. Geometria Plana. 4. Ladrilhamento.  
I.Título.

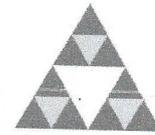
---

CDD 510



**INSTITUTO FEDERAL**

Piauí  
Campus Floriano



**PROFMAT**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ - IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

**VALDIMAR JOSÉ DE ALENCAR FERREIRA**

**“O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino de Geometria Plana na 1ª série do Ensino Médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 30/09/2019.

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Orientador**

**Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Avaliador Interno**

**Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes**  
Universidade Federal do Piauí - UFPI  
**Avaliador Externo**

Dedico este trabalho a minha família, meu alicerce nesta caminhada. Em especial a minha mãe Maria Pereira (*in memoriam*) que sei que ficaria muito feliz em ver isso tudo acontecer.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço imensamente a DEUS por me dar o dom da vida e a possibilidade de concretizar esse sonho.

Ao amor e ao companheirismo de minha esposa Luciana e de meu filho Yan que integraram este sonho e compartilham de sua realização. Obrigado e desculpas pelos “perrengues”.

A minha família pelo apoio incondicional e pelo incentivo constante nessa caminhada em especial ao meu irmão Cenobelino, que nunca me deixou desistir.

Aos meus colegas de turma pois, além de colegas, foram companheiros de verdade. Nas dificuldades é que conhecemos nossos amigos.

Ao meu professor orientador Dr. Egnílson Miranda de Moura pela compreensão e pelo incentivo de sempre.

Agradeço aos meus professores do PROFMAT pelos ensinamentos e pela compreensão.

Ao IFPI, Campus de Floriano e ao PROFMAT pela oportunidade.

Agradeço aos amigos que sempre me apoiaram e aos que desejaram meu insucesso. Tanto o apoio quanto o desvalho foram combustíveis nessa jornada árdua.

A CAPES, pois, o presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Brasil – Código de Financiamento 001.

FERREIRA, V. J. de A. **O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino de Geometria Plana na 1ª série do Ensino Médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI.** 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional. Instituto Federal do Piauí, Floriano, PI, 2019.

## RESUMO

Os professores do Ensino Médio regular percebem que cada vez mais os alunos que ingressam nesta modalidade de ensino aprenderam muito pouco de geometria e não conseguem perceber a relação deste conteúdo com sua realidade. A geometria, quando compreendida, estimula o aluno a observar, perceber semelhanças, diferenças e solucionar problemas em seu próprio meio.

Para que haja um bom desempenho no ensino de geometria faz-se necessário desenvolver na educação básica algumas ferramentas que possam ajudar nesse processo de ensino e aprendizagem e que se revejam as práticas pedagógicas e as metodologias que estão sendo trabalhadas em sala de aula. Justifica-se este trabalho através da apresentação e desenvolvimento de uma ferramenta que consegue aliar a teoria à prática em detrimento às dificuldades encontradas pelos alunos da educação básica em aprender geometria. Os ladrilhamentos mostrados no Desafio Geométrico devem auxiliar aos alunos a compreender conceitos básicos de geometria bem como aliar estes conhecimentos ao seu cotidiano. Assim o principal objetivo deste trabalho é investigar e descrever quais serão as contribuições e dificuldades na utilização do Desafio Geométrico e seus ladrilhamentos no auxílio do ensino aprendizagem de Geometria no Ensino Médio também de que forma ele melhora a assimilação da Geometria básica aos alunos da 1ª série do Ensino Médio da Unidade Escolar Hermínio Barreira da cidade de São Gonçalo do Gurguéia, Estado do Piauí. Este trabalho foi desenvolvido com o referencial teórico baseado, em sua essência, nas ideias de John Dewey no tocante ao ensino teórico aliado na construção do conhecimento educacional. Na metodologia foi descrito o Desafio Geométrico, atividade proposta em um curso de especialização em Matemática do Ensino Médio DIAS & SAMPAIO (2010) que envolve os ladrilhamentos no plano compostos com polígonos regulares, para o ensino de geometria plana. Ao final foram analisados os resultados alcançados neste desenvolvimento com 22 alunos da escola em supracitada. Ao final deste trabalho ficou evidenciado que o ensino de Matemática aliando-se a teoria à prática mostra resultados satisfatórios.

**Palavra-chave:** Desafio Geométrico; Ensino Médio; Geometria plana; Ladrilhamentos.

FERREIRA, V. J. de A. **GEOMETRIC CHALLENGE AND ITS FLOORING: a teaching tool of Flat Geometry in the 1st grade of high school in São Gonçalo do Gurguéia / PI.** 2019. Dissertation (Professional Master in National Network Mathematics - PROFMAT). Professional Master's Degree Program. Federal Institute of Piauí, Floriano, PI, 2019.

## ABSTRACT

Regular high school teachers realize that more and more students entering this teaching mode have learned very little about geometry and fail to realize the relationship of this content to their reality. Geometry, when understood, encourages students to observe, perceive similarities, differences and solve problems in their own environment.

For a good performance in geometry teaching it is necessary to develop in basic education some tools that can help in this teaching and learning process and to review the pedagogical practices and methodologies that are being worked in the classroom. This work is justified by the presentation and development of a tool that can combine theory and practice to the detriment of the difficulties encountered by students of basic education in learning geometry. The tiles shown in the Geometric Challenge should help students understand basic concepts of geometry as well as combine this knowledge with their daily lives. Thus the main objective of this work is to investigate and describe what will be the contributions and difficulties in the use of the Geometric Challenge and its tiles in the teaching of teaching and learning of geometry in high school also how it improves the assimilation of basic geometry to 1st grade students. of the Hermínio Barreira School Unit in the city of São Gonçalo do Gurguéia, State of Piauí. This work was developed with the theoretical framework based, in its essence, on John Dewey's ideals regarding theoretical teaching allied in the construction of educational knowledge. The methodology described the Geometric Challenge, an activity proposed in a specialization course in High School Mathematics DIAS & SAMPAIO (2010) that involves flat tiling composed of regular polygons, for the teaching of flat geometry. At the end were analyzed the results achieved in this development with 22 students from the school in the above. At the end of this work it was evidenced that the teaching of Mathematics combining theory and practice shows satisfactory results.

**Keyword:** Geometric Challenge; High school; Plane geometry; Tiling

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Desenvolvendo as atividades teóricas.....	28
Figura 2: Uso do Geogebra.....	29
Figura 3: Exemplos de ladrilhamentos.....	30
Figura 4: Ladrilhamentos produzidos no GEOGEBRA tipo (3,4,6,4).....	30
Figura 5: Ladrilhamentos produzidos no GEOGEBRA tipo (4,8,8).....	30
Figura 6: Moldes para o ladrilhamento.....	31
Figura 7: Molde para o ladrilhamento (Octógono).....	31
Figura 8: Imagem dos polígonos prontos.....	31
Figura 9: Construção dos ladrilhos.....	32
Figura 10: Manufatura dos ladrilhos.....	32
Figura 11: Exemplificando os ladrilhamentos tipo (3,4,6,4).....	33
Figura 12: Exemplificando os ladrilhamentos tipo (4,8,8).....	33
Figura 13: Exemplificando os ladrilhamentos tipo (8,8,4).....	33
Figura 14: Soma dos ângulos internos do triângulo.....	35
Figura 15: Soma dos ângulos internos do triângulo na prática.....	36
Figura 16: Medida do ângulo interno.....	38
Figura 17: Tabela com a soma dos ângulos internos dos polígonos regulares.....	37
Figura 18: Vértice do ladrilhamento pelos polígonos envolvidos.....	37
Figura 19: Vértice do ladrilhamento pela soma de seus ângulos internos.....	37
Figura 20: Exemplo 1 de ladrilhamento.....	38
Figura 21: Exemplo 2 de ladrilhamento.....	38
Figura 22: Exemplo 3 de ladrilhamento.....	38
Figura 23: Exemplo 4 de ladrilhamento.....	38
Figura 24: Exemplo 5 de ladrilhamento.....	39
Figura 25: Exemplo 6 de ladrilhamento.....	39
Figura 26: Possibilidades de ladrilhamento feitos no GEOGEBRA.....	39
Figura 27: Ladrilhamento no GEOGEBRA.....	40
Figura 28: Ladrilhamentos prontos.....	53
Figura 29: Resposta do professor a questão 1) do questionário 2.....	54
Figura 30: Resposta do professor a questão 2) do questionário 2.....	55
Figura 31: Resposta do professor a questão 3) do questionário 2.....	55

Figura 32: Resposta do professor a questão 4) do questionário 2.....	55
Figura 33: Resposta do aluno Gamma à questão 1) do questionário 3.....	64
Figura 34: Resposta do aluno Zeta à questão 2) do questionário 3.....	64
Figura 35: Resposta do aluno Epsilon à questão 3) do questionário 3.....	65
Figura 36: Resposta do aluno Epsilon à questão 4) do questionário 3.....	65
Figura 37: Resposta do aluno Omicron à questão 5) do questionário 3.....	66
Figura 38: Resposta do aluno Alpha à questão 5) do questionário 3.....	67
Figura 39: Resposta do aluno Delta à questão 5) do questionário 3.....	67
Figura 40: Resposta do aluno Lambda à questão 5) do questionário 3.....	67

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Gráfico 1: Respostas dos alunos a questão 3) do questionário 1.....	42
Gráfico 2: Respostas dos alunos a questão 4) do questionário 1.....	43
Gráfico 3: Respostas dos alunos a questão 1) do pré-teste.....	45
Gráfico 4: Respostas dos alunos a questão 2) do pré-teste.....	47
Gráfico 5: Respostas dos alunos a questão 3) do pré-teste.....	48
Gráfico 6: Respostas dos alunos a questão 3) do pré-teste.....	50
Gráfico 7: Resposta dos alunos a questão 1) do pós-teste.....	57
Gráfico 8: Resposta dos alunos a questão 2) do pós-teste.....	58
Gráfico 9: Resposta dos alunos a questão 3) do pós-teste.....	60
Gráfico 10: Resposta dos alunos a questão 4) do pós-teste.....	61
Gráfico 11: Comparação das respostas do pré-teste e pós-teste questão 1) .....	62
Gráfico 12: Comparação das respostas do pré-teste e pós-teste questão 4) .....	63

## SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO.....	13
2- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1- O ensino de Geometria na educação brasileira.....	18
2.2- Teoria e prática na educação básica.....	19
3- O DESAFIO GEOMÉTRICO.....	23
4- METODOLOGIA.....	26
4.1- Aspectos populacionais e da pesquisa.....	26
4.2- O início da pesquisa.....	27
4.3- A conceituação e desenvolvimento dos ladrilhamentos.....	27
5- RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	41
5.1- Questionário I.....	41
5.2- O pré-teste.....	44
5.3- A análise do desenvolvimento do trabalho.....	52
5.4- O ensino de Geometria no Ensino Fundamental de São Gonçalo do Gurguéia.....	54
5.5- Análise dos resultados do teste final.....	56
5.6- Comparativo entre os testes aplicados.....	62
5.7- Opinião dos alunos.....	64
6- CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	68
7- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	70
8- ANEXOS.....	72

## 1- INTRODUÇÃO

Com o advento da Matemática Moderna, a partir de 1960, o ensino de matemática passou a exigir dos alunos maiores abstrações e demonstrações, distanciando a Matemática da vida real. Sobre este movimento VALENTE (2008) diz que “Movimento da Matemática Moderna” é a expressão utilizada no âmbito dos estudos sobre o ensino da Matemática, que caracteriza um período em que se elaboram novas referências para o ensino da disciplina. O pesquisador Henrique Guimarães, em síntese de vários trabalhos, aborda o início desse Movimento considerando que:

No período do pós-guerra e ao longo dos anos 50, em muitos países da Europa e também em países desenvolvidos do outro lado do Atlântico, muito em particular nos Estados Unidos da América, começou a tomar corpo a ideia de que se tornava necessário e urgente uma reforma no ensino da Matemática. Na verdade, durante toda a década de 50, foram tendo lugar numerosas iniciativas e realizações, de natureza variada e com propósitos diversificados, que tinham em comum a intenção de modificar os currículos do ensino da Matemática visando a atualização dos temas matemáticos ensinados, bem como a introdução de novas reorganizações curriculares e de novos métodos de ensino. (GUIMARÃES, 2007, p. 21)

Após este movimento, passou-se a enfatizar o ensino de Matemática carregado de demonstrações e abstrações. Esta priorização pelas demonstrações carregadas de teoremas e axiomas tornou o ensino e aprendizagem de Matemática muito teórico.

No Brasil, ao final da década de 90, a preocupação com este ensino trouxe a Lei de Diretrizes e Bases da Educação básica brasileira (LDB) Lei Nº 9.394/96. Esta lei trouxe em seu bojo a preocupação com a mudança nesse processo de ensino.

Precedendo a criação da LDB foram instituídos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) com a missão de nortear o ensino e aprendizagem da educação básica brasileira. Esse material foi elaborado a fim de servir como ponto de partida para o trabalho docente, nortear as atividades realizadas na sala de aula.

Os PCNs trazem em sua apresentação a objetivação composta de referenciais e estes BRASIL (2006) Tais referenciais já direcionam e organizam o aprendizado, no Ensino Médio, das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, no sentido de se produzir um conhecimento efetivo, de significado próprio, não somente propedêutico.

Com o passar dos anos, percebe-se que os estudantes ingressos no ensino médio, apresentam certas dificuldades em relação ao conteúdo de Geometria, pois os mesmos não conseguem interligar o conhecimento deste conteúdo com o mundo.

Ao ingressar no Ensino Médio é de suma importância que o aluno detenha alguns conhecimentos básicos em matemática e, em especial, em geometria. Essa falta de conhecimento em geometria, em boa parte dos casos, é devido a priorização da Álgebra e Aritmética no Ensino fundamental em detrimento à Geometria.

Apesar dos enormes avanços científicos e tecnológicos realizados desde a segunda metade do século XX, e sobretudo nas últimas décadas, a maioria dos sistemas educativos continuam a considerar como elementos principais da matemática escolar as operações aritméticas e, posteriormente, as algébricas.

“Na prática, vem sendo dada à geometria menos atenção do que ao trabalho com outros temas e, muitas vezes confunde-se seu ensino com o ensino de geometria” (Machado, 2003, p.125).

Esta opção parece ignorar a importância educativa, cultural e social de outras áreas da matemática, bem como a Geometria, que deveria constituir uma ferramenta imprescindível para o estudo das demais áreas da matemática e para a aplicação a outras ciências, assim como um contexto muito adequado para o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo, necessário para os indivíduos se desenvolverem apropriadamente ao longo da sua vida em contextos familiar, social e profissional.

Isto posto evidencia-se a necessidade do aprofundamento do ensino de matemática na educação básica e este voltado para problemas cotidianos e de fácil manuseio aos educandos imbuídos neste processo.

Segundo AUSUBEL (1980), citado por MARTHOS (2017) “já destacava, em seu trabalho, que o assunto a ser aprendido deve fazer algum sentido ao estudante, isto é, a aprendizagem precisa ser significativa e estar relacionada com os conceitos relevantes existentes em sua estrutura cognitiva. Quando o conteúdo é contextualizado, o docente consegue dar um significado real ao que é ensinado, despertando novos caminhos para os estudantes e, também para si. “Este novo campo da Matemática, sob a faceta pedagógica é capaz de possibilitar descobertas e a paixão pelo aprendizado desta ciência”.

Assim sendo AUSUBEL (1980) evidencia que o ensino deve ser contextualizado para fazer sentido e ter relevância para aluno. Assim sendo, uma pergunta surge: Qual é a melhor forma de ensinar matemática para os alunos da Educação Básica desprovida de teoremas e abstrações complexas?

Uma das saídas para melhorar o ensino aprendizagem de Matemática é a aprendizagem significativa para o aluno. Ensinar deve fazer algum sentido ao aluno para que este tenha interesse e consiga usar o que aprende no seu cotidiano. Neste sentido Jonh Dewey traz:

O organismo (...) não permanece passivo e inerte, aguardando que alguma coisa o impressione desde o exterior; pelo contrário, age sobre o meio ambiente, de acordo com sua própria estrutura, simples ou complexa”. O meio ambiente uma vez transformado pelo sujeito, reage sobre ele, de sorte que o ser vivente experimenta e sofre as consequências de seu próprio comportamento. (DEWEY, Democracia e educação. Trad. Godofredo Rangel e Anisio Teixeira., 1959a, p. 154)

DEWEY (1973) considerou que as coisas só têm significado se forem experiências partilhadas ou forem partes de uma ação conjunta. Não há sentido algum o ensino teórico em detrimento ao ensino prático.

O que o aluno aprende no seu cotidiano escolar deve fazer sentido e ser contextualizado. O ensino mecanizado de teoremas e axiomas não deve ser proposto apenas como um acumulado de fórmulas matemáticas que deve ser memorizada.

O sinal aritmético **mais** pode ser um estímulo para o ato de escrever um número debaixo de outro e de somá-los, mas a pessoa que pratica este ato procederá como um autômato se não perceber o sentido daquilo que se acha a fazer. (DEWEY, Vida e Educação, 1973, p. 17).

