Elisangela Ferreira dos Santos

A diversificação das atividades práticas sobre prismas: uma proposta de ensino

Jataí-GO

2019

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **[X] Dissertação** **[ ] Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do(a) autor(a): **Elisangela Ferreira dos Santos**

Título do trabalho: **A Diversificação das Atividades Práticas sobre Prismas: uma Proposta de Ensino**

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [**X**] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Elisangela Ferreira Santos

Assinatura do(a) autor(a)[2]
Elisangela Ferreira dos Santos

Ciente e de acordo:

Esdras Teixeira Costa

Assinatura do(a) orientador(a)[2]
Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa

Data: **12** / **08** / **2019**

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.
Casos de embargo:
- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

[2] A assinatura deve ser escaneada.

Elisangela Ferreira dos Santos

A diversificação das atividades práticas sobre prismas: uma proposta de ensino

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/UFG, Polo Jataí da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Universidade Federal de Goiás - UFG

Regional Jataí

Unidade Acadêmica Especial de Ciências Exatas e Tecnológicas

Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional

em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Orientador: Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa

Jataí-GO

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Santos, Elisangela Ferreira dos
A diversificação das atividades práticas sobre prismas: uma proposta de ensino [manuscrito] / Elisangela Ferreira dos Santos. - 2019.
lxxxiii, 83 f.: il.

Orientador: Prof. Esdras Teixeira Costa.
Trabalho de Conclusão de Curso Stricto Sensu (Stricto Sensu) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Ciências Exatas e Tecnológicas, Jataí, PROFMAT- Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RJ), Jataí, 2019.
Bibliografia. Anexos.
Inclui siglas, abreviaturas, lista de figuras.

1. Atividades Práticas. 2. Diversificação. 3. Prismas. I. Costa, Esdras Teixeira, orient. II. Título.

CDU 51

UFG

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO - REGIONAL JATAÍ

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 2 da sessão de Defesa de Dissertação de ELISANGELA FERREIRA DOS SANTOS que confere o título de Mestra em Matemática, na área de concentração em Matemática do Ensino Básico.

No dia doze de Agosto de dois mil e dezenove, a partir das 14:00h, no Auditório da Pós-graduação da Universidade Federal de Goiás, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **"A DIVERSIFICAÇÃO DAS ATIVIDADES PRÁTICAS SOBRE PRISMAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO"**. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Esdras Teixeira Costa (UAE/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora Adriana Aparecida Molina Gomes (UAE/UFG), membro titular interno; Professor Doutor Henrique Almeida Fernandes (UAE/UFG), membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca não fizeram sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação tendo sido a candidata aprovada pelos seus membros, com as sugestões de correção devidamente encaminhadas. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Esdras Teixeira, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, ao(s) doze dias do mês de agosto de dois mil e dezenove.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Esdras Teixeira Costa**, **Professor do Magistério Superior**, em 12/08/2019, às 17:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Adriana Aparecida Molina Gomes**, **Professora do Magistério Superior-Substituta**, em 12/08/2019, às 17:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Henrique Almeida Fernandes**, **Professor do Magistério Superior**, em 12/08/2019, às 17:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0760830** e o código CRC **6386DE1D**.

Dedico a todos os alunos que frequentam
o meu ambiente de trabalho, ou seja,
o Colégio Estadual José Ludovico de Almeida
em Aporé-GO e que contribuíram para o
enriquecimento das minhas aulas.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar a oportunidade e persistência para concluir este mestrado.

Agradeço ao meu marido Wilker por me apoiar em mais esse sonho que nos trará benefício financeiro. Obrigada paixão por entender as minhas faltas em eventos importantes para você, te amo muito.

Agradeço a minha mãe, minhas irmãs e meu cunhado Ademir pelos ensinamentos, incentivos e paciência.

Agradeço a CAPES por te me ajudado financeiramente através da bolsa de estudo.

Agradeço ao meu Orientador Prof. Dr. Esdras por me ajudar neste trabalho.

Agradeço a todas as pessoas e amigos que contribuíram, direta ou indiretamente, nessa etapa da minha vida.

"Não posso ser professor se não percebo cada vez melhor que,
por não poder ser neutra, minha prática exige de mim uma
definição. Uma tomada de posição. Decisão. Ruptura.
Exige de mim que escolha entre isto e aquilo...
Sou professor a favor da esperança que me anima apesar de tudo.
Sou professor contra o desengano que me consome e imobiliza.
Sou professor a favor da boniteza de minha própria prática,
boniteza que dela some se não cuido
do saber que devo ensinar".
(Paulo Freire)

Resumo

A ideia principal desse trabalho é ajudar a melhorar a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio em Matemática, bem como informar os professores sobre a diversificação das estratégias de ensino, especificamente as atividades práticas, ou seja, a exercitação da teoria. Como se tem falado nas mídias, o quanto está difícil lidar com o desinteresse dos alunos pelos conteúdos ensinados nas escolas. Existem diferentes tipos de atividades, meios variados de estudar a tão complexa Matemática. Como ensinar de modo que os alunos se interessem e aprendam? Será possível resgatar a participação ativa do adolescente na aula? Direcionei esta pesquisa para as atividades práticas, estratégias diversificadas utilizando recursos bastante favoráveis ao ensino da Matemática que são: as tecnologias, os materiais concretos ou manipulativos e os jogos. Esses recursos contribuem na apreensão dos conceitos matemáticos, atuam de maneiras diferentes e principalmente positivas no ambiente escolar, ajudando no aprimoramento da aprendizagem segundo vários investigadores. No final dessa dissertação foi possível elencar atividades práticas, não tradicionais, que o professor pode usar em sala diversificando as aulas referentes ao conteúdo de prismas, sendo elas: a atividade envolvendo tecnologia, relacionada ao programa Geogegra, permite o aluno construir prismas, bem como movimentá-los e comparar as medidas de aresta, área e volume; a atividade envolvendo tecnologia, relacionada ao programa Poly, permite a comparação dos diferentes poliedros relacionando-os e fixando as características principais de um prisma; a atividade envolvendo material concreto ou manipulativo permite a verificação de volumes utilizando objetos com o formato de prismas e água; e a atividade envolvendo jogo é um campeonato usando trilhas e dados, onde cada casa da trilha contém uma figura a ser identificada ou uma pergunta a ser respondida relacionada a sólidos geométricos ou a prismas. As atividades práticas podem ser inseridas na sequência didática do professor. Vale lembrar que essa pesquisa é uma proposta de ensino, pautada na experiência da autora e que esta não será aplicada durante o mestrado do PROFMAT e nem será analisada, pois isto não é o foco desse trabalho.

Palavras-chave: Atividades Práticas; Diversificação; Tecnologia; Material Concreto; Jogo; Prisma.

Abstract

The main idea of this paper is to help improve the learning of high school students in mathematics, as well as to inform teachers about the diversification of teaching strategies, specifically practical activities, that is, exercise the theory. As has been mentioned in the midia, how difficult it is to deal with students' disinterest in the content taught in schools. There are different types of activities and varied ways to study the complex mathematics. How to teach in a way that students get interested and learn? Is it possible to redeem an active participation of the teenagers in class? Direct this research to practical activities, diversified strategies using very favorable resources in teaching mathematics, such as technologies, concrete or manipulative materials and games. These resources contribute to the understanding of mathematical concepts, act in different and mainly positive ways in the school environment, helping to improve learning according to various researchers. In the end of this dissertation is possible to list practical activities nontraditional, that the teacher can use in various activities such as lessons related to prism content, being them: activities involving technology, related to the Geogebra program, allowing the student to build prisms, as well as moving and comparing their edges, area and volume measurements; an activities involving technology, specialized in the Poly program, allows a comparison of the different related and fixed poles as main features of a prism; an activity involving concrete or manipulative material allows volume checking using prism-shaped objects and water; and the game activity is a championship using tracks and dice, where each track house contains a picture to be identified or a question to answer related to geometric solids or prisms. The practical activities can be inserted in the didactic sequence of the teacher. It is important to remember that this research is a teaching proposal, approved in the author's experience and that won't be applied during the PROFMAT master's degree and won't be analyzed, as this isn't the focus of this work.

Keywords: Practical Activities; Diversification; Technology; Concrete Material; Game; Prism.

Lista de ilustrações

Lista de abreviaturas e siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CETEB	Centro de Ensino Tecnológico de Brasília
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
MEC	Ministério da Educação
MP	Medida Provisória
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio
PCNEM+	Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio/ Orientações Educacionais Complementares
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SEE	Secretaria de Estado da Educação
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UEMS	Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul
UFG	Universidade Federal de Goiás
UnB	Universidade de Brasília
Unesp	Universidade Estadual Paulista

Sumário

1 Introdução

O ensino de Matemática tem sido uma das minhas maiores paixão, desde quando fui apresentada aos números nas séries iniciais. A Matemática sabe envolver e conquistar adeptos e eu sou uma. A preferência por tornar-se professora foi decidida ainda criança.

Quando terminei o Ensino Médio, prestei o vestibular em 1997, passei em 5º lugar para o curso de Ciências com Habilitação em Matemática na UEMS - Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul.

Fui contratada como professora pela SEE - Secretaria de Estado da Educação de Goiás no Colégio Estadual José Ludovico de Almeida em Aporé. Iniciei a minha carreira, antes mesmo de ingressar nos estudos universitários, ou seja, sou professora há 22 anos, comecei a dar aulas para 5ª e 6ª série do Ensino Fundamental daquela época. Concluí o curso superior em 2001 e no ano seguinte recebi a proposta de mudar as minhas turmas, me reencontrei como professora radiante e apaixonei-me pelos alunos do Ensino Médio. Em 2004 me tornei professora efetiva nesse mesmo colégio, já são 17 anos de dedicação e realizações no Ensino Médio.

Como o curso de graduação que fiz foi Ciências com Habilitação em Matemática, ele me permitiu dar aulas também de Biologia, Física e Química, daí surgiu a segunda disciplina na minha vida "**Química**", que ministro com o mesmo entusiasmo, à qual me aperfeiçoei fazendo a Pós-Graduação Ciências da Natureza – Química em 2006 pela UnB. Foram muitas as situações de aprendizado e de experimentos profissionais em sala de aula, que me levaram a desenvolver e aplicar atividades diversificadas aos conteúdos de Matemática e Química, verificando e adaptando, ano após ano, esses meios de modo a ajudar os diferentes tipos de alunos na compreensão e domínio dos conceitos em estudo.

Para melhorar a minha formação ingressei no PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Passei por muitos estudos e abdicações, pois as experiências são conquistadas quando nos acionamos a novos acontecimentos bons e/ou ruins. E aqui estou com grande alegria escrevendo esse TCC - Trabalho de Conclusão de Curso para finalizar mais uma etapa na vida pessoal e principalmente profissional. Segundo o Regimento do PROFMAT o trabalho de conclusão pode ser de acordo com temas específicos pertinentes ao currículo de Matemática da Educação Básica e impacto na prática didática em sala de aula, a minha trajetória como professora me deu elementos suficientes para entender a relevância da escolha do tema, optei por dividir informações que busquei e utilizei na sala de aula para ajudar no entendimento dos conteúdos de Matemática do Ensino Médio.

Esse trabalho de pesquisa tem como público-alvo o professor de Matemática, pois apresenta uma proposta de ensino que é a "**diversificação das atividades práticas**", com o objetivo de ajudar a melhorar a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio e informar os professores sobre a diversificação das suas aulas práticas. Dentre os conteúdos de Matemática escolhi "**prisma**" para mostrar essa variação.

> Aprender a aprender e a pensar, a relacionar o conhecimento com dados da experiência cotidiana, a dar significado ao aprendido e a captar o significado do mundo, a fazer a ponte entre teoria e prática, a fundamentar a crítica, a argumentar com base em fatos, a lidar com o sentimento que a aprendizagem desperta. Uma organização curricular que responda a esses desafios requer: [...]; adotar estratégias de ensino diversificadas, que mobilizem menos a memória e mais o raciocínio e outras competências cognitivas superiores, bem como potencializem a interação entre aluno-professor e aluno-aluno para a permanente negociação dos significados dos conteúdos curriculares, de forma a propiciar formas coletivas de construção do conhecimento. (BRASIL, 2000a, p. 74)

Os PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias esclarece sobre essas estratégias de ensino diversificadas dizendo:

> Aulas e livros, contudo, em nenhuma hipótese resumem a enorme diversidade de recursos didáticos, meios e estratégias que podem ser utilizados no ensino das Ciências e da Matemática. O uso dessa diversidade é de fundamental importância para o aprendizado porque tabelas, gráficos, desenhos, fotos, vídeos, câmeras, computadores e outros equipamentos não são só meios. Dominar seu manuseio é também um dos objetivos do próprio ensino das Ciências, Matemática e suas Tecnologias. Determinados aspectos exigem imagens e, mais vantajosamente, imagens dinâmicas; outros necessitam de cálculos ou de tabelas de gráfico; outros podem demandar expressões analíticas, sendo sempre vantajosa a redundância de meios para garantir confiabilidade de registro e/ou reforço no aprendizado. (BRASIL, 2000b, p. 53)

A diversificação nas aulas de Matemática é um método de ensinar, conforme as citações, é de fundamental importância, evidenciam a grande relevância de aplicá-la em sala. A proposta de ensino dessa dissertação exige o uso dessa diversidade nas atividades práticas. Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 31) "as aulas práticas, longe de constituírem mera confirmação dos fenômenos ensinados na teoria, devem desafiar o aluno a relacionar informações", e ainda:

> [...] é essencial que as atividades práticas, em vez de se restringirem aos procedimentos experimentais, permitam ricos momentos de estudo e discussão teórico/prática que, transcendendo os conhecimentos de nível fenomenológico e os saberes expressos pelos alunos, ajudem na compreensão teórico-conceitual da situação real. (BRASIL, 2006, p. 123)

D'Ambrosio (1986, p. 43) relata que "o valor da teoria se revela no momento em que ela é transformada em prática". Os PCNEM Bases Legais (BRASIL, 2000a, p.

73) explica que a prática é o processo produtivo e está ancorada na teoria que são os fundamentos científico-tecnológicos. Logo o aluno parte para a prática, amparado com a teoria, desenvolvendo um conjunto de “atividades” com modos de “fazer”. Siqueira (2016, p. 30) disse “quanto mais se desenvolve prática, tanto mais se amplia o saber teórico”.

São muitos anos dando aulas na rede pública de ensino e no interior do estado de Goiás, onde se depara com alunos dos mais diferentes níveis de conhecimento e situações financeiras. Existe uma rotatividade de famílias durante todo o ano devido à fraca economia da pequena cidade e do meio rural, sendo assim alcançar uma porcentagem alta de aprovação requer muita dedicação e elaboração de estratégias de ensino que construam verdadeiramente um conhecimento significativo. Como disse Freire (1996, p. 21) “Por isso é que, na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de ontem que se pode melhorar a próxima prática”.

> É fundamental também que o professor esteja disposto a aprender sempre, não tendo medo de experimentar e errar enquanto aprende, que se coloque no papel de problematizador de conteúdos e atividades, em vez de continuar no papel de transmissor de conhecimentos, e que desenvolva sua capacidade reflexiva, autonomia e postura crítica e cooperativa, para realizar mudanças educacionais significativas e condizentes com as necessidades atuais. (BRASIL, 1998a, p. 155)

Venho melhorando o meu método de ensinar Matemática com essas atividades práticas, contendo diversos tipos de instrumentos/recursos didáticos que permitem o aluno, com suas dificuldades, estudar e aplicar o mesmo conteúdo em situações diferentes de prática. Lorenzato (2010, p. 35) reconhece que “os alunos possuem diferentes características, cabe ao professor favorecer o desenvolvimento das potencialidades deles por meio da utilização de diferentes recursos didáticos, sejam eles manipulativos, visuais ou verbais”. E ainda “as diferenças individuais precisam ser consideradas pelos professores, mesmo reconhecendo que elas são complicadores para a prática pedagógica, pois seria mais fácil se todos os alunos fossem iguais”. O PCNEM+ - Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio/ Orientações Educacionais Complementares de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias evidenciam que:

> É importante uma preocupação consciente e explícita para atender adequadamente todos os alunos de uma classe heterogênea, propondo o trabalho diversificado na sala de aula. [...] O trabalho diversificado pressupõe o reconhecimento de que a situação normal em uma sala de aula é a diferença de ritmo, de motivação e de formação, e de que queremos respeitar o direito de todos de acesso ao conhecimento. (BRASIL, 2007, p. 130)

Segundo Ribeiro (2015):

> Nossas escolas possuem salas de aula heterogêneas e uma única linha de trabalho pode não estar próxima da realidade dos nossos alunos. No modelo de ensino tradicional somente o professor transmite o conhecimento aos alunos, considerado o detentor do saber, onde o aluno era ouvinte e "aprendia" por memorização. (RIBEIRO, 2015, p. 4)

O método tradicional usado por muitos professores de Matemática, ou seja, aulas expositivas na lousa com giz e resolução de muitos exercícios no caderno apenas, tornou-se precário, levando a frustrações ao avaliar a aprendizagem, tantos exercícios resolvidos, nos faz questionar o porquê das notas baixas. Ribeiro (2015, p. 20) esclarece "por isso necessitamos explorar outros caminhos que levem nossos alunos a reflexão e compreensão dos temas abordados em aula. Independente dos recursos e metodologias utilizadas temos que trabalhar com as dificuldades apresentadas de maneira que a aprendizagem seja eficiente". Daí à necessidade de adaptações, atividades práticas diversificadas envolvendo outros recursos didáticos como tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo, que pudessem tirar o aluno daquela situação tradicional e o movimentasse mais nas aulas, que trabalhasse com as dificuldades e que o ajudasse na compreensão do conteúdo de maneiras variadas. Conforme Carey (2015, p. 155) "a prática variada parece produzir um ritmo mais lento de melhora em cada sessão única de exercício, um acúmulo maior de competências e de aprendizado ao longo do tempo".

