INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO MEDIADO PELA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: UM ESTUDO SOBRE O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DOS ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

LUAN DA SILVA SANTOS

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa

Coorientador: Prof. Me. Odimógenes Soares Lopes

Outubro/2019

Floriano – PI

LUAN DA SILVA SANTOS

O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO MEDIADO PELA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: UM ESTUDO SOBRE O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DOS ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Projeto de pesquisa de dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, como requisito para aprovação na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso - TCC.

Área de concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa

Coorientador: Prof. Me. Odimógenes Soares Lopes

Outubro/2019

Floriano – PI

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Santos, Luan da Silva

S237e O ensino de trigonometria no triângulo retângulo mediado pela atividade orientadora de ensino : um estudo sobre o processo de aprendizagem dos alunos da Educação Básica / Luan da Silva Santos. - 2019.
119 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano Mestrado Profissional em Matemática, 2019.
Orientador : Prof Dr. Ronaldo Campelo da Costa.
Coorientador : Prof Me. Odimógenes Soares Lopes.

1. Trigonometria no triângulo retângulo. 2. Atividade orientadora de ensino. 3. Aprendizagem. 4. Análise qualitativa. I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Roberta Kellen Borges de Oliveira CRB 3/1121

INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Floriano

PROFMAT

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ - IFPI
CAMPUS FLORIANO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

LUAN DA SILVA SANTOS

"O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO MEDIADO PELA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: UM ESTUDO SOBRE O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DOS ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA"

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piaui, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 05/10/2019.

BANCA EXAMINADORA

Ronaldo Campelo da Costa

Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI
Orientador

Roberto Arruda Lima Soares

Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI
Avaliador Interno

Edmilsa Santana de Araujo

Profª. Drª. Edmilsa Santana de Araújo
Universidade Federal do Piauí - UFPI
Avaliadora Externa

DEDICATÓRIA

Dedico primeiramente à Deus, pois a ele seja dada toda honra e toda glória. Em especial aos meus pais, minha esposa, meu filho, meus avós, irmãos e a todos meus familiares e amigos pelo imenso apoio, atenção e amor que sempre me deram.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço, meu bom Deus, pelo dom da vida, e por me dar saúde, força e perseverança para concluir esse trabalho e conseguir mais essa conquista em minha vida, que é para mim a realização de um sonho.

Agradeço também a meus amados pais, Salvador Paulo da Silva e Luiza da Silva Santos, pelos cuidados, dedicação e por todo amor e incentivo que me deram ao longo de minha vida, pois, sei que minhas conquistas pessoais e profissionais, tem o mesmo ou até maior significado para eles do que pra mim.

Gostaria também de agradecer minha esposa Larissa, pelo cuidado, e por dividir comigo minhas preocupações e todas as dificuldades que foram enfrentadas e vencidas durante esses mais de 2 anos e 6 meses do curso de mestrado. E a meu filho Cândido Miguel, que é meu maior tesouro, a ele peço até desculpas, pelas inúmeras vezes que me ausentei deixando de brincar com ele, para me dedicar ao curso de mestrado e para fazer esse trabalho.

Ao meu nobre professor e orientador, Dr. Ronaldo Campelo da Costa, sou grato pelo cuidado, paciência e as colocações e correções pertinentes que foram essências para conclusão desse trabalho.

Deixo aqui também meus agradecimentos para minha inesquecível turma de mestrado, Francisco, Luís Leonardo, Valdimar, Jeferson, Ronildo, Lucielma, Ledson, João Paulo, Perivaldo, Thiago, Verônica, Marcelo e Jociel, meu muito obrigado pela convivência saudável, amigável, por todos conhecimentos, momentos de alegrias e pelas longas horas de estudos que compartilhamos durante essa caminhada.

E na pessoa do professor Odimógenes agradeço a instituição IFPI – *Campus* Floriano, que me deu a oportunidade de fazer o curso de licenciatura em matemática e agora o tão sonhado mestrado, a essa instituição, dedico toda minha gratidão, pela educação de qualidade que me ofereceu.

A todos os professores que dedicaram seus tempos para compartilhar seus saberes e suas experiências conosco, sou imensamente grato a todos.

Por fim aos meus irmãos e toda minha família, amigos que sempre me apoiaram e torcem por mim.

RESUMO

SANTOS, L. S. **O ensino da trigonometria no triângulo retângulo mediado pela atividade orientadora de ensino: um estudo sobre o processo de aprendizagem dos alunos da educação básica.** 2019. 119 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2019.

O presente trabalho, representa um estudo feito sobre implementação do ensino do conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, mediado pela Atividade Orientadora de Ensino, com alunos do 2° ano do ensino médio do curso técnico integrado em informática do IFPI-Campus São Raimundo Nonato-PI, o qual tem como objetivo, investigar quais os principais indícios de aprendizagem, que foram identificados nos alunos durante a realização das AOEs e dos momentos de socialização das experiências e dos conhecimentos que foram adquiridos pelos mesmos, ao participarem das aplicações de tais atividades. E as AOEs que foram elaboradas e aplicadas nessa pesquisa, tinham a intencionalidade de fazer com que os alunos, formassem grupos para que se interagissem, e coletivamente buscassem solucionar as situações problemas contextualizadas que envolvia especialmente problemas de calcular distâncias inacessíveis, possibilitando a esses estudantes a desenvolver competências e habilidades, para uma melhor compreensão e ressignificação dos conceitos trabalhos em sala de aula, permitindo aos mesmos a conhecer e entender como esses conceitos matemáticos podem ser aplicados e utilizados em situações reais do nosso cotidiano. Os procedimentos metodológicos utilizados durante essa pesquisa, foram escolhidos de acordo com os objetivos que foram estabelecidos nessa investigação, para que pudéssemos coletar dados suficientes para alcançá-los. Nesse trabalho foi realizado um estudo criterioso e descritivo, através de uma análise qualitativa, dos principais dados coletados durante a execução e aplicação de todas as etapas dessa pesquisa. Verificou-se com os resultados da pesquisa que, de fato, o ensino de trigonometria no triângulo retângulo, através da AOE, contribui para que esses estudantes desenvolvessem as competências em matemática de representação, investigação, compreensão, argumentação e contextualização sócio cultural e algumas habilidades como: Ler, interpretar, procurar, identificar, selecionar, interpretar e compreender textos de matemática e informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; criar e selecionar estratégias de resolução de problemas; discutir ideias e produzir argumentos convincentes e resolver problemas que envolve a medições de distâncias inacessíveis, utilizando os conceitos de razões trigonométricas.

Palavras-Chave: Trigonometria no Triângulo Retângulo. Atividade Orientadora de Ensino. Aprendizagem. Analise qualitativa.

ABSTRACT

SANTOS, L. S. **The teaching of trigonometry in the right-angled triangle mediated by the teaching guiding activity: a study about the learning process of the students of basic education**. 2019. 119 f. Dissertation (Master) - Federal Institute of Piauí - Floriano Campus, Floriano, 2019.

The present work represents a study on the implementation of the teaching of trigonometry content in the right triangle, mediated by the Teaching Guiding Activity, with students of the 2nd year of high school integrated in the IFPI - Campus São Raimundo Nonato-PI, which has The objective is to investigate the main learning signs identified in the students during the performance of the AOEs and the moments of socialization of the experiences and knowledge acquired by them, participating in the application of such activities. And the AOEs that were designed and applied in this research were intended to form students, form groups to interact and collectively seek to solve contextualized problem situations that especially involved inaccessible distance calculation problems, allowing these students to develop skills and abilities, to better understand and reformulate classroom working concepts, letting them know and understand how these mathematical concepts can be applied and used in real situations in our daily lives. The methodological procedures used during this research were chosen according to the objectives established in this investigation, so that we could collect enough data to reach them. In this work, a careful and descriptive study was conducted, through a qualitative analysis, of the main data collected during the execution and application of all stages of this research. It was verified with the research results that, in fact, the teaching of trigonometry in the right triangle, through the AOE, contributes for these students to develop the competences in mathematics of representation, investigation, comprehension, argumentation and socio-cultural contextualization and some Skills. such as: Reading, interpreting, researching, identifying, selecting, interpreting and understanding mathematical texts and problem information; formulate hypotheses and predict results; create and select troubleshooting strategies; discuss ideas and produce compelling arguments and solve problems that involve measuring inaccessible distances using trigonometric rate concepts.

Keywords: Triangle Triangle Trigonometry. Teaching Guiding Activity. Learning. Qualitative analysis.

ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
A.C.	Antes de Cristo
BNCC	Base Nacional Curricular Comum
CSRN	*Campus* SÃO RAIMUNDO NONATO
IFPI	Instituto Federal do Piauí
OCEM	Orientações curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE QUADROS

ÍNDICE DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Atualmente é bastante comum nos depararmos com o fracasso do ensino e aprendizagem de matemática, pois muitas vezes o processo de ensino de matemática foi desenvolvido a partir de um modelo mecânico que valoriza apenas a memorização e a repetição dos conceitos, e com relação a prática da sala de aula, muitos dos problemas que são explorados e trabalhados nos livros didáticos pelos professores permitem somente avaliar se os alunos são capazes de utilizar e reproduzir aquilo que lhes foram ensinados.

Nesta perspectiva, tal modo de ensino, por ser desconectado das vivências dos estudantes, não permite que os mesmos consigam estabelecer alguma relação entre os conteúdos matemáticos estudados com situações do seu cotidiano e nem perceber suas aplicações no mundo real, dificultando assim uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos que são ensinados no ambiente da sala de aula.

Parra (1996) ressalta que, para que o conhecimento tenha sentido, é necessário o aluno não ser só capaz de repetir ou refazer aquilo que lhe foi ensinado, mas também de ressignificar, de adaptar, de transferir seus conhecimentos adquiridos para resolver novos problemas, em situações novas vivenciadas pelos mesmos.

Talvez por isso, observamos um grande número de insucessos nessa disciplina nas escolas, e na tentativa de minimizar esse problema, muitos métodos de ensino que visam facilitar o processo de ensino e aprendizagem na educação matemática vêm sendo utilizados, testados em muitas investigações.

Este trabalho foi desenvolvido com esse intuito, pois nele foi realizado a implementação do ensino do conteúdo de trigonometria do triângulo retângulo, mediado pela Atividade Orientadora de Ensino, com alunos do 2° ano do ensino médio do curso técnico integrado em informática do IFPI-Campus São Raimundo Nonato-PI.

Com a finalidade de trabalhar com esses estudantes, os conceitos básicos da trigonometria em situações práticas, que estão presentes no nosso dia a dia, em especial os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, que servem para medir coisas, e que foram originados exatamente pela necessidade humana de resolver problemas que envolvem o cálculo de medir distâncias que são impossíveis de serem calculadas diretamente.

Portanto, se faz necessário que nós professores do ensino básico, façamos uma reflexão sobre quais conceitos de trigonometria devemos priorizar para trabalharmos no ensino básico, já que é sempre comum ser ensinado na educação básica, em especial no ensino médio, uma grande quantidade de conteúdos de trigonometria, e também os livros didáticos sempre tiveram um volumoso número de páginas destinados a esse tema, por isso, é importante fazermos uma seleção daqueles conceitos de trigonometria que são prioritários para o ensino médio. Já que segundo PCNEM (2000b), esse tema que podemos exemplificar a relação da

> Aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis. (PCNEM, 2000b, p. 44).

Assim buscamos elaborar e desenvolver uma estratégia de ensino para esse conteúdo, pautada na aplicação de atividades estruturadas de acordo com os critérios da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), com a finalidade de facilitar a organização do processo de ensino, para permitir que os alunos compreendam, e utilizem esses conceitos para resolver situações problemas do nosso cotidiano. No que diz respeito a Atividade Orientadora de Ensino é “o conjunto articulado da intencionalidade do educador que lançará mão de instrumentos e estratégias que permitirão uma maior aproximação dos sujeitos e objeto de conhecimento” (MOURA, 1996, p. 19).

As Atividades Orientadoras de Ensino que foram trabalhadas durante essa pesquisa, tinham a intencionalidade de fazer com que os alunos formassem grupos para interagirem entre si, e coletivamente buscassem solucionar as situações problemas contextualizadas que envolvia especialmente problemas de cálculo de distâncias entre dois pontos inacessíveis, possibilitando a esses estudantes a desenvolver competências e habilidades, para obterem uma melhor compreensão e ressignificação dos conceitos trabalhados em sala de aula, permitindo aos mesmos conhecer e entender como esses conceitos matemáticos podem ser aplicados e utilizados em situações reais do nosso cotidiano.

Mediante a essas ideias, fizemos a elaboração e aplicação de quatro atividades de ensino contendo situações desencadeadoras de aprendizagem, que envolveram os conceitos matemáticos de trigonometria no triângulo retângulo, e logo após as aplicação dessas atividades, foi feito um estudo, que buscou responder ao seguinte problema de pesquisa: É possível facilitar o processo de aprendizagem dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, desenvolvendo seu ensino mediado pela Atividade Orientadora de Ensino?

Na busca de soluções para essa problemática, foi estabelecido como objetivo geral dessa pesquisa, investigar quais os principais indícios de aprendizagem, que são identificados nos alunos do 2° ano do ensino médio do curso técnico integrado em informática do IFPI/*Campus* São Raimundo Nonato-PI, com a implementação do ensino da trigonometria no triângulo retângulo mediado pela Atividade Orientadora de Ensino. E para que fosse alcançado esse objetivo, procuramos cumprir com os seguintes objetivos específicos, que foram:

- ✓ Verificar se as atividades trabalhadas com os alunos, possibilitou aos mesmos uma melhor assimilação, ressignificação e compreensão dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, para usá-los para criar diferentes estratégias que buscam resolver situações-problemas que envolvam medições, em especial no cálculo de distâncias entre pontos inacessíveis.
- ✓ Investigar os principais indícios de aprendizagem que foram apresentados pelos alunos, durante a realização dos momentos de socialização das experiências e dos conhecimentos que foram adquiridos pelos mesmos, ao participarem das aplicações de tais atividades.
- ✓ Analisar as principais contribuições e perspectivas que o ensino através de atividades estruturadas de acordo com Atividade Orientadora de Ensino, trouxe para aprendizagem da trigonometria no triangulo retângulo.

A escrita desse trabalho foi organizada em cinco partes, pretendendo assim, uma adequada disposição das informações para melhor compreensão de como foi conduzida essa pesquisa tendo em vista o alcance dos nossos propósitos.

A primeira parte desse trabalho na seção 1, foi destinada para apresentação da fundamentação teórica da pesquisa, no qual apresenta um estudo sobre “OS DESAFIOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DO ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO DE ACORDO COM OS PCNs E A BNCC” no qual destacamos as principais competências e habilidades que tem que ser desenvolvidas nos alunos ao estudarem esses conceitos, de acordo com documentos legais que orientam e organizam a educação básica do nosso país.

Na segunda parte, a seção 2, apresentamos os pressupostos teóricos da “Teoria da Atividade e Atividade Orientadora de Ensino” alguns conceitos dessas teorias, para compreendermos a estruturação e organização do ensino mediado por essas teorias, visando desenvolver e facilitar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos que são trabalhos em sala de aula.

E a terceira parte, na seção 3, foi apresentado os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa, fazendo o detalhamento da caracterização; descrição do campo; participantes; instrumentos de coleta de dados, procedimentos de análise de dados e a organização da metodologia aplicada da pesquisa. Para que possamos entender melhor como foi elaborado e produzido e analisados os dados coletados dessa pesquisa, para que pudéssemos alcançar os objetivos principais desse trabalho.

Já na quarta parte desse trabalho, na seção 4, foram abordados e relatados os principais resultados obtidos, com a realização de um estudo criterioso e descritivo, através de uma análise qualitativa, dos principais dados coletados durante a execução e aplicação de todas as etapas dessa pesquisa.

E por fim, a última etapa, na seção 5, construímos as considerações finais dessa investigação, onde sintetizamos as principais conclusões obtidas ao longo desse estudo, destacando a relevância e as principais contribuições que as AOEs que foram elaboradas e aplicadas nesse trabalho, trouxeram para o processo de aprendizagem dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo.

1 OS DESAFIOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DO ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO DE ACORDO COM OS PCNs E A BNCC

Sabemos que a matemática é uma ciência de extrema importância para humanidade, pois seus conceitos foram originados e desenvolvidos da necessidade do homem de querer solucionar situações problemas de seu cotidiano e de criar instrumentos nos quais facilitam sua sobrevivência no mundo real e também para lhe proporcionar conforto e segurança, permitindo assim o desenvolvimento e modernização das civilizações ao longo do tempo.

E como os conhecimentos matemáticos são utilizados e aplicados em nosso mundo em diversas situações reais, materiais e também como suporte em outras áreas do conhecimento, devido a isso torna-se necessário o uso dessa ciência como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana e para compreender as relações e situações do mundo atual.

Só que hoje é cada vez mais comum depararmos com problemas no processo de ensino e aprendizagem de matemática em nosso sistema educacional, e essa disciplina tem desempenhado um papel importante para a formação dos alunos, a fim de se tornarem cidadãos críticos e reflexivos capazes de interferir no seu meio social, para contribuírem com desenvolvimento da sociedade, e bem como da importância e necessidade de compreender e utilizarmos os conceitos dessa disciplina, para que possamos resolver os problemas que enfrentamos no dia a dia e, assim, entendermos o meio que nos cercam.

E de acordo com dados Saeb (2017), cerca 71 a cada 100 alunos do 3° ano do ensino médio apresenta nível insuficiente em matemática. Pois seus dados apontam que 71, 67% dos alunos possuem nível insuficiente de aprendizagem, e vale ressaltar que destes 22,49% estão no nível 0, que é o nível da escala mais baixo da proficiência, e 23,8% dos estudantes apresentam nível básico de aprendizado, e só 4,5% tem nível adequado de aprendizagem.

Por conta desses baixos desempenhos que nossos alunos, vem obtendo em diversos exames que são realizados para verificar o nível de aprendizado dos mesmos, tem se percebido uma grande mobilização da comunidade da matemática para o desenvolvimento de pesquisas e programas que busquem melhorar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, para superar esses problemas, e tornar essa disciplina mais atraente e acessível a todos.

Assim acreditamos que se faz necessário que nós professores de matemática cada vez mais procurarmos direcionar nosso ensino voltado para cumprir e alcançar os objetivos que são requeridos em nossos currículos comum nacionais, ocasionando assim uma melhora no processo de aprendizagem de matemática, e consequentemente nossos alunos passariam a ter um melhor desempenho nesses exames.

Para isso, é importante nós professores conhecermos e consultarmos o que são determinados e sugeridos nos documentos oficiais como a BNCC e os PCNs, para sabermos quais são os conhecimentos indispensáveis que devem ser priorizados aos estudantes da educação básica. E quais são os principais objetivos que devem ser alcançados, para possibilitar nossos alunos a desenvolver as competências e habilidades fundamentais que são exigidas no currículo escolar.

De acordo com o PCNEM (2002), no ensino médio, etapa final da educação básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parte do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar as situações reais e para desenvolver habilidades e capacidades que deles serão cobradas e exigidas ao longo da vida social e profissional.

Ainda de acordo com o PCNEM (2002) nós professores temos o desafio de permitir que os alunos do ensino médio, possam aprender Matemática de uma forma contextualizada, dinâmica, integrada e relacionada a outros conhecimentos, para desenvolver competências e habilidades que são essencialmente formadoras, instrumentalizando e estruturando o pensamento do aluno, e assim capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

No PCNEM (2002) para a área da Matemática e suas Tecnologias foi estabelecido três grandes competências como metas a serem perseguidas durante essa etapa da escolaridade básica e complementar do ensino fundamental para todos os brasileiros que são elas:

• Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
• Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
• Contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico. (PCNEM, 2002, P.114)

Já de acordo com a BNCC (2018) é sugerido que os alunos desenvolvam no ensino médio as cincos competências específicas na área da matemática e suas tecnologias, que são estas descritas abaixo.

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BNCC, 2018, p. 531)

E a BNCC e os PCNs para cada competência dessa, apresentam também as habilidades que tem que ser desenvolvidas nos alunos em relação aos conteúdos que são ensinados no ensino médio. O que torna esses documentos bastante importantes para orientar nós professores, como devemos organizar e desenvolver nossas atividades educacionais.

E dentro dos conteúdos matemáticos que são estudados no ensino médio, este trabalho faz um estudo a respeito do processo de aprendizagem da trigonometria, ao realizar o ensino dos conceitos específicos da trigonometria no triângulo retângulo, usando os pressupostos teóricos da AOE, para organizar, analisar e avaliador todo esse processo.

A trigonometria é um conceito matemático que foi inicialmente originado da necessidade de resolver problemas que envolve medir distâncias, em especial, medir distâncias entre pontos inacessíveis, fazendo uma relação entre os ângulos e lados de um triângulo. A palavra trigonometria é de origem grega, no qual Trigonos = triângulos e metron = medir, assim Trigonometria tem significado de: medida dos triângulos.

E de acordo com Dantes (2005, p. 187) a trigonometria foi considerada uma parte da matemática que tinha o objetivo realizar o cálculo das medidas dos elementos (lados e ângulos) de um triângulo. Como a trigonometria estabelece relações entre as medidas de ângulos e de segmentos, foi também considerada originalmente como uma extensão da geometria.

Hoje a trigonometria é aplicada em vários ramos, e na própria matemática, por exemplo: nos campos da matemática de geometria e análise, em outros campos, como engenharia civil, eletricidade, mecânica, arquitetura, topografia, navegação marítima, astronomia, acústica, em estudos de fenômenos periódicos da física, da medicina e da música, tais aplicações mostram que a trigonometria está aplicada em vários conceitos, que são bem diferentes das relações dos elementos do triângulo que a originou.

Embora esse conteúdo tenha essas infinidades de aplicações, por muitas vezes ao longo do tempo, o ensino e aprendizagem dos conceitos de trigonometria, encontrou sempre muitas dificuldades, dentre as quais é comum verificarmos em nossa experiência na docência e nos relatos de outros professores que por muito tempo nos currículos escolares e nos livros didáticos apresentaram uma grande extensão de conteúdos programáticos de trigonometria, e a maioria das vezes restam pouco tempo para trabalhar tais conteúdos, ocasionando muitas vezes um ensino mecânico e descontextualizado, que busca explorar cálculos algébricos envolvendo identidades e equações trigonométricas, valorizando a análise de gráficos de funções trigonométricas. Pois, o PCNEM (2002) ressalta que:

> Apesar de sua importância, tradicionalmente a **trigonometria** é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas

> que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. (PCNEM, 2002, p. 118 – 119)

Ainda de acordo com PCNEM (2002) o processo de ensino e aprendizagem em trigonometria devem procurar desenvolver o estudo das funções seno, cosseno e tangente dando ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas.

Logo, se faz necessário que nós professores busquemos selecionar os conteúdos que devem ser priorizados de acordo com o currículo comum do ensino médio e do projeto pedagógico da escola, objetivando alcançar os principais objetivos que são estabelecidos e desenvolver nos alunos as competências e habilidades que serão cobrados de nossos alunos em sua trajetória acadêmica e profissional. Pois, segundo o PCNEM (2000b) Não é suficiente revermos a forma ou a metodologia de ensino, se mantivermos:

> O conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade. (PCNEM, 2000b, p. 43)

Também de acordo com PCNEM (2000b) os critérios para a escolha ou seleção de temas ou tópicos em Matemática para ser trabalhos em sala de aula, devem visar o desenvolvimento das competências e das habilidades que já foram descritas aqui. E o critério central que devem reger essas escolas são o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema ou tópico permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e também entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, o da relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Assim, os conceitos programáticos de trigonometria que acreditamos que devem ser trabalhos com nossos alunos, são aqueles que são destinados para resolver problemas de medições, ou seja, que servem para medir coisas de nosso mundo, principalmente distâncias inacessíveis, essa parte pode ser chamada de trigonometria prática, que foi originada exatamente para essa necessidade de solucionar problemas de medições. A outra parte que podemos trabalhar, é aquela destinada ao aspecto das funções trigonométricas, priorizando suas aplicações em outras ciências e em fenômenos periódicos.

E de acordo com o PCNEM (2002) unidade temática da Trigonometria os conteúdos propostos que devem ser trabalhos são: trigonometria do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta. E as habilidades que devem ser desenvolvidas pelos, os alunos são: Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problemas que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos; Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais.

Já as funções seno, cosseno e tangente eram conteúdos propostos para ser trabalhados na unidade temática de **Variação de grandezas**, e as habilidades que tinham que ser desenvolvidas nessa unidade eram: Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problemas, construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática; Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana.; Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes; Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas; Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis.

Para as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) entre alguns tópicos que são usualmente presentes no estudo da trigonometria podem ser dispensados, como, por exemplo, o estudo das outras três razões trigonométricas, as fórmulas para sen(a+b) e cos(a+b), que tanto exigem dos alunos para serem memorizadas. E ainda de acordo com OCEM (2006) é preciso que nós professores tenhamos atenção na transição no estudo do seno e do cosseno no triângulo retângulo (em que a medida do ângulo é dada em graus) para:

> Para o seno e o cosseno, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos. As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre 0º e 180º. Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve f (x) = seno (x), usualmente a variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. (OCEM, 2006, p. 74)

Ainda segundo OCEM (2006) é importante que ao trabalharmos com as funções trigonométricas seno e cosseno, fazermos a associação desses conceitos com a fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas podem e devem ser colocadas em segundo plano.

Contudo, que foi apresentado sobre os principais objetivos do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de trigonometria, esse trabalho desenvolveu o ensino da trigonometria, priorizando o ensino dos conceitos do triângulo retângulo, mediado pela AOE, no qual por meio de situações de aprendizagem, que foram apresentadas por histórias virtuais, onde buscavam mostrar as aplicações desses conceitos na resolução de problemas reais que envolve medições de distâncias impossíveis de serem medidas diretamente, que procuraram fazer com que os alunos desenvolvessem competências de habilidades que são propostas nos PCNs.

2 A TEORIA DA ATIVIDADE E ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO APLICADA NO ENSINO

A partir da abordagem histórica cultural estruturada por Vigotsky[1], foram desenvolvidos estudos sobre a atividade humana sobre a liderança de Alexei Leontiev, que resultaram na teoria da atividade (TA), e que Libâneo e Freitas (2006) contam que essa teoria ao longo do tempo foi ampliada, por alguns autores, dentre eles, podemos destacar Galperin (Psicologia Infantil), Boyovich (Psicologia da Personalidade), Elkonin (Psicologia do desenvolvimento), Zaporoyetz (Psicologia da evolução), Levina (Psicologia da Educação).

E de acordo com Mendes (2018b) a Teoria da atividade começou a tomar consistência entre os psicólogos soviéticos especializados em educação no início da década de 1960. Apesar de Leontiev e Luria fazerem parte da escola vigotskiana, estudando-se com seriedade e cuidadosamente os textos escritos por Vigotski, não se encontram ideias sobre a teoria da atividade, estes só foram desenvolvidos por Leontiev a partir dos anos 1930 e foram nomeadas como uma fiel continuação do pensamento de Vigotski.

E estudos voltados para a teoria histórico-cultural da atividade de Leontiev no Brasil, são mais raros do que estudos direcionados para teoria histórico cultural de Vygotsky, pois, segundo Libâneo e Freitas (2006) a teoria Vygotsky chegou aos poucos no Brasil, a partir da segunda metade da década de 1970. E já na década de 1980 foram feitos alguns grupos de estudos sobre a obra deste autor na PUC/SP e na Unicamp, o que influenciou a formação de outros grupos em universidades de Minas Gerais e do Rio de Janeiro. Os estudos e pesquisas sobre essa teoria se intensificaram a partir da segunda metade dos anos 1980, favorecidos pelo contexto de redemocratização política do país, estando disponível hoje uma vasta bibliografia (PINO E MAINARDES, 2000).

Esses mesmos autores, relatam que os estudos relacionados especificamente em relação à teoria histórico-cultural da atividade tiveram início na década de 1990, mais recentemente, cumpre destacar os trabalhos do grupo coordenado pelo

[1] Como o idioma russo possuir um alfabeto diferente do ocidental, então encontramos diferentes formas de escrever o nome deste autor, tais como Vygotsky, Vygotski, Vigotskii Vigotski. Assim optamos por manter a grafia tal como aparece em cada obra citada.

professor Manoel Oriosvaldo Moura na FE/USP (p.ex. MOURA, 1996; 2001; 2002; SFORNI, 2003; CEDRO, 2004). Registre-se também que a teoria da atividade, na versão de Leontiev (1983) e seguidores, tem sido largamente utilizada em Cuba por professores dedicados à metodologia do ensino superior, vinculados ao Centro de Estúdios para el Perfeccionamiento de la Educación Superior (Universidade de Havana) que a tem difundido em países latino-americanos em cursos de pós-graduação realizados por convênio com instituições universitárias, inclusive brasileiras.

Para Leontiev a Teoria da Atividade busca explicar os problemas do desenvolvimento da mente humana, a qual está relacionada à consciência e à personalidade. Assim a estrutura da atividade é constituída, então, das necessidades humanas, dos seus motivos, metas, propósitos e condições. E através da atividade, o indivíduo não apenas se relaciona com o mundo, mas o produz e é produzido por ele. (BULGACOV et.ali, 2014). Além disso, para Leontiev (2010) não podemos chamar todos os processos de atividade, pois:

> Por esse termo designamos apenas aqueles processos que, realizando as relações do homem com o mundo, satisfazem uma necessidade especial correspondente a ele. Nós não chamamos de atividade um processo como, por exemplo, a recordação, porque ela, em si mesma, não realiza, via de regra, nenhuma relação independente com o mundo e não satisfaz qualquer necessidade especial. Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo. (LEONTIEV, 2010, p. 68)

E o conceito de atividade está necessariamente interligado ao conceito de motivo. Não pode haver atividade sem que haja um motivo. Uma atividade “não motivada” não é uma atividade sem um motivo: é uma atividade cujo motivo se encontra objetiva e subjetivamente oculto (LEONTIEV, 1983). Pois, de acordo com Leontiev (1878) a primeira condição de:

> Toda atividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra sua determinação no objeto, o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula. (LEONTIEV, 1978, p. 115)

Pelo texto acima, o autor procura fazer uma distinção entre os conceitos de atividade e de necessidade, esclarece que a necessidade de realizar uma certa ação, encontra sua determinação no próprio objeto, que assim se torna o motivo principal da realização daquela atividade.

Além disso, para Leontiev (2010) podemos separar as atividades em tipos diferentes, as diferindo entre si de acordo com suas características, por exemplo: de acordo com a sua forma, de acordo com os métodos de realizá-los, de acordo com sua intensidade emocional, de acordo com suas necessidades de tempo e espaço, de acordo com seus mecanismos fisiológicos, etc.

Ainda segundo o autor, a principal coisa que distingue uma atividade de outro, no entanto, é a diferença de seus objetos. É exatamente o objeto de uma atividade que lhe dá uma direção determinada. De acordo com terminologia que propus, o objeto de uma atividade é seu verdadeiro motivo. Entende-se que o motivo pode ser material ou ideal, seja presente na percepção ou exclusivamente na imaginação ou no pensamento. O importante é que por trás da atividade deve sempre haver uma necessidade, que deve sempre responder a uma necessidade ou outra.

Vale ressaltar que para Leontiev, a atividade humana tem sua estrutura composta pelos seguintes elementos: necessidade, motivo, ação, e operação. E para termos um melhor entendimento a cerca de uma determinada atividade se realiza, é importante entendermos as operações e ações que são realizadas durante essa atividade.

Leontiev (1983) classifica o conceito de ação como um processo que está subordinado a representação de um resultado que terá de ser alcançado, ou seja, o processo subordinado a um objetivo consciente. Da mesma maneira que o conceito de motivo se relaciona com o conceito de atividade, assim também o conceito de objetivo se relaciona com o conceito de ação.

Já a operação é um componente da atividade que de acordo com Leontiev (2010), pode ser entendida como o modo que se executa um ato. Uma operação é o conteúdo necessário de qualquer ação, só que componentes são distintos. Pois, uma mesma ação pode ser efetuada por diferentes operações e, também, numa mesma operação pode-se, ocorrer de ser realizado diferentes ações: isto ocorre porque uma operação dependente das condições em que o objetivo da ação é dado, enquanto uma ação é determinada ou subordinada pelo objetivo.

