



Universidade Federal do
Recôncavo da Bahia

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



PROFMAT

**O ENSINO DA MATEMÁTICA E AS NOVAS TECNOLOGIAS DIGITAIS :
A APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O
AUXÍLIO DO APLICATIVO PHOTOMATH**

RAMON DA SILVA NEIVA

Cruz das Almas – Bahia

Julho de 2019

RAMON DA SILVA NEIVA

**O ENSINO DA MATEMÁTICA E AS NOVAS TECNOLOGIAS DIGITAIS :
A APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O
AUXÍLIO DO APLICATIVO PHOTOMATH**

Dissertação submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Campus Cruz das Almas, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Danilo de Jesus Ferreira

Cruz das Almas – Bahia

Julho de 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

N417e

Neiva, Ramon da Silva.

O Ensino da matemática e as novas tecnologias digitais: a aprendizagem das funções trigonométricas com o auxílio do aplicativo *Photomath* / Ramon da Silva Neiva. – Cruz das Almas, BA, 2019.

74f.; il.

Orientador: Danilo de Jesus Ferreira.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. (Funções) Matemática – Trigonometria. I. Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas. II. Título.

CDD: 516.24

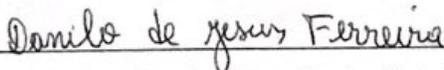
Ficha elaborada pela Biblioteca Universitária de Cruz das Almas – UFRB.
Responsável pela Elaboração – Antonio Marcos Sarmiento das Chagas (Bibliotecário – CRB5 / 1615).
Os dados para catalogação foram enviados pelo usuário via formulário eletrônico.

O ENSINO DA MATEMÁTICA E AS NOVAS TECNOLOGIAS DIGITAIS:
A APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O
AUXÍLIO DO APLICATIVO PHOTOMATH

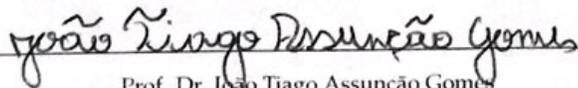
RAMON DA SILVA NEIVA

Dissertação apresentada ao Programa de
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional da Universidade Federal do
Recôncavo da Bahia como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre em Ma-
temática.

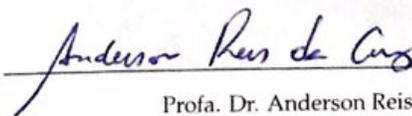
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Danilo de Jesus Ferreira (Orientador)
UFRB



Prof. Dr. João Tiago Assunção Gomes
UFSB



Prof. Dr. Anderson Reis da Cruz
UFRB

Aos meus pais, Lourival Souza
Neiva (*in memoriam*) e Elidiana da Silva
Neiva, que sempre incentivaram meus
estudos.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me conceder o dom da vida e por me abençoar e proteger em todos os momentos.

À minha família, em especial aos meus pais, eternos incentivadores de meus estudos.

Ao meu grande amor, Juliana, pelo apoio incondicional e à minha filha Camila, o meu bem mais precioso.

Aos meus amigos Wagner e Cibele pelo incentivo e à minha irmã Tahise pelo apoio constante.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Danilo de Jesus Ferreira, pela paciência, confiança e grande contribuição para o meu crescimento profissional.

A todos os colegas do PROFMAT, pela troca de conhecimentos e pelos excelentes momentos de alegria.

Aos funcionários do PROFMAT pelo apoio.

Aos professores do PROFMAT, pelo compromisso e aprendizado proporcionados.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente ajudaram na produção deste trabalho.

*“Ensinar não é transferir
conhecimento, mas criar as
possibilidades para a sua própria
produção ou a sua construção”.*

(Paulo Freire)

Resumo

O presente estudo se propôs a analisar a contribuição que o aplicativo *Photomath* pode trazer para o ensino-aprendizagem da Matemática, em especial, das Funções Trigonométricas. As conclusões aqui apresentadas resultam das análises desenvolvidas a partir da intervenção prática realizada e dos questionários respondidos pelos estudantes, pelo meio dos quais foi possível concluir que o aplicativo digital educacional, *Photomath*, deve ser empregado como uma ferramenta para auxiliar e complementar o processo de ensino, integrando uma estratégia pedagógica mais ampla, planejada e estruturada, o que certamente resultará em uma prática não só relevante, mas também necessária nos dias atuais.

Palavras-chave: Tecnologias digitais. *Photomath*. Funções Trigonométricas.

Abstract

The present study proposed to analyze the contribution that the Photomath application can bring to the teaching-learning of Mathematics, in particular, of Trigonometric Functions. The conclusions presented here result from the analyzes developed from the practical intervention carried out and the questionnaires answered by the students, through which it was possible to conclude that digital educational application, Photomath, should be used as a tool to aid and complement the process integrating a broader, planned and structured pedagogical strategy, which will certainly result in a practice that is not only relevant but also necessary today.

Keywords: Digital technologies. Photomath. Trigonometric Functions.

SUMÁRIO

| | | |
|---------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 09 |
| 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 11 |
| 2.1 | A Matemática e o cenário educacional brasileiro | 11 |
| 2.1.1 | O ensino da Trigonometria | 14 |
| 2.1.1.1 | Funções Trigonométricas | 16 |
| 2.2 | O uso de aplicativos e softwares para o ensino da matemática | 22 |
| 2.3 | O aplicativo <i>Photomath</i> | 26 |
| 3 | METODOLOGIA | 31 |
| 3.1 | Tipologia da pesquisa | 31 |
| 3.2 | Contextualização do espaço e dos envolvidos na pesquisa | 33 |
| 3.3 | Intervenção prática | 33 |
| 4 | ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS | 36 |
| 4.1 | A utilização do aplicativo <i>Photomath</i> | 36 |
| 4.2 | Percepção dos estudantes quanto ao aplicativo | 37 |
| 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 41 |
| | REFERÊNCIAS | 43 |
| | APÊNCICE A - PLANO DE AULA | 47 |
| | APÊNCICE B - OFICINA PEDAGÓGICA | 49 |
| | APÊNCICE C - COMO UTILIZAR O APLICATIVO <i>PHOTOMATH</i> | 51 |
| | APÊNCICE D - QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS DA TURMA DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DO COLÉGIO MONTESSORI CRUZ DAS ALMAS - BAHIA | 71 |

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é considerada uma das ciências mais antigas do mundo. Pesquisas arqueológicas apontam para registros datados de aproximadamente 2400 a.C. (ZACARIAS, 2008) e ao longo dos séculos essa ciência vigora como um conhecimento essencial para o desenvolvimento do ser humano e da sociedade. Assim, é notório que “não existe nenhuma atividade da vida contemporânea em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível” (BRASIL, p. 9, 2002).

O ensino da Matemática, como outras disciplinas, deve se propor a acompanhar e atender às exigências de uma sociedade que se encontra em plena era da evolução tecnológica e das informações globalizadas, bem como possibilitar ao estudante a aquisição e o desenvolvimento de conhecimentos práticos e contextualizados que supram as necessidades da vida moderna, mas também amplos e abstratos voltados a uma visão de mundo (BRASIL, 2002), o que não ocorre, visto que a disciplina representa ainda um grande obstáculo a ser enfrentado por muitos estudantes. Essa dificuldade mostra-se evidente ao se constatar que boa parte dos conhecimentos matemáticos apresentados aos estudantes, não são bem compreendidos e assimilados, resultando em uma aversão à disciplina e, conseqüentemente, ao fracasso na aprendizagem.

Apesar de todos os esforços por parte de professores, especialistas e governo para se melhorar o nível de aprendizagem dos estudantes, os resultados ainda se mostram preocupantes, visto que o país amarga, ano após ano, baixos índices de rendimento nas avaliações que medem esse nível de aprendizado, a exemplo do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos). Fato que motiva a necessidade de se manterem esforços contínuos em prol do desenvolvimento de novas práticas de ensino, a fim de se melhorar a aprendizagem desses estudantes.

Neste cenário de deficiência de aprendizagem da matemática destacam-se a necessidade e a importância de se incorporarem as novas tecnologias ao ensino. Afinal, essas tecnologias estão cada vez mais presentes na vida de todos, seja no trabalho, no lazer e, mais recentemente, na escola. Nesse contexto, é necessário repensar a prática docente e o emprego das novas tecnologias no intuito de tornar o

ensino da matemática algo atrativo, prazeroso e efetivo para os estudantes. Uma vez que a introdução de novas tecnologias implica, também, uma forma diferente de pensar o processo de ensino-aprendizagem (LÉVY, 1993).

Destarte, este trabalho tem como tema central a utilização das novas tecnologias digitais, mais especificamente o aplicativo *Photomath*, em prol de auxiliar o ensino da matemática, o que se mostra relevante por abranger uma problemática que representa para muitos estudantes um entrave cognitivo e educacional. Assim, o presente trabalho se propôs a analisar a contribuição que o aplicativo *Photomath* pode trazer para o ensino-aprendizagem da Matemática.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 A Matemática e o cenário educacional brasileiro

A Matemática está direta ou indiretamente presente no cotidiano de todas as pessoas. Ninguém pode se considerar realmente inserido na sociedade se não apresentar algum conhecimento acerca das quatro operações aritméticas, das frações, das unidades de medida e dos conhecimentos básicos de Geometria (NOBREGA, 2014). Apesar de toda a relevância inerente a ciência em questão, a mesma integra a lista das disciplinas consideradas mais complexas, temidas e desinteressantes por muitos estudantes. Essa aversão pela disciplina é causada, principalmente, pela dificuldade dos estudantes compreenderem e assimilarem o conteúdo exposto em sala de aula, problema esse que leva a um baixo nível de aprendizado e conseqüentemente a um rendimento escolar insatisfatório.

Para SANTOS, FRANÇA E SANTOS (2007) a dificuldade de aprendizado da matemática ocorre devido a três principais agentes: a família, por falhar quanto à motivação, orientação e acompanhamento da evolução dos filhos em casa e no dia a dia; o professor, por manter-se, em muitos casos, desmotivado com a profissão e desatualizado quanto aos avanços nas práticas de ensino, deixando de contribuir para uma melhor compreensão dos alunos, principalmente daqueles que já apresentam alguma dificuldade na disciplina; e o próprio aluno, que apresenta acentuada falta de interesse e atenção às aulas, associada ao pouco tempo destinado a compreensão da disciplina.

Como consequência das dificuldades de aprendizado, grande parte dos alunos, principalmente aqueles oriundos de escolas públicas, apresenta baixo rendimento em relação à disciplina matemática. Como forma de se avaliar o nível de conhecimento na área e diagnosticar as principais deficiências desses estudantes, são realizadas periodicamente as avaliações do SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica e do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes). O primeiro refere-se a um conjunto de avaliações de âmbito nacional, destinada a estudantes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio,

realizada a cada dois anos com o intuito de avaliar o nível de conhecimento dos alunos em relação às disciplinas Português e Matemática (INEP/MEC, 2019). O PISA, por sua vez, compreende uma avaliação internacional realizada a cada três anos e que mede o nível educacional de estudantes na faixa dos 15 anos, através de provas nas áreas de Leitura, Matemática e Ciências, com o intuito de produzir indicadores que possam contribuir para a discussão acerca da qualidade da educação básica e para subsidiar políticas nacionais de melhoria da educação (INEP/MEC, 2019).

Segundo dados do SAEB (2018), dos alunos do ensino médio avaliados em 2017, apenas 4,52%, cerca de 60 mil estudantes, se encontram em um nível de aprendizado considerado adequado, ao alcançarem ou superarem o nível 7 da Escala de Proficiência – em uma escala cujos níveis variam de 1 a 10. Ou seja, somente esses alunos conseguiram efetivamente interpretar e resolver problemas de forma satisfatória, apresentando conhecimentos e habilidade de acordo com a respectiva série. Por outro lado, 23,81% dos estudantes avaliados apresentaram razoável nível de habilidade quanto à interpretação e resolução de problemas, nível 4 a 6 na Escala de Proficiência, demonstrando que alcançaram o nível básico de conhecimento, ainda que aquém da série em que se encontram. E 71,67% dos estudantes avaliados obtiveram um resultado insuficiente, nível 0 a 3, em desacordo com a série cursada. Logo, demonstraram não possuírem conhecimentos e habilidades entendidas como essenciais: desses 22,49% estão no nível zero, o mais baixo de proficiência.

Quanto aos resultados apresentados pelo PISA de 2015 a situação não se mostra muito promissora. De acordo com os dados do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), o desempenho dos alunos no Brasil apresenta média inferior aos dos alunos em países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico). E das três disciplinas avaliadas, a matemática apresentou o pior rendimento por parte dos estudantes – uma média de 377 pontos, comparados à média de 490 pontos, representando um declínio de 12 pontos se comparados à média de 2012 que foi de 389 pontos (INEP/MEC, 2016).

Nessa perspectiva, revela-se mais do que necessário o emprego de ações que transformem a realidade da educação matemática no Brasil, por meio da adoção de

estratégias de ensino-aprendizagem que busquem a efetiva construção do conhecimento. Estratégias essas entendidas como uma sequência de decisões, atividades, operações ou planos conduzidos à conquista de metas de aprendizagem, acionadas de forma consciente e intencional pelos indivíduos, devendo ser modificadas de acordo com a função da tarefa ou com o objetivo a ser alcançado (RIBEIRO, 2014).

De acordo com MOREIRA (2014), o educador ao se utilizar de atividades e/ou estratégias de ensino deve se basear nas necessidades dos educandos, além de se valer de situações variadas, contextualizadas, elaboradas com o intuito de permitir aos estudantes uma maior interação com o conhecimento. Dessa forma, devem ser selecionadas as estratégias de acordo com os objetivos educacionais, o comportamento individual ou coletivo da turma, o tempo disponível para a execução das tarefas e os recursos didáticos disponíveis.

Dentre os recursos comumente empregados para o auxílio da aprendizagem, destaca-se a utilização dos recursos tecnológicos, que ao longo dos anos passaram a integrar o nosso cotidiano. Segundo PRENSKY (2001, *apud* MELO, 2015), a maioria dos estudantes dessa nova era utiliza diariamente câmeras fotográficas, celulares e computadores, que fazem parte de suas vidas desde o nascimento. Assim, diante do cenário tecnológico que vivemos, deixar de ignorar o uso dessas tecnologias e trazê-las para a sala de aula, torna-se não só um aspecto favorável como também necessário para enriquecer o ambiente educacional e auxiliar a construção do conhecimento.