Enquanto professora, quero que o meu aluno compreenda e lembre o que lhe foi ensinado mesmo depois de muito tempo ocorrido, pois assim poderá ter mais chance de ingressar numa universidade pública através do Enem - Exame Nacional do Ensino Médio. Como a Matemática foi e ainda é vista por muitos, como símbolo de repetições (quanto mais exercícios no caderno o aluno realizar, melhor), não percebem que às vezes isso não tem aproveitamento, ou que isso não é a necessidade do aluno para entender e dominar o conteúdo, mas se sabe que esse estilo de aula tradicional é bastante cômodo.

Estar aberto para novas estratégias de ensino se torna difícil, pois isso consome mais tempo para planejar e destreza para executar. De acordo com Carey (2015, p. 74) "a aprendizagem distribuída, em determinadas situações, pode dobrar a quantidade de informações lembradas depois". Vasconcelos (2000) se opõe à uma aprendizagem concebida como um processo de absorção reforçado por uma prática repetitiva, implicando assim que no trabalho escolar se proporcionem aos alunos experiências diversificadas com base nas quais eles possam construir os seus próprios conhecimentos, relacionando-os com os anteriores.

Quando o foco central é a aprendizagem do aluno, a busca é constante pelos melhores meios que proporcionem isso. As adaptações na maneira de ensinar são imprescindíveis para entender que a diversificação das atividades práticas auxilia na compreensão dos conteúdos. É relatado no livro Melhores práticas em escolas de Ensino Médio no Brasil (BRASIL, 2010, p. 57) que "estratégias de ensino diversificadas, tanto na classe como fora dela, são usadas para que as metas de ensino sejam cumpridas e os alunos aprendam".

Ao ver a Matemática sendo tratada pelos alunos como um bicho de sete cabeças, faz-me mobilizar enquanto profissional, pois tenho a oportunidade de mostrar para eles o quanto ela é fantástica. Não se pode vencer sempre é claro, mas sempre é possível tentar, de acordo com Ribeiro (2015):

> [...] não se muda o ensino da Matemática de um dia para o outro. É necessário um planejamento a médio e longo prazo, uma execução paciente ao longo de muitos anos, com a participação ativa indispensável de todas as pessoas com relação direta ou indireta com o ensino da Matemática (RIBEIRO, 2015, p. 10)

E é isso que proponho aqui, estratégias de ensino com mais ação e participação dos envolvidos, principalmente do aluno, com a diversificação das atividades práticas usando recursos didáticos diferentes dos tradicionais.

Nesses últimos 8 anos trabalhando no Ensino Médio com a diversificação das atividades práticas, venho obtendo uma grande participação e compreensão por parte dos alunos, o que refletiu em um alto índice de aprovação no final de cada um desses anos. Com base na minha experiência e de teóricos da Educação citados acima, lembrando que o objetivo dessa pesquisa é ajudar a melhorar a aprendizagem dos alunos através de aulas práticas diversificadas, utilizando recursos didáticos que motivem o aluno e movimentem a sequência didática do professor, para que este tenha resultados eminentes com as turmas, sugiro que as atividades práticas diversificadas sobre prismas envolvendo tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo, dispostas no Capítulo 4, sejam precedidas da exposição do conteúdo, bem como de algumas sessões de exercícios contextualizados. A Resolução CEB nº 3 (BRASIL, 1998b, p. 2), de 26 de junho de 1998 que Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio no Art. 5º diz que para cumprir as finalidades do Ensino Médio previstas pela lei, as escolas organizarão seus currículos de modo "a adotar metodologias de ensino diversificadas, que estimulem a reconstrução do conhecimento e mobilizem o raciocínio, a experimentação, a solução de problemas e outras competências cognitivas superiores" (BRASIL, 1998b, p. 2).

Segundo a BNCC - Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BRASIL, 2017, p. 470), na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem "utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área". Para efeitos de clareza e objetividade dessa dissertação, mostrando que a diversidade das atividades práticas pode ser proposta nas aulas, usando recursos didáticos variados, foram escolhidas as atividades práticas que empregam:

(a) Tecnologia: o laboratório de informática, ou seja, computadores com o programa Geogebra e o Poly instalados;

(b) Material concreto ou manipulativo: sólidos geométricos no formato de prisma para o manuseio e a conferência de volumes;

(c) Jogo: de trilha.

As atividades práticas que envolvem tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo, englobam e podem desenvolver competências e habilidades almejadas pela BNCC, esses recursos didáticos serão defendidos no Capítulo 2. Proponho o uso deles nas atividades práticas como estratégias de ensino diversificadas, como um método de exercitar e compreender o conteúdo de prisma. Essa diversificação admite a visualização e a aplicação dos conceitos sobre prismas de maneiras diferentes, seja com os programas Geogebra e Poly, seja com o manuseio e a conferência de volumes e seja com o jogo de trilha, buscando a ligação do conteúdo matemático com o dia-a-dia do aluno, ajudando na dinâmica da aula e na melhora da aprendizagem do aluno. Fazendo jus à dica de Mariotto (2015, p. 44) "método é o conjunto de estratégias, técnicas de ensino e recursos didáticos aplicados de forma sistemática, utilizados como ferramentas do aprendizado".

Para ensinar um novo conteúdo, faz parte do planejamento do professor, traçar e preparar atividades sequenciadas, ou seja, uma sequência didática. Peretti (2013, p. 6) explica que "sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos". O ensino de conceitos matemáticos necessita do planejamento dessas atividades, não deve ocorrer com caráter superficial, mecânico e repetitivo. Conforme os PCNEM+ (BRASIL, 2007, p.103) essas atividades devem conter "o tratamento de situações complexas e diversificadas, oferecer ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos". Segundo Zabala (1998) as atividades de uma sequência didática:

> [...] permitem determinar os conhecimentos prévios; são significativas funcionais; são adequadas ao nível de desenvolvimento; apresentam desafio alcançável, ou seja, permitem criar zonas de desenvolvimento proximal e intervir; possuem conflitos cognitivos que possibilitem a atividade mental do aluno; promovem atitudes favoráveis; estimulem a auto-estima e o auto-conceito e; ajudam a adquirir habilidades relacionadas com o aprender a aprender, que permitam cada vez mais o aluno ser autônomo em suas aprendizagens. (ZABALA, 1998, p. 63)

Seguindo essa linha de pensamento os capítulos desse TCC foram organizados da seguinte forma: o Capítulo 2 exibe e fundamentam os benefícios do uso das tecnologias, dos materiais concretos ou manipulativos e dos jogos nas aulas como recursos didáticos, utilizando obras de pesquisadores e/ou educadores como referencial teórico e a também as experiências da autora; o Capítulo 3 expõe o conteúdo de prisma, demonstrando ideias intuitivas, fórmulas para o cálculo de área e de volume, juntamente com algumas aplicações em situações-problemas; o Capítulo 4 traz esclarecimentos sobre sequência didática, juntamente com as atividades práticas diversificadas elencadas sobre prisma, envolvendo tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo. E por último, o Capítulo das Considerações Finais apresenta algumas observações e conclusões relacionadas às atividades práticas de Matemática nas aulas de modo diversificado.

A Matemática é fantástica, sempre é possível melhorar o seu ensino, com um bom planejamento a sua execução pode surpreender. E é isso que proponho aqui, atividades práticas diversificadas, numa sequência didática, utilizando tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogos, com mais ação e participação do aluno. Este estudo diferenciado, seja em sala de aula ou fora dela, necessita de muita atenção na elaboração e serenidade na execução, para que ele alcance o seu objetivo e não vire apenas bagunça. Vale lembrar que essas atividades práticas diversificadas sugeridas foram aplicadas por mim, a autora do TCC, nas minhas turmas em anos anteriores, porém estas aplicações não serão analisadas. O programa PROFMAT não exige a sua aplicação, pois trata-se de uma proposta de ensino que pode ajudar a melhorar a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio.

2 Uso da tecnologia, do material concreto ou manipulativo e do jogo nas atividades práticas diversificadas

A disciplina de Matemática ainda está sendo vista pelos alunos do Ensino Médio como uma das mais difíceis, aumentando o desânimo tanto do professor quanto do aluno, o que problematiza a superação dessa barreira. É muito importante a experiência do professor em relação ao planejamento das aulas de Matemática, pois essas aulas devem fluir adequadamente sem as preocupações do dia-a-dia (desinteresse, falta de conhecimentos prévios e indisciplina). A prática docente se torna mais eficaz na medida em que a aperfeiçoamos, confirma Siqueira (2016, p. 22) "assim, aperfeiçoamento é a palavra-chave no desenvolvimento de capacidades para o educador. Aliar experiência e técnica é criar condições adequadas para a prática docente no exigente século XXI". Segundo Lorenzato (2010):

> Atualmente, por estarmos na era da informação, temos de acompanhar o progresso que está acontecendo em nossa área profissional, sob pena de termos alunos que conheçam mais que nós mesmos. Em outras palavras, precisamos de constante atualização e, portanto, nossa formação deve ser contínua, isto é, deve ser continuada pelos meios disponíveis de cada um, sejam eles cursos, internet ou livros... Afinal os alunos têm o direito e precisam de bons professores, o que já é um forte argumento para que melhoremos constantemente nossa prática docente, em especial aquela que intencionalmente realizamos em sala de aula. Sem essa atuação, a aprendizagem dos nossos alunos não melhorará em Matemática; de nada adiantarão os novos livros didáticos, PCNs, cursos, materiais manipuláveis, jogos, etc. (LORENZATO, 2010, p. 127)

O método tradicional de ensino, baseado em apenas aulas expositivas na lousa, torna-se banal, às vezes repetitivo, degradando o pouco de curiosidade e de motivação do aluno. São muitas as discussões sobre as estratégias e os métodos capazes de desempenhar o compromisso educacional. Faz parte da rotina de toda escola falar sobre maneiras de aproximar o aluno aos conteúdos. A convivência e a experiência mescladas com a pesquisa em fontes científicas da Educação Matemática nos ajuda a ter uma percepção própria para um modelo eficiente de ensino. Siqueira (2016) relata:

> Quando me refiro ao preço existente para fazer a máquina da educação funcionar, não considero somente a boa vontade, ainda encontrada em alguns professores (pessoas que não foram acometidas pelo mal moderno da queixa lamuriosa), mas, sobretudo da sabedoria, capaz de ultrapassar em momentos críticos, os obstáculos que se originam na relação

> educador-educando, cuja pedagogia demanda a geração de estratégias permanentemente. (SIQUEIRA, 2016, p. 6)

A construção de estratégias educacionais de forma diferenciada, levando-se em conta as evoluções que vem ocorrendo, pode ser um desafio a ser enfrentado. Como as informações estão a um clique de quem quiser, o cenário da sala de aula exige adaptações, unir o antigo com o novo. Conforme Costa (2014, p. 192), "com o progressivo desenvolvimento tecnológico, com as novas formas de fazer e de ser perante os mais recentes artefatos, o processo de ensino e aprendizagem exige, de todos, circunstâncias mais inovadoras de construção dos conhecimentos".

O professor não pode se sentir impotente perante as situações ruins, ou mesmo desmotivado com a clientela que possui, deve manter o foco no seu objetivo enquanto professor, a prática de ensinar, aula após aula, renovar as ideias através da reflexão do que deu certo e o que não deu certo, é isso que melhora a estratégia usada. O aluno vivencia a aula que lhe é apresentada, com ou sem sua participação, o professor precisa manter a essência do que almeja conseguir em cada aula.

> O ser humano é despertado pela motivação que lhe preenche a alma com ânimo e interesse mediante as formas inusitadas que uma oportunidade de aprendizagem oferece. Um dia de aula comum pode se transformar num evento marcante para o estudante que sai da apatia e penetra no reino do contágio motivador [...]. (SIQUEIRA, 2016, p. 37)

Lorenzato (2010, p.1) escreveu que "o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem da disciplina de Matemática, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos" e diz também que "dar aula é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento". O professor que ensina com conhecimento, segundo ele, conquista respeito, confiança e admiração de seu aluno. Freire (1996, p. 13) nos deixou palavras de profunda reflexão e que se perdem com os problemas e tumultos da vida de professor, são elas "Se convença definitivamente de que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção".

Sanches (2002, p. 199) coloca que "o professor necessita diversificar as estratégias, propor desafios, comparar, dirigir e estar atento à diversidade dos alunos, o que significa estabelecer uma interação direta com eles". Como ensinar requer um planejamento envolvendo todas as ações a serem desenvolvidas, do começo ao fim de cada conteúdo, ou seja, uma sequência didática, cabe ao professor elaborar e estabelecer a ordem dessas ações. Uma sequência didática inicia-se com a introdução do conteúdo, deve passar pelas atividades de prática e/ou avaliativas e ser finalizada quando atingir os objetivos.

Visto então que a diversificação das estratégias de ensino, defendidas por muitos pesquisadores e documentações do Governo Federal, é necessária para uma aprendizagem significativa focada menos na memória e mais no raciocínio. Logo essa diversificação pode ser utilizada nas atividades práticas, exercitando e ajudando na compreensão dos conceitos matemáticos, diferenciando assim do ensino tradicional (que usa o caderno, e/ou livro didático e/ou a lousa). As atividades práticas diversificadas são disposições variadas de interagir o conteúdo matemático, com mais ação e participação do aluno, atendendo assim os alunos que tem mais dificuldade de aprender. As atividades práticas elencadas no final dessa dissertação são atividades de exercitação, que servem para praticar e compreender o conteúdo de prisma, ou seja, elas se encaixam na sequência didática após o aluno dominar, mesmo que parcialmente os conceitos básicos sobre prismas, a sua área e o seu volume, elas envolvem o uso de três ferramentas que são: tecnologias, materiais concretos ou manipulativos e jogos. As seções a seguir expõem os proveitos de cada uma dessas ferramentas, ou seja, recursos didáticos.

2.1 Tecnologias

São recursos que evoluem constantemente, máquinas mais rápidas e inteligentes. Quando dominado o seu manuseio podem ser exploradas e transformadas em conhecimentos, assim a adaptação, de algumas delas, na escola faz-se útil, Carolina Gomes escreveu que:

> A tecnologia está cada vez mais inserida em nosso cotidiano e sua adoção no ambiente escolar é algo praticamente inevitável. Com os modernos recursos digitais, com os quais crianças e jovens estão amplamente familiarizados, o estudante conquista autonomia e passa a ser participante ativo do processo de aprendizado, pesquisando, interagindo e construindo saber, dentro ou fora da instituição de ensino. Com isso sua motivação e envolvimento cresce e, por consequência, ele aprende mais e melhor. (RIBEIRO, 2015, p. 18)

É inevitável que as estratégias de ensino, no mundo evoluído ao qual nos encontramos, se adaptem aos recursos disponíveis para que a educação não sofra, ainda mais, com as críticas em relação ao processo de aprendizagem, procurando um culpado pelas reprovações, abandonos e desinteresses. É sabido que as escolas públicas dispõem do número maior de alunos, assim os recursos tecnológicos como laboratório de informática (quando tem) com ou sem internet, TVs, datashow, notebooks, tablets, vídeos, são bem desgastados ou escassos. Segundo Miskulin (1999, p. 4) “a tecnologia não consiste apenas em um recurso a mais para os professores motivarem as suas aulas, consiste sim em um meio poderoso que pode propiciar aos estudantes novas formas de gerarem e disseminarem o conhecimento”.

Ribeiro (2015, p. 12) informa: “no planejamento anual, avalie quais conteúdos são mais bem abordados com a tecnologia e quais novas aprendizagens, necessárias ao mundo de hoje, podem ser inseridas”. Esse levantamento no começo do ano, é bem viável, assim é possível fazer um bom plano de aula. Gravina (2012, p. 176) relata que "aderir ao uso destes recursos constitui um desafio para o professor, pois exige dele mais cuidado com a preparação do seu plano, com uma definição clara do objetivo, além de um domínio das potencialidades do recurso a ser utilizado". E ainda:

> [...] existem muitos vídeos disponíveis, úteis para diferentes conteúdos, abordagens e propostas de ensino interessantes para o professor de Matemática; e que o uso de vídeos traz em si potencial para a criação de um ambiente interativo de aprendizagem, com a mobilização do interesse e da participação dos alunos, em todos os níveis da escola e em todas as faixas etárias. (GRAVINA, 2012, p. 120)

A notícia divulgada pela Uol Educação (PAULISTA, 2013) sobre o projeto realizado pelo núcleo de ensino da Unesp - Universidade Estadual Paulista, mostrou que o uso de ferramentas tecnológicas educativas melhoram em 32% o rendimento dos alunos nas disciplinas de Matemática e de Física em comparação aos conteúdos trabalhados de forma expositiva em sala de aula. O estudo foi desenvolvido durante dois anos e avaliou o desempenho de 400 estudantes de oito turmas do Ensino Médio da Escola Estadual Bento de Abreu, em Araraquara/SP. Os alunos com médias cinco, ou abaixo desse valor, melhoraram em 51% seu rendimento, já aqueles com médias acima de cinco, obtiveram um ganho médio de 13%. Diante da experiência, a pesquisa evidenciou que os estudantes com menor rendimento em sala de aula obtiveram maior desempenho, ou seja, a troca das aulas expositivas na lousa por ferramentas tecnológicas ajudaram os alunos que apresentavam mais dificuldades em compreender Matemática e Física.

É possível evidenciar os benefícios do uso das tecnologias principalmente da tecnologia digital fazendo parte da diversificação das atividades práticas, são muitos os defensores da tecnologia digital, que dizem o quanto os computadores, juntamente com os *softwares* e a internet contribuem para o processo de ensino aprendizagem. Conforme os PCNs (BRASIL, 1998a, p. 96) "é indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras".