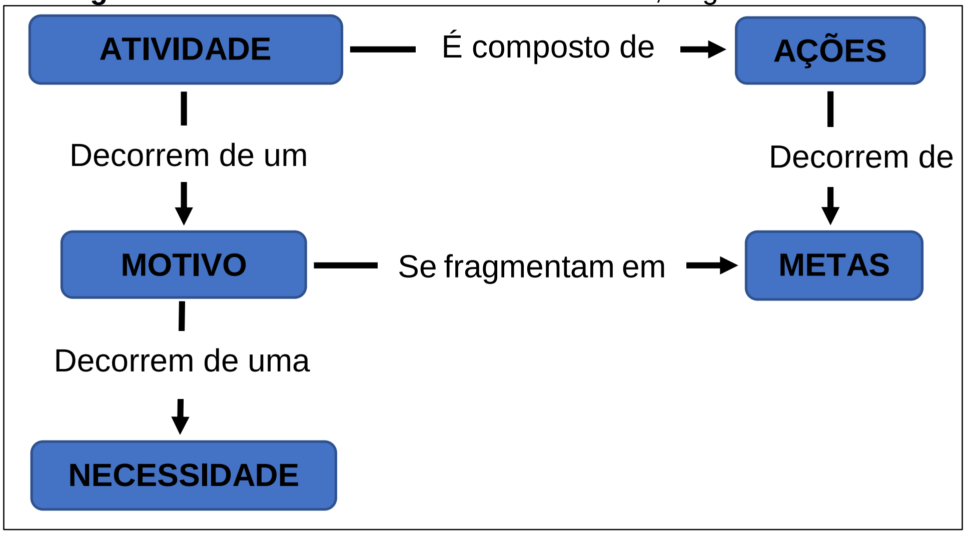
E para esclarecer distinção entre esses conceitos o autor, apresenta um exemplo bem simples, para esclarecer isto da seguinte maneira:

> Admitamos que eu tenha concebido o objetivo de decorar versos. Minha ação consistirá, então, em uma ativa memorização deles. Todavia, como farei isso? Em um caso, por exemplo, se no momento eu estiver sentado em casa, eu talvez prefira escrevê-los; em outras condições eu recorrerei à repetição dos versos para mim mesmo. Nos dois casos, a ação será a memorização, mas os meios de executá-la, isto é, as operações de memorização serão diferentes. (LEONTIEV, 2010, p.72)

Assim conclui-se que toda operação é uma transformação da ação. E Leontiev destaca que só existe um tipo de operação, no qual é a operação consciente. E Leontiev (2010) afirma que para que as operações conscientes se desenvolvam é comum (estudos experimentais demonstram) que elas se formem primeiramente como ações, e não podem surgir de outra maneira. Já, que as operações conscientes são formadas inicialmente como um processo dirigido para execução de um ato, que só aos poucos adquire a forma, em alguns casos, de hábito automático.

E de acordo com o autor para transformar uma ação de um indivíduo em uma operação, e consequentemente, em uma habilidade ou habito, é preciso que se apresente ao indivíduo um novo propósito com o qual sua ação dada tornar-se-á o meio de realizar outra ação. Em outras palavras, aquilo que era o alvo da ação dada deve ser convertido em uma condição da ação requerida pelo novo propósito. Podemos entender como são relacionados os conceitos básicos da estrutura básica de uma atividade pela figura abaixo:

Figura 1 – Estrutura básica de uma atividade, segundo Leontiev.



Fonte: Lima (2017)

Como, a teoria da atividade é uma abordagem filosófica e psicológica que busca entender o processo de desenvolvimento e transformação do psíquico humano, fazendo um estudo e análise de como consciência humana, está interligada as atividades humanas, verificando realização dessas atividades com suas interações individuais e sócias no contexto real.

Pois, a Teoria da Atividade tem sua atenção focada no movimento ativo que existe entre a consciência e a atividade. Ela não considera o conhecimento como simples processo de transmissão, mas sim em algo que tem seu apoio constituído na intencionalidade, história, mediação, colaboração e desenvolvimento, que buscam favorecer a construção da consciência. Esta não é um agregado de realizações isoladas, mas, fruto da prática cotidiana, quando o movimento consciente de dar sentido às coisas aflora da atividade ou das reflexões que fazemos sobre ela (NARDI, 1996 apud COSTA, 2016).

Assim, os pressupostos teóricos da Teoria da Atividade, servem como ancora para estudos voltados ao campo da educação, pois, os conhecimentos produzidos nessa teoria, serviram para entendermos melhor as atividades pedagógicas que organizam o nosso processo educacional de ensino e aprendizagem. Carvalho e Barreto (2014) relata que:

> As contribuições dessa perspectiva teórica para a organização do ensino de Matemática se dá de modo que os conteúdos desta área do saber sejam trabalhados, oportunizando aos estudantes a apropriação teórica dos conceitos matemáticos. Assim, passando a perceber a Matemática como uma atividade do ser humano na produção e na apropriação dos seus saberes. (CARVALHO; BARRETO, 2014, p.31)

Já Asbahr (2005, p. 114) ressalta que “Compreender a significação social da atividade pedagógica é fundamental para investigar o que motiva o professor a realizar tal atividade, ou seja, qual é o sentido pessoal da atividade docente ao professor”. E para D’Ambrósio (2012) a educação, pode ser notada como uma atividade no qual que serve como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual ou coletivo gerado por grupos culturais, com motivo comum de avançarem na satisfação de suas necessidades.

Vale, ressaltar que uma das pesquisas voltadas para o campo da educação que usou os pressupostos teóricos da Teoria da Atividade, foi feita por Manoel Oriosvaldo Moura, para solucionar o seguinte questionamento: “como sistematizar o ensino a ponto de que a aprendizagem se concretize e assim os sujeitos entrelaçados na atividade pedagógica possam progredir em suas máximas possibilidades na atividade humana?". Que resultou na construção da Teoria da Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

Pois, de acordo com Lopes (2009, p. 96). "Com base nos aportes teóricos da teoria da atividade, ressaltando a organização do ensino e o compartilhamento como elementos importantes para a apropriação do conhecimento, Moura propõe a atividade orientadora de ensino". Para Moura (2001):

> Chamamos de atividade orientadora de ensino aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação problema. [...] A atividade orientadora de ensino tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende. (Moura, 2001, p. 155)

Então a AOE, permite que o professor possa organizar o processo de ensino e aprendizagem, como uma atividade no qual tem seu objetivo principal de aproximar os alunos de um conhecimento específico, em que através dos métodos e recursos didáticos e ações que são devidamente planejadas, possibilita aos mesmos se apropriarem de um determinado saber. Pois, segundo Libâneo (2004, p. 7) "o ensino, mais do que promover a acumulação desconhecimentos pelo aluno, cria modos e condições de desenvolver a capacidade de colocar-se ante a realidade para pensá-la e atuar nela".

E a construção e formação do conhecimento é mediada pela maneira de aprender dos alunos e de ensinar dos professores, o que nos permite interpretar que o educador, ao assumir uma sala de aula, tem papel preponderante no que diz respeito à apropriação de saberes como parte integrante do processo de ensinar, enfrentando o desafio de promover o desempenho dos alunos, selecionando e buscando os recursos didáticos e promovendo ações necessárias para desenvolvimento das atividades planejadas, para que os estudantes adquiram o conhecimento escolar exigido no currículo, tornando assim melhor a qualidade do ensino e promovendo aprendizagem mais significativa na atividade. (COSTA, 2016)

Também de acordo com Moura et. al. (2010a) para que a aprendizagem se concretize para os estudantes e se constitua efetivamente como atividade, a atuação do professor é fundamental, ao mediar a relação dos estudantes com o objeto do conhecimento, orientando e organizando o ensino. As ações do professor na organização do ensino devem criar ou despertar, no estudante, a necessidade do conceito, permitindo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo. O professor, é o agente que concretiza objetivos sociais objetivados no currículo escolar, organiza o ensino: define ações, elege instrumentos e avalia o processo de ensino e aprendizagem.

Assim, Moura et. ali*,* (2011c), destaca que AOE, é uma expressão da unidade entre teoria e prática, pois é composta por conteúdos, objetivos e métodos dimensionados pelas interações histórico-culturais dos três elementos fundamentais do ensino: o objeto do conhecimento, o professor e o estudante.

O autor afirma, que na AOE, a presença desses três elementos é fundamentada no materialismo histórico-dialético, o que implica superar uma relação unívoca entre eles. Essa superação é alcançada a medida que a atividade de ensino e aprendizagem possibilita aos alunos a ter apropriação dos conceitos que são trabalhados em sala de aula, realizando uma atividade semelhante ao de sua dinâmica original de produção, ou seja, de seu movimento lógico e histórico. Pois LIBÂNEO (2004) ressalta que no desenvolvimento dos processos de:

> Ensinar a aprender a aprender, à medida que envolvem situações específicas em sala de aula com a intervenção pedagógica do professor, é necessário levar em conta alguns fatores que afetam a motivação .Trata-se, primeiro, de que os conteúdos tenham significação e valor dentro do contexto cultural de vida dos alunos; segundo, de criar um clima de interação social propiciador da cooperação entre alunos e entre o professor e os alunos; terceiro, de uma atitude do professor que, ao lado de sua função de dirigir a classe, também é um guia da atividade independente dos alunos, o que implica habilidades de comunicação e de interação; quarto, de uma convicção do professor de que ele é o profissional capacitado a orientar a atividade cognitiva do aluno (LIBÂNEO, 2004, p. 7).

É importante salientarmos também que, a atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade de aprendizagem do aluno. Ela deve despertar nele um motivo especial para a sua atividade, que são: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade. É com esse intuito que o professor planeja a sua própria atividade e suas ações de orientação, organização e avaliação. Entretanto, considerando que a formação e construção do pensamento teórico e da conduta cultural só é possível como resultado da própria atividade do homem, decorre que tão importante quanto a atividade de ensino do professor é a atividade de aprendizagem que o estudante desenvolve. (MOURA et ali*,* 2010a)

E durante a realização de uma AOE, o professor se coloca em atividade de ensino, fazendo a organização de ações que promovam a atividade de aprendizagem de seus alunos, ocasionando assim sua própria formação, permitindo a ele tomar consciência de seu trabalho, possibilitando para que a aprendizagem ocorra de forma sistemática, intencional e organizada. E para Moura *et. ali,* (2010a) o professor que:

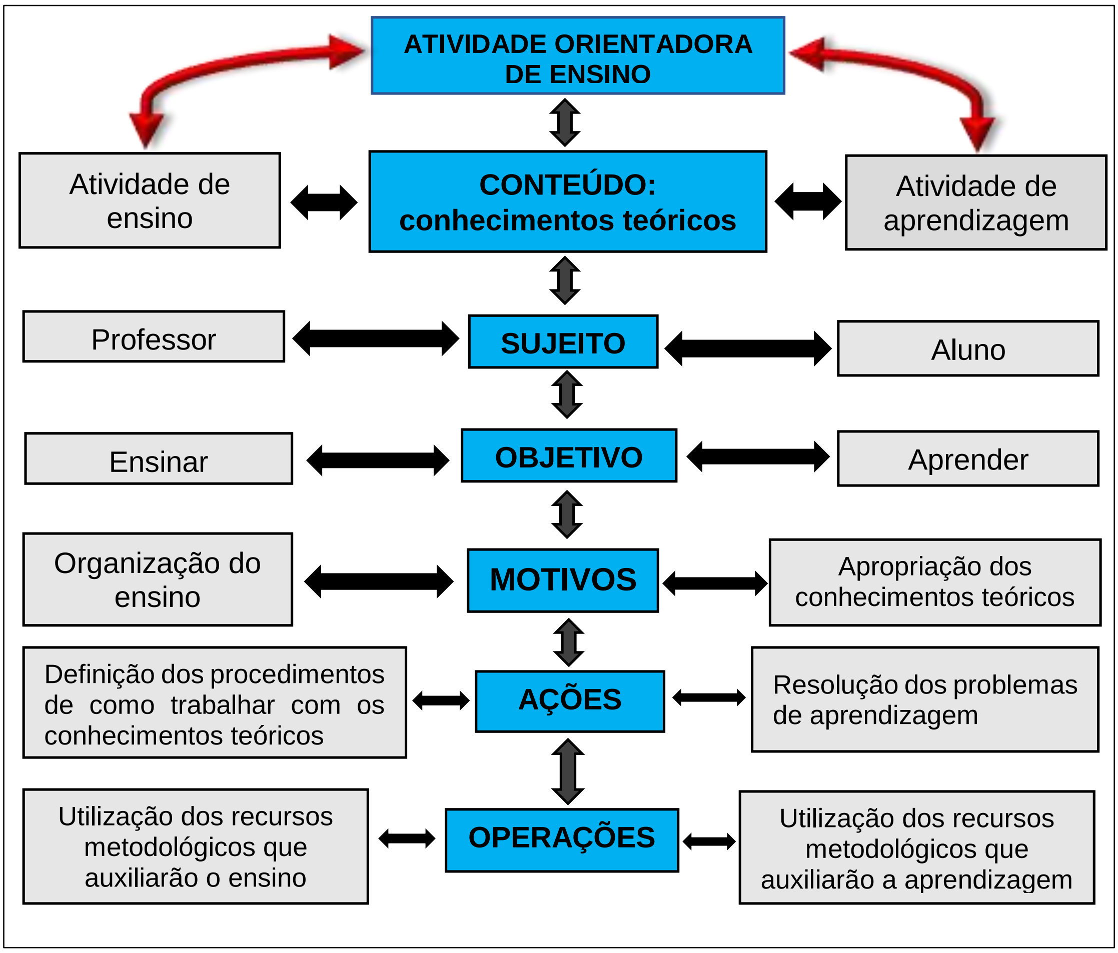
> Tem por objetivo ensinar o estudante e que, entretanto, nas discussões coletivas, no movimento dos motivos de sua atividade, das ações, operações e reflexões que realiza, aprende a ser professor aproximando o sentido pessoal de suas ações da significação da atividade pedagógica como concretizadora de um objetivo social. (MOURA et. al., 2010a, p. 108)

E os elementos característicos estruturais que compõe AOE, que podemos destacar são: necessidades, motivos, ações, operações, esses elementos permitem que ela seja objeto de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem. Portanto, a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem só podem ser separadas para fins de explicação didática; entretanto, é importante que os motivos de ambas devem se coincidirem para que sejam concretizadas.

Tal motivo é nada mais, do que apropriação pelos alunos, da experiência histórica acumulada, pela via do pensamento teórico e dos conceitos científicos, visando ao desenvolvimento do psiquismo, das funções psíquicas superiores. Não há sentido algum, na atividade de ensino se ela não ocasiona a atividade de aprendizagem; por sua vez, não existe a atividade de aprendizagem intencional se ela não se dá de forma consciente e organizada por meio da atividade de ensino. (MOURA et. ali, 2010a)

Assim, a AOE possui a mesma estrutura de atividade proposta por Leontiev, pois ela propõe uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propor ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar. (MOURA et. ali*,* 2010a). A relação entre atividade de ensino, atividade de aprendizagem e os elementos que compõe a estrutura da atividade orientadora de ensino, podem ser representadas de acordo com a figura 2 abaixo.

Figura 2 – Relação entre atividade de ensino e aprendizagem com os elementos e estruturantes da AOE.



Fonte: Moura et. ali, (2010b, p. 219)

É importante sabermos que AOE, é um procedimento metodológico, que se desenvolve a partir de três momentos que buscam aproximação entre a organização do ensino do professor e a organização lógico-histórica dos conteúdos que são trabalhados em sala de aula, esses três momentos são: a síntese histórica do conceito, a situação desencadeadora de aprendizagem e a síntese da solução coletiva.

De acordo com Perlin (2014) A *síntese histórica do conceito* é caracterizada pela apropriação, por parte do professor, da origem do conceito no percurso da história da humanidade, o que exige dele dedicar-se a momentos de estudo. Pois, se refere a lógico-histórica do movimento de apropriação da cultura humana, que deve conter a origem dos conceitos científicos com o qual se quer trabalhar em sala de aula. Essa possibilita ao professor apropriar-se do aspecto pedagógico da história do conceito. Esta etapa da atividade, que é desenvolvida pelo professor, tem prioridade pela apropriação do processo histórico de construção dos conceitos e dos objetos desenvolvidos pela humanidade ao longo dos anos.

Já a situação desencadeadora de aprendizagem, seu objetivo principal é proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, aproximando-o dos conceitos que serão trabalhados em sala de aula, de modo que suas ações sejam realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem, para que ocorra a apropriação dos conhecimentos. Assim a situação desencadeadora de aprendizagem tem o intuito de buscar motivar aos estudantes a criarem estratégias para solucionar o problema desencadeador da atividade.

E de acordo com Moura et. ali, (2010a) a situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade e a importância que levou a humanidade à construção do referido conceito, como surgiram os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens conseguiram criar estratégias para solucionar esses problemas, fazendo uma síntese do seu movimento lógico-histórico.

Ainda de acordo com esse autor as situações desencadeadoras de aprendizagem de uma AOE podem ser materializadas e apresentadas por meio de diversos recursos metodológicos. Dentre eles, podemos destacar o jogo, as situações emergentes do cotidiano e o que chamam de história virtual do conceito. A história virtual pode ser entendida como:

> Uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade. (Moura et al., 2010a, p. 105)

Moura (1996a) comenta que o jogo é uma atividade que possibilita a criança conhecer, atuar e se apropriar do mundo real no qual ela está inserida. E é no ato de jogar, na ação concreta de interação com as outras crianças, na intervenção em sua realidade que a criança passa refletir sobre os objetos de conhecimento. Adquire, dessa forma, novos saberes sobre si mesma, sobre os papéis sociais, sobre as regras da vida em grupo, sobre os saberes das diversas áreas do conhecimento construídos pelo homem ao longo da história.

E a síntese da solução coletiva, é a solução matemática do problema desencadeador da AOE, no qual foi elaborada pelos alunos em coletividade. Pois, Moura et. ali, (2010a) afirma que na AOE, a solução da situação problema desencadeadora da atividade pelos alunos deve ser realizada na coletividade. Isso se dá quando a atividade promove a interação entre os indivíduos, lhes proporcionando situações que exigem o compartilhamento de ações e trocas de ideias para criarem estratégias que resolvam uma determinada situação que surge em certo contexto. Contudo, que foi exposto, permite o autor conclui que:

> Os fundamentos teórico-metodológicos da AOE, cujos pressupostos estão ancorados na teoria histórico cultural e na teoria da atividade, são indicadores de um modo de organização do ensino para que a escola cumpra sua função principal, que é possibilitar a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos estudantes. Assim, a AOE, como mediação, é instrumento do professor para realizar e compreender seu objeto de estudo: o processo de ensino de conceitos. E é instrumento do estudante, que, por meio dela, pode apropriar-se de conhecimentos teóricos. (MOURA et al., 2010a, p. 109)

Portanto, a partir dos pressupostos teóricos e de todas as ideias apresentadas sobre a AOE, permite lhe caracterizar como um recurso didático metodológico e teórico e também de investigação, então entendemos que AOE representa um instrumento que possibilita a organização do ensino, pois, possibilita o professor planejar a sua própria atividade e suas ações de mediação, organização e avaliação do processo de aprendizagem dos alunos.

Assim, através dos pressupostos teóricos da AOE, nesse trabalho elaboramos e organizamos nossa atividade de ensino dos conceitos de trigonometria do triângulo retângulo, usando como recurso didática a história virtual, no intuito de aproximar os alunos desses conceitos e através das situações problemas desencadeadoras, promovemos ações, que os possibilitassem a leva-los a pensar, refletir, trocar ideias, levantar hipóteses, criar estratégias que buscassem coletivamente solucionar os problemas desencadeadores apresentados na AOE, sem a interferência do professor.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo do trabalho, será exposto os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa, relatando a caracterização; descrição do campo; participantes; instrumentos de coleta de dados, procedimentos de análise de dados e a organização da metodologia aplicada da pesquisa.

3.1 Caracterização da pesquisa

Este trabalho foi realizado através de uma pesquisa de natureza aplicada, em que sua finalidade foi buscar a produção conhecimentos para aplicação prática e conceitual visando a solução de problemas específicos a respeito do tema escolhido neste estudo. Para Silva e Menezes (2005, p. 20), tem-se que a "pesquisa aplicada: objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais".

Em relação de abordagem do problema da pesquisa, que era "É possível facilitar o processo de aprendizagem dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, desenvolvendo seu ensino mediado pela Atividade Orientadora de Ensino?", se deu de forma qualitativa, fazendo uma análise que busca interpretar e compreender os aspectos qualitativos dos dados produzidos pela investigação desse problema, considerando os critérios subjetivos e característicos dos sujeitos que participaram deste estudo.

Tendo em vista a pesquisa qualitativa "a opinião, a expressão, os valores, as manifestações dos sujeitos são objetos de análise. Trata de critérios subjetivos aos objetivos que buscam compreender os fenômenos sociais" (MACÊDO; EVANGERLANDY, 2018, p. 72).

A abordagem qualitativa procura focar no processo da realização da pesquisa e nos seus significados, para entendimento do fenômeno como um todo, e assim busca entender ou descrever uma visão mais detalhada e complexa a respeito do problema em estudo, sem se preocupar em apresentar resultados obtidos por métodos e técnicas estatísticas, sobre isso Silva e Menezes (2005), apresenta a pesquisa qualitativa do seguinte modo:

> Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (MENEZES; SILVA, 2005, p. 20)

Quanto ao tipo da pesquisa, trata-se de um estudo descritivo, pois esse estudo tem como intuito investigar os principais indícios de aprendizagem, que são identificados nos alunos, particularmente investigamos como se dá o processo de ensino e aprendizagem da trigonometria básica mediado pela Atividade Orientadora de Ensino. Sendo assim, se fez necessário buscar analisar, entender, descrever e interpretar os fatos do campo pesquisado sem interferência do pesquisador, para destacar as principais características e sinais de aprendizagem que foram apresentados pelos alunos durante toda a realização dessa pesquisa. De acordo com Gil (2008), as pesquisas descritivas:

> Têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados. (GIL, 2008, p. 28).

Já o procedimento técnico escolhido para realização desse trabalho, foi o estudo de caso, para ser obtido como resultado uma investigação delimitada e definida ao grupo de estudantes participantes da pesquisa, alcançando um estudo bem detalhada a respeito dos indícios de aprendizagem que são identificados, com o ensino mediado pela atividade orientadora de ensino.

Assim, a grande relevância do estudo de caso, é por “fornecer o conhecimento aprofundado de uma realidade delimitada que os resultados atingidos podem permitir e formular hipóteses para o encaminhamento de outras pesquisas.” (TRIVIÑOS, 1987, p.111).

3.2 Descrição do local e dos participantes da pesquisa

Esta pesquisa foi realizada no Instituto Federal do Piauí – IFPI, Campus São Raimundo Nonato que fica localizado na Rodovia BR 020, S/N, Bairro Primavera - CEP: 64.770-000. O campus São Raimundo Nonato foi implantado no ano de 2010, com autorização de funcionamento obtido pela Portaria nº 97, de 29 de janeiro de 2010, do Ministério da Educação (MEC). O mesmo está voltado ao exercício das atividades permanentes de ensino, pesquisa aplicada, inovação e extensão e ao atendimento das demandas específicas, em sua área de abrangência territorial.

Atualmente vem sendo ofertado nesse campus, cursos técnicos de nível médio nas formas integrada, concomitante e subsequente ao ensino médio, e cursos de nível superior, tecnólogo e de pós-graduação. Os cursos técnicos de nível médio nas formas integrada são em Administração e Informática, os técnicos concomitantes ao ensino médio são em Administração, Informática e Cozinha, os técnicos subsequentes ao ensino médio são em Guia de Turismo, Restaurante e Bar, os cursos superiores são em licenciatura em Matemática e Física, e o curso tecnólogo é em Gastronomia, o curso de pós graduação é em Matemática.

E a região de abrangência do *Campus* São Raimundo Nonato (CSRN) atinge os seguintes municípios: Anísio de Abreu, Bonfim do Piauí, Caracol, Coronel José Dias, Dirceu Arcoverde, Dom Inocêncio, Fartura do Piauí, Jurema, São Braz do Piauí, São Lourenço do Piauí, Várzea Branca, no Piauí; Campo Alegre de Lourdes e Remanso, na Bahia. Sendo assim, **CSRN** é uma instituição de grande importância para desenvolvimento de todo a microrregião da cidade de São Raimundo Nonato – PI, pois vem ofertando uma educação gratuita e de qualidade através de seus cursos, em que a maioria de seus discentes, são oriundos dessas cidades citadas acima.

Figura 3 - fachada do IFPI – campus São Raimundo Nonato

Fonte- Internet (2019)

No ano letivo de 2019.1, período no qual foi realizado essa pesquisa, o CSRN em seus cursos técnicos de nível médio nas formas integrada em Administração e Informática, possuía 241 alunos, sendo 123 do sexo masculino e 116 do sexo feminino. E participaram dessa pesquisa 18 alunos do 2° ano do ensino médio do curso técnico integrado em informática, em que 14 alunos são do sexo masculino e 4 do sexo feminino, e a faixa etária de idade desses alunos é entre 15 (quinze) a 17 (dezessete) anos. E as aplicações das atividades das AOE foram realizadas na sala de aula dos alunos participantes, a sala 10 do CSRN.

Figura 4- Foto dos alunos circulando pelo IFPI- *Campus* São Raimundo Nonato

Fonte - Internet (2019)

O Projeto Pedagógico do Curso Técnico Integrado em Informática teve como objetivo oferecer a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores possibilitando o prosseguimento de estudos, bem como, formar profissionais cidadãos empreendedores, competentes, com conhecimentos técnicos, eticamente responsáveis e comprometidos com o bem estar da coletividade e que saibam associar a teoria à prática, fazendo uso das habilidades e atitudes compatíveis com a área de informática.

Afim de que seja preservado as identidades dos alunos que participaram da pesquisa, assegurando as suas privacidades cognitivas e a veracidade da pesquisa, nesse trabalho os alunos foram representados por codinomes, que eram os nomes de alguns principais matemáticos e matemáticas ao logo da história.

Tabela 1 – Codinomes dos alunos participantes da pesquisa

Emmy	Poincaré	Tales
René Descartes	Laplace	Émilie
Gauss	Fermat	Leibniz
Poincaré	Sofia	Arquimedes
Georg Cantor	Euclides	Langrange
Sophie	Euler	Pitágoras

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

3.3 Instrumentos de coleta de dados e procedimentos de análise de dados.

Durante a aplicação e desenvolvimento da pesquisa utilizamos as técnicas de observação, as próprias atividades das AOE, e as videogravações das socializações das AOE, e também aplicação de um questionário como instrumentos de produção e coleta de dados.

Através da interpretação, descrição e das análises qualitativas das técnicas e estratégias usadas pelos alunos nas resoluções dos problemas propostos em cada uma das AOE, objetivamos verificar se essas atividades trabalhadas com os alunos, estruturadas pela Teoria da Atividade Orientadora de Ensino, possibilitaram aos mesmos uma melhor assimilação, ressignificação e compreensão dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, e assim usando-os para interpretar modelos e criar diferentes estratégias de resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial no cálculo de distâncias inacessíveis.

A interpretação, descrição e análises dos dados coletados, através das observações das vídeogravações feitas durante a aplicação das AOE e pelas socializações das respostas e conhecimentos adquiridos pelos alunos com a realização de cada AOE, e pelas respostas dos problemas das atividades de cada AOE e também as respostas das perguntas do questionário que foram dadas pelos alunos, foi alcançado os seguintes objetivos:

Identificar os principais indícios de aprendizagem que foram apresentados pelos alunos, durante a realização das atividades mediada pela Atividade Orientadora de Ensino nos momentos de discussões em grupos para solucionar as situações problemas propostas em tais atividades. E por último o de descrever os principais contribuições e perspectivas que o ensino através de atividades estruturadas de acordo com Atividade Orientadora de Ensino, para aprendizagem da trigonometria no triangulo retângulo.

E para isso, assim que tivemos posse do material coletado, os dados obtidos e produzidos pelas observações, transcrição dos vídeos gravações, as atividades das AOE, e pelo questionário, os dados coletados foram sistematicamente analisados e categorizados, para que fosse realizado um estudo criterioso e descritivo com uma análise qualitativa.

Tendo como resultado a transformação desses dados em textos, afim de interpretar, esclarecer, descrever e identificar as principais características subjetivas e comportamento apresentadas pelos alunos, durante a realização dessa pesquisa, no intuito de destacar os principais indícios de aprendizagem, que foram identificados nos alunos, que é o principal objeto de estudo desse trabalho.

3.4 Primeiros passos e organização da metodologia da pesquisa

Primeiramente destacamos que para realizar este trabalho, se fez necessário que apresentássemos de forma resumida o projeto de pesquisa aos alunos do 2° ano do ensino médio do curso técnico integrado em informática do IFPI-*Campus* São Raimundo Nonato-PI, e essa apresentação foi feita de forma expositiva com a utilização de slides, durante uma aula, no mês de maio de 2019.

Após isso, convidamos aos alunos a participarem dessa pesquisa voluntariamente, como sujeito pesquisado e concordando prontamente em colaborar com a mesma. Já que, todos agora eram conhecedores dos objetivos e metodologias que iam ser utilizadas durante a investigação, logo em seguida foi entregue a todos que queriam participar da pesquisa dois termos de consentimento: o Termo de Consentimento aos pais e o Termo de Consentimento aos alunos que foi devolvido devidamente assinado pelos alunos participantes.

A partir disso, foi iniciado a aplicação dos procedimentos metodológicos da pesquisa. Fazendo a organização das atividades da metodologia divididas em etapas a serem compridas. No total a aplicação do projeto de pesquisa foram divididas em 6 (seis) etapas. Essas etapas da pesquisa foram realizadas para cumprir metas estabelecidas para seguintes finalidades, que serão expostas na tabela abaixo.

Tabela 2 – Os Principais Objetivos de cada Etapa

ETAPA	OBJETIVOS
1. Preparação dos Alunos: **ATIVIDADE**: Aula de revisão dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo.	✓ Fazer com que os alunos pudessem conhecer, compreender ou relembrar os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, a fim de que os mesmos pudessem ter embasamento teórico necessário, que possibilitasse aprofundar ou ampliar o entendimento dos conceitos de trigonometria estudados com a realização das atividades das AOE.
2. Aplicação da AOE 1: **TEMA**: Trigonometria: Medindo Distâncias Inacessíveis	✓ Identificar catetos e hipotenusa de triângulos retângulos. ✓ Identificar a aplicabilidade das razões trigonométricas em situações reais do nosso cotidiano. ✓ Conhecer a importância do instrumento teodolito para o cálculo de medidas de ângulos e de distâncias inacessíveis. ✓ Reconhecer a importância da trigonometria na medição de distâncias impossíveis de serem medidas diretamente.
3. Aplicação da AOE 2: **TEMA**: Medindo o Raio da Terra	✓ Identificar catetos e hipotenusa de triângulos retângulos. ✓ Conhecer aplicações das razões trigonométricas em situações reais. ✓ Reconhecer a importância da trigonometria na medição de distâncias impossíveis de serem medidas diretamente. ✓ Aprender algumas técnicas que são usadas para calcular a medida do Raio da Terra.
4. Aplicação da AOE 3: **TEMA:** Aprendendo como Calcular a Altura de uma Montanha	✓ Conhecer algumas aplicações das razões trigonométricas em situações reais. ✓ Utilizar os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo para resolver situações problemas reais que envolva a medição de distâncias impossíveis de serem medidas diretamente. ✓ Aprender algumas técnicas de como calcular a altura de uma montanha, usando um teodolito, uma trena e uma calculadora cientifica.
5. Aplicação da AOE 4: **TEMA:** Como Calcular a Largura de um Rio.	✓ Aprender como calcular a largura de um rio, usando um teodolito, uma trena e uma calculadora cientifica. ✓ Reconhecer a importância da trigonometria na medição de distâncias inacessíveis. ✓ Compreender os conceitos de trigonometria no triangulo retângulo para usa-los na criação de diferentes estratégias para resolução de situações-problema reais.
6. Aplicação do Questionário	✓ Analisar as principais contribuições e perspectivas que o ensino mediado pela Atividade Orientadora do Ensino, traz para aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo, com o estudo das respostas das perguntas do questionário dadas pelos os alunos

Fonte: Elaboração do próprio Autor (2019)

A primeira etapa da pesquisa, como mostra a tabela acima, foi a realização das aulas de revisão dos conteúdos de trigonometria no triângulo retângulo, e para isso foi ministrado 4 aulas, tendo cada aula a duração de 50 minutos, e o principal objetivos a ser alcançado nessa etapa era de trabalhar com os alunos os conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo para que os mesmos pudessem compreender ou relembrar tais conceitos, e assim os estudantes teriam embasamento teórico necessário, para poder fazer as atividades das AOE.

Depois que foi concluído essa etapa, partimos para a execução das outras, que era a realização das aplicações das AOE, que tinha como finalizada maior o aprofundamento dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, possibilitando aos alunos conhecer algumas das principais aplicações da trigonometria em situações reais, e assim poder os mesmos compreender e utilizar os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo para resolver problemas do mundo real que envolva a medição de distâncias impossíveis de serem medidas diretamente.

Pois conforme Brasil (2000b) o ensino da trigonometria deve assegurar aos alunos, em especial os que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, a conhecer e compreender as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, destacando o cálculo de distâncias inacessíveis.