MALTEMPI (2008) afirma que a inserção da tecnologia no ambiente de ensino e aprendizagem requer um repensar da prática docente, pois ela não é neutra e transforma a relação ensino-aprendizagem, pois por mais que a educação se transforme com o emprego de novas metodologias e tecnologias é através do professor, sua postura e seu conhecimento, que se efetivará a correta utilização desse aparato tecnológico e científico, a fim de que os recursos sirvam não como um fim, mas como um suporte para que o aluno resolva problemas e realize tarefas que exijam raciocínio e reflexão, enfim, busca-se não um substituto ao professor, mas um auxílio ao estudo e ao processo de aprendizagem. Corrobora esse posicionamento NÓBREGA (2014), ao afirmar que:

A incorporação das inovações tecnológicas só tem sentido se contribuir para a melhoria da qualidade de ensino. A tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores (NÓBREGA, 2014, p. 52).

2.1.1 O ensino da Trigonometria

O estudo da Trigonometria foi desenvolvido inicialmente pelos babilônios, a partir do cálculo de razões entre números e entre lados de triângulos semelhantes, com o intuito de sanar problemas ligados à navegação, agrimensura e astronomia (COSTA, 2003). Por volta de 140 a.C., Hiparco empregou a relação entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo, além de construir a primeira tabela trigonométrica, que facilitava o cálculo das distâncias inacessíveis, fato que o levou a ser considerado o fundador da Trigonometria. Após inúmeros outros matemáticos e astrônomos se embrenharem pelos estudos da Trigonometria foi através de Leonhard Euler que a Trigonometria tomou sua forma atual, ao adotar a medida de raio de um círculo como unidade e definir funções aplicadas a um número e não mais a um ângulo como era feito até então (LINDEGGER, 2000).

Após séculos de estudos a Trigonometria ainda se mostra como um conhecimento relevante: seja por meio da Trigonometria esférica, influenciando significativamente o estudo da astronomia; seja por meio da Trigonometria plana, como uma ferramenta em prol da mensuração de distâncias; ou ainda pelo emprego das Funções Trigonômicas, nas modelagens de situações cotidianas (FEIJÓ, 2018).

Assim, tanto no contexto histórico quanto no atual, a Trigonometria se destaca como um ramo da Matemática relevante, cujo estudo é indispensável na vida escolar dos estudantes. Entretanto, esse ensino é muitas vezes dotado de falhas, fazendo com que o principal objetivo não seja alcançado, o aprendizado. A esse respeito, os PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS+ (2002), afirmam que:

tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades

e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos (PCN+, 2002, p. 121)

Problema este que resulta num processo de rejeição e, conseqüentemente, de baixo aprendizado por muitos alunos, visto que esses estudantes encontram dificuldades desde a compreensão de conceitos trigonométricos básicos, como as concepções de ângulo e arco, até obstáculos ligados aos procedimentos de cálculo (WENDLAND, 2017).

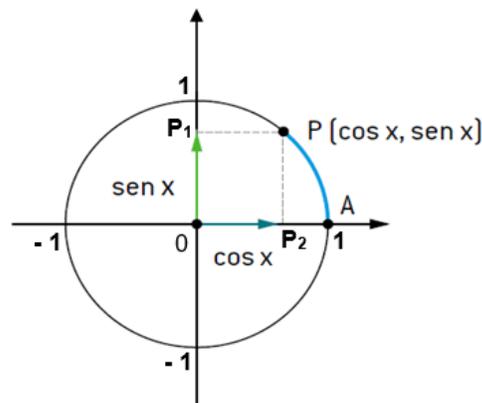
Dessa forma, ainda de acordo com o PCN+ (2002), os elementos que devem ser priorizadas no ensino da Trigonometria são:

as aplicações na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas (PCN+, 2002, p. 122).

Logo, a fim de evitar ou ainda sanar essas dificuldades é necessário que o professor se utilize de estratégias que contribuam para o aprendizado de seus alunos. E ao considerarmos o contexto sociocultural que vivemos, de um lado com as intensas e rápidas disseminações de informações e do outro, a utilização da tecnologia no nosso dia a dia, o professor deve buscar o emprego de estratégias diferenciadas, que faça o uso desses recursos até então disponíveis em prol de tornar os alunos capazes de apreender não só os conceitos básicos que lhe são apresentados, mas também as aplicações desses conhecimentos no seu cotidiano.

2.1.1.1 Funções Trigonômétricas

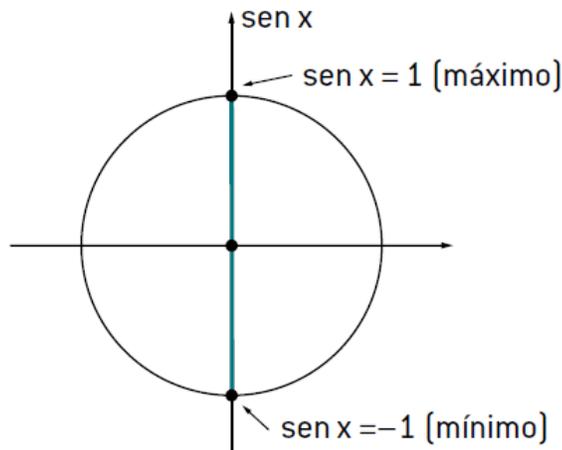
Nesse tópico serão abordadas as Funções Trigonômétricas, com domínios no conjunto dos números reais e imagens obtidas com o auxílio do ciclo trigonométrico. No ciclo trigonométrico, dado um número real x , pode-se destacar um ponto P e a esse ponto é associado um único valor para o seno e o cosseno que são chamados de $\text{sen } x$ e $\text{cos } x$.



Dada uma circunferência trigonométrica contendo o ponto $A = (1,0)$ e um número real x , existe sempre um arco orientado AP sobre esta circunferência, cuja medida algébrica corresponde a x radianos.

A **função seno** é denominada pela ordenada $\overline{OP_1}$, sendo a função seno f de \mathbb{R} em \mathbb{R} que a cada $x \in \mathbb{R}$ faz corresponder o número real $y = \text{sen } x$.

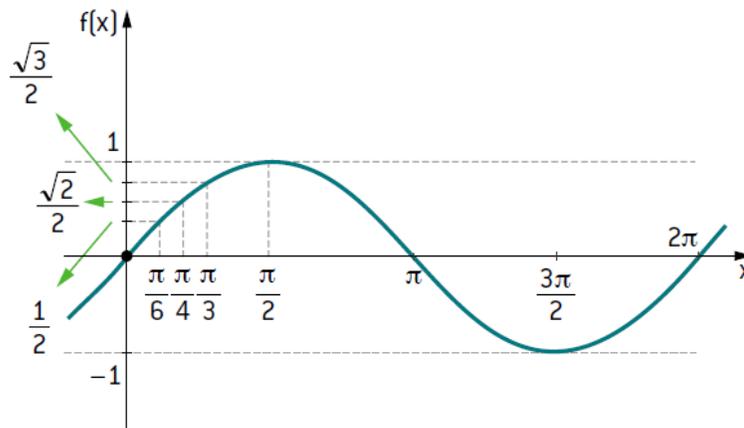
Como $\text{sen } x$ é definido para todo x real, então o domínio de $f(x) = \text{sen } x$ é o conjunto \mathbb{R} e o conjunto imagem $[-1,1]$, onde o $\text{sen } x$ assume valor máximo igual a 1 quando x é um número real que representa um arco com primeira determinação $\frac{\pi}{2}$ -rad e valor mínimo igual a -1 quando x representa um arco com primeira determinação $\frac{3\pi}{2}$ -rad.



Para construir o gráfico da função definida por $f(x) = \text{sen } x$, monta-se uma tabela para os arcos notáveis e, usando as propriedades de simetria, obtém-se um gráfico para todo conjunto dos reais, como demonstrado abaixo.

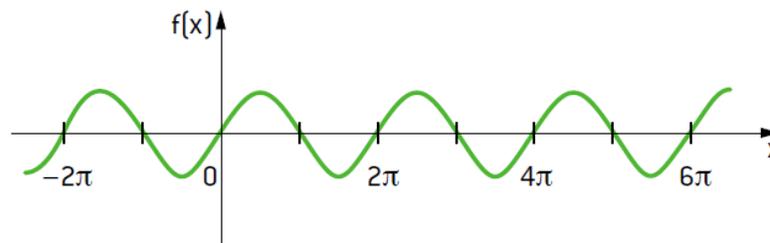
| | | | | | | | | |
|--------------|---|-----------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------|------------------|--------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
| sen x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 | 0 |

Localizando no plano cartesiano os pares $(x, \text{sen } x)$, obtém-se a seguinte curva:



Uma função $y = f(x)$, definida no domínio D , é chamada função periódica quando existe um número positivo p que satisfaz a igualdade $f(x + p) = f(x)$ para todo $x \in D$. O menor valor positivo de p que verifica essa condição é chamado de período da função.

Sabe-se que $\sin(x + 2\pi) = \sin x$, e portanto o período da função seno é 2π . Isso explica o fato de o gráfico ser uma repetição de senoides de 2π em 2π .

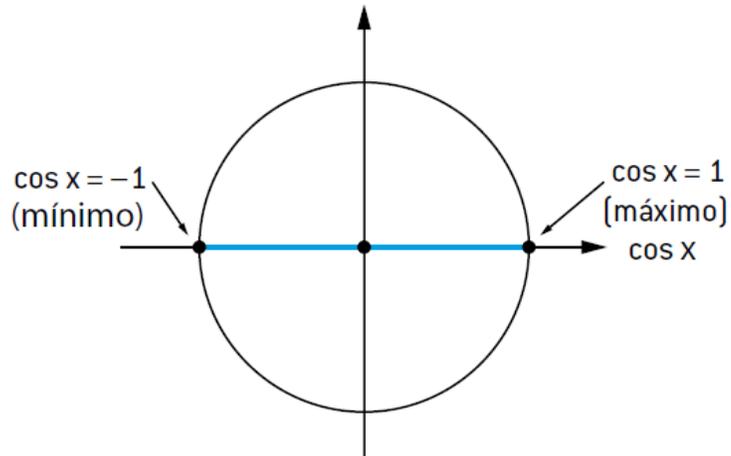


Em alguns intervalos $\sin x$ é crescente e em outros é decrescente. Por exemplo, nos intervalos $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$ $\sin x$ é crescente. Já no intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ ela é decrescente.

A paridade da função seno, é definida a partir das funções par e ímpar, em que a função $y = f(x)$, definida no domínio D , é chamada função par, quando $f(-x) = f(x)$ para todo $x \in D$, e função ímpar, quando $f(-x) = -f(x)$ para todo $x \in D$. Assim como $\sin(-x) = -\sin(x)$, a função seno é uma função ímpar.

A **função cosseno** é denominada pela ordenada $\overline{OP_2}$, sendo a função cosseno f de \square em \square que a cada $x \in \square$ faz corresponder o número real $y = \cos x$.

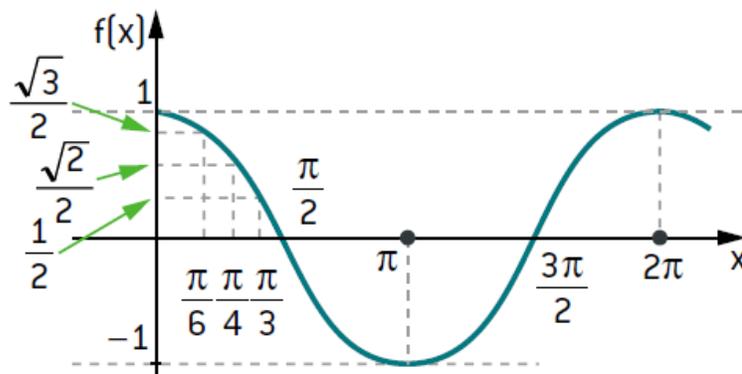
Como $\cos x$ é definido para todo x real, então o domínio de $f(x) = \cos x$ é o conjunto \square e o conjunto imagem $[-1, 1]$, onde o $\cos x$ assume valor máximo igual a 1, quando x é um número real que representa um arco com primeira determinação 0 (zero), e valor mínimo igual a -1 , quando x representa um arco com primeira determinação π rad.



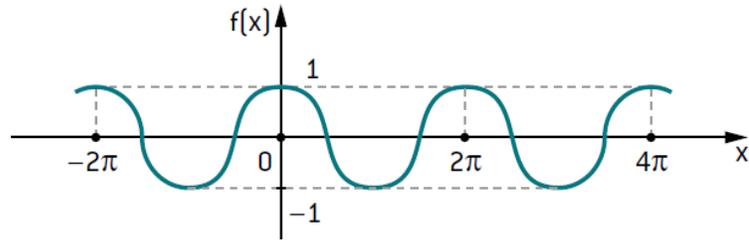
Para construir o gráfico da função definida por $f(x) = \cos x$, monta-se uma tabela para os arcos notáveis e, usando as propriedades de simetria, obtém-se o gráfico para todo conjunto dos reais.

| | | | | | | | | |
|----------|---|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-------|------------------|--------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
| $\cos x$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | 1 |

Localizando no plano cartesiano os pares $(x, \cos x)$, tem-se a seguinte curva:



Como o período de $f(x) = \cos x$ é 2π , já que o $\cos(x + 2\pi) = \cos x$. Isso explica o fato de o gráfico ser uma repetição de cossenoides de 2π em 2π .

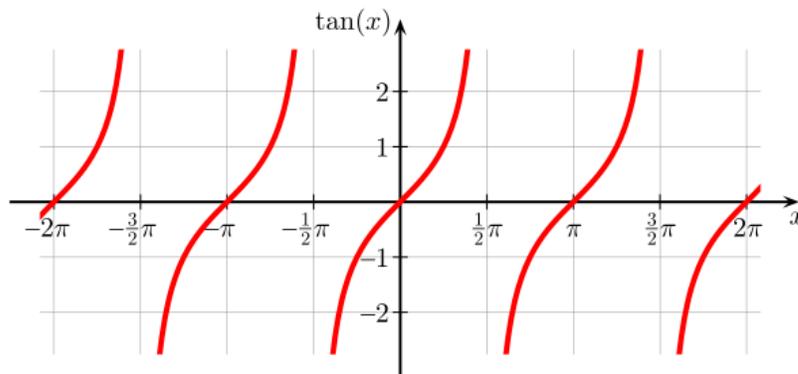


Em alguns intervalos $\cos x$ é crescente e em outros é decrescente. Por exemplo, nos intervalos $[0, \pi]$ $\cos x$ é decrescente. Já no intervalo $[\pi, 2\pi]$ ela é crescente.

Como o $\cos(-x) = \cos(x)$, então a função cosseno é uma função par.