Não podemos deixar nossos alunos fora desse desenvolvimento. A tecnologia digital pode ajudar no ensino da Matemática, pois são muitos os recursos disponíveis gratuitamente na internet, sejam *softwares*, vídeos com atividades práticas, explicações com mais informações e visualizações que antes não era possível mostrar perfeitamente numa sala de aula usando apenas a lousa e o giz. Segundo Rolkouski (2012, p. 86) "entender a tecnologia como ferramenta Matemática traz implícita a ideia de mediação do conhecimento, ou seja, existe um sujeito que deseja apreender um conhecimento, sendo o computador um auxílio para fazer ponte entre esse sujeito e o conhecimento". Gravina (2012) expôs:

> A tecnologia digital coloca à nossa disposição ferramentas interativas que incorporam sistemas dinâmicos de representação na forma de objetos concreto-abstratos. São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais. (GRAVINA, 2012, p. 16)

E ainda:

> Mas muitos são os recursos que temos à disposição na Internet e, assim, critérios de escolhas se fazem necessários. [...] Isto porque consideramos que as mídias digitais se tornam realmente interessantes quando elas nos ajudam a mudar a dinâmica da sala de aula na direção de valorizar o desenvolvimento de habilidades cognitivas com a concomitante aprendizagem da Matemática. (GRAVINA, 2012, p. 34)

Como o computador, ou o celular, ou o tablet, ou o notebook, fazem parte da realidade dos alunos, isso hoje facilita o seu manuseio, pois antes era um problema nas aulas que envolviam computadores. Logo, para a utilização de estratégias envolvendo tecnologias digitais, conhecer o programa e suas funções é o primeiro passo.

> Para que o professor possa propor boas situações de aprendizagem utilizando os computadores, é fundamental conhecer o *software* que pretende utilizar para problematizar conteúdos curriculares; por isso, cada *software* deve ser explorado pelos professores, com o objetivo de identificar as possibilidades de trabalho pedagógico. Atualmente existem vários tipos de *softwares*, mas vale lembrar que constantemente estão surgindo novos ou novas versões dos já existentes, que oferecem recursos mais sofisticados e outras possibilidades de trabalho e de comunicação. (BRASIL, 1998a, p. 151)

O ensino da Matemática vem sendo bastante agraciado com muitos programas gratuitos, entre eles, gostaria de destacar o Geogebra, pois com ele é possível planejar aulas relacionadas a conteúdos de todas as séries do Ensino Médio: na 1ª série com funções (afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica), na 2ª série com geometria plana e espacial e na 3ª série com geometria analítica. Gravina (2012, p. 59) relata que o "*software* Geogebra, com suas infinitas possibilidades, permite ao professor discorrer sobre temas importantes da geometria, cujo aprendizado exige muita abstração por parte do aluno".

Outro programa eficiente é o Poly, Gravina (2012, p. 27) o descreve dizendo "ainda para trabalhar com geometria espacial temos o dinâmico e colorido *software* Poly. Este *software* permite explorar diferentes famílias de poliedros convexos, [...] O Poly tem botão que faz girar os poliedros e também é possível transformar, de forma contínua, o poliedro em sua planificação".

São muitos os programas ou aplicativos que nos ajudam com os conteúdos matemáticos, outros exemplos, que não serão usados nesse trabalho, mas que têm grandes potenciais e vale apena investigar, para obter um bom planejamento utilizando-os, são: o Excel para a organização das tabelas, realização de cálculos e fabricação de gráficos; o Google pode direcionar para sites pedagógicos muito bons; tendo critério de busca o Youtube com seus vídeos, ensinam e mostram exemplos práticos da Matemática. As mídias digitais favorecem o ensino quando realizadas com planejamento e domínio.

Quantas são as vantagens do uso tecnológico essas mídias digitais colaboraram com o desenvolvimento não só dos alunos que apresentam dificuldades mais também dos alunos especiais. Segundo Ribeiro (2015, p. 17) "os estudantes com necessidades especiais podem se beneficiar de tecnologias adaptáveis que são projetadas para ajudá-los e facilitar ainda mais a aprendizagem". O professor pode fazer vídeos que auxiliem os alunos com os conteúdos, bem como criar ambientes virtuais para tirar dúvidas ou trocar informações. A BNCC do Ensino Médio divulgou as competências gerais da Educação Básica e entre elas tem-se:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2017, p. 9)

Deixando claro que a Educação Básica terá que desenvolver atividades escolares que almejem essa competência.

Para a execução das atividades práticas diversificadas, elencadas no Capítulo 4, envolvendo tecnologia será preciso do laboratório de informática com os computadores instalados os programas Geogebra e Poly. Os respectivos programas podem se encontrados e baixados gratuitamente nos endereços eletrônicos: <http:www.geogebra.org/> e <http:poly-pro.softonic.com.br>.

O programa Geogebra é um instrumento poderoso que permite a construção de vários tipos de figuras planas e espaciais, mostrando informações algébricas e numéricas sobre as mesmas. A atividade prática proposta com o esse programa assegura: a construção, a visualização e manuseio das figuras em 2D e 3D, e a verificação das medidas de comprimento, área e volume. Esse programa se encaixa perfeitamente ao conteúdo de prisma proporcionando ao aluno uma aula de excelência, estimulando a participação através da inovação, da visualização, da curiosidade e o transportando para o mundo tecnológico onde as coisas acontecem com um clique. As construções feitas no Geogebra possibilitam o domínio mais facilmente das informações e conceitos matemáticos, devido à necessidade do entendimento e da colaboração do aluno para que aconteçam as transformações na tela do computador. A interação entre professor/conhecimento/aluno se reestabelece à medida que o aluno visualiza, calcula e fala Matemática, encontrando maneiras diferentes de estudá-la.

O programa Poly possui muitos poliedros bem coloridos, sendo possível movimentá-los, visualizar as suas planificações, identificar os diferentes polígono que os compõem e associar as características existentes entre eles. A atividade prática proposta com o esse programa assegura a exercitação dos conceitos de prisma através da visualização e da comparação, extraindo assim informações capazes de dar sentidos aos conceitos abstratos.

É viável a utilização da tecnologia nas aulas, o seu uso pode fazer a diferença. Como foi exposto aqui pelos teóricos a sua introdução no planejamento deve ocorrer, para isso é preciso dominá-la. Os ricos benefícios devem ser levados em conta, é uma buscar pela compreensão dos alunos com algo que eles realmente vão participar e enriquecer a sua aprendizagem. O uso de tecnologia digital é possível em muitos conteúdos matemáticos, tais como funções, geometrias (plana, espacial e analítica), estatística, posso proferir sobre isso, pois trabalho com esse recurso a muitos anos e venho obtendo momentos de construção de conhecimentos.

2.2 Materiais concretos ou manipulativos

Os livros didáticos do Ensino Médio estão cada vez mais aproximando os conteúdos matemáticos ao dia-a-dia do aluno através de situações-problemas, na tentativa de torná-los mais concretos. Segundo Schliemann (1995, p. 178) o "ensino da Matemática no Brasil, após ter sido basicamente formal, foi estimulado pela ideia de introdução de materiais concretos em sala de aula. Grande parte dos livros didáticos atuais, que chegam às escolas, trazem várias sugestões de uso de materiais concretos". O que seria um material concreto? Caldeira (2009) responde:

> Poderemos dizer que o material é qualquer objeto manipulável, utilizado em sala de aula, para auxiliar o ensino (e os professores), a aprendizagem (dos alunos), tendo o papel de auxiliar na construção/reconstrução de conceitos, servindo de mediador, por meio da manipulação e análise, as teorias e as práticas sociais. (CALDEIRA, 2009, p. 226)

As atividades práticas que colocam o estudante em contato com materiais concretos ou manipulativos são deixados de lado, muitas vezes, por algum motivo irrelevante desconhecendo assim o seu potencial.

> Quanto às novas práticas de ensino, através de materiais concretos e manipulativos, o que se chama de Matemática experimental, estes são necessários e de extrema importância no que diz respeito à construção de conhecimentos. Trazer estes experimentos para a realidade da sala de aula pode estimular à pesquisa, o que é um fator essencial para a formação de cidadãos críticos e construtivos. (GERVÁZIO, 2017, p. 54)

Conforme Rocha (2017, p. 8) "o uso de materiais concretos é uma metodologia que busca inovar e contextualizar o ensino, leva o educando a construir e compreender melhor a Matemática e seus procedimentos, é uma proposta de metodologia viável, fácil de se promover e estão ligadas às concepções de cada professor". As estratégias de ensino precisam ser exploradas, os alunos do Ensino Médio também possuem dificuldades em entender certos conteúdos matemáticos e os recursos didáticos com material concreto ou manipulativo, pode ajudá-lo na compreensão. Cobb defende:

> [...] que a aprendizagem Matemática é um processo ativo de construção individual e enculturação nas práticas Matemáticas da sociedade. Assim, o ensino deve proporcionar aos alunos oportunidades de experiências concretas, com significados e contextualizadas de maneira a descobrir padrões, formar questões e construir os seus próprios modelos, conceitos e estratégias. (CALDEIRA, 2009, p. 217)

Os estudantes tentam dominar os conceitos abstratos da Matemática, cada um a sua maneira, alguns têm sua facilidade em entender, outros mesmo usando a contextualização, desenhos, não conseguem ver praticamente nenhuma coerência nesses conceitos, assim o professor precisará estar amparado com toda pedagogia e conhecimentos didáticos possíveis. Segundo Pereira (2016, p. 14) "os materiais concretos são úteis para o aprendizado da Matemática, pois, com a construção dos objetos, o estudante se depara com a necessidade de aprender conceitos abstratos para ele". Em determinados conteúdos o material concreto se torna viável para o aluno que apresenta dificuldade em compreender os conceitos abstratos. Caldeira (2009) informa:

> O material manipulativo, através de diferentes atividades, constitui um instrumento para o desenvolvimento da Matemática, que permite o indivíduo realizar aprendizagens diversas. O princípio básico referente ao uso dos materiais, consiste em manipular objetos e "extrair" princípios matemáticos. Os materiais manipulativos devem representar explicitamente e concretamente ideias matemáticas que são abstratas. (CALDEIRA, 2009, p. 223)

Atividades variadas com manuseios de materiais concretos é a função de um LEM - Laboratório de Ensino de Matemática, um local onde a imaginação e os conceitos ganham formas, medidas, significados, Lopes;Blum disseram que "a observação do concreto, antecede e cria bases sólidas para a introdução dos conceitos abstratos que são, sem dúvida, o grande pilar de sustentação de todo o raciocínio lógico-matemático, por ele próprio observados"(PONTES, 2018, p. 30). Como a maiorias das escolas públicas são carentes de espaço físico e de material, a organização de um laboratório de ensino de matemático fica sempre para depois.

> Toda escola deve possuir seu LEM, pois o professor de Matemática, como muitos outros profissionais, necessita de um local e instrumentos apropriados para o bom desempenho de seu trabalho. [...] A construção de um LEM deve considerar a faixa etária dos alunos aos quais ele se destina e, sempre que possível, convém que os alunos participem de

> sua construção, bem como professores de outras disciplinas. [...] Um LEM pode ser constituído de materiais ou equipamentos tais como: sólidos, figuras, quebra-cabeças, modelos (réplicas) estáticos ou dinâmicos, instrumentos de medida, livros, revistas. [...] No entanto, não basta que a escola possua o LEM: é preciso que o professor saiba utilizá-lo corretamente. (LORENZATO, 2010, p. 112)

Condizendo com as palavras de Nacarato (2005, p.5) "nenhum material didático - manipulável ou de outra natureza - constitui a salvação para a melhoria do ensino de Matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado". Salientando assim a importância de questionar a eficiência do material concreto ou manipulativo antes de levá-lo para a aula, ou seja, se o material contribuirá para o entendimento e o enriquecimento do conteúdo.

A atividade prática diversificada elencada no Capítulo 4 envolvendo material concreto ou manipulativo assegura a conexão entre prismas e o seu volume. Consiste no aluno coletar as medidas dos objetos, com formato de prismas, para realizar os cálculos de volume e em seguida, com água, verificar se o volume ocupado por esses prismas foi realmente o valor encontrado nos cálculos. Uma maneira dos alunos visualizarem e compararem as medidas de volume (o espaço ocupado).

Os materiais concretos ou manipulativos podem auxiliar no entendimento de conceitos matemáticos, evidencio esse auxílio quando ministro as aulas de geometria espacial, levando para a sala, sólidos geométricos com o intuito de conceituar posições de retas e de planos e também caracterizar os diferentes sólidos (poliedros, corpos redondos, prismas, pirâmides). A busca por uma forma que ajudem o aluno a dominar a Matemática é constante, mas são muitas as maneiras de se ensinar, compete a nós professores identificar as melhores estratégias a serem usadas em determinado conteúdo. Os materiais concretos ou manipulativos são ferramentas que, quando bem utilizadas, diversificam e aprimoram a compreensão e a aprendizagem dos alunos.

2.3 Jogos

Usando a definição de Lara (2003, p. 19) tem-se que "jogo são aquelas atividades relacionadas com o ensino, de natureza recreativa, usadas em sala de aula para a obtenção de um maior rendimento no processo ensino/aprendizagem de um conteúdo específico". As atividades matemáticas recreativas que envolvem jogos são vistas como barulhentas, com muita bagunça e pouco aprendizado, será mesmo?

> É claro que, quando usamos o jogo na sala de aula, o barulho é inevitável, pois só através de discussões é possível chegar-se a resultados convincentes. É preciso encarar esse barulho de uma forma construtiva; sem ele, dificilmente, há clima ou motivação para o jogo. Novamente é importante o hábito do trabalho em grupo, uma vez que o barulho diminui se os

> alunos estiverem acostumados a se organizar em equipes. (BORIN, 2007, p. 12)

Segundo Santos (2014, p. 33) "o jogo não é apenas um instrumento recreativo, ele pode e deve ser utilizado como facilitador do processo de ensino e aprendizagem dos Anos Iniciais ao Ensino Médio, sendo um elo entre a compreensão e a abstração". A hostilidade que certos alunos apresentam pela disciplina de Matemática, devido à dificuldade de compreensão, é um dos grandes obstáculos enfrentados pelo professor. Borin (2007) nos diz que:

> [...] a introdução de jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. (BORIN, 2007, p. 9)

Carey (2015, p. 13) relata que "a ansiedade Matemática é uma desordem cerebral. Os jogos são a melhor ferramenta de aprendizagem". Devido as diferentes necessidades que o ensino da Matemática exige do aluno, de certa maneira, eles se sentem inseguros com a aprendizagem, assim as estratégias com jogos podem ajudar nesse sentido.

> Por meio de atividades com jogos, os alunos vão adquirindo autoconfiança, são incentivados a questionar e corrigir suas ações, analisar e comparar pontos de vista, organizar e cuidar dos materiais utilizados. Outro motivo que justifica valorizar a participação do sujeito na construção do seu próprio saber é a possibilidade de desenvolver seu raciocínio. Os jogos são instrumentos para exercitar e estimular um agir-pensar com lógica e critério, condições para jogar bem e ter um bom desempenho escolar. (KODAMA, 2004, p. 3)

Santos (2014, p. 20) disse que "ensinar Matemática através de jogos é estimular o aluno a pensar independente ou em grupo, ser criativo, desenvolver o raciocínio lógico, e resolver os problemas propostos. E os jogos matemáticos quando bem planejados e explorados são muitos eficazes". Quebrar as dificuldades existentes no envolvimento do aluno nas aulas de Matemática é algo que todo professor deseja, segundo Siqueira (2016, p. 37) "os estudantes comprovam, através do seu envolvimento no jogo, por sua boa resposta e espírito de equipe, o quanto podem ser diferentes nos casos em que se considere a estratégia de aprendizagem no cotidiano educacional".

O professor de Matemática está sempre à procura de um ensino capaz de resgatar a curiosidade, o prazer e o domínio pelo conhecimento, Callois relata que "cada jogo reforça e estimula qualquer capacidade física ou intelectual. Através do prazer e da obstinação, torna fácil o que inicialmente era difícil ou extenuante"(ROCHA, 2017, p. 3). As estratégias com jogos, mesmo que seja no Ensino Médio, tendem a reaver a vontade do aluno em participar da aula devido a sua dinâmica, segundo Lara (2003, p. 21) os jogos "podem ser vistos como uma estratégia de ensino capaz de atingir diferentes objetivos que variam desde o simples treinamento, até a construção de um determinado conhecimento".