Esta aproximação da teoria com a prática far-se-á extremamente necessária no contexto ora trabalhado. Um bom exemplo disso são as palavras **área e perímetro** muito empregadas em Geometria. Apesar de serem palavras muito usadas quando falamos em Geometria alguns alunos não conseguem diferenciá-las quanto ao seu real significado, muitas vezes por só serem apresentadas a eles de forma teórica, nunca de forma prática.

Isto posto fica evidente a necessidade da contextualização do Ensino de Matemática e, em especial de Geometria, bem como a necessidade de que esse ensino se dê aliando-se teoria e prática para que os alunos consigam fazer um elo de ligação entre esses conteúdos ora estudados e onde eles serão utilizados em seu cotidiano.

Sobre essas novas práticas, nosso mais novo norte da educação, a Base Nacional Comum Curricular BNCC para o Ensino Fundamental traz:

Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 2017)

É inegável a necessidade deste novo panorama quando tratamos da Educação Básica. A Matemática na BNCC traz um novo enfoque sobre o que deve ser enfatizado em matemática no Ensino Fundamental. Dentre estes enfoques vale destacar que uma das competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental é:

[...] 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. (BRASIL, 2017)

Enfim, fica evidenciada a necessidade de práticas pedagógicas que aliem novas abordagens dos conteúdos matemáticos junto aos alunos da educação básica. Aliado a isso, como o Desafio Geométrico e seus ladrilhamentos podem auxiliar os estudantes da 1ª série do Ensino Médio da Unidade Escolar Hermínio Barreira em São Gonçalo do Gurguéia – PI no ensino de Geometria Plana?

Este trabalho objetivou a descrição dos impactos da aplicação do Desafio Geométrico como ferramenta de ensino de Geometria no Ensino Médio, com o intuito de melhorar e elevar a assimilação do conteúdo de Geometria Básica dos alunos da 1ª série do Ensino Médio da Unidade Escolar Hermínio Barreira da cidade de São Gonçalo do Gurguéia, Estado do Piauí.

Para cumprir esse objetivo da pesquisa realizada com os alunos da 1ª série do Ensino Médio “O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino de Geometria Plana na 1ª série do Ensino Médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI” usando material concreto para confeccionar os ladrilhamentos, bem como o uso do software Geogebra para auxiliar em algumas construções geométricas, Foram aplicadas técnicas de ladrilhamento e foi avaliado como estas deve ser usadas no ensino de Geometria na Educação básica; Verificar os conhecimentos prévio e pós dos estudantes através da aplicação de testes acerca de geometria básica quando apresentados ao Desafio Geométrico através de problemas que envolvem conceitos básicos de geometria plana em sua resolução.

Este trabalho foi estruturado em introdução, referencial teórico, o desafio geométrico, metodologia, resultados e discussão, considerações finais e anexos.

## 2- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1- O ENSINO DE GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA BRASILEIRA

É muito comum que os professores de Matemática do Ensino Médio se depararem com alunos que ingressam neste nível de ensino portando dificuldades em resolver questões que envolvam geometria básica, pois não foram apresentados os conceitos básicos e, se foram, esses conteúdos apareceram em forma de demonstrações e conceitos abstratos longínquos da resolução de problemas práticos.

O fraco desempenho em geometria por parte dos alunos é resultado, muitas vezes, da utilização de práticas que não atendem às suas expectativas, dentre outras coisas, do abismo existente entre o modo como os professores e alunos percebem a matemática. O professor imagina que seus alunos terão o mesmo prazer que ele tem ao lidar com a Matemática. No entanto, o aluno não consegue vê-la do mesmo modo, e por isso não a compreende. (TASHIMA & SILVA, 2007, p. 6)

O Ensino de Geometria na Educação Básica, por si só, já tende a ser extremamente teórico, haja vista que a Geometria se baseia em abstrações. Para que o Ensino da Geométrica seja efetivo, faz-se necessário aliar a teoria à prática para construção desse conhecimento.

Para Fucks (1970), a Matemática Moderna praticamente excluiu o Ensino de Geometria, enfatizando o simbolismo e uma terminologia excessiva.

Um dos problemas que podem acentuar este déficit no Ensino de Geometria na Educação Básica tem como um de seus primeiros entraves a metodologia escolhida pelo professor para ministrar tais conteúdos.

Se o primeiro contato de um aluno com o Teorema de Pitágoras for transmitido pelo professor sob a forma: num triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos, que atração pode exercer sobre um aluno essa tal apresentação? Ensinar Matemática em qualquer etapa da vida escolar, ensino fundamental ou ensino médio, tem sido um desafio para os educadores, ora pelo desinteresse dos alunos, ora pela dificuldade da escolha metodológica. (TASHIMA & SILVA, 2007, p. 4)

Pondera-se aqui que uma das barreiras na escolha dessas metodologias pelo professor para ministrar suas aulas esbarra na falta de estrutura pedagógica e tecnológica disponibilizada pelas escolas de Educação Básica no Brasil. Infelizmente, o uso de grande parte dessas inovações em sala de aula é quase que mínimo.

Outro problema que influencia de forma sensível neste processo de ensino e aprendizagem nas escolas brasileiras é o processo de formação dos docentes que atuam nessas escolas. Muitas das necessidades dos professores para uma melhor abordagem em sala de aula esbarra na sua formação. [...] como exemplo, quando se analisa o estudo das construções geométricas com o uso de ferramentas como: transferidor, compasso, régua, há uma lacuna, pois poucos são aqueles que estão em atividade e que tiveram em sua formação acadêmica uma disciplina de desenho geométrico. Deste modo, considerando essas lacunas, não se tem garantia de que o docente irá trabalhar todos os conteúdos explicitados nos PCNs de forma satisfatória e que propicie ao estudante o ensino completo e inovador. (MARTHOS, 2017, p. 21)

Munidos desta formação carregada de teoria e deveras desprovida de práticas manipuláveis, este professor tende a praticar, em sala de aula, um ensino notadamente teórico.

Isto vai de encontro com o que a literatura educacional teórica manifesta em seus preceitos. Este ensino deve-se, sempre que possível, entrelaçar-se à prática e a realidade cotidiana do educando a fim de gerar conhecimento duradouro na vida educacional dos discentes.

## **2.2- TEORIA E PRÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Ao desvestir a matemática de suas práticas para revesti-la com teorias e abstrações, a maioria do seu conteúdo perde o elo com o mundo real ou, pelo menos, com situações cotidianas e, em consequência o seu poder de atratividade. Isso nos conduz à alguns questionamentos: Como estes conteúdos ora são trabalhados em sala de aula? Quais as maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos na construção do seu conhecimento geométrico?

Segundo MORELATTI & SOUZA (2006) que realizaram um trabalho com os alunos dos Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério -

CEFAM, de Presidente Prudente, que diagnosticaram um déficit na aprendizagem de Geometria na Educação Básica daquela escola, o déficit tornou-se mais agudo após o Movimento da Matemática Moderna que deveras, minimizou nos currículos escolares o ensino desse conteúdo e este, passou a ser ensinado de forma abstrata, carregado de demonstrações e teorias. Como consequência, a principal percepção atual é a de que o aluno formado por este currículo aprendeu muito pouco de geometria e não consegue correlacionar estes conteúdos ora assimilados com o seu cotidiano.

Nesse sentido, ALARCÓN (1978) afirma que a Geometria, na Educação Básica, se reduz a memorização dos nomes das figuras e mapas geométricos para o cálculo de áreas e volumes, enquanto deveria priorizar o saber funcional, que faz uso de esquemas e modelos que explicitam o que necessita ser resolvido, aquele que considera a cognição como aspecto principal na análise das variáveis envolvidas, na reestruturação mental e previsão dos resultados. (ALARCÓN, 1978 apud PANIZZA, 2006, p. 176)

Um aluno que nas séries iniciais é incentivado a ver um objeto concreto de formato “redondo” e outro de formato “quadrado”, ao ingressar no ensino fundamental maior vê este mesmo objeto desenhado na lousa já inicialmente rotulado de losango, trapézio, paralelogramo e suas propriedades, características, e consegue fazer a associação daquele objeto concreto visto inicialmente. Neste caso seria importantíssimo para o seu aprendizado que estes alunos, do Ensino Básico continuasse a manusear estas variações do quadrilátero e suas propriedades também de forma concreta.

Para FUCHS (1967) os alunos do Ensino Médio devem ser apresentados a conceitos básicos de Geometria para que possam além de familiarizar-se com eles, aprendam de forma concreta a lidar com as figuras geométricas.

Também vale ressaltar que os alunos devem aliar em seu cotidiano a práxis matemática. Conforme determinam os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs, quando explica os objetivos do Ensino Médio:

Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo.

Para a área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico. (BRASIL, 2000, p. 6)

Esta combinação de teoria, prática e a contextualização desse Ensino de Geometria deve sempre que possível ser explorado para que os educandos submetidos a esse processo de ensino aprendizagem consigam ao final usar estes conhecimentos adquiridos no seu cotidiano e este conteúdo tenha a usualidade esperado quando pensado, como forma de currículo, para o enriquecimento educacional desse aluno. Continuando neste enfoque os PCNs (2000) reforçam que “as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca”.

Enfim, a Geometria praticada em sala de aula deve ser um processo de colaboração entre estes tão mistificados teoremas e axiomas e situações práticas e cotidianas sempre que possível de serem aliadas;

Portanto, o estudo da Geometria se trata de um amplo conjunto de conceitos e metodologias necessários para resolver problemas de diferentes áreas do conhecimento e do mundo físico, buscando a construção, representação e a interdependência. Assim, o ensino da Matemática não fica reduzido à aplicação de fórmulas ou teoremas, mas sim, na interpretação ampla, na formação de conhecimento, fator este que possibilita sua utilização na sociedade contemporânea, explorando suas potencialidades na formação do cidadão consciente do seu papel na sociedade atual. (MARTHOS, 2017, p. 20)

Ainda neste sentido de que a Geometria deve ser ter significado para o aluno os PCNs (2000) aduzem que:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que

os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. (BRASIL., 2006, p. 75)

Do ponto de vista da filosofia, podemos considerar a Geometria dentro da matemática como sendo uma forma de representarmos o mundo que nos cerca e isso, por si só, já torna sua compreensão muito importante como elo entre os números e o cotidiano. Porém, ouvir de alunos e até de professores que a geometria é extremamente complexa não é um acontecimento muito raro.

Para Galileu Galilei (1564-1642), “a Matemática era o alfabeto pelo qual Deus escreveu o universo”. Contudo, para muitos, ela continua sendo um grande problema, no que diz respeito ao seu aprendizado (essa incapacidade de lidar confortavelmente com as noções fundamentais de número relacionadas ao estudo das formas e do espaço, de suas medidas e de suas propriedades).

Assim, é essencial que este aluno que ora é apresentado aos conceitos abstratos de geometria consiga aliar esses conceitos a objetos de seu cotidiano de forma prática e concreta. Para isso, ele deveria ter esse conhecimento de geometria desenvolvido de forma teórica e prática em todo o seu desenvolvimento educacional.

Contudo deve-se mudar a forma de ensinar geometria para os alunos da Educação Básica. Esses não demonstram muito interesse por aulas carregadas de demonstrações, teoremas e axiomas. Para PAIVA (2016) essa postura dos discentes justifica-se pelas aulas de matemática não passarem de meras transmissões de fórmulas, exigindo do aluno a memorização de teoremas e demonstrações, estritamente abstratas. Sem a aplicabilidade correta e a não ancoragem com práticas cotidianas, longe de uma aprendizagem significativa, o aluno torna-se refém do ensino mecânico, com arcaicos métodos, sem compreendê-los de fato.

### 3- O DESAFIO GEOMÉTRICO

O Desafio Geométrico é um dos módulos do curso de especialização para professores do Ensino Médio denominado de: Matemática na Prática. Neste curso foram propostas atividades práticas a serem desenvolvidas em sala de aula com o intuito de melhorar o ensino aprendizagem de Matemática nas escolas de Ensino Médio.

Estas propostas de atividades práticas foram divididas em módulos. Um dos módulos trouxe como proposta uma atividade intitulada de Desafio Geométrico e seus ladrilhamentos.

O Desafio Geométrico e seus ladrilhamentos constitui uma oportunidade para o estudante refletir sobre conceitos da Geometria Plana. Inclui investigação envolvendo padrões geométricos, polígonos regulares, ângulos, construções geométricas, ladrilhamentos do plano e classificação de ladrilhados por polígonos regulares.

A proposta inicial desse módulo é introduzida pelo autor com a fantasia de ladrilhar uma rua, como ora foi proposto em uma cantiga de roda muito popular desde a antiguidade: -“se essa rua fosse minha...”

A ideia inicial é a de que a personagem desta cantiga trocasse o ladrilhamento da rua que ora fora proposta em brilhantes por figuras geométricas.

Usando estes ladrilhamentos que, ao invés de usar a rua e os brilhantes cantarolado na cantiga popular, os alunos devem ladrilhar o plano e usando figuras geométricas regulares.

De posse dessa ideia, a proposta de trabalho para alunos da educação básica pressupões a esses a construção de ladrilhamentos usando apenas polígonos regulares. Essas construções inicialmente devem ser embasadas teoricamente para que os alunos possam observar que existem algumas restrições geométricas. Essas restrições é que devem servir como norteadoras para o ensino e aprendizagem de inúmeros princípios geométricos.

No segundo momento, os alunos devem produzir em material concreto os polígonos regulares a serem usados em seus ladrilhamentos para que eles possam constatar *in loco* dificuldades e sucessos na produção de ladrilhos e se

realmente os princípios matemáticos ora explicitados na teoria realmente funcionaram na prática.

Em um terceiro momento, após os alunos tomarem conhecimento das construções com polígonos regulares observaram que surgiram algumas dificuldades em associar a prática com conceitos assimilados no momento anterior.

O objetivo para ser alcançado ao final dos encontros, os discentes deveram conseguiram associar as apresentações teóricas iniciais com os problemas evidenciados ao longo da construção desses ladrilhamentos e se apropriaram dos conhecimentos básicos em geometria plana.

O uso de geometria já era popular a mais de 3.000 anos atrás entre os egípcios. Algumas descobertas de antiguidades nestes territórios evidenciam tais fatos:

Com tais descobrimentos históricos, e a motivação para o desenvolvimento matemático, evidenciou-se o caráter procedimental na resolução de problemas. Nos papiros era encontrado exclusivamente um passo a passo de como resolver alguns problemas que envolviam a matemática em situações como a construção das pirâmides, armazenamento, comércio de grão e divisão de terras. (Bueno, Neves, Yoshikawa, Tiyoda, & Tanaka, 2018)

Segundo DIAS & SAMPAIO (2010), egípcios, árabes e outras civilizações mandavam ladrilhar seus templos e castelos, que se tornaram obras de arte “brilhantes”, admiradas pela humanidade até hoje. Os antigos egípcios, por exemplo, desde 4.000 a.C. usavam ladrilhos decorativos na construção de templos e nas grandes pirâmides. Mais recentemente, os árabes criaram belíssimos ladrilhamentos como os encontrados em Alhambra, um conjunto de palácios da Espanha, construído por mouros e cristãos nos séculos XIII, XIV e XV. Tipos diferentes de ladrilhamentos foram criados e recriados por diversas civilizações, e eventualmente introduzidos nas Américas pelos próprios espanhóis.

Em tese, para que o objetivo fosse alcançado, os alunos foram submetidos a dois testes iniciais. A seguir foram rerepresentados aos conceitos básicos da Geometria Euclidiana desde o ponto, a reta e o plano e, ao final, de posse desses conhecimentos básicos, os alunos foram levados a experiências

com essas figuras que os proporcionou a diversidade de formas de ladrilhar o plano. Este trabalho culminou com a confecção de todas as formas de ladrilhamento possível no plano, usando o Etil Vinil Acetato (E.V.A) e cartolina nesse processo. Esses alunos foram submetidos a uma avaliação escrita composta de quatro questões nas quais a geometria plana fora um dos requisitos na resolução dos problemas.

## 4- METODOLOGIA

Nesta seção pretende-se demonstrar e relatar quais foram os passos práticos desenvolvidos neste trabalho.

### 4.1- ASPECTOS POPULACIONAIS E DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida na Unidade Escolar Hermínio Barreira jurisdicionada à 15ª Gerencia Regional de Educação da Secretaria de Educação do Estado do Piauí, na cidade de São Gonçalo do Gurguéia.

Participaram da pesquisa 22 (vinte e dois) alunos regularmente matriculados na 1ª série do ensino médio, no turno noturno.

O método de pesquisa utilizado neste trabalho foi o “**Método indutivo:** método empirista, o qual considera o conhecimento baseado na experiência; a generalização deriva de observações de casos da realidade concreta e são elaboradas a partir de constatações particulares”. (MACÊDO & EVANGERLANDY, 2018, p. 68)

Quanto à natureza esta pesquisa é básica pois: “objetiva gerar conhecimento para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais”. (MACÊDO & EVANGERLANDY, 2018, p. 72)

Quanto a forma de abordagem do problema a pesquisa é quali-quantativa pois, “procura interpretar os fenômenos ao invés de provar hipóteses por quantificações estatísticas. Utilizada para averiguar a condição social de uma comunidade, escola (s), segmentos sociais, grupos de pessoas, dentre outros”. (MACÊDO & EVANGERLANDY, 2018, p. 73)

É quantitativo alicerçado no fato que a investigação está baseada em aspectos exclusivamente objetivos do fenômeno com base na neutralidade da ciência e na confirmação ou negação da hipótese levantada por meio de critérios quantificáveis com métodos estatísticos e probabilísticos.