A **função tangente** de um número real é a razão entre o seno e o cosseno desse real. Assim:

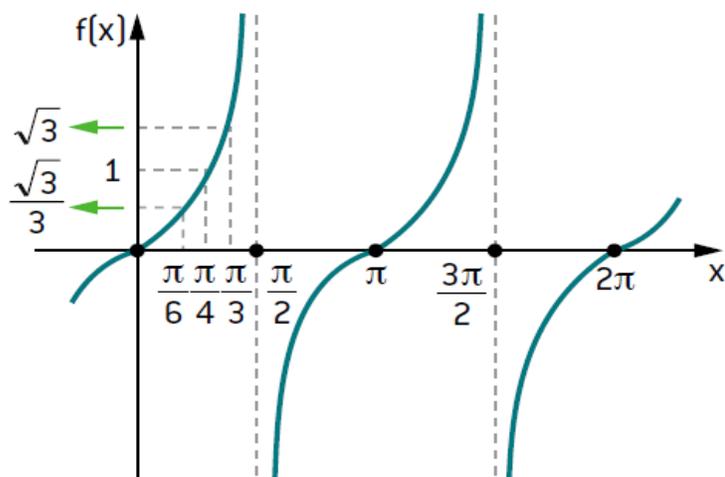
$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x} \quad \operatorname{cos} x \neq 0$$



Como $\operatorname{tg} x$ está definida apenas quando $\operatorname{cos} x \neq 0$, seu domínio é $D: \left\{ x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ e sua imagem pode assumir qualquer valor real, conforme gráfico acima.

O gráfico da função $f(x) = \operatorname{tg} x$ pode ser obtido em uma tabela com arcos notáveis e, por propriedades de simetria, pode-se obter a curva para todo x pertencente ao domínio.

| | | | | | | | | |
|------|---|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|------------------|--------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
| tg x | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | ∞ | -1 | ∞ | 1 |



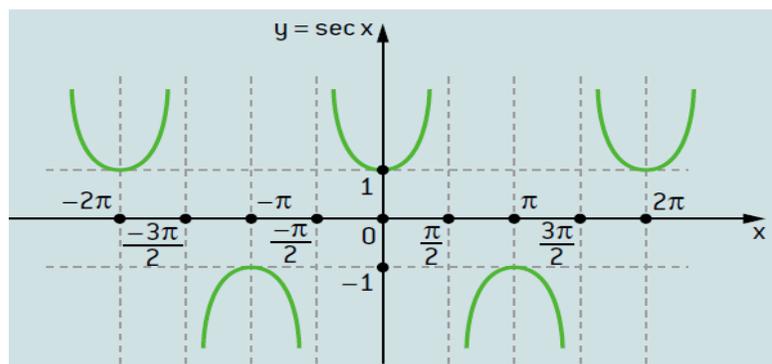
Observação: As retas $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ etc., são assíntotas verticais.

Sendo $\text{tg}(x + \pi) = \text{tg } x$, para qualquer x pertencente ao domínio, o período da função tangente é π e como $f(-x) = \text{tg}(-x) = -\text{tg}(x)$, a tangente é uma função ímpar.

As funções **secante**, **cossecante** e **cotangente** são definidas em termos de seno e cosseno.

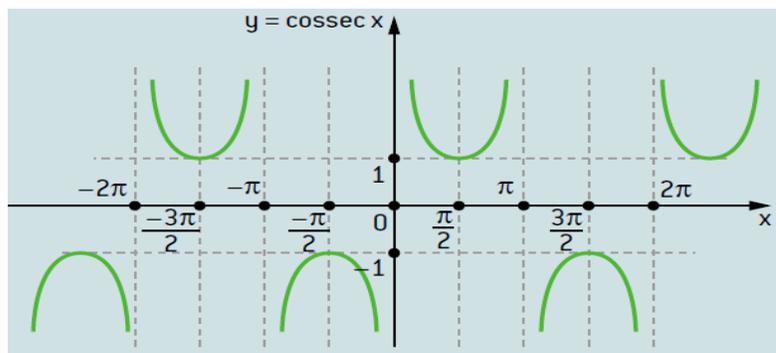
A função secante é denotada pelo símbolo $\sec x$ e definida por:

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}, \cos \neq 0$$



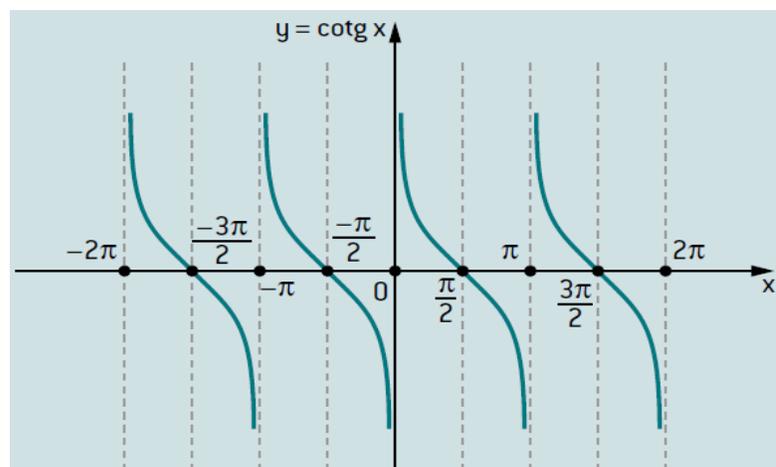
A função cossecante é denotada pelo símbolo $\operatorname{cossec} x$ e definida por:

$$\operatorname{cossec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}, \operatorname{sen} x \neq 0$$



A função cotangente é denotada pelo símbolo $\operatorname{cotg} x$ e definida por:

$$\operatorname{cotg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x} = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x}, \operatorname{sen} x \neq 0$$



2.2 O uso de aplicativos e softwares para o ensino da matemática

Nas últimas décadas a tecnologia tem evoluído rapidamente, fazendo-se necessária e ganhando cada vez mais espaço no nosso cotidiano, nas mais diversas áreas da sociedade. A constante presença dessas tecnologias no dia-a-dia acaba por exigir dos indivíduos um maior conhecimento e habilidade para lidar com todas

as novidades que surgem ao decorrer do tempo. Com isso são exigidas também novas concepções acerca dos processos que envolvem a educação, o ensino e a escola, bem como a respeito do papel do professor diante desse cenário.

Segundo MELO (2015), as tecnologias da comunicação e da informação – televisões, computadores, celulares, entre outras – integram o cotidiano das pessoas e passam a ser vistas não apenas como recursos tecnológicos, mas como continuação de seu espaço de vida, o que leva à transformação comportamental desses usuários.

Já de acordo com REIS (2013) a tecnologia deve ser compreendida também como um recurso educacional, ao afirmar que a mesma se trata de:

um conjunto de procedimentos (técnicas) que visam "facilitar" os processos de ensino e aprendizagem com a utilização de meios (instrumentais, simbólicos ou organizadores) e suas consequentes transformações culturais (REIS, 2013, p. 5)

Assim, os novos caminhos adotados pela sociedade pós-moderna seguem para uma extrema relação entre os indivíduos e a tecnologia, o que acaba por evidenciar a necessidade de reformulação das instituições de ensino e do processo educacional como um todo, a fim de acompanharem os avanços tecnológicos tão presentes na atualidade.

Se por um lado, os avanços tecnológicos apresentam-se em constante desenvolvimento, o mesmo não ocorre com parte do sistema educacional brasileiro, composto em sua maioria por instituições estruturalmente precárias e inúmeros professores cujas práticas e métodos de ensino seguem engessadas, como há décadas, e resistentes quanto à utilização das novas tecnologias em sala de aula, refletindo o abismo existente entre o modelo educacional vigente em muitas escolas e os avanços tecnológicos encontrados fora dela. Conforme é exemplificado por SANTOS (2011):

a lousa, os livros muitas vezes desatualizados, a régua de madeira, o velho diário, a lista de exercícios, ainda são os principais recursos utilizados por muitos professores. Enquanto o professor desenvolve sua aula, os alunos enviam mensagens de seus "ipods" ou acessam a internet, com aparelhos celulares cada vez mais avançados (SANTOS, 2011, p. 38).

Nesse cenário, diante da constante relação entre os indivíduos e a tecnologia, professores e comunidade escolar têm duas vertentes a seguir:

ignorar as tecnologias proibindo seu uso pelos alunos em sala de aula ou iniciar um processo de aprendizagem de modo a incorporar as tecnologias ao ambiente escolar. A primeira opção está cada vez mais difícil, devido ao caráter ubíquo que as tecnologias estão assumindo, e indesejável, dada a valorização que as tecnologias têm em nossa sociedade e as possibilidades proporcionadas pelas mesmas. A segunda opção representa um desafio a todo o sistema de ensino e de formação docente (MALTEMPI, 2008, p.62).

SILVA (2016) reforça esse segundo viés ao afirmar que o conhecimento tecnológico deve estar relacionado aos demais campos do saber humano. Dessa forma, o papel do professor continua sendo fundamental tanto na escolha quanto na correta utilização da tecnologia, dos softwares e seus aplicativos para auxiliar os estudantes a resolverem problemas e realizarem tarefas que exijam raciocínio e reflexão, elementos preciosos ainda mais no tocante ao aprendizado da matemática.

Nessa perspectiva, ao se relacionar o conhecimento tecnológico e a Matemática, D'AMBROSIO (1999) afirma que:

ao longo da evolução da humanidade, Matemática e tecnologia se desenvolveram em íntima associação, numa relação que poderíamos dizer simbiótica. A tecnologia entendida como convergência do saber (ciência) e do fazer (técnica), e a matemática são intrínsecas à busca solidária do sobreviver e de transcender. A geração do conhecimento matemático não pode, portanto ser dissociada da tecnologia disponível (D'AMBROSIO, 1999, p. 159)

Dessa forma, evidencia-se mais uma vez a intrínseca relação existente entre a ciência em questão e a tecnologia, além de destacar a relevância de se utilizar a tecnologia como base e instrumento em prol da construção do conhecimento matemático, passando de um estado puramente teórico para outro, onde ocorre o alcance da dimensão prática do saber.

Ainda a respeito do emprego das tecnologias no ensino da Matemática, PONTE (1995) afirma que essa estratégia de ensino fornece como contribuição ao processo de ensino-aprendizagem da disciplina:

Uma relativização da importância das competências de cálculo e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas agora muito mais rápida e eficientemente; Um reforço do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem dos mais variados problemas; Uma atenção redobrada às capacidades intelectuais de ordem mais elevada, que se situam para além do cálculo e da simples compreensão de conceitos e relações matemáticas; Um crescente interesse pela realização

de projetos e atividades de modelação, investigação e exploração pelos alunos, como parte fundamental da sua experiência matemática; Uma demonstração prática da possibilidade de envolver os alunos em atividade matemática intensa e significativa, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas em relação a esta disciplina e uma visão muito mais completa da sua verdadeira natureza (PONTE, 1995, p.2).

Diante dessa perspectiva, é inegável a importância e a necessidade de uma atuação docente voltada à junção das novas tecnologias ao processo de ensino aprendizagem – em busca de um ensino de matemática além do campo teórico – e de melhores investimentos em infraestrutura escolar adequada para esse propósito.

Em meio às diversas tecnologias que podem ser destinadas ao campo educacional, foram desenvolvidos ainda os softwares educativos e softwares que, ainda que não tenham sido projetados especificamente para fins educacionais, corroboram para a aquisição de conhecimentos no âmbito escolar, como é o caso das planilhas ou processadores de textos (SANTOS, 2011).

Quanto ao emprego de softwares educativos no ensino da Matemática, GRAVINA (1998) afirma que:

no contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento (GRAVINA, 1998, p. 73).

É importante destacar ainda que, por muito tempo, a tecnologia era associada apenas aos computadores. Entretanto, através dos anos e dos inúmeros avanços tecnológicos, os computadores perderam espaço para os aparelhos de tecnologia móvel – os smartphones e tablets – devido tanto à praticidade de transporte e manuseio, quanto ao valor monetário mais acessível. Assim esses aparelhos passaram a ser vistos também com grande interesse no campo educacional, por poderem ser utilizados como recursos pedagógicos com grande potencial para facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

Segundo CONCEIÇÃO *et al.* (2015), o emprego da tecnologia móvel oferece benefícios mais fáceis de serem obtidos do que com a utilização do computador, tais como: o auxílio à aprendizagem independente da hora e lugar; maior flexibilidade quanto ao avanço dos conteúdos, de acordo com o ritmo de estudo do estudante; maior otimização do tempo/espaço da sala de aula em prol da aplicações de

conceitos e discussão de ideias. Enfim, fatos que resultam em aulas mais dinâmicas e atrativas para os alunos.

Por fim, diante das inúmeras tecnologias disponíveis na atualidade, destaca-se a utilização da tecnologia digital, a exemplo aplicativo *Photomath* para smartphones, objeto deste estudo.

2.3 O aplicativo *Photomath*

Photomath é um aplicativo que objetiva solucionar equações matemáticas de forma simples e rápida, através tanto da inserção digital dos problemas, quanto por meio da câmera do smartphone. O aplicativo se utiliza da tecnologia *BlinkOCR* para reconhecimento de texto e funciona de forma muito semelhante aos leitores de QR, oferecendo a solução para o cálculo matemático em apenas alguns segundos após o aparelho capturar a imagem.

Criado em 2016 pela empresa britânica MicroBlink, o *PhotoMath* é um aplicativo disponibilizado gratuitamente para download. Com uma interface simples e objetiva, o aplicativo é capaz de resolver inúmeras equações e cálculos matemáticos compatíveis com aritmética, números inteiros, frações, números decimais, raízes, expressões algébricas, equações/inequações do 1º grau, equações/inequações do 2º grau, equações/inequações absolutas, sistemas de equações, logaritmos, trigonometria, funções exponenciais e logarítmicas, derivadas e integrais (CONCEIÇÃO *et al.*, 2015).

O *Photomath* se utiliza de tecnologias de reconhecimento de imagens para identificar os números e os símbolos que caracterizam o problema: divisão, multiplicação, colchetes e assim por diante (ALECRIM, 2014). Dessa forma, o aplicativo escaneia a foto da equação, interpreta matematicamente e a soluciona instantaneamente, além de também mostrar a forma como resolvê-la. O aplicativo disponibiliza ainda, serviços como calculadora na câmera, reconhecimento de escrita à mão, instruções de passo a passo, calculadora inteligente e criação de gráficos. Segundo PIRES; ESCHER (2016), a característica que diferencia o *Photomath* de

outros aplicativos e calculadoras é o fato de não haver a necessidade de digitar o exercício, embora ele também disponha dessa possibilidade.

A velocidade e praticidade de resolução dos problemas são aspectos positivos apresentados pelo aplicativo em questão, segundo PIRES (2016), uma lista de exercícios composta por 15 problemas é resolvida pelo aplicativo em praticamente um minuto, armazenando os resultados em um histórico que pode ser recuperado posteriormente pelo usuário.

Do ponto de vista didático, a maior vantagem do *Photomath* é o fato de permitir que o usuário tenha acesso completo ao passo a passo que a operação seguiu para chegar à resposta correta. Ou seja, ao invés de apenas mostrar o resultado, o aplicativo permite ainda saber como se chegou a essa solução (UPTODOWN, 2019).