As aplicações das AOE em sala de aula, todas tinham duração de 2 aulas, e esse momento era destinado para a resolução dos problemas desencadeadores de aprendizagem de cada AOE, e para que alunos fizessem essas atividades alcançando a solução desses problemas, eles eram divididos em grupos, no intuito que desenvolvessem uma postura de coletividade, propiciando aos mesmos a terem entre si uma melhor interação, comunicação, troca de conhecimentos, de ideias e compartilhamento de técnicas de soluções. E no decorrer das resoluções das atividades, o pesquisador não fazia nenhum tipo de intervenção, mantendo assim a autenticidade da produção dos educandos.

Após a aplicação de cada AOE em sala de aula, era necessário fazer um novo momento com os alunos, para a socialização das experiências e conhecimentos obtidos durante a realização das atividades, promovendo assim sempre uma discussão a respeito dos textos virtuais e das possíveis soluções das situações problemas da AOE.

Esses momentos tinham a duração em média de uma aula de 50 minutos, e eram todos videogravados para poder melhor registrar todas as impressões, falas, e colocações, análise, dúvidas, questionamentos, conclusões, erros cometidos e interpretações que foram feitos pelos participantes da pesquisa durante a realização das AOE. E a realização e aplicação de cada AOE, eram feitas de acordo com os seguintes procedimentos, como mostra a tabela abaixo:

Tabela 3 - Sequências dos Procedimentos de Aplicação das AOE.

	Procedimentos
1°	Primeiramente era feito a divisão da turma em grupos de 4 ou 5 estudantes, para que os alunos fizessem as atividades coletivamente.
2°	Depois disso, o professor pesquisador, fazia a leitura cuidadosa do texto da história virtual e dos problemas da AOE, junto com os alunos, e logo em seguida explicava o que os alunos tinham que fazer, disponibilizando aos grupos um tempo de duração de 2 aulas de 50 minutos, para responder os problemas da atividade.
3 °	Após de terminar a realização das atividades da AOE, o professor pesquisador recolhia as atividades feitas de cada componente dos grupos, ou somente uma atividade feita pelo grupo.
4°	A partir daí, o professor pesquisador realizava um novo momento, que era destinado para a socialização das experiências e conhecimentos obtidos pelos estudos durante a realização das atividades, promovendo assim uma pequena discussão como alunos para eles relatassem o que aprenderam com aquela atividade. Esses momentos tinham em média a duração de 50 minutos e eram todos videogravados.

Fonte: Elaboração do próprio Autor (2019)

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo da dissertação, foram abordados e relatados os principais resultados obtidos, ao ser feito um estudo criterioso e descritivo com uma análise qualitativa, dos principais dados coletados durante a aplicação das Atividades Orientadoras de Ensino que foram realizadas nessa pesquisa, através da análise de recortes dos encontros formativos destinados a aplicação das AOE e dos dados obtidos com aplicação do questionário.

Os dados coletados que foram analisados são: as respostas dos problemas das atividades que foram dadas pelos alunos, as falas que relatam as experiências e os conhecimentos adquiridos por eles, que foram obtidas com a transcrição das videogravações dos momentos de socializações de cada AOE, as anotações das observações da interação existente entre os alunos durante as realizações das AOE, no intuito de interpretar, esclarecer, descrever e identificar as principais características subjetivas e comportamento apresentadas pelos alunos, durante a realização desse trabalho.

Para poder fazer uma melhor apresentação das análises dos dados obtidos, iremos dividir esse capítulo em 5 (cinco) seções, em que nas seções 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, foram apresentados respectivamente os quatro episódios que representam os encontros formativos gerados a partir das aplicações das atividades, que cujo os temas são: trigonometria: medindo distâncias inacessíveis; medindo o raio da terra; aprendendo como calcular a altura de uma montanha e como calcular a largura de um rio.

Escolhemos categorizar e sistematizar os dados obtidos com essa pesquisa em episódios de ensino, no qual foram selecionados os fatos mais relevantes e importantes que identificamos durante a realização das atividades desse trabalho. Assim, a seleção dos episódios caracterizou dados significados que foram coletados nesta investigação, sendo submetidos à uma análise qualitativa. Vale ressaltar que os episódios são “ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos participantes”. (MOURA, 2004, p.272).

Ainda de acordo com Moura (2004), dentro de cada episódio, procuramos destacar frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem fatos significativos e importantes que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. Ou seja, buscou-se focar em cada episódio na descrição e interpretação dos momentos de ações e operações conscientes dos alunos no decorrer da execução das atividades de ensino que foram organizadas sob os moldes da Atividade Orientadora de Ensino.

Já na seção 4.5, abordamos os resultados do questionário que foi aplicado com os alunos. Esse questionário buscou colher dados que apresentassem a percepção e avaliação dos alunos a respeito das atividades orientadoras de ensino que foram desenvolvidas durante a pesquisa, para analisarmos as principais contribuições que o ensino mediado pelas AOE, trazem para processo de aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo. A seguir, faremos uma discussão e análises dos resultados de cada episódio que foi selecionado.

4.1 Primeiro encontro: trigonometria: medindo distâncias entre dois pontos inacessíveis

Nessa seção abordarmos o primeiro encontro, relatando de como foi executada e organizada, a aplicação da primeira Atividade Orientadora de Ensino, apresentando os resultados das análises dos dados que foram produzidos durante a realização dessa atividade, que cujo seu tema era, *“Trigonometria: medindo distâncias entre dois pontos inacessíveis”*, a sua aplicação com os alunos se deu depois do término da primeira etapa do projeto de pesquisa, que se destinava a preparação dos alunos, por meio de aulas de revisão dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, como foi mostrado na tabela 2.

A aplicação da primeira atividade “*Trigonometria: medindo distâncias entre dois pontos inacessíveis”* ocorreu no dia 04 de junho de 2019, das 16:30 às 18:10, com um tempo de duração de 2 aulas de 50 minutos, sendo realizada na sala 10 do Instituto Federal do Piauí/*Campus* São Raimundo Nonato, participaram dessa atividade 18 alunos que aceitaram colaborar com as atividades desse projeto.

Em relação a organização da aplicação dessa atividade, seguimos o modelo exposto na tabela 3, onde primeiramente foi feito a divisão da turma em quatro grupos, no qual dois desses grupos contendo cinco alunos e os outros dois restantes com 4 alunos, esse procedimento era para que os alunos pudessem se interagirem entre si dentro de cada grupo, na tentativa de resolverem as situações problemas propostas de maneira coletiva. Tais grupos eram compostos pelos seguintes alunos, de acordo com os codinomes que foram dados a cada um deles. Veja Tabela abaixo.

Tabela 4 – Composição dos 4 Grupos

Grupos	Componentes
Grupo 1	Emmy, Gauss, Georg Cantor, Leibniz e René Descartes
Grupo 2	Arquimedes, Euclides, Fermat e Poincaré
Grupo 3	Émilie, Euler, Lagrange, Pitágoras e Tales
Grupo 4	Isaac Newton, Laplace, Sofia e Sophie

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019).

Após a divisão da turma em grupos, o professor pesquisador com a ajuda dos alunos Gauss e Laplace, leram o texto da história virtual da atividade, em que o professor pesquisador fez as falas do personagem Breno, e Gauss e Laplace fizeram as falas dos personagens Bira e Pedro respectivamente. Depois de terminado a leitura da história virtual da AOE, o professor pesquisador fez a leitura dos problemas desta atividade, e logo em seguida explicou o que os alunos tinham que fazer, disponibilizando aos grupos um tempo de duração de 2 aulas de 50 minutos, para responder os problemas da atividade.

Após os grupos terminarem de resolver os problemas da atividade, foi recolhido as atividades contendo as respostas de cada grupo, para ser analisado que conhecimentos e conceitos os alunos utilizaram para resolver os problemas propostos, e quais competências e habilidades que os alunos apresentaram e desenvolveram durante com a resolução desses problemas. Logo abaixo está exposto fotos dos grupos resolvendo os problemas da primeira Atividade Orientadora de Ensino.

Figura 5 – Fotos dos grupos realizando Atividade 01

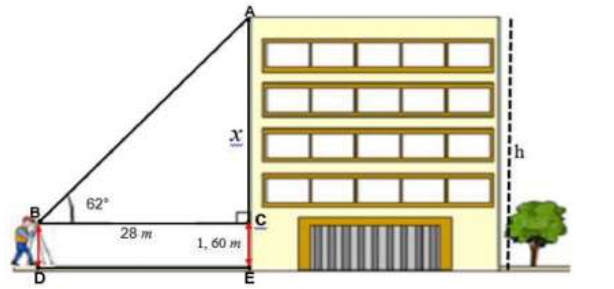
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Essa atividade, foi aplicada com a finalidade desenvolver uma situação desencadeadora de aprendizagem por meio de uma história virtual, no qual permitissem aos estudantes se envolverem ao desafio de tentar resolver coletivamente, situações problemas reais que envolvem o cálculo de distância inacessíveis, utilizando os conceitos de trigonometria no triangulo retângulo, dentre outros objetivos específicos que foram detalhados na tabela 2 da seção 3.4.

Figura 6 – História virtual utilizada na primeira AOE

Pedro saiu para passear no dia de sábado de manhã bem cedo e encontrou seu amigo Bira, logo foi cumprimenta-lo e conversar um pouco com ele: Pedro, diz – *olá meu Amigo Bira, o que faz aí parado?* Bira, respondeu – *Oi Pedro que bom te ver, rapaz estou aqui desde cedo tentando descobrir o que será que aquele cara ali, olha tanto para aquele prédio usando aquele aparelho.* Pedro, perguntou – *Que cara?* Bira – *Aquele ali a sua esquerda!* Pedro – *hum! Pra mim ele tá bisbilhotando o apartamento de alguém, viu!* Bira – *hum! Vamos lá perguntar se ele, nos deixa dar uma olhadinha também.* Pedro – *Vamos lá!* Em Seguida Bira e Pedro muitos curiosos foram ao encontro do rapaz, para tentar saber quem ele estava bisbilhotando. Bira, falou – *Olá rapaz! Como é seu nome?* O rapaz respondeu – *Breno, pois não!?* Bira – *Nada não! A gente queria dar uma olhadinha também!* E os explicou, O teodolito é um instrumento que serve para medir ângulos horizontais e verticais, mostrando a eles os dois movimentos que temos que fazer com o instrumento para medir ângulos na horizontal e na vertical, explicando a eles que movimentando o teodolito na horizontal, obtemos a medida de um ângulo no plano da horizontal, e movimentando o teodolito verticalmente, podemos medir ângulos verticais. Breno, pergunta – *Entenderam agora?* Pedro – *Bacana hein!* Bira – *que Legal cara!* Breno – *É muito legal, mesmo. Vixi! Meu Deus já são 8:30da manhã e nada do Gil aparecer.* Pedro, pergunta a Breno – *E o que é que tem?* Breno – *Não! É que a gente combinou de vim aqui cedo para medir a altura desse prédio*. Bira, pergunta – *hum! E como é que vocês vão conseguir medir a altura desse prédio, hein?* Pedro – *Sim! E por que você quer medir a altura desse prédio?*	Pedro, perguntou– *Agora me diz uma coisa, pra que essas medidas todas, hein?* Pedro – *Éh! Deixa a gente dar uma olhadinha, vai?* Breno, perguntou – Mas *que moça?* Bira, resmungou– *ah! Para com isso, amigo!* Pedro, diz – *você tá achando que a gente é idiota!? A gente viu dali você bisbilhotando uma moça!* Breno, responde – *O que é isso amigos, vocês estão enganados, não tem moça nenhuma!* Bira – *ah vai esconder o jogo agora? A moça ali do prédio!* Pedro – *você acha que a gente não viu que você tá olhando....* Breno, explica– *não meus amigos, eu tô olhando é o teodolito, pois estou tentando fazer um cálculo*. *Tô tentando calcular a altura daquele prédio....* Bira, pergunta – *como é que se chama isso daqui mesmo?* Pedro, diz – *Teo o quê?* Breno, respondeu – *este daqui é um teodolito* E logo em seguida Breno mostrou o instrumento para o Bira e Pedro Depois do Bira ter olhado para o topo do prédio...... Breno, perguntou – *Quanto tá marcando na escala vertical?* Bira, respondeu – *Rapaz, Aqui está marcando 62 graus.* Breno, resmungou – *Hum, deixa eu terminar de anotar aqui essas medidas.* Pedro, perguntou– *Agora me diz uma coisa, pra que essas medidas todas, hein?* Bira – *sim pra que todas essas medidas?* Breno, respondeu – *Calma rapazes, já, já vocês vão fica sabendo. Deixa eu explicar a vocês!* Bira – *Vamos lá.* Então BRENO pegou sua prancheta e mostrou a eles, um desenho que tinha feito que representava a situação problema que eles queriam resolver, e lhes explicou. De acordo com a figura abaixo:

Breno – *Pois é, eu preciso medir a altura desse prédio, por que eu e meu amigo Gil, praticamos Rapel vertical, e iremos descer esse prédio amanhã cedo.*
Pedro – *Ah! Por isso você quer medir a altura do prédio.*
Bira – *Entendi! Só que você ainda não explicou como vai fazer para medir a altura desse prédio.*
Breno – *Sim! Por isso é que eu estou com esse teodolito e essa trena. Escuta! vocês tão interessados em saber como funciona o Teodolito?*
Pedro – *Ou, Lógico!*
Bira – *Claro, vamos lá!* Breno – *Pois vamos lá, mãos as obras!*
Daí, Breno pegou a trena e pediu para Bira medir a distância do teodolito até o prédio. E Bira com a ajuda do Pedro, mediram a distância do ponto em que o eixo do teodolito estava até a parede do prédio, e encontraram uma distância igual a 28 metros. Feito disso, Breno pediu para Bira, para medir a distância do eixo do teodolito até o chão, e rapidamente Bira mediu e encontrou uma distância de 1,60 metros.
E enquanto Breno fazia as anotações das medidas em sua prancheta, ele novamente pediu a Bira para pegar o Teodolito e olhar sua luneta, e o perguntou se ele percebeu que o marcador da luneta está marcando para o ponto zero da escala vertical, e Bira o respondeu que sim, logo em seguida Breno ordenou, que Bira desse uma olhadinha através da luneta até o topo do prédio.
Bira, respondeu – *Rapaz, Aqui está marcando 62 graus.*
Breno, resmungou – *Hum, deixa eu terminar de anotar aqui essas medidas.*



Breno, explicou a eles: O ponto **B**: é o eixo do teodolito; e o segmento **BC** = 28 metros, é a distância que medimos do teodolito para o prédio; o segmento **BD** = **CE** = 1, 60 metros, que é a distância do eixo do teodolito para chão; o segmento **AC** a gente chamou de que é o valor que queremos descobrir; a medida do ângulo $\mathbf{A\hat{B}C}$ = 62°, que a gente acabou de encontrar utilizando o teodolito.
Breno, fala – Agora, observe que a gente desenhou um triangulo **ABC** que é retângulo no ponto **C,** certo!? E o que queremos saber é o valor de que é um dos catetos desse triângulo retângulo, Então agora vamos consultar aqui essa tabela trigonométrica.
Pedro, responde: vamos! Em seguida Breno entrega a tabela trigonométrica para Pedro.... Breno, pedi a Pedro – *Veja aqui para mim, nessa tabela trigonométrica quanto é a tangente do ângulo de 62 graus.* Pedro, responde– *deixa eu ver, a tangente do ângulo de 62 graus é igual a aproximadamente 1,88....*
Breno – *Beleza, agora vamos calcular o valor de* ***X*** *usando a razão trigonométrica da tangente.......*
Bira, diz – *vamos lá, quer ver como você vai fazer esses cálculos....*

DE ACORDO COM O TEXTO ACIMA RESPONDA:

Questão 1: Utilize os seus conhecimentos matemáticos e de acordo com o texto determine a altura aproximada, do prédio que Breno junto com seu amigo Gil querem praticar um Rapel vertical e descer do prédio desde se topo.

Fonte: Adaptada da tele aula 44 do Telecurso (2012)

A história virtual acima, é uma narrativa que apresentam as falas dos seus personagens de maneira informal, que foi elaborada como uma estratégia para envolver os alunos, com os personagens do texto, com intuito de fazer a apresentação do problema desencadeador de aprendizagem, e assim provocando os mesmos a se mobilizarem coletivamente, no objetivo buscarem solucionar os problemas propostos.

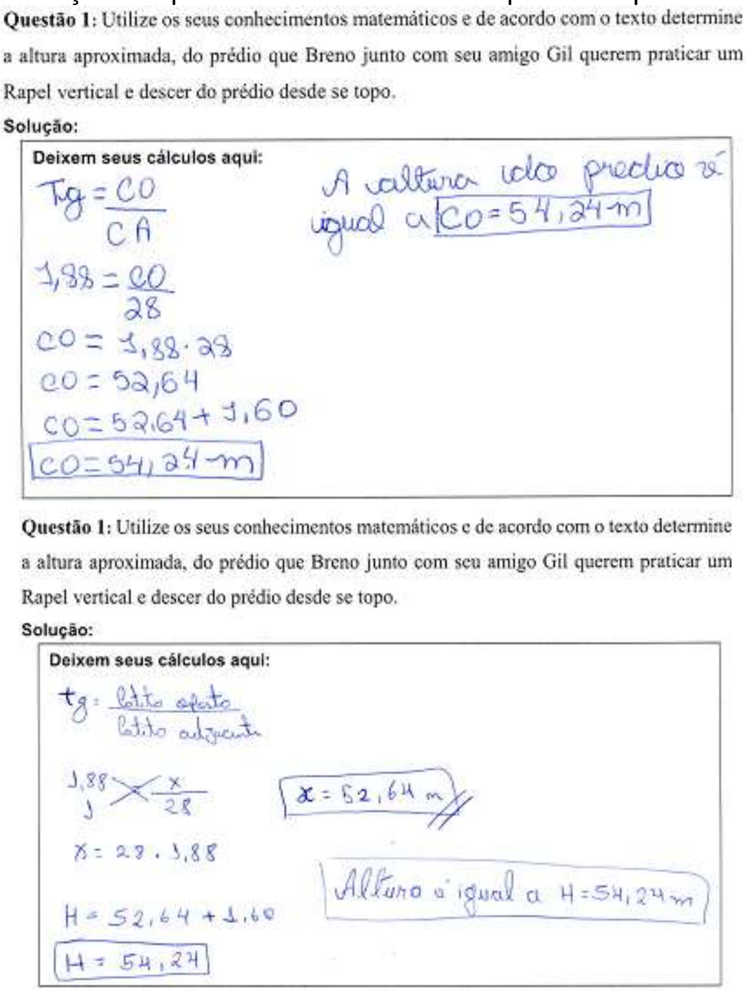
Nessa perspectiva, a Atividade Orientadora de Ensino, pode propor uma situação desencadeadora de aprendizagem, por meio de uma história virtual, que Moura (2010) conceitua como:

> [...] uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade (MOURA et al., 2010a, p. 105).

Para Moura (2002), uma atividade orientadora de ensino é uma atividade estruturada de modo a permitir que os sujeitos interajam entre si, mediados por um conteúdo e negociando significados, com o intuito de solucionar coletivamente uma situação problema. E essa atividade é orientadora porque define os elementos que são essenciais da ação educativa, pois respeita a dinâmica das interações, que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor.

Agora, mostraremos as resoluções dadas pelos grupos, para situação problema da questão 1, da primeira AOE, para que possamos analisar quais competências e habilidades que foram mostradas e adquiridas pelos alunos ao solucionar tal problema.

Figura 7 – Solução da questão 1 da AOE1 dadas pelos Grupos 1 e 2 respectivamente.



Questão 1: Utilize os seus conhecimentos matemáticos e de acordo com o texto determine a altura aproximada, do prédio que Breno junto com seu amigo Gil querem praticar um Rapel vertical e descer do prédio desde se topo.

Solução:

Deixem seus cálculos aqui:

$Tg = \frac{CO}{CA}$

$1,88 = \frac{CO}{28}$

$CO = 1,88 \cdot 28$

$CO = 52,64$

$CO = 52,64 + 1,60$

$\boxed{CO = 54,24\ m}$

A altura do predio é igual a $\boxed{CO = 54,24\ m}$

Questão 1: Utilize os seus conhecimentos matemáticos e de acordo com o texto determine a altura aproximada, do prédio que Breno junto com seu amigo Gil querem praticar um Rapel vertical e descer do prédio desde se topo.

Solução:

Deixem seus cálculos aqui:

tg: $\frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

$\frac{1,88}{1} \times \frac{x}{28}$

$\boxed{x = 52,64\ m}$

$x = 28 \cdot 1,88$

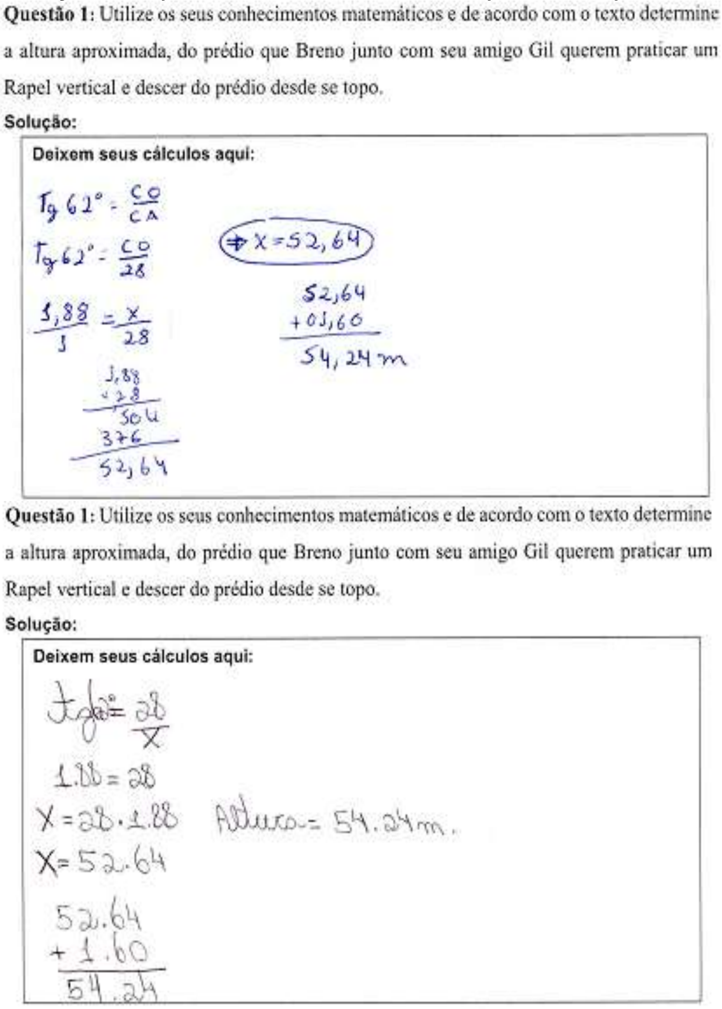
Altura é igual a $H = 54,24\ m$

$H = 52,64 + 1,60$

$\boxed{H = 54,24}$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 8 – Solução da questão 1 da AOE1 dada pelos Grupos 1 e 2 respectivamente.



Questão 1: Utilize os seus conhecimentos matemáticos e de acordo com o texto determine a altura aproximada, do prédio que Breno junto com seu amigo Gil querem praticar um Rapel vertical e descer do prédio desde se topo.

Solução:

Deixem seus cálculos aqui:

$Tg\,62° = \frac{CO}{CA}$

$Tg\,62° = \frac{CO}{28}$

$\frac{1,88}{1} = \frac{x}{28}$

$x = 52,64$

$52,64 + 01,60 = 54,24\ m$

Questão 1: Utilize os seus conhecimentos matemáticos e de acordo com o texto determine a altura aproximada, do prédio que Breno junto com seu amigo Gil querem praticar um Rapel vertical e descer do prédio desde se topo.

Solução:

Deixem seus cálculos aqui:

$tg\,62° = \frac{28}{X}$

$1.88 = 28$

$X = 28 \cdot 1.88$

$X = 52.64$

$52.64 + 1.60 = 54.24$

Altura = 54.24m.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Pelas figuras 7 e 8 que são ilustradas acima, mostra como cada grupo resolveu o primeiro problema da AOE1, fazendo a análise das respostas dadas pelos grupos, percebe-se que todos os grupos chegaram a uma mesma solução, determinando a altura do prédio igual a 54,24 metros, corretamente.

É notório que os alunos interpretaram corretamente os dados que foram apresentados no texto, para solucionar a questão 1, e também apresentam a habilidade de identificar corretamente os catetos do triângulo retângulo e de usar razões trigonométricas, que foi a razão da tangente que envolve a razão entre o cateto oposto com o cateto adjacente, pois os grupos 1, 2 e 3 a colocaram por escrito essa relação nitidamente nas suas respostas.

Pode-se perceber que os alunos, usaram a razão trigonométrica da tangente para determinar o comprimento da medida x, que era a medida desconhecida da situação problema que o personagem "Breno" da história virtual queria calcular.

Depois de terem determinado o valor de $\boldsymbol{x}$, todos os grupos, conseguiram estimar a altura aproximada do prédio, somando o valor encontrada com a altura do teodolito, o que mostrou que todos ficaram atentos as informações fornecidas no texto, que foram ilustradas pela a figura que representava a situação problema que eles tinham que resolver.

Isso possibilitou concluirmos que com a realização dessa atividade, os alunos desenvolvem em relação ao conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, a habilidade de resolver situação problema que envolva razão trigonométrica e calcular medidas desconhecidos ou que não podem ser medidas diretamente, utilizando os conceitos de razões trigonométrica.

Expomos abaixo, a continuação do texto da historial virtual da AOE1, que originou outras situações desencadeadora de aprendizagem, como mostra a figura a seguir.

Figura 9 – Continuação do texto da História virtual utilizada na primeira AOE.

CONTINUAÇÃO DO TEXTO...

Utilizando as medidas obtidas por Bira, através do uso da trena e do teodolito, Breno conseguiu calcular a altura aproximada do prédio, que ele e seu amigo Gil irão utilizar para praticar o rapel vertical. E logo em seguida apresentou seus cálculos para Pedro e Bira, e explicou a eles, como fez os cálculos, e que procedimentos e conceitos matemáticos utilizou. Feito isso, em seguida iniciou-se uma nova conversa:

Breno, agradece – *Muito obrigado, rapazes pela ajuda*.

Bira, responde – *De nada, quem diria que com esse instrumento, o teodolito, a gente pode calcular a altura desse prédio, hein!?*

Pedro, diz – *Pois é, hein!? Imagina se a gente fosse medir metro a metro um prédio dessa altura com uma trena, ia ser quase impossível, néh!?*

Breno, fala – *Veja bem vocês, foi possível medir a altura do prédio, não só por causa do teodolito, a gente usou a trena e os conhecimentos de matemáticas também.*

Pedro – *Sim, claro! É lógico!*

Bira, diz – *Pois é, e gente pensando que você estava usando esse aparelho era para bisbilhotar aquela moça que está na janela daquele apartamento lá em cima.*

Breno – *sorriu.*

Pedro, fala – *Mas bem que daqui estamos tão distantes da janela daquele apartamento, que nem dar para ver se é uma moça direito que está naquela janela, néh!?*

Bira – *Puxa! Não é que é verdade mesmo.*

Breno, pergunta – *Tá ai, vocês querem descobrir a distância que estamos da janela daquele apartamento? Podemos fazer isso rapidamente.*

Bira – *hum! Queremos sim, mas como vamos fazer isso hein!?*

Breno, explica – *Ah! Basta só a gente medir a medida do ângulo vertical, no qual conseguimos avistar a janela daquele apartamento. Pois já sabemos a distância do teodolito até o prédio, que é de 28 metros.*

Pedro, diz – *Que legal! Mas deixa dessa vez eu usar o teodolito para medir esse ângulo*.

Breno, pergunta – *Quanto tá marcando a medida do ângulo na escala vertical, ai?*

Pedro, respondeu – *Sim, deixa eu ver aqui, parece que está marcando 56 graus*.

Breno, fala – *deixa eu conferir, deixa eu ver aqui, deixa eu ver...., certo está marcando 56 graus.*

Bira, pergunta – *E agora como iremos fazer para medir a distância que estamos da janela daquele apartamento?*

Breno, diz – *espera um pouco, daqui a pouquinho eu mostro para vocês! Mas agora pega aqui essa tabela trigonométrica e veja quanto é o cosseno do ângulo de 56 graus.*

Bira – *deixa eu ver aqui nessa tabela, aqui está marcando que o cosseno do ângulo de 56 graus é igual a aproximadamente 0,56.*

Breno, fala – *Pois deixa eu terminar de fazer minhas anotações aqui e o desenho que ilustra situação e já, já vou explicar a vocês como iremos calcular a distância aproximada do eixo do teodolito para a janela daquele apartamento, viu!?*

Bira – *Tá legal! Mas apreça ai, pois estamos loucos para descobrir qual será o valor dessa distância....*

DE ACORDO COM TEXTO ACIMA RESPONDA:

QUESTÃO 2: Utilizando as anotações das medidas obtidas por Breno, Bira e Pedro, que foram de acordo com texto: a distância do eixo do teodolito para o prédio é igual a 28 metros, e a medida do ângulo vertical, no qual se pode avistar a janela do apartamento usando a luneta do teodolito, é igual a 56 graus, e o valor aproximado do cosseno do ângulo de 56 graus, é de 0,56 e a distância do eixo do teodolito até o chão é igual a 1,60 metros. De acordo com esses dados, responda os seguintes questionamentos

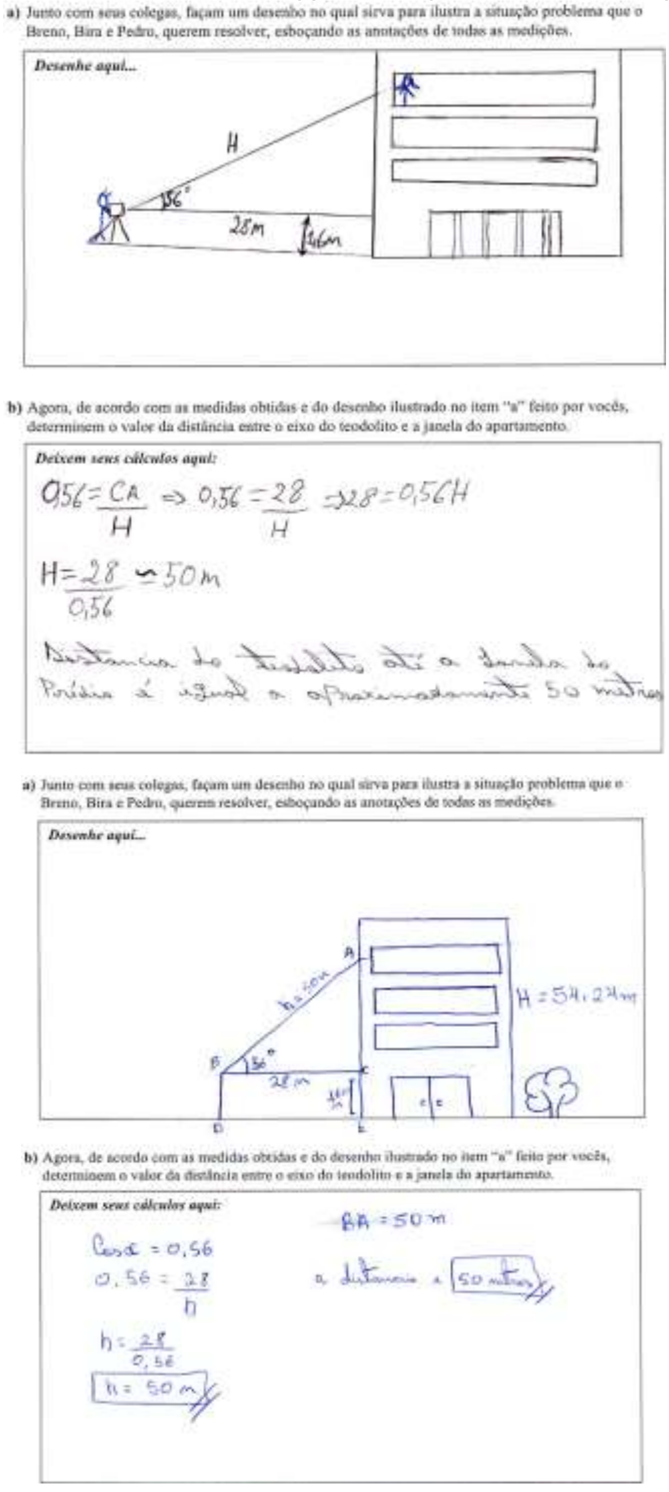
a) Junto com seus colegas, façam um desenho no qual sirva para ilustra a situação problema que o Breno, Bira e Pedro, querem resolver, esboçando as anotações de todas as medições.