> Os jogos tem sido objeto de várias pesquisas na área da educação, e em geral os pesquisadores concordam que o jogo é um facilitador do ensino e da aprendizagem da Matemática, porque se mostra atrativo, permite o conhecimento dos elementos que se estuda e reproduz a realidade, o que torna a prática dos jogos muito mais próxima do aluno. (SANTOS, 2014, p. 19)

As aulas de Matemática então podem ser atrativas, mais próximas do aluno, Smole (2007, p. 15) nos fala que "é preciso ampliar as estratégias e os materiais de ensino e diversificar as formas e organizações didáticas para que, junto com os alunos, seja possível criar um ambiente de produção ou de reprodução do saber e, nesse sentido, acredita-se que os jogos atendem a essas necessidades". Incentivando-nos a adequar os recursos didáticos e a usar os jogos nas aulas como estratégia de ensino motivadora, Nacarato (2005, p. 5) disse que "não há como desconsiderar a complexidade da sala de aula, bem como a impossibilidade da adoção de uma única tendência para o ensino de Matemática. Assim, muitas vezes, o professor precisa utilizar uma diversidade de materiais, podendo transitar por diferentes tendências". O jogo pode ser uma tendência que nos permite trabalhar de modo diferente do tradicional, Smole (2007) afirma que:

> Em se tratando de aulas de Matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem, que permite alterar o modelo tradicional de ensino, o qual muitas vezes tem o livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de Matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionadas ao chamado raciocínio lógico. (SMOLE, 2007, p. 11)

Cabral (2006) relata:

> O jogo, na educação Matemática, passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado "provocador" de aprendizagem. [...] O jogo será conteúdo assumido com a finalidade de desenvolver habilidades de resolução de problemas, possibilitando ao aluno a oportunidade de criar planos de ação para alcançar determinados objetivos, executar jogadas de acordo com este plano e avaliar sua eficácia nos resultados obtidos. (CABRAL, 2006, p. 15)

Ele também explica que:

> [...] para que o jogo possa atingir toda a sua plenitude e realmente ser útil no processo educacional, é necessário levar em conta determinados aspectos, que são: ser interessante e desafiador; permitir que o aluno avalie seu desempenho; e favorecer a participação ativa de todos os jogadores durante o jogo. (CABRAL, 2006, p. 23)

Levando em consideração esses aspectos o aluno tem a oportunidade de participar e modificar o seu desempenho escolar, Smole (2007) expõe que:

> [...] o trabalho com jogos é um dos recursos que favorece o desenvolvimento da linguagem, diferentes processos de raciocínio e interação entre os alunos, uma vez que durante o jogo cada jogador tem a possibilidade de acompanhar o trabalho de todos os outros, defender pontos de vista e aprender a ser crítico e confiante em sim mesmo. (SMOLE, 2007, p. 11)

Usar o jogo como um recurso didático, numa estratégia de ensino, demonstra que o professor está aberto a explorar os diferentes meios de estudar a Matemática. A visão sobre os jogos em sala de aula deve ser repensada, segundo Lara (2003, p. 19) o jogo deve ser visto "como um agente cognitivo que auxilia o aluno a agir livremente sobre suas ações e decisões fazendo com que ele desenvolva além do conhecimento matemático também a linguagem". Como os jogos estão presentes em nossas vidas desde criança, interagindo e mudando o nosso jeito de agir, Mattos (2009) nos informa que:

> O jogo faz parte do cotidiano do aluno, por isso, ele se torna um instrumento motivador no processo de ensino e aprendizagem, além de possibilitar o desenvolvimento de competências e habilidades. [...] Seus objetivos são as estimulações das relações cognitivas, afetivas, verbais, psicomotoras, sociais, a mediação socializadora do conhecimento e a provocação para uma reação crítica e criativa dos alunos. (MATTOS, 2009, p. 56)

Para a execução de jogos nas aulas de Matemática Lara (2003) esclarece que:

> [...] devemos refletir sobre o que queremos alcançar com o jogo, pois, quando bem elaborados, eles podem ser vistos como uma estratégia de ensino que poderá atingir diferentes objetivos que variam desde o simples treinamento, até a construção de um determinado conhecimento. (LARA, 2003, p. 21)

E mais ainda:

> [...] se concebermos o ensino da Matemática como sendo um processo de repetição, treinamento e memorização, desenvolveremos um jogo apenas como sendo um outro tipo de exercício. Mas, se concebermos esse ensino como sendo um momento de descoberta, de criação e de experimentação, veremos o jogo não só como um instrumento de recreação, mas, principalmente como um veículo para a construção do conhecimento. (LARA, 2003, p. 23)

O uso de jogos nos leva a uma expectativa de ação em relação às atitudes dos alunos esse instrumento pode ser elaborado contendo as características necessárias para a construção de conceitos matemáticos. Atividade prática diversificada elencada no Capítulo 4 utiliza uma trilha, encaixa-se nas classificações descritas por Cabral (2006, p. 28) "os jogos podem ser utilizados para introduzir, amadurecer conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os conteúdos já trabalhados". O jogo com a trilha, em forma de campeonato, assegura o amadurecimento e aprofundamento dos conhecimentos sobre prismas de maneira criativa e dinâmica. Segundo Cabral (2006, p. 25) "os jogos têm suas vantagens no ensino de Matemática, desde que o professor tenha objetivos claros do que pretende atingir com a atividade proposta". Cada casa do jogo de trilha o aluno encontrará um desafio a ser vencido.

É fundamental favorecer as experiências que estimulem e permitam aos estudantes a dar valor à Matemática, que adquiram segurança nas suas competências matemáticas e que comuniquem-se matematicamente. Através de jogos, acredito que é possível desenvolver além das habilidades matemáticas, a concentração, a participação, como também a autoconfiança, a autoestima e a aprendizagem dos alunos. Os jogos, tais como disputa de perguntas e respostas em grupo, trilhas, xadrez, torta na cara, tabela de resolução de problema mensal, entre outros, servem como momentos de movimentação, de desafios e de interações, digo isso, pois presenciei muito essas situações na minha docente.

3 Prisma

Este capítulo exposto o conteúdo de prisma desde a sua construção, passando identificação dos seus elementos até o cálculo de sua área e de seu volume, utilizando obras de alguns matemáticos. Por fim apresento algumas aplicações, dos conhecimentos descritos, em situações-problemas.

3.1 Construção de um prisma

Para a construção de um prisma Muniz (2013) descreve: seja $A_1A_2...A_n$ um polígono contido em um plano α. Escolhemos um ponto B_1 qualquer, não pertencente a α. Por B_1 traçamos o plano β paralelo a α. Pelos demais vértices $A_2...A_n$ traçamos retas paralelas ao segmento A_1B_1 que cortam β nos pontos $B_2...B_n$ (isto implica em que todas estas retas sejam paralelas entre si). Tomemos dois segmentos consecutivos assim determinados: A_1B_1 e A_2B_2, por exemplo.

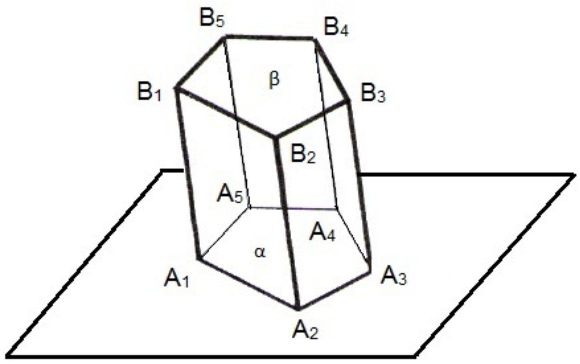
O quadrilátero $A_1B_1A_2B_2$ é plano, já que os lados A_1B_1 e A_2B_2 são paralelos. Mas isto implica em que os outros dois lados também sejam paralelos, pois estão contidos em retas coplanares que não se intersectam, por estarem contidas em planos paralelos. Portanto, o quadrilátero é um paralelogramo. Os paralelogramos assim determinados, juntamente com os polígonos $A_1A_2...A_n$ e $B_1B_2...B_n$ determinam um poliedro chamado de **prisma** de **bases** $A_1A_2...A_n$ e $B_1B_2...B_n$. A região do espaço delimitada por um prisma é formada pelos pontos dos segmentos nos quais, cada extremo está em um dos polígonos-base. As arestas A_1B_1, A_2B_2, ... e A_nB_n são chamadas de **arestas laterais**. Todas as arestas laterais são paralelas e de mesmo comprimento; arestas laterais consecutivas formam paralelogramos, que são chamados de **faces laterais** do prisma.

As bases $A_1A_2...A_n$ e $B_1B_2...B_n$ são congruentes. De fato, estes polígonos possuem lados respectivamente iguais e paralelos (já que as faces laterais são paralelogramos) e, em consequência, possuem ângulos respectivamente iguais (como na Geometria Plana, ângulos determinados por retas paralelas do espaço são iguais). Veja na Figura 1 a construção de um prisma de base pentagonal.

Um caso particular ocorre quando a base é um paralelogramo. Neste caso, o prisma é chamado de **paralelepípedo**. Paralelepípedos são prismas que têm a particularidade de que qualquer de suas faces pode ser tomada como base (duas faces opostas quaisquer estão situadas em planos paralelos e são ligadas por arestas paralelas entre si).

Quanto à inclinação das arestas laterais aos planos das bases, os prismas são classificados em: **oblíquo** se as arestas laterais são oblíquas aos planos das bases, as faces

Figura 1 – Construção de um prisma



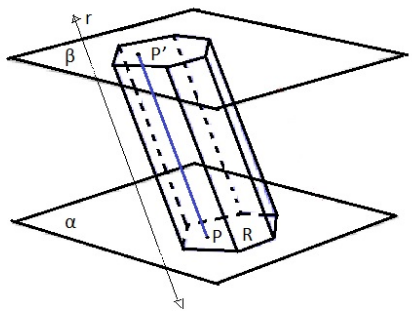
Fonte: Elaborada pela autora.

laterais formadas são paralelogramos; e **retos** se as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases, por consequência, as faces laterais são retângulos. Quando a base é um polígono regular obtemos um **prisma regular**. Quando o prisma reto tem como base um retângulo obtemos um **paralelepípedo retângulo**, ou bloco retangular, no qual cada face é um retângulo, assim um paralelepípedo retângulo é um prisma reto onde qualquer face serve como base. Ainda mais especial é o caso do **cubo** ou **hexaedro regular**, paralelepípedo retângulo no qual cada face é um quadrado.

3.2 Elementos do um prisma

Utilizando Dante (2016) e Iezzi (2016) para definir prismas e seus elementos tem-se: dados dois planos paralelos e distintos, α e β, um polígono **R** contido em α e uma reta **r** que intercepta α e β, considerando-se o segmento $\overline{PP'}$, paralelo a **r**, com P pertencendo R e P' pertencendo β, logo **prisma** ou **prisma limitado** é o conjunto de todos estes segmentos congruentes a $\overline{PP'}$ paralelos a **r**, conforme Figura 2.

Figura 2 – Prisma

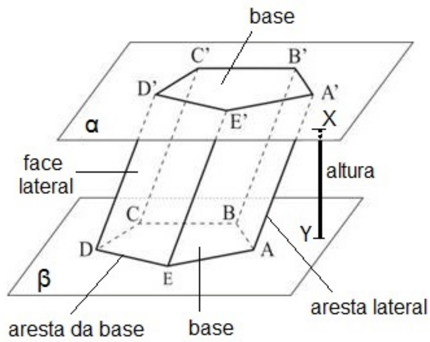


Fonte: Elaborada pela autora.

Em outras palavras, **prisma** é um poliedro com duas faces congruentes e paralelas (chamadas de bases) e cujas demais faces (chamadas de faces laterais) são paralelogramos.

Considerando o prisma da Figura 3, os seus elementos são:

Figura 3 – Elementos de um prisma



Fonte: Elaborada pela autora.

(a) **bases** são polígonos congruentes (ABCDE e A'B'C'D'E') situados em planos paralelos entre si (α e β);

(b) **faces laterais** são paralelogramos (AA'B'B, BB'C'C, CC'D'D, DD'E'E e EE'A'A);

(c) **arestas das bases** são os lados dos polígonos das bases ($\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EA}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{D'E'}$ e $\overline{E'A'}$);

(d) **arestas laterais** são os segmentos laterais ($\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$ e $\overline{EE'}$);

(e) **altura** é a distância entre os planos que contêm as bases (α e β).

Os prismas são classificados, conforme o polígono da base como prisma triangular (a base é um triângulo), prisma quadrangular (a base é um quadrilátero), etc.

3.3 Área de prismas

Para efetuar o cálculo da área total de um prisma qualquer, onde as áreas envolvidas são polígonos e **h** é a altura do prisma, conforme a Figura 4.

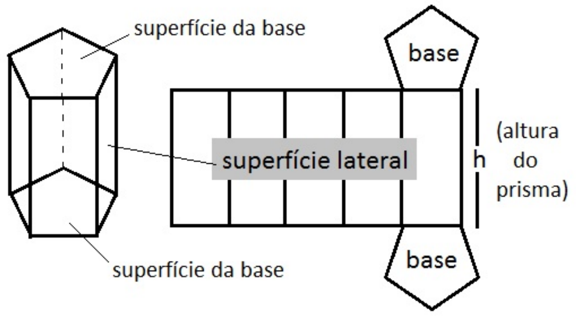
É possível distinguir dois tipos de superfície: as faces das bases e as faces das laterais. Considera-se as seguintes áreas:

- **superfície lateral** é formada pelas faces laterais que são paralelogramos, logo a **área lateral** (A_l) do prisma é a soma das áreas dos paralelogramos;

- **superfície da base** é a face da base que é um polígono, logo a **área da base** (A_b) do prisma é a área de um polígono;

- **superfície total** é formada pelas faces laterais e bases, logo a **área total** (A_t) é a área da superfície total, assim: $A_t = A_l + 2 \cdot A_b$

Figura 4 – Área de prismas

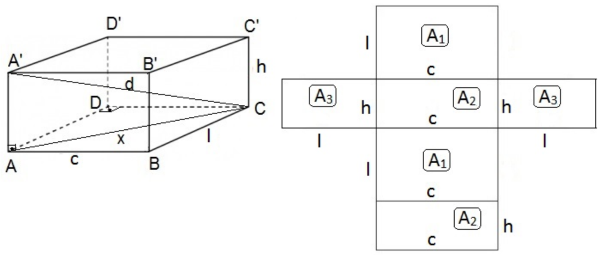


Fonte: Elaborada pela autora.

3.4 Paralelepípedo retângulo

Segundo Lima (2006) todo prisma cujas bases são paralelogramos é chamado de **paralelepípedo**. Quando o paralelepípedo é um prisma reto e a base é um retângulo, tem-se um **paralelepípedo retângulo**.

Figura 5 – Paralelepípedo retângulo



Fonte: Elaborada pela autora.

Usando a Figura 5 para efetuar o cálculo da diagonal e da área total do paralelepípedo retângulo, onde **c** é o comprimento, **l** é a largura e **h** é a altura do paralelepípedo, tem-se:

- **diagonal**: seja **d** a medida da diagonal do paralelepípedo e **x** a medida da diagonal da base. Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos ABC e A'AC obtém-se: $\triangle$ABC: $x^2 = c^2 + l^2$ e $\triangle$A'AC: $d^2 = x^2 + h^2$, substituindo **x**:

$$d^2 = c^2 + l^2 + h^2 \tag{3.1}$$

$$d = \sqrt{c^2 + l^2 + h^2} \tag{3.2}$$

- **área total**: a planificação do paralelepípedo mostra que sua superfície é a reunião de seis retângulos, dois a dois congruentes, assim a área total (A_t) do paralelepípedo é a soma dessas áreas, ou seja:

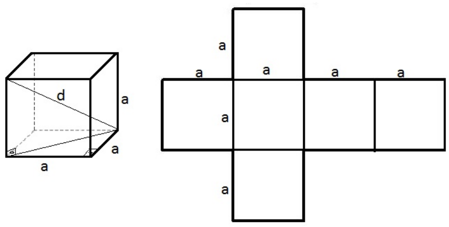
$$A_t = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3 \tag{3.3}$$

$$A_t = 2 \cdot c \cdot l + 2 \cdot c \cdot h + 2 \cdot l \cdot h \tag{3.4}$$

3.5 Cubo

Conforme Marcondes (2003) um paralelepípedo cujas faces são todas quadradas idênticas é chamado de hexaedro regular ou **cubo**. Suas arestas são congruentes.

Figura 6 – Cubo



Fonte: Elaborada pela autora.

Usando a Figura 6 para efetuar o cálculo da diagonal e da área total do cubo, onde **a** é a aresta do cubo, tem-se:

- **diagonal**:

$$d^2 = a^2 + a^2 + a^2 \tag{3.5}$$

$$d^2 = 3 \cdot a^2 \tag{3.6}$$

$$d = a \cdot \sqrt{3} \tag{3.7}$$

- **área total**:

$$A_t = 2 \cdot a \cdot a + 2 \cdot a \cdot a + 2 \cdot a \cdot a \tag{3.8}$$

$$A_t = 2 \cdot a^2 + 2 \cdot a^2 + 2 \cdot a^2 \tag{3.9}$$

$$A_t = 6 \cdot a^2 \tag{3.10}$$

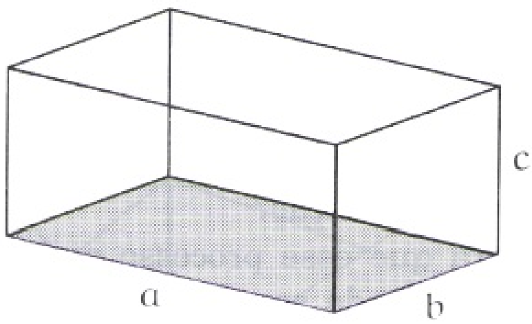
3.6 Volume

Usando a ideia intuitivamente de Muniz (2013), volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado. Para exprimir essa quantidade de espaço através de um número, devemos compará-la com uma unidade e o resultado dessa comparação será chamado de volume. Combina-se então que: **a unidade de volume é o cubo de aresta 1**. Para cada unidade de comprimento, temos uma unidade correspondente de volume. Se, por exemplo, a unidade de comprimento for o centímetro (cm), então a unidade correspondente de volume será chamada de centímetro cúbico (cm^3). Assim, o volume de um sólido **S** deve ser o número que exprima quantas vezes o sólido **S** contém o cubo unitário. Mas, como esse sólido pode ter uma forma bastante irregular, não fica claro o que significa o número de vezes que um sólido contém esse cubo. Vamos então tratar de obter fórmulas para o cálculo de volumes dos sólidos simples:

3.6.1 Volume do paralelepípedo retângulo

O paralelepípedo retângulo (ou simplesmente um bloco retangular) é um poliedro formado por 6 retângulos. Ele fica perfeitamente determinado por três medidas: o seu comprimento (a), a sua largura (b) e a sua altura (c), veja na Figura 7.

Figura 7 – Volume do paralelepípedo retângulo



Fonte: Livro de Muniz (2013).

O volume desse paralelepípedo retângulo será representado por V (a; b; c) e como o cubo unitário é um paralelepípedo retângulo cujo comprimento, largura e altura medem 1, então:

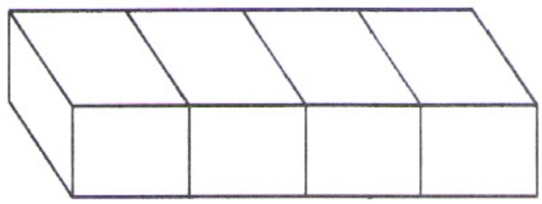
$$V(1;1;1) = 1. \tag{3.11}$$

Para obter o volume do paralelepípedo retângulo, devemos observar que ele é proporcional a cada uma de suas dimensões. Isto quer dizer que se mantivermos, por exemplo, constantes a largura e a altura e se multiplicarmos o comprimento por um número natural **n**, o volume ficará também multiplicado por **n**, ou seja,

$$V(na; b; c) = nV(a; b; c) \tag{3.12}$$

A Figura 8 mostra quatro paralelepípedos retângulos iguais e justapostos, colados em faces iguais.