A coleta de dados foi realizada por meio da utilização de questionários e entrevistas.

## **4.2- O INÍCIO DA PESQUISA**

Antes de relatar o desenvolvimento da pesquisa junto aos alunos, ressalta-se que a escola na qual o trabalho foi desenvolvido é a única escola de ensino médio do município de São Gonçalo do Gurguéia, cidade localizada no extremo sul do Piauí. Essa escola oferece a modalidade ensino médio regular, sendo uma turma de cada série (1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> séries). E que eu sou o único professor de matemática lotado nesta escola o que inviabilizou a aplicação deste trabalho em uma outra turma.

Foi elaborado um questionário aplicado ao professor dos Anos Finais do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino visto que a maioria dos discentes do Ensino Médio são oriundos dessa rede. As informações coletadas serão apresentadas na análise de resultados e discussão.

Para começar a pesquisa procuramos a direção da unidade de ensino, onde foi prontamente recebido e liberados, a autorização segue em anexo, pela diretora da Escola para o desenvolvimento de nosso trabalho.

Para o início do trabalho foi solicitando aos alunos o consentimento formal para que pudessem participar da pesquisa. Todos deram o aceite de participação na mesma. Em seguida, foi exposto os procedimentos, os conceitos iniciais bem como as atitudes esperadas dos pesquisados no desenvolvimento do projeto para atingir os objetivos propostos. Todos confirmaram a participação e colaboração.

## **4.3- A CONCEITUAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DOS LADRILHAMENTOS**

No primeiro encontro foi aplicado para alunos um questionário (QUESTIONÁRIO I) com o intuito de verificar qual a proximidade desses alunos com a Geometria Plana, se eles conseguem identificar a aplicação de conceitos geométricos no seu cotidiano e qual o grau de interesse dos mesmos pelo estudo da Geometria em geral.

Em seguida, no mesmo encontro, foi aplicado um teste inicial (PRÉ-TESTE), para avaliar o nível de maturidade dos alunos no que se refere à Geometria Plana. Esse teste inicial foi composto por quatro questões de múltipla escolha, de fácil compreensão, sendo que para a resolução dessas questões não exigiu grandes conhecimentos geométricos e algébricos.

No segundo encontro passou-se a explanar para os alunos as noções básicas de geometria plana. Foi planejado um material audiovisual com os conceitos iniciais da Geometria Euclidiana de forma sucinta e de maior brevidade possível. Esse material foi repassado a todos os alunos participantes da pesquisa para que pudessem, sempre que necessário, consultá-lo.

As atividades de ladrilhamento com figuras geométricas planas exigem noções básicas de Geometria Euclidiana. Desde a ideia de ponto, reta e plano. Assim desenvolvemos nos dois encontros subsequentes as noções básicas de Geometria Plana (Euclidiana). Destaque-se que no processo de desenvolvimento das atividades pelos alunos, uma das ferramentas que auxiliou foi o software Geogebra.

Figura 1 – Desenvolvendo as atividades teóricas



Fonte: Ferreira (2019)

Figura 2: Uso do Geogebra



Autor: Ferreira (2019)

No quarto encontro foram apresentadas as atividades do Desafio Geométrico. Nessa fase os esforços foram concentrados em mostrar primeiro o que é um ladrilhamento com figuras geométricas. Foi apresentado exemplos práticos como uma colmeia de abelha que é composta de uma forma de ladrilhamento com hexágonos e, no desenvolvimento, qual a diferença de um ladrilhamento bem-comportado ou não.

Esse momento foi de suma importância para que os alunos compreendessem o processo de ladrilhar, que não é o preenchimento de uma determinada região plana com qualquer figura geométrica a qual eles queiram usar. Este primeiro contato dos alunos com ladrilhamentos exigiu conhecimentos matemáticos, já apresentados em encontros anteriores, o que facilitou a construção dos ladrilhamentos bem-comportados.

Os ladrilhamentos a serem construídos ao final deste projeto foram os bem-comportados e que usassem apenas polígonos regulares.

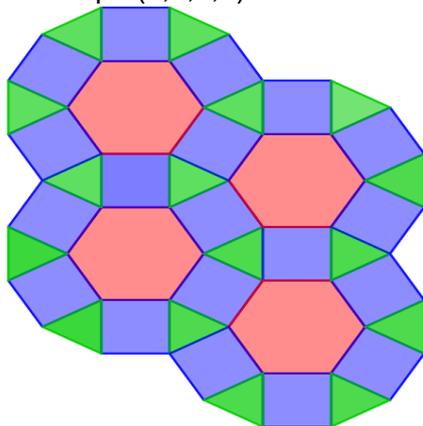
Figura 3: Exemplos de ladrilhamentos



Fonte: Dias e Sampaio (2010)

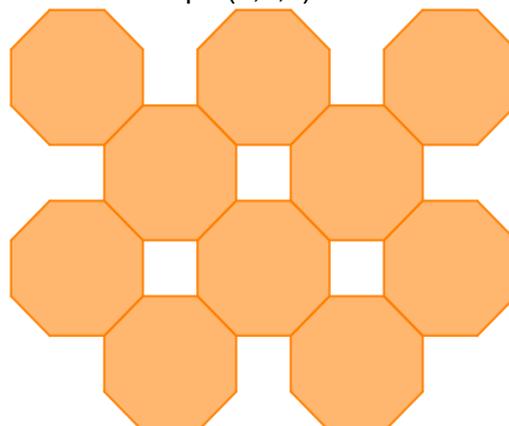
O quinto encontro foi marcado pelo início do trabalho manual. Para facilitar do desenvolvimento dos trabalhos práticos, os alunos foram divididos em três grupos sendo: dois grupos de sete alunos e um grupo de oito alunos. Foram apresentados aos alunos alguns ladrilhamentos feitos no Geogebra para que eles pudessem vislumbrarem como seriam os trabalhos finais.

Figura 4: Ladrilhamentos produzidos no GEOGEBRA tipo (3,4,6,4)



Fonte: Ferreira (2019)

Figura 5: Ladrilhamentos produzidos no GEOGEBRA tipo (4,8,8)

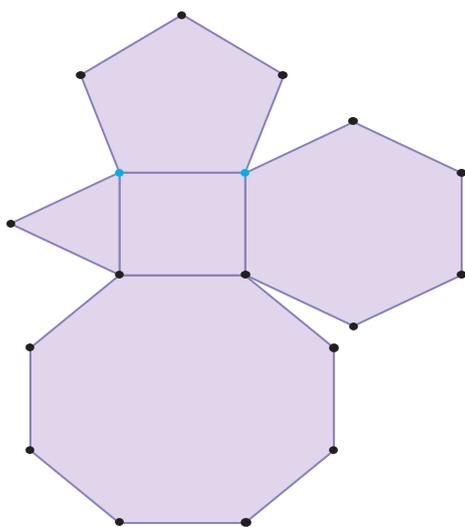


Fonte: Ferreira (2019)

Para a montagem dos ladrilhamentos como os mostrados nas figuras, seriam necessários os ladrilhos. Estes foram confeccionados pelos alunos em folhas de E.V.A. para que posteriormente fossem usados na montagem dos

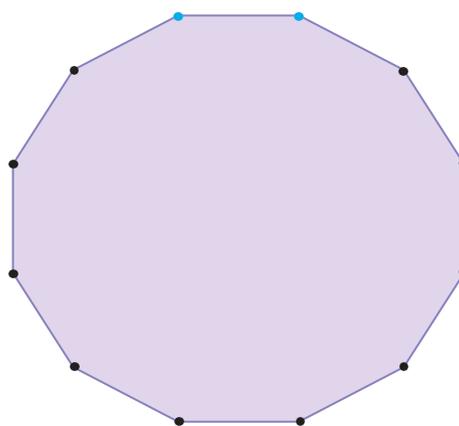
ladrilhamentos. Foi proposto aos alunos que começassem a confecção em sala de aula para que pudessem identificar possíveis problemas a serem enfrentados durante o processo de construção dos ladrilhos. Neste momento foi entregue a cada grupo de alunos um molde para que servisse como base para os seus recortes e trabalho de manufatura .

Figura 6: Moldes para o ladrilhamento



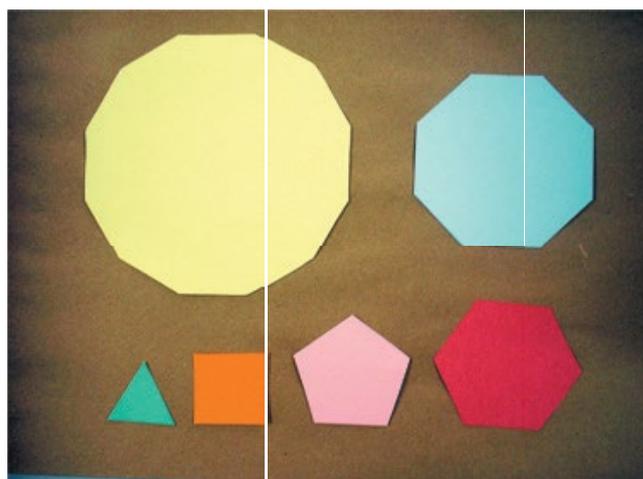
Fonte: Ferreira (2019)

Figura 7: Molde para o ladrilhamento (Octógono)



Fonte: Ferreira (2019)

Figura 8: imagem dos polígonos prontos



Fonte: DIAS & SAMPAIO (2010)

Depois que os alunos se familiarizaram com as figuras geométricas que foram apresentadas, passou-se à construção dos seguintes moldes:

- ▷ Triângulo equilátero;

- ▷ Quadrado;
- ▷ Pentágono regular;
- ▷ Hexágono regular;
- ▷ Octógono regular;
- ▷ Dodecágono regular (polígono regular de 12 lados).

Observou-se que para a construção de ladrilhamento no plano, os polígonos deveriam ser todos regulares e com lados de mesmo comprimento.

De posse desses moldes os alunos passaram efetivamente a confecção dos ladrilhos tentando preservar a maior semelhança possível com os moldes.

Figura 9: Construção dos ladrilhos



Fonte: Ferreira (2019)

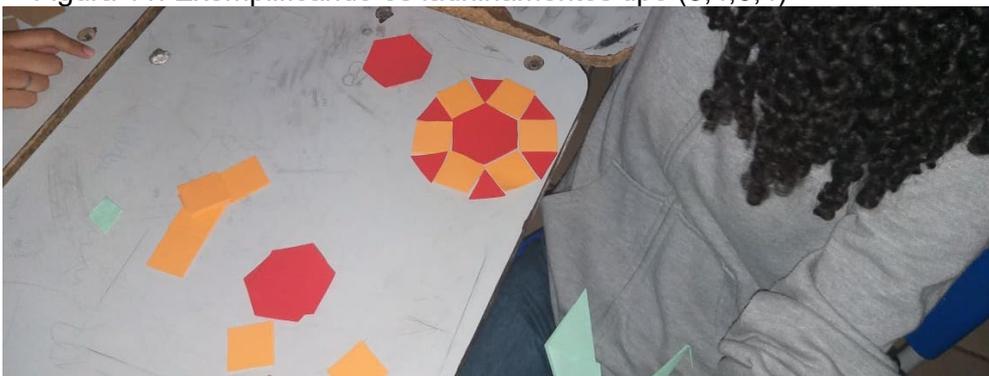
Figura 10: Manufatura dos ladrilhos



Fonte: Ferreira (2019)

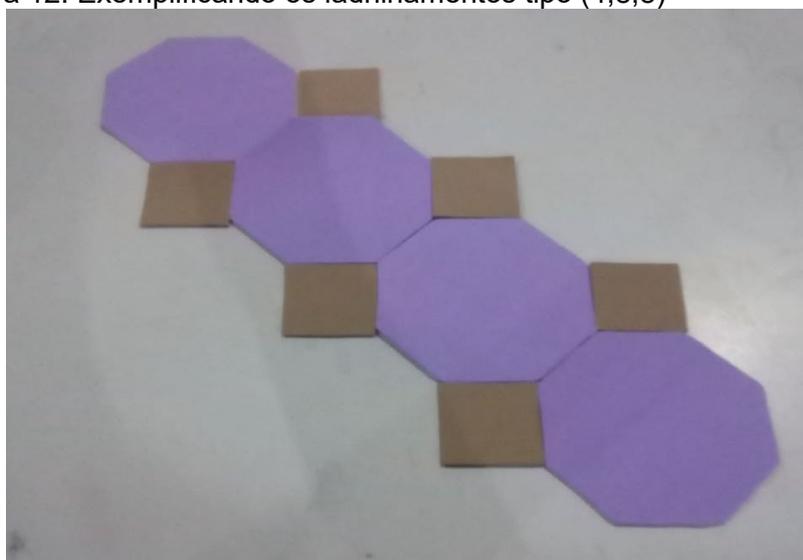
Após a confecção de alguns exemplares de cada figura geométrica foi solicitado aos alunos que tentassem montar efetivamente os exemplares de ladrilhamentos que ora foram apresentados. O intuito era que os alunos se familiarizassem com o processo de ladrilhamento.

Figura 11: Exemplificando os ladrilhamentos tipo (3,4,6,4)



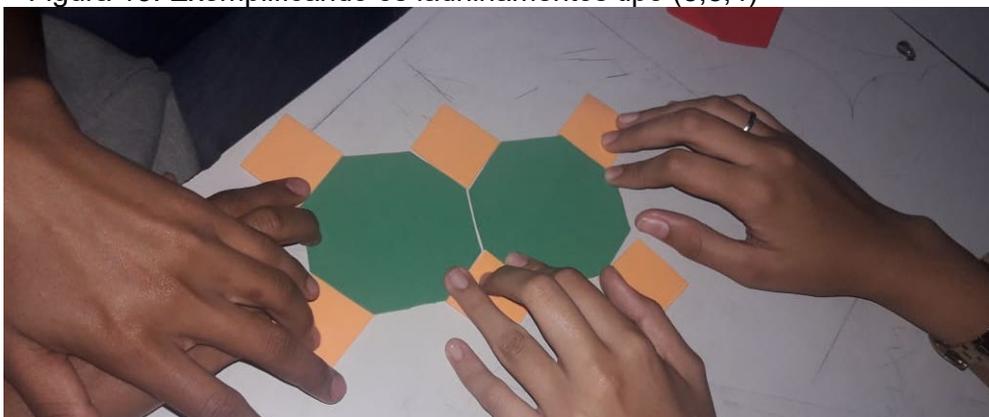
Fonte: Ferreira (2019)

Figura 12: Exemplificando os ladrilhamentos tipo (4,8,8)



Fonte: Ferreira (2019)

Figura 13: Exemplificando os ladrilhamentos tipo (8,8,4)



Fonte: Ferreira (2019)

Logo após o contato inicial com os ladrilhamentos foi proposto a eles que tentassem ladrilhar usando um pentágono regular como um dos ladrilhos. Neste momento apareceu um dos primeiros problemas pois um ladrilhamento bem comportado usando um pentágono não é possível. Esse exercício teve o objetivo de mostrar que nem todo tipo de ladrilhamento seria possível e que, no processo apareceriam várias restrições.

O segundo exercício que fora proposto foi a tentativa de que eles motassem aleatoriamente um ladrilhamento usando pelo menos quatro figuras geométricas diferentes dos dois tipos que fora apresentados. Nesse exercício a intenção foi a de que eles percebam na prática que a definição dos possíveis ladrilhos não é uma atividade aleatória. Eles não conseguiriam de forma alguma ladrilhar sem recorrer ao máximo aos conceitos geométricos e matemáticos que fora apresentados nos encontros anteriores.

Ao final deste encontro foi proposto aos alunos que eles reproduzissem o máximo de figuras geométricas para serem usadas como ladrilhos nas próximas atividades.

No sexto encontro, quando os grupos já estava de posse das figuras geométricas que seriam usadas como os ladrilhos no desenvolvimento do trabalho, passou-se efetivamente a definição e construção dos possíveis ladrilhamentos regulares e bem comportados possíveis com estes ladrilhos.

Após os alunos terem confeccionado os ladrilhos (polígonos regulares) passou-se de fato a construção dos ladrilhamentos no plano. Nesse encontro os alunos colocaram em prática a parte teórica ora estudada por eles nos primeiros encontros.

Neste momento objetivou-se que os alunos, por suas próprias experiências, conseguissem perceber quais os tipos de ladrilhamentos eram possíveis e quais não poderiam ser feitos com os ladrilhos ora confeccionados.

No momento do trabalho prático, eles foram incentivados a entender de fato que o conhecimento teórico é imprescindível na construção prática desses ladrilhamentos bem-comportados.