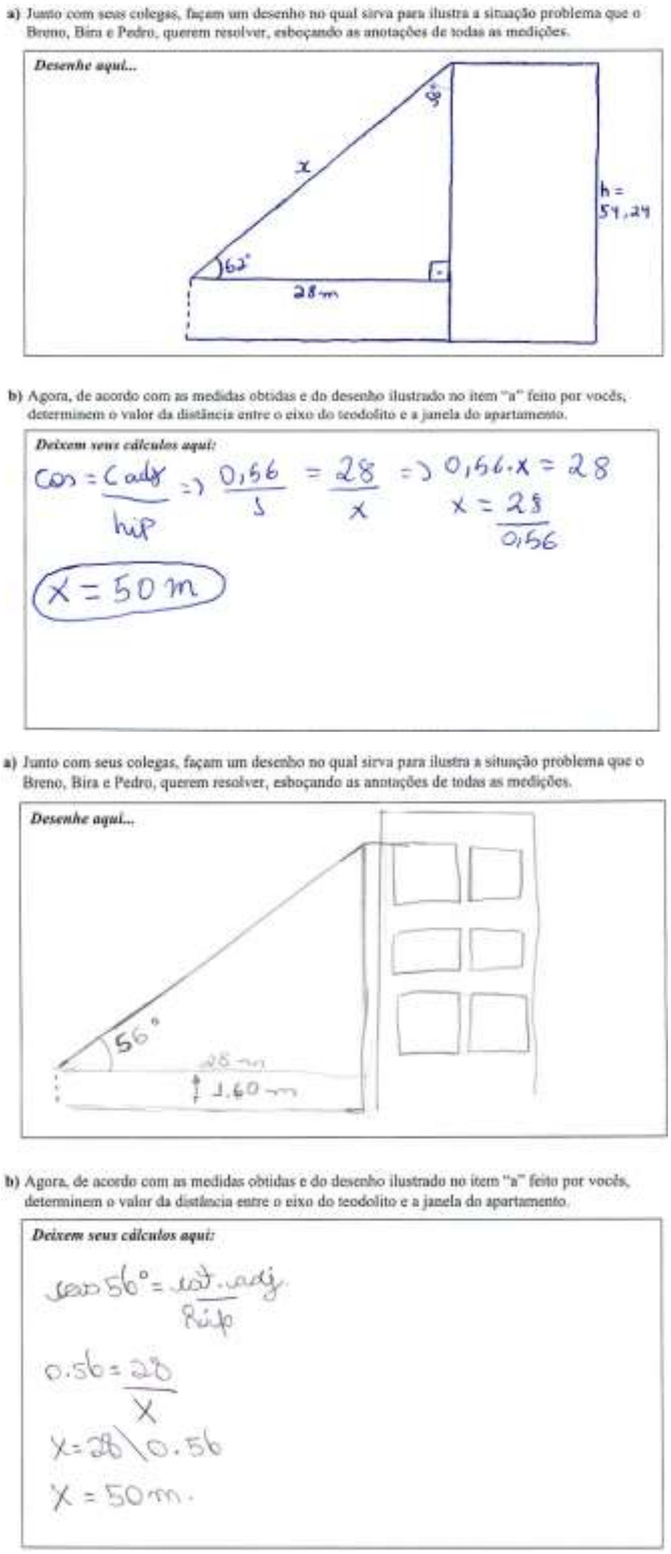
b) Agora, de acordo com as medidas obtidas e do desenho ilustrado no item “a” feito por vocês, determinem o valor da distância entre o eixo do teodolito e a janela do apartamento.

Fonte: Adaptada da tele aula 44 do Telecurso (2012)

Depois de resolverem a situação problema da questão 1 da atividade, tinha a continuação do texto da história virtual, que novamente, culminava com surgimento de uma nova situação desencadeadora de aprendizagem, através das situações problemas dos itens “a e b” da questão 2 a figura 9, acima. E as soluções dadas pelos grupos para esses problemas, seguem nas figuras abaixo.

Figura 10– Solução do item “a e b” (questão 2) da AOE1 dadas pelos 4 Grupos




a) Junto com seus colegas, façam um desenho no qual sirva para ilustra a situação problema que o Breno, Bira e Pedro, querem resolver, esboçando as anotações de todas as medições.

Desenhe aqui...

b) Agora, de acordo com as medidas obtidas e do desenho ilustrado no item "a" feito por vocês, determinem o valor da distância entre o eixo do teodolito e a janela do apartamento.

Deixem seus cálculos aqui:

$\cos = \frac{C\,adj}{hip} \Rightarrow \frac{0{,}56}{1} = \frac{28}{x} \Rightarrow 0{,}56 \cdot x = 28$

$x = \frac{28}{0{,}56}$

$x = 50\ m$

a) Junto com seus colegas, façam um desenho no qual sirva para ilustra a situação problema que o Breno, Bira e Pedro, querem resolver, esboçando as anotações de todas as medições.

Desenhe aqui...

b) Agora, de acordo com as medidas obtidas e do desenho ilustrado no item "a" feito por vocês, determinem o valor da distância entre o eixo do teodolito e a janela do apartamento.

Deixem seus cálculos aqui:

$\cos 56° = \frac{cat.adj.}{hip}$

$0.56 = \frac{28}{X}$

$X = 28 \backslash 0.56$

$X = 50m.$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Fazendo a análise das respostas dadas por todos os grupos no item "a" da questão 2, percebe-se que os alunos, foram capazes de ilustrar a situação problema, pois, desenharam com detalhes o personagem calculando a medida do ângulo com o teodolito e a janela do apartamento do prédio, esboçando o triângulo retângulo com as medidas de seus ângulos e do cateto adjacente.

Já no item "b" usaram corretamente a relação da razão trigonométrica do cosseno, para determinar a medida da hipotenusa, que representaria o valor da distância entre o eixo do teodolito e a janela do apartamento.

Isso mostra indicativos que os estudantes estavam em uma situação de atividade e conseguiram, coletivamente solucionar tais problemas, eles usaram os conhecimentos em relação ao conteúdo, de interpretar situações que envolvam o uso das relações das razões trigonométricas e de saber utilizar esses conceitos matemáticos para resolver situações problemas reais que envolva a medição de distâncias impossíveis de serem medidas diretamente.

A outra fase da aplicação da AOE1, foi a realização de um momento destinado para a socialização das experiências e conhecimentos obtidos pelos estudos durante a resolução dos problemas das situações da atividade, promovendo assim uma pequena discussão como alunos para eles relatassem o que aprenderam com aquela atividade e para os mesmos fazerem uma avaliação geral das suas respostas e assim realizarem reflexões sobre seus erros e acertos.

Esse momento foi realizado no dia 06 de junho de 2019, e foi videogravado, gerando um episódio para captarmos parte do fenômeno para a análise, e foi através da transcrição em forma de recortes das falas e indagações dos alunos, que compartilharam suas experiências adquiridas tanto individualmente quanto coletivamente.

Quadro 1 – Episódio 01: Discussão sobre a AOE1

T	Participante	Discursos	Comentários
1	Professor Pesquisador	"Boa tarde pessoal! Hoje vamos fazer a nossa socialização a respeito da realização de nossa atividade da AOE1." "Pois bem gente, a nossa atividade da AOE1 se inicia com uma história virtual cujo o tema era: **Medindo Distâncias Inacessíveis**, que (...) " "Vocês gostaram do texto da história virtual? "	Nesse momento o professor fez alguns comentários sobre o texto da história virtual.
2	Euler	"Sim professor, achei o texto bem divertido e criativo"	De modo geral os alunos gostaram do texto.
3	Emmy	*"Eu gostei bastante da historinha e das falas dos personagens"*	

4	Professor Pesquisador	*“Pois bem pessoal! Alguém poderia comentar qual foi a situação problema que foi apresentada no texto da história virtual”*	
5	Gauss	“*O texto professor, apresentou o problema que o personagem Breno queria calcular a altura de um prédio, usando uma trena e um teodolito, pois ele e seu amigo iam praticar rapel virtual, escalando o prédio. ”*	Nessa fala mostra Gauss interpretou corretamente o texto, pois identificou no texto, a situação problema que o personagem queria resolver.
6	Professor Pesquisador	“*Pessoal, agora vamos discutir como se resolve o problema da questão 1, que diz para vocês utilizar os conhecimentos matemáticos de vocês e determinar a altura do prédio de acordo com os dados apresentados no texto”* *“Então me digam, qual foi a medida da altura que vocês encontraram? E que procedimentos vocês fizeram para calcular a medida da altura do prédio?”*	
7	Pitágoras	*“A gente usou a razão da tangente para calcular a altura do prédio”*	
8	Euler	“Foi isso, pois a gente sabe que a tangente é a razão do cateto oposto pelo cateto adjacente”	
9	Pitágoras	*“No texto nos deu o valor da* $tg62° = 1{,}88$, *ai a gente colou, 1,88 igual ao valor desconhecido que era o cateto oposto ao ângulo de 62° sobre 28 que era o valor conhecido, que era o cateto adjacente, que representava a distância do teodolito até o prédio, daí fazendo os cálculos a gente encontrou o valor desconhecido* x *igual a 52, 64 metros. Depois para calcular a altura do prédio a gente somou nesse valor 1,6 metros, que era a altura do teodolito, então a gente encontrou que a altura do prédio era igual 54, 24 metros, é foi isso professor!”*	Veja que o aluno Pitágoras usou corretamente a razão trigonométrica da tangente e conseguiu fazer os cálculos e determinar a altura do prédio.
10	Professor Pesquisador	*“Muito bem Fermat e Euler! Os outros grupos fizeram seus cálculos assim e obtiveram a mesma altura?”*	
11	Todos	*“Sim!”*	
12	Professor pesquisador	*“Então pessoal o Breno e seu colega Gil, iam precisar de uma corda com o tamanho mínimo de quanto para fazer o rapel nesse prédio? ”*	
13	Todos	No Mínimo 54,24 metros, só que seria bom uma corda b maior por segurança.	Resumo da das respostas dadas por todos.
14	Professor Pesquisador	*Certo pessoal; vamos para questão 2 agora.* *A questão 2, era um problema que queria saber a distância do eixo do teodolito para uma janela de um certo apartamento. Ai a continuação do texto forneceu os dados necessários.* *“Para resolver essa questão tinha que resolver dois problemas, o do item “a” vocês tinham que fazer um desenho para esboçar a situação real do problema, então vocês tiveram dificuldades para fazer esse desenho ilustrando todos os dados do texto?”*	O professor após explicar que se pedia na questão 2, esperou os alunos responder sua pergunta.
15	Todos	*“Não tivemos nenhuma dificuldade”*	
16	Euler	“*Olha aqui professor a gente colocou todos os dados, desenhamos até arvores, e fizemos bem parecido com o desenho da figura do texto”*	

17	Professor Pesquisador	*"Agora o item "b", pessoal, pedi para vocês determinar a distância do eixo do teodolito até a janela do apartamento, de acordo com os dados fornecidos no texto e com desenho que vocês desenharam no item a".* *"Qual foi o valor dessa distancia que vocês encontraram? E que conhecimentos matemáticos que vocês usaram?"*	
18	Poincaré	A gente usou a razão do cosseno professor, o cosseno, é cateto adjacente ao ângulo sobre a hipotenusa. "	
19	Euler	"*Como o texto forneceu tinha que o* $cos 56° = 0,56$ *E o cateto adjacente era a distância do teodolito para o prédio, que era 28 metros, então bastou a dividir 28 por 0,56, que a gente encontrou o valor desconhecido igual a 50 metros aproximadamente, que era a hipotenusa do triangulo que desenhamos"*	Essa fala do aluno Euler, mostra que ele e seus colegas aplicaram corretamente a razão trigonométrica do cosseno.
20	Professor Pesquisador	"*Todos os grupos fizeram dessa forma?"*	
21	Todos	*Sim!*	
22	Professor Pesquisador	*"Pessoal vocês tiveram alguma dificuldade em resolver esses problemas"*	
23	Todos	"*Não professor! A gente já tinha resolvido problemas igual a esses."*	Resumo da das respostas dadas por todos.
24	Professor Pesquisador	*"Vocês gostaram como essa os problemas foram apresentados nessa atividade"*	
25	Sophie	*"Eu achei muito interessante, e muito extrovertida e interativa, foi muito legal"*	
26	Euler	*"Eu gostei muito, foi uma atividade bem diferente, achei que teve uma abordagem mais didática, digamos assim, foi divertida"*	De modo geral parece que todos os alunos gostaram, e acharam diferente essa atividade das que eles são acostumados a fazer.
27	Professor Pesquisador	"Agora eu gostaria de saber qual é a opinião de vocês em fazer a atividade em grupo, vocês acham que ajuda? "	
28	Sophie	"*Ajuda bastante professor, pois se a gente tiver dificuldade de entender alguma coisa, pode o colega do lado, pode ajudar"*	
29	Arquimedes	*"Ajuda a gente resolver os problemas mais rápido, pois a gente troca ideias de como resolver o problema."*	De maneira geral todos os alunos gostaram em trabalhar em equipe.
30	Professor Pesquisador	*"Pessoal, para encerrar esse momento gostaria que vocês relatassem o que aprenderam ao fazer essa atividade?"*	
31	Todos	*"Aprendemos a resolver problemas que envolve o cálculo de distancias inacessíveis; a calcular a altura de um prédio usando teodolito, uma trena e uma calculadora cientifica; e percebemos que podemos utilizar as relações trigonométrica em nosso dia a dia "*	Resumo da das respostas dadas por todos.

Fonte: Elaboração do próprio autor, baseado em vídeos gravados no dia 06/06/2019

Esse primeiro episódio foi destinado a socialização da aplicação da AOE1, iniciou-se com o professor pesquisador, fazendo alguns comentários a respeito da história virtual, destacando alguns pontos importantes da atividade.

Analisando os recortes das falas dos alunos Euler e Emmy em T2 e T3, que os alunos gostaram do texto da história virtual da AOE1, e isso é importante para que a narrativa do texto, aproxime os alunos do objeto de estudo, motivando-os e tornando a apresentação da situação desencadeadora da atividade de uma forma mais dinâmica e criativa, possibilitando despertar nesses alunos o desejo de buscar juntos com seus pares solucionar esse problema.

Nos turnos T25 e T26 os discentes afirmam que a AOE1 foi uma atividade que apresentou as situações problemas de uma maneira bem mais dinâmica e divertida, com uma abordagem mais didática e diferente das atividades das quais eles estão acostumados a fazer, remetendo assim para o ensino tradicional.

Podemos concluir que através da narrativa da história virtual, os problemas são apresentados aos alunos dentro de um contexto, com uma escrita mais acessível e compreensível aos alunos, possibilitando aos mesmo a conseguirem imaginar e visualizar a situações problema em seu contexto real. E isso pode ser verificado de acordo com os turnos T15 e T16 que eles relatam que não tiveram dificuldades para fazer um desenho e esboçar a situação real proposto no problema.

Já em nos turnos T9 e T19, podemos perceber que os alunos conseguiram explicar como fizeram os seus cálculos, mostrando desta forma o desenvolvimento da competência de argumentação, e também pode-se perceber nesse momento que os alunos estão habituados a resolver situações problemas, que envolvem a determinação do valor desconhecido em um triângulo retângulo, usando os conceitos de razões trigonométricas estudados em classe.

Ao realizarmos esse momento de socialização a respeito da aplicação da AOE1, nos proporcionou uma avaliação sob a ótica dos alunos, de como se deu o processo pedagógico de aprendizagem mediado pela atividade orientadora de ensino elaborada pelo professor, permitindo assim aos estudantes a refletir e auto avaliar como se deu seu processo de aprendizagem, percebendo quais conhecimentos ele pode adquirir ao participar da realização das atividades que foram desenvolvidas para a apropriação de conhecimentos científicos.

Concordamos com Moura et. al (2010a), a realização de uma AOE colabora também para a formação do professor, pois o mesmo tem por objetivo ensinar o estudante e que, nos momentos de discussões coletivas, analisando os motivos de sua atividade, as ações, operações e reflexões que realiza, aprende a ser professor aproximando o sentido pessoal de suas ações, da significação da atividade pedagógica como concretizadora de um objetivo social.

4.2 Segundo encontro: medindo o raio da terra

O segundo encontro formativo desse trabalho se deu com a aplicação da AOE 2, que era a atividade "*Medindo o Raio da Terra*", que tinha como principais objetivos fazer com que os alunos desenvolvessem a habilidade de identificar catetos e hipotenusa em triângulos retângulo, resolver situações problemas reais que envolvam o cálculo de distâncias entre pontos inacessíveis, usando os conceitos de razões trigonométricas no triângulo retângulo e aprender a calcular a medida do raio da terra, usando teodolito, trena, calculadora científica e os conceitos de razões trigonométricas.

Essa segunda atividade foi realizada no dia 08 de junho de 2019, das 14:40 às 16:20, na sala 10 do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* São Raimundo Nonato, com um tempo de duração de 2 aulas de 50 minutos, participaram dessa atividade 18 alunos que aceitaram participar das atividades desse projeto, que foram divididos em 4 grupos, com a mesma formação da AOE 1, pois os alunos preferiram assim.

O professor pesquisador iniciou essa atividade fazendo a leitura cuidadosa do texto "*Eratóstenes e a circunferência da Terra"* (no anexo **A**) junto com os alunos, destaca como Eratóstenes conseguiu determinar com uma ótima aproximação o comprimento da circunferência da terra e consequentemente seu raio, em relação as medidas conhecidas atualmente, por volta do terceiro século A.C., usando seus conhecimentos matemáticos de geometria e suas observações, para realizar essa façanha usando um método bem simples.

Esse texto foi usado para chamar a atenção, motivando os alunos para o tema da segunda atividade orientadora de ensino, e assim despertar nos mesmos o interessem em querer descobrir e conhecer alguns métodos que podemos usar para estimar a medida do raio da terra. Para tanto, utilizamos uma atividade orientadora de ensino, que "um dos elementos contidos na proposta da AOE é a organização do ensino por meio de situações-problema desencadeadoras da aprendizagem." (MOURA, et. al. 2011c, p. 40).

Logo após a leitura dessa história virtual, fizemos com os alunos ao estudo do método usado por Eratóstenes, para estimar o comprimento da circunferência da terra, e analisamos a observação que ele fez para concluir que a terra era realmente redonda, e mesmo com ele cometendo alguns erros que foram destacados no texto "*O valor da circunferência da Terra"* que está na AOE 2, de forma surpreendente os cálculos feitos por ele, nos forneceu medidas muito próximas das conhecidas atualmente.

Esse fato aguçou ainda mais a curiosidade e empolgou os estudantes a quererem aprender como medir a circunferência e o raio da Terra, o que aumentou o interesse dos mesmo em acompanhar e prestar atenção na leitura da história virtual da atividade da AOE 2, que culminaria na apresentação da situação desencadeadora de aprendizagem. Posteriormente, leu-se a história virtual, que segue abaixo.

Figura 11 – História virtual da AOE2

MEDINDO O RAIO DA TERRA

O professor de matemática de Vitor e de Thiago, apresentou a turma deles o texto "Eratóstenes e a circunferência da Terra" e pediu para que todos os alunos da turma lessem o texto, após Vitor e Thiago terem feito a leitura, eles ficaram muito curiosos e impressionados como Eratóstenes, conseguiu usando um método matemático tão simples, determinar a medida do comprimento da circunferência da terra e do raio da terra com um erro tão pequeno comparado com as medidas conhecidas atualmente.

Então Vitor e Thiago questionaram ao professor se existia um outro método para conseguir determinar o raio da terra, e se eles eram capazes de através desse método e dos seus conhecimentos matemáticos calcular a medida do raio terrestre com uma boa aproximação da medida que se sabe atualmente.

O professor de matemática dos meninos respondeu a eles que sabia sim, um método que os gregos usavam a muitos anos atrás. Os meninos muitos ansiosos para saber, pediram ao professor deles que lhes explicassem como era esse método.

E assim, o professor pediu para eles prestar bem atenção que ia ensina-los o método, só que eles tinham o desafio depois de tentar utiliza-lo para tentar estimar o raio terrestre usando seus conhecimentos matemáticos. Os meninos logo foram aceitando o desafio.

Então o professor explicou: o método é o seguinte: vocês terão que ter os seguintes instrumentos em mãos: um moderno teodolito, uma calculadora cientifica, e uma trena.

A partir daí, de a acordo com a figura 1 abaixo, é preciso que vocês subam, “em total segurança”, até o topo (ponto A) de um prédio cuja altura h já é conhecida, logo em seguida avistem, do topo do prédio, a linha do horizonte, localizando um ponto C, o mais longe possível que vocês puderem.

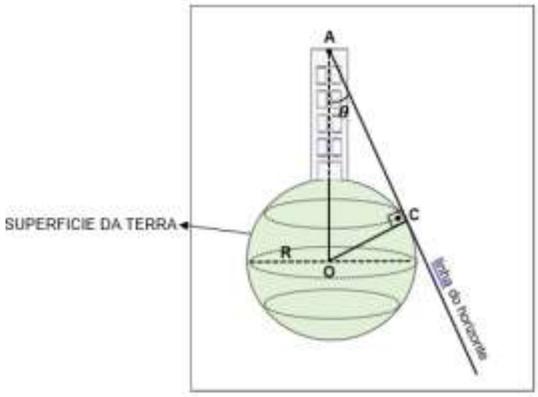


FIGURA 1

O: centro da terra

C: ponto mais longe possível, na linha do horizonte.

R: raio da terra

De acordo com a figura 1, do topo do prédio, no ponto A, será possível avistar a linha do horizonte, e como o ponto C é o ponto mais longe que se pode avistar, então o ponto C é o ponto de tangência da linha do horizonte com a circunferência da terra. Então com o auxílio do teodolito, podemos medir o ângulo θ que é formado pela reta vertical do prédio (reta $\overleftrightarrow{\mathrm{AO}}$) com a reta que representa a linha do horizonte (reta $\overleftrightarrow{\mathrm{AC}}$).

Como sabemos que toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio da circunferência em seu ponto de tangência, assim temos que:

- Pela figura 1, no triangulo (AOC): $A\hat{C}O = 90°$, OC = R e AO = R+ h.
- Como os valores de h e de θ são conhecido, então podemos determinar o raio da terra (R), utilizando os conceitos de razões trigonométricas no triangulo retângulo.

Depois da explicação do professor, Vitor e Thiago combinaram de tentar calcular o raio da terra, e para isso eles procuraram um prédio bem alto da cidade, no qual eles conseguia ter acesso ao seu topo e que também pudessem ter a visão bem ampla da linha horizonte, e assim usando um moderno teodolito que eles conseguiram emprestado de um engenheiro, avistaram do topo do prédio (ponto A), a linha do horizonte, localizando um ponto C, o mais longe possível que puderam.

Então com o auxílio do teodolito, mediram o ângulo $\theta = 83°$ que é formado pela reta vertical do prédio (reta $\overleftrightarrow{\mathrm{AO}}$) com a reta que representa a linha do horizonte (reta $\overleftrightarrow{\mathrm{AC}}$). E Assim de acordo com a explicação do professor deles bastava eles agora saber a altura h do prédio, e essa informação eles não tinham ainda, só que eles lembraram que o professor deles em uma aula anterior explicou a eles como obter a medida da altura de um prédio utilizando um teodolito e uma trena. Daí, o desafio agora era medir a altura h do prédio.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Depois de ter sido feita a leitura do texto da história virtual, foi apresentado aos alunos os problemas desencadeadores da AOE 2, para que eles procurassem em coletivo solucionar de uma forma "matematicamente correta" tais problemas. No quadro abaixo, temos a situação problema 1 da AOE 2.

Quadro 2 – Questão 1 da AOE2

Sabendo que Vitor e Thiago decidiram medir a altura do tal prédio com o auxílio do teodolito e da trena. Então primeiramente eles posicionaram o teodolito em um ponto P em frente ao prédio, e a partir desse ponto mediram a medida do ângulo no qual eles conseguiam avistar o topo do prédio (ponto A), e usando o teodolito obtiveram a medida desse ângulo igual a 60 graus, depois usando a trena, eles mediram a distância do teodolito para o prédio, que foi de 26,5 metros. Como a altura do teodolito era de 1,50 metros, de acordo com a figura 2 abaixo determine a altura do prédio.

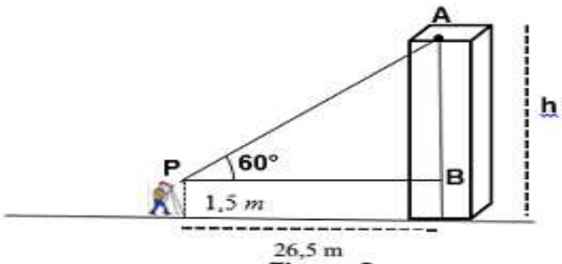


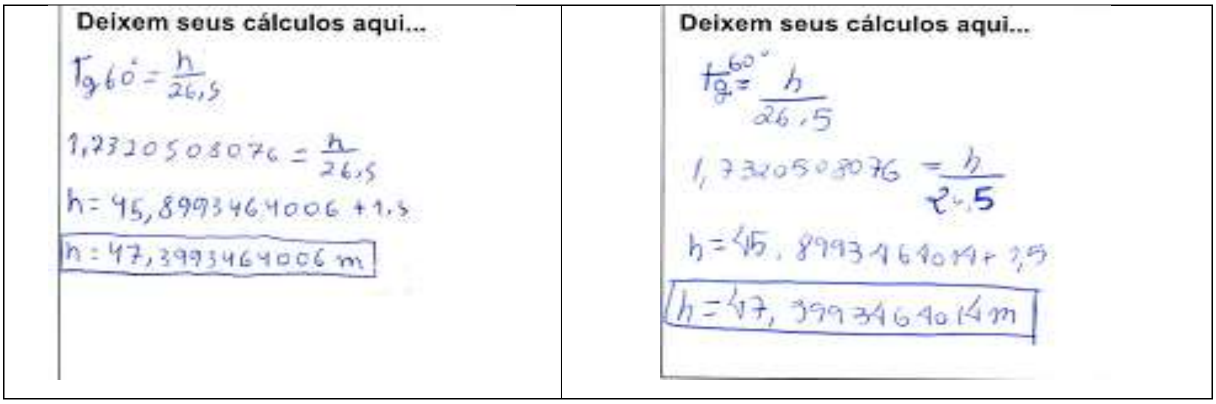
Figura 2

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Após os alunos resolverem as situações problemas propostas em grupos, fizemos o recolhimento das atividades com a resolução de cada participante. A seguir, iremos ilustrar e fazer a analise a respeito de algumas resoluções apresentadas por alguns alunos.

Figura 12 – Resolução da questão 1 da AOE2 dada pelos dos alunos

Resolução da aluna Emmy do Grupo 1	**Resolução do aluno Euclides do Grupo 2**
Deixem seus cálculos aqui... $Tg60° = \frac{h}{26,5}$ $h = 45,8993464014 + 1,5$ $h = 47,3993464014$ Altura = 47,393461014 m	**Deixem seus cálculos aqui...** $tg = \frac{Cat.\ Oposto}{Cat.\ Adjacente}$ $tg60° = \frac{x}{26.5}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{26.5}$ $x = 26.5 \cdot \sqrt{3}$ $x = 26.5 \cdot 1.73$ $x = 45.84$ $x = 45.84 + 1.5$ $\boxed{x = 47.34 m}$
Resolução do aluno Pitágoras do Grupo 3	**Resolução da aluna Sophie do Grupo 4**



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

De acordo com as resoluções da questão 1 da AOE 2 dadas pelos alunos Emmy, Sophie, Euclides e Pitágoras, ilustrada acima, percebe-se que os alunos apresentaram a habilidade de interpretar corretamente os dados do problema, e de identificar os catetos e a hipotenusa em triângulos retângulos.

Pois para determinar a altura aproximada do prédio, eles perceberam que tinham que calcular uma medida desconhecida do triângulo retângulo, que era o comprimento do cateto oposto ao ângulo de 60°, de acordo com a figura 2 da AOE 2, como já tinham a medida do cateto adjacente a esse ângulo, então todos esses alunos utilizaram corretamente a razão trigonométrica da tangente para determinar essa medida desconhecida, que o estudante Euclides chamou de x.

Com relação aos alunos Emmy, Sophie e Pitágoras chamaram a medida do cateto oposto ao ângulo dado de ***h***, podendo levar a eles a cometer um erro na resolução do problema, já que de acordo com a figura 2 da AOE 2, a variável ***h***, representava a altura do prédio. Mas, como eles fizeram uma leitura correta do problema, então todos estimaram a altura do prédio somando ao comprimento do cateto oposto que eles calcularam com a altura do teodolito, informada no texto que traz o problema. E assim as resoluções que foram ilustradas, determinaram corretamente a altura do prédio, que é de aproximadamente 47,34 metros.

Como na AOE 1 foi explorado um problema semelhante, logo os alunos não tiveram nenhuma dificuldade em solucionar esse problema da AOE 2, pois para Costa (2016), uma pessoa que participou da atividade de resolução de um determinado problema, se em outro momento, for colocada diante de uma situação semelhante, ou seja, de um problema do mesmo tipo. A participação grupal dessa pessoa na resolução do problema a favorece o desenvolvimento de certas habilidades, de modo que ela consiga agora resolver sozinha um problema semelhante.

Embora a situação problema da questão 1, ter sido um problema de fácil resolução, esse problema se torna uma situação desencadeadora de aprendizagem, pois ao buscar soluciona-lo, permitiu aos estudantes a desenvolverem e a usar certas habilidades, como identificar catetos e hipotenusa em triângulos retângulo e resolver situações problemas reais que envolva a medição de distâncias inacessíveis, usando os conceitos de razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Nesse contexto, é notório que quando os alunos, são desafiados a solucionar problemas, relacionados ao seu cotidiano ou a situações reais, facilitará aos mesmos a dar significado e a compreender o conteúdo, pois uma situação problema com um contexto que faz sentido para o aluno podendo ajudá-lo a visualizar a situação, assim leva-lo a levantar hipóteses e a criar estratégias que resolvam o problema, o que irá cooperar na generalização do conteúdo, facilitando a aprendizagem. Pois de acordo com Gontijo (2006):

> Um problema, ainda que simples, poderá despertar o interesse pela atividade matemática se proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução, estimulando, assim, a curiosidade, a criatividade e o aprimoramento do raciocínio, ampliando o conhecimento matemático. (Gontijo, 2006. p.7)

A questão 2, é outra situação problema que foi proposta nessa atividade da AOE 2, que está ilustrada a seguir, no quadro 5.

Quadro 3 – Questão 2 da AOE2

QUESTÃO 2: Agora que Thiago e Vitor já sabem a altura h do prédio, eles de acordo com a figura 3 abaixo podem tentar calcular o raio da terra. Utilizando a altura h do prédio calculada na “questão 1”, determine o raio da terra (R), usando os conceitos de razões trigonométricas no triangulo retângulo.

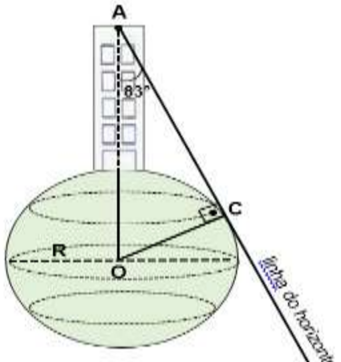


Figura 3

O: **centro da terra**

C**: ponto mais longe possível, na linha do horizonte.**

R**: raio da terra**

No triangulo (**AOC**): $\boldsymbol{A\hat{C}O = 90}$°,
OC = R e **AO** = R+ h.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Dentre as repostas dadas pelos alunos a esse problema da questão 2, na figura abaixo está ilustrado a respostas dadas, para que possamos fazer uma análise dessas respostas.

Figura 13 – Resolução da questão 2 da AOE2 dada pelos dos alunos

Resolução do aluno Tales do Grupo 3	Resolução do aluno Leibniz do grupo 1
Deixem seus cálculos aqui... $Sen\ 83° = \frac{R}{R+h}$ $Sen\ 83° = \frac{R}{R+47,399346}$ $0,9925461516 = \frac{R}{R+47,399346}$ $0,9925461516R + 47,399346 = R$ $47,399346 = R - 0,9925461516R$ $47,399346 = 0,0074538484R$ $R = \frac{47,399346}{0,0074538484}$ $R = 6.359,0434\ km$	Deixem seus cálculos aqui... $Sen\ 83° = \frac{R}{R+h}$ $Sen\ 83° = \frac{R}{R+47,399346}$ $0,9925461536 = \frac{R}{R+47,399346}$ $47.046035485 = R - 0,9925461536$ $47,046035485 = 0,0074538484R$ $R = \frac{47,046035485}{0,0074538484R}$ $R = 6311,6437855387$ $R = 6.311,64\ Km$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

As respostas dos alunos Leibniz e Tales, verificou-se que eles fizeram uso correto dos dados informados no texto e expostos na figura 3 da questão 2, desse modo usando seus conhecimentos de razões trigonométricas, esses alunos determinaram a medida aproximada do raio da Terra, utilizando a razão trigonométrica do seno, que é a razão entre cateto oposto ao ângulo dado, com a hipotenusa do triângulo retângulo dado.