Figura 8 – Proporcionalidade no volume do paralelepípedo retângulo



Fonte: Livro de Muniz (2013).

Naturalmente, o volume total é 4 vezes maior que o volume de um deles. Este fato, constatado para números naturais, também vale para qualquer número real positivo e isto quer dizer que, mantidas constantes duas dimensões de um paralelepípedo retângulo, seu volume é proporcional à terceira dimensão. Logo, sendo a, b e c as dimensões de um paralelepípedo retângulo, temos:

$$V(a; b; c) = V(a \cdot 1; b; c) \tag{3.13}$$

$$V(a; b; c) = aV(1; b; c) = aV(1; b \cdot 1; c) \tag{3.14}$$

$$V(a; b; c) = abV(1; 1; c) = abV(1; 1; c \cdot 1) \tag{3.15}$$

$$V(a; b; c) = abcV(1; 1; 1) \tag{3.16}$$

$$V(a; b; c) = abc \cdot 1 \tag{3.17}$$

$$V(a; b; c) = abc \tag{3.18}$$

Portanto, o volume de um paralelepípedo retângulo, sendo **c** o seu comprimento, **l** a sua largura e **h** a sua altura, é o produto de suas dimensões.

$$V = c \cdot l \cdot h \tag{3.19}$$

3.6.2 Volume do cubo

Como o cubo possui suas dimensões congruentes, usando a fórmula do volume do paralelepípedo retângulo para deduzir a fórmula para calcular o volume do cubo (V), onde **a** é sua aresta, tem-se:

$$V = a \cdot a \cdot a \tag{3.20}$$

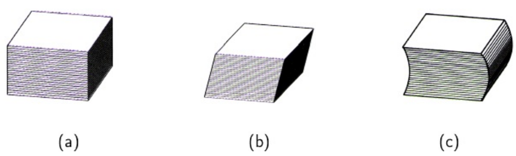
$$V = a^3 \tag{3.21}$$

3.6.3 Princípio de Cavalieri

Consegue-se estabelecer a fórmula do volume de um paralelepípedo retângulo, mas não é fácil ir adiante sem ferramentas adicionais. Uma forma confortável de prosseguir é adotar como axioma um resultado conhecido como o Princípio de Cavalieri.

Antes de enunciá-lo, observe uma experiência que se pode fazer para os alunos. Ponha em cima da mesa, uma resma de papel. Estando ainda perfeitamente bem arrumada, ela é um paralelepípedo retângulo e, portanto, tem um volume que podemos calcular. Encostando uma régua nas faces laterais, podemos transformar o paralelepípedo retângulo em outro oblíquo ou, usando as mãos, poderemos moldar um sólido bem diferente, conforme a Figura 9:

Figura 9 – Princípio de Cavalieri - resma de papel

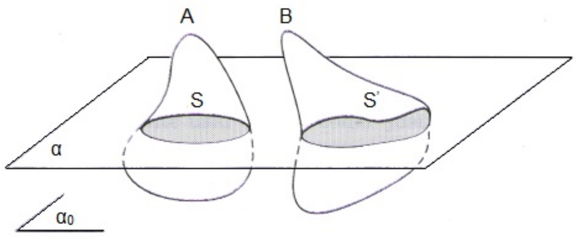


Fonte: Livro de Muniz (2013).

Sabemos que esses três sólidos têm volumes iguais, mas ainda nos faltam argumentos para explicar esse fato que intuitivamente percebemos.

De uma forma mais geral, suponha que dois sólidos A e B na Figura 10, estão apoiados em um plano horizontal e que qualquer outro plano também horizontal corte ambos segundo seções de mesma área. O Princípio de Cavalieri afirma que o volume de A é igual ao volume de B.

Figura 10 – Princípio de Cavalieri - sólidos A e B



Fonte: Livro de Muniz (2013).

Se imaginarmos os dois sólidos fatiados no mesmo número de fatias muito finas, todas com mesma altura, duas fatias correspondentes com mesma área terão, aproximadamente, mesmo volume. Tanto mais aproximadamente quanto mais finas forem. Sendo o volume de cada sólido a soma dos volumes de suas fatias, concluímos que os dois sólidos têm volumes iguais. Repare ainda que o exemplo da resma de papel mostra um caso particular desse argumento, onde os três sólidos possuem, cada um, 500 fatias, todas iguais. É claro que os exemplos acima não constituem uma demonstração do Princípio de Cavalieri, mas dão uma forte indicação de que ele é verdadeiro. Podendo então aceitar o

Axioma 1 (Axioma do Princípio de Cavalieri)**.** *São dados dois sólidos e um plano. Se todo plano paralelo ao plano dado secciona os dois sólidos segundo figuras de mesma área, então esses sólidos têm mesmo volume.*

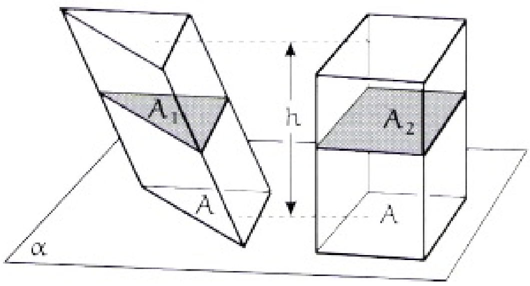
Esta é a ferramenta que se utiliza para encontrar os volumes dos demais sólidos simples.

3.6.4 Volume do prima

Com o Princípio de Cavalieri, podemos obter sem dificuldade o volume de um prisma. Imaginemos um prisma de altura **h**, e cuja base seja um polígono de área A, contido em um plano horizontal. Construímos ao lado um paralelepípedo retângulo com altura **h** e de forma que sua base seja um retângulo de área A, conforme Figura 11.

Suponha agora que os dois sólidos sejam cortados por outro plano horizontal, que produz seções de áreas A_1 e A_2 no prisma e no paralelepípedo, respectivamente. Ora, o paralelepípedo é também um prisma e sabe-se que em todo prisma, uma seção paralela à base é congruente com essa base. como figuras congruentes têm a mesma área, logo $A_1 = A = A_2$ e pelo Princípio de Cavalieri os dois sólidos têm mesmo volume. Como

Figura 11 – Volume do prisma



Fonte: Livro de Muniz (2013).

o volume do paralelepípedo é **Ah**, onde **A** é área da base (A_b) e **h** é a altura, tem-se o volume do prisma (V):

$$V = A_b \cdot h \tag{3.22}$$

3.7 Algumas aplicações

Aqui estão algumas situações-problemas que podem ser resolvidas aplicando os conhecimentos expostos neste capítulo. Os conceitos e as fórmulas sobre prisma fornecem uma base para a resolução de um problema. As informações quando absolvidas facilitam a busca por possíveis soluções. Os problemas as seguir, juntamente com suas resoluções, demostram o quanto a matemática estabelece caminhos interessantes, através de diversas situações, de expandir nossa sapiência.

1. (DANTE, 2016, p. 220) Sabendo que foram gastos 0,96m^2 de material para montar a caixa cúbica, calcule o seu volume dessa caixa.

   Resposta:

$$A_t = 0,96 = 6 \cdot a^2 \tag{3.23}$$

$$a = \sqrt{0,16} = 0,4m \tag{3.24}$$

É a aresta do cubo. Logo seu volume:

$$V = 0,4^3 = 0,064m^3 \tag{3.25}$$

2. (IEZZI, 2016, p. 192) Um porta-joias tem a forma de um paralelepípedo retângulo cujas dimensões, em centímetros, são diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 5. Sabendo que a área total desse porta-joias é igual $2232cm^2$, determine:

   a) a sua diagonal;

   Resposta:

   Se a, b e c são dimensões do porta-joias, em centímetros, então:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} \tag{3.26}$$

$$b = \frac{3a}{2} \tag{3.27}$$

   e

$$c = \frac{5a}{2} \tag{3.28}$$

   A área total é igual a $2232cm^2$, ou seja:

$$A_t = 2ab + 2ac + 2bc = 2a\frac{3a}{2} + 2 \cdot a \cdot \frac{5a}{2} + 2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{5a}{2} = 2232 \tag{3.29}$$

$$3a^2 + 7,5a^2 + 5a^2 = 2232 \tag{3.30}$$

$$a^2 = \frac{2232}{15,5} \tag{3.31}$$

$$a = \sqrt{144} = 12cm \tag{3.32}$$

   Assim b = 18cm e c = 30cm. Sua diagonal será:

$$d = \sqrt{12^2 + 18^2 + 30^2} = \sqrt{1368} = 6\sqrt{38}cm \tag{3.33}$$

   b) o seu volume.

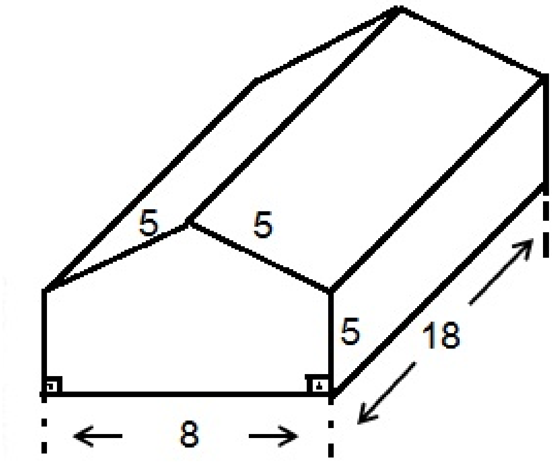
   Resposta:

   O seu volume será:

$$V = 12 \cdot 18 \cdot 30 = 6480cm^3 \tag{3.34}$$

3. (IEZZI, 2016, p. 201) A Figura 12 representa um galpão com o formato de um prisma reto de base pentagonal, em que a unidade de medidas indicadas é o metro.

Figura 12 – Galpão



Fonte: Livro de Iezzi (2016, p. 201).

Considerando que esse galpão tem 18m de comprimento, determine o volume de ar que ele comporta.

Resposta:

Calculando a área do pentágono em duas partes: um retângulo de 5m por 8m de área $40m^2$ e um triângulo isósceles cujo base é 8m e a altura deve ser calculada, aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$5^2 = h^2 + 4^2 \tag{3.35}$$

$$h^2 = 9 \tag{3.36}$$

$$h = \sqrt{9} = 3cm \tag{3.37}$$

Assim a área do triângulo:

$$A_T = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12m^2 \tag{3.38}$$

Logo a área do pentágono é:

$$A_P = 40m^2 + 12m^2 = 52m^2 \tag{3.39}$$

Então o volume de ar é:

$$V = 52 \cdot 18 = 936m^3 \tag{3.40}$$

4. Consideremos um prisma triangular. Quantos planos distintos são determinados por um subconjunto dos 6 vértices do paralelepípedo?

   Resposta:

   Se os 6 vértices do prisma estivessem em posição geral seja, dispostos de forma tal que quatro quaisquer deles não fossem coplanares), cada subconjunto de 3 pontos determinaria um plano. Teríamos, assim, um total de:

   $$C_{6,3} = 20planos \tag{3.41}$$

   No caso do prisma triangular, no entanto, a situação não é esta. Podemos começar a listar os planos definidos pelos vértices a partir das faces: temos 3 faces laterais e 2 bases. Outros planos formados a partir dos vértices terão necessariamente que ser determinados por 2 vértices de uma base e pelo vértice da outra base que seja extremo da aresta lateral que não passa por nenhum dos dois primeiros. Há 6 planos nestas condições, já que este último vértice pode ser qualquer um dos vértices do prisma. Temos, então, um total de 11 planos.

5. Um tablete de doce de leite medindo 12cm por 9cm por 6cm, está inteiramente coberto com papel laminado. Esse tablete é dividido em cubos com 1cm de aresta.

   a) Quantos desses cubos não possuem nenhuma face coberta com o papel laminado?

      Resposta:

      Retirando os cubos das laterais o tablete medirá 10cm por 7cm por 4cm, logo são 280 cubos.

   b) Quantos desses cubos possuem apenas uma face coberta com papel?

      Resposta:

      São os cubos laterais que não estão nas quinas e nem nos cantos, sendo os cubos laterais:

      $$10 \cdot 7 \cdot 1 + 10 \cdot 4 \cdot 1 + 7 \cdot 4 \cdot 1 = 138 \tag{3.42}$$

      Duas vezes essa quantidade, pois tem duas faces iguais, logo são 276 cubos.

   c) Quantos desses cubos possuem exatamente duas faces cobertas com papel?

      Resposta:

      São os cubos que formam as quinas que não estão nos cantos, assim têm-se os cubos

      $$10 \cdot 1 \cdot 1 + 7 \cdot 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 \tag{3.43}$$

      Quatro vezes essa quantidade, pois tem quatro arestas iguais, logo são 84 cubos.

d) Quantos desses cubos possuem três faces cobertas com papel?

Resposta:

São os cubos que formam os cantos, logo são 8 cubos.

6. Uma piscina tem 10m de comprimento, 6m de largura e 1,6m de profundidade.

a) Calcule seu volume em litros.

Resposta:

O volume da piscina é:

$$V = 10 \cdot 6 \cdot 1,6 = 96m^3 \tag{3.44}$$

Como um metro cúbico tem mil litros, logo o volume da será 96 mil litros.

b) Determine quantos ladrilhos quadrados com 20cm de lado são necessários para ladrilhar essa piscina.

Resposta:

As áreas das laterais e do fundo:

$$2 \cdot (10 \cdot 1,6 + 6 \cdot 1,6) + 10 \cdot 6 = 111,2m^2 \tag{3.45}$$

Como os ladrilhos cobrem:

$$0,2 \cdot 0,2 = 0,04m^2 \tag{3.46}$$

Logo a quantidade ladrilhos necessários são:

$$111,2 : 0,04 = 2780 ladrilhos \tag{3.47}$$

As aplicações 4, 5 e 6 apresentadas foram retiradas do livro de Muniz (2013), o referido livro é utilizado pelo programa PROFMAT na disciplina de MA 13 - Geometria.

Foi com grande satisfação que organizei o conteúdo de prisma e exemplos de algumas aplicações, pois é um conteúdo que envolve conceitos planos e espaciais através de algumas ideias intuitivas. As aplicações demonstram bem a necessidade do entendimento e da utilização do conteúdo para resolução de situações-problemas do dia-a-dia e também de situações mais complexa.

4 Atividades práticas

As atividades práticas diversificadas elencadas a seguir podem ser adicionadas à sequência didática do professor de Matemática, relacionada ao conteúdo de prisma como atividades de aplicação e/ou de exercitação. Mas o que é uma sequência didática? Zabala (1998, p. 18) define sequência didática como "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos". Segundo Peretti (2013, p. 6) "para haver sequência didática é necessário apresentar ao aluno atividades práticas, lúdicas com material concreto e diferenciado apresentando desafios cada vez maiores aos alunos permitindo a construção do conhecimento".

Esse estudo aponta o uso de estratégias diversificadas no ensino da Matemática, como algo que possibilita o aluno sair da rotina, lousa e caderno, para aulas diferentes, com mais visualização e ação, envolvendo tecnologia, material concreto ou jogo, atividades práticas direcionadas ao entendimento do conteúdo de prisma. Dando a devida importância a sequência didática, conforme Zabala (1998, p. 78) "o que convém é examinar o sentido total da sequência e, portanto o lugar que ocupa cada atividade e como se articula e estrutura nesta sequência, com o objetivo de prever quais são as atividades que é preciso modificar ou acrescentar". Uma sequência didática deve ser estabelecida para o estudo de um conteúdo, buscando uma continuidade coerente das atividades que envolvem a teoria, a prática até a avaliação. Segundo Zabala (1998, p. 82) "para que a ação educativa resulte no maior benefício possível, é necessário que as atividades de ensino/aprendizagem se ajustem ao máximo a uma sequência clara com uma ordem de atividades que siga um processo gradual".

E ainda diz o papel essencial ao educador:

> [...] ajuda a detectar um conflito inicial entre o que já se conhece e o que se deve saber, que contribui para que o aluno se sinta capaz e com vontade de resolvê-lo, que propõe o novo conteúdo como um desafio interessante cuja resolução terá alguma utilidade, que intervém de forma adequada nos progressos e nas dificuldades que o aluno manifesta, apoiando-o e prevendo, ao mesmo tempo, a atuação autônoma do aluno. (ZABALA, 1998, p. 63)

As atividades práticas que incluem tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo, contemplam diversas características favoráveis a uma sequência didática, segundo a minha experiência e dos autores citados, elas promovem a autoconfiança, a autonomia e as habilidades cognitivas, auxiliam na dinâmica em aula com desafios diferentes, desenvolvem a interação professor/aluno e a relação conteúdo/aluno, dentre muitas outras vantagens. Encaixando-se às exigências necessárias para serem introduzidas numa sequência didática. Peretti (2013, p. 14) disse "compete ao professor ressignificar a acepção do ensino-aprendizagem desta disciplina (Matemática) e descobrir novos e detalhados materiais para inserir em seu planejamento, na sua sequência didática".

Segundo Zabala (1998, p. 54) se faz indispensável "a identificação das fases de uma sequência didática, as atividades que a conformem e as relações que se estabelecem deve nos servir para compreender o valor educacional que elas têm, as razões que a justificam e a necessidade de introduzir mudanças e atividades novas que a melhorem". A sequência didática é um processo que envolve todas as atividades a serem realizadas (desde a exibição do conteúdo, passando pela prática até chegar a sua avaliação) em situações significativas, funcionais e principalmente interligadas.

As atividades práticas sugeridas neste capítulo, logo a frente, podem ser introduzidas numa sequência didática sobre prisma, a sua área e o seu volume, elas usam recursos didáticos cheios de benefícios, evidenciados anteriormente, agindo nas relações entre o professor/alunos/conteúdos no processo ensino e aprendizagem.

O que este TCC expõe, juntamente com grandes pesquisadores da educação, é a utilização de atividades práticas diversificadas nas aulas, sendo elas trabalhosas de planejar e de executar, na tentativa de assegurar a compreensão e a estimulação dos alunos pelo ensino. Zabala (1998, p. 85) esclarece que "a partir de nossas propostas de trabalho aparecem, para os alunos, diferentes oportunidades de aprender diversas coisas e, para nós educadores, uma diversidade de meios para captar os processos de construção que eles edificam, de possibilidades de neles incidir e avaliá-los".