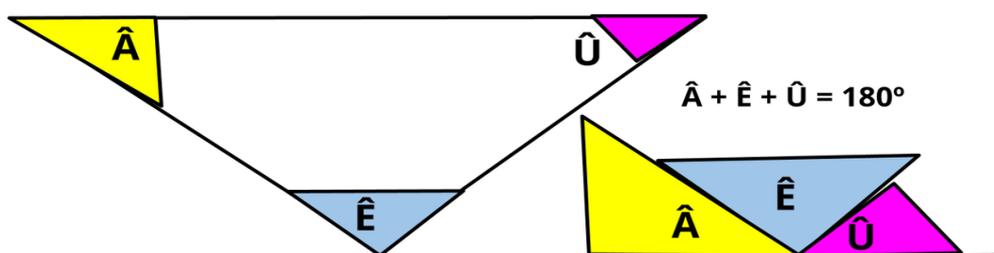
Outrossim, foi nesta fase da aplicação que os alunos foram estimulados a pensar geometricamente enquanto elaboravam e validavam procedimentos, demonstraram formulações, comparavam resultados e formulavam hipóteses a

partir de comparações com os resultados obtidos por meio de toda a construção dos ladrilhamentos no plano. A ideia foi a de tentar entender, por meio de ferramentas matemáticas, por que somente algumas combinações de polígonos regulares atendem às regras de bom comportamento estabelecidas para a criação de nossos ladrilhamentos.

Neste momento foi revisitado o exercício proposto aos alunos de ladrilhar usando o pentágono como um dos ladrilhos, os alunos que já haviam tentado de todas as formas ladrilhar com o pentágono como um dos ladrilhos, mostramos a eles o porquê não ter encontrado esse padrão. Neste momento um dos alunos mostrou um ladrilhamento que conseguira fazer com este polígono. (Ladrilhamento este claramente imperfeito). Essa situação serviu para desencadear esforços em traçar um paralelo entre a teoria e a prática da pesquisa.

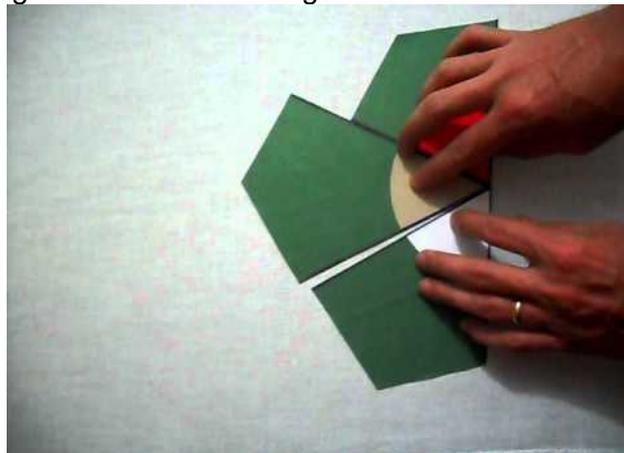
A primeira investigação a partir desse momento foi a de como determinar a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de  $n$  lados. Essa investigação partiu da soma dos ângulos internos de um triângulo e evoluiu quando mostrado a eles que qualquer figura geométrica poderá ser decomposta em triângulos chegando a uma fórmula fechada. Foi necessário retomar o resultado da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer apresentada a eles nos encontros anteriores.

Figura: 14: Soma dos ângulos internos do triângulo



Fonte: (SOUSA, 2019)

Figura 15: Soma dos ângulos internos de um triângulo na prática



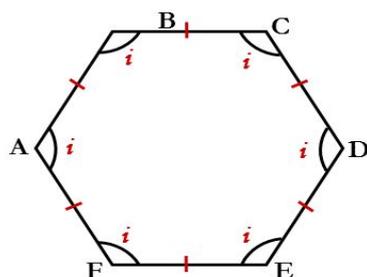
Fonte: (ROCHA, 2019)

Uma vez caracterizada a fórmula fechada para a soma dos ângulos internos de um polígono regular qualquer, cada ângulo interno desse polígono é obtido dividindo essa soma pela quantidade de lados do polígono.

Figura 16: Medida do ângulo interno

### Ângulo interno do polígono regular

- No polígono regular, os  $n$  ângulos são congruentes. Chamando de  $i$  a medida de cada um deles, temos



$$i = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$

Fonte: <<https://slideplayer.com.br>> (2019)

De posse desse conhecimento conseguiu-se sanar o “problema” criado pelo uso do pentágono dentro dos ladrilhos. Conseguimos definir o valor da soma dos ângulos internos de cada polígono e quanto mede cada ângulo interno necessários aos ladrilhamentos.

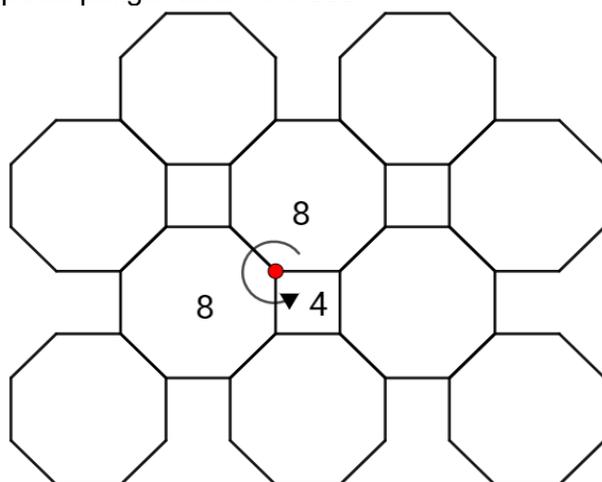
Figura 17: Tabela com a soma dos ângulos internos dos polígonos regulares

n (número de lados do polígono)	Soma dos ângulos internos de um polígono $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$	Medida do ângulo interno de um polígono $a_n = \frac{S_n}{n}$
3	$S_3 = (3 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_3 = 1 \cdot 180^\circ \Rightarrow S_3 = 180^\circ$	$a_3 = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
4	$S_4 = (4 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_4 = 2 \cdot 180^\circ \Rightarrow S_4 = 360^\circ$	$a_4 = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$
5	$S_5 = (5 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_5 = 3 \cdot 180^\circ \Rightarrow S_5 = 540^\circ$	$a_5 = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$
6	$S_6 = (6 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_6 = 4 \cdot 180^\circ \Rightarrow S_6 = 720^\circ$	$a_6 = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$
8	$S_8 = (8 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_8 = 6 \cdot 180^\circ \Rightarrow S_8 = 1080^\circ$	$a_8 = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ$
9	$S_9 = (9 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_9 = 7 \cdot 180^\circ \Rightarrow S_9 = 1260^\circ$	$a_9 = \frac{1260^\circ}{9} = 140^\circ$
10	$S_{10} = (10 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_{10} = 8 \cdot 180^\circ \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$	$a_{10} = \frac{1440^\circ}{10} = 144^\circ$

Fonte: Ferreira (2019)

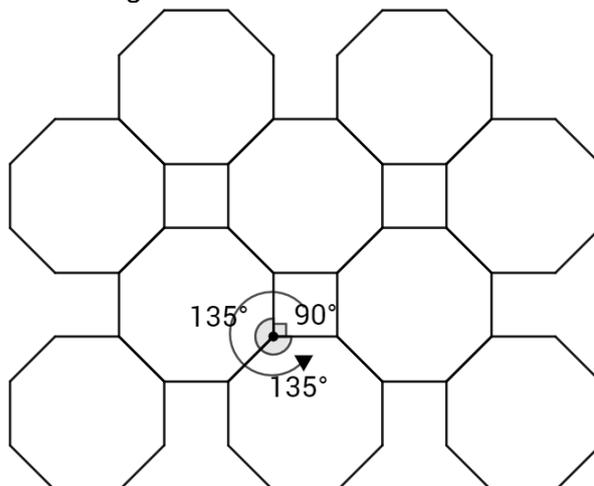
Para definir quais os ladrilhamentos que seriam desenvolvidos pelos grupos foi mostrado que esses ladrilhamentos deveriam seguir alguns padrões e que o vértice é o determinante de cada padrão.

Figura 18: Vértice do ladrilhamento pelos polígonos envolvidos



Fonte: Ferreira (2019)

Figura 19: Vértice do ladrilhamento



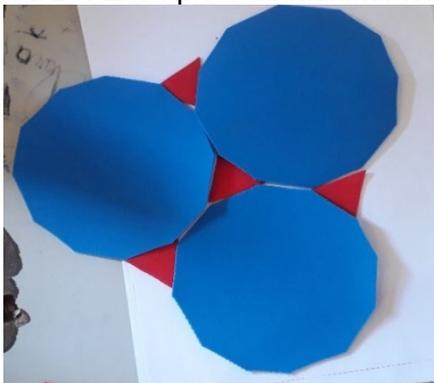
Fonte: Ferreira (2019)

De posse destas informações, os ladrilhamentos começaram a tomar as formas esperadas. Porém, para que pudéssemos definir quais os ladrilhamentos

a serem confeccionados, houve a necessidade de alguns cálculos algébricos complexos à eles pelo nível de maturidade matemática apresentada por eles. Neste instante foi oferecida ajuda para que eles pudessem desenvolver os cálculos em sala de aula, pois esse não era o objetivo do trabalho.

Ao final, conseguiu-se determinar, através da álgebra, quais seriam os possíveis ladrilhamentos com três, quatro, cinco e seis ladrilhos ao redor de cada vértice. Foi realizado um sorteio entre os grupos dos ladrilhamentos para que esses pudessem ser confeccionados. Como os grupos dispunham das figuras geométricas confeccionadas em E.V.A., ao passo que foi definido em sala as possibilidades de ladrilhamentos eles, automaticamente, tentavam montá-los.

Figura 20: Exemplo 1 de ladrilhamento



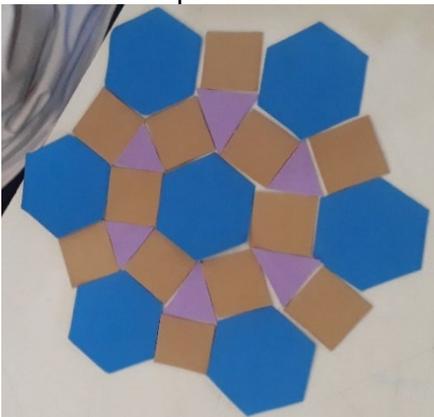
Fonte: Ferreira (2019)

Figura 22: Exemplo 3 de ladrilhamento



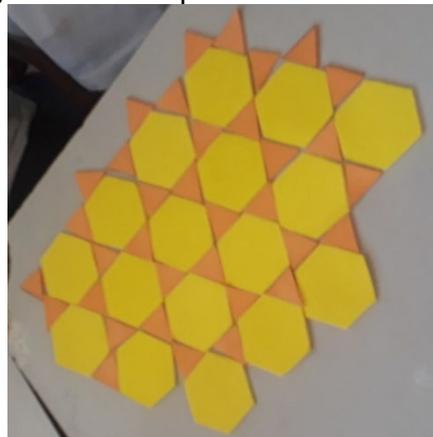
Fonte: Ferreira (2019)

Figura 21: Exemplo 2 de ladrilhamento



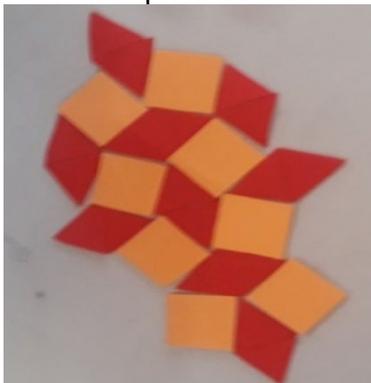
Fonte: Ferreira (2019)

Figura 23: Exemplo 4 de ladrilhamento



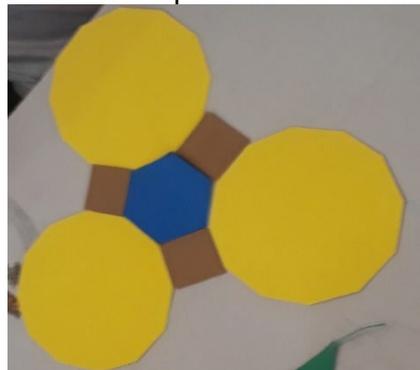
Fonte: Ferreira (2019)

Figura 24: Exemplo 5 de ladrilhamento



Fonte: Ferreira (2019)

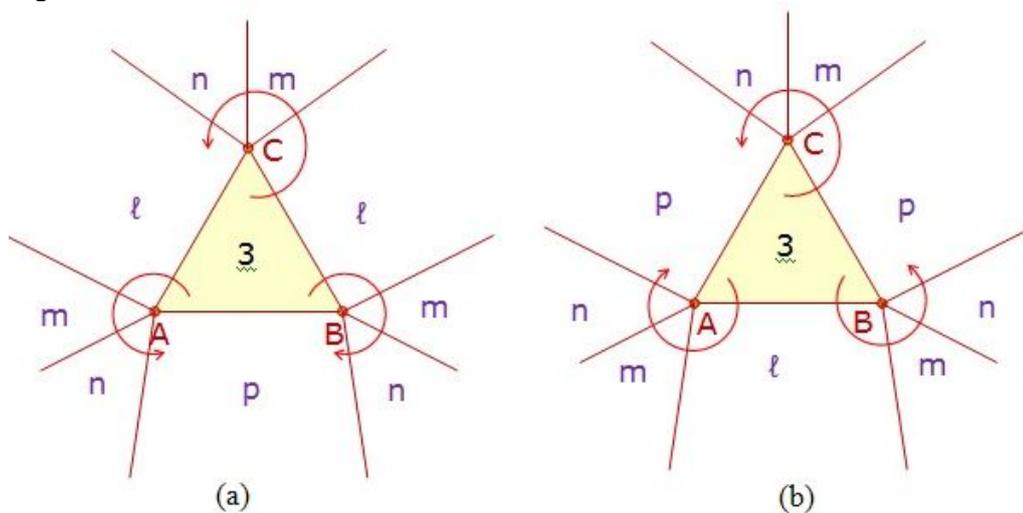
Figura 25: Exemplo 6 de ladrilhamento



Fonte: Ferreira (2019)

Ressalta-se que nesta fase do desenvolvimento deste trabalho o software Geogebra foi amplamente usado para demonstrar possibilidades de construção e possíveis problemas apresentados no decorrer do ladrilhamento.

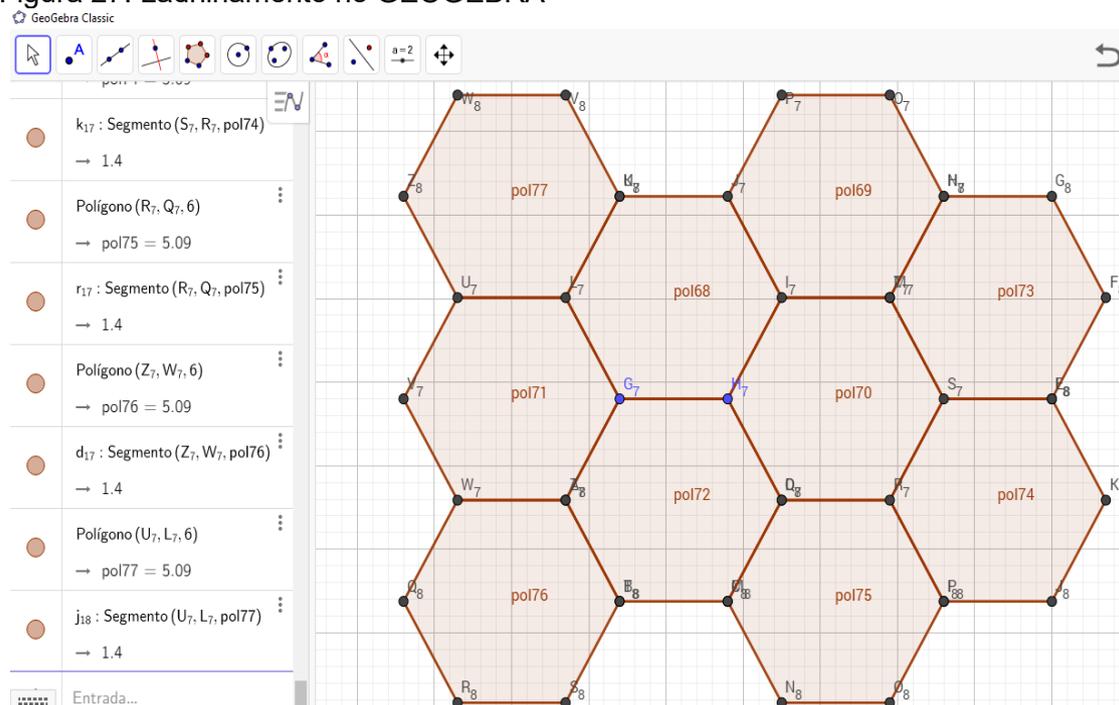
Figura 26: Possibilidades de ladrilhamento feitos no GEOGEBRA



Fonte: Ferreira (2019)

A figura acima mostra as possibilidades de associação do triângulo a outros polígonos regulares.

Figura 27: Ladrilhamento no GEOGEBRA



Fonte: Ferreira (2019)

No sexto encontro os alunos socializaram os ladrilhamentos devidamente construídos e colados em uma cartolina para que todos pudessem observar o trabalho pronto. A troca de experiência entre eles foi de suma importância para o enriquecimento cultural. Os alunos perceberam que o corte bem feito das figuras facilitou a construção correta. Neste momento também os discentes foram estimulados a socializar e comentar a respeito do processo da confecção de figuras de difícil manuseio como o dodecágono.

