Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal Fluminense

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

HAMANDA DE AGUIAR PEREIRA

O USO DE DESENHOS ANIMADOS NO AMBIENTE ESCOLAR: EXPLORANDO MATEMÁTICA POR MEIO DE NARRATIVAS

Orientador:
Humberto José Bortolossi

NITERÓI
AGOSTO/2019

Hamanda de Aguiar Pereira

O Uso de Desenhos Animados no Ambiente Escolar: Explorando Matemática por Meio de Narrativas

Niterói – RJ

Agosto / 2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca de Pós-graduação em Matemática da UFF

P436 Pereira, Hamanda de Aguiar

O Uso de Desenhos Animados no Ambiente Escolar: Explorando Matemática por Meio de Narrativas / Hamanda de Aguiar Pereira. – Niterói: [s.n.], 2019.

62 f.

Orientador: Humberto José Bortolossi

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) – Universidade Federal Fluminense, 2019.

1. Narrativas. 2. Uso de vídeos. 3. Ensino e Aprendizagem de Matemática. I. Título.

CDD: 510.7

Hamanda de Aguiar Pereira

O Uso de Desenhos Animados no Ambiente Escolar: Explorando Matemática por Meio de Narrativas

Dissertação apresentada à Coordenação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal Fluminense para a obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientador:
Humberto José Bortolossi

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

Niterói – RJ

Agosto / 2019

Dissertação de Mestrado Profissional sob o título *"O Uso de Desenhos Animados no Ambiente Escolar: Explorando Matemática por Meio de Narrativas"*, defendida por Hamanda de Aguiar Pereira e aprovada em 30 de agosto de 2019, em Niterói, Rio de Janeiro, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Humberto José Bortolossi
Doutor em Matemática pela PUC-Rio
Orientador

Eduardo Teles da Silva
Doutor em Matemática pela PUC-Rio

Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa
Doutora em Matemática pela Universidade de Aveiro

Miriam del Milagro Abdón
Doutora em Matemática pelo IMPA

Dedico este trabalho aos meus pais, por todo amor que me dão e pelo esforço para me oferecer sempre o melhor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar a Deus, que esteve comigo em todos os momentos me dando forças e me ajudando a seguir em frente.

Aos meus pais, que são os responsáveis pela maior herança da minha vida: meus estudos.

À minha irmã Eugênia, por sua ajuda em diversos momentos.

Ao meu orientador Humberto Bortolossi, que tanto auxílio ofereceu para que este trabalho fosse concluído com êxito.

Aos meus professores e colegas do PROFMAT–UFF, que deram uma grande contribuição à minha formação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original.

(Oliver Wendell Holmes Jr.)

Resumo

Nesta última década, ocorreu um aumento notável na produção de materiais audiovisuais (documentários, animações, filmes e curtas) relacionados com Matemática e Estatística. Com o objetivo de potencializar o escopo didático para além da simples exibição, um grupo de professores, alunos de graduação e pós-graduação tem catalogado os vídeos disponíveis e elaborado material de apoio no formato de roteiros pelo projeto Cineclube de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense. Esta dissertação contribui, então, para esse projeto oferecendo dois roteiros detalhados para uso em sala de aula de animações com temática Matemática: "A Coelha e O Cervo" e "Homer^3". Cada roteiro inclui, entre várias informações, indicações de objetivos de aprendizagem que, em nossa opinião, podem ser alcançados por intermédio do vídeo e, também, uma proposta de questões que podem ser trabalhadas imediatamente após a exibição de cada vídeo. Mais do que um texto definitivo, espera-se que os roteiros sirvam como ponto de partida para que o professor faça adaptações e modificações de acordo com as necessidades e características de sua turma. Nosso trabalho apresenta também alguns recortes teóricos que procuram fornecer perspectivas diferentes sobre o papel da narrativa (*storytelling*) na sociedade humana. O objetivo é tentar enquadrar os motivos pelos quais um vídeo (uma forma poderosa de narrativa que une imagem e som) se constitui em um instrumento didático para o ensino e a aprendizagem da Matemática e da Estatística.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem de Matemática e Estatística, uso de vídeos em sala de aula, narrativa, *storytelling*, animação, Os Simpsons.

Abstract

In the last decade, there has been a remarkable increase in the production of audiovisual materials (documentaries, animations, films and short films) related to Mathematics and Statistics. With the aim of potentializing the didactic scope beyond the simple exhibition, a group of professors, undergraduate, and graduate students has cataloged the available videos and elaborated support material in the format of guidelines by the Film Society of Mathematics and Statistics Project of the Fluminense Federal University. This dissertation contributes to this project by offering two detailed guidelines for classroom use of animations in Mathematics: "Rabbit and Deer" and "Homer[3]". Each guideline includes, among various information, indications of learning objectives that, in our opinion, can be achieved through the video and, also, suggestions of questions that can be worked out immediately after each video is exhibited. More than a definitive text, it is expected that the guideline serves as a starting point for the teacher to make adaptations and modifications according to the needs and characteristics of his/her class. Our work also presents some theoretical highlights that seek to provide different perspectives on the role of narrative (storytelling) in human society. The goal is to try to frame the reasons why a video (a powerful form of narrative that unites image and sound) constitutes a didactic instrument for the teaching and learning of Mathematics and Statistics.

Keywords: teaching and learning of Mathematics and Statistics, use of videos in the classroom, narrative, storytelling, animation, The Simpsons.

Sumário

1 Introdução

1.1 Nossa proposta

Nesta última década ocorreu um aumento notável na produção de materiais audiovisuais (documentários, animações, filmes, curtas) relacionados com Matemática e Estatística: vídeos da TV Escola do Ministério da Educação; documentários da BBC (British Broadcasting Corporation) e PBS (Public Broadcasting Service); episódios da série "Isto é Matemática" apresentada por Rogério Martins; o canal "Numberphile" no YouTube com suporte do MSRI (Mathematical Sciences Research Institute); vídeos educacionais TED-Ed; curtas das séries "Dimensions" e "CHAOS" idealizadas e produzidas por Étienne Ghyz e colaboradores; alguns vídeos de "Os Simpsons"; apenas para mencionar alguns (Figura 1.1).

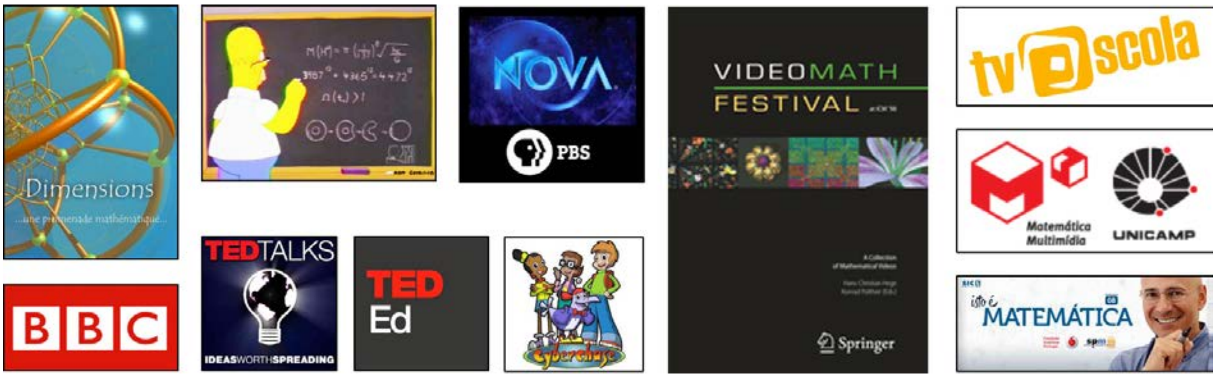


Figura 1.1: Algumas iniciativas na produção de materiais audiovisuais relacionados com Matemática e Estatística.

Nesse contexto, com o objetivo de potencializar o escopo didático para além da simples exibição com ênfase nos aspectos matemáticos e estatísticos, um grupo de professores, alunos de graduação e pós-graduação tem catalogado os vídeos disponíveis e elaborado material de apoio no formato de roteiros pelo projeto Cineclube de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense. Cada roteiro é dividido nas seguintes seções:

- **Ficha catalográfica**: faixa de classificação etária; idioma do áudio e das legendas; título original; gênero; duração; produtora e ano de produção; tópicos matemáticos abordados;

nível escolar sugerido; interdisciplinaridade; marcadores; competências e habilidades do ENEM em Matemática e Suas Tecnologias.

- **Imagens selecionadas**: seis imagens que permitem ao professor, visualmente, ter uma ideia do estilo do vídeo e, também, de seu conteúdo.
- **Sinopse**: uma breve descrição do conteúdo do vídeo sem *spoilers* (isto é, sem informações que poderiam estragar a apreciação do vídeo).
- **Alguns objetivos com os quais esse vídeo pode ser usado**: um parágrafo indicando alguns objetivos de aprendizagem que, em nossa opinião, podem ser alcançados por intermédio do vídeo.
- **Sensibilização**: um texto e uma ou duas imagens que podem ser usadas para confeccionar um cartaz de divulgação do vídeo na escola.
- **Sugestões de questões gerais**: uma proposta de questões que podem ser trabalhadas imediatamente após a exibição do vídeo.
- **Sugestões de questões específicas**: uma proposta de questões que para serem respondidas, se faz necessário que trechos específicos do vídeo sejam revisitados (os tempos dos trechos são indicados no roteiro).
- **Observações para o professor**: orientações didáticas, desdobramentos, curiosidades, materiais suplementares relacionados com o vídeo.
- **Outras informações**: bibliografia, agradecimentos, créditos.

Cabe ressaltar que, mais do que um texto definitivo, espera-se que os roteiros sirvam como ponto de partida para que o professor faça adaptações e modificações de acordo com as necessidades e características de sua turma.

1.2 Vídeos em sala de aula

O uso de vídeos em sala de aula não é uma novidade. Já na época dos antigos videocassetes a questão era considerada[a]. Moran (1995), por exemplo, já apontava para os usos inadequados, observações estas que continuam ainda válidas nos dias de hoje com vídeos *on-line*, em DVD ou *blu-ray* e em formato *streaming*:

- **vídeo tapa-buraco**: colocar vídeo quando há um problema inesperado, como ausência do professor;
- **vídeo enrolação**: exibir um vídeo sem muita ligação com a matéria;
- **vídeo deslumbramento**: o professor que acaba de descobrir o uso do vídeo costuma

[a]Ainda que, nesta época, existisse relativamente pouco material disponível para a área de Matemática.

empolgar-se e passar vídeo em todas as aulas, esquecendo outras dinâmicas mais pertinentes;

- **vídeo perfeição**: existem professores que questionam todos os vídeos possíveis porque possuem falhas de informação ou defeitos estéticos; não obstante, os vídeos que apresentam conceitos problemáticos podem ainda ser usados para, junto com os alunos, descobrir e analisar os erros existentes;
- **só vídeo**: não é didaticamente satisfatório exibir o vídeo sem discuti-lo, sem integrá-lo com o assunto da aula, sem reproduzir trechos com momentos mais importantes.

Outra referência clássica da época dos videocassetes é Ferrés (1996). Neste livro, o autor:

- **propõe uma sistematização para o uso didático de vídeos:** videolição, videoapoio, videoprocesso, programa motivador, programa monoconceitual, vídeo interativo;
- **estabelece critérios para a utlização didática do vídeo:** mudança de estruturas pedagógicas, o papel do professor, a formação do professor frente a este tipo de mídia, a relação didática do vídeo com outras mídias, etc.;
- **categoriza as diversas funções do vídeo no ensino:** função formativa/videodocumento, função motivadora/videoanimação, função expressiva/criatividade e videoarte, função avaliadora/videoespelho, função investigativa, função lúdica/o vídeo como brinquedo, função metalinguística, combinação e interação das funções previamente citadas;
- **dá sugestões práticas e técnicas para a exibição do vídeo:** preparação antecipada do local, disposição dos alunos de acordo com o tamanho da tela do televisor, problemas técnicos frequentes;
- **sugere abordagens pedagógicas após a exibição do vídeo:** comunicação espontânea dos alunos, reflexão crítica, pesquisa final e recapitulação, nuvem de palavras, entrevista com um especialista, gravação de pesquisa de opinião pública, manipulação de objetos, palavras-chave, resumo objetivo, recontar a história em grupo, desenho livre, desenho em quadrinhos, escrever uma carta, comunicação em duplas, interpelação em duplas, expressão corporal, cartazes e trabalhos em grupo, fotografia do ambiente, elaboração de um dossiê, tribunal e julgamento, criação de um mural, realização de uma colagem, Phillips 66, primeira exibição muda (sem som), interrupção da exibição, exibição invertida;
- **sugere várias pautas para avaliação do vídeo sob o ponto de vista didático:** tema, objetivos, formulação didática, estrutura, roteiro didático, formulação audiovisual, imagem como valor técnico, faixa sonora como valor técnico, interação dos elementos.

Desde então, vários trabalhos sobre vídeos no contexto escolar têm sido produzidos. Para o leitor interessado, indicamos: Polster e Ross (2012), Sklar e Sklar (2012), Machado e Mendes (2013), Napolitano (2013, 2015), Muzás (2015), Pellicer (2015), Reiser (2015), Santos (2015), Bulman (2017). Indicamos também quatro páginas *WEB* especializadas na Matemática dos filmes: *Mathematics in Movies* (<http://bit.ly/2OuJOUU>) mantida por Oliver Knill, do Departamento de Matemática da Universidade de Harvard (nos EUA); *Matemáticas en El Cine y en Las Series de T.V.* (<http://bit.ly/2yPI8Aa>), mantida por José María Sorando Muzás (na Espanha); *MMDB–The Mathematical Movie Database* (<https://bit.ly/2HurRY8>) mantida por Burkard Polster (Monash University) e Marty Ross na Austrália; e *Mathematical Fiction* <https://bit.ly/1kcpcAR> mantida por Alex Kasman (College of Charleston) nos Estados Unidos.

Entre as iniciativas governamentais do uso de vídeos em sala de aula, destacamos o projeto "O Cinema Vai À Escola – O Uso da Linguagem Cinematográfica na Educação" da Fundação para o Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo. De acordo com o *site* oficial (<http://bit.ly/2OnYXqT>), o projeto procura subsidiar a rede pública de ensino com materiais, equipamentos e acervos didáticos, fornecendo às escolas de Ensino Médio um conjunto de filmes de diferentes categorias e gêneros, em DVD, acompanhado de materiais de apoio à prática pedagógica. Os vídeos são principalmente produções cinematográficas do circuito comercial e os materiais de apoio incluem roteiros no formato PDF (<http://bit.ly/2F3hPMu>) e, também, vídeos tratando do universo dos vídeos (<http://bit.ly/2OorDA8>). Não obstante, observamos que, neste projeto, temas relacionados com a Matemática estão ausentes.