Dando continuidade à atividade os dois alunos, interpretaram os dados que foram fornecidos corretamente, pois identificaram que o segmento $\overline{\mathbf{AO}}$ era a medida da hipotenusa do triângulo e sua medida é igual a soma do raio da terra com a altura do prédio, e o segmento $\overline{\mathbf{OC}}$ era a cateto oposto ao ângulo de medida igual 83°, de acordo com a figura 3.

Assim, eles finalizaram seus cálculos usando a razão trigonométrica do seno, para determinar uma relação entre essas medidas, e daí resolvendo uma equação do 1° grau, como mostra a figura 13 acima, Leibniz e Tales conseguiram, estimar a medida do raio da terra aproximadamente igual a 6.359,0434 km e 6311,64 km, respectivamente.

Apesar de ambos os alunos usarem a medida da altura do prédio e a valor do seno do ângulo de 83° com a mesma aproximação decimal, suas respostas foram diferentes.

O estudante Tales cometeu um erro em uma das operações na resolução do problema, pois ele deixou de multiplicar 47,399346 por 0,9925461516 no qual representavam nessa ordem, a medida da altura do prédio e a valor do seno do ângulo de 83°.

Uma outra questão importante para ser discutida a partir das respostas desses alunos, e também de todas as respostas dadas pelos componentes de cada grupo, é que eles tentaram ao máximo usar várias casas decimais, para estimar aproximadamente a medida da altura do prédio e a valor do seno do ângulo de 83°, no intuito claramente de conseguirem determinar a medida do raio da Terra bem próximo do valor que é conhecido atualmente, pois os mesmo com a leitura do texto, passaram a conhecer o valor atual da medida do raio da terra.

Nesse sentido, essa situação problema da questão 2 da AOE2 contribuiu para que os alunos de modo geral, usarem seus conhecimentos prévios para levantar hipóteses e a criar estratégias que resolvessem o problema, ajudando-os a usarem e desenvolver suas habilidades, de identificar catetos e hipotenusa em triângulos retângulos, e utilizar a razão trigonométrica do seno, para calcular medidas de distâncias entre dois pontos inacessíveis.

Tais conhecimentos possibilitou a esses alunos, reconhecer a importância da trigonometria na medição de distâncias entre pontos impossíveis de serem medidas diretamente e a aprender algumas técnicas que são usadas para calcular a medida do raio da terra, e de forma colaborativa os mesmos consigam dar significado e assim compreender os conceitos do conteúdo trabalhado, facilitando o seu processo de aprendizagem.

Já o problema da questão 3 da AOE 2, traz dois problemas que possuem os itens “a” e “b” que era para verificar se os alunos conseguiriam analisar se em seus cálculos usando os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, obtiveram a medida do raio da terra com uma boa aproximação das conhecidas atualmente, e também fazer um comparativo se com seu método conseguiu ou não ter um erro menor ou maior do que Erastóstenes. A questão 3 está ilustrada no quadro abaixo.

Quadro 4 – Questão 3 da AOE2

Questão 3: De acordo com a medida do raio da terra que vocês obtiveram na questão 2, usando os dados das medições apresentados por Thiago e Vitor, responda: a) Qual é a diferença entre a medida do raio da terra calculado pelas medições de Thiago e Vitor em relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade apresentado no texto? b) Expressem em porcentagem o tamanho do erro entre a medida do raio da terra calculado por vocês, com relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade, e depois verifiquem se conseguiram ou não um erro menor do que Eratóstenes obteve usando seu método.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Como os alunos podia utilizar a calculadora para ajudar a fazer os cálculos, então todos os alunos que resolveram tais problemas de maneira coletiva dentro de cada grupo, fizeram os cálculos para resolver esses problemas da questão 2 e dos itens “a” e “b” da questão 3, com várias casas decimais, para que conseguissem determinar a medida do raio da terra com um pequeno erro em relação a medida do raio da terra conhecida atualmente que foram apresentadas no texto da AOE 2.

Algumas respostas que foram dadas pelos alunos no item “a” da questão 3, estão expostas a seguir.

Figura 14 – Resolução no item “a” da questão 3 da AOE2 dada pelos dos alunos

Aluno	Resposta
Emmy do grupo 1	**Questão 3:** De acordo com a medida do raio da terra que vocês obtiveram na questão 2, usando os dados das medições apresentados por Thiago e Vitor, responda: a) Qual é a diferença entre a medida do raio da terra calculado pelas medições de Thiago e Vitor em relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade apresentado no texto? **Deixem seus cálculos aqui...** 6,378.4 - 6,311.6 66,8 A diferença é de 66,8 km
Euclides do grupo 2	**Questão 3:** De acordo com a medida do raio da terra que vocês obtiveram na questão 2, usando os dados das medições apresentados por Thiago e Vitor, responda: a) Qual é a diferença entre a medida do raio da terra calculado pelas medições de Thiago e Vitor em relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade apresentado no texto? **Deixem seus cálculos aqui...** 6.378,4 - 6.354,3 $\boxed{= 24.1 \text{ Km}}$

Tales do grupo 3	**Questão 3:** De acordo com a medida do raio da terra que vocês obtiveram na questão 2, usando os dados das medições apresentados por Thiago e Vitor, responda: a) Qual é a diferença entre a medida do raio da terra calculado pelas medições de Thiago e Vitor em relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade apresentado no texto? **Deixem seus cálculos aqui...** 6378,4 - 6359,0434 = $\boxed{19{,}3566\ \text{Km}}$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

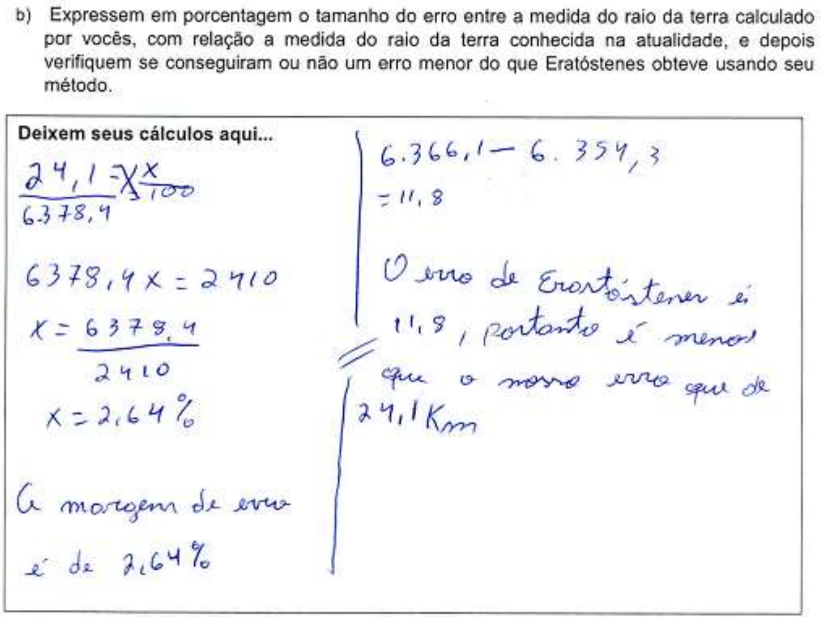
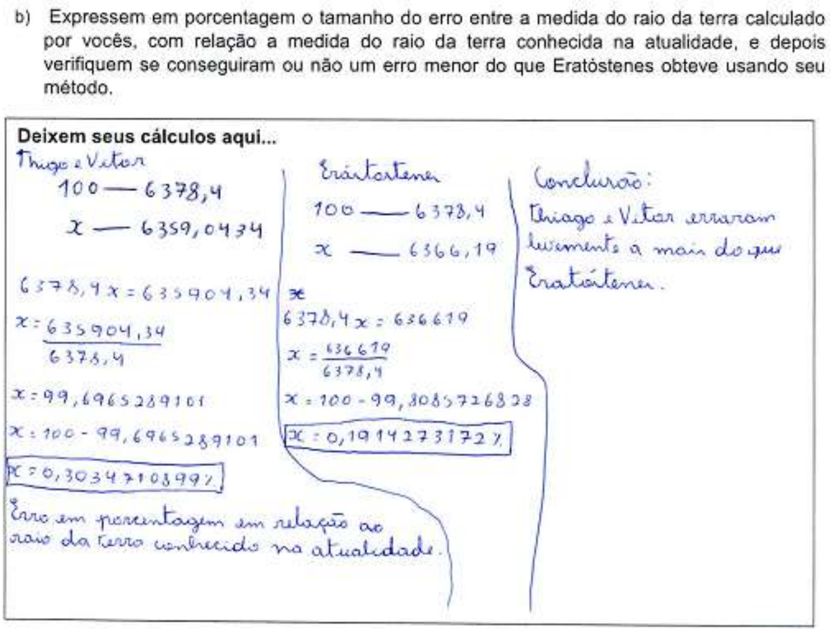
As respostas dos alunos Euclides, Emmy e Tales, que estão expostas, são diferentes, pois de acordo com as aproximações medidas que foram utilizadas por cada um deles, determinaram uma medida aproximada para o raio da terra distintas entre si, e todos aos alunos se esforçaram para ter um erro bem pequeno em comparação com a medida do raio da terra atual.

Dentre as respostas dadas, pode-se perceber que Tales conseguiu ter um menor erro, mas verificamos que ele cometeu um erro em seus cálculos na questão 2, que acabou favorecendo a ele conseguir determinar a medida do raio bem próxima da medida que foi apresentada no texto, talvez isso fez com que ele, juntamente com os colegas de seu grupo, buscaram verificar se eles tinham cometido algum erro.

Para o problema do item "b" da questão 3, vamos analisar as seguintes respostas.

Figura 15 – Resolução no item "b" da questão 3 da AOE2 dada pelos dos alunos

Aluno	Resposta
Emmy do grupo 1	b) Expressem em porcentagem o tamanho do erro entre a medida do raio da terra calculado por vocês, com relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade, e depois verifiquem se conseguiram ou não um erro menor do que Eratóstenes obteve usando seu método. **Deixem seus cálculos aqui...** 6378,4 — 100 66,8 — x 6.680 = 6378,4x x = 637,4 / 6,680 x = 95% 6.378,4 − 6.366,19 = 12,21 O erro do Eratóstenes foi menor

Fermat do grupo 2	 b) Expressem em porcentagem o tamanho do erro entre a medida do raio da terra calculado por vocês, com relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade, e depois verifiquem se conseguiram ou não um erro menor do que Eratóstenes obteve usando seu método. **Deixem seus cálculos aqui...** $\frac{24,1}{6378,4} = \frac{x}{100}$ $6378,4x = 2410$ $x = \frac{6378,4}{2410}$ $x = 2,64\%$ A margem de erro é de 2,64% $6.366,1 - 6.354,3 = 11,8$ O erro de Eratóstenes é 11,8, portanto é menor que o nosso erro que de 24,1 Km
Pitágoras do grupo 3	 b) Expressem em porcentagem o tamanho do erro entre a medida do raio da terra calculado por vocês, com relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade, e depois verifiquem se conseguiram ou não um erro menor do que Eratóstenes obteve usando seu método. **Deixem seus cálculos aqui...** Thiago e Vitor 100 — 6378,4 x — 6359,0434 $6378,4x = 635904,34$ $x = \frac{635904,34}{6378,4}$ $x = 99,6965289101$ $x = 100 - 99,6965289101$ $\boxed{x = 0,3034710899\%}$ Erro em porcentagem em relação ao raio da terra conhecido na atualidade. Eratóstenes 100 — 6378,4 x — 6366,19 $6378,4x = 636619$ $x = \frac{636619}{6378,4}$ $x = 100 - 99,8085726828$ $\boxed{x = 0,1914273172\%}$ Conclusão: Thiago e Vitor erraram levemente a mais do que Eratóstenes.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

De acordo com as respostas dos alunos Emmy, Fermat e Pitágoras, conclui-se que todos eles juntamente com os colegas de seus grupos, usaram seus conhecimentos prévios em relação os conceitos de regra de três simples e porcentagem, para expressarem em porcentagem o tamanho do erro entre a medida do raio da terra calculado por eles, com relação a medida do raio da terra conhecida na atualidade, depois disso eles tinham que verificar se conseguiram ou não um erro menor do que Eratóstenes obteve usando seu método.

Fazendo uma análise das repostas dos alunos Emmy e Fermat, percebeu-se que eles não conseguiram resolver corretamente a regra de três no qual escreveram os dados corretamente, então verificou-se que eles não fizeram as operações de maneira correta, mostrando assim suas fragilidades ao fazer as operações básicas necessárias para determinar uma resposta correta do problema.

Agora em relação a comparação de seu erro com o de Eratóstenes, Emmy ao contrário de Fermat que cometeu mais um erro, pois ele pegou a medida do raio da terra atual incorretamente para determinar o tamanho do erro de Eratóstenes, ela usou um procedimento correto, onde primeiro calculou a diferença entre a medida do raio calculado por Eratóstenes, com a medida do raio da terra conhecida na atualidade, e essa diferença foi de 12,21 km, já no item “a”, ela realizou esse mesmo cálculo, e a diferença entre a medida do raio na atualidade, com a medida do raio da terra que foi estimada por ela na questão 2 era de 66,8 km. O que fez ela afirmar que o erro de Eratóstenes foi menor do que o seu.

Para Pinto (2004), o educador deve adotar uma postura que busque refletir sobre os significados dos erros e acertos dos alunos preocupando-se em compreender os diferentes processos que os alunos utilizam ao apropriar-se dos conhecimentos, ao inquietar-se frente aos resultados obtidos e buscar sua regulação. E segundo Sousa (2002) se faz necessário,

> Superar paradigmas e aceitar o erro como um instrumento a favor do ensino e aprendizagem, como meio de conhecer o modo como o aluno está construindo suas hipóteses, como produto de uma construção ativa e de uma tentativa de busca da resposta correta. É preciso aceitar o erro como elemento construtivo, como parte do conhecer e vê-lo como fonte de tomada de consciência pois, através dele, o aluno pode vir a modificar e enriquecer o seu conhecimento. (SOUSA, 2002, p.138)

O aluno Pitágoras, conseguiu resolver o problema do item “b” da questão 3, pois ele juntamente com sua equipe, usaram seus conhecimentos prévios em relação a regra de três simples e porcentagem, e fizeram todas as operações corretamente, para poder expressar o tamanho de seu erro em porcentagem, e para comparar com o erro de Eratóstenes, esboçou o erro dele em porcentagem, e a partir daí pode concluir que o método usado por eles, teve levemente um erro maior que o de Eratóstenes.

Isso mostra que para os alunos resolverem os problemas da questão 3 da AOE2, necessitava que eles usassem seus conhecimentos prévios e a habilidade de resolver situações problemas que envolvendo os conceitos de regra de três e porcentagem, e realizassem os cálculos necessários com muito cuidado e atenção, para não cometer erros.

Após a aplicação da AOE2, foi realizado um momento da socialização das experiências e conhecimentos obtidos pelos estudantes durante a execução dessa atividade, objetivamos fazer uma discussão com alunos, para que relatassem o que aprenderam com aquela atividade e para os mesmos avaliassem suas respostas e assim poder refletir sobre seus erros e acertos.

Tal momento foi realizado no dia 11 de junho de 2019, das 15:30 as 16:20 com um tempo de duração de uma aula de 50 minutos e foi videogravado. E para fazer a análise dos dados coletados, apresentaremos recortes das falas e indagações dos alunos, relatando suas experiências individuais e coletivas que foram adquiridos, e que deram origem ao episódio 2 desse trabalho como mostra o quadro abaixo.

Quadro 5 – Episódio 02: Discussão sobre a AOE2

T	Aluno	Discurso	Comentário
1	Professor Pesquisador	*Olá pessoal, hoje é a nossa socialização de mais uma AOE, cujo o tema central era "**Calculando o raio da terra**".* *Primeiramente eu gostaria de saber, o que vocês do texto sobre "**Eratóstenes e a circunferência da Terra**"?*	O professor faz alguns comentários a respeito do texto, destacando alguns de seus principais.
2	Euclides	*Eu achei bem interessante que naquela época ele conseguiu calcular o raio da terra com uma boa aproximação.*	Essa fala desse aluno mostra que ele ficou impressionado como já naquela época *Eratóstenes já conseguiu determinar a circunferência da terra e seu raio.*
3	Fermat	*Gostei muito do texto e achei muito interessantes as observações feitas por ele, e como ele fez os cálculos para determinar o raio da terra*	Isso mostra que o texto serviu para chamar a atenção do aluno e despertar seu interesse pelo o tema da atividade.
4	Professor Pesquisador	*"Pois bem, depois desse texto, inicio-se o texto da história virtual da AOE2, néh!?A história Virtual, mostra um outro método bem antigo usado pelos gregos para calcular o raio da terra. "* *"Ai pessoal tinha a questão 1, no qual era um problema que envolvia calcular a altura do prédio (...)"* *"Pessoal como vocês resolveram esse problema, e qual foi a medida da altura do prédio que vocês encontraram?*	Nesse momento o professor faz alguns comentários sobre a historia virtual. E em seguida leu a questão 1 da AOE2, destacando todos os dados fornecidos na questão.
5	Pitágoras	*"Esse problema foi igual o problema da questão 1 da AOE1, então a gente utilizou a razão da tangente*	Percebe-se que os alunos já não tem

		*para medir o valor desconhecido **x** que era o cateto oposto ao ângulo de 60°, ai como tangente é o cateto oposto sobre o cateto adjacente que tinha valor igual a 26,5 metros, daí então a gente fez os cálculos e encontramos que x é igual a 45, 89 metros e depois somamos 1, 5 metros da altura do teodolito ai a gente encontrou que a altura do prédio era igual aproximadamente 47,39 metros ”*	dificuldade para encontrar um valor de um dos lados de um triangulo retângulo usando as razões trigonométricas.
6	Professor Pesquisador	“*Todos resolveram esse problema assim pessoal*?”	
7	Todos	*“Sim!”*	
8	Euler	“*Professor só que a gente aproximo com várias casas decimais para poder a gente ter cálculos com uma boa aproximação, pois a gente tinha que calcular o raio da terra com uma boa aproximação.”*	Percebe-se que os alunos perceberam que tinham que fazer os cálculos com os valores com uma boa aproximação para encontrar poder conseguir determinara medida do raio da terra com pouco erro.
9	Professor Pesquisador	*“Muito bem pessoal! Já a questão 2, pedi para vocês determinar o valor do raio da terra, usando os conceitos de razões trigonométricas, já que sabem a altura do prédio.”* *Então pessoal qual foi a estratégia que vocês utilizaram para calcular o raio da terra? E qual foi o valor que vocês encontraram?”*	O professor explicou algumas informações importantes da figura 3 da questão 2.
10	Leibniz	*“A gente usou a relação do seno, pois de acordo com a figura o cateto oposto ao ângulo de 83° era o valor do raio e o valor da hipotenusa era o valor do raio mais a altura do prédio, que a gente já sabia, então usamos a calculadora para determinara o valor do seno do ângulo de 83°, ai usamos aproximações com muitas casas decimais e fazendo os cálculos, encontramos que o raio igual a 6311, 64 km“*	Leibniz explicou como fez os cálculos juntos com seus colegas de grupo. Percebe-se que eles interpretaram os dados corretamente e usaram a razão trigonométrica do seno para calcular o raio.
11	Professor Pesquisador	*“Todos responderam usando esses procedimentos?”*	
12	Todos	“Sim!”	Professor pediu aos membros de cada grupo para dizer os valores que encontraram para o raio.
13	Grupo 2	Encontraram o valor do raio igual a 6354, 3 km	Todos os alunos afirmaram encontrar esse valor.
14	Grupo 3	Encontraram o valor do raio igual a 6359, 04 km	Respostas dadas pelos alunos
15	Grupo 4	Encontraram o valor do raio igual a 6358, 99 km	Respostas dos alunos do grupo 4
16	Professor Pesquisador	Pessoal quase todos os grupos deram uma resposta diferentes, somente os grupos 3 e 4, encontraram basicamente o mesmo valor, isso por que em pessoal?	
17	Todos	*“Por que deve ser que usamos valores aproximados diferentes para as medidas”*	Resumo da análise feita pelos os alunos

18	Professor Pesquisador	*“Pois bem, na questão 3 pedi para vocês determinar o tamanho do erro que obtiveram, comparando o valor do raio da terra que vocês obtiveram e o valor atual que é conhecido hoje, e também para expressar esse erro em porcentagem. Qual foi o valor do erro de vocês em porcentagem?”*	
19	Todos	*“Afirmaram de ter conseguido um erro menor que 1%.”*	Todos os alunos tiveram essa conclusão. Só que teve os grupos 1 e 2 admitiram que erraram seus cálculos para transformar em porcentagem o tamanho de seu erro, no dia da realização da atividade.
20	Professor Pesquisador	“*Quem conseguiu um erro menor vocês ou Eratóstenes?”*	
21	Todos	“Eratóstenes conseguiu ter um erro menor com o seu método”	Síntese das respostas dadas pelos alunos
22	Professor Pesquisador	*“Agora pessoal eu queria saber, o que vocês acharam do texto da história virtual, vocês acharam interessante como ela traz a situação problema?”*	
23	Euler	*“Eu achei show! Pois é bem diferente das formas como vem nos livros didáticos professor, é bem legal”*	Essa fala mostra que os textos servem para despertar o interesse dos alunos para o tema, e eles gostam bastante.
24	Lagrange	“*É bem mais interessante, é algo diferente para gente, e os textos ajudam a gente entender melhor o problema”*	Nessa fala, mostra que os textos ajudam os alunos a compreender os problemas e isso ajuda eles a buscar estratégias para resolver os problemas.
25	Professor Pesquisador	*“Agora gostaria que vocês relatassem o que aprenderam com a realização dessa atividade? ”*	
26	Fermat	*“Aprendemos a calcular o raio da terra, e a altura de um prédio usando a trigonometria. ”*	Mostra que a atividade alcançou seu objetivo de ensino.
27	Emmy	*“A gente aprende a resolver problemas que envolve distancias inacessíveis usando as razões trigonométricas. ”*	Percebe-se que essas atividades ajudam os alunos a desenvolver a habilidade de resolve problemas que envolve distancias inacessíveis usando as razões trigonométricas.
28	Euler	*“A gente passa a conhecer como podemos usar a trigonometria em nosso dia a dia.”*	Nessa fala pode-se concluir que ajuda os alunos a entender como podem aplicar os conteúdos de trigonometria no triangulo retângulo em situações reais
29	Professor Pesquisador	*“E vocês tiveram dificuldade para resolver qual questão?“*	

30	Todos	“*Em resolver a questão 2, pois tiveram problemas com os cálculos”*	Síntese das respostas da maioria dos alunos
31	Professor Pesquisador	“E vocês podia relatar alguns pontos negativos dessas atividades das AOE? “	
32	Laplace	*“Eu acho que os pontos negativos, que os textos são grandes, e a gente não está acostumar a fazer atividades de matemática assim”*	Percebe-se que os alunos são acostumados a responderem atividades com problemas bem objetivos e com pouco texto.
33	Lagrange	*É professor, pois a vezes fica cansativo textos grandes.*	
34	Professor Pesquisador	Certo pessoal, muito obrigado a todos pela participação.	Encerramento da socialização

Fonte: Elaboração do próprio autor, baseado em vídeos gravados no dia 11/06/2019

O professor pesquisador iniciou as discussões a respeito da aplicação AOE2, fazendo comentários a respeito do texto de “Eratóstenes e a circunferência da Terra”, e ao instigar os alunos a debater sobre tal texto, pode perceber nos comentários dos mesmos, de acordo com as falas em T2 e T5, que eles ficaram muitos curiosos e admirados que naquela época, o método que Eratóstenes utilizou para calcular a circunferência da terra, a partir de suas observações e estudo, o permitiu a conseguir a criar uma estratégia usando seus conhecimentos matemáticos de geometria, fez com que ele calculasse a medida da circunferência da terra, com um erro bem pequeno em comparação com as medidas que conhecemos na atualidade.

Depois disso, o professor comentou sobre o texto da história virtual da AOE2, na qual se deu a situação desencadeadora de aprendizagem, para poder apresentar aos alunos as situações problemas. E a partir desse ponto, o professor perguntou aos alunos como eles resolveram o problema da questão 1.

E pode-se verificar pelas falas dos próprios alunos em T5 a T8, que eles apresentam a habilidade de resolver problemas no qual eles tem que encontrar um valor de um dos lados de um triângulo retângulo usando as razões trigonométricas, e que os mesmos não encontraram nenhuma dificuldade para solucionarem tal problema, e que tiveram a estratégia de procurar fazer o cálculo da altura do prédio, usando várias casas decimais para aproximar as medidas de seus valores reais, pois isso iam ajudar a eles a conseguir solucionar o problema que era calcular a altura do raio com uma aproximação melhor. Isso mostra que os alunos desenvolvem suas habilidades de criar estratégias, formular e validar suas hipóteses para solucionar os problemas propostos.

Na questão 2 da AOE2 os alunos confrontaram com uma situação problema nova, que envolve os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, e de acordo com as falas de T10 e T17 mostram indícios que eles foram capazes de usar seus conhecimentos prévios em relação os conceitos de razões trigonométricas para resolver tal situação, permitindo assim adquirirem a habilidade de resolver problemas que envolve o cálculo de distâncias entre pontos inacessíveis.

Ao observarmos os estudantes, analisando seus comentários em T26, T27 E T28 podemos concluir que a atividade desenvolvida nesse encontro, cumpriu com seu principal objetivo de ensino, pois é necessário que

> A atividade de ensino, mediada pela AOE, deve oferecer condições para que os estudantes realizem ações de aprendizagem, a avaliação constitui se parte inerente do planejamento e da realização da atividade, tendo em vista que está se concretiza no processo de análise e síntese da relação entre a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem do estudante. As ações de aprendizagem realizadas pelos estudantes se constituirão como foco da análise do professor, que, assim, poderá refletir sobre a qualidade da AOE. (MOURA et. al., 2010a, p. 104)

Esse episódio, nos permite a refletir também sobre a elaboração das situações desencadeadoras de aprendizagem dessa atividade, pois nos turnos T32 e T33, os alunos fizeram uma crítica a respeito da AOE2, pois os mesmos destacam como ponto negativo da atividade realizada, o tamanho dos textos, pois alegam que são grandes, e por não serem acostumados a fazer atividades de matemática nesse formato, então torna-se cansativo a leituras dos textos.

Portanto, a realização de todas essas etapas durante a aplicação da AOE, torna essa atividade um momento de formação e transformação tanto do aluno como do professor.

4.3 Terceiro encontro: aprendendo como calcular a altura de uma montanha

Esse encontro se deu com a aplicação da atividade “Aprendendo como Calcular a Altura de uma Montanha” da AOE3, cujo a finalidade era fazer com que os alunos adquirissem e desenvolvessem as habilidades, de utilizar os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo para resolver situações problemas reais que envolva a medição de distâncias impossíveis de serem medidas diretamente, e também permitissem aos mesmos a conhecer algumas aplicações das razões trigonométricas em situações reais, compreender e aprender algumas técnicas de como calcular a altura de uma montanha, usando um teodolito, uma trena e uma calculadora científica.

Essa atividade foi realizada no dia 12 de junho de 2019, das 07:00 às 08:40, com um tempo de duração de 2 aulas de 50 minutos, participaram dessa atividade 16 alunos que aceitaram participar das atividades desse projeto, pois no dia da aplicação dessa atividade da OAE3, faltaram as participantes Émilie e Sofia, dos grupos 3 e 4.

Foi iniciada a execução dessa atividade da AOE3 com a leitura cuidadosa do texto da história virtual, junto com os alunos, cujo o tema é "*Aprendendo como Calcular a Altura de uma Montanha"*, no qual o texto foi um instrumento que serviu como uma situação desencadeadora de aprendizagem para apresentar aos alunos as situações problemas da atividade. Pois de acordo com Moura (2010) temos que:

> A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico. (MOURA et al, 2010, p.103-104)

O texto da história virtual da AOE3, que aborda uma situação emergente do mundo real, está exposto a seguir.

Figura 16 – História virtual da AOE3

Situação Problema: Como Calcular a Altura de uma Montanha

A secretaria de turismo de uma certa cidade, quer aumentar o número de turistas que os visitam anualmente, para isso pretendem instalar um teleférico nos topos de duas montanhas que circundam a cidade e para isso contrataram uma empresa especializada. Os técnicos da empresa escalaram a menor montanha e do seu topo (ponto **A**) avistaram o topo (ponto **B**) da maior montanha, e usando um moderno teodolito (aparelho usado para medir ângulos) verificaram que a linha **AB** forma 15° com a horizontal em relação ao ponto **A**, como está ilustrado na figura 1.

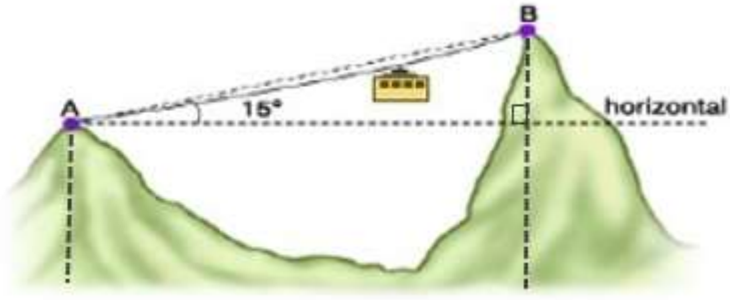


Figura 1

A partir da medição desse ângulo a equipe técnica discutiu como eles poderiam obter a medida do segmento **AB**, pois é necessário saber o tamanho do cabo de aço que sustentará o teleférico, que será preso entre os pontos **A** e **B**. Após essa discussão chegaram à conclusão que é preciso saber a altura das duas montanhas, a partir dos pontos **A** e **B**, utilizando um terreno bem plano que através do qual pode-se avistar os topos de ambas as montanhas.

- ✓ Sabe-se que a equipe técnica obtinha apenas um moderno teodolito (aparelho usado para medir ângulos), uma trena e uma calculadora científica.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Depois da leitura do texto acima, os alunos em seus respectivos grupos, que foram formadas no encontro da aplicação da AOE1, se reuniram para tentar solucionarem coletivamente as situações problemas propostas nessa atividade, no qual a figura abaixo está ilustrada a questão 1.

Figura 17 – Questão 1 da AOE3

1) Para determina a altura da montanha menor a partir do seu topo (ponto **A**) o topografo da equipe técnica da empresa contratada pela prefeitura, fez os seguintes procedimentos. Usando um teodolito de 1,60 metros de altura, posicionou o aparelho em um ponto $\mathbf{D_1}$ do terreno plano e avistando o topo (ponto **A**) da montanha mediu um ângulo de medida de 30° com relação a linha horizontal, logo depois o topografo aproximou-se em linha reta 600 metros da montanha, e posicionou o teodolito em um ponto $\mathbf{C_1}$, para realizar uma nova medição, em que pode avistar o topo (ponto A) da montanha sob um ângulo de medida 45° com relação a linha horizontal, como mostra a figura 2 abaixo. Depois de realizar esses procedimentos técnicos e obtendo essas medidas descrita a acima, o topografo pode calcular a altura da montanha menor. Então usando seus conhecimentos matemáticos determine qual é aproximadamente a altura dessa montanha.

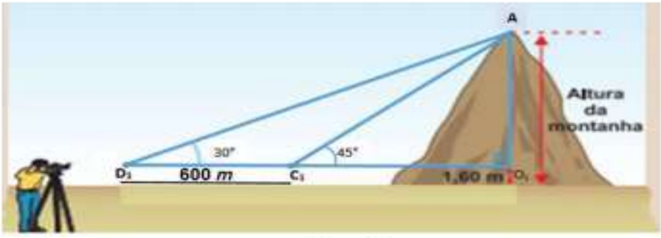


Figura 2

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Vamos analisar as resoluções apresentadas pelos grupos 2 e 3, no qual estão sendo representadas pelas figuras 18 e 19, nessa ordem.

Figura 18- Resolução da questão 1 da AOE2 dada pelo grupo 2

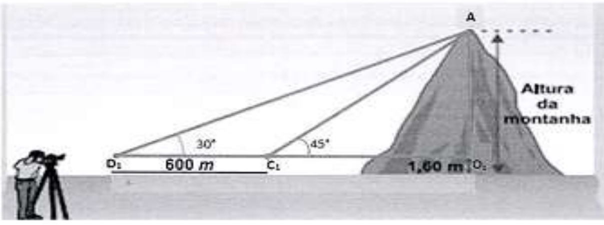


Figura 2

Deixem seus cálculos aqui...