No sétimo encontro os alunos foram novamente submetidos a um teste (Pós-teste) que tem por objetivo observar se houve alguma evolução nos conhecimentos geométricos com o desenvolvimento da pesquisa. Nesta última etapa do trabalho, foi aplicada uma avaliação, composta por 4 (quatro) questões objetivas de múltipla escolha envolvendo geometria plana.

A seguir apresentaremos algumas questões e seus resultados nesse processo de modelamento.

## 5- RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados e discussões acerca dos dados obtidos no decorrer da pesquisa, indicando se os objetivos traçados foram alcançados ou não.

### 5.1- QUESTIONÁRIO I

Como procedimento inicial, já mencionado neste trabalho, foi aplicado aos alunos participantes da pesquisa um questionário composto com 4 (quatro) questões de múltipla escolha. As respostas foram informadas através das legendas a seguir:

#### Legenda



Discordo totalmente



Discordo parcialmente



Não concordo / nem discordo



Concordo parcialmente



Concordo totalmente

Neste questionário a proposta foi aferir junto aos alunos o nível de proximidade com a geometria plana bem como se eles conseguiam associar o que aprenderam com o cotidiano.

As questões 1) e 2) não foram analisadas por se tratarem de questões de cunho informativo e introdutório para os alunos.

As questões 3) e 4) têm o intuito de revelar o gosto dos alunos pelas figuras geométricas.

3) Eu gosto de assunto que envolve figuras geométricas.

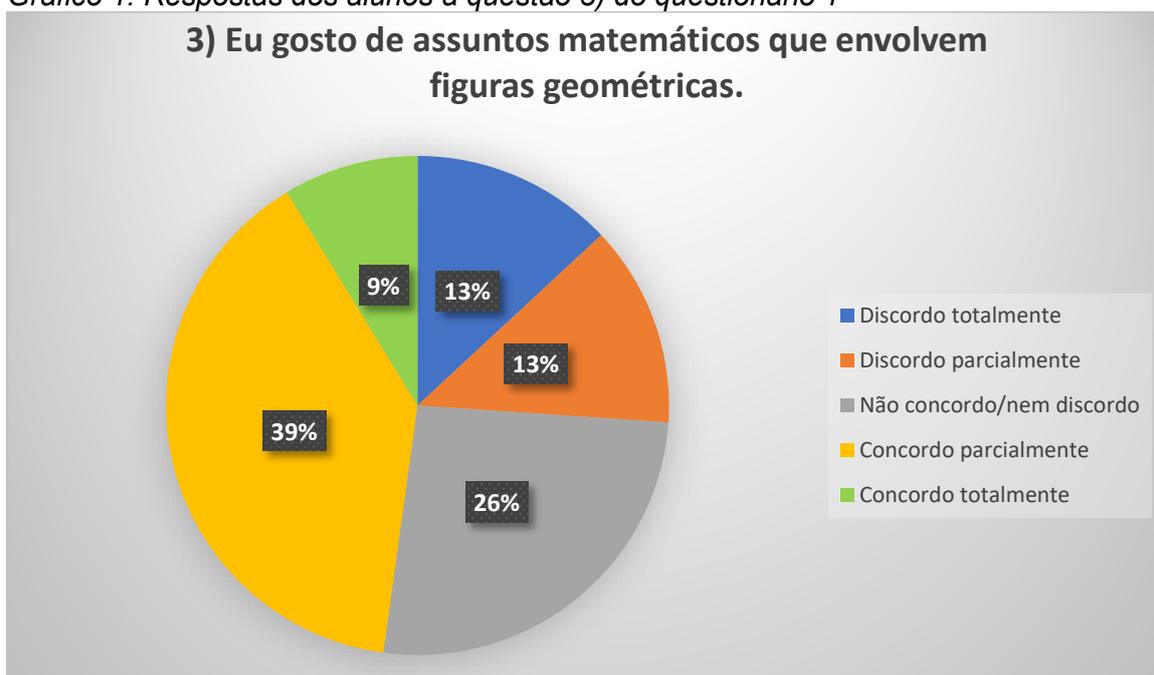


4) Em relação aos outros assuntos de Matemática que estudei este está entre os mais fáceis.



Na questão 3), 48% dos alunos responderam que gostavam parcialmente ou totalmente deste assunto envolvendo figuras geométricas. Isso mostra que, ainda timidamente, ao serem submetidos a conteúdos práticos neste caso às figuras geométricas os alunos mostram-se susceptíveis ao manuseio dos mesmos.

Gráfico 1: Respostas dos alunos a questão 3) do questionário 1



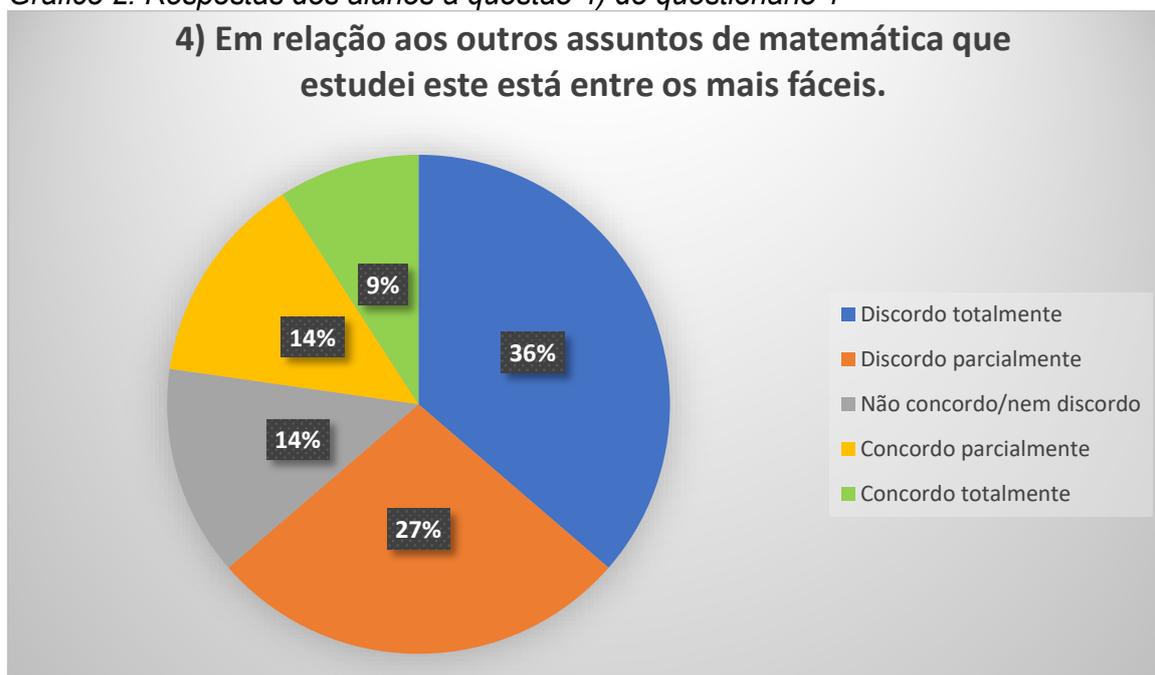
Fonte: Ferreira (2019)

Este resultado corrobora com a nova BNCC. “Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético--dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática”. (BRASIL, 2017)

Acredita-se que ao ensinar matemática e, em especial geometria, faz-se necessário associar teoria e prática.

Outrossim, ficou evidenciado na questão 4) que a maioria dos alunos considera a Geometria como um dos conteúdos mais difíceis estudado dentre os assuntos de matemática. Para 36% dos alunos a geometria é considerado um dos assuntos mais difíceis estudados dentre os assuntos matemáticos.

Gráfico 2: Respostas dos alunos a questão 4) do questionário 1



Fonte: Ferreira (2019)

Estes resultados estão em conformidade com o autor supracitado (MATHOS, 2017), “ o estudo da geometria se trata de um amplo conjunto de conceitos e metodologias necessários para resolver problemas de diferentes áreas do conhecimento e do mundo físico, buscando a construção, representação e a interdependência. Assim, o ensino da matemática não fica reduzido à aplicação de fórmulas ou teoremas, mas sim, na interpretação ampla, na formação de conhecimento, fator este que possibilita sua utilização na sociedade contemporânea, explorando suas potencialidades na formação do cidadão consciente do seu papel na sociedade atual”.

Pensar a Geometria somente definida por teoremas e axiomas torna-se extremamente desinteressante aos alunos. Quando eles pensam em Geometria

como figuras geométricas manipuláveis eles consideram-na um conteúdo fácil mais, quando imaginado por seus postulados, teoremas e axiomas este conceito de Geometria muda de panorama passando a ser um dos menos atraentes a eles.

Em tempo, na aplicação deste primeiro questionário, uma aluna perguntou se esta Geometria a qual a quarta questão fazia menção era “desenho ou Geometria mesmo”. Foi explicado a todos que quando perguntado sobre Geometria a intenção era saber se eles, comparando com toda a Matemática estudada por eles no Ensino Fundamental, considerava que a parte de Geometria era a parte mais fácil e, esta Geometria referida eram todas as definições de reta, plano, ângulos internos, externos e etc. Notou-se que a reação de uma grande parte foi a de mudar a alternativa já escolhida comentando que eles achavam que o fácil ou difícil tratava-se só das figuras. Ao final pode-se perceber que os mesmos não consideravam como fácil a parte que trata das definições geométricas.

## **5.2- PRÉ-TESTE**

O pré-teste foi um questionário composto de quatro questões objetivas que deveriam ser respondidas usando conhecimentos básicos de Geometria Plana. Destaca-se que este pré-teste foi aplicado aos alunos no primeiro encontro com o objetivo de diagnosticar seus conhecimentos em geometria básica adquiridos no ensino fundamental.

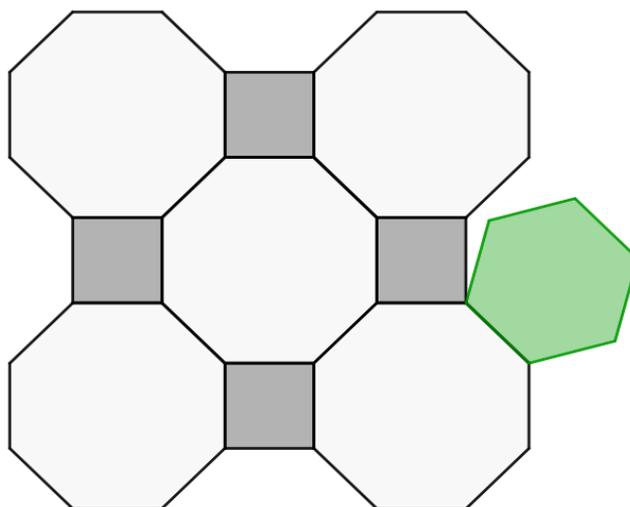
No primeiro quesito foi apresentado o Octaedro regular e um de seus ângulos interno foi destacado. A resolução consistia em descobrir o valor deste ângulo interno.

- 1) Observe a figura abaixo e responda.



Na questão 2) os alunos deveriam observar uma figura formada por figuras geométricas. Nesta figura foi acrescentada uma figura em destaque que não seguia o mesmo padrão das demais. Dentre as alternativas apresentadas, deveriam escolher a que melhor justificasse o fato de que esta figura não se encaixa perfeitamente.

2) Observe a figura e responda:



A imagem acima é um ladrilhamento composto por quadrados e octógonos.

Na figura é possível perceber que os quadrados e octógonos encaixam-se perfeitamente sem deixar brechas entre eles. Na mesma imagem foi introduzido um hexágono (verde) e este não encaixou-se com as demais figuras. O hexágono não se encaixa perfeitamente na figura:

- a) ( ) Pois ele está mal desenhado.
- b) ( ) Pois para que as figuras se encaixem perfeitamente elas devem ter alguma relação entre a soma de seus ângulos internos.
- c) ( ) Pois a figura acima não foi colocada no seu local correto no desenho pois, se fosse, ela se encaixaria perfeitamente.
- d) ( ) Pois para o lugar do hexágono deveria ser colocado um decágono que tem como ângulo interno  $720^\circ$ .

Os alunos responderam assim essa questão:

Gráfico 4: Respostas dos alunos a questão 2) do pré-teste

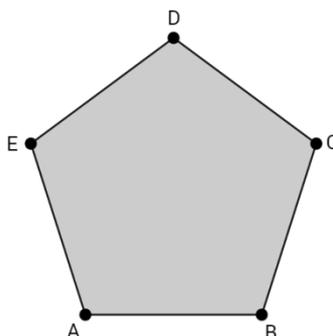


Fonte: Ferreira (2019)

Nesta questão esperava-se que os alunos percebessem que deveria haver uma relação entre os ângulos internos destas figuras. Neste caso a maioria dos alunos logrou êxito em suas respostas. Contudo é notório que os alunos responderam de forma bem dividida todos os quesitos apresentados, mostrando que não houve um consenso nas resoluções.

Na questão 3) foi apresentado a eles um pentágono regular. A linha de raciocínio correta para a resolução dos alunos seria a de que eles soubessem o nome esta figura e o valor da soma dos seus ângulos internos.

3) Observe a figura:



A figura acima é um polígono regular. O nome dessa figura e a soma dos ângulos internos dela são, respectivamente:

- a) ( ) *Pentágono*,  $300^\circ$
- b) ( ) *heptágono*,  $360^\circ$
- c) ( ) *Pentágono*,  $107^\circ$
- d) ( ) *pentágono*,  $540^\circ$
- e) ( ) *Hexágono*,  $360^\circ$

Nesta questão não bastava saber apenas o nome da figura, diferentes alternativas apresentavam o mesmo nome. Isso exige que o aluno realmente saiba calcular os valores das somas dos ângulos internos. Eis os resultados obtidos:

Gráfico 5: Respostas dos alunos a questão 3) do pré-teste

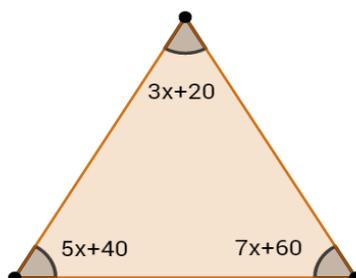


Fonte: Ferreira (2019)

Na quarta questão foi proposto aos alunos que encontrassem o valor de  $x$  destacado na composição dos ângulos internos de um triângulo. Para

encontrar o valor de  $x$ , os alunos deveriam ter conhecimento de que a soma dos ângulos internos de um triângulo medem sempre  $180^\circ$ .

4) Observe a figura:



O valor de  $x$  é:

a) ( )  $x = 1$

d) ( )  $x = 4$

b) ( )  $x = 2$

e) ( )  $x = 5$

c) ( )  $x = 3$

Destaque-se aqui que a resposta correta seria a letra d) pois:

$$(3x + 20) + (5x + 40) + (7x + 60) = 180^\circ$$

$$15x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$x = 4$$

As respostas obtidas por eles à esta questão mostraram-se bem distribuídas entre as cinco alternativas:

Gráfico 6: Respostas dos alunos a questão 3) do pré-teste



Fonte: Ferreira (2019)

Após análise dos resultados obtidos neste primeiro teste é fácil perceber que os alunos, em sua maioria, não detêm conhecimentos necessários para resolver as quatro questões. Na primeira questão os alunos deveriam conseguir calcular o valor do ângulo interno de uma figura geométrica qualquer. Pelos resultados obtidos percebe-se que eles apenas marcaram essas questões por intuição, pois, em comentários posteriores com os alunos constatou-se que eles até mostraram-se interessados em saber como encontrar esses valores, mas a maioria admite que não consegue resolver tal problema.

Na segunda questão as respostas ao problema formulado deveriam levá-los a única alternativa correta que seria o fato de que essas figuras só se encaixariam quando a relação entre a soma dos ângulos internos das figuras envolvidas em cada vértice for respeitada. Neste momento, notadamente, a maioria dos alunos conseguiu perceber que esta relação deveria ser respeitada no ladrilhamento para que a figura considerada estranha pudesse encaixar-se. Isso não seria possível se em cada vértice a soma dos ângulos perfizessem  $360^\circ$ .

Na terceira questão o nome da figura pesou muito na hora da escolha da alternativa correta a ser marcada. É visível que as três alternativas nas quais

contêm o nome correto da figura, pentágono, foi quase sempre uma das escolhas dos alunos. Como o percentual apresentado às alternativas que apresenta o nome correto da figura foi o mesmo, imagina-se que estes alunos até sabiam o nome da figura mais a maneira de calcular a soma dos ângulos internos para eles ainda era uma técnica a ser aprendida. Situação externada por eles no desenvolvimento deste trabalho em sala de aula.

Na quarta questão seriam necessários o conhecimento de resoluções de equações do primeiro grau, bem como saber que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ , independente de sua classificação. Com base nas respostas, a alternativa correta foi a mais escolhida. Não há, nesse momento, como afirmar se eles responderam corretamente porque conseguiram calcular este valor de forma correta. Deixaremos esta definição para ser concretizado de posse de mais informações.

Planejou-se neste pré-teste usar sempre as figuras geométricas na elaboração dos quesitos com a intenção de que os alunos pudessem aproximar os problemas com o manuseio, mesmo que de forma abstrata, na formulação de suas respostas.