Ao possibilitar que o aluno se utilize da tecnologia digital no estudo da disciplina, espera-se que o mesmo seja capaz de melhor compreender a aplicação das teorias apresentadas em aula. Assim, o aplicativo *Photomath* mostra-se uma excelente ferramenta de complementação educacional, pois não se limita apenas a solucionar os cálculos e apresentar o resultado final, como uma simples calculadora. Ou seja, é possível que o professor exponha a seu aluno o conteúdo trabalhado em aula e que, em seguida, o assunto seja mais bem explorado pelo estudante com o auxílio do aplicativo, seja por meio das informações detalhadas disponibilizadas pelo aplicativo, tais como raízes, domínio, imagem e interseções, ou através da construção e melhor detalhamento dos gráficos, ou ainda como forma de verificação e correção dos exercícios praticados pelo estudante.

Assim, ao empregar o *Photomath* de forma auxiliar e integrada aos conteúdos abordados é possível estimular o desenvolvimento de aspectos educacionais fundamentais para os estudantes, tais como a análise e verificação dos conteúdos.

Na figura 01, observa-se a tela inicial do aplicativo, onde já se inicia com a câmera fotográfica do aparelho celular ativada. Na figura 02, a calculadora do aplicativo. Na figura 03, encontra-se a forma de solucionar a questão capturada pela câmera. Por fim, na figura 04 notam-se os favoritos e históricos salvos pelo aplicativo.



Figura 01. Tela inicial do aplicativo *Photomath*.
(Fonte: *Photomath*, 2019)

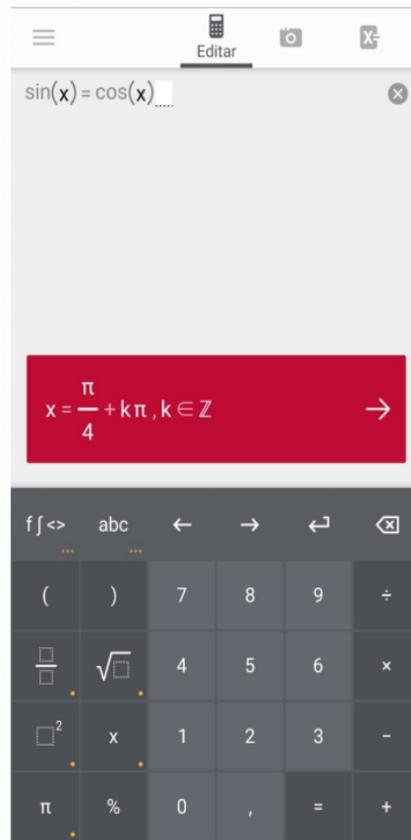


Figura 02. A calculadora do aplicativo *Photomath*.
(Fonte: *Photomath*, 2019)

Solução

Resolução

$$\sin(x) = \cos(x)$$

↓
Divida ambos os membros por $\cos(x)$

$$\tan(x) = 1$$

Passo 1/7

$$x = \arctan(1)$$

↓
Usando uma tabela trigonométrica, descubra o valor do ângulo de $\arctan(1)$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

Passo 3/7

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

↓
Encontre a interseção da solução e o intervalo definido

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Passo 5/7

$$\tan(x) = 1$$

↓
Para isolar x , use a função trigonométrica inversa

$$x = \arctan(1)$$

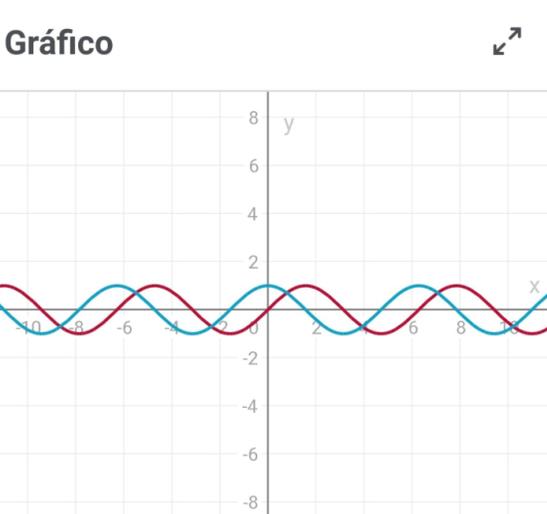
Passo 2/7

$$x = \frac{\pi}{4}$$

↓
Dado que $\tan(x)$ é periódica, some o período de $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ para calcular todas as soluções

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Passo 4/7



Passo 6/7

■ $y = \sin(x)$

■ $y = \cos(x)$

Solução:

■ $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Raiz $(k\pi, 0), k \in \mathbb{Z}$

Domínio $x \in \mathbb{R}$

Mínimo $\left(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi, -1\right), k \in \mathbb{Z}$

Máximo $\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 1\right), k \in \mathbb{Z}$

Interceção vertical $(0, 0)$

Raiz $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0\right), k \in \mathbb{Z}$

Domínio $x \in \mathbb{R}$

Mínimo $(\pi + 2k\pi, -1), k \in \mathbb{Z}$

Máximo $(2k\pi, 1), k \in \mathbb{Z}$

Interceção vertical $(0, 1)$



Figura 03. Passo 7/7 do passo a passo da solução apresentada pelo aplicativo *Photomath*.

(Fonte: *Photomath*, 2019)

Figura 04. Área reservada aos favoritos e históricos do aplicativo *Photomath*.

(Fonte: *Photomath*, 2019)

3 Metodologia

3.1 Tipologia da pesquisa

O presente estudo foi desenvolvido a partir de uma pesquisa classificada como qualitativa, visto que busca responder a questões muito particulares, que não podem ou não devem ser expressas de forma quantitativa. Logo, não serão empregadas quantificações numéricas, mas sim o exercício da compreensão do objeto de pesquisa de acordo com o previsto, enfatizando não a medição das variáveis em estudo, mas o entendimento das mesmas (PEROVANO, 2016).

Segundo CASARIN (2012, p. 32), na pesquisa de abordagem qualitativa é explorado “uma metodologia predominantemente descritiva, deixando em segundo plano os modelos matemáticos e estatísticos”. Dessa forma, o objetivo desse tipo de pesquisa é a descrição de certos fenômenos e sua relação com outros fatores.

De acordo com os objetivos pretendidos por esta pesquisa, a mesma classifica-se ainda como exploratória. Segundo PEROVANO (2016), a pesquisa exploratória é um estudo que pretende investigar problemas relacionados ao comportamento humano, considerados cruciais aos profissionais de determinadas áreas. Esse tipo de pesquisa busca ainda “proporcionar um conhecimento sobre determinado problema ou fenômeno” (CASARIN 2012, p. 40). Dessa forma, por considerar a importância que o efetivo aprendizado da matemática exerce sobre os indivíduos, e conseqüentemente à sociedade, bem como a necessidade de se aliar esse ensino às novas tecnologias, buscou-se com esta pesquisa um maior entendimento a respeito das contribuições que o uso das novas tecnologias digitais, no caso o aplicativo *Photomath*, podem trazer ao processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Por outro lado, para alcançar os objetivos propostos foram adotados como procedimentos metodológicos a pesquisa bibliográfica e o estudo de caso. O primeiro é definido por GIL (2010, p. 44) como a pesquisa “desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Conteúdo esse que proporciona ainda um apoio teórico para o momento em que os

dados de investigação forem analisados (PEROVANO, 2016). Logo, este estudo originou-se de pesquisas desenvolvidas a partir de artigos científicos, dissertações e teses relacionadas ao tema, além de livros e *web sites* oficiais do governo, MEC/INEP. O estudo de caso, por sua vez, é entendido como uma “investigação empírica que apura um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes” (YIN, 2001, p. 32). Sobre o tema GIL (2008) afirma que o estudo de caso vem sendo frequentemente utilizado nas pesquisas exploratórias, pois objetiva:

a) explorar situações da vida real cujos limites não estão claramente definidos; b) descrever a situação do contexto em que está sendo feita determinada investigação; e c) explicar as variáveis causais de determinado fenômeno em situações muito complexas que não possibilitam a utilização de levantamentos e experimentos.(GIL, 2008, p.58)

Diante disso, justifica-se a escolha do estudo de caso como procedimento metodológico desta pesquisa, uma vez que será descrita a situação do contexto investigado, bem como será analisado um fenômeno contemporâneo específico, o uso da tecnologia digital no processo de ensino-aprendizagem, inserido em um contexto de vida real, o ensino de matemática no ensino médio.

Por fim, o questionário foi adotado como o método de investigação desta pesquisa. Para GIL (2008) o questionário representa uma técnica que engloba um conjunto de questões submetidas às pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, expectativas, dentre outros. Assim, foi aplicado um questionário individual, com 10 questões (consulte o APÊNDICE D), utilizando o recurso tecnológico Formulário Google (consulte o site <https://forms.gle/TuQ8r8C7zxPmDjXC8>), para avaliar a percepção dos alunos a respeito da utilização do aplicativo *Photomath* como recurso auxiliar no processo de ensino-aprendizagem da matemática, em especial das Funções Trigonométricas.

3.2 Contextualização do espaço e dos envolvidos na pesquisa

Diante da adoção do procedimento metodológico, mostra-se fundamental a delimitação dos elementos que compuseram essa fase da pesquisa, o espaço escolar e os estudantes. Assim, o espaço escolhido para a realização do estudo de caso foi o Colégio Montessori, localizado na cidade de Cruz das Almas – Bahia. Trata-se de uma instituição de médio porte, com cerca de 780 alunos, pertencente à rede particular de ensino. A escola atende alunos do Ensino Infantil ao Ensino Médio nos turnos matutino e vespertino.

A escolha do Colégio Montessori se deu, principalmente, pelo fato do pesquisador lecionar a 10 anos na instituição em questão. Diante disso, ocorre uma busca por melhorar tanto a prática docente desenvolvida, quanto o nível de aprendizagem dos estudantes.

Quanto aos envolvidos na pesquisa, foram analisados 40 estudantes da 3ª Série do Ensino Médio, do turno matutino. Tal escolha foi determinada pelo fato do pesquisador ser também o professor de matemática dos alunos analisados, consciente da necessidade de sanar as dificuldades apresentadas por esses alunos, em relação a assuntos específicos da disciplina, e da importância acerca do papel do professor diante do alcance de uma efetiva aprendizagem.

3.3 Intervenção prática

O fato de o pesquisador ser também o professor da turma analisada facilitou o processo de coleta de dados, o qual foi realizado no Colégio Montessori, no mês de março de 2019, no turno matutino, através da realização de intervenção prática, no formato de oficina pedagógica, na qual foi aplicada uma sequência didática. Segundo ZABALA (1998, p. 18), essa prática é entendida como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

Assim, para a realização da intervenção prática foram adotadas quatro etapas iniciais, assim divididas:

1. A escolha do conteúdo a ser abordado: Conteúdo definido de acordo com o planejamento do curso, previamente definido no início do ano letivo. Portanto, Funções Trigonométricas foi o conteúdo escolhido para ser abordado na oficina, uma vez que já tinha sido trabalhado em sala de aula;
2. A elaboração do plano de aula a ser aplicado (consulte o APÊNDICE A);
3. A organização do material a ser utilizado pelos alunos: Foram selecionadas questões relacionadas às Funções Trigonométricas (consulte o APÊNDICE B), para realização da oficina “O uso do Aplicativo *Photomath* no Estudo das Funções Trigonométricas”. Na oficina os alunos resolveram questões, a partir da teoria ensinada em sala e com o auxílio do recurso tecnológico *Photomath* (consulte o APÊNDICE C), no intuito de que houvesse um diálogo entre estes dois métodos de estudo;
4. A construção do questionário: método empregado com o propósito de obter dos alunos dados qualitativos acerca da utilização do aplicativo *Photomath* em sala de aula (consulte o APÊNDICE D).

Definidas as etapas da intervenção prática, formulou-se a sequência didática, dividida em 6 etapas, sendo elas:

1. Apresentação da oficina aos alunos participantes, após aula expositiva sobre o conteúdo escolhido: Temática, relevância, objetivos e o aplicativo *Photomath*;
2. Explicação acerca das funções e ferramentas oferecidas pelo aplicativo *Photomath*;
3. Discussão a respeito da importância das Funções Trigonométricas ligadas a aspectos do dia a dia;
4. Participação dos estudantes, ao analisarem o comportamento das Funções Trigonométricas (gráficos, interseções, etc) com o auxílio do aplicativo *Photomath*.
5. Resoluções de exercícios com o auxílio do aplicativo *Photomath*.
6. Socialização das impressões obtidas pelos alunos a respeito da utilização do aplicativo *Photomath*.

Logo, através da intervenção prática buscou-se também a aplicação de uma nova estratégia de ensino, que desenvolva nos alunos o interesse, a curiosidade e a aprendizagem significativa; que os conduza à construção e à apropriação de novos conhecimentos, além da capacidade de relacionar esses novos saberes a outros presentes no cotidiano de cada estudante, indo ao encontro da visão apresentada por FONSECA (2008, p. 6), ao afirmar que aluno e professores precisam:

sentir o sabor do conhecimento que está sendo socializado em sala de aula: saber o que, saber por que e para quê [...] O aluno precisa construir uma rede relacional, em que o novo conhecimento esteja vinculado ao conhecimento pré-existente, ampliando-o e modificando-o.

4 Análise e Discussão dos Resultados

Para a presente etapa do estudo foram utilizados dados coletados ao final da intervenção prática, oficina pedagógica, por meio da aplicação de questionário diagnóstico (consulte o APÊNDICE D) destinado a estudantes da 3ª série do Ensino Médio. O questionário, composto por 10 questões mistas, possuía como objetivo principal verificar a percepção dos estudantes quanto à utilização do aplicativo *Photomath* como um auxílio ao aprendizado das Funções Trigonométricas.

Dessa forma, as informações colhidas serviram como fundamento para se desenvolver uma melhor análise e compreensão acerca das contribuições obtidas pelo emprego dos aplicativos digitais como uma ferramenta de auxílio ao aprendizado da matemática.

4.1 A utilização do aplicativo *Photomath*

Na primeira etapa da intervenção prática foi apresentado aos estudantes um panorama geral a respeito do que trataria e como ocorreria a oficina pedagógica; foi apresentado aos participantes o aplicativo *Photomath*, bem como suas funções e ferramentas, o que de certa forma não gerou estranheza aos alunos, visto que muitos já conheciam o aplicativo. Foi solicitado que os estudantes explorassem o *Photomath* e realizassem alguns cálculos, a fim de melhor se familiarizarem com a ferramenta em questão, o que também ocorreu sem dificuldades, uma vez que os participantes mostraram-se hábeis quanto à manipulação dos dispositivos em geral e, conseqüentemente, do aplicativo já conhecido por muitos.