No triângulo D_1AO_1

$tg\ 30° = \frac{x}{600+d}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{600+d}$

$3x = 1,73.600 + 1,73.x$

$3x - 1,73x = 1039,23$

$(3 - 1,73).x = 1039,23$

$1,27.x = 1039,23$

$x = \frac{1039,23}{1,27}$

$x = 818.11$

$h = x + 1,60$

$h = 818.11 + 1,60$

$h = 819.71$ metros

No triângulo C_1AO_1

$tg\ 45° = \frac{x}{d}$

$1 = \frac{x}{d}$

$d = x$

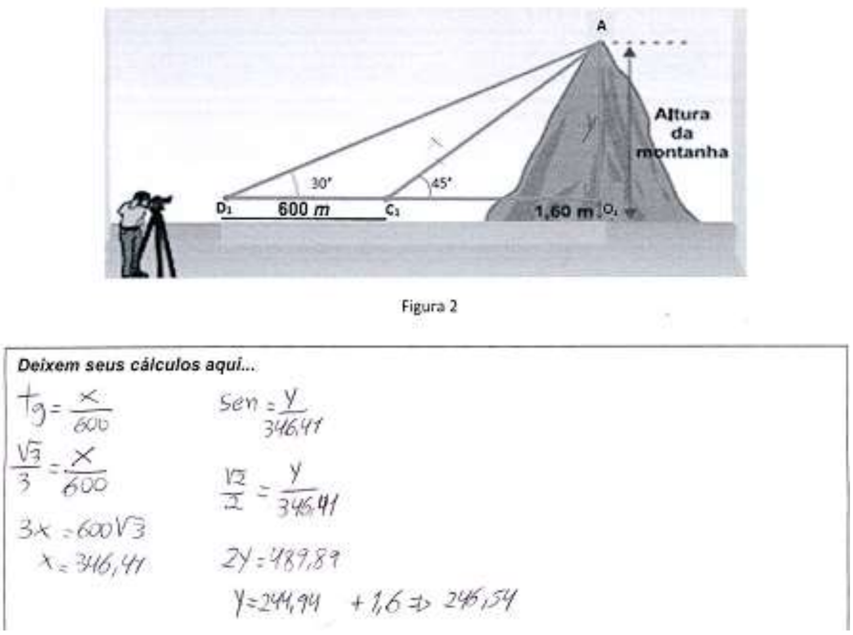
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

O grupo 2 interpretou corretamente todas os dados do problema que foi ilustrado na “figura 2” da questão 1 da AOE3, e elaboraram a estratégia de usar a razão trigonométrica da tangente no triangulo retângulo menor C_1AO_1, e estabeleceu uma relação entre os catetos oposto e adjacente ao ângulo de 45° desse triangulo, no qual os identificaram como a variáveis $\boldsymbol{x}$ e $\mathbf{d}$.

E depois voltou a usar a razão trigonométrica da tangente no triângulo retângulo maior D_1AO_1, encontrando uma nova relação entre as variáveis $\boldsymbol{x}$ e $\mathbf{d}$, e assim fazendo os cálculos matemáticos necessários, determinaram $\boldsymbol{x} = 818{,}11\ m$, como $\boldsymbol{x}$ representava o valor do cateto oposto aos ângulos de 30° e 45° nos triângulos D_1AO_1 e C_1AO_1 respectivamente, que era o segmento AO_1, que simbolizava o segmento de reta que tinha origem exatamente no ponto A (topo da montanha menor) e fazia um ângulo de reto com a linha horizontal do plano. Assim o grupo 2 chegou à conclusão de que a altura da montanha (**h**) seria a soma do valor de $\boldsymbol{x}$ com a altura do teodolito, e encontraram a solução de que $\boldsymbol{h} = 819{,}71\ m$.

Então podemos verificar que os alunos, tiveram que interpretar os dados informados no enunciado da situação problema para levantar hipóteses e criar estratégias que os possibilitou usar os conceitos de razões trigonométrica para solucionar do problema.

Figura 19 – Resolução da questão 1 da AOE2 dada pelo grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Ao analisar a resposta dada pelo o grupo 3, dar para perceber que eles adotaram a estratégia de usar a variáveis $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ para representar os segmentos C_1A e O_1A, e usar de maneira errada a razão trigonométrica da tangente no triangulo D_1C_1A

que não é um triangulo retângulo, isso fez com que eles encontrassem o valor de $\boldsymbol{x}$ errado.

Só que podemos observar que ao encontrarem o valor de $\boldsymbol{x} = 346{,}41\ m$, que era o valor da hipotenusa do triangulo retângulo C_1AO_1, eles de maneira certa, usaram a relação do seno no ângulo de 45°, e assim determinaram o valor de $\boldsymbol{y} = 244{,}94\ m,$ que era a medida do segmento AO_1, e assim eles concluíram que o valor da altura da montanha (**h**) seria a soma do valor de $\boldsymbol{y}$ com a altura do teodolito, chegando a solução de que $\boldsymbol{h}\ =\ 246{,}54\ m.$

Na figura 19 abaixo temos a questão 2 da AOE que é a situação desencadeador de aprendizagem, que em seu texto traz as informações de como o topografo procedeu para poder calcular a altura da montanha maior a partir do seu topo (ponto **B**), fornecendo os valores das medições que foram feitas, e no problema do item "a" pede para os alunos esboçarem um desenho que ilustre os dados e procedimentos técnicos da situação problema, e já no item "b" pedi para os determinar a altura da montanha maior de acordo com as medições que foram feitas.

Figura 20– Questão 2 da AOE3

2) Já para determina a altura da montanha maior a partir do seu topo (ponto **B**), o topografo usando o teodolito de 1,60 metros de altura, posicionou o aparelho em um ponto $\mathbf{P_1}$ do terreno plano e mediu um ângulo de medida de 45°, em que se conseguia avistar o topo (ponto **B**) da montanha, a partir desse ponto $\mathbf{P_1}$ com relação a linha horizontal, logo em seguida ele aproximou-se em linha reta 500 metros da montanha posicionando o teodolito em um ponto $\mathbf{P_2}$, para realizar uma nova medição, em que pode avistar o topo (ponto **B**) da montanha sob um ângulo de medida 60° com relação a linha horizontal. Depois de realizar esses procedimentos técnicos e obtendo essas medidas descrita a acima, o topografo pode calcular a altura da montanha menor.

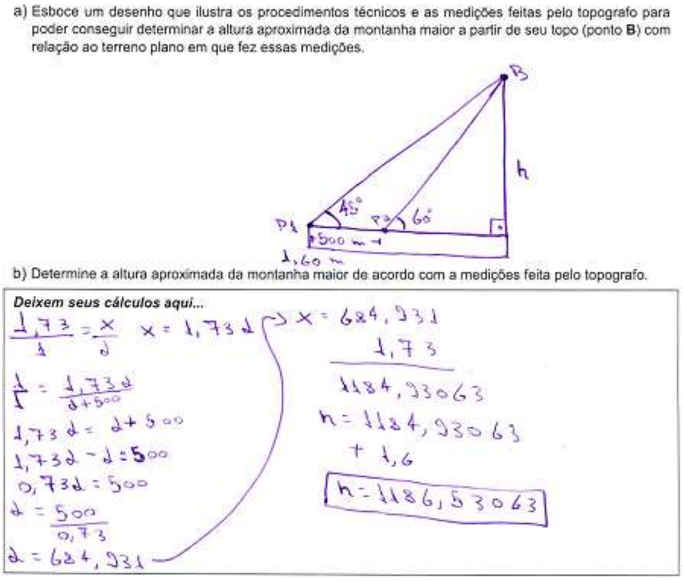
a) Esboce um desenho que ilustra os procedimentos técnicos e as medições feitas pelo topografo para poder conseguir determinar a altura aproximada da montanha maior a partir de seu topo (ponto **B**) com relação ao terreno plano em que fez essas medições.

b) Determine a altura aproximada da montanha maior de acordo com a medições feita pelo topografo.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

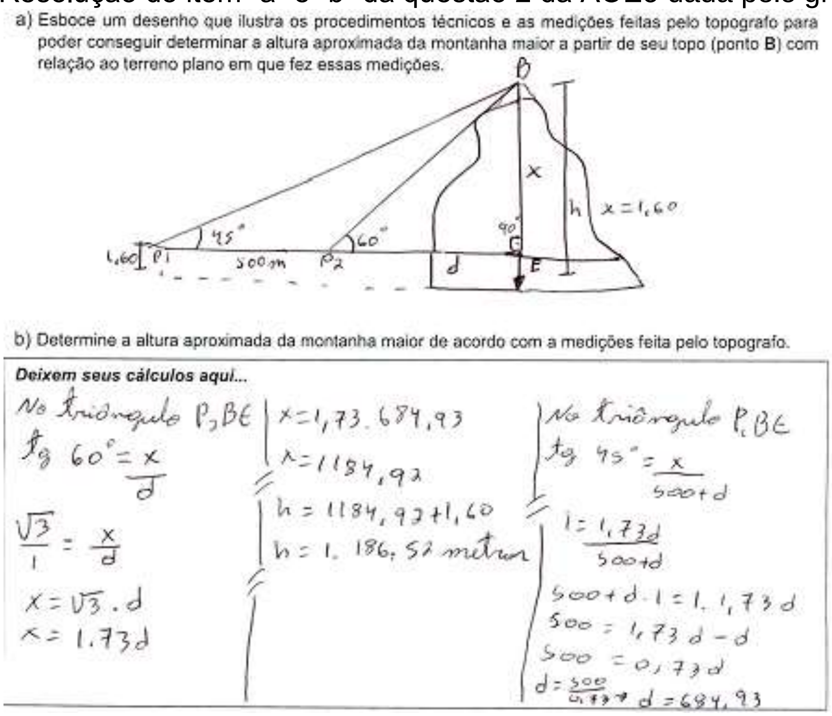
Nas figuras 21 e 22 estão as repostas dos grupos 1 e 2, no qual mostra que os alunos desses grupos, em especial o do grupo 1, fizeram um desenho ilustrando todas as informações e dados apresentados na situação desencadeadora, o que mostra que eles, interpretaram corretamente os dados, e conseguiram imaginar e visualizar o contexto real da situação problema, o que facilitou aos mesmo a solucionar o problema que envolvia determinar a altura da montanha maior.

Figura 21 – Resolução do item “a” e “b” da questão 2 da AOE3 dada pelo grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 22– Resolução do item “a” e “b” da questão 2 da AOE3 dada pelo grupo 2



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Depois de ter feito o desenho, os alunos desses grupos usaram as informações e dados de suas figuras para resolver o problema do item “b”, pois corretamente, assim como na questão 1, esses grupos criaram uma estratégia no qual usaram razão trigonométrica da tangente para estabelecer uma relação entre as medidas desconhecidas do triangulo triângulos, de acordo com seus desenhos, e assim conseguiram solucionar o problema, determinando a altura da montanha maior a partir seu topo (ponto **B**).

A questão 3 da AOE3 (figura 23), de acordo com as alturas das duas montanhas, que os alunos determinaram na questão 1 e 2, pedi aos alunos no problema do item “a”, para eles determine a distância entre os pontos **A** e **B** que estão ilustrado na figura 1 do texto da história virtual da AOE3, e já o problema da item “b” é para determinar o tamanho necessário do cabo de aço que sustentará o teleférico, sendo que seu comprimento tem que ser cerca de 7% maior que a medida do segmento **AB**, esses problemas é o situação problemática inicial que foi apresentada no texto, que tinha que ser resolvida.

Figura 23 – Questão 3 da AOE3

3) Utilizando a medidas das alturas aproximadas das duas montanhas, que vocês obtiveram a partir dos dados fornecidos nos itens 1 e 2. Respondam as seguintes questões:

a) De acordo com a medida do ângulo que a linha **AB** forma com a horizontal em relação ao ponto **A** como está ilustrado na figura 1 do texto acima. Qual é a distância entre os pontos **A** e **B**?

b) Os engenheiros da empresa responsáveis pelo projeto calcularam que o cabo de aço que sustentará o teleférico será preso entre os pontos **A** e **B**, tem que ter uma curvatura e, por isso, seu comprimento é 7% maior que a medida do segmento de reta **AB**. Assim, determinem o comprimento do cabo de aço que será utilizado.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Analisando a resposta do grupo 2 (figura 24) dada para o item “a” e “b” da questão 3, observa-se que os alunos para resolver tais problemas, eles fizeram o desenho do triângulo retângulo de acordo com a figura 1 da historial virtual da AOE3, no qual o segmento **AB**, representava a hipotenusa desse triângulo e eles representaram o cateto oposto ao ângulo de 15° pela variável $\boldsymbol{x}$ no qual, determinaram seu valor de $\boldsymbol{x} = 366{,}81\ m$, calculando a altura da montanha maior (h_2) menos a altura da montanha menor (h_1).

Os alunos do grupo 2, usaram a razão trigonométrica do seno, para determinar o valor do semento $\mathbf{AB} = 1421,7\ m$, que é a distância entre os pontos **A** e **B**. E para resolver o problema do item “b” os alunos usaram seus conhecimentos prévios sobre regra de três simples e porcentagem assim determinaram corretamente o tamanho do cabo de aço igual 1521, 219 metros.

Figura 24– Resolução do item "a" e "b" da questão 3 da AOE3 dada pelo grupo 2

a) De acordo com a medida do ângulo que linha **AB** forma com a horizontal em relação ao ponto **A** como está ilustrado na figura 1 do texto acima. Qual é a distância entre os pontos **A** e **B**?

Deixem seus cálculos aqui...

A B

$x = h_2 - h_1$

$x = 1.186,52 - 819,71$

$x = 366,81$

$\text{sen } 15° = \frac{366,81}{d}$

$366,81 = 0,258 \cdot d$

$d = \frac{366,81}{0,258}$

$d = 1.421,7$ metros

b) Os engenheiros da empresa responsáveis pelo projeto calcularam que o cabo de aço que sustentará o teleférico será preso entre os pontos **A** e **B**, tem que ter uma curvatura e, por isso, seu comprimento é 7% maior que a medida do segmento de reta **AB**. Assim, determinem o comprimento do cabo de aço que será utilizado.

Deixem seus cálculos aqui...

100% — 1.421,7

7% — x

$100x = 9.951,9$

$x = \frac{9.951,9}{100}$

$x = 99,519$ metros

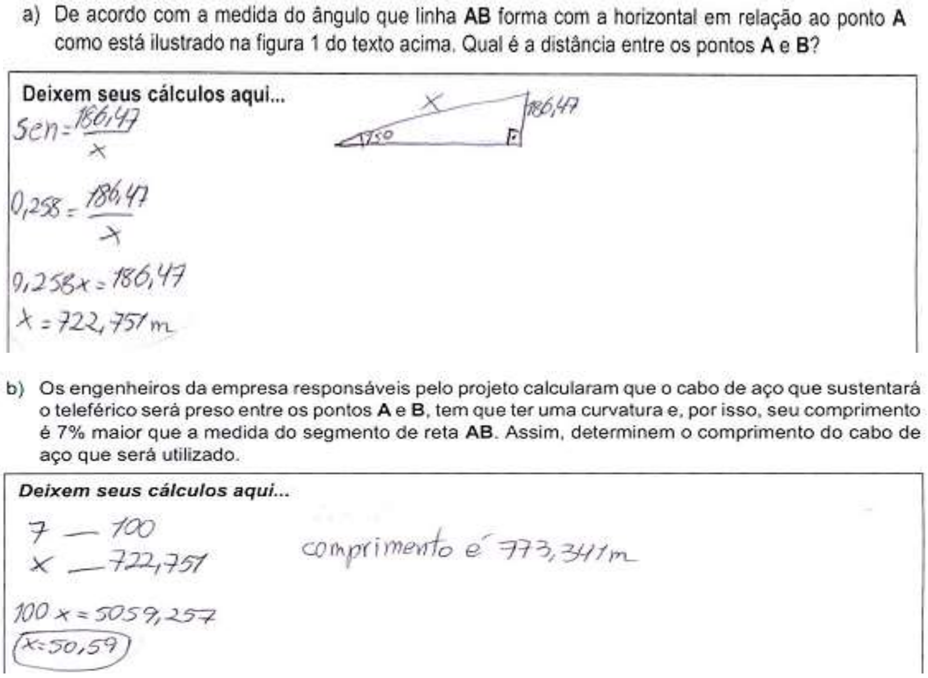
Comprimento cabo de aço é $= 1.421,7 + 99,519$

$\rightarrow 1521,219$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Na figura 25 abaixo, está ilustrando a resposta do grupo 3 que embora eles tenham errado as questões 1 e 2 da AOE3, como já foi aqui discutido, pois usaram a razão trigonométrica da tangente em um triangulo que não era retângulo, eles usando as medidas das alturas das montanhas que eles obtiveram, solucionaram os problemas da do item "a" e "b" de maneira correta, usando as mesma estratégias e conceitos matemáticos que os alunos do grupo 1 usaram.

Figura 25 – Resolução do item “a” e “b” da questão 3 da AOE3 dada pelo grupo 3


a) De acordo com a medida do ângulo que linha **AB** forma com a horizontal em relação ao ponto **A** como está ilustrado na figura 1 do texto acima. Qual é a distância entre os pontos **A** e **B**?

Deixem seus cálculos aqui...

$sen = \frac{186,47}{x}$

$0,258 = \frac{186,47}{x}$

$0,258x = 186,47$

$x = 722,757m$

b) Os engenheiros da empresa responsáveis pelo projeto calcularam que o cabo de aço que sustentará o teleférico será preso entre os pontos **A** e **B**, tem que ter uma curvatura e, por isso, seu comprimento é 7% maior que a medida do segmento de reta **AB**. Assim, determinem o comprimento do cabo de aço que será utilizado.

Deixem seus cálculos aqui...

7 — 100
x — 722,757

comprimento é 773,341m

$100x = 5059,257$

$x = 50,59$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Isso mostra que os alunos de maneira geral, conseguiram elaborar estratégias, formular hipóteses, visualizar e ilustrar as situações problemáticas e assim utilizaram seus conhecimentos de trigonometria no triângulo retângulo para solucionar problemas que envolvem a medição de distâncias inacessíveis, e também seus conhecimentos de regra de três simples e porcentagem para resolver os problemas propostos na AOE3. Pois de acordo com os PCNEM (2000b):

> Os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (PCNEM, 2000b, p. 52)

Foi realizado após aplicação da AOE3, um momento para socialização das experiências e conhecimentos adquiridos pelos alunos durante a execução dessa atividade, para isso foi feito com eles uma discussão para que os mesmos compartilhassem suas respostas dadas aos problemas, fazendo assim a verificação de suas soluções, podendo valida-las ou verificar onde cometeram erros. As falas e indagações feitas durantes as discussões foram compiladas no quadro abaixo que narra alguns recortes da videogravação para fazermos a análise desse episódio.

Quadro 6 – Episódio 03: Discussão sobre a AOE3

T	Participante	Discurso	Comentário
1	Professor pesquisador	*"Boa tarde pessoal! Hoje iremos fazer a socialização da AOE3, para discutirmos as possíveis resoluções dos problemas, e também para relatarmos experiências e conhecimentos que adquirirmos com a realização dessa atividade, certo!"* *"Bom pessoal! Alguém poderia me responder qual era o título do texto da atividade de ensino da AOE3?"*	Neste início da aula, o professor faz um breve comentário sobre o objetivo da realização daquele momento com os alunos.
2	Pitágoras	*"O título era "como calcular a altura de uma montanha"*	
3	Professor pesquisador	*"Certo! Então vamos fazer a leitura do texto da história virtual....* *Após a leitura do texto, o professor, pergunta se alguém poderia explicar, qual foi a situação problema foi relatada no texto."*	
4	Euler	*"Professor o texto relatou que, a secretaria de turismo de uma cidade contratou uma empresa para instalar um teleférico nos topos de duas montanhas que ficavam perto da cidade. Ai a empresa tinham que medir a distância do topo de uma montanha para o topo da outra, para saber o tamanho certo do cabo de aço que iam usar.* *Ai o funcionário da empresa subiu na montanha menor e mediu o ângulo no qual eles avistavam o topo da montanha maior, ai depois eles tinham que calcular a altura das duas montanhas. Acho que foi isso"*	Percebe-se pela a fala do aluno Euler, que ele entendeu o contexto da historial virtual, conseguiu interpretar o texto.
5	Professor pesquisar	*"Alguém sabe me dizer, por que a equipe técnica da empresa contratada mediu abertura ângulo, no qual eles podia avistar o ponto B, a partir do ponto A."* *"E depois que eles mediram esse ângulo, eles concluíram que tinham que ainda medir a altura das duas montanhas, para poder medir a distância entre os pontos A e B."*	Nesse momento o professor aguarda os alunos responder.
6	Sophie	*"Por que eles não tinham como medir diretamente a distância entre os pontos A e B."*	
7	Professor pesquisador	*"Certo! Mas por que eles obtendo eles calculando a medida desse ângulo e altura das montanhas eles iam conseguir obter a distâncias entre esses pontos?"*	
8	Sophie	*"Eles iam usar as relações trigonométricas para conseguir calcular a distância entre os pontos A e B."*	Essa fala, mostra que aluna entendeu o real objetivo que a equipe técnica tinha, aquelas medições que foram mencionadas aqui.
9	Professor pesquisador	*"Muito bem! Todo mundo concordou com a aluna Sophie!"*	
10	Toda turma	*"Responderam que sim!"*	

11	Professor pesquisador	*"Agora vamos analisar o problema da questão 1, que era determinar a altura da menor montanha.* *"(...)como vocês fizeram os cálculos para conseguirem determinar a altura dessa montanha, de acordo com as medições que foram feitas?"*	Nesse momento o professor, ilustra no quadro a figura 2 da AOE3, colocando todos os dados e informações do problema.
12	Fermat	*"Eu e meus colegas do meu grupo, usamos a razão trigonométrica no triangulo menor e também no triangulo maior. Daí a gente encontro o valor de **x** e depois o valor da altura da montanha, somando o valor de **x** com a altura do teodolito que era de 1,60 metros."*	Após a fala de Fermat O professor, o que representava o valor da variável ***x?***
13	Fermat	*"Professor o valor de **x**, representada a medida do cateto oposto do triangulo menor e do triangulo maior."*	O triangulo menor era o triângulo C_1AO_1 e o maior era o triangulo D_1AO_1, DE ACORDO com a figura 2 da questão 1.
14	Professor pesquisador	*"Muito bem! Algum outro grupo resolveu assim?"*	
15	Grupo 1 e 4	*"Sim!"*	
16	Grupo 3	*"Não professor! A gente fez diferente deles"*	Nessa hora o professor pediu para eles falarem como resolveram essa então a questão 1.
17	Euler	*"Professor, a gente usou a relação da tangente no triangulo* D_1AC_1*, por que na figura da questão a gente tinha o valor do ângulo de 30° e a medida do lado* D_1C_1*=600 metros, e ai usamos relação da tangente e encontramos o valor do lado* C_1A*, igual a 346, 4 metros e depois aplicamos a relação do seno no triângulo* C_1AO_1 *e encontramos o valor do lado* AO_1 *aproximadamente igual a 244,94 metros, depois disso a gente somou 244, 94 + 1, 60 e encontramos a altura da montanha menor igual a 246,54 metros aproximadamente."*	Nesse momento o professor, o professor ia instigando o aluno Euler explicar com detalhes todos os passos que ele e seu grupo fizeram, para a turma entender o método que eles utilizaram.
18	Professor pesquisador.	*Eu entendi o que vocês fizeram, só que vocês cometeram um pequeno erro, sabe qual foi!?... (Esperou eles perguntarem qual foi o erro que cometeram)* *Vocês erraram ao usar a razão trigonometria da tangente no triangulo* D_1AC_1, pois esse triangulo ele não é retângulo, e sim obtusângulo pois o ângulo $D_1\widehat{C_1}A$= 135°, *e vocês sabem que podemos só usar as razões trigonométricas em triângulos retângulos, néh!?"*	O professor pergunta aos alunos do grupo 3 se eles entenderam por que eles erraram.
19	Alunos do grupo 3	*"Sim!"*	
20	Lagrange	*"então professor, se a gente tivesse usado a lei dos senos no triangulo* D_1AC_1 *dava para ter achado o valor do lado* C_1A*, correto, néh professor!?"*	Nessa fala, perceber-se que o aluno formulou uma outra estratégia de como resolver o problema, após ter analisado o erro que cometeram.
21	Professor pesquisador	*"exatamente, Lagrange!"*	Nesse momento, o professor explica por que ele poderia usar a lei

			dos senos naquele triângulo.
22	Professor pesquisador	*"Agora vamos pessoal, vamos ver como pode ser feita a resolução desse problema da questão 1"* (Depois de ter resolvido o problema da questão 1 no quadro o professor, encontrado como resposta o valor da altura da montanha aproximadamente igual a 819, 7 metros, o professor perguntou aos alunos) *"Vocês encontram a altura da montanha aproximadamente igual a 819,7 metros"*	O professor expos no quadro a resolução da questão 1 explicando aos alunos todos os cálculos que foram fetos.
23	Grupo 2	*"sim!"*	Respondeu todos os alunos
24	Grupo 1 e 4	*Sim! só que encontramos um valor aproximado a 820, 04 metros*	Os alunos explicaram com a calculadora eles fizeram os cálculos usando mais casas decimais
25	Grupo 3	*Não!*	Explicaram que não, por que tinham cometido aquele erro
26	Professor pesquisador	*Vamos discutir agora a questão 2, como vocês responderam o item "a"?*	O professor deu um tempo para os alunos responder.
27	Tales	*Professor a gente usou como base a figura da questão 1 e só colocamos os dados do problema da questão 2.*	Todos os alunos admitiram que usaram como modelo a figura da questão 2, exatamente como tales explicou.
28	Professor pesquisador	*"Pois bem pessoal, a figura ajudou a vocês, a criar uma estratégia para responder o item b dessa questão?"*	
29	Todos	*"Sim!"*	
30	Professor pesquisador	*"Como vocês responderam esse item b dessa questão 2?"*	
31	Euler	*"Professor a gente usou a mesma estratégia da questão 1, então a gente errou de novo os cálculos"*	Essa fala mostra que o aluno compreender que o problema do item b da questão 2 é semelhante ao da questão 1, e que pode ser resolvido da mesma forma que o professor explicou no quadro
32	Leibniz	*"A gente usou a mesma estratégia da questão 1"* *"(...) Professor, a gente encontrou que a altura da montanha maior era igual a 1186,53 metros*	O professor perguntou a ele, e qual foi o resultado que encontraram?
33	Professor pesquisador	*Muito bem! Todos os outros grupos acharam aproximadamente esse valor?*	
34	Grupo 1 e 4	*"Sim!"*	
35	Professor pesquisador	*"pessoal agora vamos analisar a questão 3 agora"* *"O problema da questão 3, pessoal. Perguntava o seguinte: por que o topografo para conseguir estimar a altura de uma montanha, ele reconheceu que era necessário fazer medições em dois pontos,* ***P1*** *e* ***P2,*** *arbitrários, em que a partir desses pontos*	O professor pediu para os a alunos refletir sobre essa pergunta, e depois pediu para eles apresentar suas respostas.

		com o uso do teodolito, podia conseguir obter a medida do ângulo em que se podia avistar o topo da montanha. E com o uso da trena podia medir a distâncias entre esses dois pontos? Alguém pode responder o porquê?	
36	Georg cantor	*"por que ele não tinha como medir a distância do pé da montanha até o centro dela"*	O aluno em sua fala mostra que ele entendeu o motivo do topografo ter utilizado aquele método
37	Euler	*"Professor, eu acho que é por que ele não podia medir a altura da montanha diretamente, ai como ele só tinha o teodolito e uma trena, ele mediu a distancias entre os dois pontos e os ângulos e ai ele podia usar as razões trigonométricas para calcular a altura da montanha"*	*Percebe que o aluno entendeu em partes, o por que o topografo achou necessário fazer medições em dois pontos,* ***P1*** *e* ***P2,*** *arbitrários. Pois realmente com as medições necessárias* feitas, ele podia usar as razões trigonométricas para calcular a altura da montanha. Só que ele não explicou o por que era preciso fazer aquelas medições em dois pontos.
38	Professor pesquisador	*Sim pessoal, Só que a pergunta quer que vocês expliquem o porquê foi necessário fazer essas medições tendo como base dois pontos em um terreno plano. Alguém pode explicar?*	
39	Fermat	*"Eu acho professor, não ele não podia fazer as medições só em um ponto. Por que ele não podia cavar um buraco até o centro da montanha. "*	
40	Professor pesquisador	*"Certo Fermat! Mas pode explicar, melhor por que ele tinha que cavar um buraco se usa-se só um ponto como referência para fazer a medição da medida do ângulo em que se podia avistar o topo da montanha"*	
41	Fermat	*Ah professor, é por que ele tinha que saber a distância desse ponto para o centro da montanha. E como ele não podia fazer um buraco para medir essa distância, ai ele usou dois pontos"*	Nessa fala o aluno mostrou que entendeu basicamente o motivo que levou o topografo fazer aqueles procedimentos.
42	Professor Pesquisador	*"Entendi, Fermat! Alguém mais poderia nos dar uma outra resposta."*	O professor aguarda alguém dar outra resposta.
43	Leibniz	*"Por que não é possível medir a distância do eixo central até o pé da montanha, professor!"*	Essa fala mostra que Leibniz, entendeu o por que o topografo usou aquele procedimento descrito na questão anteriores
44	Professor Pesquisador	*Bem pessoal, vamos ver agora a questão 4, como vocês responderam essa questão?* *A questão 4, pedi para vocês utilizarem as alturas das duas montanhas que vocês já calcularam, e no item "a" usando essas medidas e om dos dados da que foram apresentados no texto virtual, que estão*	Professor aguarda alguns alunos explicarem como fizeram os cálculos

		ilustrados na figura 1 da AOE3, pedi para vocês determinarem a distância entre os pontos A e B. "Então pessoal, como vocês responderam esse problema, quais conceitos matemáticos utilizaram e por que?"	
45	Euler	*"Professor, como lado AB era a hipotenusa do triangulo da figura 1, e o cateto oposto ao ângulo de 15°, podia ser obtido subtraindo a altura montanha maior pela altura da montanha menor, que a gente calculou, ai a gente usou a razão do seno para calcular o valor de AB, chamou de* x, *e fazendo isso a gente encontrou que* $x = 722,751$ *metros."*	Percebe-se que os alunos usaram corretamente a razão trigonométrica do seno, para determinar o valor da hipotenusa, só que valor que eles encontram, não foi coreto, por que calcularam as alturas das montanhas errado.
46	Professor Pesquisador	*"Todo usaram os mesmos procedimentos? E acharam a distância entre A e B igual a quanto?"*	
47	Grupo 1	*"Sim, usamos esses mesmos procedimentos, e o valor da distância entre A e B que a gente encontrou foi de 1421, 7 metros"*	Nesse momento, os alunos dos outros dois grupos disseram que encontraram o valor aproximadamente igual do grupo 1.
48	Professor Pesquisador	*"E o item "b" tiveram alguma dificuldade para determinar o valor do tamanho do cabo de aço?"*	
49	Todos	*"Responderam que não, que usaram regra de três simples e conseguiram facilmente resolver esse problema"*	
50	Professor Pesquisador	*"A questão 5 pedi para vocês falarem que conceitos matemáticos vocês utilizaram para resolver os problemas. Quais foram pessoa?"*	
51	Lagrange	*"Nosso grupo usou os conceitos de razão trigonométricas da tangente e do seno, e regra de três simples"*	Todos os alunos confirmaram ter usados esses conceitos também.
52	Euler	*Ah! A gente também podia ter utilizado a lei dos senos para resolver as questões 1 e 2, néh professor!*	
53	Professor Pesquisador	*Muito bem pessoal! Agora, eu gostaria saber em que questão vocês tiveram mais dificuldades? Por que?*	
54	Euler	*"Na questão 1 e 2, pois erramos elas, usamos a razão da tangente em um triangulo errado"*	O professor pediu para alguém mais responder.
55	Lagrange	*"sim, foi nessas questões, pois nosso grupo acabou utilizando a razão da tangente em um triangulo não retângulo."*	Nota-se que os alunos do grupo 3, compreenderam por que erraram os cálculos da questão 1 e 2.
56	Fermat	*"Foi na questão 1 também, pois debatemos muito para saber em qual triangulo e como podíamos usar as razões trigonométricas para resolver o problema, e por que a gente nunca tinha resolvido um problema desse."*	O aluno relata em sua fala, que o fato deles nunca ter respondido uma questão semelhante a questão 1, fez com que eles encontrassem dificuldade para responder tal questão.
57	Professor pesquisador	*"Pessoal, agora eu gostaria de saber se vocês acham interessante como o texto da história virtual,*	

		abordou ou apresentou as situações problemas para vocês? E por que? ”	
58	Euler	*Sim professor, eu acho mais interessante e bem diferente dos problemas que a gente é acostumada a resolver”*	
59	Pitágoras	*“Eu também acho, são bem mais interessantes e bem criativos os textos, e bem diferente dos problemas que a gente resolve dos livros”*	Note que na fala desses alunos, eles destacaram que os problemas abordados nas AOE, eles são mais interessantes e tem um formato bem diferente dos problemas que eles são acostumados a resolver.
60	Professor Pesquisador	*“Agora para encerrar, gostaria de saber de vocês, o que vocês aprenderam com a realização dessa atividade?”*	
61	Euler	*“Com essa aula, eu aprendi agora, como calcular a altura de uma montanha”*	
62	Fermat	*“É foi isso mesmo, a gente aprendeu como se faz para calculara altura de uma montanha usando um teodolito, trena, e calculadora e os conceitos de razões trigonométricas”*	Fermat e Euler destacaram em suas falas que aprenderam o calcular a altura de uma montanha. Que era o principal objetivo dessa atividade.
63	Professor Pesquisador	*Alguém mais poderia responder!*	
64	Todos	*“Aprenderam a calcular a altura de uma montanha, a usar os conceitos de razão trigonométricas para calcular distancias inacessíveis, e a conhecer essa aplicação desses conceitos no mundo real”*	Resumo das respostas dos outros alunos.