Como já evidenciado por Ausubel na introdução, no Ensino de Geometria plana, é de suma importância que as questões propostas sejam contextualizadas. A contextualização deve aguçar a parte prática da identificação feita pelos alunos.

As respostas dadas pelos pesquisados na terceira questão, quando a figura já tem seu nome explicitado, mostram que no processo de ensino e aprendizagem devem, sempre que possível, ter as explanações dos conteúdos ligados à demonstração do conteúdo em estudo.

Já para DEWEY (1973), o simples fato da presença de um sinal presente em um problema matemático já induz o educando a buscar uma forma de solucionar o problema. Por isso, no processo de ensino e aprendizagem de Geometria, a presença de figuras e desenhos é importante para a demonstração destes teoremas e os axiomas o que torna mais eficaz a construção do conhecimento.

### 5.3- ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

A partir do segundo encontro passou-se efetivamente à prática. Neste momento foi evidenciado pelos alunos a falta de conhecimentos básicos em Geometria que pudesse proporcionar um rendimento satisfatório no Ensino Médio. E isto, segundo FUCHS (1967) é um problema a ser superado pois, segundo ele, os alunos do ensino médio devem estar familiarizados com os conceitos básicos de geometria, haja vista ser o alicerce para lidarem com as figuras geométricas”. Se os conceitos não foram apresentados de forma adequada, como poderiam usá-los no seu cotidiano?

Quando questionados sobre o que lembravam a respeito dos conteúdos de Geometria trabalhados no Ensino Fundamental, foram quase que unânimes em dizer que pouco conhecia. Sempre se referiam ao que foi apresentado como um conteúdo difícil e de pouca compreensão. E quanto aos conteúdos estudados fizeram menção apenas ao Teorema de Pitágoras e ao Teorema de Tales.

É necessário destacar que, no decorrer da explanação dos conteúdos básicos, era comum mencionarem que já haviam visto um ou outro conteúdo. Sustentando-se nas palavras de Tashima, ora posto no referencial teórico, acredita-se que este fraco rendimento em geometria por parte desses alunos deve-se ao fato de que eles foram submetidos, no decorrer do ensino fundamental, a práticas desconexas e que não alicerçaram um conhecimento básico e necessário para o prosseguimento do curso básico de matemática.

“O professor imagina que seus alunos terão o mesmo prazer que ele tem ao lidar com a Matemática. No entanto, o aluno não consegue vê-la do mesmo modo, e por isso não a compreende. (TASHIMA & SILVA, 2007, p. 6)”. Neste momento acreditamos que os professores carreguem suas aulas de teoremas e demonstrações deveras complexas e de difícil entendimento por parte dos alunos. Isto posto, estes tendem a assimilar um ou outro conteúdo sem formar uma base comum em geometria.

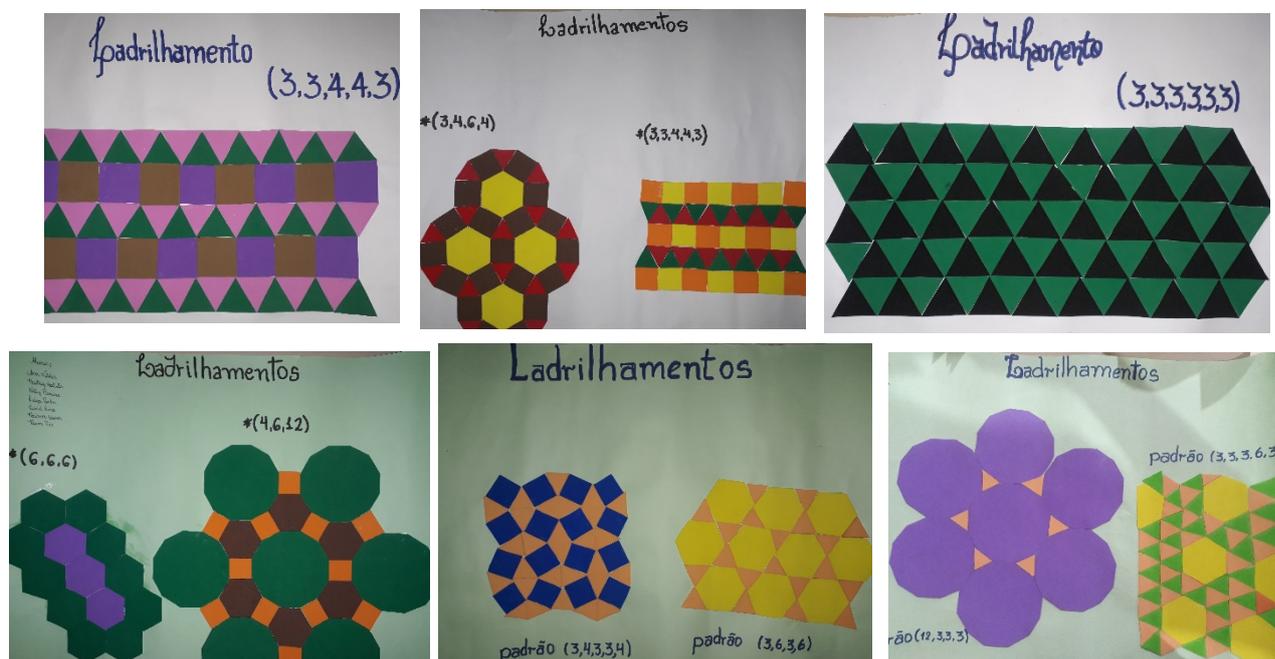
O decorrer dos trabalhos de rerepresentação dos conhecimentos básicos com o uso do Geogebra e de material áudio visual foi muito empolgante e agradável. Os alunos mostraram-se muito entusiasmados e focados nos conceitos apresentados nos dois encontros.

Acredita-se que os recursos pedagógicos utilizados, bem como o contato com o material concreto fez toda a diferença e causou satisfação e empolgação para os alunos. Isso vai de encontro ao pensamento de TASHIMA (2007) no qual afirma que a “ geometria, quando compreendida, estimula o aluno a observar, perceber semelhanças, diferenças e solucionar problemas em seu próprio meio”.

Considerando esse pensamento, percebe-se que conseguimos de forma satisfatória alcançar um dos objetivos: apresentar aos alunos da 1ª série do Ensino Médio o Desafio Geométrico e os seus ladrilhamentos usando o material concreto para o ladrilhamento bem como o software Geogebra no auxílio deste ladrilhamento de forma genérica.

Ao final foi solicitado aos grupos de alunos que confeccionassem em cartolina exemplos dos ladrilhamentos.

Figura 28: Ladrilhamentos prontos



Fonte: Ferreira (2019)

#### 5.4- ANÁLISE DO ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL DE SÃO GONÇALO DO GURGUÉIA.

O professor de matemática do Ensino Fundamental da Rede Municipal de ensino, após tomar conhecimento do projeto aceitou participar da pesquisa por meio de um questionário composto de 4 (quatro) questões subjetivas. Questionário este (QUESTIONÁRIO II) que objetivou traçar um conceito de como é repassado os conteúdos de Geometria aos alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental de São Gonçalo do Gurguéia – PI bem como, quais as maiores dificuldades encontradas por ele no processo de ensino e aprendizagem desses conteúdos.

Figura 29: Resposta do professor a questão 1) do questionário 2

1) Os alunos aprendem com facilidade os conteúdos de geometria plana?

*Infelizmente, não. Encontramos em algumas dificuldades, entre elas está a falta de conhecimento por parte dos alunos de conceitos básicos sobre a geometria e suas propriedades. Conceitos esses que deveriam ser trabalhados nas séries iniciais.*

Fonte: Ferreira (2019)

O professor admite que os alunos não conseguem aprender com facilidade os conteúdos de geometria plana. E cita que uma das dificuldades encontradas é a falta de conhecimentos básicos.

Figura 30: Resposta do professor a questão 2) do questionário 2

2) Qual é a sua maior dificuldade em ministrar aos seus alunos de ensino fundamental o conteúdo de geometria plana?

Uma das maiores dificuldades é a falta de material didático específico. Essa ausência contribui para o desinteresse dos alunos e faz com que eles e não professores tenham uma certa desmotivação em trabalhar esse tema. Porém, isso não impede que trabalhem de forma a tornar esse conteúdo atrativo aos alunos.

Fonte: Ferreira (2019)

Figura 31: Resposta do professor a questão 3) do questionário 2

3) Na sua opinião, como o ensino de geometria plana poderia ser otimizado aos seus alunos?

Trabalhando de forma estruturada fazendo com que os alunos tenham uma vivência maior nesse ramo de ensino, trazendo a geometria para o seu dia a dia. Um bom artifício são as fichas e projetos voltados para a geometria.

Fonte: Ferreira (2019)

Nos itens 2 e 3 fica evidente que um dos impecilhos neste ensino é a falta de estrutura física e pedagógica das escolas do município, dificultando o desenvolvimento de atividades que associem teoria e prática no ensino de geometria.

Figura 32: Resposta do professor a questão 4) do questionário 2

4) Nas suas aulas de geometria plana você desenvolve/desenvolveu alguma atividade prática para o ensino de geometria plana?

Sim, já trabalhei os conceitos básicos e desenvolvi com os alunos uma Feira de Matemática onde foram confeccionados vários trabalhos voltados para a geometria plana.

Fonte: Ferreira (2019)

No que se refere ao Ensino de Geometria, percebe-se a necessidade de estudos mais aprofundados e contextualizados. Esse anseio está presente nas práxis do Ensino de Matemática.

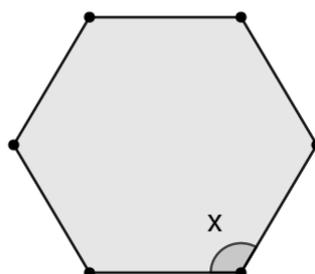
### 5.5- ANÁLISE DOS RESULTADOS DO TESTE FINAL

Ao final do trabalho os alunos foram submetidos a uma avaliação escrita com a mesma estrutura do pré-teste objetivando aferir se houve algum tipo de evolução por parte desses alunos no tocante a aprendizagem de geometria.

Nesse teste os alunos tiveram as mesmas orientações do pré-teste e as questões sofreram ligeiras modificações para que as respostas não pudessem ser dadas de forma mecânica e assim pudéssemos traçar um paralelo entre o antes e o depois de modo a alcançar o objetivo proposto.

Na primeira questão foi substituída a figura a ser analisada. No pré-teste havia um Octógono que foi trocado por um Hexágono. Eis que segue:

- 1) Observe a figura abaixo e responda.



Esta figura geométrica é um polígono regular. Assim sendo, todos os seus ângulos internos têm a mesma medida. Um dos ângulos internos foi destacado.

Logo o valor de  $x$  na figura é:

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| a) ( ) $x = 180^\circ$ | d) ( ) $x = 135^\circ$ |
| b) ( ) $x = 360^\circ$ | e) ( ) $x = 120^\circ$ |
| c) ( ) $x = 107^\circ$ |                        |

Gráfico 7: Resposta dos alunos a questão 1) do pós-teste

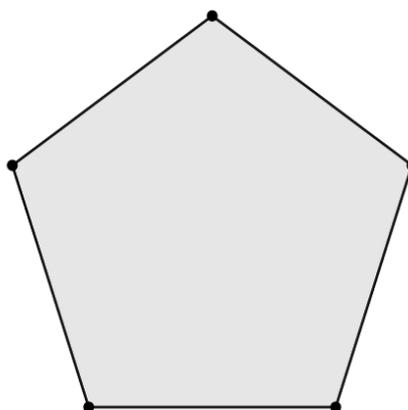


Fonte: Ferreira (2019)

Pôde-se constatar um crescimento considerável quanto ao número de alunos que conseguiram lograr êxito em suas respostas, pois, 41% dos alunos pesquisados marcaram a alternativa correta.

Na questão 2) foi alterada quase que em sua totalidade o questionamento. A ideia de resolução permaneceu a mesma, porém, como o Desafio Geométrico já fora trabalhado em sala de aula, tentamos medir o nível de impacto deste nos alunos.

2) Observe a figura e responda:

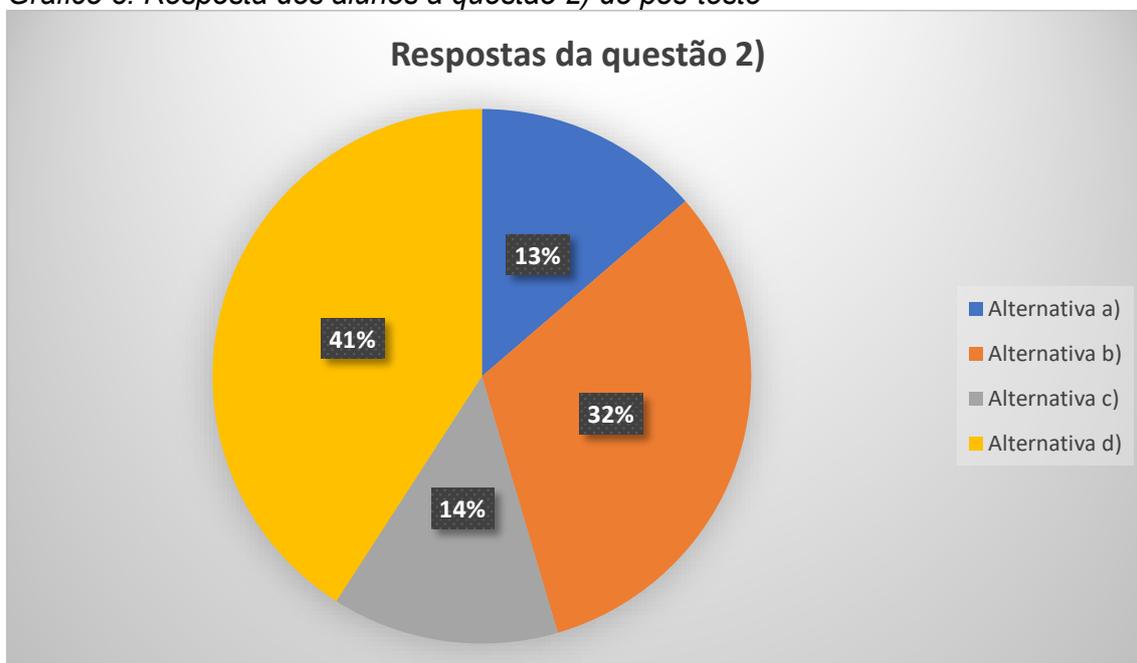


A imagem acima mostra um pentágono regular. Nas nossas atividades de ladrilhamento nós não conseguimos usá-los em nenhum tipo de ladrilhamento. Na sua opinião, qual o motivo de isso haver acontecido?

- a) ( ) Pois ele está mal desenhado.
- b) ( ) Pois para pudéssemos usar um pentágono regular em nossos ladrilhamentos nós deveríamos usar mais dois pentágonos. Aí sim esse ladrilhamento seria possível.
- c) ( ) Pois a figura acima é composta por cinco lados e isso inviabiliza o seu uso nos ladrilhamentos regulares.
- d) ( ) Pois para que as figuras se encaixem perfeitamente elas devem ter alguma relação entre a soma de seus ângulos internos. Neste caso, o pentágono não pode ser associado a nenhuma figura para a soma dos ângulos ao redor do vértice para somados formarem  $360^\circ$ .

Veja o gráfico:

Gráfico 8: Resposta dos alunos a questão 2) do pós-teste

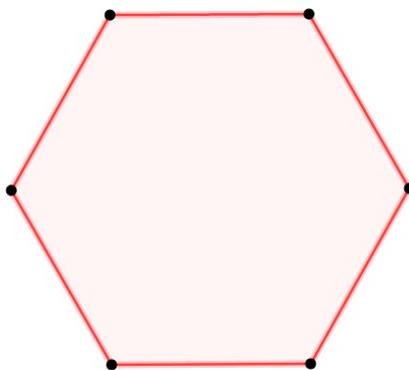


Fonte: Ferreira (2019)

A resposta esperada para esse quesito é a alternativa d) pois o pentágono não pode ser relacionado a outras figuras pela medida de seu ângulo interno e não permite a associação com outras figuras geométricas como as apresentadas aos alunos. Ao observar o gráfico acima, constata-se que 41% dos alunos responderam de forma correta a questão.

Na questão 3), que têm como objetivo avaliar a capacidade de somar os ângulos internos, a figura a ser analisada foi trocada, mas, manteve-se a mesma estrutura.

3) Observe a figura:



A figura acima é um polígono regular. O nome dessa figura e a soma dos ângulos internos dela são, respectivamente:

- a) ( ) *Hexágono*,  $120^\circ$
- b) ( ) *heptágono*,  $360^\circ$
- c) ( ) *Hexágono*,  $1080^\circ$
- d) ( ) *pentágono*,  $540^\circ$
- e) ( ) *Hexágono*,  $720^\circ$

Os alunos responderam assim este problema:

Gráfico 9: Resposta dos alunos a questão 3) do pós-teste

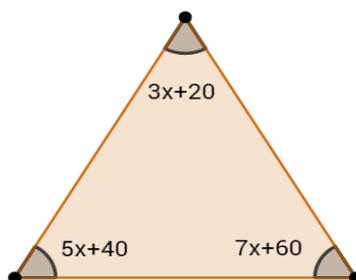


Fonte: Ferreira (2019)

Neste problema os alunos alternaram suas respostas entre as alternativas que mostravam o nome correto da figura só variando quanto ao valor correto da soma dos ângulos internos.