Por fim, registramos que o Whittier College nos Estados Unidos oferece uma disciplina de graduação, NTD 231 – *Numb3rs in Lett3rs & Fi1ms*, que explora a conexão entre a Matemática e as Artes criativas escritas/teatrais. Segundo o catálogo da instituição (<https://goo.gl/j5wtX4>), nessa disciplina, os alunos leem ficção e assitem a filmes nos quais os conceitos matemáticos fornecem a estrutura ou desempenham um papel central na peça criativa. Os alunos também estudam os tópicos matemáticos relacionados a esses trabalhos para entender melhor a intenção do autor. Detalhes da iniciativa podem ser encontrados no artigo Chabrán & Kozek (2015).

1.3 Concepção e divisão deste trabalho

Este texto está dividido da seguinte maneira: no Capítulo 2 descrevemos algumas perspectivas relacionadas com o conceito de narrativa (*storytelling*) na intenção de tentar enquadrar os motivos pelos quais um vídeo (uma forma poderosa de narrativa que une imagem e som) se constitui em um instrumento didático para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Os roteiros de dois vídeos (nos moldes descritos na seção anterior) são apresentados nos Capítulos 3 e 4. Experiências de uso dos vídeos e dos roteiros junto com algumas considerações finais são o tema do Capítulo 5.

Os Capítulos 1, 2 e parte do 5 foram redigidos de forma conjunta a partir de seminários realizados pelos mestrandos que trabalharam com a mesma metodologia acerca do uso didático de vídeos: André de Carvalho Rapozo, Fabiana Silva de Miranda, Hamanda de Aguiar Pereira, Karla Waack Nogueira, Keyla Lins Bruck Thedin, Luis Edmundo Carlos Pinto Dantas, Oswaldo dos Santos Azeredo Coutinho e Rodrigo Pessanha da Cunha. Os Capítulos 3, 4 e parte do 5 têm redação individual: mestrandos diferentes trabalharam com assuntos diferentes (Probabilidade e Estatística, Números e Medidas, Linguagem e Lógica Matemática, Fractais e Caos, etc.).

Por fim, indicamos que as respostas das questões propostas nos roteiros podem ser obtidas mediante solicitação para o e-mail <amec7a@gmail.com>.

2 Narrativas: Um Panorama

Neste capítulo, apresentamos alguns recortes que procuram fornecer perspectivas diferentes sobre o papel da narrativa (*storytelling*) na sociedade humana. O objetivo é tentar enquadrar os motivos pelos quais um vídeo (uma forma poderosa de narrativa que une imagem e som) se constitui em um instrumento didático para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Como aponta Gottschall (2013), *storytelling* é como gravidade: ela é esta força poderosa e abrangente que permeia nossas vidas e que acabamos por não perceber por estarmos tão habituados com ela. Vídeos (tema de nosso trabalho), quadrinhos, contos, piadas, parábolas (incluindo as religiosas), novelas, músicas, peças de teatro e *video games* são, todos, formas de narrativa que nos cercam e nos ensinam.

2.1 Narrativas e A História da Humanidade: Harari

Harari em seu livro "Sapiens: Uma Breve História da Humanidade" coloca o papel importante que a narrativa teve na evolução histórica dos seres humanos. De acordo com o autor, foi o surgimento da ficção que permitiu a cooperação humana em grande escala: um grande número de estranhos só pode cooperar de maneira eficaz se acreditar nos mesmos mitos, ou seja, histórias que existem na imaginação coletiva das pessoas. Formigas e abelhas também podem trabalhar juntas em grandes números, mas elas o fazem de uma maneira um tanto rígida, e apenas com parentes próximos. As religiões, as nações, o dinheiro, as leis, as culturas e as marcas são apenas alguns exemplos de realidades imaginadas que foram construídas e fortalecidas baseadas em mitos partilhados. Uma realidade imaginada não é uma mentira. Pelo contrário, é algo em que muitos acreditam e por essa razão, exerce influência sobre o mundo, molda comportamentos e preferências. A imensa diversidade de realidades imaginadas que os *sapiens* inventaram e a diversidade resultante de padrões de comportamento são os principais componentes do que chamamos "culturas". A partir da Revolução Cognitiva[a], as narrativas históricas

[a]Surgimento de novas formas de pensar e se comunicar, ocorrida entre 70 e 30 mil anos atrás, que pode ter sido causada por mutações genéticas acidentais que mudaram as conexões internas dos *sapiens*, possibilitando que pensassem de uma maneira sem precedentes e se comunicassem usando um tipo de linguagem totalmente novo.

substituem as narrativas biológicas como nosso principal meio de explicar o desenvolvimento do *Homo sapiens*.

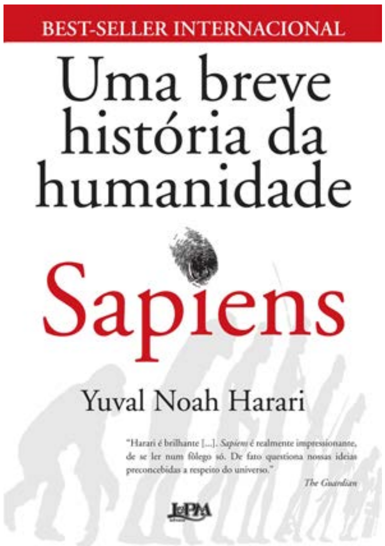


Figura 2.1: Capa do livro de Harari (2015).

2.2 Narrativas e A Neurociência: Zak

Uma outra explicação para a afinidade humana com *storytelling* se dá no campo da neurociência com a substância oxitocina[b] (um tipo de hormônio). Um dos principais pesquisadores desta área é o neurocientista americano Paul J. Zak, fundador do campo de estudo “neuroeconomia”.

O estudo do Dr. Zak busca entender um pouco mais sobre os efeitos da oxitocina. O que se sabia deste hormônio é que ele induzia as contrações no parto e a produção de leite na amamentação, além de ser liberado por ambos os sexos durante o ato sexual. Mas as perguntas que ele se fez foram: ”Por que os homens também a produziam?”e ”Qual era exatamente a sua importância?”. Sua busca por respostas resultaram no livro “A Molécula da Moralidade: As Surpreendentes Descobertas sobre A Substância que Desperta O Melhor em Nós”. Ele também tem divulgado seu trabalho por meio de palestras, como o vídeo TED “Confiança, Moralidade – e Oxitocina” (<https://goo.gl/PmzKve>).

[b] Alguns autores escrevem ocitocina no lugar de oxitocina.

Figura 2.2: Zak, seu livro e sua palestra TED sobre a oxitocina (2015).

O laboratório de Paul Zak foi o primeiro a descobrir que a oxitocina neuroquímica é sintetizada no cérebro humano e que essa molécula motiva a reciprocidade, isto é, mesmo sem contato visual, face a face, o hormônio da oxitocina parece sinalizar que o outro é familiar e confiável. Esse pequeno peptídio sintetizado no hipotálamo dos cérebros dos mamíferos pode ser identificado por meio das alterações no exame de sangue que refletem as alterações na produção cerebral.

Em seu trabalho “*Why Inspiring Stories Make Us React: The Neuroscience of Narrative*” (“Por que Histórias Inspiradoras Nos Fazem Reagir: A Neurociência da Narrativa”, tradução nossa) de 2015, Zak fez experimentos para verificar como o tipo de narrativa de um vídeo se correlaciona com a liberação de oxitocina e como a liberação de oxitocina se correlaciona com o grau de atenção de um indivíduo. A medição do nível de oxitocina foi feita por uma aferição indireta a cada milésimo de segundo via eletrocardiograma no nervo vago (descobriu-se que esse nervo está repleto de receptores de oxitocina). O nível de atenção foi medido pela aceleração do batimento cardíaco e pelo suor proveniente de glândulas écrinas na pele. O vídeo exibido contava uma história com arco dramático envolvente: um pai que aparecia falando de seu filho Ben com câncer terminal e a sua tentativa de superar seus medos e frustrações para conseguir conectar-se ao seu filho e desfrutar de sua companhia pelos meses que ainda tinha. O experimento verificou que a produção de oxitocina e a atenção estão correlacionadas com o grau de dramaticidade. Ao longo dos cem segundos do vídeo, observou-se que o nível de atenção aumentava e diminuia, com o cérebro ficando atento à história para, em seguida, fazer uma rápida pesquisa do restante do ambiente e, então, reorientar para a história à medida que a tensão aumentava. O pico de resposta da atenção ocorreu no clímax do vídeo, quando o pai de Ben revela que seu filho está morrendo.

Paul Zak (2015) conclui: “Narrativas que nos levam a prestar atenção e também nos envolvem emocionalmente são as histórias que nos movem para a ação. Isto é o que um bom documentário faz.” (tradução nossa). Assim, segundo o pesquisador, as narrativas convincentes causam liberação de oxitocina e, portanto, elas têm o poder de afetar nossas atitudes, crenças e comportamentos.

2.3 Narrativas, Matemática e A Língua Materna: Machado

Em sua palestra intitulada “A Narrativa em Matemática”, proferida na VIII Semana da Matemática / I Bienal de Matemática da Universidade Federal Fluminense em 2016, o educador Nilson José Machado analisa as correlações entre a Língua Materna (o Português, em nosso caso) e a Matemática, mostrando como uma faz uso da outra a todo momento e o papel das narrativas neste processo. No que se segue, nessa seção, apresentaremos algumas ideias apresentadas pelo autor nessa palestra.

Machado inicia observando que informações soltas, em geral, perdem o seu valor, enquanto narrativas encadeiam informações e criam elos cognitivos que constroem os significados mais marcantes, estabelecendo assim o conhecimento. Segundo Machado, a conexão entre “conhecimento” e “narrativa” é tão profunda que ambas as palavras têm um léxico comum: *gnarus* (em Latim).

A ideia de narrativa, destaca Machado, surge do diálogo entre as ideias de cadeia e de rede. Na rede, tudo está ligado, articulado. O encadeamento é a ideia cartesiana que segue uma linha: “se isso, então aquilo”. Atualmente, continua o autor, as pessoas tendem a dizer que as ideias cartesianas são ultrapassadas e que tudo está em rede, porém temos que pensar que até mesmo para falar precisamos de um encadeamento de ideias; do contrário, não formamos sequer uma frase. Quem conta uma história, encadeia, pois toda narrativa é um encadeamento.

Machado, em seguida, estabelece que o *conhecimento explícito* é aquele que, quando perguntados a respeito, respondemos imediatamente. Este tipo de conhecimento, acrescenta o educador, representa uma parte muito pequena de todo o conhecimento que adquirimos na vida. A maior parte de tudo o que sabemos não conseguimos expressar claramente e este é o *conhecimento tácito*. A narrativa combina os dois tipos de conhecimento: o tácito (que ele chama de “recheio da história”) e o explícito (que é a “moral da história”). Machado prossegue: a informação sem narrativa se perde, é como se fossem cenas isoladas. Informações isoladas de nada valem. O que não vira uma história para contar, morre. É preciso “linkar” as coisas, criar um roteiro, para que elas (as informações) permaneçam na memória.

Machado destaca, então, a importância das metáforas na construção do significado: quando encontramos algo que explica tão bem o que queremos, as coisas tornam-se claras de modo que não precisamos defini-las. De acordo com o pesquisador, há vários tipos de narrativas: binárias (que são as mais simples e polarizadas entre o “bem” e o “mal”), quaternárias (que são as que têm dois eixos) e as multifárias (mais complexas, sem definição explícita de bem e mal, e que são mais parecidas com a realidade).

Machado apresenta, na sequência, vários indícios de um “paralelismo” entre a Matemática e os Contos de Fadas em Língua Materna.

- Contos de Fadas são, em geral, binários, isto é, polarizados (o “bem” contra o “mal”); em Matemática, há também uma polarização: ou uma sentença matemática fechada é “verdadeira” ou ela é “falsa”.
- A palavra “contar” tem, por um lado, na Matemática, a noção de “enumerar” e, por outro, em Português, ela traz a ideia de “narrar” (entre outros significados).
- Os Contos de Fadas começam com “Era uma vez ...” e terminam com “E foram felizes para sempre!”; em Matemática, as demonstrações começam com “Seja ...” e terminam com “Como queríamos demonstrar!”.
- A Matemática, assim como os Contos de Fadas, fazem forte uso de abstrações. Por exemplo, não existem unicórnios nem círculos no mundo real (ambos são objetos abstratos). Contudo, frequentemente, a abstração na Matemática é vista como algo muito complicado, enquanto que, nos Contos de Fadas, ela é aceita de forma mais natural.
- Os significados, tanto na Matemática, como nos Contos de Fadas, devem passar por narrativas coerentes: é preciso contar bem a história, mesmo sendo ela uma demonstração, com começo, meio e fim.

Existem ainda outros aspectos comuns, complementa Machado: o tempo que tem que ser presente na história, mas que serve a qualquer tempo ou em qualquer época; a micromotivação que gera a macromotivação; a hermenêutica que não exclui a interpretação aberta; o genérico que trata do particular.

Por fim, Machado cita o filósofo britânico Bertrand Russell, ao colocar que o papel principal do professor é evitar duas coisas na mente dos alunos: a primeira são as *narrativas unárias*, aquelas nas quais se acredita que haja uma única verdade e que dão origem a dogmatismos e fanatismos; a segunda são as *narrativas binárias*, que levam aos extremismos ao não permitirem opções alternativas intermediárias (para mais detalhes, ver a referência Russell (2009)).

2.4 Narrativas e A Prova Matemática: Doxiadis e Mazur

O livro “Circles Disturbed: The Interplay of Mathematics and Narrative”, editado pelos professores Apostolos Doxiadis e Barry Mazur, e publicado pela Princeton University Press, em 2012, tem sua origem em uma conferência Mykonos, na Grécia, em 2005, com a formação do grupo THALES + FRIENDS. O grupo foi criado com o objetivo de transpor “o abismo entre a Matemática e as outras formas de atividades culturais”. A segunda conferência, que ocorreu em Delphis, em 2007, e contou com matemáticos, historiadores, filósofos, professores de Literatura e um romancista especialista em Matemática, focou em estudos sobre Matemática e Narrativa. Os trabalhos desta conferência tornaram-se a base para o referido livro, cujo título remete às palavras “Não perturbe meus círculos!” atribuída a Arquimedes antes de ser assassinado por um soldado romano em Siracusa.

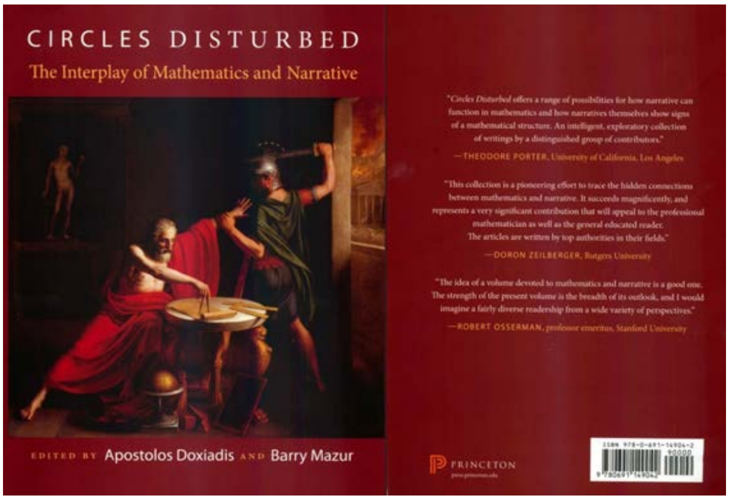


Figura 2.3: Doxiadis, Mazur e a estrutura narrativa da Matemática.