Fonte: Elaboração do próprio autor, baseado em vídeos gravados no dia 13/06/2019

No início da realização dessa outra etapa da AOE3, destinada a socialização das experiências e dos conhecimentos adquiridos pelos alunos ao fazer tal atividade, o professor pediu aos alunos para relatarem a respeito do texto da história virtual da AOE3, e percebe-se nas falas em T4, T6 e T8, que os alunos foram capazes de interpretarem o texto, e identificaram o problema desencadeador da atividade, que realmente serviu como fonte mobilizadora dos participantes, pois os colou diante de outras situações problemas desafiadoras que envolvia o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, para que os mesmos em coletividade buscassem solucioná-los.

Também podemos perceber que nos turnos T12, T13, T17, T36, T37, T39, T41, T43 e T45 o professor instigou os alunos para relatarem quais métodos usaram para resolver os problemas proposto na atividade e suas conclusões, nota-se que os alunos foram capazes de argumentarem como fizeram seus cálculos e suas conclusões, de forma consistente, mostrando uma linguagem matemática adequada.

Então pode-se concluir que esse momento é bastante enriquecedor e útil para os alunos poder ter a aquisição do conhecimento teórico, já que permite leva aos mesmos a desenvolver certas competências e habilidades como comunicar-se matematicamente, para apresentar seus resultados obtidos fazendo também argumentações sobre suas conjecturas e cálculos matemáticos que usaram para resolver, usando assim oral para explicar como resolveram as situações problemas. Pois de acordo com Fonseca (2008)

> O aluno e o professor precisam sentir o sabor do conhecimento que está sendo socializado em sala de aula: saber o que, saber por que e para quê. O professor é o condutor da aprendizagem do aluno, possibilitando o pensar, o refletir, o compreender. O aluno precisa construir uma rede relacional, em que o novo conhecimento esteja vinculado ao conhecimento pré-existente, ampliando-o e modificando-o. (FONSECA, 2008, p.6).

E analisando as explicações apresentadas pelos alunos em T36, T37 e T39, em relação ao método que o topografo utilizou para conseguir estimar a altura da montanha, mostra que eles entenderam, por que foi necessário fazer tais medições daquela forma, isto evidencia que os alunos compreenderam como podem ser utilizados os conceitos de razões trigonométricas, para solucionar situações problemas, que envolve o cálculo de distancias impossíveis de serem medidas diretamente.

Já nas falas dos alunos em T19, T20 e T31, fica evidente que os alunos foram instruídos a perceber e a refletir sobre o erro que cometeram na estratégia que utilizaram para resolver o problema da questão 1, e após identificarem que o erro que cometeram usar a razão trigonometria da tangente em um triângulo que não era retângulo, e assim puderam refletir sobre esse erro que cometeram e até formular novas estratégias usando os seu conhecimentos prévios para elaborar uma estratégia que solucionaria o problema corretamente. Esse momento foi algo de grande importância para a prática pedagógica norteada pela perspectiva da AOE nesse trabalho, pois para Sousa (2002),

> Na perspectiva construtivista os erros não devem ser somente apontados ou assinalados. É preciso que eles se tornem um observável para o aluno. Isso não quer dizer que o aluno deva apenas saber que errou, deve também perceber a qualidade do erro que cometeu. Para tanto, é preciso dotá-lo de elementos que propiciem a tomada de consciência dos problemas de seu raciocínio. As causas devem ser explicitadas para que ele possa raciocinar e vir a concluir que optou por um caminho incorreto; ele deve ser incentivado a buscar as mais variadas tentativas para obter a resposta certa, as teorias

> corretas, os procedimentos eficazes. Tornar um erro observável ao aluno não depende apenas da organização da tarefa, mas também do nível de desenvolvimento do sujeito. (SOUSA, 2002, p.50)

Também pelos relatos dos alunos em T54 a T56, nessa atividade o problema da questão 1, foi a que eles tiveram mais dificuldades de resolverem, pelo fato, de não saberem como usar as razões trigonométricas de forma adequada naquela situação, e devido essa questão ter esse caráter desafiador, então se tornou a principal proposta dessa atividade, ou seja, era a situação desencadeadora que possibilitou aos estudantes interagirem entre si e de maneira coletiva a buscarem a criar e experimentar estratégias que os levassem a solucionar esse problema.

Já de acordo com as falas dos alunos em T58, T59, T61, T62 e T64 podemos evidenciar que na opinião deles os problemas abordados na AOE3, eles são mais interessantes e tem um formato bem diferente dos problemas que eles são acostumados a resolver. E ao participarem da realização da AOE3 possibilitou a eles aprenderem a calcular a altura de uma montanha, a usar os conceitos de razão trigonométricas para calcular distâncias inacessíveis, e a conhecer como aplicar e utilizar esses conceitos no nosso mundo real.

4.4 Quarto encontro: como calcular a largura de um rio.

Esse foi o nosso último encontro destinado a aplicação das AOE, e nele foi feito a realização da atividade "*Como Calcular a Largura de um Rio*" da AOE4, e podemos destacar como os principais objetivos dessa era fazer com que os alunos pudessem desenvolver as seguintes habilidades, de utilizar os conceitos de trigonometria no triangulo retângulo para resolver situações problemas reais que envolva a medição de distâncias inacessíveis, possibilitando-os a aprender como calcular a largura de um rio, usando um teodolito, uma trena e uma calculadora cientifica e assim compreender os conceitos de trigonometria no triangulo retângulo para usa-los na criação de diferentes estratégias para resolução de situações problema reais.

Tal atividade foi realizada no dia 18 de junho de 2019, das 16:20 às 18:00, com duração de 2 aulas de 50 minutos, contou com a participação de 16 alunos que, pois faltaram as participantes Lagrange e Laplace, dos grupos 3 e 4.

A realização dessa atividade da AOE4, se iniciou, também com o professor pesquisador fazendo a leitura do texto da história virtual (figura 26) da situação desencadeadora de aprendizagem, juntamente com o aluno Georg Cantor, no qual dentro do texto o professor fez as falas do personagem que representava o “engenheiro” e o aluno as falas do personagem “Sebastião”.

Figura 26 – História virtual da AOE4

Na cidade de Floresta, existem dois bairros chamados de Bom Jardim e Xique Xique, que entre os dois passa um riacho, chamado de riacho das flores, este riacho é de extrema importância para desenvolvimento da agricultura local e por ser uns dos principais riachos que deságua na barragem Juá, que é a barragem utilizada para o fornecimento de água do município de Floresta e de outros municípios circunvizinhas. Só que durante os meses chuvosos o riacho das Flores, aumenta consideravelmente seu nível de água, impossibilitando aos moradores dos bairros Bom Jardim e Xique Xique trafegarem pela a estrada que liga os dois bairros através de automóveis, causando grandes transtornos aos moradores de ambos os bairros todos os anos durante os meses chuvosos, já que isso atrapalha suas relações socioeconômicas. Como riacho das Flores só seca ou baixa seu nível de água nos meses de estiagem, tornando possível o trafego de automóveis pela estrada que liga os bairros Bom Jardim e Xique Xique, só nesse período do ano, então os moradores de ambos os bairros por longos anos vêm sempre reivindicando a construção de uma ponte no local, para solucionar esse problema. O que fez com que prefeitura de Floresta, disponibilizasse recursos financeiros para construção da ponte, e assim contrataram uma empresa de construção para fazer a tal obra. A empresa contratada, primeiramente pediu para seu engenheiro medir a largura do riacho exatamente no trecho que passa a estrada, e durante o período em que o nível de água do Riacho da Flores está consideravelmente máximo, para assim poder saber qual o comprimento mínimo da ponte que será construída no local. Então o engenheiro da empresa foi até local, e levou apenas um teodolito (aparelho usado para medir ângulos), uma trena e uma calculadora científica, para poder estimar a largura do riacho naquele trecho. Ao chegar no local o engenheiro avistou um senhor perto da margem do riacho, e foi logo lhe chamando. Engenheiro, diz – faz favor senhor vem aqui! Qual é seu nome? Morador, respondeu – meu nome? Meu nome é Sebastião.	Sebastião – Como assim o senhor vai querer medir a largura desse riacho, usando essa trena aí? Cuidado que a correnteza do riacho está muito forte e pode carregar o senhor e você morrer afogado, viu! Engenheiro, sorrio e disse – Não seu Sebastião, eu irei estimar a largura desse riacho usando esse teodolito aqui e a trena, e não é preciso atravessar o riacho. Sebastião – Mas como o senhor vai fazer isso? Engenheiro – os Senhor vai me ajudar? Se for eu posso te explicar como irei fazer. Sebastião – Sim! Posso sim, agora me diga o que eu preciso fazer. Engenheiro – ótimo seu Sebastião! Então me ajuda a fixar estas duas estadas desse lado do riacho. Sebastião – Pode deixar comigo. Daí, o engenheiro pediu para o seu Sebastião pegar uma das estacas e fixar e um ponto próximo a margem do rio, no qual ele chamou de ponto **B**, e ele pegou a outra estaca e fixou em um outro próximo da mesma margem do rio, no qual ele chamou de Ponto **A**, depois disso o engenheiro com a ajuda do seu Sebastião pegou a trena e mediu a distância entre as duas estacas, que foi um valor de 28 metros. O engenheiro, falou – Seu Sebastião agora temos que encontrar um objeto, na outra margem do riacho que que irá nos servi como referência para calcularmos a largura desse riacho nesse trecho. Sebastião – certo, pode ser aquele tronco ali. Engenheiro, respondeu – Ótimo! Vamos chamar aquele tronco ali, de ponto C. agora seu Sebastião com o uso desse teodolito eu irei medir a medida do ângulo formados por esta estaca (ponto A), e pela outra estaca (ponto B) e por aquele tronco (ponto C), e irei chamar esse ângulo de $\mathbf{B\hat{A}C}$. Da mesma forma eu irei medir o outro ângulo formado pela estaca (ponto B), e por esta estaca (ponto A) e por aquele tronco (ponto C), e irei chama-lo de ângulo $\mathbf{A\hat{B}C}$. Sebastião- eu não entendi muito essas coisas não, mas como o senhor vai determinar a largura do rio através dessas medidas em? Engenheiro – calma seu Sebastião! Deixa eu medir primeiro estes ângulos que lhe falei.

Engenheiro, diz – Certo! Seu Sebastião o senhor quer me ajudar a medir a largura desse riacho? O ângulo $\mathbf{B\hat{A}C = 75°}$ e o ângulo $\mathbf{A\hat{B}C = 78°}$. E logo após explicou ao seu Sebastião que com a medidas desses ângulos e com a medida da distância entre os pontos **A** e **B**, bastava ele através do triângulo determinado pelos pontos **A**, **B** e **C,** determinar a altura desse triângulo a partir do ponto **C** em relação ao lado **AB.**	Assim, o engenheiro com o uso do teodolito mediu tais ângulos e encontrou as seguintes medidas:

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Portanto, a situação desencadeadora de aprendizagem que foi trabalhada nessa AOE4 por meio dessa história virtual contendo uma situação emergente do mundo real, serviu para apresentar aos alunos uma situação problema que envolve os conceitos de trigonometria no triangulo retângulo, seguindo assim as propostas das OCEM (2006) no qual diz que:

> É recomendável o estudo da razão trigonométrica tangente pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola. Por exemplo, como calcular a largura de um rio? Que referências (árvore, pedra) são necessárias para que se possa fazer esse cálculo em diferentes condições – com régua e transferidor ou com calculadora? (OCEM, 2006, p. 73-74)

Terminado a leitura do texto, cada aluno se reuniu com seus colegas de grupo, para buscarem resolver os problemas propostos. A figura abaixo temos a questão 1 da AOE4.

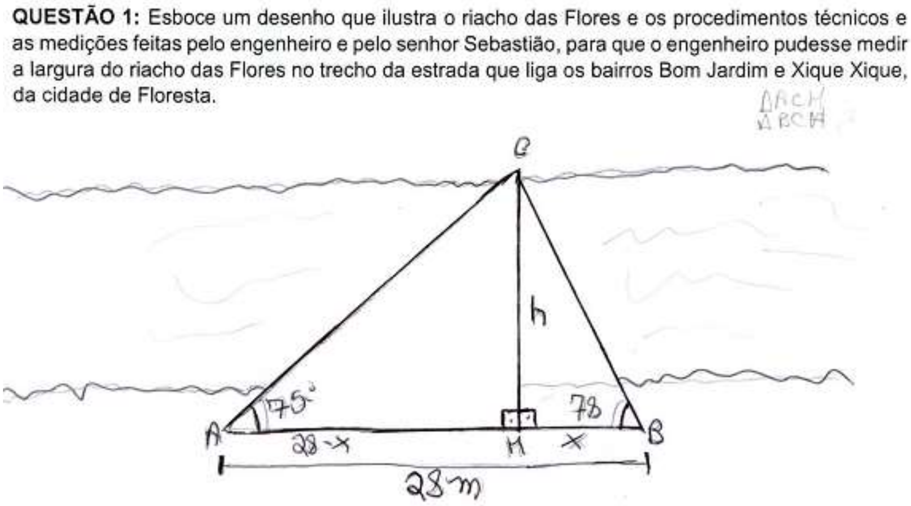
Figura 27 – Questão 1 da AOE4

Questão 1: Esboce um desenho que ilustra o riacho das Flores e os procedimentos técnicos e as medições feitas pelo engenheiro e pelo senhor Sebastião, para que o engenheiro pudesse medir a largura do riacho das Flores no trecho da estrada que liga os bairros Bom Jardim e Xique Xique, da cidade de Floresta.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

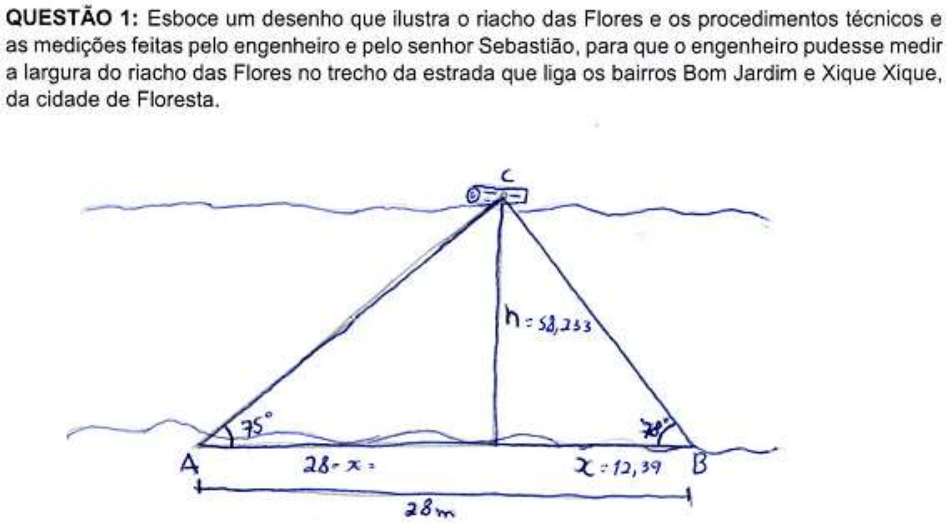
As figuras 28 e 29 abaixo representam as respostas da questão 1 dadas pelos alunos dos grupos 1 e 3.

Figura 28 – Resolução da questão 1 da AOE4 dada pelo grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 29 – Resolução da questão 1 da AOE4 dada pelo grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Analisando as repostas de ambos os grupos, mostra que os alunos de tais grupos, foram capazes de interpretar corretamente todas as informações do texto da história virtual, e tal texto ajudou as mesmos a imaginar e visualizar a situação desencadeadora do problema, e assim foram capazes de desenhar uma figura que ilustrava todos os dados fornecidos, e já fizeram um desenhos com riqueza de detalhes, no qual facilitassem as mesmos a criar estratégias, e analisar qual conceito matemático eles tinham que utilizar para conseguir determinar a altura do triangulo ABC, que representava a largura do “riacho das flores”.

Logo, esse problema da questão 1 possibilitou aos alunos a desenvolver a competências de representação, comunicação e compreensão, pois os mesmos mostraram as habilidades de interpretar e utilizar Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica; Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc); procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; selecionar estratégias de resolução de problemas.

O problema da questão 2 da AOE4 (figura 30), é para os alunos buscarem determinar a largura do “riacho das flores”.

Figura 30 – Questão 2 da AOE4

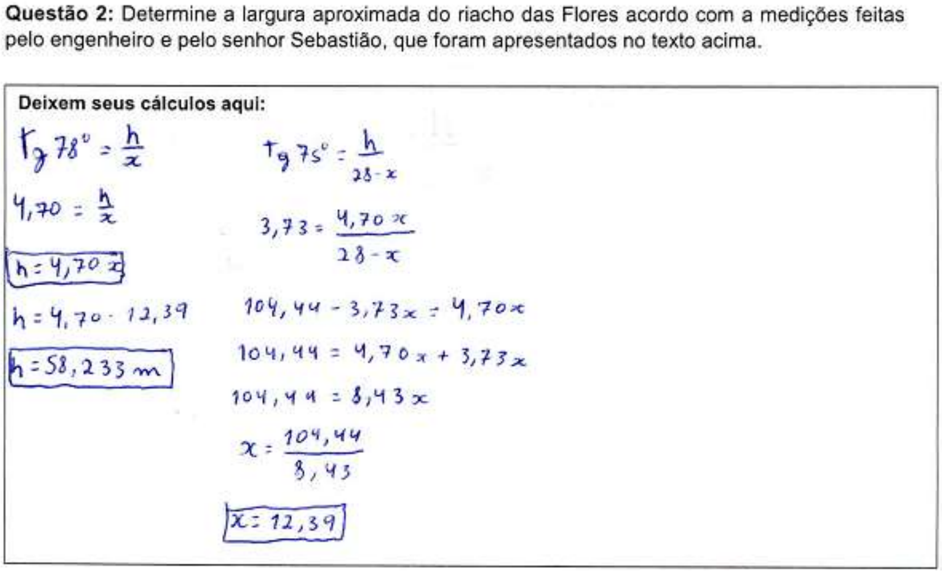
Questão 2: Determine a largura aproximada do riacho das Flores de acordo com a medições feitas pelo engenheiro e pelo senhor Sebastião, que foram apresentados no texto acima.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

A seguir está ilustrado na figura 31, a resposta da questão 2 da AOE4 dada pelos alunos do grupo 3, onde é possível perceber que para resolver tal problema, o alunos usaram os dados do desenho que fizeram na questão 1, e a estratégia foi utilizar a razão trigonométrica da tangente nos dois triângulos retângulos que obtiveram, o primeiro triangulo retângulo, tinha o ângulo $B\hat{A}C = 75°$, no qual o cateto oposto a esse ângulo era a medida da altura ($\boldsymbol{h}$) do triangulo ABC, e cateto adjacente, eles colocaram sua medida igual $28 - x$, e já o segundo triangulo retângulo possuía o ângulo $A\hat{B}C = 78°$, e os catetos oposto e adjacentes a esse ângulo, representaram suas medidas pelas variáveis $\boldsymbol{h}$ e $\boldsymbol{x}$,de acordo com o esboço do desenho que fizeram na questão 1.

Assim, usando a razão trigonométrica da tangente, eles conseguiram obter duas relações entre as variáveis $\boldsymbol{h}$ e $\boldsymbol{x}$, lembrando como era permitido os alunos usarem a calculadora, eles a usaram para encontrar a $tg75° = 3{,}73$ e $tg78° = 4{,}70$, como podemos observar em seus cálculos, e assim usando o método da substituição, determinaram o valores de $x = 12{,}39\ m$ e $h = 58{,}233\ m$, sendo $\boldsymbol{h}$ exatamente a largura do “riacho das flores”.

Figura 31 – Resolução da questão 2 da AOE4 dada pelo grupo 3


Questão 2: Determine a largura aproximada do riacho das Flores acordo com a medições feitas pelo engenheiro e pelo senhor Sebastião, que foram apresentados no texto acima.

Deixem seus cálculos aqui:

$Tg\,78° = \frac{h}{x}$

$4,70 = \frac{h}{x}$

$\boxed{h = 4,70x}$

$h = 4,70 \cdot 12,39$

$\boxed{h = 58,233\ m}$

$Tg\,75° = \frac{h}{28 - x}$

$3,73 = \frac{4,70x}{28 - x}$

$104,44 - 3,73x = 4,70x$

$104,44 = 4,70x + 3,73x$

$104,44 = 8,43x$

$x = \frac{104,44}{8,43}$

$\boxed{x = 12,39}$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Para resolver esse problema, os alunos foram capazes de, utilizar adequadamente os recursos tecnológicos (calculadora cientifica), compreender o enunciado, selecionar e interpretar corretamente as informações relativas ao problema, criaram estratégias e usaram os conceitos razões trigonométricas para resolver problema. O possibilitou a esses estudantes a desenvolver todas essas habilidades e assim adquirirem a competência de representação, investigação e compreensão.

Um outro problema que foi colocado para os alunos resolver foi o da questão 3 da AOE4 (figura 32) no qual foi pedido para os alunos determinar o comprimento mínimo da ponte que a construtora ia construir sobre o "riacho das flores", sabendo que a ponte tinha que ter um comprimento cerca de 15% maior que a largura do rio. Esse problema, de acordo com o texto da história virtual da AOE4, que originou as situações desencadeadora de aprendizagem.

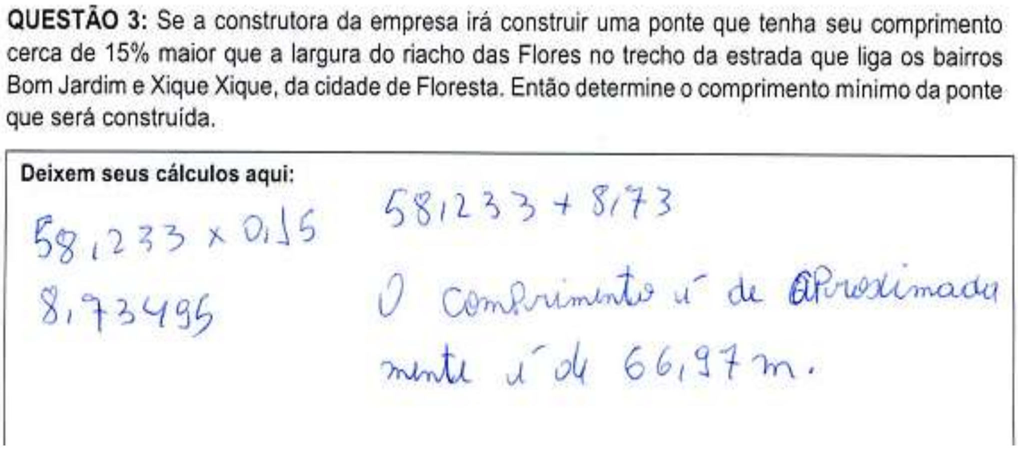
Figura 32 – Questão 3 da AOE4

Questão 3: Se a construtora da empresa irá construir uma ponte que tenha seu comprimento cerca de 15% maior que a largura do riacho das Flores no trecho da estrada que liga os bairros Bom Jardim e Xique Xique, da cidade de Floresta. Então determine o comprimento mínimo da ponte que será construída.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Todos os grupos foram capazes de resolver tal questão, pois ao determinarem a largura do rio, bastou os alunos usar seus conhecimentos prévios de porcentagem ou regra de três simples para responde-lo, como podemos ver na figura abaixo, a ilustração da resposta da questão 3 da AOE4, dada pelos alunos do grupo 4.

Figura 33 – Resolução da questão 3 da AOE4 dada pelo grupo 4



QUESTÃO 3: Se a construtora da empresa irá construir uma ponte que tenha seu comprimento cerca de 15% maior que a largura do riacho das Flores no trecho da estrada que liga os bairros Bom Jardim e Xique Xique, da cidade de Floresta. Então determine o comprimento mínimo da ponte que será construída.

Deixem seus cálculos aqui:

58,233 x 0,15
8,73495

58,233 + 8,73
O comprimento é de aproximada mente é de 66,97 m.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Depois, da aplicação da AOE4, foi feito a socialização das respostas dadas pelos alunos, no dia 22 de julho de 2019, das 14:40 às 15:30, que foi videogravada, no qual foi desenvolvido uma discussão com os alunos a respeito da atividade, para que relatassem quais foram os conhecimentos que adquiriram ao fazer tal atividade, compartilhando suas experiências. No quadro abaixo temos um episódio com recortes da videogravação, contendo as principais indagações e colocações feitas pelos alunos durante a realização de momento.

Quadro 7 – Episódio 04: Discussão sobre a AOE4

T	Participante	Discurso	Comentário
1	Professor pesquisador	*“Boa tarde pessoal. Hoje iremos fazer aa socialização da AOE4, que tinha como título?*	Professor esperou os alunos responderem
2	René Descartes	*“Como Calcular a Largura de um Rio”*	
3	Professor Pesquisador	*Certo! Pois vamos acompanhar a leitura da história virtual da atividade* (...). Depois de ler a questão 1, o professor perguntou aos alunos: *“Pessoal todo mundo conseguiu fazer um desenho para ilustrar o contexto da situação problema, destacando as medições que foram feitas?”*	Professor fez a leitura do texto da história virtual, explicando seus pontos principais. E depois logo em seguia leu a o problema da questão 1.
4	Todos	*“Sim!”*	Todos disseram que sim, e mostraram seus desenhos que fizeram.
5	Professor Pesquisador	*“Pois bem pessoal, agora eu vou fazer uma figura no quadro que ilustra essa situação problema, com os*	O professor fez o desenho no quadro

		dados informados no texto, para a gente discutir a solução da questão 2 (...)" *"Pessoal a questão 2 pedia para vocês determinar a largura aproximada do riacho das flores, como vocês fizeram para resolver esse problema?"*	com a ajuda dos alunos, lhe informando os dados fornecidos no texto.
6	Pitágoras	*"Como a largura aproximada do rio era a altura do triângulo ABC, então eu e meus colegas do grupo desenhamos a altura do triangulo, e ai dividimos o triângulo ABC, em dois triângulos retângulo, daí usamos a razão da tangente nos dois triângulos para determinar a altura do triangulo ABC que era a largura do rio."*	O professor ficou instigando ao aluno Pitágoras, para ele detalhar como ele e seu colega resolveram o problema.
7	Professor Pesquisador	*"Mas como vocês aplicaram a razão trigonométrica a tangente para determinar a altura do triangulo."*	
8	Lagrange	*"A gente separou o triangulo ABC, em dois triângulos, como o valor do lado AB era igual a 28 metros, então um dos triângulos que a gente obteve tinha cateto oposto ao ângulo de 78°igual a largura do rio, e a gente chamou de L, e o cateto adjacente a esse ângulo a gente chamou de x, e o outro triangulo tinha o cateto adjacente igual a 28-x, por que a soma desses lados era igual a 28 metros, e o cateto oposto também era a largura do rio, que a gente chamou de L, ai a gente calculou a tangente de 78° e 75° na calculadora, e depois usamos a relação da tangente e encontramos o valor de x= 12,39 metros e L=58, 233 metros.*	Nesse momento o professor pediu para o aluno dizer com calma como eles fizeram os cálculos. E o aluno mostrou que eles adotaram uma estratégia correta e usaram corretamente a razão trigonométrica da tangente.
9	Professor Pesquisador	*Entendi Lagrange, muito bem vocês responderam corretamente a questão. E os outros grupos também fizeram assim?"*	
10	Todos	"Sim!"	Todos responderam que sim, pois usaram a razão d tangente nos dois triângulos retângulos
11	Professor Pesquisador	*"Vocês tiveram alguma dificuldade para resolver esse problema, ou tiveram alguma dificuldade em fazer os cálculos?"*	
12	Todos	*"Responderam que não, pois dentro do texto da história virtual, no ultimo paragrafo disseram que a largura do rio era altura do triangulo ABC, isso facilitou a fazer um desenho que os ajudaram a responder a questão."*	Resumo das análises das respostas dadas todos.
13	Professor Pesquisador	*"Pois bem pessoal Já a questão 3, pedia para vocês determinar o comprimento mínimo da ponte, no qual a construtora ia construir com 15% da largura do riacho das flores"* *"Qual foi o valor do comprimento da ponde que vocês encontraram?"*	
14	Todos	*"Aproximadamente 66,96 metros"*	
15	Professor Pesquisador	*"Qual método que vocês utilizaram para achar essa resposta"*	
16	Fermat	*"Eu usei regra de três simples, para saber quanto valia 15% de 58, 233, ai encontrei o valor de 8,723. Ai somei 8,723 + 58, 233 = 66,96 metros o comprimento mínimo da ponte."*	O aluno mostrou usar seus conhecimentos prévios em relação ao conteúdo de regra de 3

			simples para resolver o problema.
17	Pitágoras	*“Já eu professor, calculei 15% de 58,233, multiplicando o 58, 233 por 0,15, ai encontrei esse mesmo valor de 8,723 e depois somei com 58,233 e encontrei o mesmo valor de 66, 96 metros.“*	Já o aluno Lagrange junto com seus colegas de grupo usou seus conhecimentos prévios de porcentagem para resolver essa questão.
18	Professor Pesquisador	*“Certo pessoal, podia resolver esse problema dessas das maneiras.”* “*Ai pessoal teve a questão 4, que tinha a seguinte pergunta: quais foram os conceitos matemáticos utilizaram para estimar a largura do riacho das Flores e para determinar o comprimento mínimo da ponte?*”	
19	Todos	*“Razão trigonométrica da tangente, regra de três simples e porcentagem. ”*	Resumo das respostas de todos.
20	Professor Pesquisador	*Agora gostaria de fazer outras perguntas a vocês em relação a atividade.* *O que vocês aprenderam ao participar da realização dessa atividade?*	
21	Todos	Calcular a largura do rio; calcular a altura de um triângulo em relação a medida de um lado, no qual se conheci sua medida e o valor dois ângulos adjacentes a ele.	Resumo da análise respostas dada por todos.
22	Professor Pesquisador	*Certo! E em relação ao texto da história virtual, vocês acharam interessante a forma como ele abordam os problemas que envolve a trigonometria?*	
23	Pitágoras	*“Eu achei bem interessante, por que são problemas voltados para nosso dia a dia, que pode ser resolvido usando os conceitos de trigonometria. ”*	Percebe-se que os alunos gostam como é apresentado os problemas através das dos textos das histórias virtuais.
24	Fermat	*“Sim, pois o texto ajuda a gente entender o problema e a perceber como a trigonometria pode ser usada para resolver problemas do nosso dia a dia.”*	Verifica-se que as informações dos tetos são bastante uteis para os alunos resolverem os problemas.
25	Professor Pesquisador	*“Certo pessoal! Agora quero saber se vocês gostam de resolver os problemas em grupo? E por que? “*	
25	Todos	Responderam que sim, pois se alguém do grupo tem alguma dúvida, ele pode pedir para algum colega ajudar a ele entender aquela questão, também por que eles podem trocaram ideias e criarem estratégias para resolver o problema	Resumo da análise respostas dada por todos.

Fonte: Elaboração do próprio autor, baseado em vídeos gravados no dia 22/06/2019

O professor iniciou o momento da socialização da AO4, com a leitura do texto da história virtual, e destacou as principais informações contidas no texto, e ao questionar os alunos sobre suas resoluções para o problema da questão 1 da atividade, todos mostraram que foram capazes de ilustrar um desenho com todas as informações e dados apresentados no texto, e também já elaboram o desenho, que representava suas estratégias par solucionar o problema da questão 2.

E nas falas dos alunos Pitágoras e Lagrange nos turnos T6 e T8, podemos perceber que os alunos souberam explicar como resolveram a questão, apesar de apresentarem algumas dificuldades na pronuncia oral, só que pudemos observar que os alunos foram capazes de argumentar com embasamento matemática. Isso mostra que eles assimilaram bem os conceitos que eles utilizaram para responder o problema proposto.

Também pode-se notar em T6, T8, T17 e T18 que através dessa atividade da AOE4 os alunos usaram seus conhecimentos que já possuíam para criar estratégias que solucionassem os problemas que foram propostos nessa atividade, o que os leva a ter a assimilação de novos conhecimentos, pois de acordo com Ausubel (2003, p.36) "o conhecimento prévio de que o aluno dispõe, à predisposição para aprender significativamente, à potencialidade do material de aprendizagem e às estratégias instrucionais empregadas pelo docente."

Ficou bem evidente em nas falas dos alunos, que foram representadas em T25, que ao colocarem para resolver a atividades em grupos, permite que os mesmos possam se interagirem, pois tiram dúvidas uns com os outros, compartilham ideias e conhecimentos, o que facilita a criarem estratégias que buscam solucionar os problemas e também a compreender os conceitos estudados.

E por fim, de acordo com as falas em T21, T23 e T24, atividade alcançou com seu objetivo, pois através do texto da história virtual, aproximou os estudantes dos conhecimentos matemáticos de trigonometria no triangulo retângulo, fazendo com que os mesmos percebessem como podemos utilizar esses conceitos para resolver situações problemas do nosso cotidiano. E com a resolução dos problemas propostos na AOE4, os alunos aprenderam como calcular a largura do rio, usando os conceitos de razões trigonométricas

4.5 Resultados da aplicação do questionário

No intuito de podermos fazer uma análise ou verificação a respeito das principais contribuições e perspectivas que o ensino mediado pela Atividade Orientadora do Ensino, traz para aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo, aplicamos um questionário composto de quatro perguntas abertas, no qual os alunos de maneira sincera e espontânea podia livremente expor sua opinião individual referentes as atividades do projeto de pesquisa da quais participou.

Isso para conhecermos sob a visão e concepções dos alunos as principais vantagens e desvantagens a respeito de como se deu o processo aprendizagem dos mesmos, com o ensino mediado pela perspectiva da atividade orientadora de ensino.

Tal questionário foi aplicado no dia 01 de julho de 2019, com um tempo de duração de uma aula de 50 minutos, e contou com a participação de 17 alunos que participaram desse projeto de pesquisa. A seguir iremos expor as 4 perguntas que foram feitas nesse questionário e algumas respostas dadas pelos alunos, no qual selecionamos para analisarmos.

Pergunta 1: Na sua opinião os textos e as histórias virtual das Atividades Orientadoras de Ensino, que foram desenvolvidas nesse projeto, abordou situações que envolvem conceitos e aplicações das razões trigonométricas de uma forma que prendesse sua atenção, fazendo com que você juntamente com seus colegas, se motivassem a buscar solucionar a situações problemas das atividades? Justifique sua resposta.

Logo abaixo seguem um quadro contendo algumas respostas dadas pelos alunos a essa pergunta.

Quadro 8 – Repostas da pergunta 1 do questionário dadas pelos alunos

Aluno	Respostas
Euler	*Sim. As histórias virtuais influenciaram a gente despertar o interesse em querer saber por exemplo, como calcular o raio da terra, a altura de uma montanha, e a largura de um rio. O que para mim foi bastante interessante.*
Isaac Newton	*Com certeza. Pois nas historiais virtuais das atividades, foi apresentado algumas situações e aplicações que a gente já conhecia, e outras que a gente não conhecia, e essas foi a que mais despertou minha curiosidade para saber como aquilo funcionava e como fazia para calcular, por exemplo, como se fazia para calcular a altura de uma montanha, e o raio da terra, foi bem interessante.*
Euclides	*Sim, os textos das histórias virtuais das atividades eram bem interessantes, e ajudou a gente conhecer algumas aplicações do conteúdo, e ajudaram bastante a compreender as perguntas o que facilitou as resoluções dos exercícios.*
Tales	*Sim, pois elas saiam do estilo dos livros didáticos, que as questões são mais objetivas e chatas de serem lidas, já os problemas das atividades do projeto, eram bem diferentes e interessantes.*

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

De acordo com as respostas dos alunos Euler, Isaac Newton, Euclides e Tales, podemos concluir que as narrativas das histórias virtuais com situações emergentes do cotidiano, serviram realmente como situações desencadeadoras de aprendizagem, que apresentou aos alunos os problemas de uma maneira mais criativa e dinâmica, provocando nos mesmos a necessidade de querer solucionar os problemas que eram propostos. Pois segundo Vaz (2013) na AOE:

> As situações desencadeadoras de aprendizagem têm como objetivo principal envolver o estudante na solução de um problema, cuja finalidade é a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade. (VAZ, 2013, p.41)

Pergunta 2: Relate como foi a sua experiência, e quais conhecimentos você adquiriu ao participar da realização das atividades orientadora de ensino que foram trabalhadas durante essa pesquisa.

No quadro abaixo temos as respostas de alguns alunos, para podermos analisa-las.

Quadro 9 – Repostas da pergunta 2 do questionário dadas pelos alunos

Aluno	Respostas
Fermat	*Tive uma boa experiência, pois ajudou a compreender o conteúdo, e facilitou a gente a responder as questões da atividade, e também aprendi como as pessoas fazem para medir a altura de um prédio, de uma montanha e a largura de um rio, usando apenas o teodolito e uma trena.*
Leibniz	*Gostei muito das atividades, e os conhecimentos que adquiri foi a respeito os conceitos de trigonometria e a medir distancias inacessíveis.*
Poincaré	*A minha experiência foi muito boa, pois eu conheci algumas aplicações do conteúdo de trigonometria, e adquiri um tipo de conhecimento diferenciado, pois acho que se eu ver um prédio agora, eu posso fazer os cálculos para conseguir descobrir sua altura.*
Sofia	*Foi boa minha experiência, pois aprendi a trabalhar em conjunto para responder os problemas, e aprendi como calcular a altura de um prédio, a altura de uma montanha, como é feito o cálculo para medir o raio da terra e a largura de rio.*

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Tendo como base essas repostas dadas pelos alunos, temos que o ensino de trigonometria mediado pela atividade orientadora de ensino, permitiu aos alunos a trabalhar em equipe, para que coletivamente conseguissem responder os problemas das atividades, e isso contribuiu para que os mesmos adquirissem novos conhecimentos, pois todos eles afirmam que aprenderam como calcular a altura de um prédio, de uma montanha, a medida do raio da terra e a largura de um rio, usando os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo.

Assim, fica claro que ao participarem das atividades realizadas durante essa pesquisa, fez com que os alunos desenvolvessem a habilidade de resolver situações problemas reais que envolva a medição de distâncias inacessíveis, usando os conceitos de razões trigonométricas.

Fazendo com que compreendessem melhor os conceitos de trigonometria no triangulo retângulo e a conhecer algumas de suas aplicações em nosso dia a dia. Permitindo aos alunos a reconhecer o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais.

Logo, o ensino do conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, intermediado pelas as AOE que foram desenvolvidas nessa pesquisa, permitiu alcançar os objetivos que são estabelecidos, e propostos para esse unidade temática segundo os PCNEM.

Pergunta 3: Você considera que a realização das atividades orientadoras de ensino em grupo de maneira coletiva, foi algo que ajudou você e seus colegas, a conseguir solucionar as situações problemas que foram propostas nas atividades? **Justifique sua resposta.**

A seguir está temos as respostas de alguns alunos para essa pergunta no quadro 12.

Quadro 10 – Repostas da pergunta 3 do questionário dadas pelos alunos

Aluno	Respostas
Georg Cantor	*Ajudou sim. Pois caso você não conseguisse resolver alguma questão ou problema, o colega do grupo que sabia, explicava como se resolvia essa questão e ajudava os outros a compreender como como se resolvia aquela questão.*
Lagrange	*Sim, pois resolvendo as atividades em grupo, fez compartilharmos nossos conhecimentos sobre os assuntos e ideias de como resolver os problemas das atividades.*
Sophie	*Sim. Pois uma pessoa que tinha mais conhecimento sobre tal questão, ajudava o grupo inteiro ou alguém que não conseguiu entender, a compreender como era feito a resolução daquela questão. Foi ótimo trabalhar em coletivo, contribuiu bastante para resolver os problemas, acho que deveria se repetir mais algumas vezes, atividades em grupo assim.*
Isaac Newton	*Certamente que sim. Pois ajudou bastante o trabalho em equipe, para resolver as questões das atividades, já que a gente podia compartilhar ideias, conhecimentos e isso fazia a gente ver e aprender com diversas formas diferentes de como resolver os problemas.*
Sofia	*Não tanto. Pois tinham alguns do grupo que não queriam contribuíam tanto para ajudar a resolver os problemas, e também achei a quantidade de tempo para responder muito pouco.*

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

As respostas dadas pelos alunos, reforça nossa hipótese de que ao fazerem as atividades das AOEs em grupos, possibilitou aos alunos, interagirem entre si, provendo assim a troca de ideias e compartilhamento de conhecimentos, para que eles de maneira coletiva buscassem criar estratégias para resolver as situações problemas que foram propostas. Sendo assim, as atividades orientadora de ensino, que foram realizadas nesse estudo, atenderam os critérios estabelecidos por Moura et al. (2010a) onde afirma que:

> Na AOE, a solução da situação-problema pelos estudantes deve ser realizada na coletividade. Isso se dá quando aos indivíduos são proporcionadas situações que exigem o compartilhamento das ações para a resolução de uma determinada situação que surge em certo contexto. (MOURA et al. 2010a, p.106)

Analisando a resposta da aluna Sofia, podemos perceber que uma das desvantagens em organizar os alunos em grupos para fazerem a atividade, foi que teve alguns alunos, que acabaram não se comprometendo com a proposta de buscar solucionar os problemas, e por algum certo motivo não se interagiram com os demais colegas e nem buscaram a entender e aprender como se resolve determinada situação problema, só que esse tipo de comportamento foi observado no decorrer da pesquisa em um número bem restrito de alunos.

Pergunta 4: Na sua concepção, as atividades orientadoras de ensino que foram desenvolvidas, das quais participou, contribuíram para melhorar sua compreensão e assimilação dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, possibilitando a você utiliza-los corretamente na resolução de situações problemas reais que envolva a medição de distâncias inacessíveis? Por quê?

Vamos analisar agora algumas respostas que foram dadas por alguns alunos, no qual destacamos no quadro abaixo.

Quadro 11 – Repostas da pergunta 4 do questionário dadas pelos alunos

Aluno	Respostas
Pitágoras	*Sim. Por que as atividades trabalhavam questões reais e que apareciam no nosso cotidiano, e isso nos ajudou a resolver os problemas.*
Gauss	*Sim, pois os exemplos que continha nas atividades, nos aproximavam da realidade, fazendo assim obtermos um conhecimento amplo, e caso for preciso vamos saber resolver com êxito.*
Leibniz	*Sim. Pois como as questões vinham com um texto remetendo a realidade, então ficou mais fácil resolver os problemas do dia a dia das atividades.*
Euler	*Sim. Pois nunca tinha parado para pensar como se calculava a largura de um rio, a altura de uma montanha e o raio da terra. E com certeza agora eu conheço como Se faz, e sei até utilizar as razões trigonométricas no meu dia a dia.*

Fonte: Elaboração do próprio autor (2019)

Através das respostas dos alunos, podemos concluir que nosso principal objetivo de ensino foi alcançado com êxito, pois os mesmos relatam que ao participarem das as atividades orientadoras de ensino que foram aplicadas, permitiu a eles a desenvolverem ou adquirir a habilidade de resolver situações problemas reais que envolva a medição de distâncias inacessíveis, usando os conceitos de trigonometria no triangulo retângulo. O que contribuiu para eles compreender e assimilar melhor esses conceitos matemáticos que foi trabalhado.

Isso, devido as AOEs que foram aplicadas durante as pesquisas, por meio dos textos das histórias virtuais e de situações emergentes do cotidiano, apresentavam aos alunos situações problemas reais e contextualizadas, que aproximava os alunos dos conceitos matemáticos que seriam trabalhadas. Já que de acordo com Moura (2000) a atividade orientadora de ensino deve

> Provocar no sujeito uma necessidade de solucionar algum problema. Ou, melhor ainda: ter sua nascente numa necessidade. Esta, por sua vez, só aparece diante de uma situação que precisa ser resolvida e para cuja solução exige uma estratégia de solução. Assim, ela exige um plano de ação. Nesse plano, o sujeito parte de conhecimentos que já possui e que lhe servem de instrumento para poder avaliar a situação vivenciada. É desse seu nível de conhecimento que parte para resolver o problema que lhe é colocado. (MOURA, 2000, p.34).

E ao buscarem solucionarem, coletivamente, tais problemas que eram propostos, permitiu a esses alunos a aprender e compreender o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a realização desse trabalho, verificamos que é de extrema importância a utilização de novos métodos de ensino para que seja possível tornar a matemática uma disciplina mais atraente para os alunos. Permitindo que os mesmos percebam as diversas aplicabilidades dos conceitos matemáticos em seu cotidiano, e que possam se sentir cada vez mais motivados e incentivados a estudar e aprender de maneira significativa os conteúdos que são trabalhados em sala de aula. Já que de acordo com O Pereira e Fernandes (2015):

> O professor precisa dar vida a conteúdos estudados, mostrar utilidade para os alunos, quando possível, facilitando compreender, explicar ou até mesmo organizar a sua realidade, pois os mesmos alunos não veem a

> Matemática como uma disciplina dinâmica. (PEREIRA; FERNANDES, 2015, p. 26).

Ao participarem das realizações das AOE, contribuiu para esses estudantes desenvolverem as competências em matemática de representação, investigação, compreensão, argumentação e contextualização sócio cultural. Pois, ao fazermos as análises dos dados coletados com a aplicação e realização das atividades, dos momentos de socialização das experiências e conhecimentos adquiridos durante as AOEs, e do questionário, notamos que os alunos na sua grande maioria desenvolveram e adquiriram certas habilidades como:

- Ler, interpretar, procurar, identificar, selecionar, interpretar e compreender textos de matemática e informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados; criar e selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta; fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes e utilizar representações matemáticas,
- Resolver problemas que envolve a medições de distâncias inacessíveis, utilizando os conceitos de razões trigonométricas.

Esses indícios de aprendizagem que diagnosticamos nos alunos ao fazermos esse estudo, nos permite concluirmos que o ensino da trigonometria no triângulo retângulo mediado pela Atividade Orientadora de Ensino, contribuiu para que os participantes dessa pesquisa tivessem uma melhor assimilação e ressignificação dos conceitos estudados.

E de acordo com os relatos feitos pelos alunos e pelas suas respostas apresentadas no questionário, e através de nossas observações feitas durante a realização das AOE, percebemos que ao fazerem as atividades em grupo, possibilitou para que os alunos interagissem entre eles, e trocassem ideias e tirassem duvidas uns com os outros, e de forma coletiva buscaram elaborar estratégias para solucionar as situações problemas das atividades. Pois para Marco (2013):

> Entende-se que o compartilhar significados e experiências com o outro constitui um momento muito importante na atividade orientadora de ensino, pois pode encaminhar para a resolução do problema coletivamente, mediante a análise de ideias e diferentes pontos de vista dos envolvidos no dinâmico processo de ensino e aprendizagem. (MARCO, 2013, p. 321-322)

Só que observamos que essa estratégia de dividir os alunos em grupo, apresentou alguns pontos negativos, e relação a participação de uma minoria dos alunos, pois, notou-se que tinha sempre um ou dois alunos, que não se interagiam com os demais colegas de seus grupos, e não colaboravam para que seu grupo solucionasse os problemas que eram propostos nas atividades.

Durante a elaboração e aplicação das atividades orientadoras de ensino, analisamos que a atuação do professor é de extrema importância, para poder escolher recursos didáticos que são necessários para desenvolvimento das atividades planejadas, orientando, organizando e promovendo ações, que permitam a mediação da relação dos alunos com conteúdo estudado, para que os mesmos se apropriem dos conhecimentos que são trabalhados durante a atividade.

Os momentos de socialização das experiências e dos conhecimentos que foram adquiridos durante a execução da AOE, contribuiu para melhorar a interação do professor com os alunos, e levou os participantes a fazerem uma reflexão e avaliação, a respeito de suas resoluções apresentadas, para que os mesmos observassem e identificassem em que pontos cometeram um erro, e assim passassem a pensar sobre a causas que os levaram a cometerem aquele erro, para que os alunos pudessem raciocinar e virem a buscar a criar diferentes estratégias para obter a resposta certa. Isso foi bastante enriquecedor para os discentes se auto avaliarem, e tomarem conscientização sobre os conhecimentos que adquiriram ao longo das atividades.

Com a realização desse estudo, podemos ressaltar que é preciso que nós professores de matemática busquem sempre por novos métodos de ensino para que desperte o interesse e a curiosidade dos alunos pela matemática, já, que é de extrema importância conhecer essa ciência, para nos tornamos cidadãos críticos e reflexivos e capazes de resolver os problemas que enfrentamos no nosso cotidiano, e assim, compreendermos melhor a nossa realidade.

Por fim, este estudo é de grande relevância para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, pois os resultados obtidos com essa pesquisa, mostra um método inovador de como trabalhar esses conceitos matemáticos usando como recurso metodológico textos de histórias virtuais envolvendo situações problemas emergentes do nosso dia a dia, que foram elaboradas e aplicadas em sala de aula com os alunos da educação básica, de acordo com os pressupostos teóricos da Atividade Orientadora de Ensino, para organizar planejar e avaliar todo seu processo de ensino e aprendizagem.

Assim, através dos resultados alcançados e apresentados nesse trabalho podemos concluir que as AOEs elaboradas e aplicadas durante essa pesquisa, facilitaram o processo de aprendizagem dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo. Portanto, se faz necessária a realização de novas pesquisas, no sentido de corroborarem ou confrontarem com os resultados obtidos nesse trabalho, e apresentarem assim novas reflexões acerca da metodologia utilizada durante esse trabalho.

6 REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

ASBAHR, Flávia S. F. **A pesquisa sobre a atividade pedagógica:** contribuições da teoria da atividade. 2005, p. 108-118.

BRASIL**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em:<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm >. Acesso em: 12 de Maio de 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997.142p

________. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio):** Parte I – Bases Legais. Brasília: MEC, SEB, 2000a. 109 p.

________. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio):** Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2000b. 58 p

________. **PCN+ (Ensino Médio):** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2002. 141 p.

________. **Orientações curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Volume 2. Brasília: MEC, SEB, 2006. 135 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**, http://basenacionalcomum.mec.gov.br, 2018.

BULGACOV, Y. L. M; CAMARGO, D; CANOPF L; MATOS, R. D; ZDEPSKI F. B. **Contribuições da teoria da atividade para o estudo das organizações**. Cad. EBAPE.BR, v. 12, nº 3, artigo 6, Rio de Janeiro, Jul./Set. 2014. p.648–662

CARVALHO, R. L; BARRETO, M. C. **A teoria da atividade na organização do ensino de Matemática com o computador portátil.** BOLETIM GEPEM. Nº 64 – JUL. / DEZ. 2014. p. 28 – 39

DANTE, L. R. Matemática, volume único/ Luiz Roberto Dante. – 1. ed. -- São Paulo: Ática, 2005.

DE LIMA OLIVEIRA JÚNIOR, Amarildo. **Trigonometria: da origem às aplicações no esporte [manuscrito]** / Amarildo de Lima Oliveira Júnior. - 2017.

DOMINGOS NETO, Silvino. **Ferramentas auxiliares no ensino e aprendizagem das funções seno, cosseno e tangente na educação básica** / Silvino Domingos Neto. – Viçosa, MG, 2014.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 23 ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 2012

FALCKEMBACH, G. A. M. e ARAUJO, F. V. **Aprendizagem de Algoritmos: dificuldades na resolução de problemas**. ULBRA, 2005. Disponível em: http://www.fabricioviero.com.br/artigos/a4_siie.pdf acessado em 08 jun. 2019.

FONSECA, T. M. M.. **Ensinar x aprender:** Pensando a prática pedagógica. Universidade Estadual de Ponta Grossa. - Ponta Grossa – PR. 2008. p. 41.

GONTIJO, C.H**. Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática**. In Anais do SIPEMAT. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – UFP, 2006, 11p. Disponível em: http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT06/artigos/gontijo.pdf acessado em 15 abril. 2019.

LEONTIEV, A. N. *Actividad, conciencia, personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo.** Tradução de Manuel Dias Duarte. 3. ed. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

_____. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKI, L. V.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. (Orgs.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2006. 59-83 p.

________. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem/ Lev Semenovich Vigotskii, Alexander Romanovich Luria, Alex N. Leontiev; tradução de: Maria da Pena Villalobos. - 11 a edição - São Paulo: ícone, 2010.

LEONTIEV, Alexis N. Uma Contribuição para a Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil. In: Vygotsky, L. S., LURIA A. R., LEONTIEV A., N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. São Paulo: Ícone/Edusp, 1989.

LEONTIEV, A. N. Activity, Consciousness and Personality – 1978. Translated: HALL, M. J.: Prencice Hall, 2000. Disponível em: <http://www.marxists.org/archive/leontev/works/1978/index.htm> . Acesso em: 26.jun.2019

LEONTIEV A. N. The Fundamental Processes of Mental Life. **Journal of Russian and East European Psychology**, vol. 43, no. 4, July–August 2005, p. 72–75

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo, Cortez, 1994. 12 . **Organização e gestão da escola**: teoria e prática. 5.ed. Goiânia: Alternativa, 2004**Didática**. São Paulo, Cortez, 1994.

LIBÂNEO, J. C. **Organização e gestão da escola**: teoria e prática. 5.ed. Goiânia: Alternativa, 2004.

LIBÂNEO, José Carlos; FREITAS, Raquel A. M. da M. **VYGOTSKY, LEONTIEV, DAVYDOV** – **Três aportes Teóricos para a Teoria Histórico-Cultural e suas Contribuições para a Didática**. In: IV Congresso Brasileiro de História da Educação. 2006.

LIMA, W. A. T. **Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática** / Wanessa Aparecida Trevizan de Lima; orientação Oscar João Abdounur. São Paulo: s.n., 2017. 185 p

MACÊDO, F. C. S.; EVANGERLANDY, G. M.. **Pesquisa:** Passo a Passo para Elaboração de Trabalhos Científicos. 1. ed. Teresina: MACÊDO, F.C.S, 2018. v. 500. 176p .

MARCO, FABIANA F. **Atividade orientadora de ensino de matemática na formação inicial de professores.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.15, n. 2, pp. 317-336, 2013.

MENDES, Iran abreu**. Tendências metodológicas no ensino de matemática** / Iran Abreu Mendes. – Belém: EdUFPA, 2008.

MENDES, V. F. C. S. **Desenvolvendo a consciência financeira de estudantes da educação básica: um estudo da aprendizagem mediada pela atividade orientadora de ensino/** Vitória Fernanda Camilo da Silva Mendes **-** 2018. 124 f.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. Bolema, Rio Claro, v. 12. 1996ª

________. A Atividade de Ensino como ação formadora. In. CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de (orgs.). Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson Learning. P. 143-162. 2001.

________. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (Org.). Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson, 2002.

________. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, Raquel Lazzari Leite (Org.) Trajetórias e perspectivas da formação de educadores. São Paulo: Editora UNESP, 2004. Cap. 18, p. 257-284.

______. O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo. 2000.

______. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org). **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e Educação.** 4ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

______. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. L. (Org.).**Trajetórias e perspectivas da formação de educadores.** São Paulo: Editora Unesp, 2004. p. 257-284.

______. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro. 2010b.

______. ARAÚJO, E. S., MORETTI, V. D., PANOSSIAN, M. L., RIBEIRO, F. D. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 10, n. 29, jan./abr. 2010b. p. 205-229.

MOURA, M.O.; et.al.. **A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem**. In: MOURA, M.O. (Coord.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília, DF: Líber Livro, 2010a. p. 81-110.

MOURA, M. O. A aprendizagem Inicial do Professor em Atividade de Ensino. In. LOPES, A. R. L. V.; TREVISOL, M. T. C.; e PEREIRA, P. S. (Org.) Formação de Professores em Diferentes Espaços e Contextos. Campo Grande: Editora UFMS, 2011a.

MOURA, M. O. de. **Professores de Matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. Ciência & Educação, São Paulo, v. 17, n.2, 2011b. p. 435-450

MOURA, M.O.; et.al.. **Objetivação e Apropriação de Conhecimentos na Atividade Orientadora de Ensino**. Rev. Teoria e Prática da Educação, v. 14, n.1, 2011c. p. 39-50

MOURA, M. O. de. **Avaliação do Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática: contribuições da teoria histórico-cultural**. Bolema, Rio Claro (SP),UNESP, v. 22, nº 33, 2009. p. 97 a 116.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema (Rio Claro), UNESP, v. 12, 1996b. p. 29 – 43.

NARDI, B. A. Activity Theory and Human-Computer Interaction. In: NARDI, B. A. (Org.). Context and Consciousness: activity theory and human-computer interaction. Cambridge, Mars: MIT Press, 1996. p.4-8.

OLIVEIRA, Jualiana E. Mendes. **A trigonometria na educação básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas.** / Jualiana Elvira Mendes Oliveira. Viçosa , MG, 2016.

ONUCHIC, L. de la R. & ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática a través da resolução de problemas**. In: M. A. V. BICUDO & M. C. BORBA, Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

ONUCHIC, L. R. ALLEVATO, N. S. G**. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema. Boletim de Educação Matemática**, vol.25, num. 4, dezembro, 2001. p. 73 – 98.

PARRA, Cecília. **Didática da Matemática:** reflexões psicopedgógicas. Cecília Parra, Irma Saiz, et.al, tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1996.

Pereira, Ana Carolina Costa; FERNANDES, Miron Coutinho. **Prática de ensino em matemática I** / Ana Carolina Costa Pereira, Miron Coutinho Fernandes 1. ed. – Fortaleza: UECE, 2015. 71p.

PERLIN; Patrícia**. a formação do professor dos anos iniciais do ensino fundamental no movimento de organização do ensino de frações: uma contribuição da atividade orientadora de ensino/** Patrícia Perlin. – 2014.196 p.

PINTO, Neuza B. Avaliação da Aprendizagem como Prática Investigativa. In Junqueira, Sérgio R. A. et al. (Orgs) Conhecimento Local e Conhecimento Universal: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes. Curitiba: Champagnat, 2004.

TURRIONI, Ana M. Silveira; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LOREZATO, S. et al. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** 3° ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2002, p. 57-76.

SANTOS, Luiz Anderson de Morais. **Utilização de materiais concretos no ensino da matemática: uma experiência com o teodolito caseiro no ensino da trigonometria** / Luiz Anderson de Morais Santos . – Porto Velho, Rondônia, 2015.

SILVA, L. S.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. – 4. ed. rev. atual. – Florianópolis: UFSC, 2005. 138p.Disponível em: < https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf> Acesso em: 14 de julho de 2018.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **"O que é trigonometria?"**;*Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-trigonometria.htm>. Acesso em 31 de julho de 2019.

SOUZA, S. S. S. de. **Erros em Matemática:** um estudo diagnóstico com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental. 2002. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciências, Campus de Marília, Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho" (UNESP).

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987, 176p.

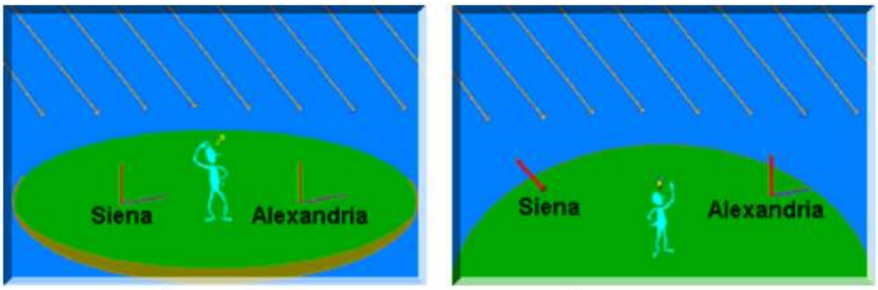
Vaz, Halana Garcez Borowsky. **A atividade orientadora de ensino como organizadora do trabalho docente em matemática: a experiência do clumat na formação de professores dos anos iniciais**./ Halana Garcez Borowsky Vaz. 2015. 153 p.

VIGOTSKII, L. S, 1896-1934 V741L. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem/ Lev Semenovich Vigotskii, Alexander Romanovich Luria, Alex N. Leontiev; tradução de: Maria da Pena Villalobos. - 11 a edição - São Paulo: ícone, 2010.

ANEXO A

Eratóstenes e a circunferência da Terra

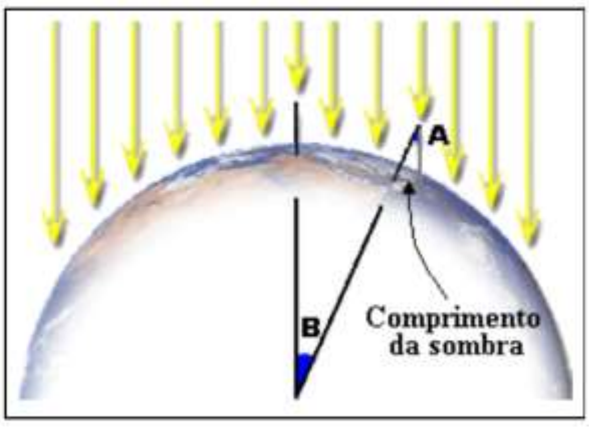
Eratóstenes nasceu em Cirene, Grécia, e morreu em Alexandria, Egito, no terceiro século AEC. Ele era bibliotecário-chefe da famosa Biblioteca de Alexandria, e foi lá que ele encontrou, num velho papiro, indicações de que ao meio-dia de cada 21 de junho na cidade de Assuã (ou Syene, no grego antigo) 800 km ao sul de Alexandria, uma vareta fincada verticalmente no solo não produzia sombra. Cultura inútil, diriam alguns. Não para um homem observador como Eratóstenes. Ele percebeu que o fenômeno não ocorria no mesmo dia e horário em Alexandria, e pensou:



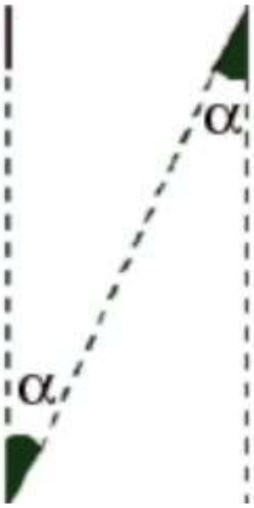
— Se o mundo é plano como uma mesa, então as sombras das varetas têm de ser iguais. E se isto não acontece é porque a Terra deve ser curva!

Mais do que isso. Quanto mais curva fosse a superfície da Terra, maior seria a diferença no comprimento das sombras. O Sol deveria estar tão longe que seus raios de luz chegam à Terra paralelos. Varetas fincadas verticalmente no chão em lugares diferentes lançariam sombras de comprimentos distintos. Eratóstenes decidiu fazer um experimento. Ele mediu o comprimento da sombra em Alexandria ao meio-dia de 21 de junho, quando a vareta em Assuã, ao Sul do Egito, não produzia sombra. Assim, ele obteve o ângulo A, conforme a figura abaixo.

Eratóstenes e a circunferência da Terra | Astronomia no Zênite



Eratóstenes mediu A=7° (aproximadamente). Se as varetas estão na vertical, dá para imaginar que se fossem longas o bastante iriam se encontrar no centro da Terra. Preste atenção na figura acima. O ângulo B terá o mesmo valor de A, pois o desenho do experimento de Eratóstenes se reduz a uma geometria muito simples:



Se duas retas paralelas interceptam uma reta transversal, então os ângulos correspondentes são iguais. As retas paralelas são os raios de luz do Sol e a reta transversal é a que passa pelo centro da Terra e pela vareta em Alexandria. O ângulo B (também igual a 7°), é a uma fração conhecida da circunferência da Terra e corresponde à distância entre Assuã e Alexandria!

Eratóstenes sabia que essa distância valia cerca de 800 km e então pensou: 7°são aproximadamente 1/50 de uma circunferência (360°). E isso corresponde a cerca de 800 km. Oitocentos quilômetros vezes cinquenta são quarenta mil, de modo que deve ser este o valor da circunferência da Terra.

Fonte da Pesquisa: Costa, J.R.V. **Eratóstenes e a circunferência da Terra**. Astronomia no Zênite, jul. 2000. Disponível em:<http://www.zenite.nu/eratostenes-e-a-circunferencia-da-terra>. Acesso em: 25/05/2019.