Na questão 4) foi mantida a mesma pergunta por não se tratar de algo de resposta trivial.

4) Observe a figura:



O valor de  $x$  é:

- a) ( )  $x = 1$   
 b) ( )  $x = 2$

c) ( )  $x = 3$

d) ( )  $x = 4$

e) ( )  $x = 5$

Esta pergunta foi assim respondida pelos alunos:

Gráfico 10: Resposta dos alunos a questão 4) do pós-teste



Fonte: Ferreira (2019)

Nesta questão, houve um aumento considerável de alunos que marcaram a alternativa correta perfazendo um total de 36% dos alunos participantes.

Ao término das atividades de pesquisa, os alunos foram submetidos à avaliação bimestral composta de 8 (oito) questões objetivas. Nessa avaliação, afim de diagnosticar se houve algum avanço na assimilação desses conteúdos, foram inseridas questões que contemplam o conteúdo de geometria.

Os resultados obtidos nessa avaliação pelos alunos foram satisfatórios. Cerca de 54% dos alunos conseguiram atingir notas acima do mínimo exigido pela escola que é a nota 6 (seis). Os alunos mostraram-se muito familiarizados com os quesitos e, muitos dos erros apresentados nas resoluções estiveram ligados as resoluções algébricas dos problemas. Percebe-se que, apesar de terem participado das atividades propostas neste trabalho, um número considerável dos alunos não demonstrou muita evolução. É importante ressaltar

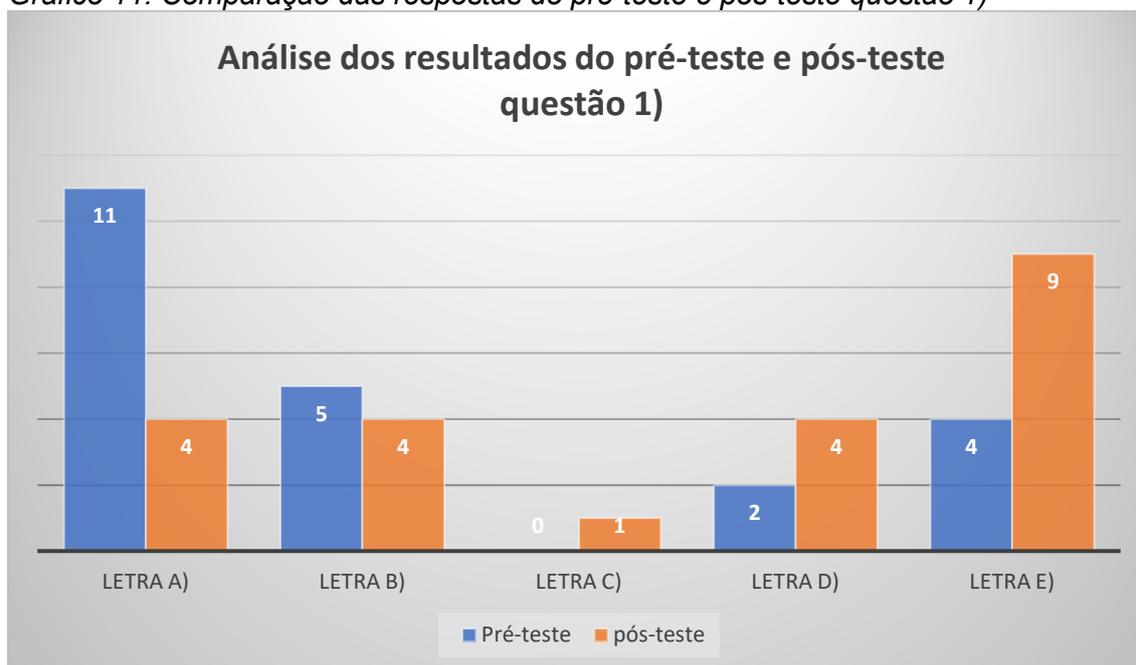
que este trabalho restringiu-se a analisar o Desafio Geométrico como ferramenta auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

## 5.6- COMPARATIVO ENTRE OS TESTES APLICADOS

Ao realizar um paralelo entre o pré-teste e o pós-teste percebe-se avanços notórios. Os alunos demonstraram, em sua maioria, familiaridade com os conceitos básicos de geometria.

Na questão 1 (um) do pós-teste os alunos, mesmo que de forma intuitiva, conseguiram apresentar respostas satisfatórias. No decorrer da aplicação do pós-teste ouvimos deles questionamentos acerca da resolução dos quesitos apresentados, diferentemente de quando foram submetidos ao pré-teste.

Gráfico 11: Comparação das respostas do pré-teste e pós-teste questão 1)



Fonte: Ferreira (2019)

Neste momento, percebeu-se que há um alinhamento entre a teoria pensada por MARTHOS (2017) quando preceitua que no ensino e aprendizagem os professores optam pelas teorias em detrimento à prática.

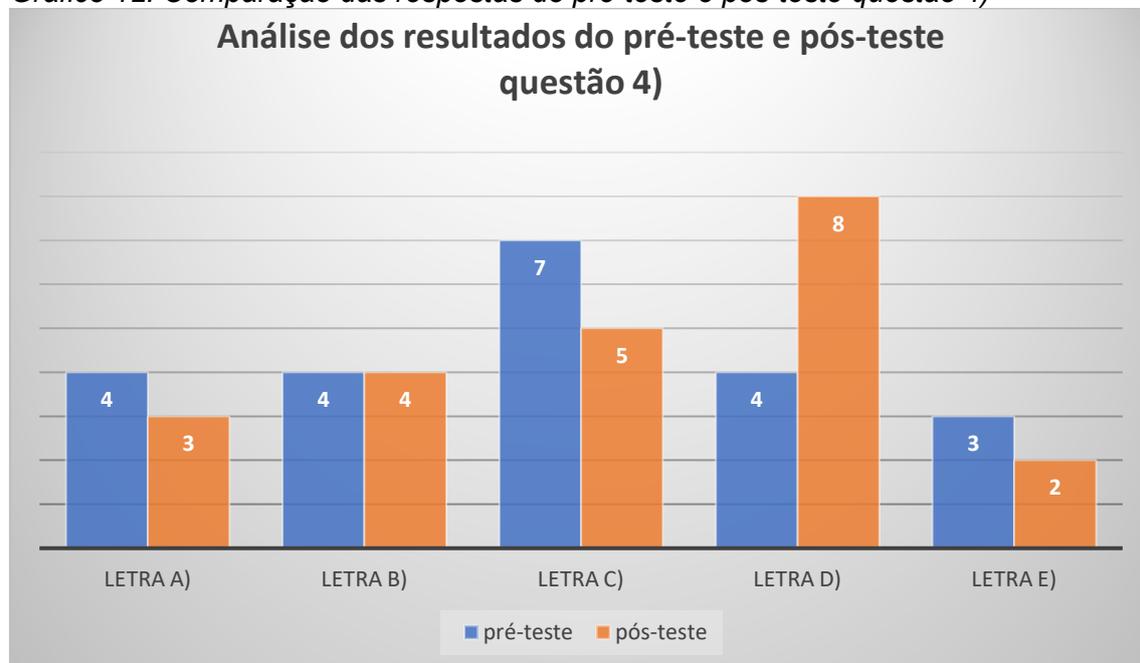
O maior nível de acertos no pós-teste permite observar que as atividades com materiais concretos, como por exemplo, figuras manuseáveis, aguçam a

imaginação e proporcionam maior envolvimento dos alunos nas atividades propostas.

Na questão 3), quando eles foram questionados acerca de um polígono geométrico regular e a soma de seus ângulos internos, no pré-teste houve uma certa divisão das respostas. No pós-teste, ainda que alguns não conseguissem calcular a soma dos ângulos internos, eles relacionaram perfeitamente o nome com a figura. Acredita-se que aqui também, como o constatado na questão 1), o manuseio com as figuras foi um ponto positivo no tocante à aprendizagem dos alunos.

Na questão 4) não houve avanços significativos no que se refere ao número de acertos. Segundo ALARCÓN (1978) e FUCHS (1967) isso se dá em detrimento do excessivo conteúdo teórico que permite a memorização durante um determinado período. Haja vista que nesta questão os alunos deveriam relacionar a Geometria com a Álgebra. Acreditamos que esse é um dos motivos para estes resultados obtidos.

Gráfico 12: Comparação das respostas do pré-teste e pós-teste questão 4)



Fonte: Ferreira (2019)

Nestes resultados vale ressaltar que esta questão foi a única que não foi alterada do pré-teste para o pós-teste. Ainda assim os alunos não lograram muito

êxito em suas respostas. Destaca-se que os resultados do pré-teste não foram discutidos em sala de aula.

Em suma, do pré-teste para o pós-teste houve avanços consideráveis. Os alunos mostraram-se, ao final do trabalho, bem entusiasmados com a geometria. Eles demonstraram maior familiaridade com os termos da Geometria Plana. Na resolução do pós-teste, notou-se que os alunos apresentaram uma evolução significativa acerca do conteúdo apresentado.

### 5.7- A OPINIÃO DOS ALUNOS

Ao final de todas as atividades, conforme já mencionado, foi aplicado um questionário subjetivo (QUESTIONÁRIO 3) para os alunos com o objetivo de que eles opinassem a respeito do trabalho desenvolvido durante a pesquisa.

No geral os alunos mostraram-se, em sua maioria satisfeitos e alguns até demonstraram vontade de que houvesse mais atividades práticas. A tônica das respostas foi no sentido de que trabalhar de forma prática ajuda muito na compreensão dos conteúdos e garante maior participação e envolvimento.

Figura 33: Resposta do aluno Gamma a questão 1) do questionário 3

1) Na sua opinião, você conseguiu aprender o assunto de Geometria analítica da forma que foi trabalhado em sala de aula com os Ladrilhamentos? Por que?

Sim, pois a geometria já foi um assunto trabalhado no ensino fundamental e com isso foi mais compreensível trabalhar com ladrilhamentos.

Fonte: Ferreira (2019)

Figura 34: Resposta do aluno Zeta à questão 2) do questionário 3

2) Pra você, depois de ter participado dos ladrilhamentos e seus complementos, você acha que qual seria a melhor forma de trabalharmos a matemática em sala de aula?

Bem gostaria de que as aulas fossem mais diferentes, por meio de vídeo-aula, aulas diferenciadas, mais tranquilas e interessantes.

Fonte: Ferreira (2019)

Figura 35: Resposta do aluno Epsilon a questão 3) do questionário 3

3) Você acredita que o desenvolvimento deste projeto em sala de aula contribuiu de alguma forma com o seu aprendizado de geometria? Se sim, qual foi a contribuição?

Sim!!! Eu via a geometria como um bicho de sete cabeças, e depois desse trabalho vi que não era nada do que eu estava pensando. É bem mais "descomplicado" do que imaginava.

Fonte: Ferreira (2019)

Observando as respostas da questão 4), percebeu-se que os alunos têm a consciência de que os assuntos estudados no Ensino Fundamental não foram bem assimilados por eles. Uma das hipóteses é a maneira que o assunto foi abordado em sala de aula. Isto acontece à luz de uma das observações de DEWEY (1973) que considerou que as coisas só têm significado se forem experiências partilhadas ou forem partes de uma ação conjunta. Não há sentido alguma o ensino teórico em detrimento ao ensino prático.

Também foram questionados sobre o uso de material concreto no seu cotidiano escolar como o trabalhado no projeto desenvolvido.

Figura 36: Resposta do aluno Epsilon à questão 4) do questionário 3

4) No nosso projeto, nós construímos juntos nossos ladrilhamentos com figuras geométricas plana. Nesta construção, nós usamos figuras que vocês confeccionaram e E.V.A. para tal tarefa. Isto posto, você acredita que estudar matemática no dia a dia escolar tem mais vantagens ou desvantagens em com o uso de material concreto?

Tem muito mais vantagens. A visão muda quando temos algo concreto. O aprendizado só com os livros torna as aulas chatas e entram na monotonia.

Fonte: Ferreira (2019)

A resposta do aluno corrobora com o que já foi mencionado no decorrer deste trabalho. Para PAIVA (2016) essa postura dos discentes justifica-se pelas aulas de Matemática não passarem de meras transmissões de fórmulas, exigindo do aluno a memorização de teoremas e demonstrações, estritamente abstratas. Sem a aplicabilidade correta e a não ancoração com práticas cotidianas, longe de uma aprendizagem significativa, o aluno torna-se refém do ensino mecânico, com arcaicos métodos, sem compreendê-los de fato.

Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. Para a área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico. (BRASIL, 2000, p. 6)

Por fim, foi solicitado que os alunos opinassem a respeito do trabalho desenvolvido de uma forma geral.

Figura 37: Resposta do aluno Omicron à questão 5) do questionário 3

5) Dê sua opinião geral sobre o que você achou de nosso projeto como um todo desenvolvido em sala de aula.

Apesar de tudo achei pois eu não sabia que existia como trabalhar de forma prática, e consegui fazer e aprender tudo isso.

Fonte: Ferreira (2019)

Figura 38: Resposta do aluno Alpha a questão 5) do questionário 3

5) Dê sua opinião geral sobre o que você achou de nosso projeto como um todo desenvolvido em sala de aula.

Tei volens, aprendemos a fazer muitas figuras geométricas e compreender os assuntos com mais facilidade. foi um trabalho diferente, que eu sei, que ajudou muitos alunos a saber geometria.

Fonte: Ferreira (2019)

Figura 39: Resposta do aluno Delta à questão 5) do questionário 3

5) Dê sua opinião geral sobre o que você achou de nosso projeto como um todo desenvolvido em sala de aula.

Achei muito bom, pois foi um método de aprendizagem muito bom, e despertou um interesse muito grande em todos os alunos pelo modo que nos foi representado.

Fonte: Ferreira (2019)

Figura 40: Resposta do aluno Lambda à questão 5) do questionário 3

5) Dê sua opinião geral sobre o que você achou de nosso projeto como um todo desenvolvido em sala de aula.

Foi ótimo, trabalhamos em sala de aula debatendo com o professor e trabalhamos em casa usando os nossos conhecimentos.

Fonte: Ferreira (2019)

Alguns alunos se mostraram satisfeitos com o trabalho. Aliar teoria à prática foi muito gratificante conforme respostas apresentadas acima.

## 6- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho procurou ajudar, mesmo que de forma tímida, a buscar metodologias para a melhoria da educação matemática no Brasil. Sabemos que o ensino, da forma que é praticado deixa muito a desejar na questão da aprendizagem propriamente dita. Os alunos cada vez mais terminam a educação básica detentores de conhecimentos muito a quem do necessário para a sua vida educacional superior. Procurar novas formas de ministrar conteúdos matemáticos no ensino básico é hoje fonte de muita pesquisa e discussão.

Vale destacar um episódio que, de certa forma, nos leva a acreditar que esse trabalho foi muito bem recebido pelos alunos. Duas alunas integrantes da pesquisa foram punidas pela direção da escola por cometerem atos indisciplinados e foram impedidas de participar de um dos encontros. A reação delas foi muito interessante, pois solicitaram junto a direção que as punisse de outra maneira, menos impedir que participassem das atividades do projeto de pesquisa. Isso nos envaideceu e nos fez acreditar que estávamos trilhando um caminho satisfatório.

Sabe-se da limitação deste trabalho como fonte de metodologia para o ensino e aprendizagem da geometria plana na educação básica, mas, acredita-se que esta ferramenta, sempre que usada, ajudará os educandos neste processo.

É notório que, por várias vezes a falta de estrutura da escola pública, não nos permitiu desenvolver a contento o trabalho proposto. Isto é desmotivador para qualquer professor que tenha interesse em mudar suas práticas pedagógicas com a intenção de melhorar a aprendizagem dos conteúdos pelos alunos.

Outrossim, foi percebido que participação dos alunos no desenvolvimento das atividades não foi total, pois muitos alunos estão desmotivados com a educação no geral. Eles não mais acreditam que a educação transforme vidas e proporcione um futuro melhor.

No geral, esse trabalho foi bem satisfatório, pois ao final observamos que os alunos aprovaram e comentaram que estas práticas deveriam ser mais presentes em sala de aula. A interação entre professor/aluno e aluno/aluno

certamente ajuda neste processo de ensino aprendizagem. A troca de experiências e conhecimentos é fonte do enriquecimento educacional.

Enfim, desde o ingresso no PROFMAT também não era um professor que praticava ou acreditava nas atividades práticas para a educação matemática. Como amante da matemática, os teoremas e axiomas sempre foram os conteúdos da matemática que mais interessava. Ao final deste curso, após passar por essa e outras experiências, acredito que ensinar matemática na Educação Básica deve ser um ato que, se possível, deve ser aliado a atividades práticas inovadoras para despertar nos alunos este mesmo amor que nos envolve.

O processo de ladrilhamento, desde a sua concepção até a sua concretização possibilitou aos alunos compreender muitas definições básicas de Geometria que em outro momento ficou despercebidas. Essa experiência foi engrandecedora para o conhecimento dos alunos. Ao manusear o material concreto postulou vislumbrar a prática euclidiana. O aluno alia a teoria à prática facilitando assimilar a aplicabilidade do conhecimento adquirido.