O Capítulo 10 do livro, “A Streetcar Named (among Other Things) Proof: From Storytelling to Geometry, via Poetry and Rhetoric” (“Um Bonde Chamado (entre Outras Coisas) Prova: Da Narrativa à Geometria, via Poesia e Retórica”), escrito por Apostolos Doxiadis, é o capítulo mais longo da obra, ocupando mais de cem páginas. Nele, o autor defende que a origem grega da maneira de se fazer e escrever provas que usamos hoje está relacionada com a narrativa, a narrativa poética e, sobretudo, com a retórica forense. Doxiadis sintetiza as várias conexões em um diagrama, conforme a figura a seguir. No diagrama, a flecha preta sólida denota influência direta e a pontilhada, indireta. A flecha cinza indica influências de domínio específico nos dois domínios em que a prova teve início.

Os termos “narrativa” e “história” são frequentemente usados intercambiavelmente, mas precisamos distingui-los, usando narrativa para denotar algo mais geral, ou seja, todas as histórias são narrativas, mas nem todas as narrativas são histórias. O termo narrativa denota um modo de comunicação cujo objetivo é representar uma ação bem como representar uma mediação simbólica entre o mundo das ações e o mundo das representações mentais. De acordo com Zacks, Tversky e Iyer (2001), "narrativas são discursos que descrevem uma série de ações", um ponto de vista compartilhado por Doxiadis.

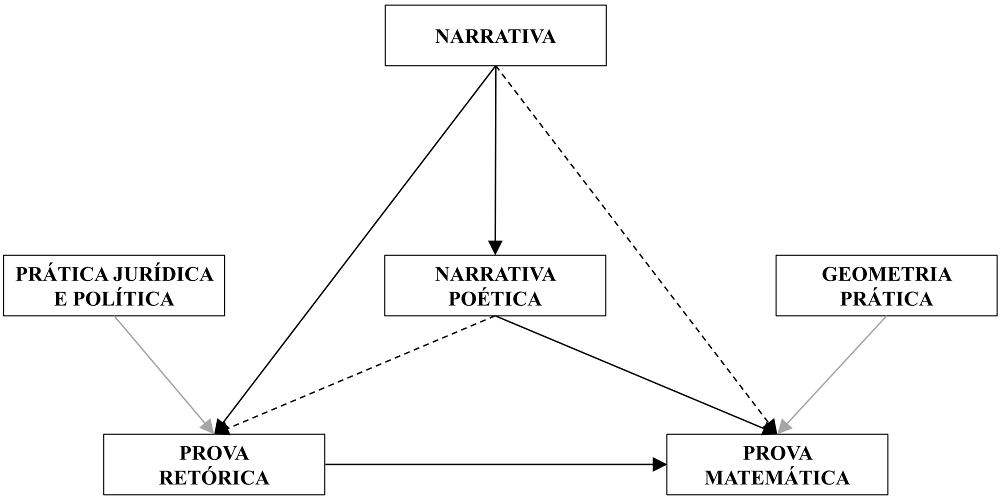


Figura 2.4: relações de práticas culturais que deram origem à prova matemática.

Por narrativa poética, o autor entende como aquela narrativa em prosa e verso desenvolvida na Grécia Antiga nos séculos VI e VII a.C. da qual fazem parte as epopeias de Homero e Hesíodo. Tais formas de narrativa dominaram a cultura grega e suas características serviram para a formação das formas narrativas subsequentes.

De acordo com Doxiadis, o estilo arcaico de narrativa, especialmente aquele encontrado nas epopeias, trabalha com uma combinação de mecanismos cognitivos inatos e os hábitos de uma prática de desenvolvimento cultural, unindo sentenças narrativas curtas com o objetivo de criar uma representação viva na mente do leitor. Na Idade Clássica, surge um novo estilo narrativo, a tragédia, que dá um novo formato à representação da ação por meio do uso da mimese (figura em que o orador imita outrem, na voz, estilo ou gestos, em discurso direto). Doxiadis coloca que "o desenvolvimento conjunto da tragédia e da retórica é parte da história maior das mudanças trazidas na vida das cidades-estados gregas pela transformação política, da tirania à oligarquia, para práticas mais participativas, a mais avançada das quais é a democracia". Central para essa transformação, continua Doxiadis, são formas de discurso culturalmente desenvolvidas cujo objetivo é a persuasão. A retórica, a arte da persuasão, também usa uma forma de prova, diferente, mas não em sua totalidade, da prova matemática. Existiram três gêneros de retórica na Antiguidade Clássica: cerimonial, política e judicial. A retórica cerimonial é usada em ocasiões festivas ou em exibições oratórias, a retórica política usada em assembleias e a retórica judicial usada pelos litigantes em uma corte judicial.

Por fim, a Geometria Prática é aquela evidenciada na Grécia Antiga, na qual as ferramentas básicas se resumiam à régua e ao compasso. Por volta do ano 900 a.C. podemos perceber a evidência de uma ferramenta semelhante a um compasso. Seria um pincel articulado que foi utilizado para desenhar em ânforas (vasos antigos). Vale ressaltar que muitas vezes uma ferramenta é criada para um determinado propósito, mas seus usuários a tornam mais sofisticada do que para aquilo que fora criada. Esta obra artesanal acabou sendo o mesmo desenho utilizado em muitas provas geométricas realizadas séculos depois.

2.5 Narrativas e O Ensino de Matemática: Zazkis e Liljedahl

Rina Zazkis e Peter Liljedahl da Simon Fraser University, no Canadá, escreveram o livro "Teaching Mathematics as Storytelling" que trata especificamente do uso de narrativas (*storytelling*) no ensino da Matemática. O livro apresenta storytelling em Matemática como um meio para se criar uma aula em que a Matemática seja apreciada, entendida e divertida. Os autores mostram como envolver os alunos nas atividades matemáticas por meio da narrativas. O texto apresenta vários tipos de narrativas que podem ser usadas em sala de aula: (1) narrativas que proporcionam uma trama ou plano de fundo para os problemas matemáticos; (2) narrativas que se entrelaçam profundamente com o conteúdo e que explicam conceitos e ideias; (3) narrativas que ajudam a resolver um problema ou a alcançar um melhor entendimento de uma solução; (4) narrativas na forma de problemas que propõem questões. Além disso, os autores apresentam um enquadramento teórico para a criação de novas narrativas, ideias para enriquecer e usar narrativas já existentes, bem como várias técnicas que tornam uma narrativa mais interativa e invocativa para o leitor. O livro é, assim, de interesse para quem ensina Matemática ou para quem forma professores de Matemática.

Ao longo dos seus 12 capítulos, o livro intercala justificativas e ponderações sobre o uso de *storytelling* no contexto escolar. Destacamos os seguintes trechos:

- O valor de uma história para o ensino está precisamente no poder de engajar as emoções dos estudantes e, de forma conjunta, suas imaginações no material curricular.
- O grande poder das histórias está em sua missão dupla: elas comunicam informação de uma forma memorável e delineiam os sentimentos dos ouvintes sobre a informação que está sendo comunicada.
- Contar uma história é estabelecer um significado e estabelecer significado é o fio condutor no ensino da Matemática, uma disciplina que é frequentemente percebido como uma

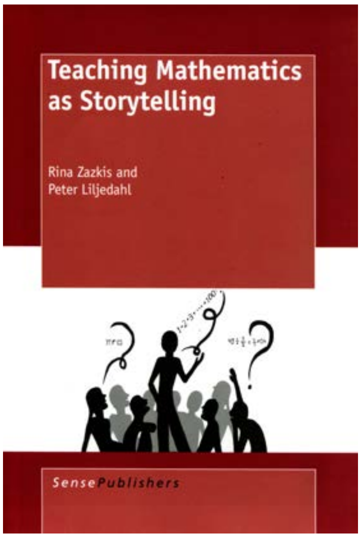


Figura 2.5: Zazkis, Liljedahl e o uso de narrativas no Ensino da Matemática.

mera manipulação de símbolos cujo significado está muitas vezes longe de estar claro para os estudantes.

- Usar histórias em sala de aula pode servir para muitos e diferentes propósitos. Histórias podem despertar interesse, ajudar na memorização e reduzir a ansiedade. Elas podem criar uma atmosfera confortável e de suporte na sala de aula, bem como estabelecer um relacionamento entre o professor e os estudantes.
- As escolas de hoje estão mais acostumadas com os *word problems* (problemas com palavras), primos distantes das boas histórias. Contudo, uma análise mais cuidadosa dos *word problems* revela que esses de fato não são histórias engajantes, pois foram desprovidos dos detalhes e emoções que ajudam a orientar os sentimentos dos ouvintes.

Os autores citam ainda os 10 benefícios enumerados por Haven (2000) sobre o uso de narrativas como ferramenta educacional:

- *Storytelling* é um elemento efetivo e poderoso no esforço de melhorar e desenvolver todas as quatro primeiras habilidades da linguagem (ler, escrever, ouvir e falar).
- Informações (tanto conceitos como fatos) são melhor lembradas e por mais tempo quando apresentadas em forma de narrativa.
- *Storytelling* é uma ferramenta de ensino multidisciplinar efetiva e poderosa que perpassa todo o currículo.
- *Storytelling* motiva positivamente os estudantes para o aprendizado.
- Narrativas focam a atenção e o aprendizado dos alunos e os motiva a procurarem estudar mais.
- *Storytelling* constrói efetivamente a autoconfiança e a autoestima do estudante.

- *Storytelling* envolve e desenvolve as habilidades ligadas à imaginação e à criatividade melhor do que qualquer outra atividade escolar.
- *Storytelling* envolve e entretém.
- *Storytelling* cria empatia e senso de conectividade.
- *Storytelling* melhora as habilidades de análise e resolução de problemas.
- *Storytelling* cria conexões valiosas com a comunidade e com a herança familiar.

2.6 Narrativas e Propaganda

Como coloca McSill (2013), desde tempos imemoriais, a estória[c] é utilizada como instrumento para ensinar, informar, entreter, reforçar crenças, dominar e, como se chama hoje, "fidelizar o cliente". Estudiosos da área de *marketing* colocam a narrativa como uma das pedras angulares da boa propaganda: se propaganda é a alma do negócio, então narrativa é a alma da propaganda.

Embora seja um livro destinado ao público de propaganda, Xavier (2015) discute as implicações educacionais de *storytelling*:

> *Pergunte a um professor qual é seu maior problema no exercício do magistério. A resposta mais ouvida certamente será o binômio desinteresse/desatenção. [...] Tudo começa com atenção, sem a qual o restante se inviabiliza. Se logo após a atenção inserirmos algum grau de afetividade (ou, se preferirmos, de emoção), estará aberto o caminho para uma identidade mais profunda entre comunicador e público. [...] A maneira de cumprir esse difícil percurso é contar uma boa história, que prenda a atenção, envolva com emoção, crie laços profundos com o público, una todas as pontas em um relato compreensível, seja apreciada e lembrada.*
>
> (Xavier, 2015)

Neste contexto, Xavier (2015) coloca o papel fundamental da narrativa (*storytelling*) em capturar e conduzir os capitais emocional, cultural e de atenção:

> *As pessoas estão à procura de conexões novas e emocionais. Elas procuram algo para amar [...] Só existe uma forma de prosperar como profissional de marketing na Economia da Atenção: parar de correr atrás de modismos e dedicar-se a estabelecer conexões consistentes e emocionais com os consumidores.*
>
> (Xavier, 2015)

Ao leitor interessado em mais detalhes sobre a questão da narrativa no âmbito da propaganda, recomendamos, portanto, a leitura dos livros Xavier (2015) e McSill (2013).

[c]Aqui, estamos usando "estória" seguindo o uso do próprio McSill (2013), mas o significado é o mesmo de "história". De fato, atualmente, os dois termos têm sido usado como sinônimos.

3 *A Coelha e O Cervo*

Faixa de classificação etária: Livre (IMDb).

Áudio: Sonoplastia (sem falas).

Título original: *Rabbit and Deer*.

Gênero: Animação.

Duração: 16 minutos, aproximadamente.

Produtora e ano de produção: MOME animation (2013).

Tópicos matemáticos abordados: Geometria Plana e Espacial (dimensões).

Nível escolar sugerido: Ensino Fundamental (I e II); Ensino Médio; Formação de Professores.

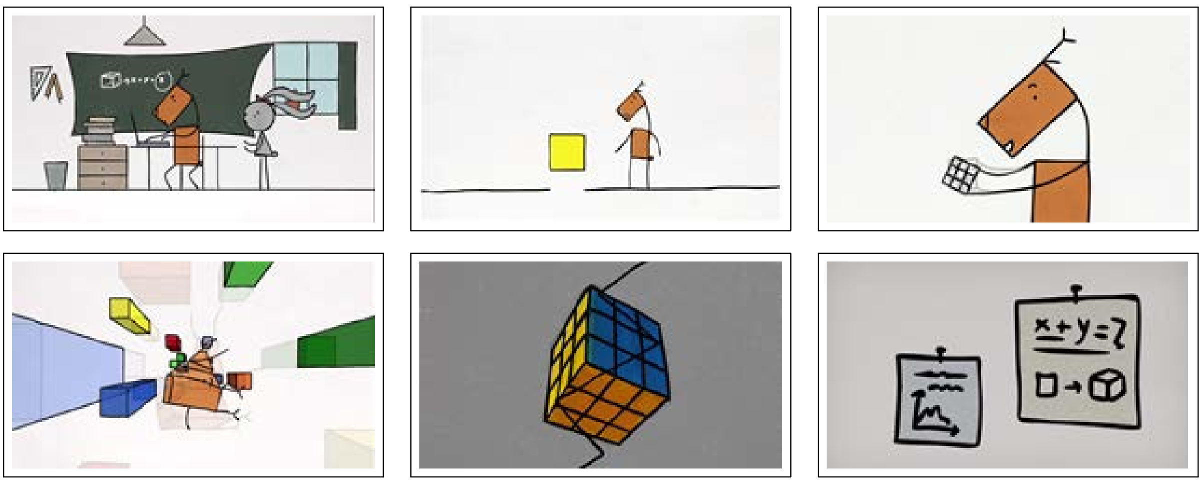
Marcadores: Animação; Geometria; Dimensões; 2D e 3D.

Competências e habilidades do ENEM em Matemática e Suas Tecnologias: H6, H7.

Link para o vídeo: <https://vimeo.com/52744406>.

Página web oficial: <https://cargocollective.com/rabbitanddeer>.