Focando no propósito da sequência didática, a diversidade deve existir, estabelecendo o lugar ocupado por cada atividade, articulando-as e estruturando-as nesta sequência, ou seja, não se deve aplicar atividades diversificadas aleatórias só por serem diferentes, elas têm que fazer parte de um todo. Zabala (1998, p. 85) observa que "frente a um modelo geralmente expositivo e configurador da denominada **aula magistral**, surgiu uma diversidade de propostas nas quais a sequência didática se torna cada vez mais complexa", ou seja, deve-se dar a devida atenção a cada atividade diversificada introduzida numa sequência didática, questionando se a sua utilização se faz necessária na sequência didática antes promovê-la. Ao elaborar uma sequência didática leve com conta às palavras de Zabala (1998, p. 86): "nem tudo se aprende do mesmo modo, no mesmo tempo nem com o mesmo trabalho".

Assim através de um bom planejamento da sequência didática, é possível atingir os objetivos almejados com a ajuda da diversificação das atividades práticas, pois os alunos exercitarão o conteúdo de prisma de modos diferentes, usando tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo, ajudando-o na compreensão e no progresso da sua aprendizagem.

Segue as atividades práticas sobre prismas envolvendo tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo.

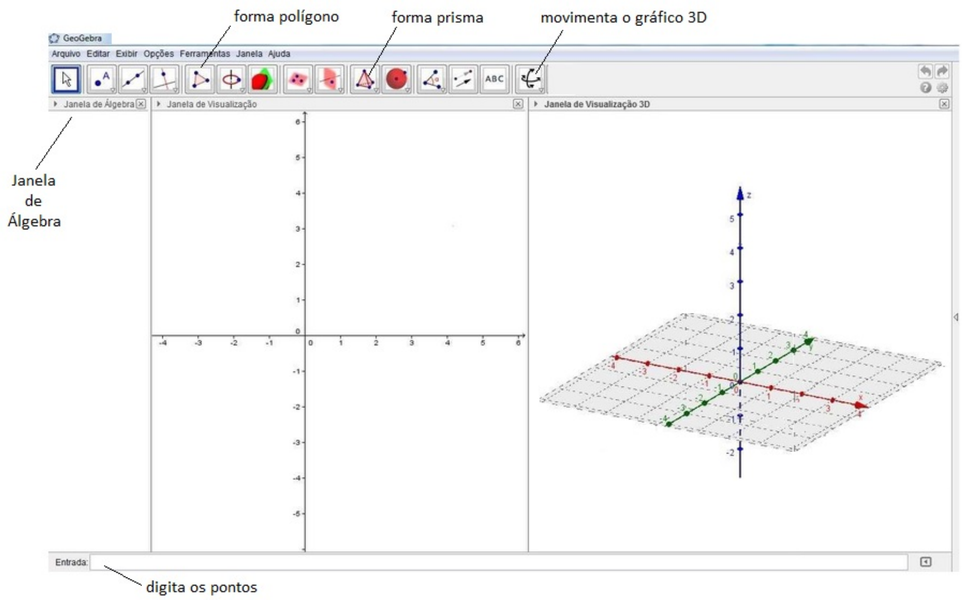
4.1 Atividade prática envolvendo tecnologia com o Geogebra

A tecnologia envolvida nessa atividade prática são os computadores do laboratório de informática com o programa Geogebra instalado, disponível no site <http:www.geogebra.org/>. Para a execução dessa atividade prática diversificada é necessário que os alunos já tenham estudado os **conteúdos**: elementos e características do prisma; área e volume de um cubo.

Os **objetivos** da aula são: entender e diferenciar as dimensões 2D e 3D; construir figura planas e espaciais no Geogebra; identificar as propriedades do prisma; efetuar cálculo de área e de volume de um cubo. A **quantidade** de aulas: no máximo três. Os **recursos** didáticos necessários: laboratório de informática com o programa Geogebra e o material do aluno.

Sobre a **organização didática** da aula: leve o aluno com o seu material escolar (caderno, lápis, borracha e canetas) para o laboratório de informática. Se for possível deixe os computadores com o programa Geogebra já aberto, se não tiver computadores para todos forme duplas. A Figura 13 mostra a página do Geogebra e traz algumas informações acerca dos ícones que serão utilizados.

Figura 13 – Programa Geogebra



Fonte: Elaborada pela autora.

Peça para os alunos acrescentarem a janela em 3D (aperte o ícone Exibir e depois em Janela de Visualização 3D). Converse sobre as diferenças dos gráficos (em relação aos eixos), sobre figura plana e espacial. É hora de construir:

1º Construção de três pontos: é só digitar um ponto de cada vez (a Figura 13 informa o local de digitar) e dar enter. Cada aluno pode criar os pontos, ou pode padronizar usando estes pontos A=(3,4), B=(-2,3) e C=(1,-2), vai aparecer nos dois gráficos. Forme um polígono ABC (ícones: <u>Polígono</u>, em seguida clique em cima dos pontos A, B, C e A). Note que no gráfico 3D, é automático a terceira coordenada ser considerada zero, ou seja, (3,4,0), (-2,3,0) e (1,-2,0). Movimente o gráfico em 3D (ícone: <u>Girar Janela Visualização em 3D</u>, em seguida clique em cima do gráfico 3D e movimente-o), note que a figura formada é plana. Sem apagar os três pontos construídos, faça outros três pontos, pedindo para que o aluno repita a segunda coordenada, exemplo: D=(3,4,4), E=(-2,3,3) e F=(1,-2,-2). Forme o polígono DEF no gráfico 3D. Movimente o gráfico 3D. Com três pontos se forma apenas uma figura plana. Em seguida delete os pontos E e F (clique com o mouse direito em cima do ponto, no gráfico 3D, e escolha apagar, assim o ponto será deletado);

2º Construção de uma figura espacial ou um sólido: com os pontos que ficaram (A, B, C e D), é só clicar no ícone <u>pirâmide</u>, em seguida em cima dos pontos que formaram a base (A, B, C e A) para depois clicar no ponto D, formando a pirâmide. Movimente o gráfico 3D, assim é possível ver que a figura é espacial, tem volume. Discuta sobre figura plana e espacial novamente: visualizando os dois gráficos (2D e 3D) e comparando-os;

3º Construção do cubo: peça para os alunos abrirem um novo arquivo, fechar o gráfico 2D para trabalhar só com o gráfico 3D, é hora de fazer um cubo a partir da escolha de dois pontos, **peça para que fixem zero para dois eixos e só mudem o valor de um eixo**, exemplo A=(0,4,0) e B=(0,1,0), para formar o cubo clique no cantinho direito do ícone <u>Pirâmide</u> e selecione o ícone <u>Cubo</u>, em seguida clique em cima dos pontos A e B, assim o cubo vai se formar. Com esses tipos de pontos os alunos conseguirão ver as medidas das arestas e não precisarão aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrá-las. Peça para os alunos movimentarem o gráfico 3D e fazerem os cálculos de área e volume do cubo. Em seguida clique no canto esquerdo do ícone <u>Janela de Álgebra</u>, vai aparecer três ferramentas, clique na primeira, ícone <u>Objetos Auxiliares</u>, assim aparecerá às medidas de cada aresta, a área de cada face e o volume, peça para eles conferir os resultados obtidos;

4º Construção de um prisma com qualquer base: peça para os alunos abrirem um novo arquivo e escolherem os pontos da base (**explique para os alunos que para formar o prisma é preciso que os pontos da base sejam coplanares**, peça para eles fixarem a ordenada de um dos eixos, exemplo: um quadrilátero de vértices A=(3,4,1), B=(-2,3,1), C=(1,-2,1) e D=(0, 1,-1,1) foi fixado a terceira coordenada para os quatro pontos). Marque outro ponto para indicar a distância entre as bases. Para formar o prisma clique no ícone <u>Prisma</u> (ele se encontra na mesma janela que o cubo) em seguida nos pontos da base fechando o polígono, e por fim ligue ao outro ponto marcado, assim o prisma irá se formar. Use a Janela de Álgebra novamente para examinar as medidas de cada aresta, a área de cada face e o volume. Peça para que os alunos se socializem, vejam os prismas construídos uns dos outros.

Para a próxima aula coloque essas perguntas em pedaços de papéis dentro de uma caixinha e sorteia-as. Cada aluno deve escolher uma pergunta, responder e passar a caixinha para o próximo. Perguntas:

a) Qual é a diferença entre as dimensões 2D e 3D?

b) Dê três exemplos de figuras planas?

c) Dê três exemplos de figuras espaciais?

d) O que achou mais interessante na aula usando o Geogebra?

e) Qual é a diferença entre pirâmide e prisma?

f) Vá à lousa e desenhe os três eixo e marque o ponto A = (3, -1, 4).

g) Diferencie ponto, reta, plano no prisma.

h) O hexágono é um sólido geométrico? Por quê?

i) O cubo é uma figura plana? Por quê?

j) A Matemática tem algum papel na evolução das tecnologias?

k) O que pode dizer sobre os jogos em 3D?

l) Como calcular a área de um cubo?

m) Como calcular o volume de um cubo?

n) A que significa pontos coplanares?

o) Como construir um prisma qualquer?

p) Como calcular a área de um prisma qualquer?

q) Como calcular o volume de um prisma qualquer?

Faça outras perguntas para complementar à quantidade de seus alunos, se necessário.

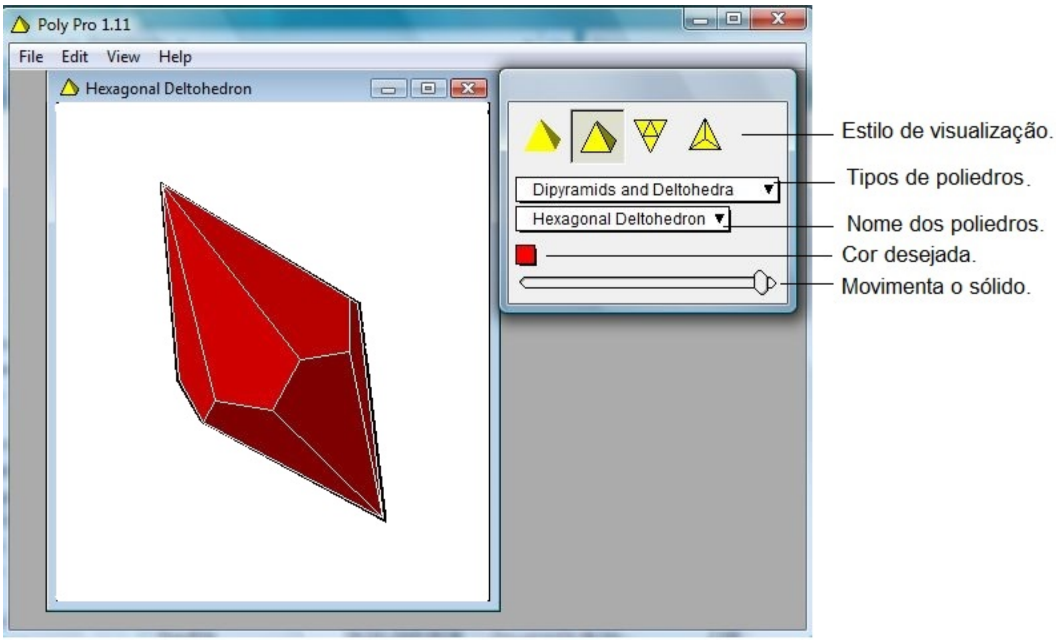
4.2 Atividade prática envolvendo tecnologia com o Poly

A tecnologia envolvida nessa outra atividade prática também são os computadores do laboratório de informática, mas dessa vez com o programa Poly instalado, disponível no site <http:poly-pro.softonic.com.br>. Para a execução dessa atividade prática diversificada é necessário que os alunos já tenham estudado os **conteúdos**: elementos e características do prisma; vértice, aresta e face; área e volume de um cubo.

Os **objetivos** da aula são: visualizar poliedros em 3D e sua planificação; diferenciar poliedros, bem como os polígonos que os formam; efetuar cálculos envolvendo área e volume de um cubo. A **quantidade** de aulas: no máximo duas. Os **recursos** didáticos necessários: material do aluno; laboratório de informática com o programa Poly; folha impressa do ANEXO A - Prismas no programa Poly.

Sobre a **organização didática** da aula: deixe o programa já aberto em todos os computadores, ao levar os alunos para o laboratório com o seu material escolar, mostre primeiramente como funciona o programa. A atividade pode ser feito em dupla se não tiver computadores suficientes. A Figura 14 mostra a página do Poly e traz algumas informações acerca dos ícones que serão utilizados.

Figura 14 – Programa Poly

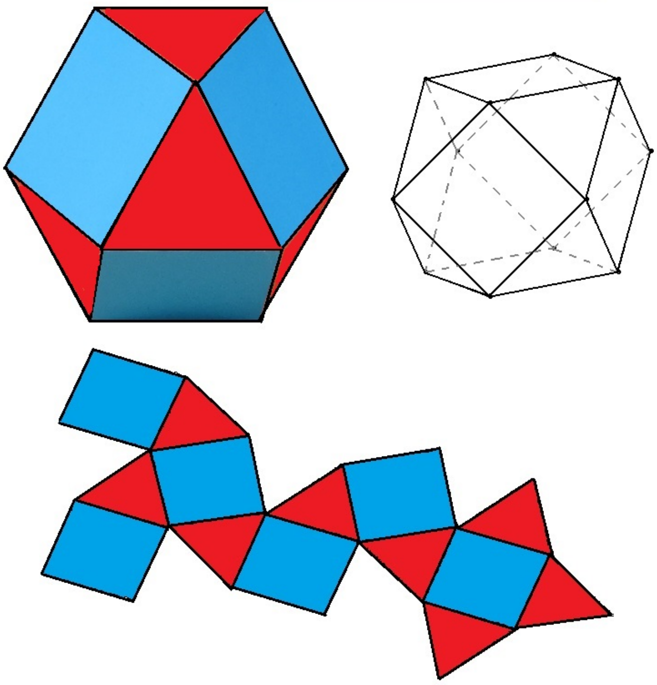


Fonte: Elaborada pela autora.

Espere os alunos se familiarizar com o programa, em seguida entregue as folhas (ANEXO A) com as questões a serem respondidas. Para encontrar as figuras em estudo no anexo, o aluno deve primeiramente escolher o tipo do poliedro para depois selecionar o nome do poliedro. As questões devem sere respondidas através da análise de cada poliedro. Veja a Figura 15, se trata do primeiro poliedro a ser investigado pelos alunos no programa

Poly.

Figura 15 – Cuboctaedro



Fonte: Elaborada pela autora.

Através do manuseio e da visualização do poliedro os alunos devem responder as questões relacionadas na Figura 16. Ou seja, informar os tipos de polígonos que formam o poliedro e suas quantidades, bem como a quantidade de arestas, faces e vértices (se os alunos não conseguirem visualizar bem essas informações, os lembre sobre a Relação de Euler). Por fim deve analisar se o poliedro em estudo é um prisma.

Figura 16 – Cuboctaedro - análise

1 – "Selecione Archimedean Solids" em seguida "Cuboctahedron":

a) Quais são os polígonos que formam o poliedro? Informe a quantidade, de cada um, dentro dos parênteses:

( ) triângulo ( ) quadrilátero ( ) pentágono ( ) hexágono

( ) octógono ( ) decágono

b) Nº de faces:_______ c) Nº de arestas:_______ d) Nº de vértices: _________

e) Esse poliedro é um prisma? Por quê? ____

____

Fonte: Elaborada pela autora.

Os alunos vão analisar mais três poliedros da mesma forma. As últimas questões do Anexo A são um pouco diferentes: a quinta questão envolvem cálculos e; a sexta e a sétima questão são para diferenciar, através da comparação, as formas de alguns poliedros. A Figura 17 mostra estas questões.

Figura 17 – Últimas questões - análise

5 – Selecione “Platonic Solids” em seguida "Cube":

a) Quais são os polígonos que formam o poliedro? Informe a quantidade, de cada um, dentro dos parênteses:

( ) triângulo ( ) quadrilátero ( ) pentágono ( ) hexágono

( ) octógono ( ) decágono

b) Nº de faces:_______ c) Nº de arestas:_______ d) Nº de vértices: _________

e) Nº de diagonais: ________ f) Esse poliedro é um prisma? ______

g) Sendo a aresta desse cubo igual a 4cm determine:

* a sua área da base:___________ * a sua diagonal: ___________

* a sua área total: ___________ * o seu volume: ___________

6 – Diferencie os poliedros:

Selecione “Prisms and Anti-Prisms” em seguida "Hexagonal Antiprism".

Selecione “Prisms and Anti-Prisms” em seguida "Hexagonal Prism".

____

7 – Diferencie os poliedros:

“Selecione Prisms and Anti-Prisms” em seguida "Pentagonal Prism".

“Selecione Johnson Solids” em seguida "Pentagonal Pyramid".

____

Fonte: Elaborada pela autora.

Recolha as fichas no final da aula. Corrija e entregue de volta para os alunos, é importante fazer as devidas intervenções quando devolver, tais como: o que acharam do programa?; foi interessante a visualização e o entendimento das propriedades de um prisma?; o que foi mais difícil de realizar?; ...