Pelos resultados apresentados podemos concluir que não foi alcançado todos os resultados desejados, mas cada realidade interfere significativamente no desenvolvimento dos resultados. No contexto dos sujeitos pesquisados, os resultados obtidos foram significativos no ensino e aprendizagem. Acredita-se que esse trabalho contribuiu com o aprendizado para a comunidade escolar do Município de São Gonçalo do Gurguéia.

O desenvolvimento desse trabalho em sala de aula foi muito prazeroso e, acreditamos que conseguimos, no geral, alcançar os objetivos traçados.

## 7- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. P., & HANESIAN, H. (1980). *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Editora Interamericana.

BRASIL. (2000). Parâmetros Curriculares Nacionais (ensino médio). Brasília, Brasil: MEC.

BRASIL. (2017). Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a base. Brasília, Brasil: MEC/COSEP/UNDIME. Fonte: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)

BRASIL. (2006). Orientações curriculares nacionais para o Ensino Médio. Ciência da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, Brasil: SEB.

Bueno, A., Neves, J., Yoshikawa, L., Tiyoda, M., & Tanaka, M. (2018). Geometria no Egito. São Paulo, São Paulo, Brasil: Universidade de São Paulo.

DEWEY, J. (1959a). Democracia e educação. Trad. Godofredo Rangel e Anísio Teixeira. São Paulo: Nacional.

DEWEY, J. (1973). Vida e Educação. (E. Melhoramentos, Ed., & A. S. TEIXEIRA, Trad.) São Paulo.

DIAS, C. C., & SAMPAIO, J. C. (2010). Desafio geométrico : curso de especialização para professores do ensino médio de matemática. Cuiabá, Mato Grosso, Brasil: MEC.

Fuchs, W. R. (1967). Modern Mathematics. Weidenfeld and Nicolson.

FUCKS, W. R. (1970). Matemática Moderna. São Paulo, São Paulo: Polígon.

GUIMARÃES, H. M. (2007). Por uma Matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*, 21-45. São Paulo.

MACÊDO, F. C., & EVANGERLANDY, G. M. (2018). PESQUISA: passo a passo para elaboração de trabalhos científicos. Teresina.

MACHADO, A. S. D. (org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003.

MARTHOS, V. C. (2017). Mapeamento da Trajetória da Geometria Euclidiana na Educação Básica. Cornélio Procópio, Paraná, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

MORELATTI, M. R., & Souza, L. H. (2006). Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as novas tecnologias. 263-275. Curitiba, Paraná, Brasil: UFPR.

PANIZZA, M. (2006). Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas. 169-188. Porto Alegre: Artmed.

PAIVA, A. V. (2016). TEORIA E PRÁTICA: UMA SUGESTÃO UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA. Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil: Instituto Latino-americano de ciências da vida e da natureza.

ROCHA, F. S. (10 de 07 de 2019). *Youtube*. Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=EZj4Y8UDpzM>

SOUSA, O. S. (05 de 08 de 2019). *Revistanovaescola.org.br*. Fonte: Revista Nova Escola: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/575/triangulo-qual-o-limite-dos-seus-angulos/sobre>

TASHIMA, M. M., & SILVA, A. L. (2007). As Lacunas No Ensino-Aprendizagem Da Geometria. Itambaracá. Fonte: [http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_marina\\_massaco\\_tashima.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marina_massaco_tashima.pdf)

VALENTE, W. R. (2008). OSVALDO SANGIORGI E O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NO BRASIL. *Revista Diálogo Educacional*, 583-613.

## 8- ANEXOS



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DO PIAUÍ – IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL – PROFMAT



## CARTA DE ANUÊNCIA PARA AUTORIZAÇÃO DE PESQUISA

Solicitamos autorização institucional para realização da pesquisa intitulada: O uso do Desafio Geométrico e seus ladrilhamentos como uma ferramenta de apoio ao ensino de geometria plana na 1ª série do Ensino Médio da Unidade Escolar Hermínio Barreira da cidade de São Gonçalo do Gurguéia, Estado do Piauí, pelo aluno de pós-graduação **Valdimar José de Alencar Ferreira**, sob orientação do Professor **Dr. Egnílson Miranda de Moura**, com o objetivo de aplicar questionários e entrevistas com alunos e professores da área de matemática da referida escola. Ao mesmo tempo, pedimos autorização para que o nome desta instituição conste no relatório final, bem como futuras publicações em eventos e periódicos científico. Ressaltamos que os dados coletados serão mantidos em absoluto sigilo de acordo com a resolução vigente, que trata da pesquisa envolvendo Seres Humanos. Salientamos ainda que tais dados serão utilizados somente para a realização deste estudo ou serão mantidos permanentemente em um banco de dados desta pesquisa, com acesso restrito, para utilização em pesquisas futuras. Na certeza de contarmos com a colaboração e empenho desta Diretoria, agradecemos antecipadamente a atenção, ficando à disposição para quaisquer esclarecimentos adicionais que se fizerem necessários.

Floriano, 30 de maio de 2019.

Valdimar José de Alencar Ferreira  
Valdimar José de Alencar Ferreira

- Concordamos com a solicitação  
 Não concordamos com a solicitação

Zulneide Cirqueira da S. Gama  
Zulneide Cirqueira da Silva Gama  
Diretora  
Zulneide Cirqueira da S. Gama  
Diretora  
Port. GSE Nº 0998/2018  
C.P.F.: 828.551.293-20

## QUESTIONÁRIO I

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2019

Caro (a) estudante,

Você está sendo convidado (a) a participar espontaneamente da pesquisa intitulada de **O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino da geometria plana na 1ª série do Ensino médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI**

Desde já, agradecemos sua contribuição.

**Legenda**



Discordo totalmente



Discordo parcialmente



Não concordo / nem discordo



Concordo parcialmente



Concordo totalmente

1) Consigo aprender com facilidade o assunto de geometria plana.



2) Eu sei para que posso utilizar este assunto no meu dia a dia.



3) Eu gosto de assunto que envolve figuras geométricas.



4) Em relação aos outros assuntos de Matemática que estudei este está entre os mais fáceis.



**PRÉ-TESTE**

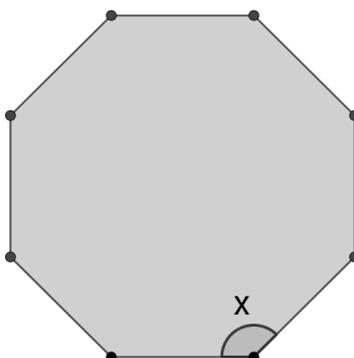
Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2019

Caro (a) estudante,

Você está sendo convidado (a) a participar espontaneamente da pesquisa intitulada de **O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino da geometria plana na 1ª série do Ensino médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI**

Desde já, agradecemos sua contribuição.

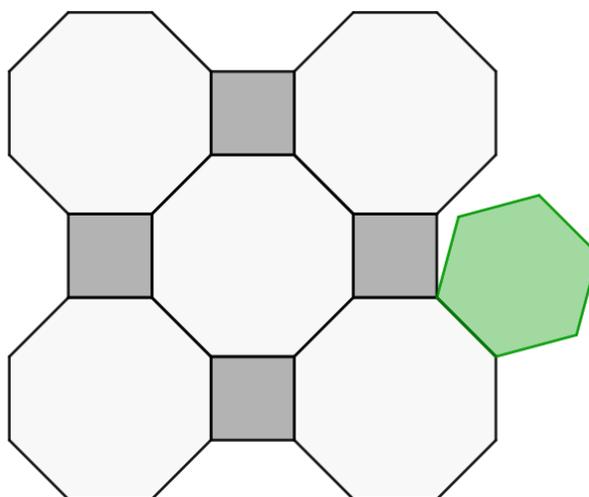
1) Observe a figura abaixo e responda.



Esta figura geométrica é um polígono regular. Assim sendo, todos os seus ângulos internos têm a mesma medida. Um dos ângulos internos foi destacado. Logo o valor de  $x$  na figura é:

- a) (    )  $x = 180^\circ$
- b) (    )  $x = 360^\circ$
- c) (    )  $x = 107^\circ$
- d) (    )  $x = 135^\circ$
- e) (    )  $x = 120^\circ$

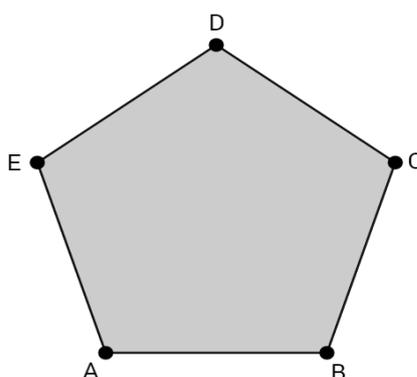
2) Observe a figura e responda:



A imagem acima é um ladrilhamento composto por quadrados e octógonos. Na figura é possível perceber que os quadrados e octógonos encaixam-se perfeitamente sem deixar brechas entre eles. Na mesma imagem foi introduzido um hexágono (verde) e este não encaixou-se inicialmente com as demais figuras. O hexágono não se encaixa perfeitamente na figura pois:

- a) ( ) Pois ele está mal desenhado.
- b) ( ) Pois para que as figuras se encaixem perfeitamente elas devem ter alguma relação entre a soma de seus ângulos internos.
- c) ( ) Pois a figura acima não foi colocada no seu local correto no desenho pois, se fosse, ela se encaixaria perfeitamente.
- d) ( ) Pois para o lugar do hexágono deveria ser colocado um decágono que tem como ângulo interno  $720^\circ$ .

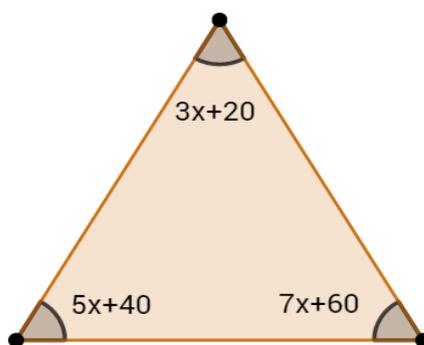
3) Observe a figura:



A figura acima é um polígono regular. O nome dessa figura e a soma dos ângulos internos dela são, respectivamente:

- a) ( ) *Pentágono*,  $300^\circ$
- b) ( ) *heptágono*,  $360^\circ$
- c) ( ) *Pentágono*,  $107^\circ$
- d) ( ) *pentágono*,  $540^\circ$
- e) ( ) *Hexágono*,  $360^\circ$

4) Observe a figura:



O valor de  $x$  é:

- a) ( )  $x = 1$
- b) ( )  $x = 2$
- c) ( )  $x = 3$
- d) ( )  $x = 4$
- e) ( )  $x = 5$

**PÓS-TESTE**

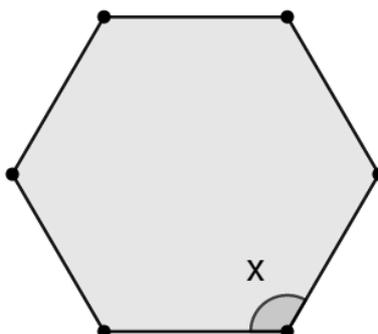
Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2019

Caro (a) estudante,

Você está sendo convidado (a) a participar espontaneamente da pesquisa intitulada de **O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino da geometria plana na 1ª série do Ensino médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI**

Desde já, agradecemos sua contribuição.

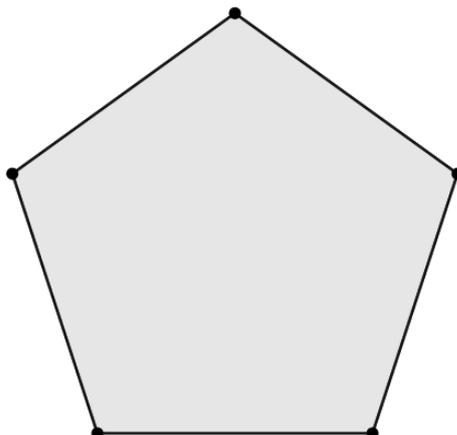
1) Observe a figura abaixo e responda.



Esta figura geométrica é um polígono regular. Assim sendo, todos os seus ângulos internos têm a mesma medida. Um dos ângulos internos foi destacado. Logo o valor de  $x$  na figura é:

- a) ( )  $x = 180^\circ$
- b) ( )  $x = 360^\circ$
- c) ( )  $x = 107^\circ$
- d) ( )  $x = 135^\circ$
- e) ( )  $x = 120^\circ$

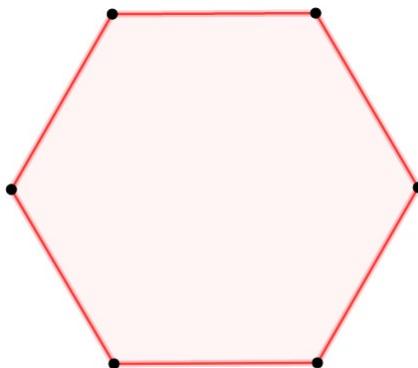
2) Observe a figura e responda:



A imagem acima mostra um pentágono regular. Nas nossas atividades de ladrilhamento nós não conseguimos usá-los em nenhum tipo de ladrilhamento. Na sua opinião, qual o motivo de isso haver acontecido?

- a)  Pois ele está mal desenhado.
- b)  Pois para pudéssemos usar um pentágono regular em nossos ladrilhamentos nós deveríamos usar mais dois pentágonos. Aí sim esse ladrilhamento seria possível.
- c)  Pois a figura acima é composta por cinco lados e isso inviabiliza o seu uso nos ladrilhamentos regulares.
- d)  Pois para que as figuras se encaixem perfeitamente elas devem ter alguma relação entre a soma de seus ângulos internos. Neste caso, o pentágono não pode ser associado a nenhuma figura para a soma dos ângulos ao redor do vértice para somados formarem  $360^\circ$ .

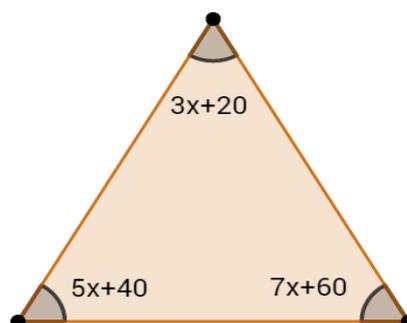
3) Observe a figura:



A figura acima é um polígono regular. O nome dessa figura e a soma dos ângulos internos dela são, respectivamente:

- a) ( ) *Hexágono*,  $120^\circ$
- b) ( ) *heptágono*,  $360^\circ$
- c) ( ) *Hexágono*,  $1080^\circ$
- d) ( ) *pentágono*,  $540^\circ$
- e) ( ) *Hexágono*,  $720^\circ$

4) Observe a figura:



O valor de  $x$  é:

- a) ( )  $x = 1$
- b) ( )  $x = 2$
- c) ( )  $x = 3$
- d) ( )  $x = 4$
- e) ( )  $x = 5$

## QUESTIONÁRIO II

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2019

Caro professor,

Você está sendo convidado (a) a participar espontaneamente da pesquisa intitulada de **O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino da geometria plana na 1ª série do Ensino médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI**

Desde já, agradecemos sua contribuição.

- 1) Os alunos aprendem com facilidade os conteúdos de geometria plana?

---

---

---

---

- 2) Qual é a sua maior dificuldade em ministrar aos seus alunos de ensino fundamental o conteúdo de geometria plana?

---

---

---

---

3) Na sua opinião, como o ensino de geometria plana poderia ser otimizado aos seus alunos?

---

---

---

---

4) Nas suas aulas de geometria plana você desenvolve/desenvolveu alguma atividade prática para o ensino de geometria plana?

---

---

---

---

## QUESTIONÁRIO 3

Data: \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/2019

Caro (a) estudante,

Você está sendo convidado (a) a participar espontaneamente da pesquisa intitulada de **O DESAFIO GEOMÉTRICO E SEUS LADRILHAMENTOS: uma ferramenta de ensino da geometria plana na 1ª série do Ensino médio em São Gonçalo do Gurguéia / PI**

Desde já, agradecemos sua contribuição.

- 1) Na sua opinião, você conseguiu aprender o assunto de Geometria analítica da forma que foi trabalhado em sala de aula com os Ladrilhamentos? Por que?

---

---

---

---

- 2) Pra você, depois de ter participado dos ladrilhamentos e seus complementos, você acha que qual seria a melhor forma de trabalharmos a matemática em sala de aula?

---

---

---

---

- 3) Você acredita que o desenvolvimento deste projeto em sala de aula contribuiu de alguma forma com o seu aprendizado de geometria? Se sim, qual foi a contribuição?

---

---

---

---

- 4) No nosso projeto, nós construímos juntos nossos ladrilhamentos com figuras geométricas plana. Nesta construção, nós usamos figuras que vocês confeccionaram e E.V.A. para tal tarefa. Isto posto, você acredita que estudar matemática no dia a dia escolar tem mais vantagens ou desvantagens em com o uso de material concreto?

---

---

---

---

- 5) Dê sua opinião geral sobre o que você achou de nosso projeto como um todo desenvolvido em sala de aula.

---

---

---

---