Na etapa seguinte foi solicitado aos estudantes que respondessem a uma lista composta por 6 questões sobre Funções Trigonométricas, com o auxílio do aplicativo *Photomath* (consulte o APÊNDICE B). Foi possível perceber que as questões foram realizadas sem dificuldades pela maioria dos estudantes, visto que o assunto Funções Trigonométricas integrava o conteúdo programático da turma, havia sido trabalhado em sala de aula anteriormente, e a utilização do aplicativo

Photomath foi uma ferramenta de auxílio importante, no qual os estudantes tiveram a possibilidade de verificar a correção, o passo a passo, além de sanarem dúvidas a respeito dos procedimentos realizados nos cálculos, independentemente da intervenção direta do professor, o que de fato, se alinha à visão apresentada por ALMEIDA (2018), ao afirmar que estudar conteúdos matemáticos com apoio das tecnologias mostra-se relevante por tornar o estudante um ser ativo e protagonista da própria aprendizagem, cabendo ao professor o papel de orientar o aluno quanto à construção desses conhecimentos.

Por fim, foi realizada a etapa de socialização das impressões obtidas pelos alunos a respeito da utilização do aplicativo *Photomath*, por meio do preenchimento do questionário diagnóstico (consulte o APÊNDICE D). Após a análise dos questionários, alguns pontos relevantes foram destacados acerca da utilização e das contribuições fornecidas pelo aplicativo *Photomath*.

Inicialmente, dos 40 estudantes participantes, verificou-se que 97,5% considera o fato de estudar com o auxílio do aplicativo em dispositivos móveis um fator positivo, mais atrativo. De fato, o presente resultado ratifica o pensamento de MASTRONICOLA (2014) ao justificar o suporte por meio de dispositivos móveis como um fator positivo, pelo fato de o mesmo ser um instrumento que cabe na palma da mão, pode ser acessado instantaneamente e que permite ao estudante aprender além do espaço da sala de aula e do horário escolar.

Constatou-se que 92,5% dos estudantes já conheciam o aplicativo utilizado, o *Photomath* e que 87,5% dos respondentes já haviam utilizado outro aplicativo no dispositivo móvel para auxiliar aos estudos de matemática.

4.2 Percepção dos estudantes quanto ao aplicativo

Após a análise dos questionários, foi possível também chegar a um resultado acerca das impressões que os estudantes desenvolveram ao fazerem uso do aplicativo, bem como verificar a influência do mesmo sobre a aprendizagem da matemática. Assim, verificou-se que a maioria dos estudantes não encontrou maiores dificuldades quanto à utilização do aplicativo *Photomath*. Dos 40

participantes, apenas 7 (17,5%) expressaram ter sentido algum tipo de dificuldade nesse quesito, conforme as opiniões a seguir, extraídas dos questionários:

- *“Algumas resoluções acabam confundindo o aluno acerca da resposta, pelo fato de estarmos estudando Funções Trigonométricas e envolver radianos, seria ideal nos fornecer a resposta tanto em radianos quanto em números reais. Logo, o aluno necessita de uma bagagem para que consiga lidar com as soluções”.*
- *“Em alguns gráficos a compreensão foi complicada de compreender”.*
- *“A linguagem é um pouco complexa, mas à medida que você utiliza o aplicativo, você se acostuma com a linguagem”.*
- *“Como há a opção de fotografar as questões isso já facilita a utilização, no entanto tive dificuldade na compreensão dos gráficos”.*
- *“Em decorrência dos gráficos apresentados, tive dificuldade de identificar as soluções dentro dos mesmos”.*
- *“Nas questões mais complexas o aplicativo tem dificuldade de executar a sua função”.*
- *“O aplicativo utiliza símbolos que, principalmente para os menos experientes, pode ser bastante confuso. Mas podem ser facilmente compreendidos após o auxílio de um professor e/ou uma melhor compreensão do assunto”.*

Constatou-se também que 97,5% dos estudantes avaliaram que por meio do aplicativo houve uma melhor compreensão acerca das questões apresentadas no exercício. Fato que pode ser constatado pelas opiniões destacadas abaixo:

- *“A aprendizagem se dá de forma mais lúdica com o auxílio do aplicativo, além de ser um suporte pedagógico”.*
- *“Quando realizei as questões, eu entendia os reais motivos pelos quais os valores foram usados e o porquê do comportamento dos gráficos”.*
- *“A plotagem dos gráficos, bem como a explicação do passo a passo das questões, ajuda bastante a entender como chegar à resolução e entendê-las”.*
- *“Em momentos de dúvidas na questão o aplicativo funciona como um meio interventor, que não apenas exhibe a resposta como também o caminho até ela, sendo assim, o aluno conseguirá apreender técnicas que poderão ser utilizadas em questões futuras”.*
- *“O aplicativo explica muito bem, as questões dos senos, cossenos, tangentes e seus derivados, pois traz gráficos, resumos e equações resumidas”.*
- *“A demonstração de todas as etapas auxiliam a detectar no que erramos ou estamos com dificuldades, além de esclarecer o meio correto e objetivo de efetuar a questão”.*
- *“As respostas são completas e dotadas de informações para compreensão das questões,*

possibilitando ao aluno verificar o desenvolvimento do conteúdo em uma totalidade”.

Logo, infere-se que essas constatações convergem com o entendimento de que a presença das tecnologias digitais em sala de aula maximiza as competências e habilidades e minimizam as dificuldades, que, por sua vez, podem ser mediadas pelo professor durante o processo educativo (ALMEIDA, 2018).

Quanto ao ensino das Funções Trigonométricas, as avaliações também se mostraram positivas, visto que 90% dos estudantes consideraram o aplicativo *Photomath* um procedimento simples para auxiliar a compreensão das Funções Trigonométricas. Entretanto, destes, 22% destacaram a necessidade de o estudante já possuir um conhecimento prévio acerca do assunto estudado, como sugerem os estudantes abaixo, ao afirmarem que:

- *“O aluno deve possuir uma base do assunto para compreender os cálculos e ter a devida noção do que está realizando. O aplicativo se torna uma ‘alavanca’ dinamizando o conhecimento do indivíduo no assunto”.*
- *“Talvez, inicialmente não seja uma compreensão tão fácil para alunos os quais possuem dificuldades na matéria, entretanto com um empenho e com conhecimentos prévios da trigonometria, o aplicativo consegue ajudar no desenvolvimento autônomo do aluno na resolução de questões e treinamento do conteúdo”.*

Em seguida, com base numa escala de avaliação cujos parâmetros variam entre péssimo, ruim, regular, bom e excelente foi solicitado dos alunos que opinassem quanto à utilização do aplicativo para o estudo das Funções Trigonométricas, assim, observou-se que 60% dos estudantes avaliaram o aplicativo *Photomath* como excelente; 37,5% bom; 2,5% regular. Com base nos mesmos parâmetros, os estudantes avaliaram as etapas da função passo a passo, disponibilizada pelo aplicativo para detalhar as soluções dos cálculos, resultando em 72,5% avaliações tidas como excelente e 27,5%, como bom.

Questionados a respeito do efetivo entendimento das etapas fornecidas pelo aplicativo, 75% dos estudantes declararam tê-las entendido completamente, enquanto 25% declararam tê-las compreendido parcialmente, devido a problemas ligados à linguagem matemática, considerada complexa, ao conhecimento matemático prévio insuficiente e a pouca interpretação tanto das questões quanto dos gráficos apresentados, conforme observado a seguir:

- *“Algumas questões não estavam completamente detalhadas e era necessário um pouco*

mais de conhecimentos da parte do aluno para entender o conteúdo”.

- *“O aplicativo apresenta um excelente passo a passo. A compreensão pode ser dificultada pelos símbolos e pelo conhecimento prévio do assunto, ou a falta dele”.*
- *“Em algumas questões os gráficos eram difíceis de serem analisados”.*

Por fim, verificou-se que os 40 estudantes avaliaram positivamente e recomendariam o uso do aplicativo *Photomath* para o estudo da matemática, tanto por auxiliar no esclarecimento de dúvidas, quanto por melhorar a compreensão dos gráficos e cálculos, conforme as opiniões destacadas abaixo:

- *“Melhorou meu entendimento acerca dos gráficos e sanou minhas dúvidas relacionadas às funções trigonométricas”.*
- *“Com uma linguagem simples, gráficos bem elaborados e demonstração das etapas de resolução, o aplicativo demonstra ser um bom auxílio pedagógico no estudo das ciências exatas”.*
- *“Além do aplicativo nos auxiliar nas dúvidas, ele explica de uma forma resumida, fácil e compreensível todas as questões, não há forte detalhamento de todas as etapas para não ficar muito complexo, porém, conseguimos entender toda a resolução”.*
- *“O aplicativo apresenta ótimas explicações, sendo totalmente lúcido e preciso, com um detalhamento muito bom, no qual o aluno consegue entender completamente como ocorre e o porquê”.*
- *“Esse recurso pode ser utilizado durante a resolução de questões em casa, no caso de surgir alguma dúvida ou se o aluno desejar corrigir a questão já realizada, o fará com louvor ao utilizá-lo”.*
- *“O Photomath é um excelente recurso para tirar dúvidas de questões matemáticas, pois ele apresenta o passo a passo de cada etapa da questão de forma bem clara para a compreensão”.*
- *“Auxilia bastante nas resoluções das questões e serve como uma maneira de conferir se seu resultado está correto”.*
- *“Para alunos que apresentam dificuldades nessa área, o aplicativo é um aparato muito útil. Devido à explicação detalhada e uma linguagem de simples compreensão!”.*
- *“De acordo com a filosofia socrática, o conhecimento não vale a pena se não é compartilhado. Portanto, a partir dos argumentos citados anteriormente, concluo que o aplicativo é de fato eficiente e muito utilitário, se constituindo como digno de ser recomendado”.*
- *“Com certeza recomendaria! Esse aplicativo facilita o entendimento e garante uma utilização muito mais produtiva do seu tempo nos estudos”.*

5 Considerações finais

O presente estudo se propôs a analisar a contribuição que o aplicativo *Photomath* pode trazer para o ensino-aprendizagem da Matemática, em especial, das Funções Trigonométricas. As conclusões aqui apresentadas resultam das análises desenvolvidas a partir da intervenção prática realizada e dos questionários respondidos pelos estudantes.

A partir da oficina pedagógica observou-se que o uso de aplicativos digitais já representa uma prática comumente utilizada pelos estudantes analisados, visto que os smartphones, e suas tecnologias, já fornecem recursos que integram o cotidiano desses sujeitos, como afirma MALTEMPI (2008)

cada vez mais as escolas recebem alunos usuários de tecnologias, habituados a elas, os quais naturalmente pressionam pelo seu uso na educação ao trazerem tecnologias para a sala de aula ou ao relacionarem as atividades realizadas na escola com a possibilidade de serem elaboradas com o apoio de tecnologias (MALTEMPI, 2008, p.62).

Assim, não foram constatadas resistências por parte dos alunos em relação às atividades propostas, nem dificuldades quanto à instalação e manipulação do aplicativo *Photomath*.

Em relação ao conteúdo abordado durante a intervenção didática, Funções Trigonométricas, ficou evidente que o grupo já apresentava certo nível de conhecimento a respeito do assunto, visto que já haviam estudado o assunto recentemente, em sala de aula. Logo, por meio da estratégia pedagógica utilizada, com o auxílio do aplicativo, foi possível consolidar esse aprendizado e os alunos puderam praticar, verificar os acertos, compreender onde erraram e aprofundar os conhecimentos acerca das Funções Trigonométricas.

A utilização do aplicativo *Photomath* como um auxílio para o ensino das Funções Trigonométricas mostrou-se relevante, pois estimulou os estudantes a desenvolverem maior autonomia quanto aos estudos, por possibilitar que eles mesmos verifiquem e analisem seus próprios desempenhos, sejam eles acertos ou erros, e, nesse segundo caso, busquem compreender os processos da forma correta. Ou seja, evidencia ainda mais a responsabilidade do estudante em buscar e

construir o seu conhecimento. Logo, se utilizado corretamente, o *Photomath* revela-se um instrumento de auxílio ao aprendizado, complementar aos conteúdos estudados em sala de aula, cabendo ao professor o dever de instruir a seus alunos como se utilizar devidamente desse instrumento a fim de que o mesmo contribua para o efetivo aprendizado. Dessa forma, os aplicativos digitais educacionais, como o *Photomath*, devem ser empregados como uma ferramenta para auxiliar e complementar o processo de ensino, integrando uma estratégia pedagógica mais ampla, planejada e estruturada, o que certamente resultará em uma prática não só relevante, mas também necessária nos dias atuais.

Por fim, destaca-se a necessidade de realização de outros estudos a respeito dessa mesma temática, a fim de se verificar a relevância quanto à utilização do recurso tecnológico adotado caso direcionado a um grupo distinto, composto por estudantes de diferentes idades e séries, ou ainda, voltado ao estudo de outros conteúdos.

REFERÊNCIAS

ALECRIM, E. **PhotoMath**: um app que resolve problemas matemáticos e mostra como chegar ao resultado. 2014. Disponível em: <<https://tecnoblog.net/168039/app-photomath/>>. Acesso em: 08 abr. de 2019.

ALMEIDA, A. T. **Aplicativos matemáticos na sala de aula**: Uma experiência de ensino com o “*Photomath*”. V Congresso Nacional de Educação. Pernambuco: 2018. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV117_M D1_SA19_ID11096_15092018210342.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais do ensino médio. Parte III ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**. 2002.

CASARIN, H. C. S.; CASARIN, S. J.; **Pesquisa científica: da teoria à prática** [livro eletrônico]. Curitiba: InterSaber, 2012

CONCEIÇÃO, D. L.; MARQUES, M. H.; WROBLEWSKI, C; FERREIRA, A. L. A. **O uso do aplicativo Photomath como um recurso pedagógico na aprendizagem de matemática**. 5º Congreso Uruguayo de Educación Matemática. 2015. Disponível em: <https://ecitydoc.com/download/o-uso-do-aplicativo-photomath-como-um_pdf>. Acesso em: 09 abr. 2019.

COSTA, N. M. L. **A História da Trigonometria**. Educação Matemática em Revista – Revista da SBEM. 2003. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf>. Acesso em: 09 abr. 2019.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: Sammus; Campinas: Ed. Universidade Estadual de Campinas, 1996. Disponível em: <<http://twixar.me/MFxK>>. Acesso em: 09 abr. 2019.

D'AMBROSIO, U. **A influência da tecnologia no fazer matemático ao longo da história**. VII Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, São Paulo: 1999. Disponível em: <<http://twixar.me/23xK>>. Acesso em: 09 abr. 2019.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A**: Funções, Limite, Derivação e Integração. Prentice Hall Brasil, 2007

FEIJÓ, R. S. A. A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria**: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Brasília. Brasília: 2018. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/32144/1/2018_RachelSaffirAra%C3%BAjoAlvesFeij%C3%B3.pdf>. Acesso em 12 abr, 2019.