Imagens selecionadas



Sinopse

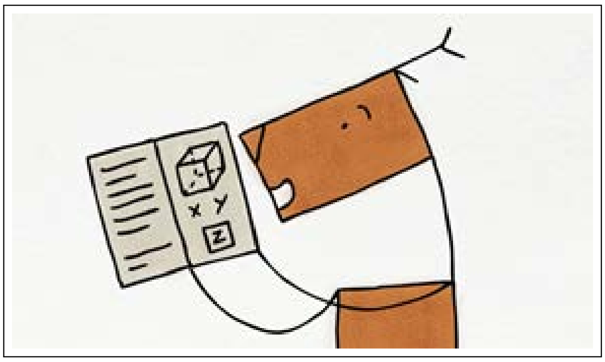
A coelha e o cervo vivem juntos e felizes em um universo plano, até que o cervo fica intrigado com um cubo mágico que aparece em sua TV quando esta se quebra. Com isso, o cervo fica obcecado em descobrir o mundo tridimensional. Um acidente o projeta para este universo e ele então se vê separado de sua amiga coelha. Veja como estes dois personagens resolvem essa situação nesse encantador curta metragem de Péter Vácz.

Alguns objetivos com os quais esse vídeo pode ser usado

O vídeo pode ser usado para motivar e introduzir os conceitos de duas e três dimensões, principalmente com crianças mais jovens.

Sensibilização (para montar um cartaz)

A coelha e o cervo vivem felizes até que sua amizade é posta à prova pela obsessão do cervo em encontrar um caminho para a terceira dimensão. Depois de um acidente, o cervo se depara com um mundo até então desconhecido para ele. A partir daí, os dois personagens se veem separados, em diferentes dimensões. Como esta amizade resistirá?

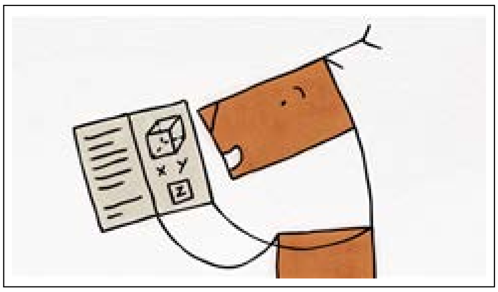


Orientações metodológicas gerais

- Você, professor, não precisa aplicar todas as questões aqui sugeridas. Dependendo do tempo disponível e da turma, escolhas ou modificações devem ser feitas. Sinta-se livre para fazê-las!
- Parece óbvio, mas vale o conselho: **sempre** assista ao vídeo antes de trabalhar com ele em sala de aula.
- Antes dos alunos assistirem ao vídeo, sugerimos que eles leiam as questões que serão trabalhadas.
- Nossa experiência mostra que os alunos ficam sempre mais motivados quando as atividades desenvolvidas fazem parte do sistema de avaliação.

Sugestões de questões gerais

1. Na sua opinião, o vídeo quer transmitir alguma mensagem? Qual?
2. No mundo bidimensional em que vivem a coelha e o cervo no início do vídeo, os personagens passam uns pelos outros, pela frente e por trás dos objetos. Supondo que, mesmo no mundo bidimensional, dois corpos não podem ocupar a mesma posição ao mesmo tempo, isto seria realmente possível em um mundo plano? E passar um braço por sobre o corpo? Como você acha que eles deveriam fazer para passar por alguma coisa que estivesse em seu caminho? E no mundo tridimensional?
3. No mundo bidimensional em que vivem a coelha e o cervo no início do vídeo, como eles veem um ao outro?
4. Na animação existem várias cenas com as quais se procura diferenciar características geométricas dos elementos que fazem parte da história quando estes estão em duas e em três dimensões. Destaque algumas destas características.
5. Após um sonho, o cervo começa uma pesquisa frenética em busca de algo. Qual objeto o instiga a pesquisar? O que ele busca?
6. Depois que o cervo e a coelha vão para o mundo tridimensional, em uma das cenas, aparece uma borboleta pousada na coelha. No vídeo, você diria que a borboleta está representada mais como um objeto semelhante à coelha bidimensional ou ao cervo tridimensional? Por quê?
7. Na sua pesquisa, o cervo consultou vários livros e se deparou com um desenho e as letras x, y e z. Por que, na sua opinião, o cineasta decidiu usar essas duas representações nesse ponto da história?

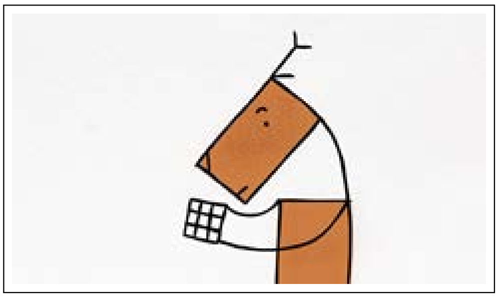


8. Do que você mais gostou no filme?
9. Se você fosse o diretor desta animação, você faria algo diferente? O quê?

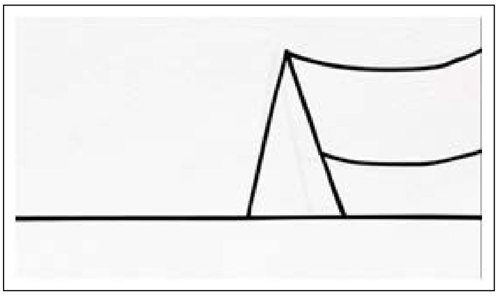
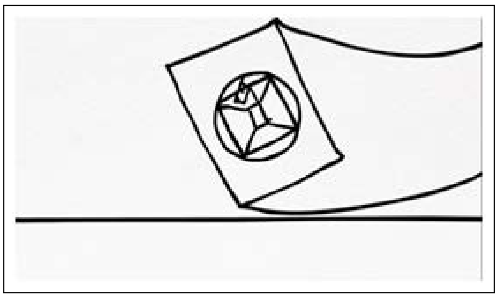
Sugestões de questões específicas

1. No momento em que a televisão quebra, surge uma imagem na tela (01:47-01:56). Na sua opinião, que objeto o cineasta quis representar?
2. Em seu sonho, o cervo interage com um quadrado (02:40-02:45). O que você acha que ele

está fazendo com o quadrado? Na sua opinião, qual é o objetivo do cineasta com esta cena?



3. Que figuras começam a surgir do chão depois que o cervo joga o quadrado no chão? Em que elas se transformam? (02:48-02:59)
4. O que o cervo acha em um dos livros que está estudando? Por que você acha que a letra z está destacada? (03:21-03:41)
5. No vídeo (04:15-04:19), o cervo desenha um círculo, com um "Cervo Vitruviano" no seu interior, usando um compasso. Em um mundo bidimensional, seria possível o cervo desenhar um círculo fazendo os movimentos que ele fez com o compasso, como mostra o vídeo? Na sua opinião, como seria possível fazer um desenho circular estando em duas dimensões? Como deveria ser o compasso e quais movimentos seriam possíveis?

6. Depois que a bebida cai no computador do cervo, ele recebe uma descarga elétrica e desaparece. Ao reaparecer, qual é o primeiro objeto que ele vê? Que diferenças você consegue ver no cervo antes e depois deste acontecimento? (05:28-06:06)

Observações para o professor

- Este curta-metragem já ganhou mais de 100 prêmios internacionais.
- No vídeo, o cubo colorido que aparece várias vezes é conhecido como o cubo mágico ou cubo de Rubik. Este quebra-cabeça 3D foi inventado em 1974 pelo escultor e professor de arquitetura húngaro Ernö Rubik. Resolvê-lo consiste em deixar cada uma de suas seis faces com uma única cor. Para isto, o usuário pode girar seus mecanismos. O matemático português Rogério Martins fala um pouco mais sobre o cubo mágico no vídeo <https://goo.gl/eQhDXo> da

série “Isto é Matemática”. Uma curiosidade: existem 43 252 003 274 489 856 000 posições diferentes para o cubo de Rubik (Bandelow, 1982). Uma versão interativa virtual do cubo de Rubik que pode ser executada em dispositivos modernos (incluindo *smartphones* e *tablets*) pode ser encontrada em <http://goo.gl/sc2qUL>.

Figura: Ernö Rubik (1944-) e o seu cubo mágico.

Fonte: Wikimedia Commons.

- Segundo o diretor Peter Vacz, em seu *blog* <http://vaczpeter.blogspot.com>, os protagonistas da animação foram inspirados nele mesmo (que segundo um amigo se parecia com um cervo) e em sua ex-namorada (que se parecia com uma coelha). Vacz começou a fazer ilustrações com esses dois animais com base nos momentos que compartilharam juntos e, então, percebeu que o que tornou os personagens tão especiais foram seus momentos felizes e suas brigas tolas, cenas de sua vida cotidiana.
- A música “Listen”, no encerramento do curta, foi inspirada e escrita para o filme, um pedido de Vacz ao seu amigo músico Mahdi Khene, que a enviou praticamente no dia seguinte ao pedido.

Listen	Escuta
Listen honey I’m sorry I’ve been gone I never meant to make you feel so lonesome, Sometimes, I recall, you tellin me, that when you were young... you thought you’ll end up alone.	Escuta, amor, me perdoa por ter partido. Eu nunca quis fazer você se sentir tão só. Às vezes, eu me lembro de você dizer que quando era jovem... Achava que acabaria sozinha.
Listen honey, I’m sorry I’ve been strange I never meant to take you for granted, sometimes I degrade into... somebody that I was, that never needed anyone.	Escuta, amor, me perdoa por ter estado estranho. Eu nunca quis te magoar. Às vezes, eu volto a ser do jeito que eu era... Alguém que nunca precisou de ninguém.

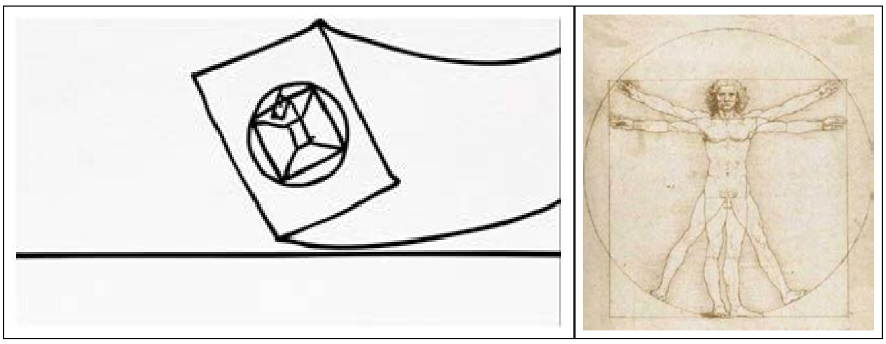
Transcrição e tradução: André de Carvalho Rapozo.

- Existem várias outras animações que tratam da questão da dimensão e que podem ser exibidas junto com “A Coelha e O Cervo”: “Homer3” do seriado “Os Simpsons”, “2-D Blacktop” do seriado “Futurama”, “Planolândia: O Filme” e “Dimensões” (<http://goo.gl/dgYi6S>).
- O clássico livro “Planolândia: Um Romance de Muitas Dimensões”, escrito em 1884 pelo professor, escritor e teólogo britânico Edwin Abbot (1838-1926), usa objetos e conceitos matemáticos e geométricos (incluindo questões de dimensão) como pano de fundo para expor, de forma satírica, um retrato da sociedade londrina e seus preconceitos. Sua tradução para o Português foi feita em 2002 pela Editora Conrad, cujo título permaneceu fiel ao original: “Planolândia: Um Romance de Muitas Dimensões”. O livro em Inglês está disponível em domínio público e pode ser acessado em: <http://goo.gl/1fAUwn>.

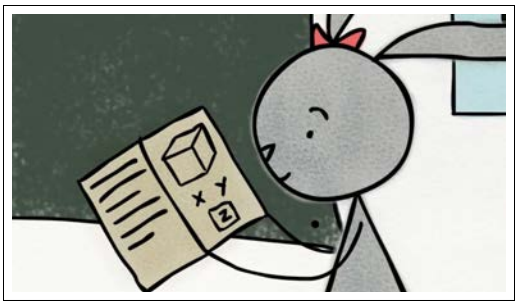
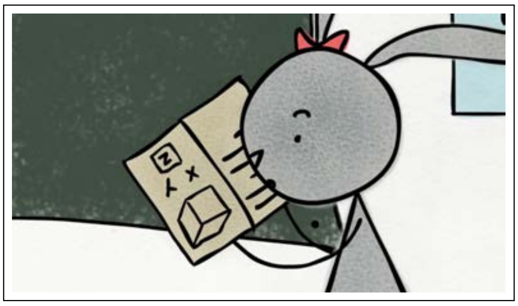
Figura: capa do livro *Flatland: A Romance of Many Dimensions* (edição de 1884).
Fonte: Wikimedia Commons.

Em 2008, foi publicada uma versão anotada com observações históricas e matemáticas escritas por Ian Stewart página por página (Abbott, 2008).

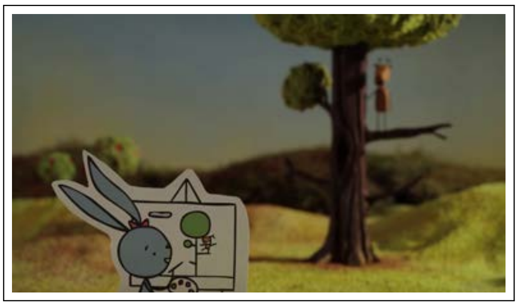
- O “Cervo Vitruviano” que aparece no vídeo (04:15-04:19) é uma alusão ao famoso desenho “Homem Vitruviano” de Leonardo da Vinci (1452-1519) que foi criado para ilustrar suas notas a respeito da obra “Os Dez Livros Sobre Arquitetura” do arquiteto romano Marcus Vitruvius Pollio (Século I a.C.). No Livro III, Vitruvius sugere as proporções do corpo humano. Cabe observar que nenhuma delas é o número de ouro.



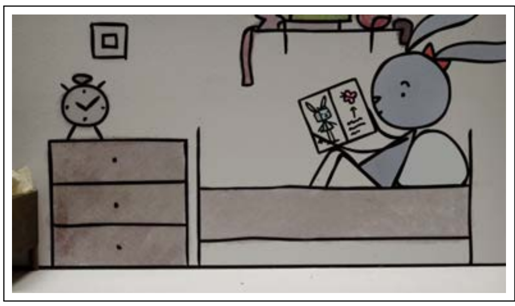
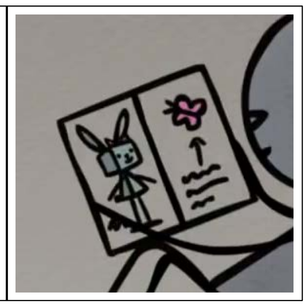
- Quando não se é iniciado em um determinado assunto, a interação com coisas desse assunto pode ser complicada. A cena do trecho (03:34-03:39) parece ilustrar isso: a Coelha aparentemente não vê diferença se a figura e a simbologia matemáticas de uma página de um livro de Matemática devem ser vistas ou não de cabeça para baixo. Outra interpretação para essa cena é que a Coelha adotou a sábia atitude de olhar um diagrama de vistas diferentes.