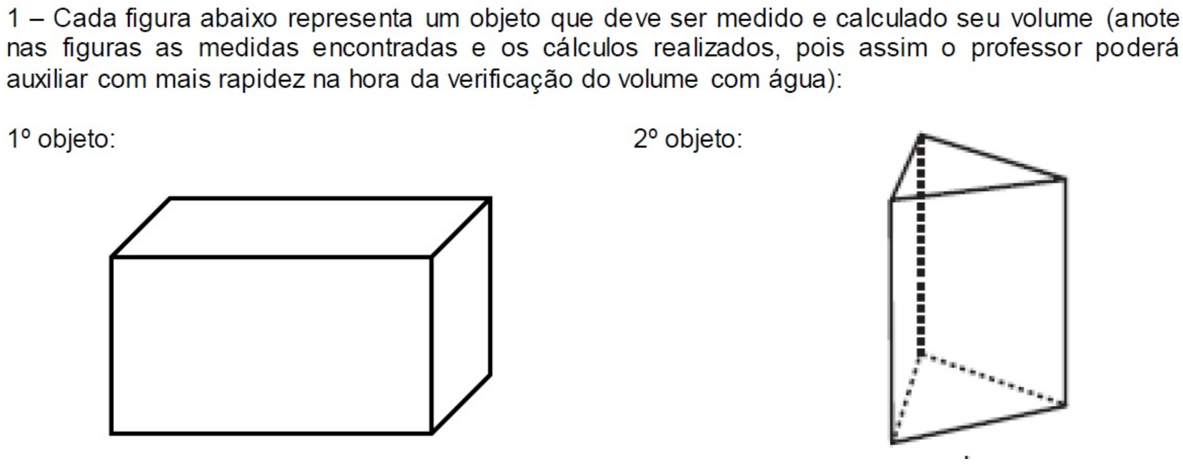
4.3 Atividade prática envolvendo material concreto ou manipulativo

O material manipulativo escolhido foi: medições com trena (ou régua) e verificação de volume com água em recipientes com formato de prisma. Para a execução dessa atividade prática diversificada é necessário que os alunos já tenham estudado os **conteúdos**: área e volume de prismas.

Os **objetivos** da aula são: diferenciar os prismas; calcular área (da base) e volume de prismas; converter medidas de volume; medir e verificar o volume dos prismas (objetos) com água. A **quantidade** de aulas: no máximo três. Os **recursos** didáticos são: material do aluno; calculadora; trena, mas pode ser régua; 5 (cinco) recipientes com formato de prisma (caso não encontre os recipientes pode confeccioná-los com papel cartão e revesti-los com contact); 5 (cinco) medidores de líquidos, folha impressa do ANEXO B - Conferindo o volume de prismas.

Sobre a **organização didática** da aula: divida a turma em trio e peça para medirem os objetos escolhidos com formato de prismas, ou seja, as medidas necessárias para a realização do cálculo de volume, esse momento pode ser feito na sala de aula. Todos os objetos devem ser medidos pelos trios, eles devem revezar os recipientes para medi-los. Peça para os trios anotarem as medidas encontradas nos desenhos da folha impressa (Anexo B). A Figura 18 mostra o enunciado da atividade e dois prismas (objetos). Os objetos a serem medidos devem ter o formato dos prismas que estão no Anexo B, ou se o professor preferir pode mudá-los, redija outra folha de acordo com os objetos que têm disponíveis.

Figura 18 – Objetos concretos


1 – Cada figura abaixo representa um objeto que deve ser medido e calculado seu volume (anote nas figuras as medidas encontradas e os cálculos realizados, pois assim o professor poderá auxiliar com mais rapidez na hora da verificação do volume com água):

1º objeto:

2º objeto:

Fonte: Elaborada pela autora.

Após a realização das medidas, é hora de calcular o volume e também convertê-los em litros e/ou mililitros. Feito os cálculos passe para verificação dos volumes encontrados, faça isso de preferência fora da sala de aula, onde possa ser molhado. Entregue os medidores para os trios.

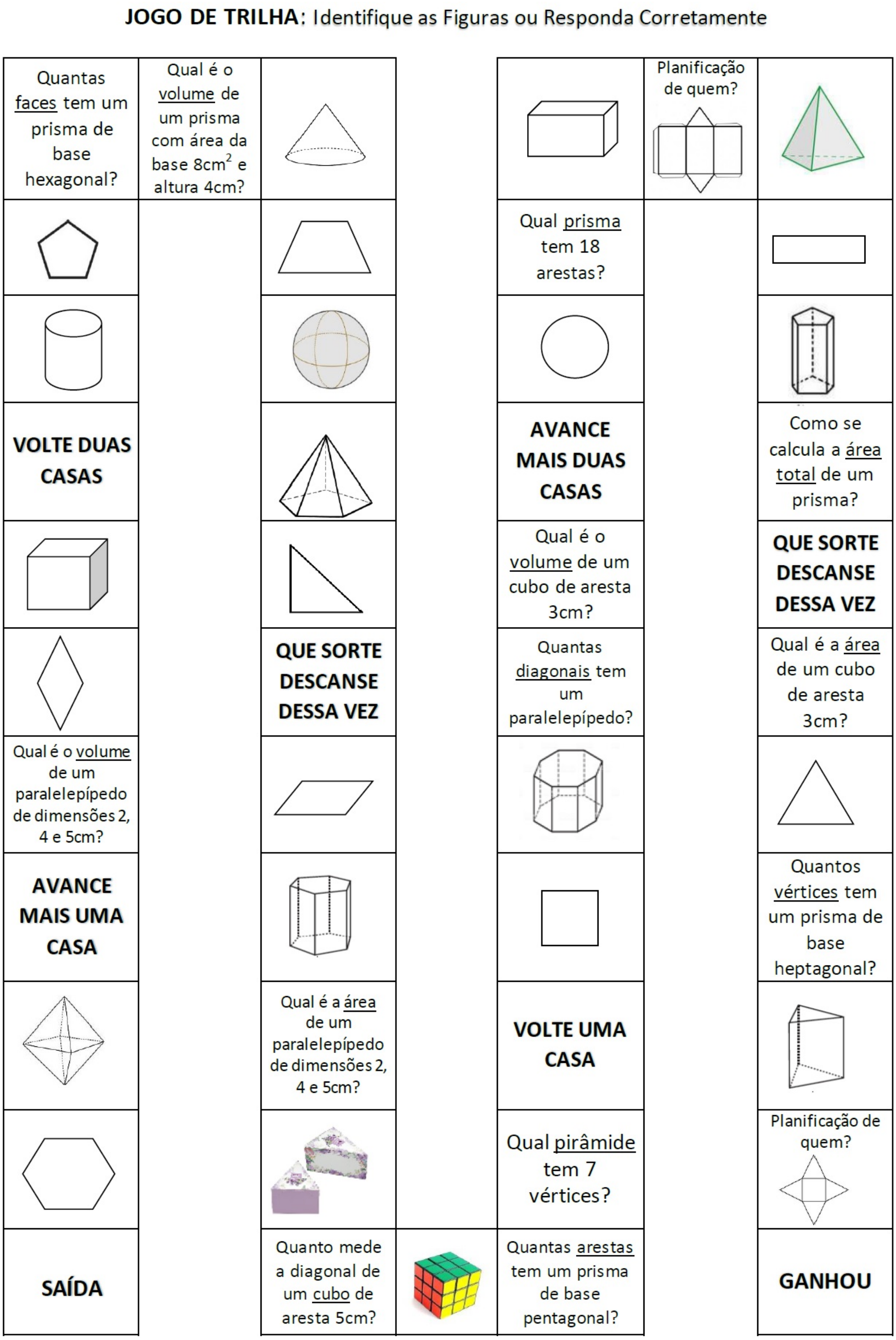
Peça para os trios escolherem um recipiente para confirmar o seu volume com água usando o medidor de líquidos. Deixe eles se socializarem controlando as bagunças excedentes. Se o volume de algum objeto, de um dos trios, não confere, ajude-os a encontrar o problema. Retorne para a sala de aula, faça as devidas intervenções, tais como: a conferência do volume se mostrou exata?; quais são as informações necessárias para efetuar um cálculo de volume?; como foi o desafio?; como foi a conversão de medidas (cm^3 para ml ou l) foi fácil?; ...

Recolha no final da aula as folhas com as anotações e cálculo dos alunos. É sempre bom acompanhar as evoluções e em especial os erros que são frequentes e que devem ser compreendidos para que o aluno não o cometa mais.

4.4 Atividade prática envolvendo jogo

O Jogo escolhido foi o de trilha. Para a execução dessa atividade prática diversificada é necessário que os alunos já tenham estudado os **conteúdos**: figuras planas e espaciais

Figura 19 – Jogo de trilha sobre prismas



Fonte: Elaborada pela autora.

(identificá-las e nomeá-las); características de figuras espaciais principalmente de prismas (aresta, diagonais, vértices e faces); cálculo de diagonal, área e volume de cubo, de paralelepípedo e de prismas.

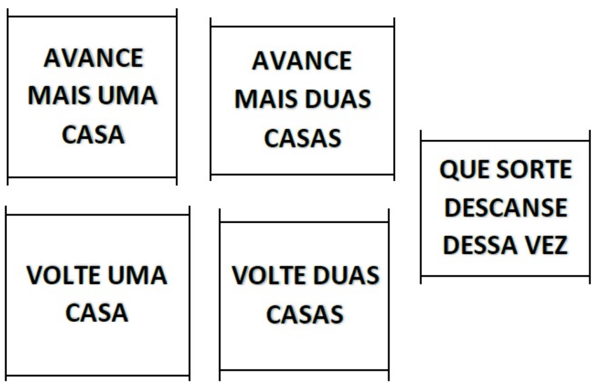
Os **objetivos** da aula são: identificar e nomear figuras planas e espaciais; caracterizar figuras espaciais principalmente prismas; realizar cálculo de diagonal, de área e de volume (de cubo, de paralelepípedo e de prismas). A **quantidade** de aulas: no máximo duas. Os **recursos** didáticos são: 5 (cinco) trilhas que é a Figura 19 (se for impressa no Excel, a trilha pode ficar do tamanho desejado, sem perder qualidade); 5 (cinco) gabaritos da trilha (ANEXO C - Gabarito da trilha sobre prismas), para o juiz do jogo (caso deseje colocar um monitor em cada grupo para manter a ordem ou evitar respostas erras e avanços equivocados); 5 (cinco) dados, ou seja, um para cada trilha; objetos pequenos para indicar a posição do aluno na tripla (pode ser uma borracha, apontador, etc); material do aluno.

Sobre a **organização didática** da aula: divida a turma em grupos de quatro alunos. Não é necessário ter juiz, mas pode ser utilizado um juiz em cada grupo (alunos monitores de outros períodos). Peça para cada grupo decidir a ordem dos jogadores, em seguida comece o jogo. Se a turma for pequena o professor consegue coordenar bem as respostas e os avanços dos grupos.

O jogo de trilha funciona da seguinte maneira: o primeiro jogador lança o dado e avança o número de casas que sair no dado, quando parar na casa vai deparar com uma situação a ser resolvida (ou uma figura para identificar ou uma pergunta para responder). Se acertar o que se pede ele permanece na casa, mas se errar ele volta uma casa e permanece nela até a sua próxima jogada. Os alunos devem marcar a casa onde permanece com um objeto pequeno. Assim o jogo segue com os próximos jogadores agindo do mesmo modo. A ordem dos jogadores devem perdurar a mesma até a última rodada, isso ocorre quando um dos jogadores ganhar.

Algumas casas são diferentes como mostra a figura 20.

Figura 20 – Trilha - casas diferentes



Fonte: Elaborada pela autora.

Quando o aluno parar nas casas volte uma casa, volte duas casas, avance mais uma casa e avance mais duas casas, deve fazer isso. Ao executar movimento e parar novamente, deve responder o que a casa pede, se acertar permanece na casa, mas se errar volta uma casa, conforme anteriormente.

A única casa que não precisa responder é que sorte descanse dessa vez.

Faça o jogo de trilha em forma de campeonato, classificando-se para semifinal e/ou final (depende do número de alunos da turma) os jogadores vencedores.

Retire alguns minutos no final da aula para dialogar com os alunos. Pergunte: o que acharam do jogo?; qual casa era mais difícil de responder?; as perguntas estavam de acordo com que aprenderam?; qual momento foi mais empolgante?;...

Essas atividades práticas diversificas elencadas são bem dinâmicas, apresentam ferramentas que motivam os alunos a participarem e desenvolvem a capacidade de compreensão. Todos os anos que leciono, para a 2ª Série do Ensino Médio o conteúdo de geometria espacial, organizo todas elas na minha sequência didática. Os alunos, principalmente do período noturno, demonstram um grande entusiasmo em resolvê-las, entendem melhor os conhecimentos novos, digo isso, pois vivenciei vários momentos e falas deles dentro e fora da sala.

Como se trata de uma proposta de ensino e não vão ser analisados dados estatísticos em relação a aplicação dessas atividades práticas de modo diversificado, deixo aqui a minha experiência de 8 anos, elas dão certo! É gratificante dar aulas de excelência, sentir que os alunos estão avançando intelectualmente, ou seja, melhorando a sua aprendizagem.

5 Considerações finais

Como é bom ensinar sempre dentro da zona de conforto, é possível manter a organização do conteúdo e da sala de aula. Com certeza trabalhar com atividades práticas diversificadas, envolvendo tecnologias, materiais concretos ou manipulativos e jogos, como estratégias de ensino é uma proposta que foge da rotina dessa zona de conforto. Os benefícios aqui expostos por vários pesquisadores e constatados por mim, nesses oito anos de docência no Ensino Médio, sobre o uso dessas ferramentas são bem claros, cada uma atua com a sua magia, com a sua forma de interagir o conteúdo com o aluno, contribuindo para a melhoria da aprendizagem dos discentes.

As tecnologias contribuem com a modernização das aulas, jeitos diferentes de estudar (ver, ouvir, manusear, executar e discutir), mostram que o professor e as aulas estão acompanhando as inovações (internet, *softwares*, programas), desenvolvem o aprendizado, as interações, as habilidades cognitivas, bem como a autonomia.

Os materiais concretos ou manipulativos contribuem com o seu apoio na transmissão dos conceitos abstratos, podem facilitar a compreensão dos estudantes que não conseguem entendê-los sem ver e/ou tocar, desenvolvem experiências concretas, sustentam o raciocínio lógico-matemático, auxiliam na construção/reconstrução de conceitos, fazem a ligação da Matemática com o dia-a-dia do aluno.

Os jogos contribuem com o resgate de atitudes de participação com interesse, diminuindo dificuldades, aquebrantando os bloqueios, desenvolvem várias habilidades, competências, o trabalho em grupo, a autoconfiança, o raciocínio lógico, provocam aprendizagem, estimula a linguagem matemática, ações ativas dos alunos, ajudam na interação com o conteúdo matemático.

As melhorias podem acontecer à medida que se coloca em prática tudo o que é idealizado. Escolhi pesquisar esses recursos didáticos por usá-los nas minhas aulas para diversificá-las, principalmente nas atividades de prática. Adquiri mais aprendizado com as leituras, pude comparar o que os teóricos escreveram com o que vivenciei em sala. Apurei que a minha proposta é viável, cada ferramenta defendida aqui mostrou o seu valor através de citações que eu tive o privilégio de constatá-los em sala de aula com as atividades práticas elencadas anteriormente e com muitas outras atividades (sempre organizadas numa sequência didática, pois as atividades práticas diversificadas não são dadas aleatoriamente)

Este é o lembrete de Lorenzato destinados aos professores que desejam lecionar Matemática com prazer: "A qualidade da aprendizagem dos alunos depende muito da qualidade do ensino que lhes é proporcionado". Ele relaciona bem as duas situações, para ter um ensino com aprendizagem devemos fazer a nossa parte, ou seja, ensinar e não dar aula.

A MP - Medida Provisória (BRASIL, 2016) que trata da Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral bem como mudanças no currículo do Ensino Médio, só entrará em vigor no segundo ano letivo subsequente à data de publicação da BNCC pelo MEC - Ministério da Educação. Ela permitirá que cada aluno escolha a(s) área(s) eletiva(s) de afinidade para completar a sua carga horária (semestral ou anual), que poderão contribuir para o seu futuro profissional.

As áreas eletivas deverão ser apresentadas como disciplinas, no começo do semestre ou ano, em forma de projetos aos alunos, mostrando o quê e como serão estudados os conteúdos. O profissional (não precisa ser professor) que desejar trabalhar com essas áreas eletivas, serão elas: Linguagens e suas tecnologias - que abrange as Línguas, Artes e Educação Física; Matemática e suas tecnologias que abrange apenas Matemática; Ciências da Natureza e suas tecnologias que abrange Biologia, Física e Química; Ciências Humanas e Sociais aplicadas que abrange Geografia, História, Sociologia e Filosofia; e Formação Técnica e Profissional abrange os Cursos Técnicos e seu Projeto de Vida. Além de elaborar o projeto o profissional terá de expô-lo detalhadamente, ou seja, todas as atividades a serem realizadas, para conquistar alunos para cursar a disciplina.

É nessa expectativa de ensinar um conteúdo de maneira atrativa, com diversas estratégias legais e eficientes, numa sequência didática adequada, que acredito na possibilidade de grandes transformações, quem sabe melhoras no método de ensino, pois as atividades práticas deverão ser bem organizadas e executadas por profissionais e por alunos interessados no assunto.

A MP poderá modificar a dinâmica nas escolas de Ensino Médio, muitas são as discussões sobre essa medida não se pode afirmar se conseguirão realmente colocá-la em vigor, existem vários problemas as serem enfrentados. Mas a ideia do planejamento das disciplinas eletivas, em forma de projetos com atividades variadas para estudar um determinado conteúdo, que seja mais ativo para o aluno, poderá mudar o conceito de que a escola é chata e repetitiva. Condizendo assim com o intuito dessa pesquisa que é propor maneiras diversificadas de praticar um mesmo conteúdo, adequando-as a uma sequência didática bem planejada, na busca pela superação das dificuldades e da compreensão dos conhecimentos, conseguindo alcançar os diferentes tipos de alunos melhorando sua aprendizagem.

As atividades práticas sobre prisma, aqui elencadas, são sugestões de estratégias de ensino envolvendo tecnologia, material concreto ou manipulativo e jogo, modos diferenciados de interagir o estudante com o conteúdo, que buscam atingir o entendimento cabal da maioria dos alunos. Elas foram bem planejadas, podem ser inseridas numa sequência didática relacionada a prisma e executadas se os recursos estiverem disponíveis na escola.

Gostaria que a pesquisa realizada levasse os professores de todas as áreas, não só de Matemática, a uma reflexão sobre sua pedagogia na sala de aula em relação às estratégias de ensino, mais especificamente às atividades práticas, da importância da diversificação dos meios de aprendizagem, devido àqueles alunos que têm dificuldade de compreender os conceitos abstratos, ou medo ou até mesmo por falta de interesse.