FONSECA, T. M. M. **Ensinar e Aprender: pensando a prática pedagógica**. Ponta Grossa: SEED/PR, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1782-6.pdf>>. Acesso em: 21 mai. 2019

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GOOGLE PLAY. 2019. Disponível em: <<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.microblink.photomath>>. Acesso em 28 de fevereiro de 2019.

GUIDORIZZI, H. L. **Um curso de cálculo**. 5 ed. LTC, 2008.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A Aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. IV Congresso RIBIE. Brasília, 1998. Disponível em: <<https://seer.ufrgs.br/InfEducTeoriaPratica/article/download/6275/3742>>. Acesso em: 09 abr. 2019.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). Ministério da Educação. **SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>>. Acesso em 12 mar, 2019.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). Ministério da Educação. **PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes**. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/pisa>>. Acesso em 12 mar, 2019.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LINDEGGER, L. R. M. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos**. São Paulo: 2000. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Lindegger.pdf>. Acesso em 12 mar, 2019.

MALTEMPI, M. V. **Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente**. Revista de Ensino de Ciência e Matemática, Canoas, v.10, n.1, p.59-83, jan./jun. 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/78>>. Acesso em 2 abr. 2019.

MASTRONICOLA, N. O. **Trigonometria por Apps**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos: 2014. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4469/6419.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em 22 abr. 2019.

MELO, F. S. **O Uso das Tecnologias Digitais na Prática Pedagógica: Inovando Pedagogicamente na Sala de Aula**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife: 2015.

Disponível em:<<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/22533>>. Acesso em 2 abr. 2019.

MOREIRA, A. E. C. **Relações entre as estratégias de ensino do professor, com as estratégias de aprendizagem e a motivação para aprender de alunos do Ensino Fundamental 1**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina. Londrina: 2014. Disponível em:<http://www.uel.br/pos/mestrededu/images/stories/downloads/dissertacoes/2014/2014_-_MOREIRA_Ana_Elisa_Costa.pdf>. Acesso em 12 mar, 2019.

NÓBREGA, W. **Dificuldades de aprendizagem no ensino da matemática e o uso das novas tecnologias**. Monografia. Universidade Estadual da Paraíba. Paraíba: 2014. Disponível em:<<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/6292/1/PDF%20-%20Wilma%20da%20N%C3%B3brega.pdf>>. Acesso em 12 abr, 2019.

PEROVANO, D. G.; **Manual de Metodologia da Pesquisa científica** [livro eletrônico], 1ª ed. Curitiba: Ed. Intersaberes, 2016.

PIRES, L. F. R.; ESCHER, M. A. **Listas de cálculo**: Alterações provocadas pelos dispositivos móveis. Revista de Educação, Ciências e Matemática v.6 n.2 mai/ago 2016. Disponível em:<<http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/4043>>. Acesso em em 2 abr. 2019.

PONTE, J. P.; **Novas tecnologias na aula de Matemática**. Educação e Matemática, 34, 2-7. 1995. Disponível em:<<http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4470/1/95-Ponte%20EM%2034.pdf>>. Acesso em: 04 abr. 2019.

REIS, J. B. A. **O conceito de tecnologia e tecnologia educacional para alunos do ensino médio e superior**. 2013. Disponível em :<http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais17/txtcompletos/sem16/COLE_932.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2019.

RIBEIRO, J. B. **As estratégias de aprendizagem na educação de jovens e adultos**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Vale do Sapucaí. Pouso Alegre: 2014. Disponível em:<<http://www.univas.edu.br/me/docs/dissertacoes2/65.pdf>>. Acesso em 14 mar, 2019.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. São Paulo, 2007

SANTOS, M. A. **Novas tecnologias no ensino de matemática: possibilidades e desafios**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2011. Disponível em:<http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2011/pdf/novas_tecnologias_no_ensino_de_matematica_-_possibilidades_e_desafios.pdf>. Acesso em 08 ABR. 2019.

SILVA, F. D. O. **O professor frente às novas tecnologias e as Implicações no trabalho docente.** 2016. III Congresso Nacional de Educação. 2016. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV056_MD1_SA19_ID4989_19082016035853.pdf>. Acesso em 08 abr. 2019.

UPTODOWN. **PhotoMath 5.2.0.** Microblink. 2019. Disponível em: <<https://photomath.br.uptodown.com/android>>. Acesso em: 28 mar. 2019.

WENDLAND, C. V. **Trigonometria no ensino médio: jogo como recurso didático.** Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina: 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/182286>>. Acesso em: 10 mar. 2019.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda., 1998.

ZACARIAS, S. M. Z. **A matemática e o fracasso escolar: Medo, mito ou dificuldade.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Oeste Paulista. Presidente Prudente: 2008. Disponível em: <<http://bdtd.unoeste.br:8080/tede/bitstream/tede/830/1/Dissertacao.pdf>>. Acesso em 22 abr. 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A – PLANO DE AULA

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO: COLÉGIO MONTESSORI - CRUZ DAS ALMAS - BAHIA

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

NÍVEL: ENSINO MÉDIO

SÉRIE: 3ª SÉRIE

PROFESSOR: RAMON DA SILVA NEIVA

TEMPO PREVISTO: 4 HORAS/AULAS DE 50 MINUTOS (CADA)

TEMA: FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Subtema: Funções Trigonométricas: Função Seno, Função Cosseno, Função Tangente, Relações trigonométricas, Domínio, Imagem, Período, Paridade, Gráfico e Secante, Cossecante e Cotangente.

CONTEÚDOS A SEREM ABORDADOS:

- Introdução: Origem da Trigonometria; A importância da Trigonometria e suas aplicações no mundo moderno;
- Seno;
- Cosseno;
- Tangente;
- Relações entre seno, cosseno e tangente;
- Secante, Cossecante e Cotangente;
- Gráficos das Funções Trigonométricas.

OBJETIVOS:

Por meio do ensino das Funções Trigonométricas, busca-se tornar o estudante capaz de:

- Interpretar situações que envolvam o uso das relações trigonométricas;
- Calcular medidas desconhecidas utilizando as relações;
- Identificar e usar corretamente as relações: seno, cosseno e tangente;
- Resolver situações problemas envolvendo as Funções Trigonométricas;
- Analisar os gráficos das diferentes Funções Trigonométricas.
- Compreender as funções Secante, Cossecante e Cotangente, analisando os domínios das Funções Trigonométricas.

METODOLOGIAS E RECURSOS DIDÁTICOS:

- Apresentação do conteúdo de forma expositiva e demonstrativa, com utilização de data show para exposição e explicação dos conteúdos em Power Point e do quadro branco para resolução de possíveis dúvidas;
- Apresentação de forma expositiva acerca das funções e ferramentas oferecidas pelo aplicativo *Photomath*;
- Uso de material auxiliar: Régua, celular, aplicativo *Photomath*, material impresso.

AVALIAÇÃO:

- Por se tratar de uma oficina pedagógica a mesma não contará com uma avaliação formal;
- Será proposta a resolução de uma lista de exercício com o auxílio do aplicativo *Photomath*;
- Será observado o interesse e a participação do aluno durante toda a oficina
- Socialização das impressões obtidas pelos alunos a respeito da utilização do aplicativo *Photomath*.

APÊNDICE B – OFICINA PEDAGÓGICA

OFICINA

O uso do aplicativo *Photomath* no estudo das Funções Trigonométricas.

1º momento: Conhecer o aplicativo *Photomath*, as opções referentes às Funções Trigonométricas e digitar ou tirar uma foto de uma equação para verificar a solução.

2º momento: Resolver atividades propostas sobre Funções Trigonométricas com o auxílio do aplicativo *Photomath*.

3º momento: Responder um questionário diagnóstico sobre o uso do aplicativo *Photomath*.

ATIVIDADE SOBRE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Atividade 1

Determine o valor da expressão:

$$\frac{\operatorname{sen}30^\circ + \operatorname{tg} 225^\circ}{\cos \frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}(-60^\circ)} .$$

Atividade 2

Resolva a equação $\operatorname{sen}(x) = \cos(x)$ e esboce os seus gráficos.

Analise as soluções utilizando a periodicidade das funções trigonométricas.

Atividade 3

Determine as soluções, os gráficos e as interseções da seguinte equação:

$$\operatorname{sen}(2x) = \cos(x) .$$

Atividade 4

Analise o gráfico $y = \operatorname{tg}(x)$.

Atividade 5:

Determine a soma das raízes da equação:

$$\operatorname{tg}^2(x) + \sqrt{3}\operatorname{tg}(x) = 0 \quad \text{para } x \in]0, 2\pi[.$$

Atividade 6:

Simplifique a seguinte expressão:

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{tg}^2 x + \cos^2 x}{\operatorname{cosec} x \cdot \sec x \cdot \operatorname{sen} x} .$$

APÊNDICE C – COMO UTILIZAR O APLICATIVO *PHOTOMATH*

Passo 1. Faça o *download* do *Photomath* através da sua loja de aplicativos. Após aberto, o aplicativo mostrará diretamente a câmera do aparelho. Aponte-a para o papel ou monitor com a equação que deseja solucionar;

Passo 2. Ajuste o quadrado para que a equação fique totalmente contida na área de análise. Para isso, toque na tela e arraste para cima ou para baixo. O aplicativo reconhecerá a conta e dará o resultado na tela. Caso queira acompanhar a solução do problema, toque na seta destacada.

Passo 3. Nessa tela, é possível acompanhar, ponto a ponto, como o aplicativo chegou àquela resposta. Toque no botão “Next” ou “Back” para seguir o passo a passo;

Passo 4. Se você quiser rever alguma equação resolvida, basta voltar à tela inicial do aplicativo e deslizar o dado para a esquerda até a guia “History”. Toque em algum dos resultados para ver o detalhe das soluções;

Pronto. Agora você já sabe como utilizar o *Photomath* para resolver as suas questões matemáticas em poucos passos.

PASSO A PASSO DAS QUESTÕES SOBRE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO APÊNDICE B

Atividade 1

Determine o valor da expressão:

$$\frac{\operatorname{sen}30^\circ + \operatorname{tg} 225^\circ}{\cos\frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}(-60^\circ)}$$

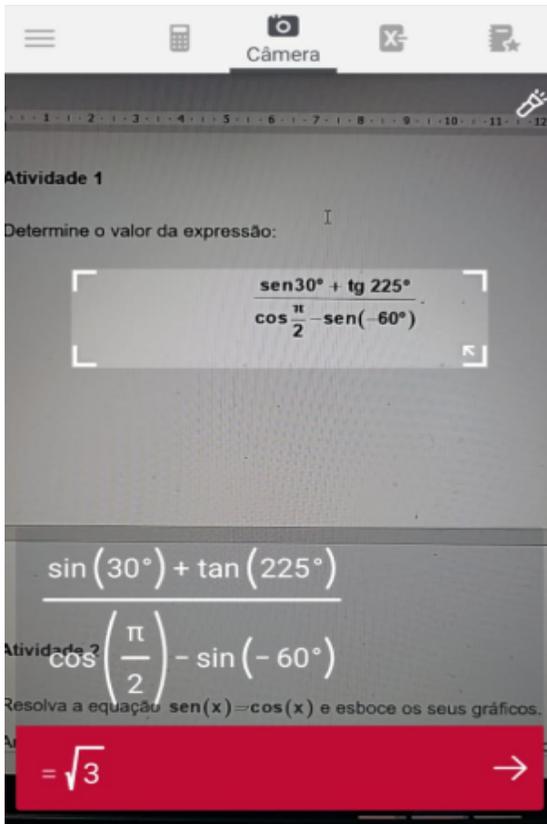


Figura 05. Solução da atividade 1: Passo a passo 1/14

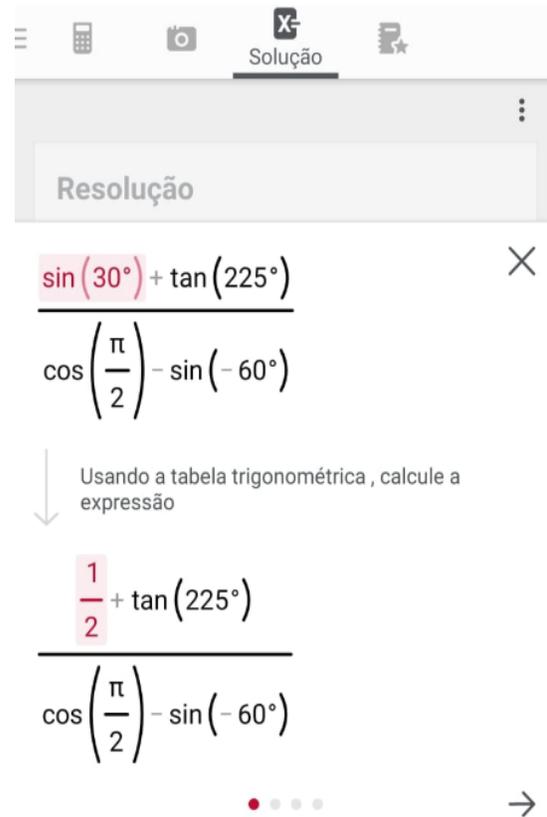


Figura 06. Passo a passo 2/14

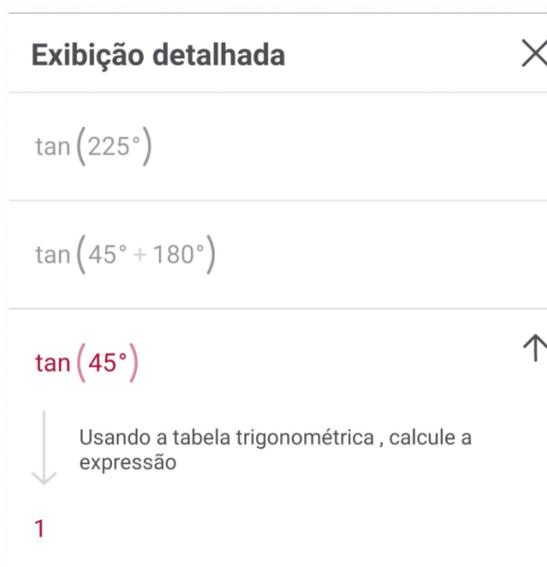


Figura 07. Passo a passo 3/14

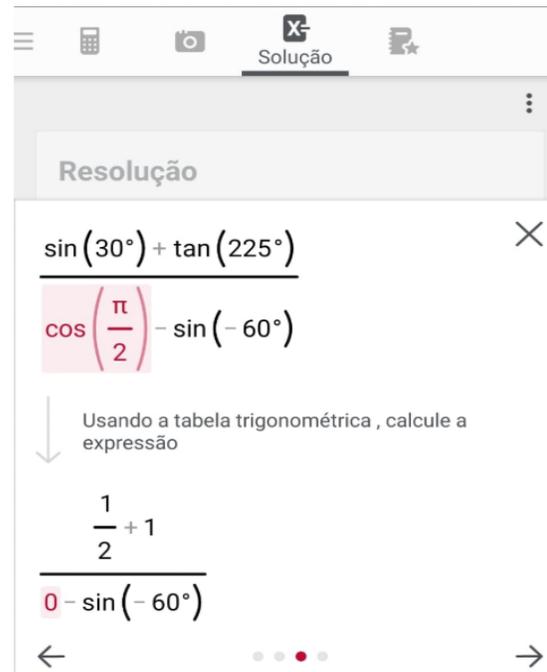


Figura 08. Passo a passo 4/14

Solução

Resolução

$$\frac{\sin(30^\circ) + \tan(225^\circ)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(-60^\circ)}$$