- No vídeo, a Coelha pinta dois quadros, um no início e outro no final. Aparentemente, sua experiência com o mundo 3D lhe ensinou técnicas de pintura em perspectiva (compare os tamanhos relativos do Cervo e da árvore nos dois quadros).

- No final da animação, o livro que a Coelha lê antes de dormir apresenta um desenho de uma coelha “3D” (a cabeça tem o formato de um cubo e o tronco tem o formato de uma pirâmide). A cena é rápida (14:47-14:48) e a separamos aqui.

Referências relacionadas

- Abbott, Edwin A. *Planolândia: Um Romance de Muitas Dimensões*. Tradução de Leila de Souza Mendes. São Paulo: Conrad, 2002.

- Abbott, Edwin A. *The Annotated Flatland: A Romance of Many Dimensions*. New York: Basic Books, 2008.
- Bandelow, Christoph. *Inside Rubik's Cube and Beyond*. Birkhäuser, 1982.
- Brasil. *Matriz de Referência para o ENEM*. Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 2009. Disponível em: <https://goo.gl/pGfzme>.

Referências sobre o uso de vídeos em sala de aula

- Ferrés, Johan. *Vídeo e Educação*. Segunda Edição. Artes Médicas, 1996.
- Napolitano, Marcos. *Como Usar O Cinema na Sala de Aula*. Editora Contexto, 2003.

Concepção

Hamanda de Aguiar Pereira, André de Carvalho Rapozo

Revisão

Andreza da Costa Gonçalves, Bruna Luiza Oliveira da Silva, Tahyz Gomes Pinto,
Fabiana Silva de Miranda, Karla Waack Nogueira, Keyla Lins Bruck Thedin,
Luis Edmundo Carlos Pinto Dantas, Oswaldo dos Santos A. Coutinho,
Rodrigo Pessanha da Cunha

Supervisão

Humberto José Bortolossi

Dúvidas? Sugestões? Nós damos suporte! Contacte-nos pelo e-mail: amec7a@gmail.com.

4 *Homer*^{3}

Faixa de classificação etária: 12 (Fox).

Áudio: Português.

Título original: *Homer*^{3}.

Gênero: Animação.

Duração: 8 minutos, aproximadamente.

Produtora e ano de produção: Fox (1995).

Tópicos matemáticos abordados: Geometria Plana e Espacial; Aritmética; Topologia.

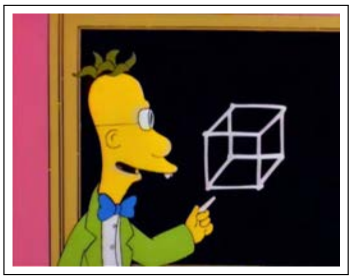
Nível escolar sugerido: Ensino Fundamental II; Ensino Médio; Formação de Professores.

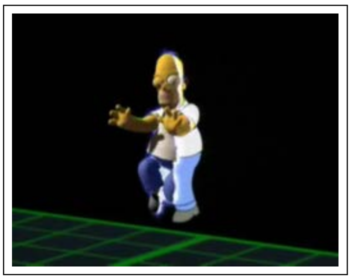
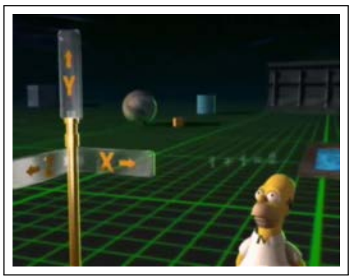
Interdisciplinaridade: Física.

Marcadores: Simpsons; Fox; Geometria; Dimensões; 2D; 3D; Animação.

Competências e habilidades do ENEM em Matemática e Suas Tecnologias: H6, H7.

Imagens selecionadas



Sinopse

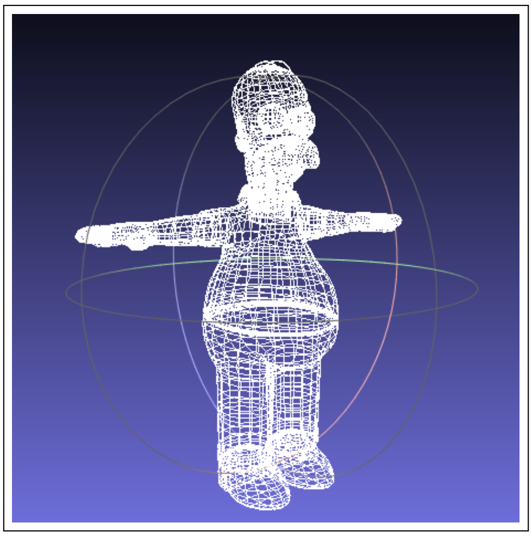
Para evitar a visita das cunhadas Patty e Selma, Homer se esconde atrás de uma estante de livros, onde ele encontra um portal misterioso que parece levá-lo para outro universo. Ao mergulhar através desse portal, ele se depara com um mundo desconhecido: o mundo "tridimensional".

Alguns objetivos com os quais esse vídeo pode ser usado

O vídeo pode ser usado para motivar e introduzir o conceito de dimensão, principalmente com crianças e adolescentes.

Sensibilização (para montar um cartaz)

Neste divertido episódio dos "Os Simpsons", Homer atravessa um portal que o transporta do seu "mundo bidimensional" para o misterioso "mundo tridimensional". Que objetos do imaginário matemático ele encontrará lá? Como ele fará para voltar? Junte-se a essa aventura e descubra!



Orientações metodológicas gerais

- Você, professor, não precisa aplicar todas as questões aqui sugeridas. Dependendo do tempo disponível e da turma, escolhas ou modificações devem ser feitas. Sinta-se livre para fazê-las!
- Parece óbvio, mas vale o conselho: **sempre** assista ao vídeo antes de trabalhar com ele em sala de aula.
- Antes de os alunos assistirem ao vídeo, sugerimos que eles leiam as questões que serão trabalhadas.
- Nossa experiência mostra que os alunos ficam sempre mais motivados quando as atividades desenvolvidas fazem parte do sistema de avaliação.

Sugestões de questões gerais

1. Na sua opinião, o vídeo quer transmitir alguma mensagem? Qual?
2. Você aprendeu algo de novo com o vídeo? O quê?
3. Você acha que num ambiente bidimensional seria possível que os personagens cruzassem atrás e na frente um do outro como acontece regularmente nos episódios dos Simpsons?
4. Que sólidos geométricos você consegue identificar quando Homer vai para a "terceira dimensão"?
5. A igualdade "$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$" exibida no "mundo tridimensional" está correta ou não? Justifique sua resposta! Na sua opinião, por que os diretores decidiram incluí-la na animação?
6. Na igualdade $e^{\pi i} = -1$ aparecem quatro números famosos: 1, e, π e i. Como modificá-la para incluir um quinto número famoso, o número 0 (zero)?
7. O desenho animado inclui várias referências a objetos e fórmulas matemáticas. Você incluiria algum outro objeto ou fórmula matemática? Qual? Por quê?
8. No desenho animado, podemos identificar três "universos" diferentes: (1) o mundo tradicional dos Simpsons (início do vídeo); (2) o mundo existente atrás da parede onde estava a estante e (3) o mundo para o qual Homer é transportado no final do vídeo. Na sua opinião quais destes três mundos é 2D? E 3D? Por quê?
9. Do que você mais gostou na animação?
10. Se você fosse o diretor desta animação, você faria algo diferente? O quê? Você incluiria algum outro objeto matemático?

Sugestões de questões específicas

1. Homer pensa em se esconder em baixo do tapete, mas quando o levanta vê que o gato e o cachorro já estão lá, porém o tapete não apresenta volume (00:28-00:30). Como você explicaria isso?
2. Na sua opinião, por que Homer diz que está inchado (02:24-02:29)?
3. No vídeo (02:49-03:03), Homer se depara com uma piscina com peixinhos e na tradução da fala em Português ele diz: "peixinhos dourados ao natural"; na fala original em Inglês ele diz: "*unprocessed fish sticks*". "*Fish Stick*" é um tipo de alimento processado, feito usando-se peixe branco, na forma de barra, como na figura a seguir. Por que você acha que Homer fez essa referência aos "*Fish Sticks*" no momento em que viu os peixinhos na piscina?

Figura: *fish sticks*.

Fonte: Wikimedia Commons.

4. No vídeo (03:08-03:10), Homer se depara com um poste onde estão indicadas as letras **X**, **Y** e **Z**, além de um plano com linhas verdes. Na sua opinião, qual é a intenção dos roteiristas com este poste? E as linhas verdes?
5. Qual o nome do sólido que colide com Homer (03:22-03:26)?
6. Na terceira dimensão, Homer se depara com uma sequência de números e letras: 46 72 69 6E 6B 20 72 75 6C 65 73 21, que é uma mensagem codificada usando a notação hexadecimal, onde cada dígito representa um caractere em ASCII. Pesquise sobre esta notação e decodifique a mensagem.
7. Você conhece o filme Tron? Em caso afirmativo, por que Homer associa o "mundo trindimensional" com este filme (03:48-03:58)?
8. Como o professor Frink explica a terceira dimensão (04:18-04:40)?
9. No vídeo (05:09-05:12), Homer fala sobre um livro do "cara de cadeira de rodas". A que famoso cientista Homer está se referindo?

Questões propostas por Greenwald e Nestler (2004)

1. (a) Escreva sobre as diferenças entre Homer em duas dimensões e em três dimensões. Certifique-se de relacionar sombreamento, iluminação e diferenças físicas nos mundos 2D e 3D, explicando como essas diferenças dão a aparência de maior profundidade.

   (b) No suposto mundo 2D, que aspectos poderiam ser usados para argumentar que os Simpsons estão vivendo em um mundo 2D?

   (c) No suposto mundo 2D, que aspectos poderiam ser usados para argumentar que eles estão vivendo em um mundo 3D? Dica: pense sobre seus movimentos e comportamentos, o mundo que é representado, e o uso de perspectiva na estante e no cubo que o Professor Frink desenhou.
2. Suponha que os Simpsons são realmente criaturas bidimensionais vivendo em um plano-*xy* e que Homer se transformou em uma criatura 3D. Embora Marge Simpson (2D) não possa

realmente compreender a terceira dimensão, ela poderia observar um comportamento estranho ocorrendo, que sugere a existência da terceira dimensão (por exemplo, a "parede" na qual Homer desapareceu). Marge (2D) não seria capaz de compreender o conceito de profundidade ou de um Homer tridimensional, uma vez que apenas fatias 2D fazem sentido para ela. Escreva uma carta de Homer Simpson em 3D para sua esposa Marge em 2D explicando sua mudança de 2D para 3D. Certifique-se de incluir explicações matemáticas, além de descrições físicas.

Observações para o professor

- A série "Os Simpsons" foi criada pelo norte-americano Matthew Abram Groening (1954-) que é cartunista, roteirista, produtor, animador e dublador. Matt começou sua carreira artística publicando tirinhas na revista americana *Wet*. Seu trabalho chamou atenção do diretor da Fox, James L. Brooks, que o convidou para desenhar tirinhas para o Tracey Ullman Show. A primeira mostra de "Os Simpsons" apareceu no "*The Tracey Ullman Show*" na Fox em 1987 e, devido o sucesso alcançado, acabou virando a série "Os Simpsons", que estreou em dezembro de 1989 e permanece no ar até os dias de hoje. Atualmente, Groening é consultor criativo do programa. "Os Simpsons" já recebeu 32 Emmys (prêmio atribuído a programas e profissionais de televisão). Homer[3] faz parte do especial de Dia das Bruxas (*Treehouse of Horror VI*) da sétima temporada e é o exemplo mais sofisticado de Matemática da série. Esse episódio foi produzido no ano de 1995 e sua estreia nos EUA ocorreu em outubro de 1995.

Figura: Matthew Abram Groening (1954-).

Fonte: Wikimedia Commons.

- O uso de referências científicas nos episódios de "Os Simpsons", incluindo as referências matemáticas, não é um acaso. De fato, segundo Singh (2016), muitos dos roteiristas e produtores possuem formação acadêmica em áreas das Ciências Exatas: Al Jean (bacharel em Matemática pela Universidade de Harvard, foi aluno do professor Andrew Wiles que provou o Último Teorema de Fermat), J. Stewart Burns (bacharel em Matemática pela Universidade de Harvard e mestre em Matemática pela Universidade da Califórnia em Berkeley), Ken Keeler (bacharel em Matemática Aplicada e Ph.D. em Matemática Aplicada pela Universidade de Harvard), Jeff Westbrook (bacharel em Física pela Universidade de Harvard e Ph.D. em Ciência da Computação pela Universidade de Princeton), David S. Cohen (Bacharel em Física pela Universidade de Harvard e mestre em Ciência da Computação pela Universidade da Califórnia em Berkeley, foi o roteirista de Homer^3), Joel H. Cohen (estudou Ciências pela Universidade Alberta no Canadá), Eric Kaplan (estudou Filosofia da Ciência em Columbia e em Berkeley), David Mirkin (passou um tempo estudando Engenharia Elétrica na Universidade Drexel de Filadélfia e no *National Aviation Facilities Experimental Center*), George Meyer (formado em Bioquímica pela Universidade de Harvard), Matt Warburton (estudou Neurociência Cognitiva pela Universidade de Harvard).

Figura: David Samuel Cohen (1966-), roteirista de Homer^3.

Fonte: Wikimedia Commons.

O roteirista Mike Reiss fez parte da série desde a primeira temporada e, apesar de não ter formação acadêmica na área das exatas, demonstrou seus talentos matemáticos desde cedo. Assim que aprendeu a ler e escrever, devorava livros de Martin Gardner, que foi o principal autor de matemática recreativa do século XX. Ainda bem jovem, ganhou lugar no time estadual de matemática de Connecticut. A partir da terceira temporada de “Os Simpsons”, passou a ser produtor executivo da série.

- Existe uma enciclopédia *wiki* dedicada especialmente para os Simpsons que traz informações, notícias e novidades sobre a série. Está disponível no link <https://goo.gl/X1Yu8E> (versão em Português) ou no link <https://goo.gl/IIDLVW> (versão em Inglês).
- O *site Guide to Mathematics and Mathematicians on The Simpsons* (disponível no endereço <https://goo.gl/1CY2kK>) é um trabalho em construção, com fins educacionais, que apresenta várias referências matemáticas que apareceram em diversos episódios das temporadas de “Os Simpsons”, listadas cronologicamente. Além disso, o *site* disponibiliza sugestões para

sala de aula com base nas referências que apareceram nos episódios. O projeto é conduzido por Andrew Nestler, professor do *Santa Monica College*, com a colaboração de Sarah J. Greenwald, professora da *Appalachian State University*, ambos dos EUA.