A expectativa é de adequação e de inovação no método de ensinar, do convencimento de que uma maneira só de trabalhar pode não atingir as particularidades apresentadas por certos estudantes, que é hora de ampliar as estratégias de ensinar principalmente na receosa disciplina de Matemática.

Em trabalhos futuros, pretendo coletar dados durante um ano, através da investigação de duas turmas da mesma série do Ensino Médio no colégio onde leciono. Quero intercalar o estudo de conteúdos matemáticos **com e sem** a diversificação das atividades práticas. Para uma turma ensinarei com a diversificação e para a outra não (apenas resoluções de atividades no caderno), ao mudar o conteúdo troco a maneira de trabalhar com a turma também, assim poderei avaliar o aprendizado das duas turmas com os dois métodos de ensino. Procurarei obter dados estatísticos do rendimento dos alunos, para divulgações posteriores.

Referências

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo - SP: IME - USP, 2007. 100 p. Citado na página 38.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília - DF: MEC, 1998. 174 p. Citado 3 vezes nas páginas 23, 32 e 33.

_____. **Resolução CEB Nº 3, de 26 de junho de 1998: Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília - DF: CEB/CNE, 1998. 7 p. Citado na página 25.

_____. **PCNEM Parte I - Bases Legais**. Brasília - DF: MEC, 2000. 109 p. Citado na página 22.

_____. **PCNEM Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília - DF: MEC, 2000. 58 p. Citado na página 22.

_____. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília - DF: MEC/SEB, 2006. 135 p. Citado na página 22.

_____. **PCNEM+ Orientações Educacionais Complementares - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologia**. Brasília - DF: MEC, 2007. 144 p. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 26.

_____. **Melhores práticas em escolas de ensino médio no Brasil**. Brasília - DF: Inep, 2010. 249 p. Citado na página 24.

_____. **Medida provisória nº746, de 22 de setembro de 2016.** Brasília - DF: Diário Oficial da União - Republica Federativa do Brasil, 2016. Citado na página 70.

_____. **Base Nacional Comum Curricular: Educacação é a Base - Ensino Médio**. Brasilia-DF: MEC, 2017. 576 p. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 34.

CABRAL, M. A. **A utilização de jogos no ensino de matemática**. Florianópolis - SC: UFSC, 2006. 52 p. Disponível em: <http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic{_}literatura/jogos/Marcos{_}Aurelio{_}C>. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 41.

CALDEIRA, M. F. T. H. **A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática**. 826 p. Tese (Doutorado) — Mágala - Espanha: Universidade de Mágala, 2009. Disponível em: <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/2240/1/FILOMENACALDEIRA.Importancia.Materiais.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

CAREY, B. **Como aprendemos: a surpreendente verdade sobre quando, como e por que o aprendizado acontece.** 1. ed. Rio de Janeiro - RJ: Elsevier, 2015. 240 p. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 38.

COSTA, F. J. M. Etnomatemática: metodologia, ferramenta ou, simplesmente, etnorrevolução? **Zetetiké – FE**, Campinas - SP, v. 22, n. 42, p. 181 – 196, 2014. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/322372793{_}Etnomatematica{_}metodologia{_}ferramenta{_}ou{_}simplesment>. Citado na página 30.

D'AMBROSIO, U. **Da Realidade à Ação - Reflexões sobre Educação de Matemática**. 1ª. ed. Brasil: Grupo Editorial Summus, 1986. 120 p. Citado na página 22.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. 3. ed. São Paulo - SP: Ática, 2016. 384 p. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 52.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo - SP: Paz e Terra, 1996. 144 p. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 30.

GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 9, p. 42 – 55, 2017. Disponível em: <https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v09a04-materiais-concretos-e-manipulativos.pdf>. Citado na página 35.

GRAVINA, M. A. O. et al. **Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação de professores de matemática**. 1. ed. Porto Alegre - RS: Evangraf, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.

IEZZI, G. et al. **Matemática: ciência e aplicações**. 9. ed. São Paulo - SP: Saraiva, 2016. 463 p. Citado 3 vezes nas páginas 44, 53 e 54.

KODAMA, H. M. Y. et al. **II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática: Jogos no Ensino da Matemática**. São José do Rio Preto - SP: IBILCE/UNESP, 2004. 19 p. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf>. Citado na página 38.

LARA, I. C. M. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª Série**. São Paulo - SP: Rêspel, 2003. 170 p. Citado 3 vezes nas páginas 37, 39 e 40.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do Ensino Médio**. 6. ed. Rio de Janeiro - RJ: SBM, 2006. 308 p. Citado na página 46.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas - SP: Autores Associados, 2010. 140 p. Citado 4 vezes nas páginas 23, 29, 30 e 37.

MARCONDES, C. A. S. et al. **Matemática**. 1. ed. São Paulo - SP: Ática, 2003. 424 p. Citado na página 47.

MARIOTTO, G. **Já entendi: a história da metodologia premiada: como aprender mais e melhor estudando sozinho**. São Paulo - SP: Planeta do Brasil, 2015. 208 p. Citado na página 26.

MATTOS, R. A. L. **Jogos e matemática: uma relação possível**. 155 p. Tese (Mestrado) — UFBA/Salvado - BA, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/11919/1/DissertacaoRobsonMattos.pdf>. Citado na página 40.

MISKULIN, R. G. S. **Reflexões sobre as tendências atuais da educação matemática e da informática**. 32 p. Tese (Doutorado) — UNICAMP, 1999. Citado na página 31.

MUNIZ, A. C. N. **Geometria**. 1ª. ed. Brasil: SBM, 2013. 427 p. Citado 7 vezes nas páginas 43, 48, 49, 50, 51, 52 e 56.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, p. 1–6, 2005. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4291874/mod{_}resource/content/1/Nacarato{_}eutrabalhoprimeironoconcre>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.

PAULISTA, U. E. **Uso de tecnologia no ensino melhora em 32% rendimento em matemática e física, aponta estudo**. Uol Educação, 2013. Disponível em: <http://educacao.uol.com.br/noticias/2013/02/04/uso-de-tecnologia-no-ensino-melhora-em-32-rendimento-em-matematica-e-fisica-aponta-estudo.htm>. Citado na página 32.

PEREIRA, G. H. A. **Geometria interativa: novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio**. 491 p. Tese (Mestrado) — Uberaba - MG: UFTM, 2016. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca{_}v2/get{_}tcc3.php?id>. Citado na página 36.

PERETTI, L. et al. Sequência Didática na Matemática. **REI - Revista de Educação do Ideau**, v. 8, n. 17, p. 14, 2013. Disponível em: <https://www.ideau.com.br/getulio/restrito/upload/revistasartigos/31{_}1.> Citado 3 vezes nas páginas 26, 57 e 58.

PONTES, V. A. **Materiais concretos: uma estratégia para o ensino aprendizagem de geometria plana e espacial no ensino médio**. 94 p. Tese (Mestrado) — São Luís - MA: UEMA, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca{_}v2/get{_}tcc3.php?id=161>. Citado na página 36.

RIBEIRO, C. R. J. **O Desafio de ser um professor reflexivo no século XXI**. Sorocaba - SP: [s.n.], 2015. 21 p. Citado 5 vezes nas páginas 23, 24, 25, 31 e 34.

ROCHA, H. R. **Uso de Jogos e Materiais Concretos no Ensino de Expressões Algébricas e Equações do 1º e 2º grau no Ensino Fundamental**. 116 p. Tese (Mestrado) — Goiânia - GO: UFG, 2017. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/7113>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 38.

ROLKOUSKI, E. **Tecnologia no ensino de matemática**. Curitiba - PR: InterSaberes, 2012. 146 p. Citado na página 32.

SANCHES, L. N. et al. Resenha do livro "A prática educativa" de Antoni ZABALA. **Revista Brasileira de Ciências do Esporte**, v. 23, n. 2, p. 195–205, 2002. Disponível em: <http://revista.cbce.org.br/index.php/RBCE/article/view/279/262>. Citado na página 30.

SANTOS, A. F. **Apresentação de alguns conteúdos matemáticos por meio do uso de jogos e seus debates**. Cassilândia - MS: UEMS, 2014. 50 p. Disponível em: <http://www.uems.br/biblioteca>. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

SCHLIEMANN, A. L. et. **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo - SP: Cortez, 1995. 208 p. Citado na página 35.

SIQUEIRA, A. C. N. **A educação sob o olhar docente**. Mogi Mirim – SP: [s.n.], 2016. 83 p. Disponível em: <http://espacoviverzen.com.br/wp-content/uploads/2017/06/Armando-Correa-de-Siqueira-Neto-Aaeducacao-sob-o-olhar-docente.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 23, 29, 30 e 38.

SMOLE, K. S. et al. **Jogos de matemática de 1º a 5º ano**. Porto Alegre - RS: Artmed, 2007. 144 p. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.

VASCONCELOS, C. C. Ensino aprendizagem da matemática: velhos problemas, novos desafios. **Revista Millenium**, nº20, 2000. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/Millenium{_}20.> Citado na página 24.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre - RS: ArtMed, 1998. 224 p. Citado 3 vezes nas páginas 26, 57 e 58.

Anexos

ANEXO A – Prismas no programa Poly

Figura 21 – Prismas no programa Poly

PROGRAMA POLY – PRISMA

Nome do(s) aluno(s): ____

1 – "Selecione Archimedean Solids" em seguida "Cuboctahedron":

a) Quais são os polígonos que formam o poliedro? Informe a quantidade, de cada um, dentro dos parênteses:

( ) triângulo ( ) quadrilátero ( ) pentágono ( ) hexágono
( ) octógono ( ) decágono

b) Nº de faces:_______ c) Nº de arestas:_______ d) Nº de vértices: _________

e) Esse poliedro é um prisma? Por quê? ____

____

2 – Selecione "Archimedean Solids" em seguida "Truncated Octahedron":

a) Quais são os polígonos que formam o poliedro? Informe a quantidade, de cada um, dentro dos parênteses:

( ) triângulo ( ) quadrilátero ( ) pentágono ( ) hexágono
( ) octógono ( ) decágono

b) Nº de faces:_______ c) Nº de arestas:_______ d) Nº de vértices: _________

e) Esse poliedro é um prisma? Por quê? ____

____

3 – Selecione "Prisms and Anti-Prisms" em seguida "Octagonal Prism":

a) Quais são os polígonos que formam o poliedro? Informe a quantidade, de cada um, dentro dos parênteses:

( ) triângulo ( ) quadrilátero ( ) pentágono ( ) hexágono
( ) octógono ( ) decágono

b) Nº de faces:_______ c) Nº de arestas:_______ d) Nº de vértices: _________

e) Esse poliedro é um prisma? Por quê? ____

____

4 – Selecione "Prisms and Anti-Prisms" em seguida "Pentagonal Antiprism":

a) Quais são os polígonos que formam o poliedro? Informe a quantidade, de cada um, dentro dos parênteses:

( ) triângulo ( ) quadrilátero ( ) pentágono ( ) hexágono
( ) octógono ( ) decágono

b) Nº de faces:_______ c) Nº de arestas:_______ d) Nº de vértices: _________

e) Esse poliedro é um prisma? Por quê? ____

____

5 – Selecione "Platonic Solids" em seguida "Cube":

a) Quais são os polígonos que formam o poliedro? Informe a quantidade, de cada um, dentro dos parênteses:

( ) triângulo ( ) quadrilátero ( ) pentágono ( ) hexágono
( ) octógono ( ) decágono

b) Nº de faces:_______ c) Nº de arestas:_______ d) Nº de vértices: _________

e) Nº de diagonais: _________ f) Esse poliedro é um prisma? ______

g) Sendo a aresta desse cubo igual a 4cm determine:

* a sua área da base: ____________ * a sua diagonal: ____________
* a sua área total: ____________ * o seu volume: ____________

6 – Diferencie os poliedros:

Selecione "Prisms and Anti-Prisms" em seguida "Hexagonal Antiprism".
Selecione "Prisms and Anti-Prisms" em seguida "Hexagonal Prism".

____

7 – Diferencie os poliedros:

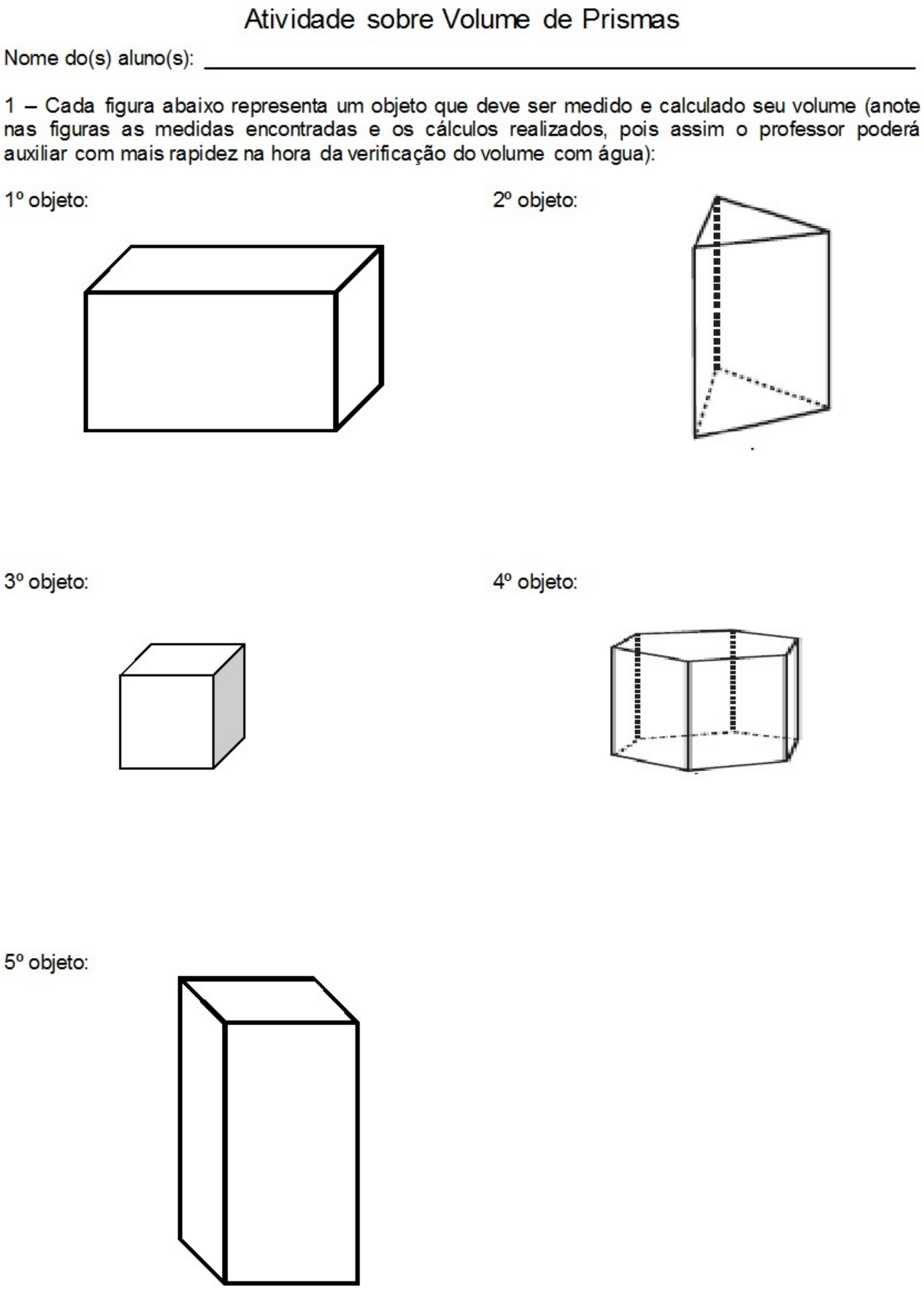
"Selecione Prisms and Anti-Prisms" em seguida "Pentagonal Prism".
"Selecione Johnson Solids" em seguida "Pentagonal Pyramid".

____

Fonte: Elaborada pela autora.

ANEXO B – Conferindo o volume de prismas

Figura 22 – Conferindo o volume de prismas



Atividade sobre Volume de Prismas

Nome do(s) aluno(s): ______________________________

1 – Cada figura abaixo representa um objeto que deve ser medido e calculado seu volume (anote nas figuras as medidas encontradas e os cálculos realizados, pois assim o professor poderá auxiliar com mais rapidez na hora da verificação do volume com água):

1º objeto:

2º objeto:

3º objeto:

4º objeto:

5º objeto:

Fonte: Elaborada pela autora.

ANEXO C – Gabarito da trilha sobre prismas

Figura 23 – Gabarito da trilha sobre prismas

GABARITO PARA O JUIZ DO JOGO

8 faces	$32cm^3$	Cone		Paralelepípedo	Prisma de base triangular	Pirâmide de base triangular ou tetraedro
Pentágono		Trapézio		Prisma de base hexagonal		Retângulo
Cilindro		Esfera		Círculo ou circunferência		Prisma de base pentagonal
VOLTE DUAS CASAS		Pirâmide de base pentagonal		**AVANCE MAIS DUAS CASAS**		$A_t = A_L + 2.A_B$
Cubo		Triângulo retângulo		$27cm^3$		**QUE SORTE DESCANSE DESSA VEZ**
Losango		**QUE SORTE DESCANSE DESSA VEZ**		4 diagonais		$54cm^2$
$40cm^3$		Paralelo-gramo		Prisma de base octogonal		Triângulo
AVANCE MAIS UMA CASA		Prisma de base hexagonal		Quadrado		14 vértices
Octaedro		$76cm^2$		**VOLTE UMA CASA**		Prisma de base triangular
Hexágono		Prisma de base triangular		Pirâmide de base hexagonal		Pirâmide de base quadran-gular
SAÍDA		$5\sqrt{3}cm$	Cubo	15 arestas		**GANHOU**

Fonte: Elaborada pela autora.