Para converter em radianos, multiplique por $\frac{\pi}{180^\circ}$

$$\frac{\frac{1}{2} + 1}{0 - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$$

Figura 09. Passo a passo 5/14

Exibição detalhada

$$-60^\circ$$

$$-60^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

Simplifique a expressão

$$-\frac{\pi}{3}$$

Figura 10. Passo a passo 6/14

Solução

Resolução

$$\frac{\sin(30^\circ) + \tan(225^\circ)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(-60^\circ)}$$

Calcule
Converta

$$\frac{\frac{1}{2} + 1}{0 - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$$

Calcule a soma

$$\frac{\frac{3}{2}}{0 - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$$

Figura 11. Passo a passo 7/14

Exibição detalhada

$$\frac{1}{2} + 1$$

$$\frac{1 + 2}{2}$$

Some os números

$$\frac{3}{2}$$

Figura 12. Passo a passo 8/14

Resolução

$$\frac{\sin(30^\circ) + \tan(225^\circ)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(-60^\circ)}$$

Calcule
Converta

$$\frac{\frac{1}{2} + 1}{0 - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$$

Ao adicionar o subtrair 0, a quantidade não se altera

$$\frac{\frac{3}{2}}{-\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$$

Figura 13. Passo a passo 9/14

$$\frac{\frac{3}{2}}{-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

Quando existe um "-" antes de um parênteses muda o sinal de cada termo nos parênteses

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

Figura 14. Passo a passo 10/14

$$\frac{\frac{3}{2}}{-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

Remove os parênteses

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

Simplifique a fração dividindo a mesma por um fator 2

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

Figura 15. Passo a passo 11/14

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

Racionalize o denominador

$$\sqrt{3}$$

Figura 16. Passo a passo 12/14

Exibição detalhada ×

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{3}$$

↑

↓ Simplifique a fração dividindo a mesma por um fator 3

$$\sqrt{3}$$

Figura 17. Passo a passo 13/14

Solução ×

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

↓ Racionalize o denominador ↗

$$\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}$$

FORMA ALTERNATIVA

$$\approx 1,73205$$

Figura 18. Passo a passo 14/14

Atividade 2

Resolva a equação $\sin(x) = \cos(x)$ e esboce os seus gráficos.

Analise as soluções utilizando a periodicidade das funções trigonométricas.

Resolução

$\sin(x) = \cos(x)$

Divida ambos os membros por $\cos(x)$

$\tan(x) = 1$

Use a função inversa da trigonometria

$x = \arctan(1)$

Encontre o ângulo utilizando a tabela de valores trigonométricos

$x = \frac{\pi}{4}$

Some o período

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 19. Solução da atividade 2: Passo a passo 1/9

Exibição detalhada

$\sin(x) = \cos(x)$

$\cos(x) = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = 1, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Usando $\frac{\sin(t)}{\cos(t)} = \tan(t)$, reescreva a expressão

$\tan(x) = 1$

Figura 20. Passo a passo 2/9

Resolução

$\sin(x) = \cos(x)$

Divida ambos os membros por $\cos(x)$

$\tan(x) = 1$

Para isolar x , use a função trigonométrica inversa

$x = \arctan(1)$

Encontre o ângulo utilizando a tabela de valores trigonométricos

$x = \frac{\pi}{4}$

Some o período

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 21. Passo a passo 3/9

Resolução

$\sin(x) = \cos(x)$

Divida ambos os membros por $\cos(x)$

$\tan(x) = 1$

Use a função inversa da trigonometria

$x = \arctan(1)$

Usando uma tabela trigonométrica, descubra o valor do ângulo de $\arctan(1)$

$x = \frac{\pi}{4}$

Some o período

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 22. Passo a passo 4/9

Resolução

$\sin(x) = \cos(x)$
Divida ambos os membros por $\cos(x)$

$\tan(x) = 1$
Use a função inversa da trigonometria

$x = \arctan(1)$
Encontre o ângulo utilizando a tabela de valores trigonométricos

$x = \frac{\pi}{4}$

Dado que $\tan(x)$ é periódica, some o período de $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ para calcular todas as soluções

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 23. Passo a passo 5/9

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Encontre a interseção da solução e o intervalo definido

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Gráfico

Figura 25. Passo a passo 7/9

$\sin(x) = \cos(x)$
Divida ambos os membros por $\cos(x)$

$\tan(x) = 1$
Use a função inversa da trigonometria

$x = \arctan(1)$
Encontre o ângulo utilizando a tabela de valores trigonométricos

$x = \frac{\pi}{4}$
Some o período

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Encontre a interseção da solução e o intervalo definido

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 24. Passo a passo 6/9

Gráfico

■ $y = \sin(x)$
■ $y = \cos(x)$

Solução:

■ $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 26. Passo a passo 8/9

Solução:

■ $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Raiz $(k\pi, 0), k \in \mathbb{Z}$
 Domínio $x \in \mathbb{R}$
 Mínimo $\left(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi, -1\right), k \in \mathbb{Z}$
 Máximo $\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 1\right), k \in \mathbb{Z}$
 Interceção vertical $(0, 0)$

Raiz $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0\right), k \in \mathbb{Z}$
 Domínio $x \in \mathbb{R}$
 Mínimo $(\pi + 2k\pi, -1), k \in \mathbb{Z}$
 Máximo $(2k\pi, 1), k \in \mathbb{Z}$
 Interceção vertical $(0, 1)$

Figura 27. Passo a passo 9/9

Atividade 3

Determine as soluções, os gráficos e as interseções da seguinte equação:

$$\text{sen}(2x) = \cos(x) .$$

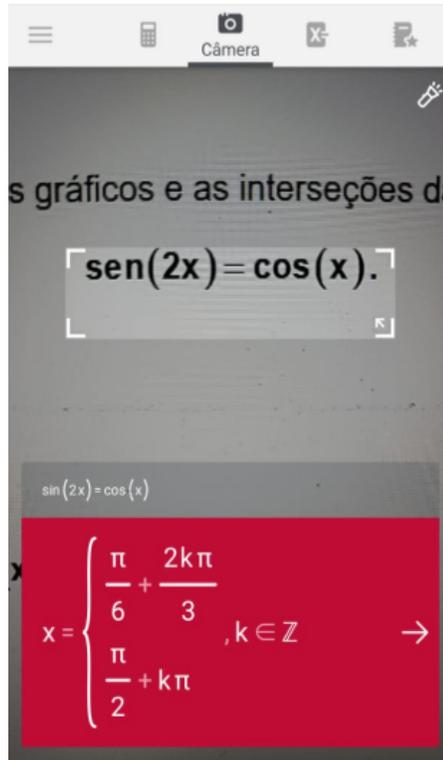


Figura 28. Solução da atividade 3: Passo a passo 1/10



Figura 29. Passo a passo 2/10

Solução

Resolução

$\sin(2x) = \cos(x)$
 Expanda a expressão

$2\sin(x)\cos(x) = \cos(x)$

Mova a expressão para o lado esquerdo e altere o seu sinal

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = 0$

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = 0$
 Fatore a expressão

$\cos(x) \times (2\sin(x) - 1) = 0$
 Divida em casos possíveis

$\cos(x) = 0$
 $2\sin(x) - 1 = 0$

Figura 30. Passo a passo 3/10

Exibição detalhada

$2\sin(x)\cos(x) = \cos(x)$

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = \cos(x) - \cos(x)$

A soma de dois opostos é igual a 0

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = 0$

Figura 31. Passo a passo 4/10

Solução

Resolução

$\sin(2x) = \cos(x)$
 Expanda a expressão

$2\sin(x)\cos(x) = \cos(x)$
 Mova a expressão para a esquerda

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = 0$

Coloque o fator $\cos(x)$ em evidência na expressão

$\cos(x) \times (2\sin(x) - 1) = 0$

$\cos(x) \times (2\sin(x) - 1) = 0$
 Divida em casos possíveis

$\cos(x) = 0$
 $2\sin(x) - 1 = 0$

Figura 32. Passo a passo 5/10

Solução

Resolução

$\sin(2x) = \cos(x)$
 Expanda a expressão

$2\sin(x)\cos(x) = \cos(x)$
 Mova a expressão para a esquerda

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = 0$
 Fatore a expressão

$\cos(x) \times (2\sin(x) - 1) = 0$

Quando o produto dos fatores é igual a 0, pelo menos um dos fatores é 0

$\cos(x) = 0$
 $2\sin(x) - 1 = 0$

Figura 33. Passo a passo 6/10

Solução

$\sin(2x) = \cos(x)$
 Expanda a expressão

$2\sin(x)\cos(x) = \cos(x)$
 Mova a expressão para a esquerda

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = 0$
 Fatore a expressão

$\cos(x) \times (2\sin(x) - 1) = 0$
 Divida em casos possíveis

$\cos(x) = 0$

$2\sin(x) - 1 = 0$

Calcule o valor de x na seguinte equação

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$2\sin(x) - 1 = 0$

Figura 34. Passo a passo 7/10

Solução

$2\sin(x)\cos(x) = \cos(x)$
 Mova a expressão para a esquerda

$2\sin(x)\cos(x) - \cos(x) = 0$
 Fatore a expressão

$\cos(x) \times (2\sin(x) - 1) = 0$
 Divida em casos possíveis

$\cos(x) = 0$

$2\sin(x) - 1 = 0$

Calcule o valor de x na seguinte equação

$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 35. Passo a passo 8/10

Solução

$\cos(x) \times (2\sin(x) - 1) = 0$
 Divida em casos possíveis

$\cos(x) = 0$

$2\sin(x) - 1 = 0$
 Resolva as equações

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Encontre a união

$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 36. Passo a passo 9/10

Solução

Resolva as equações

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Encontre a união

$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

As soluções finais são

$x = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right. \cup \left. \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Figura 37. Passo a passo 10/10

Atividade 4

Analise o gráfico $y = \text{tg}(x)$.

Mostrar outros métodos

Resolução

$y = \tan(x)$

Para encontrar interseção-x/Zero, substitua $y = 0$

$0 = \tan(x)$

$0 = \tan(x)$

Determine o intervalo definido

$0 = \tan(x), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Troque os membros

$\tan(x) = 0$

Resolva a equação

$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 38. Solução da atividade 4: Passo a passo 1/8

Mostrar outros métodos

Resolução

$y = \tan(x)$

Substitua $y = 0$

$0 = \tan(x)$

Determine o intervalo definido

$0 = \tan(x), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$0 = \tan(x), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Troque os membros

$\tan(x) = 0$

Resolva a equação

$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 39. Passo a passo 2/8

Exibição detalhada

$0 = \tan(x)$

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Para encontrar o intervalo definido, exclua os valores restritos

$0 = \tan(x), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 40. Passo a passo 3/8

Mostrar outros métodos

Resolução

$y = \tan(x)$

Substitua $y = 0$

$0 = \tan(x)$

Determine o intervalo definido

$0 = \tan(x), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Inverta os dois membros da equação

$\tan(x) = 0$

$\tan(x) = 0$

Resolva a equação

$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 41. Passo a passo 4/8

Solução

Mostrar outros métodos

Resolução

$y = \tan(x)$
Substitua $y = 0$

$0 = \tan(x)$
Determine o intervalo definido

$0 = \tan(x), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
Troque os membros

$\tan(x) = 0$

Dado $\tan(t) = 0$ para $t = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ logo
 $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 42. Passo a passo 5/8

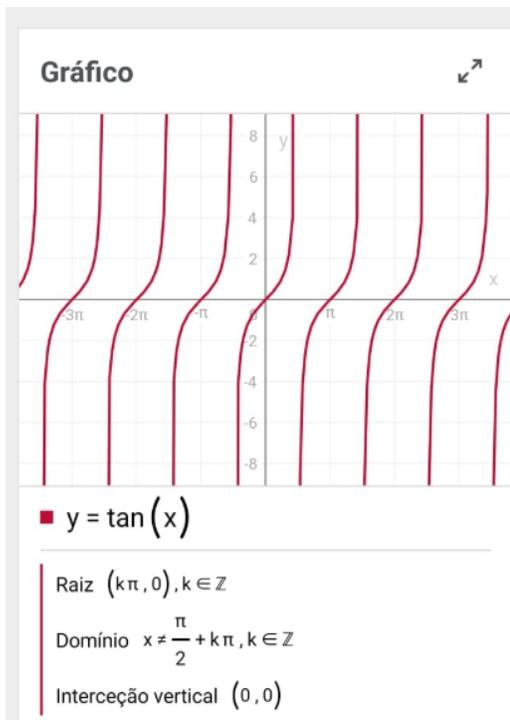


Figura 44. Passo a passo 7/8

Solução

Resolução

$y = \tan(x)$
Substitua $y = 0$

$0 = \tan(x)$
Determine o intervalo definido

$0 = \tan(x), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
Troque os membros

$\tan(x) = 0$
Resolva a equação

$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Encontre a interseção da solução e o intervalo definido

$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 43. Passo a passo 6/8

Solução:

■ $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Raiz $(k\pi, 0), k \in \mathbb{Z}$

Domínio $x \in \mathbb{R}$

Mínimo $\left(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi, -1\right), k \in \mathbb{Z}$

Máximo $\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 1\right), k \in \mathbb{Z}$

Interceção vertical $(0, 0)$

Raiz $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0\right), k \in \mathbb{Z}$

Domínio $x \in \mathbb{R}$

Mínimo $(\pi + 2k\pi, -1), k \in \mathbb{Z}$

Máximo $(2k\pi, 1), k \in \mathbb{Z}$

Interceção vertical $(0, 1)$

Figura 45. Passo a passo 8/8

Atividade 5:

Determine a soma das raízes da equação:

$$\operatorname{tg}^2(x) + \sqrt{3}\operatorname{tg}(x) = 0 \quad \text{para } x \in]0, 2\pi[.$$