- Nos créditos da animação aparece uma referência ao teorema de Pitágoras, usando o nome do roteirista de Homer^3:

$$\text{DAVID}^2 + \text{S.}^2 = \text{COHEN}^2.$$

- O filme citado pelo personagem Homer (00:41-00:46), "Além da Zona da imaginação – *The Twilight Zone*", é uma série americana criada em 1959 que apresenta histórias de ficção científica, suspense e terror, com elementos sobrenaturais e inexplicáveis, como viagens no tempo, mundos paralelos, viagens espaciais, alienígenas, fantasmas, vampiros e outras aparições misteriosas. Elas aconteciam num local que era chamado de "Twilight Zone", a "Zona do Crepúsculo". Mais informações podem ser encontradas em <https://goo.gl/EUSJjD>. Além disso, Homer^3 é uma homenagem a um episódio dessa série: "*Little Girl Lost*" (Menininha Perdida), de 1962, que apresenta a mesma sequência de eventos de Homer^3. Nele, a menina Tina foi parar acidentalmente na quarta dimensão através de um portal na parede, porém, seus pais continuam escutando sua voz ecoar no ambiente e tentam entender o conceito da quarta dimensão. O vídeo desse episódio está disponível no *link*: <http://bit.ly/2VyNBJ6>.

- A Identidade de Euler, $e^{\pi i} = -1$ aparece em vários episódios de "Os Simpsons". Uma outra maneira de escrevê-la é assim:

$$e^{\pi i} + 1 = 0.$$

  Segundo Garbi (2006), essa versão é considerada "a mais bela dentre todas as fórmulas", pois une os números mais famosos da Matemática: 0, 1, π (3,141592653...), i (raiz quadrada de -1) e e (2,718281828...). Uma demonstração da identidade de Euler pode ser encontrada no Anexo C (p. 105-106) de Saraiva (2013).

- Uma outra expressão matemática que aparece na animação é $P = NP$, que se refere à complexidade de problemas computacionais. Segundo Feofiloff (2018): (1) a *complexidade* de um problema computacional é o consumo de tempo do melhor algoritmo possível para o problema; (2) um algoritmo que resolve um dado problema é *polinomial* se o seu consumo de tempo no pior caso é limitado por um polinômio no tamanho das instâncias do problema; (3) um problema computacional é *polinomial* se existe um algoritmo polinomial para resolver o problema; (4) a classe P de problemas é o conjunto de todos os problemas polinomiais; (5) um problema X é *polinomialmente verificável* se é possível verificar, em tempo polinomial, se uma suposta solução de uma instância de X é de fato uma solução; (6) o conjunto dos problemas polinomialmente verificáveis constitui a classe NP de problemas (NP não é abreviatura de “não polinomial” mas, sim, de “polinomial não determinístico”); (7) a classe NP inclui a classe P (isto é, $P \subset NP$), mas ninguém encontrou ainda um problema de NP que não esteja em P. Assim, surge a pergunta: $P = NP$ ou $P \neq NP$?

Segundo Singh (2016), problemas do tipo P são fáceis de resolver e do tipo NP são difíceis de resolver, mas fáceis de verificar. Por exemplo, a multiplicação é um problema do tipo P, pois é fácil de se resolver mesmo com números grandes. Já a decomposição em fatores primos é um problema do tipo NP pois, à medida que pegamos números cujos divisores vão sendo primos grandes, isto se torna bastante complicado de se realizar (pelo menos nos dias de hoje), ao passo que a verificação de que o produto de primos é uma fatoração de um determinado número é algo fácil de se fazer (basta multiplicar). Algumas tecnologias, como alguns algoritmos de criptografia usados nas transações bancárias pela Internet, valem-se do fato de que a decomposição em fatores primos não pode ser feita em um intervalo de tempo factível. Portanto, caso algum algoritmo que resolva este problema em tempo polinomial seja descoberto, o sistema bancário terá que pensar em alternativas. David S. Cohen, que estudou estes tipos de problemas no mestrado em Ciência da Computação, acredita que $P = NP$, isto é, que os problemas que hoje vemos como NP são, na verdade, muito mais fáceis do que acreditamos e, por isso, a igualdade $P = NP$ aparece no episódio Homer[3]. Vale ressaltar que a maioria dos pesquisadores não pensa como Cohen, acreditando que P é diferente de NP. Essa questão, $P = NP$ ou $P \neq NP$, é um dos famosos problemas que ainda está em aberto e cuja resposta definitiva vale um prêmio de 1 milhão de dólares. O Clay Mathematics Institute em Cambridge, Massachusetts, é que oferece tal recompensa desde o ano de 2000. Para mais detalhes sobre esses tipos de problemas, recomendamos a leitura dos Capítulos 2 (“Território dos Primos: A conjectura de Goldbach”) e 11 (”Não Podem Ser Todos Fáceis: O Problema P/NP”) do livro Stewart (2014).

- O bule de chá que aparece no vídeo quando Homer está no mundo tridimensional é o Bule de Utah. Em 1975, Martin Newell, pesquisador pioneiro em Computação Gráfica, escolheu processar este utensílio doméstico por computador na Universidade de Utah. A escolha foi feita num dia em que Newell estava tomando chá com sua esposa e ele disse a ela que precisava de modelos mais interessantes. Ela então sugeriu o bule que por suas formas curvas, alça, tampa e bico, seria um objeto ideal para a experiência gráfica. A partir de então, o bule virou um objeto de referência padrão para a demonstração de softwares de Computação Gráfica. O artefato original está no Museu de História da Computação em *Mountain View* na Califórnia.

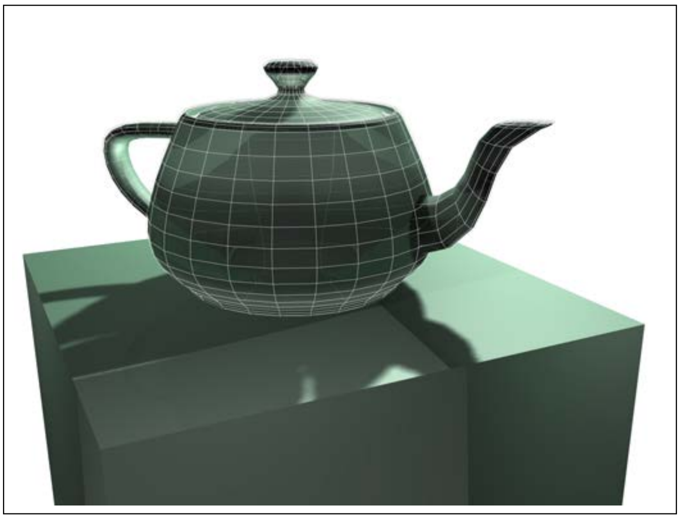


Figura: bule de chá de Utah.
Fonte: Wikimedia Commons.

- O edifício que aparece na animação (02:45-02:47/05:17-05:19) é uma homenagem ao *video game Myst*, muito famoso em sua época de lançamento (1993). No jogo, o personagem (jogador) usa um livro para viajar para a ilha de *Myst*, onde terá que resolver enigmas e viajar para outros mundos. O jogo pode ter vários finais dependendo da ação que o jogador toma. A imagem que aparece na animação Homer[3] é, no jogo Myst, a biblioteca da ilha. Foi o jogo de computador mais vendido até 2002 e foi relançado para a plataforma Android com o nome de *realMyst*.

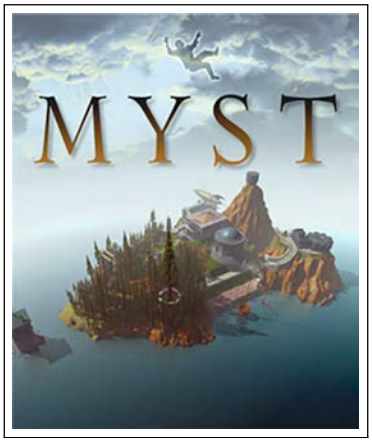


Figura: o *video game* Myst e a biblioteca da ilha do jogo.
Fonte: Wikimedia Commons.

- No vídeo (02:41-02:43), Homer se depara com uma sequência de números e letras: "46 72 69 6E 6B 20 72 75 6C 65 73 21" que nada mais são do que números em notação hexadecimal (base 16). Essa notação faz uso dos algarismos comuns (0 a 9), além das letras A, B, C, D, E e F para representar os números dados na base dez por 10, 11, 12, 13, 14 e 15, respectivamente. O sistema ASCII (*American Standard Code for Information Interchange* – Código Padrão Americano Para a Troca de Informações) usa pares de números hexadecimais para representar caracteres diversos. A tabela a seguir, extraída e adaptada de Floyd (2009), lista os caracteres ASCII e seus códigos na forma hexadecimal.

Caracter	Sistema Decimal	Sistema Hexadecimal
espaço	32	20
!	33	21
?	34	22
#	35	23
$	36	24
%	37	25
&	38	26
?	39	27
(	40	28
)	41	29
*	42	2A
+	43	2B
,	44	2C
–	45	2D
.	46	2E
/	47	2F
0	48	30
1	49	31
2	50	32
3	51	33
4	52	34
5	53	35
6	54	36
7	55	37
8	56	38
9	57	39
:	58	3A
;	59	3B
<	60	3C
=	61	3D
>	62	3E
?	63	3F

Caracter	Sistema Decimal	Sistema Hexadecimal
@	64	40
A	65	41
B	66	42
C	67	43
D	68	44
E	69	45
F	70	46
G	71	47
H	72	48
I	73	49
J	74	4A
K	75	4B
L	76	4C
M	77	4D
N	78	4E
O	79	4F
P	80	50
Q	81	51
R	82	52
S	83	53
T	84	54
U	85	55
V	86	56
W	87	57
X	88	58
Y	89	59
Z	90	5A
[	91	5B
\	92	5C
]	93	5D
^	94	5E
_	95	5F
‘	96	60
a	97	61

Caracter	Sistema Decimal	Sistema Hexadecimal
b	98	62
c	99	63
d	100	64
e	101	65
f	102	66
g	103	67
h	104	68
i	105	69
j	106	6A
k	107	6B
l	108	6C
m	109	6D
n	110	6E
o	111	6F
p	112	70
q	113	71
r	114	72
s	115	73
t	116	74
u	117	75
v	118	76
w	119	77
x	120	78
y	121	79
z	122	7A
$\{$	123	7B
$\vert$	124	7C
$\}$	125	7D
$\sim$	126	7E
Del	127	7F

Variações do código ASCII foram propostas para incorporar caracteres de outros idiomas, símbolos de moeda estrangeira, letras gregas, símbolos matemáticos, caracteres gráficos, caracteres de gráfico de barras e caracteres de sombreamento. Para detalhes, recomendamos Floyd (2009).

- O vídeo também pode ser usado para observar as regras usadas na orientação dos sistemas de coordenadas espaciais.

> *Os sistemas de coordenadas retangulares no espaço tridimensional se dividem em duas categorias: os sistemas com a regra da mão esquerda e os com a regra da mão direita. Um sistema com a regra da mão direita tem a seguinte propriedade: quando os dedos da mão direita são fechados de tal modo que se curvam do eixo x positivo em direção ao eixo y positivo, então o polegar aponta (mais ou menos) na direção do eixo z positivo. Isso funciona de maneira análoga para um sistema com a regra da mão esquerda.*
>
> (Antom, 2014)

No vídeo (03:08-03:10), quando Homer se depara com a placa que sugere as direções dos eixos coordenados, podemos observar que este sistema segue a regra da mão direita.

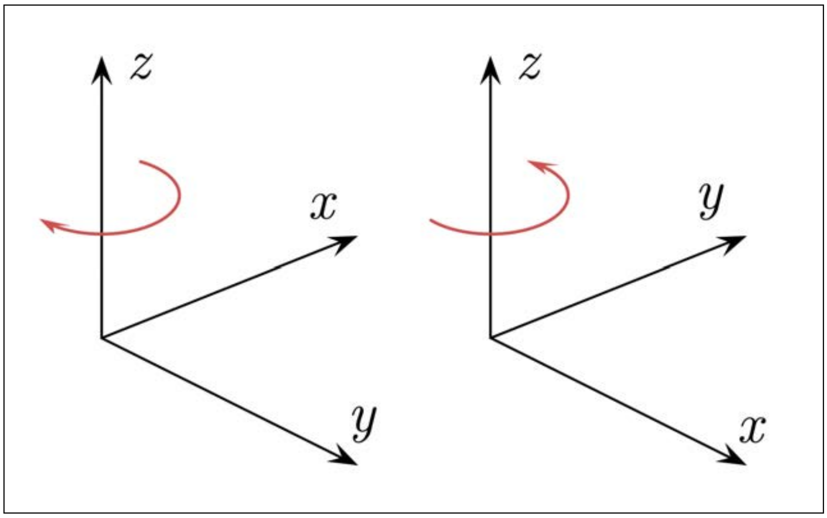


Figura: as regras da mão esquerda (imagem da esquerda) e da mão direita (imagem da direita).

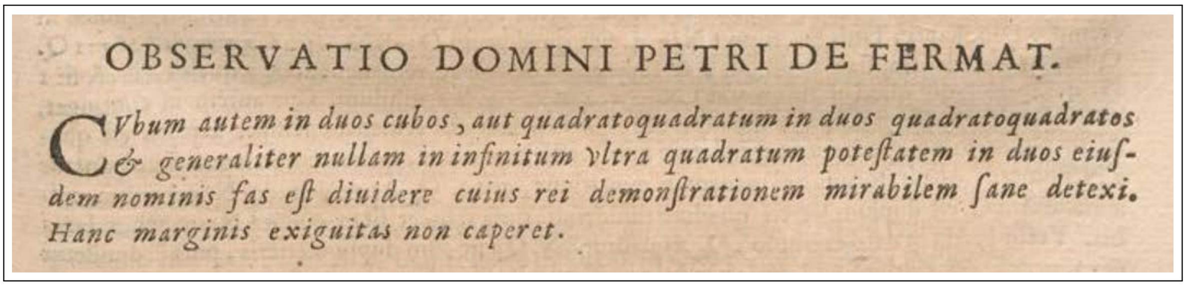
Fonte: Wikimedia Commons.

- No vídeo (03:09-03:20), Homer diz: "Gente, esse lugar parece caro. Acho que estou gastando uma fortuna ficando aqui!", fazendo uma piada com o alto custo de se produzir uma animação 3D em 1995 . Graças à companhia *Pacific Data Images* (PDI), esse recurso foi viabilizado de graça em troca da visibilidade que a animação traria para a PDI. O que, de fato, aconteceu, pois logo depois da estreia do episódio, a PDI assinou contrato com a DreamWorks e produziu FormiguinhaZ e Shrek, sendo dois marcos nos filmes de animação por computador. Os roteiristas de "Os Simpsons" ainda incluíram no episódio uma referência à companhia: na animação 3D aparecem os números 7, 4 e 3, que no teclado telefônico estão associados respectivamente às letras P, D e I.

Figura: teclado alfanumérico de um telefone americano.

Fonte: Wikimedia Commons.

- O Último Teorema de Fermat afirma que, se n um inteiro > 2, então não existem inteiros positivos x, y e z que sejam solução da equação diofantina $x^n + y^n = z^n$. Este teorema foi provado por Andrew Wiles (1953-), matemático britânico e professor da Universidade de Princeton. A demonstração foi publicada em 1995, mais de três séculos e meio desde que Pierre de Fermat (1607-1665) escreveu seu "último teorema" na margem de sua cópia da obra *Arithmetica* de Diofanto. A figura a seguir exibe o conteúdo da famosa nota marginal como consta na edição da *Arithmetica* de Diofanto publicada pelo filho de Pierre de Fermat, Samuel de Fermat (1634-1697), que incluiu todas as observações de seu pai (o manuscrito original se perdeu).



OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cvbum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum poteſtatem in duos eiuſdem nominis fas eſt diuidere cuius rei demonſtrationem mirabilem ſane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

É impossível para um cubo ser escrito como a soma de dois cubos ou uma quarta potência ser escrita como uma soma de dois números elevados a quatro, ou, em geral, para qualquer número que seja elevado a uma potência maior que dois ser escrito como a soma de duas potências semelhantes. Eu descobri uma demonstração maravilhosa, mas a margem deste papel é muito pequena para contê-la.

Figura: nota marginal de Pierre de Fermat.

Fonte: Wikimedia Commons.

Para mais detalhes sobre a história do Último Teorema de Fermat, considerado por muitos o maior problema de Matemática de todos os tempos, recomendamos a leitura do livro Singh (1998) e do Capítulo 7 (Margens Inadequadas: O último teorema de Fermat) de Stewart (2014).

Figura: Pierre de Fermat (1607-1665).
Fonte: Wikimedia Commons.

Figura: Andrew Wiles (1953-).
Fonte: Wikimedia Commons.

No vídeo (03:46-03:48), Homer aparece rodeado por um suposto contraexemplo deste teorema: “$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$”. Observe que:

$$\begin{aligned} 1782^{12} + 1841^{12} &= 2541210258614589176288669958142428526657, \\ 1922^{12} &= 2541210259314801410819278649643651567616, \end{aligned}$$

isto é, os nove primeiros dígitos de $1782^{12} + 1841^{12}$ e 1922^{12} coincidem de modo que, em algumas calculadoras científicas, por causa da precisão finita, os resultados apresentados são iguais. Há uma forma mais simples de verificar que $1782^{12} + 1841^{12} \neq 1922^{12}$: observando-se a paridade dos números. Temos que: (1) 1782^{12} é um número par como potência de um número par; (2) 1841^{12} é um número ímpar como potência de um número ímpar; (3) agora, $1782^{12} + 1841^{12}$ é um número ímpar como soma de um número par com um número ímpar; (4) 1922^{12} é um número par como potência de um número par; (5) como $1782^{12} + 1841^{12}$ é ímpar e 1922^{12} é par, segue-se que $1782^{12} + 1841^{12} \neq 1922^{12}$. No *site* <https://goo.gl/Fr8L48> do Departamento de Matemática da Universidade de Harvard, o professor Noam D. Elkies, apresenta outras soluções aproximadas para a equação diofantina $x^n + y^n = z^n$, com x, y e z inteiros satisfazendo $0 < x \leq y < z < 223$ e n, inteiro, no intervalo $[4, 20]$. Aqui está outro exemplo:

$$\begin{aligned} 3472073^7 + 4627011^7 &= 5148806223790826211716443265969510794254609126 8, \\ 4710868^7 &= 514880622379082621171457108421292747742867128 32. \end{aligned}$$

- Em (03:48-03:58), Homer associa o espaço onde está com o filme Tron. Segundo Figueiredo (2011), o filme Tron é pioneiro pelo uso de computação gráfica nas cenas, os cenários foram formados por planos e linhas em neon sobre fundos escuros.

  > *Apresentar o ciberespaço desta forma foi sobretudo uma escolha consciente que pretendia explorar a estética vigente, assim como tratar da natureza eletrônica e matemática deste espaço. [...] O neon que acentua a vetorização e lembra a natureza eletrônica da máquina é ressaltado pela escuridão permanente que revela o seu espaço sem atmosfera ou a noção de se estar dentro dela, como se está dentro de uma caixa. É o mundo das figuras geométricas e dos números.*
  >
  > (Figueiredo, 2011)

  Podemos observar que é desta forma que o cenário de Homer^3 é retratado, num fundo escuro com linhas verdes brilhantes, dando destaque às retas paralelas e perpendiculares que formam o plano. Isso é diferente de como outros filmes costumam fazer com o cenário virtual não se distinguindo o que é real do que é produzido no computador. A estética do filme Tron (e do Homer^3) é feita de forma que fique claro que o personagem está num mundo virtual.

- No vídeo (04:00-04:14), o personagem professor Frink cita um ramo de estudo da Matemática chamado "Topologia Hiperbólica" que de fato existe: foi criado por Yasunao Hattori, professor da Shimane University (Japão) e Hideki Tsuiki, professor da Kyoto University (Japão), no ano de 2008. Assim, no ano de produção do episódio Homer^3 (1995), a Topologia Hiperbólica ainda não era um ramo da Matemática. Para maiores informações sobre o assunto recomendamos a leitura de Tsuiki (2008) e Hattori (2010).

- No vídeo (04:18-04:40), o professor Frink explica a relação entre duas e três dimensões. De acordo com Singh (2016), sua abordagem pode ser utilizada para explicar a relação entre todas as dimensões: podemos começar com um ponto, sem dimensão. Seguimos estendendo numa direção x, e teremos um segmento de reta, com uma dimensão. Este segmento de reta pode ser estendido numa direção ortogonal y, e teremos um quadrado, com duas dimensões. A partir daí, o professor Frink explica que o quadrado pode ser estendido sobre um hipotético eixo z, formando um cubo, com três dimensões. Podemos avançar e estender o cubo sobre um eixo w, formando um hipercubo de quatro dimensões. E, assim sucessivamente, formando hipercubos de n dimensões.

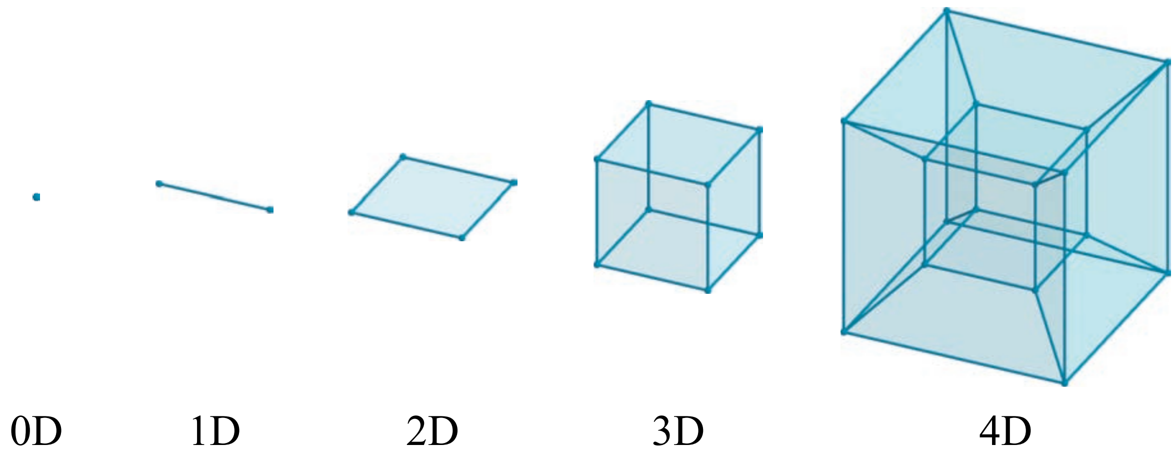


Figura: representação das dimensões (<https://ggbm.at/rsyvpbjw>).
Fonte: Humberto José Bortolossi.

- No vídeo (05:02-05:03), a desigualdade $\rho_{m0} > 3H_0^2/(8\pi G)$ que aparece em (05:02-05:03) no vídeo se insere no contexto da Teoria da Relatividade Geral de Einstein, com G a constante gravitacional e H_0 é a constante de Hubble. Segundo Singh (2016), a desigualdade indica uma densidade elevada, ou seja, a atração gravitacional resultante forçará o mundo de Homer a entrar em colapso, que é o que ocorre logo em seguida.
- No vídeo (05:09-05:12), Homer faz uma referência ao livro do homem da cadeira de rodas. Esse homem é o físico teórico e cosmologista Stephen Hawking (1942-2018) e o livro é o *best-seller* “Uma Breve História do Tempo” que trata de questões do nosso universo. O físico já participou de quatro episódios de “Os Simpsons”: “Eles Salvaram A Inteligência de Lisa”, ‘Não Tema O carpinteiro”, “Pare, Senão O Meu Cachorro Atira!” e “Musical da Escola Fundamental”. Em todos esses episódios, Hawking foi ao estúdio dublar seu personagem. Na galeria de fotos em seu *site*, aparece uma imagem de seu personagem em “Os Simpsons”. O leitor interessado pode aprender mais sobre a vida de Stephen Hawking por meio de seu *site* oficial: <http://www.hawking.org.uk/>.

Figura: Stephen Hawking (1942-2018) na NASA.
Fonte: Wikimedia Commons.

- Em um trabalho interdisciplinar com o professor de Física, os alunos podem fazer um estudo sobre buracos negros. Um ponto de partida é o artigo “Partículas elementares À Luz dos Buracos Negros” de George Emanuel A. Matsas e Daniel A. Turolla Vanzella publicado no número 182 da revista Ciência Hoje em maio de 2002. Recomendamos também o vídeo “Buraco Negro: Quem Veio Primeiro” do professor João Steiner do Departamento de Astronomia da USP (<https://youtu.be/gTlEwsU9c4E>).
- Existem três livros em Português que tratam “Os Simpsons” no contexto científico: “Os Simpsons e A Filosofia” de Aeon Skoble, Mark T. Conard e William Irwin (2014); “Os Simpsons e A Ciência” de Paul Halpern (2015) e “Os Segredos Matemáticos dos Simpsons” de Simon Singh (2016).

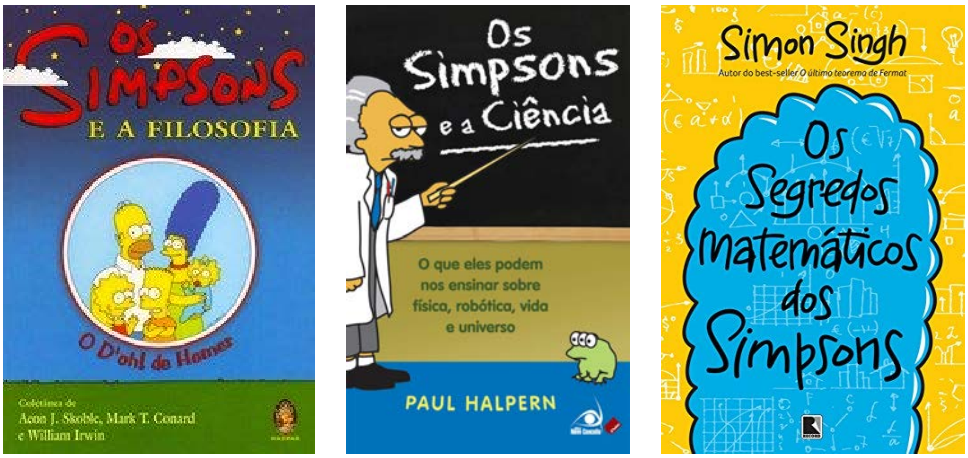


Figura: três livros sobre “Os Simpsons” no contexto científico.
Fonte: Amazon.

Referências relacionadas

- Anton, Howard; Bivens, Irl; Davies, Stephen. Cálculo - volume II. Bookman Editora, 2014.
- Feofiloff; Paulo. *Análise de Algoritmos*. Departamento de Ciência da Computação, Instituto de Matemática e Estatística (IME) Universidade de São Paulo (USP), 2018. Disponível em: <http://bit.ly/2E7Fj0a>. Acesso em: 14 de maio de 2019.
- Figueiredo, Carolina. *Tron: Uma representação Pioneira do Ciberespaço*. Revista Geminis, 2011. Disponível em: <http://goo.gl/C5uMTn>. Acesso em: 5 de maio de 2016.
- Floyd, Thomas. *Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações*. Bookman Editora, 2009.
- Garbi, Gilberto Geraldo. *A Rainha das Ciências.* Editora Livraria da Física, 2006.
- Greenwald, Sarah J.; Nestler, Andrew. *r dr r: Engaging Students with Significant Mathematical Content from The Simpsons*. Primus, v. xiv, n. 1, p. 29-39, 2004.
- Saraiva, Paulo; Murteira, José. *Equações de Diferenças: Introdução Teórica e Aplicações*. Editora Imprensa da Universidade de Coimbra / Coimbra University Press, 2013.
- Singh, Simon. *O Último Teorema de Fermat*. Editora Record, 1998.
- Singh, Simon. *Os Segredos Matemáticos dos Simpsons*. Editora Record, 2016.
- Stewart, Ian. *Os Maiores Problemas Matemáticos de Todos Os Tempos*. Editora Zahar, 2014.
- Tsuiki, Hideki; Hattori, Yasunao. *Lawson Topology of The Space of Formal Balls and The Hyperbolic Topology*. Theoretical Computer Science, v. 405, p. 198-205, 2008.

Referências sobre o uso de vídeos em sala de aula

- Ferrés, Johan. *Vídeo e Educação*. Segunda Edição. Artes Médicas, 1996.
- Napolitano, Marcos. *Como Usar O Cinema na Sala de Aula*. Editora Contexto, 2003.

Concepção

Hamanda de Aguiar Pereira, Keyla Lins Bruck Thedin

Revisão

Andreza da Costa Gonçalves, Bruna Luiza Oliveira da Silva, Tahyz Gomes Pinto,
André de Carvalho Rapozo, Fabiana Silva de Miranda, Karla Waack Nogueira,
Luis Edmundo Carlos Pinto Dantas, Oswaldo dos Santos A. Coutinho,
Rodrigo Pessanha da Cunha

Supervisão

Humberto José Bortolossi

Dúvidas? Sugestões? Nós damos suporte! Contacte-nos pelo e-mail: amec7a@gmail.com..

5 Considerações finais

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho colaborativo, com o propósito de auxiliar nas concepções, nos testes e nos aprimoramentos dos roteiros, promovemos diversas ações de vídeos relacionados com Matemática e Estatística em vários eventos: Semana da Matemática da UFRR (2015), Programa Dá Licença da UFF (2016), Semana da Matemática da UFF (2016), Semana Pedagógica no Colégio Estadual Manuel de Abreu (2016, 2018), Festival da Matemática (2017), Simpósio ANPMat da Região Norte (2017), Semana da Ciência e Tecnologia no IMPA (2017), Semana da Matemática da UFSC em Blumenau (2017), Festival da Matemática do Rio Grande do Sul (2017), Semana Pedagógica no Instituto GayLussac (2017), Semana da Matemática da UFMS (2018), 70ª Reunião da SBPC (2018), Semana Pedagógica no Instituto de Educação Professor Ismael Coutinho (2018).

Figura 5.1: exibições de vídeos.

Entre estes eventos, destacamos o Festival da Matemática, uma iniciativa do IMPA e da SBM, como parte do “Biênio da Matemática 2017-2018 Gomes de Sousa”, realizado entre 27 e 30 de abril de 2017 na Escola SESC do Rio de Janeiro. Durante os quatro dias de evento foram realizadas sessões *non-stop* de 30 em 30 minutos. Estima-se que mais de 1600 pessoas (entre alunos, professores e o público em geral) tenham participado. Após a exibição de cada vídeo, voluntários respondiam a algumas questões gerais do roteiro. Um brinde de participação (um chocolate) era dado à pessoa voluntária. Duas sessões foram especiais com as participações do matemático português Rogério Martins (do Programa “Isto é Matemática”) e do matemático francês Étienne Ghys.

Os vídeos também foram exibidos na ação de extensão “Cineclube de Matemática e Estatística” do Projeto “Dá Licença” da Universidade Federal Fluminense. Nestes eventos, filmes mais longos foram apresentados e cada sessão contou com a participação de um convidado especial que, ao final da exibição, fazia comentários e respondia às perguntas da plateia.

Figura 5.2: Exibições de vídeos (continuação).

Nossa proposta de uso didático de vídeos também foi usada em atividades de formação continuada de professores (Simpósio ANPMat da Região Norte e Instituto GayLussac) e, mais recentemente, na formação inicial de professores no PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) para o núcleo da Matemática da Universidade Federal Fluminense.

Dentro do projeto “Cineclube de Matemática e Estatística” da Universidade Federal Fluminense, “A Coelha e O Cervo” foi um dos vídeos mais exibidos e com excelente aceitação do público das diversas faixas escolares (do Ensino Fundamental I ao Ensino Superior, incluindo a Educação de Jovens e Adultos – NEJA). Isso, em nossa opinião, se deve pelas seguintes características da obra: (1) a animação possui uma narrativa muito envolvente; (2) o vídeo não é longo e, também, não muito curto; (3) a ausência de falas auxilia na compreensão, principalmente por parte das crianças mais jovens; (4) a Matemática subjacente (dimensões 2D e 3D).

Figura 5.3: Várias exibições do vídeo “A Coelha e O Cervo”.

“A Coelha e O Cervo” foi exibida, pelo projeto, nos seguintes eventos e escolas: Semana da Matemática da UFF com o público em geral (2016); no Festival da Matemática como público em geral (2017); na Semana da Ciência e Tecnologia no IMPA com o público em geral (2017); na Semana Pedagógica no Instituto GayLussac com professores da escola (2017), no Programa IMPA Portas Abertas com o público em geral (2019); como uma ação do PIBID da Matemática da UFF com alunos do Ensino Médio no Colégio Estadual Manuel de Abreu e no Instituto de Educação Professor Ismael Coutinho (IEPIC) (2018); no Colégio Estadual Dr. Vicente de Moraes, em Nova Friburgo, para alunos do 1º ano do Ensino Médio (2016); na Escola Municipal

Professora Neidy Angélica de Souza Coutinho, em Teresópolis, para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental (2019); no Colégio Estadual Canadá, em Nova Friburgo, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental (2019) e para alunos da Educação de Jovens e Adultos – NEJA III (2016).

Foram empregadas estratégias diferentes de uso das questões gerais e específicas do roteiro de acordo com o formato do evento. Para aqueles destinados ao público em geral, apenas algumas questões gerais selecionadas eram discutidas ao final da exibição, com um brinde de participação (um chocolate, uma agenda, um calendário). Em algumas escolas, apenas as questões gerais foram trabalhadas, com os alunos lendo os enunciados das questões antes da exibição e com a atividade valendo alguma pontuação. Em outras escolas, foi possível aplicar tanto as questões gerais, quanto as específicas, com os alunos lendo os enunciados das questões antes da exibição e com a atividade valendo alguma pontuação ou um brinde.

A seguir, fazemos comentários com relação às respostas dos participantes para algumas das questões do roteiro de "A Coelha e O Cervo".

1. Na sua opinião, o vídeo quer transmitir alguma mensagem? Qual?
   Embora alguns alunos, em um primeiro impulso, tenham feito uma associação direta com a questão da dimensão em Matemática, a maioria das pessoas (incluindo crianças do Ensino Fundamental I), responderam que a mensagem é amizade: "*Sim, a mensagem de uma grande amizade.*" (NEJA III); "*Sim, a mensagem que quer transmitir é que mesmo eles sendo de mundos diferentes continuam sendo amigos.*" (7º ano).
2. No mundo bidimensional em que vivem a coelha e o cervo no início do vídeo, os personagens passam uns pelos outros, pela frente e por trás dos objetos. Supondo que, mesmo no mundo bidimensional, dois corpos não podem ocupar a mesma posição ao mesmo tempo, isto seria realmente possível em um mundo plano? E passar um braço por sobre o corpo? Como você acha que eles deveriam fazer para passar por alguma coisa que estivesse em seu caminho? E no mundo tridimensional?
   Os participantes percebem que, no mundo bidimensional, para um personagem passar por outro personagem, é preciso contornar "por cima" ou "por baixo", enquanto que no mundo tridimensional basta "dar a volta": "*Não, eles deveriam passar por cima ou por baixo do objeto. Passando pelos lados ou pela frente e trás.*" (7º ano).
3. No mundo bidimensional em que vivem a coelha e o cervo no início do vídeo, como eles veem um ao outro?
   Esta questão costuma gerar, quase sempre, um momento de reflexão nos participantes (isto é, a resposta não vem imediatamente). Ainda sim, eles chegam à resposta correta. No Festival

da Matemática em 2017, uma criança de 7 anos responde: “*Uma linha!*”.

6. Depois que o cervo e a coelha vão para o mundo tridimensional, em uma das cenas, aparece uma borboleta pousada na coelha. No vídeo, você diria que a borboleta está representada mais como um objeto semelhante à coelha bidimensional ou ao cervo tridimensional? Por quê?

   Algumas respostas dadas para essa pergunta: “*A borboleta é da mesma característica da coelha, pois quando ela pousa ela fica como se estivesse desenhada no rosto da coelha.*” (NEJA III); “*É mais parecido com a coelha. Porque quando ela fica de lado só dá pra ver uma linha.*” (7º ano); “*Ela tem semelhança com o cervo, porque os dois possuem volume e se movimentam para qualquer lugar da 3ª dimensão.*” (NEJA III). Em uma oficina para professores, para proporcionar um momento de reflexão para essa questão, fizemos o seguinte encaminhamento: ‘‘*Pegue uma folha de papel A4 e coloque-a sobre uma mesa. Essa folha se assemelha mais a um objeto 2D ou a um objeto 3D?*”. Os professores, de forma unânime, responderam: “*2D!*”. Em seguida, perguntamos: “*Pegue agora essa folha e enrole formando um cilindro. Esse novo objeto se assemelha mais a um objeto 2D ou a um objeto 3D?*”. A resposta agora foi “*3D!*”, com a justificativa de que o cilindro tem “*largura, altura e comprimento*” (em consonância com a definição dada por Euclides em sua obra “Os Elementos”: Sólido é o que tem comprimento e largura e profundidade). Observamos, contudo, que muitos matemáticos veem o cilindro como um objeto bidimensional, dado que é possível expressar cada um de seus pontos com dois números reais (coordenadas cilíndricas).

8. Do que você mais gostou no filme?

   Algumas respostas dadas para essa pergunta: “*Da amizade deles, o cervo se importa com ela.*” (6º ano), “*Gostamos da parte em que o cervo salva a coelha da chuva e faz o possível para ela ficar bem.*” (7º ano), “*A amizade, mesmo tendo o mundo todo para explorar, ele não deixou sua amiga.*” (7º ano).

9. Se você fosse o diretor desta animação, você faria algo diferente? O quê?

   Resposta dada para essa pergunta: “*Sim, gostaria que os dois ficassem no mesmo mundo.*” (7º ano).

Por fim, observamos o roteiro de questões gerais e específicas de “A Coelha e O Cervo” foi incluído como uma sugestão de atividade do Projeto Livro Aberto de Matemática (<http://umlivroaberto.com>) promovido pelo IMPA e pela OBMEP.

A animação Homer[3] foi exibida na Semana da Matemática da Universidade Federal de Roraima (UFRR) para os alunos do colégio universitário (2015); no Colégio Estadual Dr. Vicente de Moraes, em Nova Friburgo, para alunos do 1º ano do Ensino Médio; no Colégio Estadual Canadá, em Nova Friburgo, para alunos da NEJA III.

Para essas exibições, nem todas as questões sugeridas nos roteiros foram incluídas nas atividades propostas aos alunos, pois as questões estavam em processo de elaboração e foram sendo ajustadas para que ficassem de mais fácil entendimento, sendo algumas incluídas e outras retiradas conforme avaliávamos sua adequação no desenvolvimento deste trabalho.

Com relação à questão geral 5 ("A igualdade "$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$" exibida no "mundo tridimensional" está correta ou não? Justifique sua resposta! Na sua opinião, por que os diretores decidiram incluí-la na animação?"), apenas uma vez (com os alunos do colégio de aplicação da UFRR) um participante reconheceu que a "igualdade" $1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$ está relacionada com o Último Teorema de Fermat. Para verificar se a igualdade está ou não correta, a abordagem dos participantes é a de tentar fazer as contas explicitamente. O argumento de paridade (ver a observação para o professor na página 48) precisa ser apresentado e conduzido pelo professor.

Como trabalho futuro, pretendemos organizar um *blog* para melhor divulgar os roteiros dos vídeos, bem como criar um canal de comunicação com o professor de Matemática e outros profissionais interessados no uso de vídeos como instrumento de ensino e aprendizagem.

Referências Bibliográficas

Bulman, Jeannie Hill. *Children's Reading of Film and Visual Literacy in The Primary Curriculum: A Progression Framework Model*. This Palgrave Macmillan, 2017

Chabrán, H. Rafael; Kozek, Mark. *Mathematics in Literature and Cinema: An Interdisciplinary Course*. PRIMUS, 2015.

Doxiadis, Apostolos; Mazur, Barry. *Circles Disturbed: The Interplay of Mathematics and Narrative*. Princeton University Press, 2012.

Ferrés, Joan. *Vídeo e Educação*. Editora Artes Médicas, 1996.

Gottschall, Jonathan. *The Storytelling Animal: How Stories Make Us Human*. New York: Harcourt Publishing Company, 2013.

Harari, Yuval Noah. *Sapiens: Uma Breve História da Humanidade*. Porto Alegre: L&PM, 2015.

Haven. K. *Super Simple Storvlelling: A Can-Do Guide for Every Classroom, Every Day*. Englewood, CO: Teacher Ideas Press, 2000.

Machado, Benedito Fialho; Mendes, Iran Abreu. *Vídeos Didáticos de História da Matemática: Produção e Uso na Educação Básica*. História da Matemática para Professores, Sociedade Brasileira da História da Matemática, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

Machado, Nilson José. *A Narrativa em Matemática*. Palestra na VIII Semana da Matemática / I Bienal de Matemática da UFF, Universidade Federal Fluminense, 2016.

McSill, James. *Cinco Lições de Storytelling: Fatos, Ficção e Fantasia*. São Paulo: DVS Editora, 2013.

Moran, José Manuel. *O Vídeo na Sala de Aula*. Comunicação & Educação, v. 2, p. 27-35, 1995.

Muzás, José Maria Sorando. *Aventuras Matemáticas em El Cine*. Editorial Guadalmazán, 2015.

Napolitano, Marcos. *Como Usar O Cinema na Sala de Aula*. São Paulo: Editora Contexto, 2013.

Napolitano, Marcos. *Como Usar A Televisão na Sala de Aula*. São Paulo: Editora Contexto, 2015.

Pellicer, Pablo Beltrán. *Series y Largometrajes como Recurso Didáctico em Matemáticas en Educación Secundaria*. Tesis Doctoral, Departamento de Didáctica, Organización Escolar y Didácticas Especiales, Facultad de Educación, Universidad Nacional de Educación a Distancia, España, 2015.

Polster, Burkaro; Ross, Marty. *Math Goes To The Movies*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2012.

Reiser, Elana. *Teaching Mathematics using Popular Culture: Strategies for Common Core Instruction from Film and Television*. McFarland & Company, Inc., Publishers, 2015.

Russell, Bertrand. The Functions of A Teacher. Em: Egner, Robert E.; Denonn, Lester E.. *The Basic Writings of Bertrand Russell*. Routledge Classics, 2009.

Santos, Rosiane de Jesus. *Uma Taxonomia para O Uso de Vídeos Didáticos para o Ensino da Matemática*. Dissertação de Mestrado, Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade de Juiz de Fora, 2015.

Sklar, Jessica K.; Sklar, Elizabeth S. *Mathematics in Popular Culture: Essays On Appearences in Film, Fiction, Games, Television and Other Media*. McFarland & Company, Inc., Publishers, 2012.

Xavier, Adilson. *Storytelling: Histórias Que Deixam Marcas*. Rio de Janeiro: Best*Seller*, 2015.

Zak, Paul J. *Confiança, Moralidade e Ocitocina. TED Global 2011*. Disponível em: <https://goo.gl/tFhoqb>. Acesso em: 29 de agosto de 2018.

Zak, Paul J. *A Molécula da Moralidade*. Elsevier, 2012.

Zak, Paul J. *Empathy, Neurochemistry, and The Dramatic Arc*. Future of StoryTelling, 2013. Disponível em: <https://vimeo.com/61266150>. Acesso em: 29 de agosto de 2018.

Zak, Paul J. *How Stories Change The Brain*. 17 dezembro de 2013. Disponível em: <https://goo.gl/DgBnnB>. Acesso em: 29 de agosto de 2018.

Zak, Paul J. *Why Your Brain Loves Good Storytelling*. HBR 28 de outubro de 2014. Disponível em: <https://goo.gl/BVyRng>. Acesso em: 29 de agosto de 2018.

Zak, Paul J. *Why Inspiring Stories Make Us React: The Neuroscience of Narrative*. Cerebrum Jan-Feb; 2015. Disponível em: <https://goo.gl/LPFn7P>. Acesso em: 29 de agosto de 2018.

Zacks, J. M.; Tversky, B.; Iyer, G. 2001. *Perceiving, Remembering, and Communicating Structure in Events*. Journal of Experimental Psychology: General, v. 130, p. 29-58, 2001.

Zazkis, Rina; Liljedahl, Peter. *Teaching Mathematics as Storytelling*. Rotterdam/Taipei: Sense Publishers, 2009.