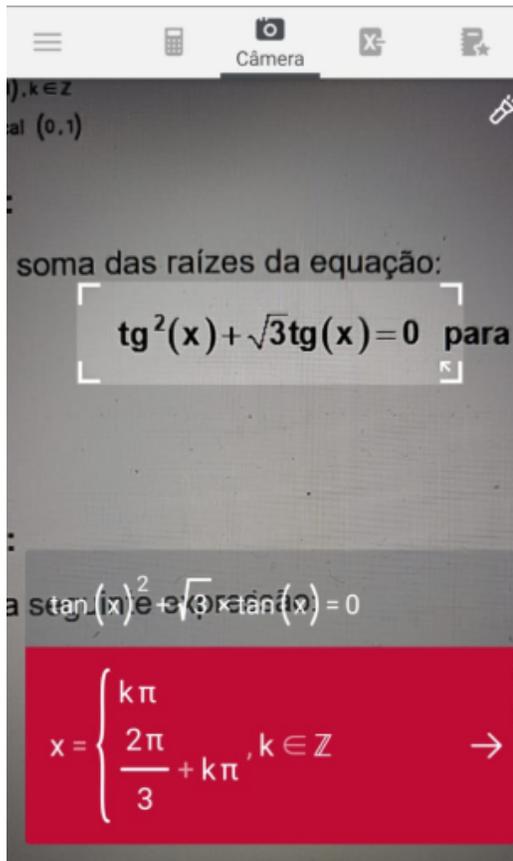


Figura 46. Solução da atividade 5: Passo a passo 1/11



Figura 47. Passo a passo 2/11

Exibição detalhada ✕

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

↑

↓ Para encontrar o intervalo definido, exclua os valores restritos

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Figura 48. Passo a passo 3/11

Solução

Resolução

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0$$

Determine o intervalo definido

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

✕

↓ Coloque o fator $\tan(x)$ em evidência na expressão

$$\tan(x) \times (\tan(x) + \sqrt{3}) = 0$$

↓

$$\tan(x) \times (\tan(x) + \sqrt{3}) = 0$$

Divida em casos possíveis

$$\tan(x) = 0$$

$$\tan(x) + \sqrt{3} = 0$$

Resolva as equações

Figura 49. Passo a passo 4/11

Solução

Resolução

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0$$

Determine o intervalo definido

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Fatore a expressão

$$\tan(x) \times (\tan(x) + \sqrt{3}) = 0$$

✕

↓ Quando o produto dos fatores é igual a 0, pelo menos um dos fatores é 0

$$\tan(x) = 0$$

$$\tan(x) + \sqrt{3} = 0$$

↓

$$\tan(x) = 0$$

$$\tan(x) + \sqrt{3} = 0$$

Resolva as equações

Figura 50. Passo a passo 5/11

Solução

Resolução

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0$$

Determine o intervalo definido

$$\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Fatore a expressão

$$\tan(x) \times (\tan(x) + \sqrt{3}) = 0$$

Divida em casos possíveis

$$\tan(x) = 0$$

$$\tan(x) + \sqrt{3} = 0$$

✕

↓ Calcule o valor de x na seguinte equação ↗

$$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan(x) + \sqrt{3} = 0$$

→

Figura 51. Passo a passo 6/11

Exibição detalhada



$$\tan(x) = 0$$

Dado $\tan(t) = 0$ para $t = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ logo
 $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Figura 52. Passo a passo 7/11

The screenshot shows a math solver interface with a 'Solução' (Solution) tab. It displays the following steps:

- Equation: $\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Action: Fatore a expressão (Factor the expression)
- Equation: $\tan(x) \times (\tan(x) + \sqrt{3}) = 0$
- Action: Divida em casos possíveis (Divide into possible cases)
- Equation: $\tan(x) = 0$
- Equation: $\tan(x) + \sqrt{3} = 0$
- Action: Resolva as equações (Solve the equations)
- Equation: $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Equation: $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Action: Encontre a interseção da solução e o intervalo definido (Find the intersection of the solution and the defined interval)
- Equation: $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Equation: $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Figura 54. Passo a passo 9/11

The screenshot shows a math solver interface with a 'Solução' (Solution) tab. It displays the following steps:

- Equation: $\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0$
- Action: Determine o intervalo definido (Determine the defined interval)
- Equation: $\tan(x)^2 + \sqrt{3} \times \tan(x) = 0, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Action: Fatore a expressão (Factor the expression)
- Equation: $\tan(x) \times (\tan(x) + \sqrt{3}) = 0$
- Action: Divida em casos possíveis (Divide into possible cases)

$$\tan(x) = 0$$

$$\tan(x) + \sqrt{3} = 0$$

Calcule o valor de x na seguinte equação

$$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Figura 53. Passo a passo 8/11

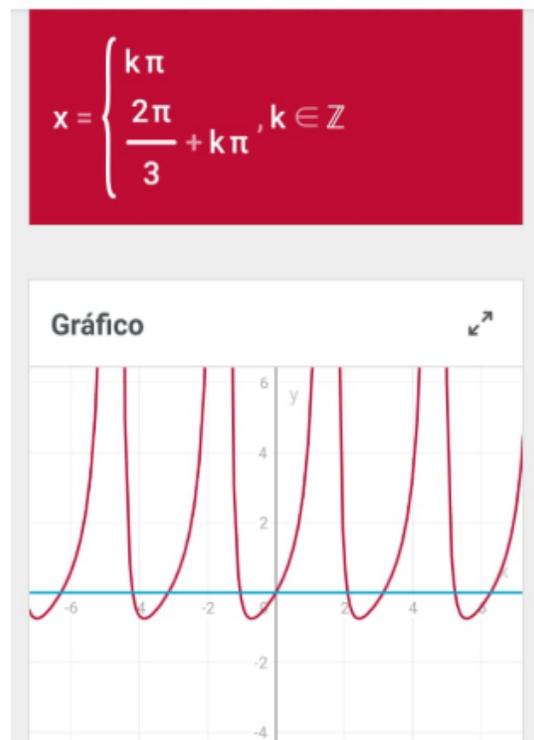


Figura 55. Passo a passo 10/11

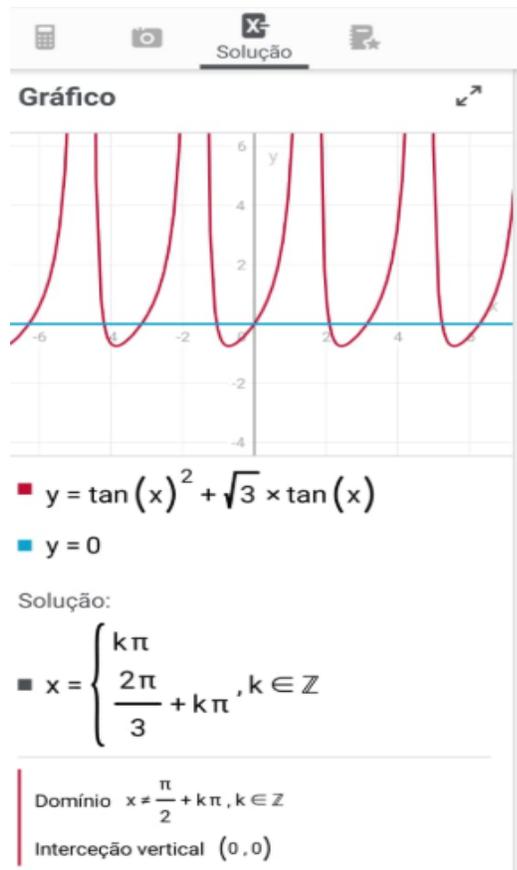


Figura 56. Passo a passo 11/11

Atividade 6:

Simplifique a seguinte expressão:

$$\frac{\text{sen}^2 x + \text{tg}^2 x + \text{cos}^2 x}{\text{cosec} x \cdot \text{sec} x \cdot \text{sen} x}$$

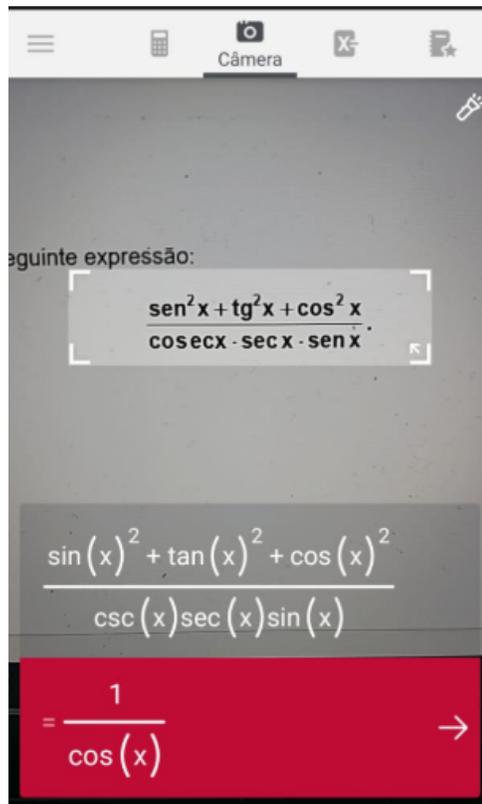


Figura 57. Solução da atividade 5: Passo a passo 1/9



Figura 58. Passo a passo 2/9

Resolução

$$\frac{\sin(x)^2 + \tan(x)^2 + \cos(x)^2}{\csc(x)\sec(x)\sin(x)}$$

Usando $\sin(t)^2 + \cos(t)^2 = 1$ simplifique a expressão

$$\frac{1 + \tan(x)^2}{\csc(x)\sec(x)\sin(x)}$$

Simplifique Reduza

Figura 59. Passo a passo 3/9

Resolução

$$\frac{\sin(x)^2 + \tan(x)^2 + \cos(x)^2}{\csc(x)\sec(x)\sin(x)}$$

Usando $\csc(t) = \frac{1}{\sin(t)}$, reescreva a expressão

$$\frac{1 + \tan(x)^2}{\frac{1}{\sin(x)} \times \sec(x)\sin(x)}$$

Figura 60. Passo a passo 4/9

Resolução

$$\frac{\sin(x)^2 + \tan(x)^2 + \cos(x)^2}{\csc(x)\sec(x)\sin(x)}$$

Simplifique Reescreva

$$\frac{1 + \tan(x)^2}{\frac{1}{\sin(x)} \times \sec(x)\sin(x)}$$

Usando $\tan(t)^2 + 1 = \sec(t)^2$ simplifique a expressão

$$\frac{\sec(x)^2}{\frac{1}{\sin(x)} \times \sec(x)\sin(x)}$$

Figura 61. Passo a passo 5/9

Resolução

$$\frac{\sin(x)^2 + \tan(x)^2 + \cos(x)^2}{\csc(x)\sec(x)\sin(x)}$$

Simplifique Reescreva

$$\frac{1 + \tan(x)^2}{\frac{1}{\sin(x)} \times \sec(x)\cancel{\sin(x)}}$$

Simplifique a expressão utilizando o máximo divisor comum $\sin(x)$

$$\frac{\sec(x)^2}{1\sec(x)}$$

Figura 62. Passo a passo 6/9

Solução

Resolução

$$\frac{\sin(x)^2 + \tan(x)^2 + \cos(x)^2}{\csc(x)\sec(x)\sin(x)}$$

Simplifique
Reescreva

$$\frac{1 + \tan(x)^2}{\frac{1}{\sin(x)} \times \sec(x)\sin(x)}$$

Simplifique
Reduza

$$\frac{\sec(x)^2}{1\sec(x)}$$

Simplifique a expressão

$$\frac{\sec(x)}{1}$$

Figura 63. Passo a passo 7/9

Solução

$$\frac{1 + \tan(x)^2}{\frac{1}{\sin(x)} \times \sec(x)\sin(x)}$$

Simplifique
Reduza

$$\frac{\sec(x)^2}{1\sec(x)}$$

Simplifique a expressão

$$\frac{\sec(x)}{1}$$

Usando $\sec(t) = \frac{1}{\cos(t)}$, reescreva a expressão

$$\frac{1}{\cos(x)}$$

Figura 64. Passo a passo 8/9

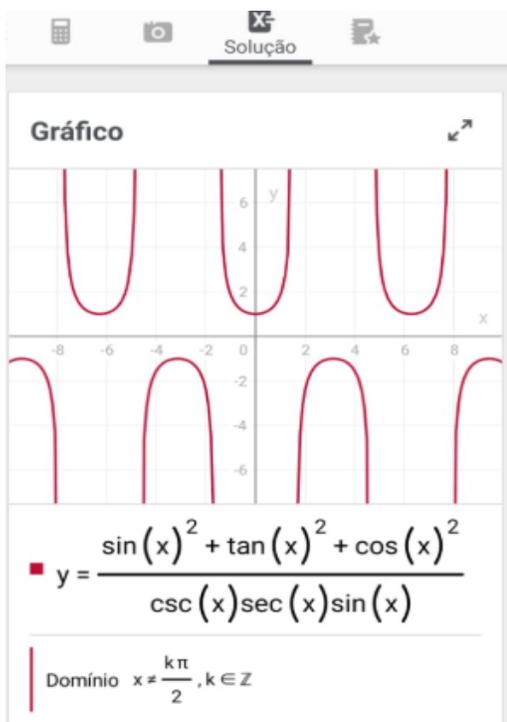


Figura 65. Passo a passo 9/9

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS DA TURMA DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DO COLÉGIO MONTESSORI, CRUZ DAS ALMAS - BAHIA

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO SOBRE O USO DO APLICATIVO *PHOTOMATH*

1) O estudo com o uso do aplicativo em dispositivos móveis é mais atrativo?

() Sim () Não

2) Você conhecia o aplicativo *Photomath*?

() Sim () Não

3) Você já tinha utilizado algum aplicativo no dispositivo móvel para auxiliar um conteúdo matemático?

() Sim () Não Se sim, qual? _____

4) Você encontrou dificuldade na utilização do aplicativo?

() Sim () Não

Justifique:

5) As questões foram melhor compreendidas com o uso do aplicativo?

() Sim () Não

Justifique:

6) Como você avalia a utilização do aplicativo *Photomath* para o estudo das Funções Trigonométricas?

Péssimo Ruim Regular Bom Excelente

7) O uso do aplicativo *Photomath* pode ser considerado um procedimento simples para compreensão das Funções Trigonométricas?

Sim Não

Justifique:

8) Ao utilizar o aplicativo *Photomath* como você avalia as etapas das soluções obtidas?

Péssimo Ruim Regular Bom Excelente

9) Ao utilizar o aplicativo *Photomath* você entendeu de fato as etapas que ele forneceu?

Sim Não Parcialmente

Justifique _____

10) Você recomendaria o uso do aplicativo *Photomath* para o estudo da matemática?

Sim Não

Justifique:
