UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

AGNALDO SILVA SANTANA

INICIAÇÃO DO ESTUDO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ILHÉUS-BA
2019

AGNALDO SILVA SANTANA

INICIAÇÃO DO ESTUDO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), como requisito para obtenção de Título de MESTRE em Matemática sob orientação da Profa. Dra. Flaviana dos Santos Silva.

ILHÉUS/BA

2019

S232 Santana, Agnaldo Silva.

Iniciação do estudo da álgebra no ensino fundamental por meio da resolução de problemas / Agnaldo Silva Santana. – Ilhéus, BA: UESC, 2019.

70f. : il.; anexos.

Orientadora: Flaviana dos Santos Silva.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Solução de problemas. 4. Aprendizagem baseada em problemas. I. Título.

CDD 510.7

AGNALDO SILVA SANTANA

INICIAÇÃO DO ESTUDO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), como requisito para obtenção de Título de Mestre em Matemática sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Flaviana dos Santos Silva.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 16 de agosto de 2019.

Flaviana dos Santos Silva

Prof.ª Dr.ª Flaviana dos Santos Silva – Orientadora
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC

Prof. Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa – Co-orientador
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC

Prof. Dr. Nestor Felipe Castañeda Centurión
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC

Alisandra Cavalcante Fernandes de Almeida

Prof.ª Dr.ª Alisandra Cavalcante Fernandes de Almeida
Instituto Federal do Ceará - IFCE

ILHÉUS, 2019.

À minha mãe Jacira Silva Santana, e à minha esposa, Débora Costa de Jesus Santana, que sempre me deram força e estiveram comigo nos momentos mais difíceis desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela oportunidade de cursar esse programa de Mestrado, pela proteção, orientação e por ter me iluminado para realizar mais um sonho.

À minha mãe, Jacira Silva Santana, e aos demais familiares pelo incentivo que a mim foi dado no decorrer desta longa caminhada.

À minha esposa, Débora Costa de Jesus Santana, que soube entender minha ausência em alguns momentos, sempre me apoiando e motivando para que eu concluísse este curso.

Às minhas filhas Raylana, Agnes e Aylla pela compreensão nas vezes em que ficamos distantes durante o curso e por serem sempre as primeiras a vibrar com as minhas conquistas.

Ao meu amigo e colega de curso Renildo Santana Bastos pela parceria e pelo companheirismo, o compartilhamento de conhecimentos e a troca de experiências no decorrer dessa jornada. A você, sou muito grato.

Aos meus amigos Alan Oliveira Novaes e Guilhermino Pereira Teixeira, pelo apoio, companheirismo e desprendimento durante toda essa caminhada.

À minha querida professora orientadora Dra. Flaviana dos Santos Silva, pelo estimulo, compreensão e colaboração nessa trajetória.

Ao professor e co-orientador Dr. Vinícius Augusto Takahashi Arakawa pelo apoio, atenção, paciência e pela compreensão durante todo o curso.

Aos professores que participaram da jornada desse programa, o meu muito obrigado pela dedicação.

Com imenso carinho, a todos os meus amigos que sempre me apoiaram e, de alguma forma, contribuíram, direta ou indiretamente, para que eu concluísse esse curso. Quero compartilhar com vocês esse momento pleno da minha formação profissional.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema.

(Luiz Roberto Dante**)**

RESUMO

SANTANA, Agnaldo Silva. **Iniciação do estudo da álgebra no ensino fundamental por meio da resolução de problemas**. 2019, 70 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Santa Cruz (Uesc), Ilhéus, Bahia, 2019.

Este estudo foi realizado no primeiro semestre do ano de 2019 tendo como objetivo desenvolver atividades de ensino, a partir da resolução de problemas, para investigar as dificuldades de aprendizagem dos alunos no estudo da Álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental. Destacou-se o processo de resolução de problemas desenvolvido por George Polya (1978); um pouco da história da Álgebra e as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino da Álgebra. A investigação foi realizada com 26 alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Itaquara-BA. Nesse diagnóstico percebeu-se que os alunos apresentam dificuldades para interpretar os enunciados dos problemas, traduzir da linguagem textual para a linguagem simbólica ou algébrica, utilizar expressões algébricas e equações para representar situações-problema e encontrar suas soluções. O estudo foi feito por meio da abordagem metodológica descritiva qualitativa, com a qual procurou-se mostrar que a resolução de problemas é um instrumento que desencadeia no aluno motivação e estímulo para compreender conceitos algébricos, desenvolver o raciocínio lógico; ampliar a capacidade de abstração; e participar ativamente do processo de construção do seu conhecimento matemático. Nessa investigação, os estudantes resolveram questões de uma atividade diagnóstica e situações-problema de uma sequência de ensino. Pelos resultados obtidos, verificou-se que houve progresso no desempenho dos alunos no transcorrer das atividades aplicadas.

Palavras-chave: Álgebra. Resolução de problemas. Situações-problema. Significado. Aprendizagem.

ABSTRACT

SANTANA, Agnaldo Silva. **Iniciação do estudo da álgebra no ensino fundamental por meio da resolução de problemas**. 2019, 70 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Santa Cruz (Uesc), Ilhéus, Bahia, 2019.

This study was conducted in the first semester of 2019 aiming to develop teaching activities, based on problem solving, to investigate the learning difficulties of students in the study of Algebra in the final grades of elementary school. The problem solving process developed by George Polya (1978) was highlighted; A little bit of the history of algebra and the guidelines of the National Curriculum Parameters (PCN) and the Common National Curriculum Base (BNCC) for teaching Algebra. The research was carried out with 26 students from an 8th grade elementary school class of a public school in Itaquara-BA. In this diagnosis it was noticed that students have difficulties to interpret the statements of problems, translate from textual language to symbolic or algebraic language, use algebraic expressions and equations to represent problem situations and find their solutions. The study was done through the qualitative descriptive methodological approach, with which we tried to show that problem solving is an instrument that triggers in the student motivation and stimulus to understand algebraic concepts, develop logical reasoning; expand the capacity for abstraction; and actively participate in the process of building your mathematical knowledge. In this investigation, students solved questions of a diagnostic activity and problem situations of a teaching sequence. From the results obtained, it was verified that there was progress in the students' performance during the applied activities.

Keywords: Algebra. Problem solving. Problem situations. Meaning. Learning.

Lista de Figuras

Lista de Gráficos

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional
UESB	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz

Sumário

INTRODUÇÃO

Na vida cotidiana e na vida escolar é possível perceber que alguns alunos do Ensino Fundamental apresentam dificuldades na aprendizagem e aplicação de conceitos matemáticos, principalmente na área da Álgebra. Por essas razões é recomendável realizar um diagnóstico mais profundo para entender os motivos que impedem os alunos de compreender e interpretar corretamente as situações-problema e encontrar as suas soluções.

O estudo da Álgebra no Ensino Fundamental é uma preocupação constante para professores e alunos. Fazer com que o estudante compreenda a importância do uso das letras e dos símbolos nas operações básicas com expressões algébricas e a necessidade das variáveis e das incógnitas na resolução de situações-problema têm sido um desafio para os docentes da disciplina de Matemática. Sobre isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998, p.115), orientam que:

> O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

O uso sistemático de letras nas relações matemáticas, portanto, entre inúmeras aplicações, permite que problemas complexos passem a ser reduzidos a algoritmos simples, porque a Álgebra generaliza situações concretas e abstratas por meio de expressões, equações, funções e fórmulas, dando estrutura e significado para a utilização do conhecimento matemático.

Durante a minha vida estudantil na Educação Básica, a disciplina de Matemática foi a minha preferida. Isso me estimulou a ingressar no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), no ano de 2001, mas, devido a situações adversas não foi possível concluí-lo. Em 2009, aprovado novamente no vestibular da UESB, retornei ao curso de graduação, concluindo-o em 2013. No ano de 2017 ingressei no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC).

Desde o ano de 1998 até os dias atuais exerço a profissão de professor e leciono em escolas públicas municipais e estaduais a disciplina de Matemática nos Ensinos Fundamental e Médio, no município de Itaquara-BA. No decorrer de todo esse período de docência, busquei constantemente uma melhor forma para introduzir a Álgebra aos estudantes dos 7º e 8º anos (antigas 6ª e 7ª séries), pois sempre foi muito difícil estimulá-los para entender os conteúdos dessa área.

Diante disso, constatei que alguns alunos no Ensino Fundamental apresentam dificuldades na transição da Aritmética para a Álgebra, e isso gera conflitos quando precisam usar símbolos e letras para representar situações-problema; atrapalha bastante a construção do pensamento algébrico, e prejudica a percepção da conexão entre o concreto e o abstrato para compreender o sentido do estudo da Álgebra. Vale destacar que a Aritmética busca resolver situações-problema por meio de cálculos numéricos, usando suas operações e propriedades, enquanto a Álgebra se apropria de incógnitas, variáveis e conceitos, para criar modelos eficientes e genéricos de resolução, porém, ambas são importantes em quaisquer circunstâncias que exijam o conhecimento matemático.

Nesta perspectiva, os PCN (BRASIL, 1998, p. 117) mencionam que:

> Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados.

Ante o exposto, pelas orientações dos PCN, observamos que a falta de domínio para manipular as estruturas algébricas provoca consequências desastrosas na vida escolar desses alunos, comprometendo o entendimento e a assimilação de alguns conteúdos matemáticos que são estudados tanto nas séries finais do Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

Por vários anos consecutivos, percebi que muitos alunos chegam nessas séries sem uma aprendizagem efetiva das noções elementares de Álgebra. A constatação despertou-me para desenvolver um trabalho investigativo por meio através de uma sequência didática com estudantes do 8º ano com o objetivo de fazer uma reflexão sobre o ensino dos conceitos iniciais da Álgebra.

A partir da vivência das situações constatadas, surgiu a motivação para que este estudo fosse realizado na Escola Municipal Centro Educacional de Itaquara, situada no municipio de Itaquara/Bahia, na qual leciono a disciplina de Matemática há mais de quinze anos, principalmente nos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental.

Dessa forma, aborda-se, neste relato de experiência a introdução do ensino da Álgebra por meio da resolução de problemas, visando a contribuir para que os alunos possam compreender, interpretar e desenvolver o raciocínio lógico para dominar conteúdos matemáticos e superar as dificuldades no aprendizado. Isso porque a resolução de problemas é um recurso que pode desenvolver no indivíduo a habilidade para usar seus conhecimentos, enfrentar novas situações, aumentar sua capacidade de concentração e conhecer as aplicações da Matemática em seu cotidiano.

A resolução de problemas no currículo de Matemática contribui para a aquisição de novos conhecimentos ou para a aplicação de tudo o que já foi construído anteriormente pelo aluno. Isso possibilita que o educando obtenha as condições básicas para, a partir de situações-problema, ampliar os significados das operações fundamentais e desenvolver os procedimentos de cálculo mental e escrito. Segundo os PCN (BRASIL,1998, p. 41):

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

A Matemática e suas aplicações compõem todas as áreas do conhecimento humano, por isso, não pode ser transmitida de forma mecânica e isolada do mundo, apenas com técnicas operatórias e algoritmos, visto que as informações obtidas na escola devem deixar o aluno apto para fazer uso delas nas mais diversas situações que a vida lhe apresenta.

Diante disso, o presente estudo tem como objetivo geral:

Desenvolver atividades de ensino, com base na resolução de problemas, para investigar as dificuldades de aprendizagem dos alunos no estudo da Álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental.

Para alcançar esse objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Investigar os resultados da aplicação de uma intervenção educacional a partir de atividades contextualizadas;
- Mapear o raciocínio lógico e estimular a curiosidade dos alunos;
- Instigar nos alunos a capacidade de abstração e generalização para manipular as estruturas algébricas corretamente na resolução de situações-problema;
- Identificar como a resolução de problemas pode auxiliar na construção do conhecimento matemático;
- Verificar a aprendizagem dos alunos com relação ao uso da Álgebra.

Para alcançar tais objetivos, foram propostas duas atividades, uma com questões envolvendo noções algébricas e outra baseada em situações-problema contextualizadas, visando a estimular a compreensão da Álgebra.

A presente dissertação foi estruturada em três capítulos, organizados em seções, como detalhado a seguir.

No primeiro capítulo é apresentada a fundamentação teórica, dividida em quatro seções. Contém um sucinto relato sobre a história da Álgebra, as primeiras noções algébricas e a transição da Aritmética para a Álgebra; destaca a importância de utilizar a resolução de problemas no ensino da Matemática e comenta as sugestões de George Polya (1978) para resolver um problema.

No segundo capítulo, relata-se o percurso do estudo, destacando os procedimentos metodológicos utilizados na realização desse trabalho, como foi desenvolvido, onde aconteceu e como ocorreu a aplicação das atividades de ensino.

Já no terceiro capítulo, faz-se uma discussão e apresenta-se a análise dos resultados, seguida das considerações finais.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Aborda-se, neste relato de experiência, a introdução do ensino da Álgebra por meio da resolução de problemas, visando contribuir para que os alunos possam compreender, interpretar e desenvolver o raciocínio lógico para dominar conteúdos matemáticos e superar as dificuldades no aprendizado.

1.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

Desde a antiguidade que os nossos antepassados utilizam a Álgebra para solucionar situações-problema surgidos na vida diária. Mas a maneira algébrica usada pelas antigas civilizações para resolver problemas era bastante diferente do modo como conhecemos hoje. A história da Álgebra gera muitas divergências de opiniões entre os historiadores, tanto em relação à sua origem quanto ao seu desenvolvimento, por isso, não se pode afirmar com propriedade qual é a civilização responsável por sua criação. No entanto, podemos citar algumas civilizações e diversos estudiosos que influenciaram e contribuíram para o seu surgimento e sua evolução.

Segundo Eves (2011) a civilização babilônica, a aproximadamente 2.000 a. C., já conseguia resolver problemas algébricos, porém nos métodos utilizados, não havia nenhuma notação simbólica, e valia-se de argumentos escritos sem abreviações. Mas essa forma tornava os cálculos muito espaçosos complicando a compreensão.

O matemático grego Diofanto de Alexandria (cerca de 250 d.C.), viveu no Egito por volta do século III a.C. e contribuiu para o avanço da Álgebra. É considerado um dos primeiros matemáticos a introduzir a notação algébrica por meio de abreviações para as incógnitas e os símbolos para as operações e a igualdade.

Os hindus colaboraram de forma expressiva para o desenvolvimento da Álgebra. Dentre eles, destaca-se *Brahmagupta* que viveu durante o século VII e trabalhou no centro astronômico de *ujjain*, na Índia central. O estudioso representava as incógnitas por sílabas e iniciais de palavras. Nesse período, surgiram outros matemáticos hindus, como os dois *Āryabhatas, Mahāvīra e Bhāskara*, mas *Brahmagupta* é o matemático hindu que merece destaque.

Outro nome importante para a Álgebra é *Al-Khowarizmi*, que nasceu em Bagdá no século VIII e realizou muitos estudos na área algébrica. A publicação do livro *Hisabal-jabrw'al-muqabala* o deixou bastante famoso, pois, de forma resumida, é representado por *al-jabr*, e essa abreviação originou o nome Álgebra. O título desse livro pode ser traduzido como a ciência da transposição e do cancelamento, pois *al-jabr* significa "transposição" e *al-muqabala* "cancelamento". Naquela época, não eram empregadas as notações atuais, mas já começava a ser compreendida a ideia de equação.

O francês François Viète que viveu no período de 1540 a 1603, deu importante contribuição para o desenvolvimento da Álgebra e há historiadores que também lhe atribuem o título de "pai da Álgebra". Ele conseguiu apresentar uma notação algébrica mais parecida com a atual, representando as incógnitas e as constantes das equações por letras.

Conforme Boyer (1996), alguns filósofos gregos como Aristóteles e Euclides por volta dos séculos IV e III a.C., já empregavam letras e símbolos para representar números e determinar a solução de um problema. Mas, só a partir dos séculos XV e XVI é que o alemão Stifel e os Italianos Cardano e Bombelli passaram a difundir o uso das letras para representar quantidades desconhecidas. Mas foi Viète que mostrou um organizado sistema de letras, para dar significado aos números desconhecidos, e os símbolos das operações, que são utilizados nos cálculos algébricos até hoje.

Ainda segundo Boyer (1996), Viète foi o primeiro a introduzir as equações e analisar as propriedades das expressões algébricas. A partir daí a Matemática deixou de se limitar a apenas problemas numéricos e a Álgebra passou a exercer um importante papel na representação de situações rotineiras da vida das pessoas. Assim, a Álgebra deixava de ser uma propagação da Aritmética e não mais se limitava a números e às quatro operações, passando a ter como objeto de estudo as estruturas abstratas e suas aplicações nas diversas áreas do conhecimento humano.

A notação algébrica passou por três momentos: o retórico ou verbal, o sincopado – fase em que as palavras eram empregadas de forma abreviadas –, e o simbólico – período em que houve várias mudanças até ganhar o modo de representação próximo do atual. A Álgebra pode ainda ser dividida em Álgebra antiga ou elementar que se resumia ao estudo das equações e nos processos de resolução, compreendendo o período que vai do século XVII a.C. ao século XVII d.C., e em Álgebra moderna ou abstrata que estuda as estruturas matemáticas mais complexas, como grupos, anéis e corpos, dentre outras.

Portanto, a origem da Álgebra é muito incerta, porque não existem registros que confirmem a forma como surgiu. Pesquisar sobre a história do desenvolvimento da Álgebra permite enxergar a evolução da Matemática; torna o ensino dessa ciência mais dinâmico; e produz significados para o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental.

Na próxima seção, destaca-se como são introduzidas as primeiras noções algébricas no Ensino Fundamental e como ocorre a transição da Aritmética para a Álgebra. Nessa fase do processo de aprendizagem, os alunos, além de estudar situações concretas da Aritmética, começam a desenvolver o pensamento abstrato da Álgebra, uma vez que o estudo da Matemática é gradativo e há uma progressão na apresentação dos seus conceitos.

1.2 NOÇÕES ALGÉBRICAS INICIAIS E A TRANSIÇÃO DA ARITMÉTICA PARA A ÁLGEBRA

A Matemática passou por transformações, com o desenvolvimento da Aritmética e da Álgebra, originando sistemas matemáticos, teorias, teoremas, lemas, axiomas e postulados. Por isso, há forte relação entre essas duas áreas da Matemática e é necessário entender que a transição da Aritmética para a Álgebra tem que ser construída de forma articulada e contextualizada.

Os PCN (BRASIL,1998) organizam os conteúdos do Ensino Fundamental por blocos temáticos e fornecem os conceitos, procedimentos e as atitudes que devem ser focados nesses blocos de conteúdo. Destacamos, no bloco números e operações que a resolução de problemas é uma sugestão de trabalho que o professor tem para desenvolver sua prática pedagógica em sala de aula e permite que ele faça uma reflexão sobre as estratégias e metodologias utilizadas na abordagem dos conteúdos que contribuirão para a aquisição de novos conhecimentos.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 84):

> O ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significados à linguagem e às ideias matemáticas. Ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de Álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas e estabelecer relações entre grandezas).

Em relação à Educação Básica no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) "propõe cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística), correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental" (BRASIL, 2017). A Aritmética faz parte da unidade temática Números, com a finalidade de desenvolver o pensamento numérico dos alunos e a Álgebra tem sua unidade temática própria, que, segundo a BNCC, "é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (BRASIL, 2017).

Ainda de acordo com a BNCC "a Álgebra deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações" (BRASIL, 2017).

Os alunos têm contato com a Aritmética desde o início da vida estudantil, pois, quando ingressam na escola, começam a conhecer os algarismos, números e suas operações; e a ter noção de quantidade, espaço e forma. Inteirados desses elementos essenciais, começam a fundamentar conceitos e se tornam capazes de interpretar situações, fatos e fenômenos que envolvem a Matemática. Já a Álgebra é apresentada aos alunos a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental, por meio da linguagem algébrica e das equações.

O educando do Ensino Fundamental constrói o significado aritmético nos anos iniciais do Ensino Fundamental e costuma sofrer impacto quando precisa desenvolver o pensamento algébrico nos anos finais. Nessa transição, não consegue perceber de modo natural a relação que existe entre a Aritmética e a Álgebra, nem entende que a Álgebra é uma continuação da Aritmética e depende das mesmas operações e propriedades usadas com os números. Isso ocorre porque está habituado a estudar conteúdos matemáticos que envolvem as quatro operações por meio de atividades e problemas aritméticos.

A partir daí, deixa de trabalhar apenas com números e se depara com situações que usam letras para representar valores, como nas expressões a + b = 15 e x + 3 = 10. Mas estava acostumado a empregar as letras apenas para representar grandezas, por exemplo, a letra m para indicar a medida de comprimento metro; a letra l para indicar a medida de capacidade litro; a letra g para indicar a medida de massa grama; dentre outras situações em que as letras não são utilizadas para assumir valores numéricos.

Nesse momento, o aluno precisa entender que a Álgebra possibilita o uso de letras para representar números desconhecidos e traduzir situações-problema. Passa, assim, a confrontar com regras e operações de estruturas representadas por letras que possuem valores numéricos.

Conforme a BNCC, "o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos" (BRASIL, 2017, p. 265). Por isso, é preciso que o professor dê sentido para os conteúdos que ele leciona, tanto faz se é de Aritmética ou de Álgebra, para aproximar e relacionar a Álgebra com situações vivenciadas diariamente pelos alunos, para que adquiram esses novos conceitos e formem o pensamento algébrico. A compreensão da linguagem algébrica permitirá que os conhecimentos absorvidos com Aritmética possam ser associados à Álgebra, pois precisam estabelecer uma conexão entre elas para entender o uso das incógnitas, das variáveis, das expressões algébricas, das fórmulas e suas aplicações.

Para Sessa (2009, p. 107):

> O plano integral de formação algébrica de um aluno deve nutrir-se, sem dúvida, de muitas outras experiências. No caminho, devem-se encontrar novos objetos, novos problemas, e produzir novas técnicas, a serem incorporadas de maneira sistemática.

Logo, o pensamento algébrico do aluno é construído de forma progressiva, associando os conhecimentos informais adquiridos no cotidiano com os formais aprendidos na escola.

Sobre os objetivos da Álgebra para o terceiro ciclo (6º e 7º ano) do Ensino Fundamental, os PCN (BRASIL, 1998, p. 64) destacam que o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

> Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras; Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

A BNCC (BRASIL, 2017, p. 270) muda a forma como os conteúdos devem ser apresentados no Ensino Fundamental em relação aos PCN e menciona, na unidade temática Álgebra, que:

> É imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam.

Já para os anos finais do Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL 2017, p. 270 - 271) propõe que:

> Os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos.

Para alguns alunos, aprender Álgebra não é tarefa fácil, e descrevem os conceitos algébricos como abstratos e de difícil compreensão. Diante disso, o professor deve buscar estratégias para introduzir a Álgebra de modo que os alunos possam obter a aprendizagem com a investigação e exploração de situações reais. A contextualização de diferentes situações do cotidiano deve ser usada para a formulação de problemas que relacionem o concreto com o abstrato e conscientizem o aluno da importância da Álgebra na sequência da sua vida estudantil, principalmente no Ensino Médio.

1.3 A IMPORTÂNCIA DE UTILIZAR A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O conhecimento humano foi construído ao longo do tempo e transmitido de geração para geração por meio de registros, relatos e atividades práticas. A história da humanidade está muito ligada ao processo histórico da Matemática, pois o homem, desde sua origem, vem tentando resolver situações-problema e superar os obstáculos que a vida oferece no dia a dia. No decorrer da evolução da espécie humana, usou vários artifícios para garantir a sua sobrevivência, usando das simples técnicas rudimentares da antiguidade aos mais sofisticados métodos científicos da atualidade.

A resolução de problemas desenvolve o conhecimento matemático do indivíduo e a Matemática é indispensável para a vida humana, por isso precisa ser introduzida na escola de modo significativo, para possibilitar a formação do pensamento crítico. Isso permitirá a participação do aluno de forma ativa e dinâmica no processo de ensino e aprendizagem e na construção do seu próprio conhecimento.

A resolução de problemas deve ser utilizada como meio para facilitar a aprendizagem dos alunos, segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.32):

> Resolução de problemas é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos. A história da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outros (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados à investigação interna da própria Matemática.

A Álgebra é um forte aliado da resolução de problemas e o uso das estruturas algébricas facilita a resolução de diversos problemas, mas, além de dominar os métodos de manipulações algébricas, o aluno tem que saber analisar os problemas, resolver e perceber suas aplicações, para relacionar com situações diárias. Como afirmam Veloso e Ferreira (2010, p.64):

> [...] é importante que os problemas a serem abordados se integrem com os outros conteúdos algébricos e que o curso seja planejado de modo a ajudar os alunos a desenvolverem as aptidões necessárias para resolvê-los e não apenas para dominar técnicas algébricas.

Sobre a importância da resolução de problemas na escola, os PCN (BRASIL, 1998) destacam que "o aluno durante o processo de resolução de um problema faz um acúmulo de conhecimentos e desenvolve a capacidade de utilizar os dados que estão ao seu alcance tanto dentro quanto fora do âmbito de aula". Por isso, os conhecimentos matemáticos adquiridos na escola precisam estar conexos com os conhecimentos utilizados pelo aluno em sua vida diária.

O educador deve compreender a importância da contextualização do conhecimento matemático no processo de ensino-aprendizagem. D'Ambrósio (2001) afirma que "o conhecimento de um indivíduo, de uma comunidade, de uma cultura e das civilizações não é nada mais que o acúmulo de experiências e práticas e de suas reflexões sobre elas". Ainda segundo D'Ambrósio (2001, p. 22):

> O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.

O professor de Matemática precisa apresentar situações que desafiem o aluno, fazendo-o pensar de modo produtivo para que, com a resolução de problemas, possa adquirir motivação e autoconfiança para construir o conhecimento matemático. Nesse contexto, Dante (2000, p.15) afirma que:

> Mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. Assim, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. E, para isso, é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo sua capacidade de enfrentar situações-problema.

Portanto, a resolução de problemas é uma metodologia inovadora que, quando proposta em sala de aula, por meio de problemas de natureza diversa, desperta no aluno a curiosidade, o interesse e desenvolve a capacidade de investigação e interpretação, proporcionando uma aprendizagem satisfatória e eficaz. Tendo em vista que a Matemática é uma ciência que precisa ser desenvolvida de forma significativa, dando ao aluno a possibilidade de construir gradativamente seu conhecimento, por meio de experiências e situações vivenciadas em sala de aula e no meio em que vive. Dessa maneira, ele será capaz de utilizar os procedimentos e as técnicas adquiridos na escola para desenvolver habilidades e adquirir as competências necessárias para compreender os conceitos matemáticos.

1.4 POLYA E SUAS IDEIAS PARA RESOLVER UM PROBLEMA

O relato descrito nos próximos parágrafos foi elaborado com base em resumo do livro *A Arte de Resolver Problemas,* de George Polya.

George Polya nasceu em 13 de dezembro de 1887 em Budapeste (Hungria), de família judaica de origem polaca. Faleceu em 7 de setembro de 1985, em Palo Alto, na Califórnia/Estados Unidos da América. Durante o Ensino Secundário frequentou uma escola que valorizava a aprendizagem baseada na memorização, mas ele considerava essa prática monótona e sem utilidade. Polya foi um excelente estudante e isso lhe permitiu ganhar uma bolsa de estudos na Universidade de Budapeste, onde começou a estudar Direito, seguindo os passos de seu pai. No entanto, não gostou do curso e passou a estudar línguas e literaturas. Depois, interessou-se por Latim, Física, Filosofia e, finalmente, por Matemática tendo, em 1912, concluído o seu doutorado.

Em 1913 publicou um dos seus mais importantes resultados, a solução do problema do passeio aleatório. Em 1913, foi para Paris/França trabalhar em seu pós-doutoramento. Em 1914, assumiu um cargo na Universidade de Zurique/Suíça. Em 1924, trabalhou com Hardy e Littlewood em Oxford e Cambridge, na Inglaterra. Publicou a classificação dos planos de simetria em dezessete grupos, o que mais tarde viria a inspirar Escher. Em 1925, com Szegö, publicou: *Aufgaben und lehrsätze aus der Analysis* e *Die grundlehren der mathematischen wissenschaften*. Em 1940, com receio de uma possível invasão da Suíça, pela Alemanha, decidiu ir para os Estados Unidos da América. Em 1942 aceitou o cargo de professor na Universidade de Stanford, onde permaneceu até sua aposentadoria, em 1953. Em 1945, publicou um dos seus livros mais famosos: *How to Solve it*. Seguiram-se *Isoperimetric Inequalities im Mathematical Physics* (1951); *Matemathics and Plausible Reasoning* (1954) e *Mathematical Discovery* (1962-64).

Polya deixou em seu livro *How to Solve It (traduzido para o português como A Arte de Resolver Problemas)* especial contribuição para o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas, generalizando um método que pode ser desenvolvido em quatro etapas. Nesse livro, apresenta, de forma simples, os seguintes passos para resolver um problema: Primeiro é necessário compreender o problema; segundo, elaborar um plano de ação; terceiro, executar o plano; quarto, verificar e validar a solução. Esse plano funciona como um processo que leva o aluno a construir suas estratégias para determinar a solução de um problema, entendendo todos os procedimentos empregados no decorrer da resolução.

Durante a construção deste estudo, foram feitas várias leituras de trabalhos de pesquisadores e pensadores que estudaram e escreveram sobre o processo de resolução de problemas, mas o que chamou mais a atenção foi o modelo desenvolvido por George Polya, que estruturou pedagogicamente uma sequência para essa metodologia, de uma forma que permite fundamentar a trajetória de solução e verificar a resolução dos problemas. Essas noções para resolver problemas contribuem para aprimorar a prática do professor de Matemática. Em sua dissertação, Medeiros Junior (2007, p.2-3) destaca que:

> “Cabe ao professor propiciar aos seus alunos oportunidades para deixar de ser apenas memorizadores e reprodutores de conhecimentos matemáticos. Há necessidade de que sejam transformadores e críticos, capazes de elaborar de forma concreta suas próprias definições em benefício de suas atividades como cidadãos. Acreditam também que o aluno se sente mais motivado em aprender Matemática quando é incitado a resolver problemas de variados tipos e é capaz de resolvê-los de diferentes maneiras.

O método heurístico abordado por Polya serve para ajudar o estudante de forma intuitiva a chagar à resposta de um problema por meio de suas próprias estratégias. Para isso, ele precisa organizar suas ideias de forma argumentativa e assim descobrir as soluções dos problemas. Já o professor de Matemática tem como finalidade fundamental, nesse processo, ensinar o aluno a pensar e aprender os conceitos matemáticos com base em experimentos desenvolvidos pelo próprio aluno.

As ideias citadas por Polya para a resolução de problemas podem colaborar de forma significativa na atividade docente do professor de Matemática, por isso é importante comentar os passos deixados por ele. Vale destacar que Polya organizou o processo de resolução de problemas e o dividiu em quatro etapas, apontadas e detalhadas a seguir.

Primeira Etapa: Entender o problema

Inicialmente o aluno tem que entender o problema para determinar:

- Qual é a Incógnita; quais os dados; e as condições;

- Se é possível satisfazer as condições e se são suficientes para determinar a incógnita; ou são insuficientes; redundantes; ou contraditórias;
- Fazer uma figura; outra, se necessário; introduzir uma notação adequada;
- Separar as condições em partes.

Segunda Etapa: Elaborar um plano de ação, ou seja, construir uma estratégia de resolução

Nessa etapa o aluno deverá encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita. Nesse momento pode ser necessário considerar problemas auxiliares ou particulares. Se, por acaso, demorar para estabelecer uma ligação entre as informações, poderá usar essas ideias para criar um plano ou estratégia de resolução do problema, seguindo estas recomendações:

- Verificar se já encontrou esse problema ou algum parecido;
- Ver se conhece um problema semelhante;
- Se conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar;
- Olhar para a incógnita e tentar encontrar um problema familiar e que tenha incógnita semelhante;
- Se conseguir um problema relacionado com o seu, ver se já sabe resolvê-lo;
- Ver se consegue aproveitá-lo; se pode usar seu resultado; ou seu método; se pode introduzir algum elemento auxiliar, de modo a viabilizar esses objetivos;
- Se é possível enunciar o problema de outra maneira;
- Se não conseguir resolver o problema dado, tentar resolver um problema parecido;
- Imaginar um caso particular mais acessível, ou um caso mais geral e mais acessível;
- Ver se consegue resolver alguma parte do problema;
- Manter apenas parte das condições do problema e observar o que ocorre com a incógnita; como varia agora; e se obteve algo desses dados;
- Imaginar outros dados capazes de produzir a incógnita;
- Verificar se é possível alterar a incógnita ou os dados, ou ambos, de modo que a nova incógnita e os novos dados fiquem mais próximos;

- Ver se está levando em conta todos os dados; e todas as condições.

Terceira Etapa: Executar o plano ou a estratégia

Geralmente, é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular para esta etapa prematuramente e acaba errando a solução do problema. Outros não conseguem elaborar corretamente as estratégias e se complicam ao executar a resolução. Contudo, nesta fase, o aluno deverá:

- Executar a estratégia;
- Verificar cada passo;
- Mostrar claramente que cada um deles está correto.

Quarta Etapa: Verificar e validar a solução, ou seja, fazer uma revisão da resolução

Ao final desta etapa o aluno deverá:

- Examinar a solução obtida;
- Conferir o resultado e os argumentos utilizados na resolução;
- Verificar se pode obter a solução de outro modo;
- Definir qual é a essência do problema e do método de resolução empregado, em particular, ver se consegue usar o resultado, ou o método, em algum outro problema.

Portanto, o processo de resolução de problemas citado por Polya apresenta um aspecto diferente para o ensino da Matemática, contribuindo para que essa ciência seja ministrada em sala de aula de forma indutiva e experimental. Esse método heurístico exige domínios individuais do estudante, e lhe oferecendo a oportunidade de desenvolver o raciocínio lógico, ampliar o poder de abstração e aprimorar o grau de argumentação. Logo, o modo como Polya apresenta a resolução de problemas é considerado um instrumento metodológico que possibilita ao educando estabelecer estratégias para realizar as conexões necessárias entre os conteúdos matemáticos, fundamentando de forma participativa a construção do seu conhecimento.

2 METODOLOGIA

Neste capítulo, serão descritos os aspectos teóricos e metodológicos que foram utilizados para desenvolver o presente estudo, visando investigar as dificuldades de aprendizagem dos alunos no estudo da Álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental por meio da resolução de problemas.

2.1 APRESENTAÇÃO TEÓRICA DO ESTUDO

O presente estudo apoiou-se numa abordagem metodológica do tipo descritiva qualitativa. Segundo Goldenberg (1999, p. 63) "os métodos qualitativos poderão observar, diretamente, como cada indivíduo, grupo ou instituição experimenta, concretamente, a realidade pesquisada". Ainda sobre a abordagem qualitativa, Gil (2009, p. 133) explica que se pode "definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório".

Ainda segundo Gil (2008, p. 28) "as pesquisas deste tipo têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis".

Assim, neste estudo, procurou-se identificar as dificuldades mais triviais no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra e apresentar estratégias para superar tais obstáculos.

2.1.1 SUJEITOS DO ESTUDO

Os sujeitos do estudo foram os alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Itaquara/BA. A turma era composta por 26 alunos, classificados por A1, A2, A3, A4, A5, até A26. A escolha dessa turma justifica-se no fato desses alunos já terem estudado os conteúdos da introdução do ensino da Álgebra no 7º ano e vivenciado diversas situações que envolviam conhecimento algébrico.

Esses alunos diferenciam-se bastante quanto à faixa etária, classe social, econômica e culturalmente. Os pais dos alunos são autônomos, profissionais liberais, lavradores, comerciantes, comerciários, professores, empregadas domésticas, funcionários públicos municipais e estaduais e prestadores de serviços como pedreiros, carpinteiros, cabelereiros, manicures, taxistas, dentre outros.

2.2 CONTEXTO DO ESTUDO

Esse relato de experiência foi desenvolvido com alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, do turno matutino, em uma escola pública da zona urbana. A referida escola tem 386 alunos matriculados para o ano letivo de 2019 e funciona nos três turnos, oferecendo o Ensino Fundamental II nos turnos matutinos e vespertinos e a Educação de Jovens e Adultos (EJA) no período noturno, como demostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Distribuição dos alunos da escola por gênero

Gênero	Quantidade	Faixa Etária
Masculino	204	Entre 11 e 48 anos
Feminino	182	Entre 11 e 48 anos

Fonte: Dados da Escola (2019)

Este estudo foi realizado com 26 (vinte e seis) alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental II do turno matutino. As características dos sujeitos investigados podem ser observadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Distribuição dos alunos da turma por gênero

Gênero	Quantidade	Faixa Etária
Masculino	11	Entre 13 e 16 anos
Feminino	15	Entre 12 e 15 anos

Fonte: Dados da Escola (2019)

Por ser a única escola que oferece a Educação Básica para os anos finais do Ensino Fundamental na sede do município e, estar localizada na região central da cidade, sua clientela são alunos de todos os bairros da sede e de algumas regiões da zona rural.

2.3 INSTRUMENTOS DA COLETA

As informações para a realização deste estudo foram obtidas a partir de duas atividades (APÊNDICE A e B) compostas por questões que exigiam noções algébricas básicas e interpretação de situações-problema para resolvê-las, ambas exigiam conhecimentos matemáticos adquiridos no 7º ano do Ensino Fundamental.

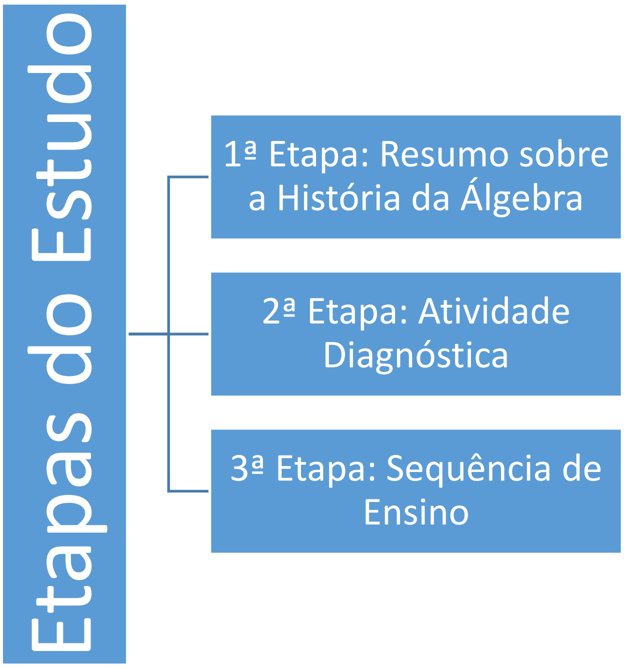
No primeiro contato com os alunos investigados, antes da aplicação das atividades, foi usado um texto (ANEXO A) sobre a história da Álgebra construído a partir de informações encontradas em *sites e livros de Matemática*. Fez-se a apresentação desse material por meio de recursos audiovisuais *(notebook e data show, com apresentação de slides).*

Na sequência, para coletar os dados deste estudo, as atividades continham exercícios e problemas, cuja resolução demandava uma retomada de conteúdos estudados nos anos anteriores; interpretação de texto; e noções algébricas.

2.4 DESENVOLVIMENTO

A sequência de ensino aconteceu em três etapas, durante o mês de abril de 2019, e foram ministradas em 6 (seis) horas-aulas. Para desenvolver esse estudo, o professor regente da disciplina Matemática da turma cedeu as suas aulas e participou como colaborador na aplicação das atividades, consciente dos objetivos das atividades propostas. Nesta seção descreveremos como foi desenvolvida cada uma das etapas deste estudo (Figura 1).

Figura 1 - Organograma da investigação



Fonte - Elaboração do autor (2019)

Com o intuito de estimular o interesse, prender a atenção e despertar a curiosidade dos alunos, a investigação foi iniciada com um texto (ANEXO A) que apresentava um resumo da história da Álgebra. O texto foi distribuído em material impresso e discutido com os alunos por meio de *slides*, usando como recurso didático o aparelho de data show. Em seguida fizemos uma abordagem sobre as aplicações da Álgebra nas diversas áreas de conhecimento, destacando a importância de saber relacionar contextos matemáticos com situações cotidianas.

Por meio dessas abordagens, os alunos conheceram um pouco da história da Álgebra e compreenderam sua importância e suas aplicações na construção do conhecimento. Uma explanação sobre os objetivos deste estudo pretendeu apresentar a relevância desse tipo de investigação para melhorar a qualidade do ensino de Matemática e, consequentemente, possibilitar uma aprendizagem satisfatória. Essa fase foi finalizada com uma explicação das etapas posteriores da referida experiência e como seria desenvolvida cada uma delas, no decorrer de duas horas-aula de 50 minutos cada.

Na segunda etapa foi feita a aplicação de uma atividade diagnóstica (APÊNDICE A) composta por 6 (seis) questões que exigia dos participantes conhecimentos sobre conceitos algébricos, expressões algébricas, incógnitas, variáveis e equações polinomiais do 1º grau. Essa atividade teve como objetivo principal verificar as noções algébricas adquiridas pelos alunos no 7º ano do Ensino Fundamental, além de identificar os erros mais comuns no processo de resolução e investigar as dificuldades que impedem a aprendizagem no estudo da Álgebra. Em duas horas-aula, tiveram que resolver individualmente as questões da atividade, sem interferência do pesquisador e do professor regente.

Já na terceira etapa foi aplicada uma sequência de ensino (APÊNDICE B) por meio de algumas situações-problema para serem resolvidas pelos alunos, cujo foco foi a transição do concreto da Aritmética para o abstrato da Álgebra. Nessa parte do estudo, o objetivo foi investigar se os educandos são capazes de interpretar os enunciados dos problemas; utilizar conhecimentos algébricos; apresentar estratégias ou procedimentos de resolução; perceber padrões para generalizá-los; e encontrar a solução das situações-problema apresentadas.

Ao expor a atividade para os alunos, a preocupação foi orientá-los segundo as quatro fases de resolução de problemas utilizadas por George Polya, mostrando sua contribuição para a Educação Matemática e destacando a importância de usar a criatividade, intuição, imaginação e descoberta para resolver situações-problema.

Em todas as questões da sequência de ensino (APÊNDICE B), o aluno foi colocado como o principal personagem na construção das resoluções, fazendo-o organizar hipóteses, tomar decisões e definir conclusões. Tentou-se, dessa forma, com a resolução de problemas, utilizar os conceitos algébricos adquiridos nos anos anteriores, testar a habilidade do aluno para abstrair as informações dos enunciados das situações-problema, traduzi-las da linguagem corrente para a algébrica e encontrar as suas soluções.

Segue a descrição das questões propostas na atividade diagnóstica (APÊNDICE A) aplicada na turma investigada, com seus respectivos objetivos.

QUESTÃO 1: Represente as situações abaixo através de expressões algébricas (linguagem matemática ou simbólica)

Em Língua Portuguesa, materna ou usual	Em Linguagem Matemática
Um número qualquer	
Um número qualquer acrescido de duas unidades	
O dobro de um número qualquer	
Um número qualquer e seu antecessor	
Um número par qualquer	
Um número ímpar qualquer	
Dois números consecutivos quaisquer	
A diferença entre um número qualquer e cinco	
A diferença entre dois números quaisquer	
O produto de dois números distintos	
A terça parte de um número qualquer	
A metade de um número qualquer	
A soma entre os três quintos de um número qualquer e a metade desse mesmo número	
O quíntuplo de um número qualquer somado com a terça parte desse mesmo número	
O quadrado de um número qualquer	

OBJETIVO: Escrever uma expressão algébrica para cada situação, compreendendo o significado das letras para representar números desconhecidos nas operações matemáticas.

QUESTÃO 2: Na questão anterior, você fez a tradução da linguagem materna para a linguagem matemática, agora, neste exercício você fará o contrário. Escreva uma expressão matemática e, em seguida, explique o que essa expressão significa.

OBJETIVO: Escrever expressões algébricas, sentenças matemáticas ou igualdades na linguagem simbólica e transcrevê-las para a linguagem textual.

QUESTÃO 3: Enuncie as expressões que estão representadas na linguagem algébrica por meio da língua portuguesa ou materna:

Em Linguagem Matemática	Em Língua Portuguesa ou textual
x + 3	
3x – 15	
2x + 8 = 20	
$\frac{x}{2} - 4$	
$\frac{2x}{3} + 7$	

OBJETIVO: Interpretar e transcrever diferentes expressões algébricas, sentenças matemáticas e equações para a linguagem textual.

QUESTÃO 4

Quais sentenças são equações?

a) $3x - 16 = 5$

b) $2x + 1 > 9$

c) $5x - 3 + 2x - 14$

d) $\frac{2x}{5} - 5 < 18$

e) $\frac{y}{3} + 13 = \frac{2y}{5} + 2$

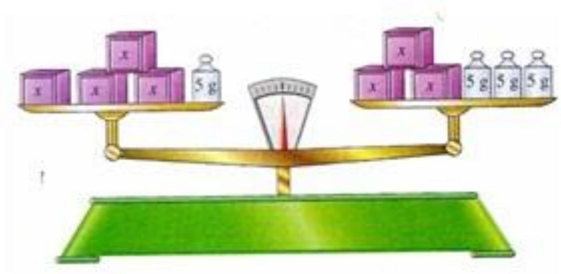
OBJETIVO: Compreender o que é uma equação para diferenciá-la de uma inequação (desigualdade), sentença matemática ou expressão algébrica.

QUESTÃO 5: Determine o valor numérico da expressão $5 \cdot x + 2$, para os seguintes valores de x:

Valor de x	Valor da expressão $5 \cdot x + 2$
0	
1	
2	
-3	
-2	

OBJETIVO: Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica, compreendendo a diferença entre incógnita e variável.

QUESTÃO 6: O esquema abaixo mostra uma balança em equilíbrio:



a) Determine a equação que a balança está representando;

b) Determine a equação que a balança estará representando quando se retirar de cada prato 3 cubos;

c) Qual é a massa de cada cubo?

Objetivo: Compreender o que significa resolver uma equação e quais procedimentos utilizar para isso, aplicando os conhecimentos de expressões algébricas, sentença matemática, equações equivalentes e termo desconhecido (incógnita).

As situações-problema propostas na sequência de ensino (APÊNDICE B) para os alunos na terceira etapa desta investigação e seus respectivos objetivos são apresentadas a seguir.

<u>QUESTÃO 1</u>: **As pombas e o gavião**

O gavião chega ao pombal e diz:
- Adeus, minhas cem pombas.
As pombas respondem, em coro:
- Cem pombas não somos nós; com mais dois tantos de nós e com você, meu caro gavião, cem pássaros seremos nós.
Quantas pombas estavam no pombal?
(DANTE, 2010, p. 103)

OBJETIVO DA QUESTÃO 1: Utilizar os conhecimentos construídos e adquiridos sobre operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico, representar e resolver equação do 1º grau com uma incógnita e solucionar as situações-problema.

<u>QUESTÃO 2</u>: **Descubra o número pensado**

Numa gincana realizada com os alunos dos oitavos anos de uma escola pública, o 8º ano A propôs para o 8º ano B o seguinte problema: “Pensei em um número, adicionei 15 ao triplo desse número, depois dupliquei o resultado e encontrei 90 como resultado”. Uma aluna do 8º ano B respondeu 12.

a) Ela acertou ou errou?

b) Qual foi o número que eu pensei?

c) Explique como você encontrou esse resultado.

d) É possível pensar em um número diferente deste que você encontrou e chegar no resultado 90, realizando as mesmas operações? Explique sua resposta.

OBJETIVO DA QUESTÃO 2: Reconhecer que as representações algébricas possibilitam generalizar sobre propriedades das operações aritméticas; traduzir situações-problema para a linguagem algébrica; e elaborar estratégias para encontrar suas possíveis soluções.

<u>QUESTÃO 3</u>: **As mesas do restaurante**

O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o restaurante para o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?

(DANTE, 2010, p. 172)

OBJETIVO DA QUESTÃO 3: Interpretar diferentes situações-problema para expressá-las por meio da linguagem algébrica e resolvê-las, estabelecendo as relações entre um sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas.

QUESTÃO 4: **A corrida de táxi**
Uma corrida de táxi tem a bandeirada de R$ 10,00 e o custo por km de R$ 1,50. Determine: a) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 6 quilômetros? b) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 10 quilômetros? c) Qual expressão algébrica representa a situação de uma corrida desse táxi? d) Numa determinada corrida, um cliente pagou R$ 55,00. Quantos km ele percorreu?

OBJETIVO DA QUESTÃO 4: Utilizar expressões algébricas para descrever sentenças matemáticas e situações-problema reais, distinguindo incógnita de variável para generalizar situações cotidianas por meio da Álgebra e encontrar um padrão para determinar suas soluções.

Com as soluções dessas atividades efetuadas pelos participantes desta investigação, esperamos identificar as principais dificuldades dos alunos na introdução do ensino da Álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental. No próximo capítulo, consta uma análise dos dados e a discussão dos resultados a partir das informações obtidas na resolução das atividades aplicadas.

3 ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos a análise das respostas das questões das atividades deste estudo; comentamos como os educandos as resolveram; e fazemos uma breve discussão dos resultados alcançados. De posse desses registros, acreditamos ter atingido os objetivos desejados nesta investigação.

Iniciamos a nossa análise pela atividade diagnóstica (APÊNDICE A), na qual constatamos que houve erros comuns na resolução pelos alunos. Nesse primeiro momento, a atividade foi aplicada sem nenhum tipo de ajuda do professor regente ou do pesquisador.

Observando os resultados da atividade diagnóstica, verificamos que as noções algébricas adquiridas pelos estudantes nos anos anteriores não foram suficientes para organizar o pensamento algébrico e responder às questões, pois demonstraram muita dificuldade para compreender e interpretar os seus enunciados.

A leitura e a concentração são instrumentos indispensáveis para a compreensão e exploração do pensamento algébrico nas mais variadas situações da vida humana. Por isso, o professor precisa ter um olhar cuidadoso e sensível em sala de aula para transformar o aluno em sujeito ativo e responsável pela construção do conhecimento matemático.

3.1 ANÁLISE DA ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

A seguir, faremos uma análise quantitativa por questões e exemplificaremos com algumas respostas de alunos aos exercícios da atividade diagnóstica (APÊNDICE A).

i. Questão 1 da Atividade Diagnóstica

Esta questão buscava explorar as noções iniciais da álgebra usadas pelos educandos para representar enunciados da linguagem textual para a forma simbólica. Porém, dos 26 (vinte e seis) alunos que responderam à questão, 24 (vinte e quatro) acertaram menos de 20%; um acertou entre 21% e 40%; um acertou entre 41% e 60%; e nenhum acertou mais de 60%. Isso evidencia que esses alunos não assimilaram as noções algébricas básicas no 7º ano.

Percebe-se que, na resolução do exercício 1, o aluno não aplicou corretamente o conhecimento algébrico, demostrando que não compreendeu o conceito de expressões algébricas para transcrever os enunciados das sentenças. Outros alunos também cometeram erros similares e nenhum deles conseguiu representar algebricamente todas as sentenças de modo correto, no entanto, essas falhas podem ser corrigidas com a exploração de situações semelhantes às do exercício 1 (Fig. 2).

Figura 2 - Resolução da questão 1 do exercício

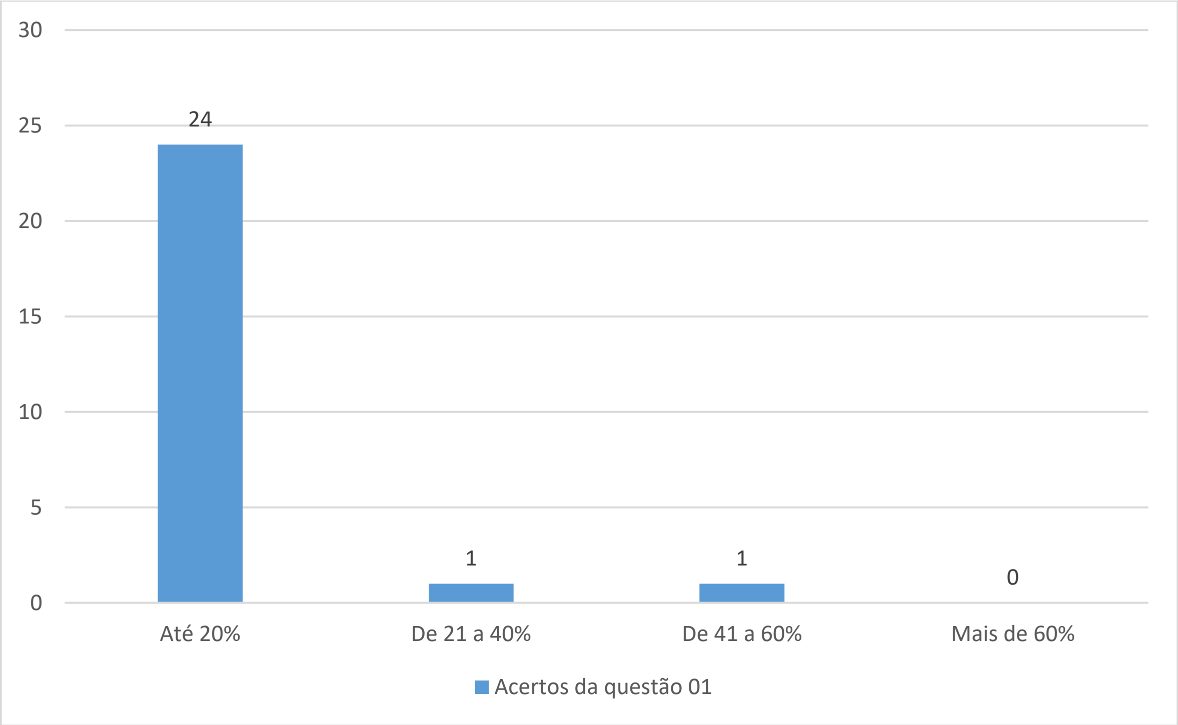
1- Represente as situações abaixo através de expressões algébricas (linguagem matemática ou simbólica):

Em língua Portuguesa, Materna ou Usual/textual	Em Linguagem Matemática
Um número qualquer	x
Um número qualquer acrescido de duas unidades	$x + 2$
O dobro de um número qualquer	$2x$
Um número qualquer e seu antecessor	$10x - 1x = 9x$
Um número par qualquer	8
Um número ímpar qualquer	7
Dois números consecutivos quaisquer	1 e 2
A diferença entre um número qualquer e cinco	$x - 5 = z$
A diferença entre dois números quaisquer	$z - y = x$
O produto de dois números distintos	$z + y = x$
A terça parte de um número qualquer	$x : 3$
A metade de um número qualquer	$x . 2$
A soma entre os três quintos de um número qualquer e a metade desse mesmo número	$x \frac{3}{5} : 2 = z$
O quíntuplo de um número qualquer somado com a terça parte desse mesmo número	$5x + x : 3$
O quadrado de um número qualquer	x^2

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

O Gráfico 1 a seguir representa os dados relatados acerca da questão 1.

Gráfico 1 - Desempenho na resolução da questão 1 do exercício



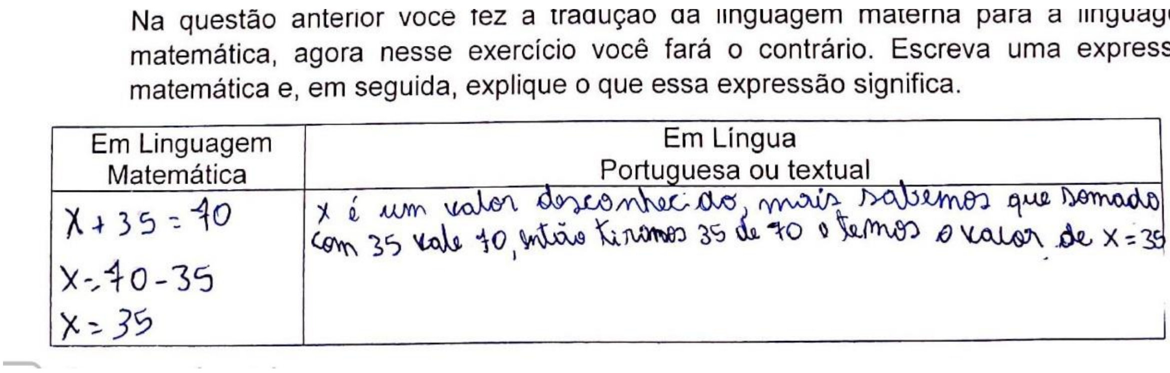
Fonte - Elaboração do autor (2019)

ii. Questão 2 da Atividade Diagnóstica

Dos 26 (vinte e seis) alunos que fizeram o exercício, 13 (treze) exemplificaram corretamente na linguagem matemática e 13 (treze) erraram ou deixaram em branco. Mas quando foi para transcrever o exemplo para a linguagem textual, apenas 6 (seis) representaram de forma correta.

O tipo de questão apresentada na figura 3 permite que o aluno exponha de forma espontânea seu conhecimento; produza significados para o conteúdo estudado e serve de instrumento para a verificação da sua aprendizagem. Por meio desse exercício foi possível verificar que a turma está em maturação cognitiva e ainda não desenvolveu o pensamento algébrico para formular hipóteses e argumentos matemáticos, pois a maioria cometeu erros na tradução dos exemplos apresentados para a linguagem textual.

Figura 3 - Resolução da questão 2 do exercício

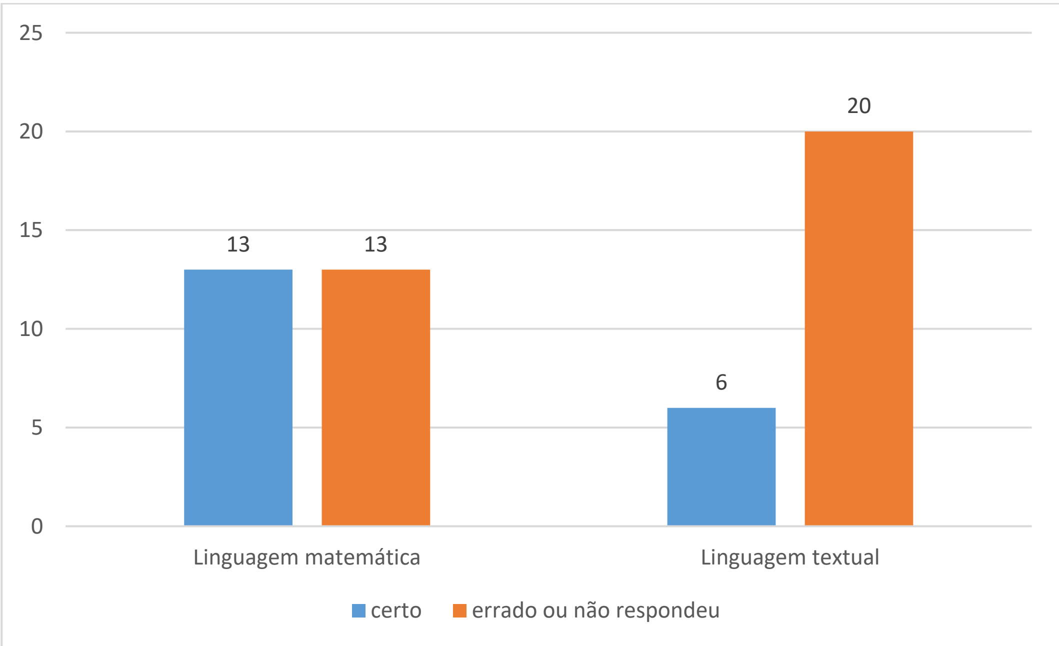

Na questão anterior você fez a tradução da linguagem materna para a linguagem matemática, agora nesse exercício você fará o contrário. Escreva uma expressão matemática e, em seguida, explique o que essa expressão significa.

Em Linguagem Matemática	Em Língua Portuguesa ou textual
$X + 35 = 70$ $X = 70 - 35$ $X = 35$	x é um valor desconhecido, mais sabemos que somado com 35 vale 70, então tiramos 35 de 70 e temos o valor de x = 35

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

O Gráfico 2 representa o desempenho dos estudantes na resolução da questão 2:

Gráfico 2 - Desempenho na resolução da questão 2 do exercício



Fonte - Elaboração do autor (2019)

iii. Questão 3 da Atividade Diagnóstica

Nesse exercício, a maioria dos alunos respondeu errado à questão, ou a deixaram em branco, demonstrando muita dificuldade para transcrever da linguagem algébrica ou simbólica para a textual. Verificamos que 19 (dezenove) deles erraram todas ou conseguiram escrever apenas uma sentença de forma correta, 3 (três) escreveram de duas a três sentenças certas e apenas 4 (quatro) traduziram mais de três sentenças corretamente.

As dificuldades apresentadas na resolução dos itens da questão da Figura 4, revelam que o aluno precisa desenvolver as linguagens escrita e simbólica simultaneamente, na introdução do ensino da Álgebra para melhor compreender os conceitos matemáticos e construir de forma sólida o pensamento algébrico. É fundamental que entenda que a letra pode ser considerada como um número qualquer ou como variável, nas expressões algébricas, e termo desconhecido, ou incógnita, nas equações.

Figura 4 - Resolução da questão 3 do exercício

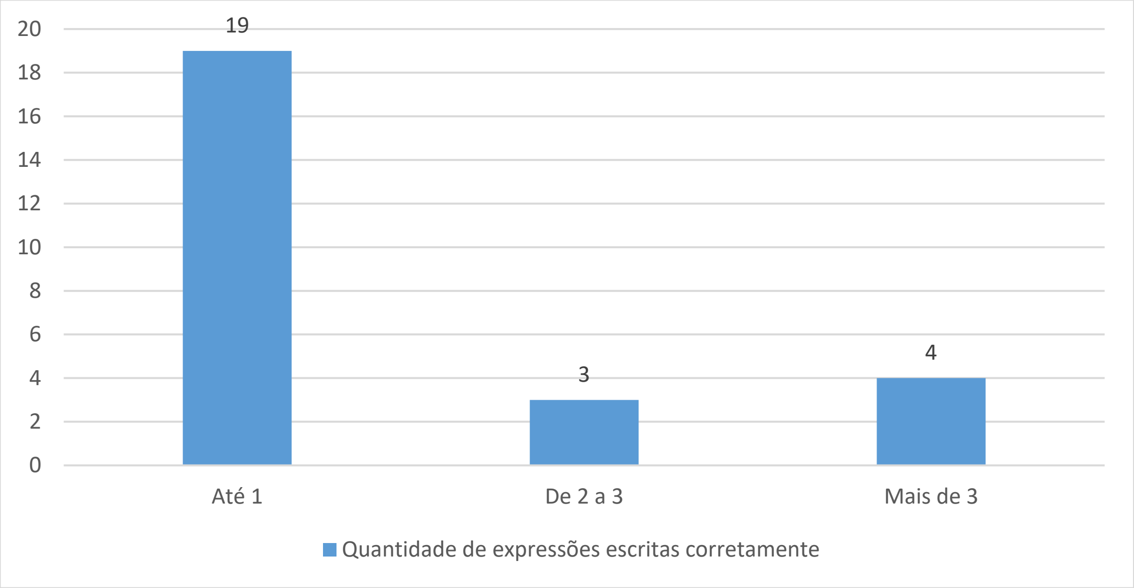
Enuncie as expressões que estão representadas na linguagem algébrica por meio da língua portuguesa ou materna:

Em Linguagem Matemática	Em Língua Portuguesa ou textual
$x + 3$	Um número somado com 3
$3x - 15$	O triplo de um número menos 15
$2x + 8 = 20$	O dobro de um numero mais oito com resultado 20
$\frac{x}{2} - 4$	A metade de um numero menos quatro
$\frac{2x}{3} + 7$	A terça parte de um numero vezes 2 mais 7

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

Esses números podem ser observados no Gráfico 3.

Gráfico 3 - Desempenho na resolução da questão 3 do exercício



Fonte - Elaboração do autor (2019)

iv. Questão 4 da Atividade Diagnóstica

No acompanhamento do desempenho dos alunos na resolução da questão 4, esperava-se que fossem capazes de identificar a equação como uma sentença matemática expressa por uma igualdade que apresenta letra (incógnita) para representar números desconhecidos. Porém, apenas 7 (sete) identificaram as duas equações corretamente, 16 (dezesseis) identificaram apenas uma e 3 (três) não conseguiram identificar nenhuma. Assim, conclui-se que o conhecimento da turma sobre equação não está completo, pois a maioria dos alunos não distinguiu equação de sentença matemática ou de inequação.

O aluno conseguiu identificar as duas equações existentes dentre as alternativas da questão representada na figura 5 impecavelmente, porém, a maior parte dos integrantes da turma não obteve o mesmo êxito. Isso mostra que, para os alunos, toda sentença algébrica representa uma equação, ou, ainda, que toda expressão que tem letra é uma equação.

Figura 5 - Resolução da questão 4 do exercício

Questão 04

Quais sentenças são equações?

a) $3x - 16 = 5$

b) $2x + 1 > 9$

c) $5x - 3 + 2x - 14$

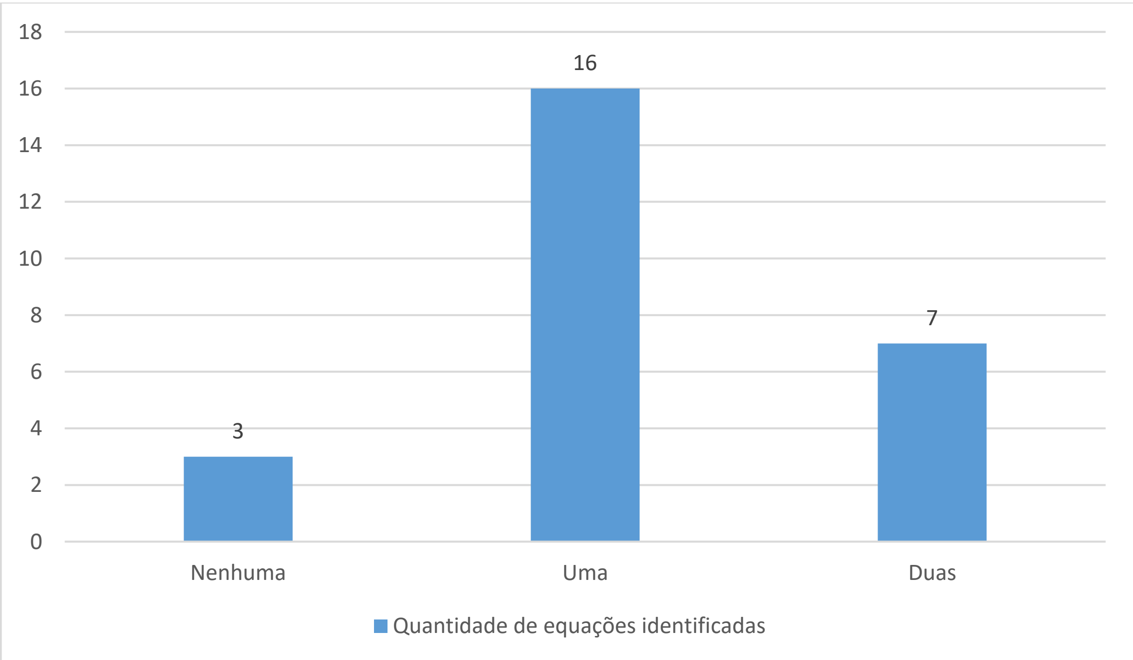
d) $\frac{2x}{5} - 5 < 18$

e) $\frac{y}{3} + 13 = \frac{2y}{5} + 2$

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

O Gráfico 4, a seguir, apresenta o desempenho dos alunos na resolução da questão 4.

Gráfico 4 - Desempenho na resolução da questão 4 do exercício



Fonte - Elaboração do autor (2019)

v. Questão 5 da Atividade Diagnóstica

A finalidade desse exercício foi verificar se os alunos sabiam identificar variável numa expressão algébrica e aplicar as propriedades da multiplicação, adição e subtração, para determinar seu valor numérico em diferentes situações. No entanto, 6 (seis) deles conseguiram calcular o valor numérico de mais de 40% dos itens; 8 (oito) acertaram mais de 20% e menos de 40% da questão; e 12 (doze) alcançaram no máximo 20% de acertos na questão.

A questão mostrou que, além das dificuldades com as expressões algébricas, os alunos não dominam cálculos aritméticos, principalmente, quando precisam resolver expressões numéricas. Tendo em vista que a grande maioria não resolveu primeiro a multiplicação para depois efetuar os cálculos com adição ou subtração (Fig. 6).

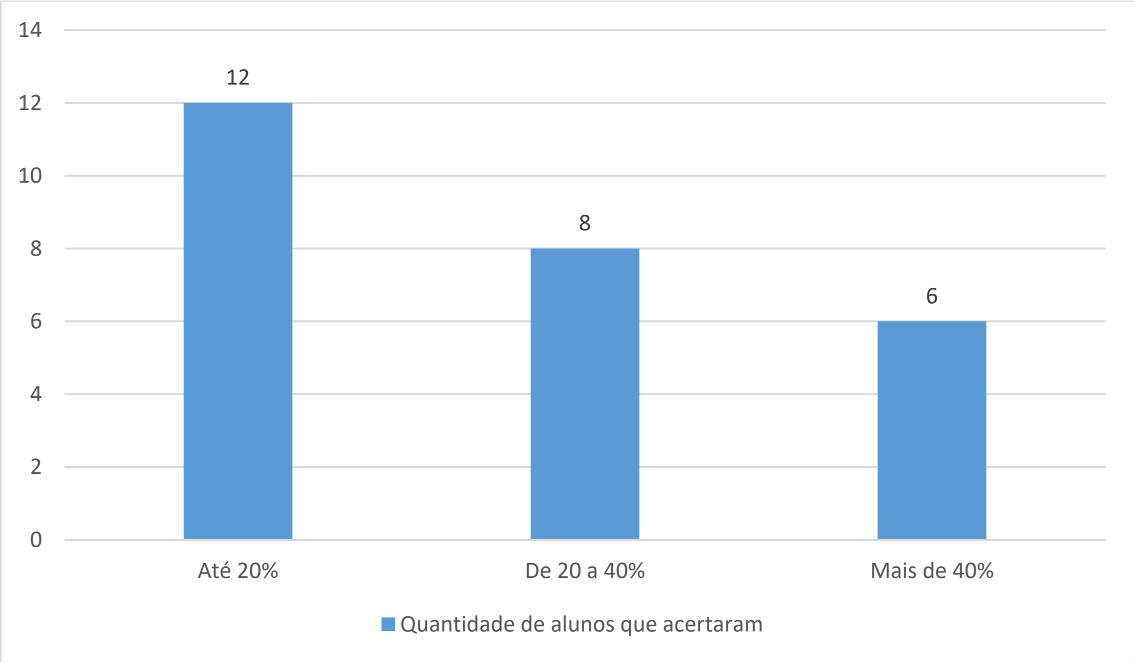
Figura 6 - Resolução da questão 5 do exercício

Determine o valor numérico da expressão $5 \cdot x + 2$, para os seguintes valores de x:

Valor de x	Valor da expressão $5 \cdot x + 2$
0	5.0 + 2 = 0 + 2 = 2
1	5.1 + 2 = 5 + 2 = 7
2	5.2 + 2 = 10 + 2 = 12
-3	5.(-3) + 2 = -15 + 2 = -13
-2	5.(-2) + 2 = -10 + 2 = -8
10	5.10 + 2 = 50 + 2 = 52

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

Gráfico 5 - Desempenho na resolução da questão 5 do exercício



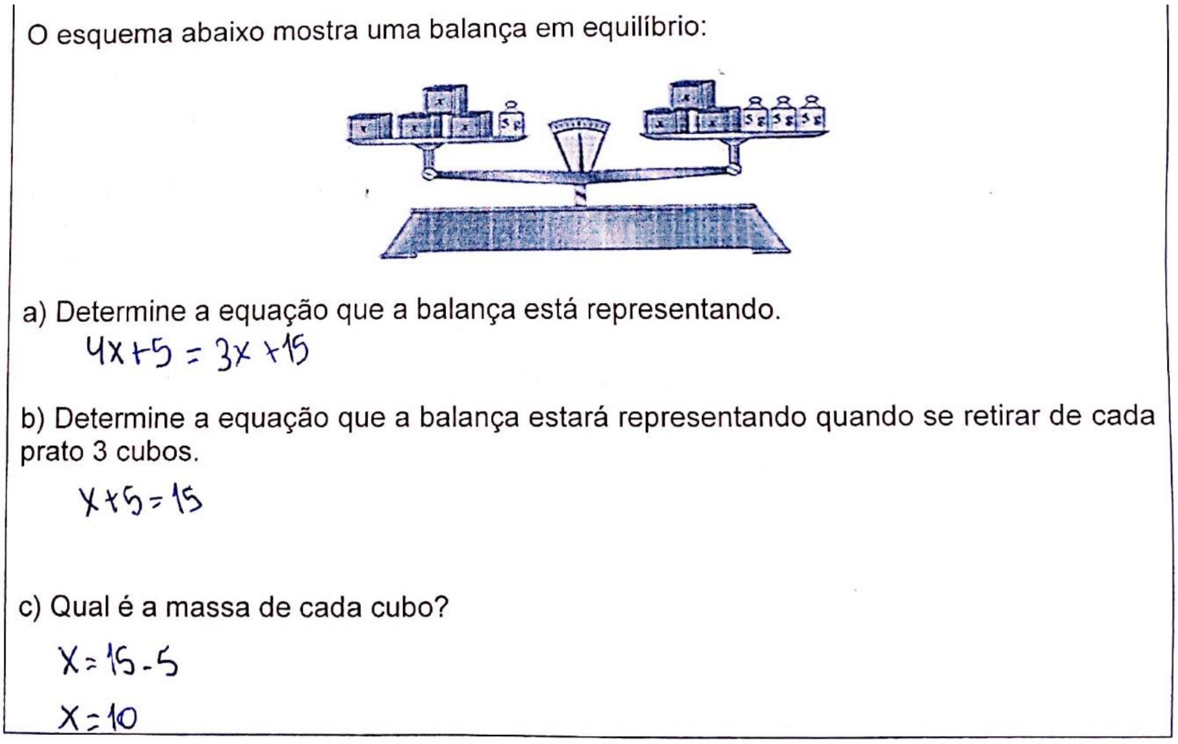
Fonte - Elaboração do autor (2019)

vi. Questão 6 da Atividade Diagnóstica

No exercício seguinte, esperava-se que os educandos utilizassem a ilustração da balança de dois pratos para compreender como funciona a igualdade entre os dois membros de uma equação do 1º grau; e perceber o que significam as equações equivalentes e os possíveis meios que podem ser usados para descobrir o valor desconhecido numa equação. Porém, nem todos conseguiram ter o entendimento para determinar o valor da massa de cada cubo.

Nessa questão, 7 (sete) alunos acertaram a questão completa; 9 (nove) conseguiram acertar o item A, determinando a equação representada na balança; 8 (oito) acertaram o item B, escrevendo uma equação equivalente após retirados os três cubos de ambos os pratos; 10 (dez) determinaram o valor da massa de cada cubo (item C), porém nem todos encontraram o resultado resolvendo a equação obtida no item A. Observamos ainda, que 15 (quinze) não conseguiram acertar nenhum dos três itens da questão 6 (Fig. 7).

Figura 7 - Resolução da questão 6 do exercício


O esquema abaixo mostra uma balança em equilíbrio:

a) Determine a equação que a balança está representando.

$4x+5=3x+15$

b) Determine a equação que a balança estará representando quando se retirar de cada prato 3 cubos.

$x+5=15$

c) Qual é a massa de cada cubo?

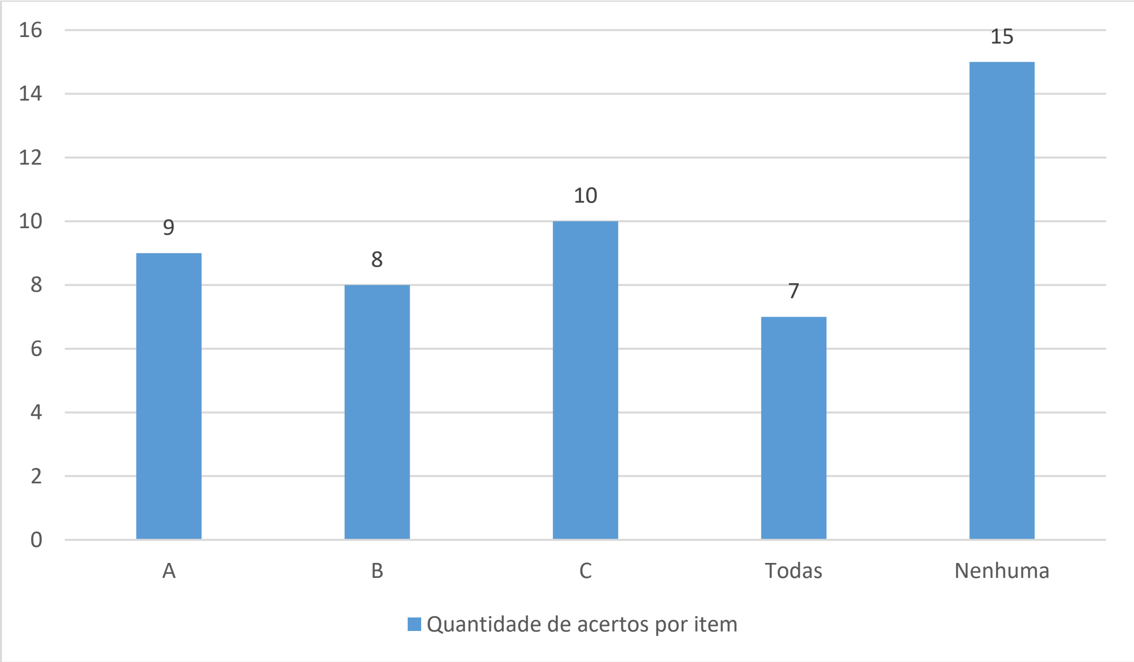
$x=15-5$

$x=10$

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

No gráfico 6, está representado o desempenho dos alunos durante a resolução da questão 6 do exercício.

Gráfico 6 - Desempenho na resolução da questão 6 do exercício



Fonte - Elaboração do autor (2019)

3.2 ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DE ENSINO

Neste item, analisamos as situações-problema sugeridas na sequência de ensino (APÊNDICE B).

Nesta etapa procuramos fazer com que os alunos utilizassem as quatro fases do método de resolução de problemas de George Polya, mostrando que, primeiro, deviam compreender o enunciado e organizar os dados do problema. No segundo momento, traçar um plano para solucioná-lo. No terceiro, aplicar o plano e, por último, verificar se a solução é compatível com a pergunta do problema. Sobre isso, Polya (1978) afirma que é sempre essencial que o aluno seja induzido a fazer uma revisão de sua resposta, com fins de verificar se realmente executou o plano de resolução do problema corretamente.

Com a utilização do modelo de Polya para resolver problemas, espera-se colaborar para que o estudante obtenha uma aprendizagem em Matemática com autonomia. No entanto, destacamos que esse não é o único modo utilizado para solucionar um problema, mas, quando utilizado, todas as suas fases devem ser seguidas corretamente, para evitar erros e contribuir para que a solução seja encontrada de forma significativa. Se a estratégia da resolução de problemas for trabalhada de forma organizada, podem diminuir as dificuldades no ensino da álgebra.

Nesse contexto, Dante (2010, p.21) assegura que:

> A oportunidade de usar conceitos e procedimentos matemáticos no dia a dia favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação a matéria, evitando questionamentos como “Para que serve isso?” ou “Onde vou usar isso na minha vida?” Não basta, por exemplo, saber executar mecanicamente os algoritmos das quatro operações ou as passagens na resolução de uma equação. É preciso saber como e quando usá-las convenientemente na resolução de situações-problema.

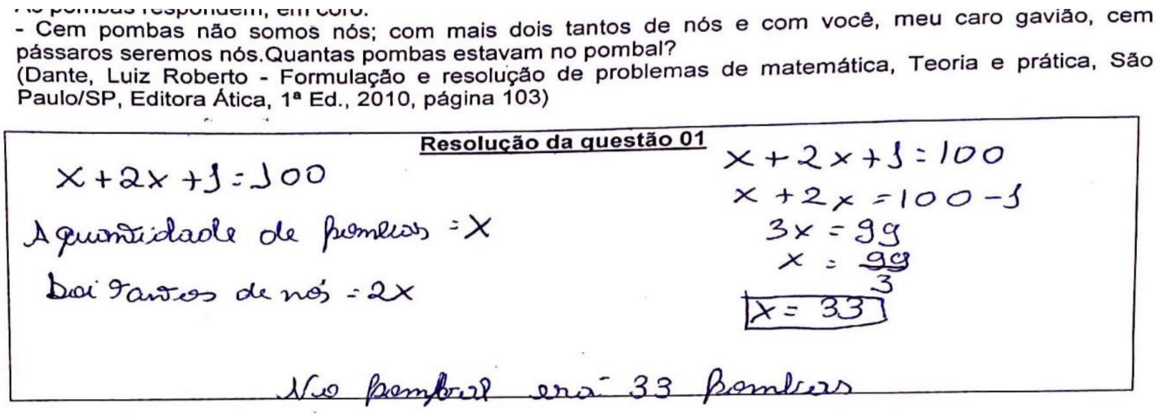
Para Dante (2010, p.18) a formulação e resolução de problemas “estabelecem no aluno uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática”. Dante (2010, p.36) ainda afirma que a resolução de problemas “não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor”.

Como já mencionado, os alunos foram orientados para utilizar na resolução das situações-problema o esquema proposto por Polya (1978). Notamos que, usando esse método heurístico de resolução de problemas, os participantes obtiveram um desempenho melhor do que nos exercícios do Apêndice A, demonstrando que a metodologia adotada nesse estudo pode ser eficaz. A seguir descrevemos como foram resolvidos os problemas da última parte desta investigação.

i. Questão 1 da Sequência de Ensino

A turma teve um desempenho razoável nessa questão, e boa parte dos alunos conseguiu interpretar o enunciado e equacionar a situação a ser resolvida para descobrir o valor desconhecido. Mas houve também aqueles que não obtiveram sucesso na hora de organizar e desenvolver a resolução do problema (Fig. 8).

Figura 8 - Resolução do problema 1



As pombas respondem, em coro:
- Cem pombas não somos nós; com mais dois tantos de nós e com você, meu caro gavião, cem pássaros seremos nós.Quantas pombas estavam no pombal?
(Dante, Luiz Roberto - Formulação e resolução de problemas de matemática, Teoria e prática, São Paulo/SP, Editora Ática, 1ª Ed., 2010, página 103)

Resolução da questão 01

$x + 2x + 1 = 100$

A quantidade de pombas $= x$

Dois tantos de nós $= 2x$

$x + 2x + 1 = 100$

$x + 2x = 100 - 1$

$3x = 99$

$x = \frac{99}{3}$

$\boxed{x = 33}$

No pombal era 33 pombas

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

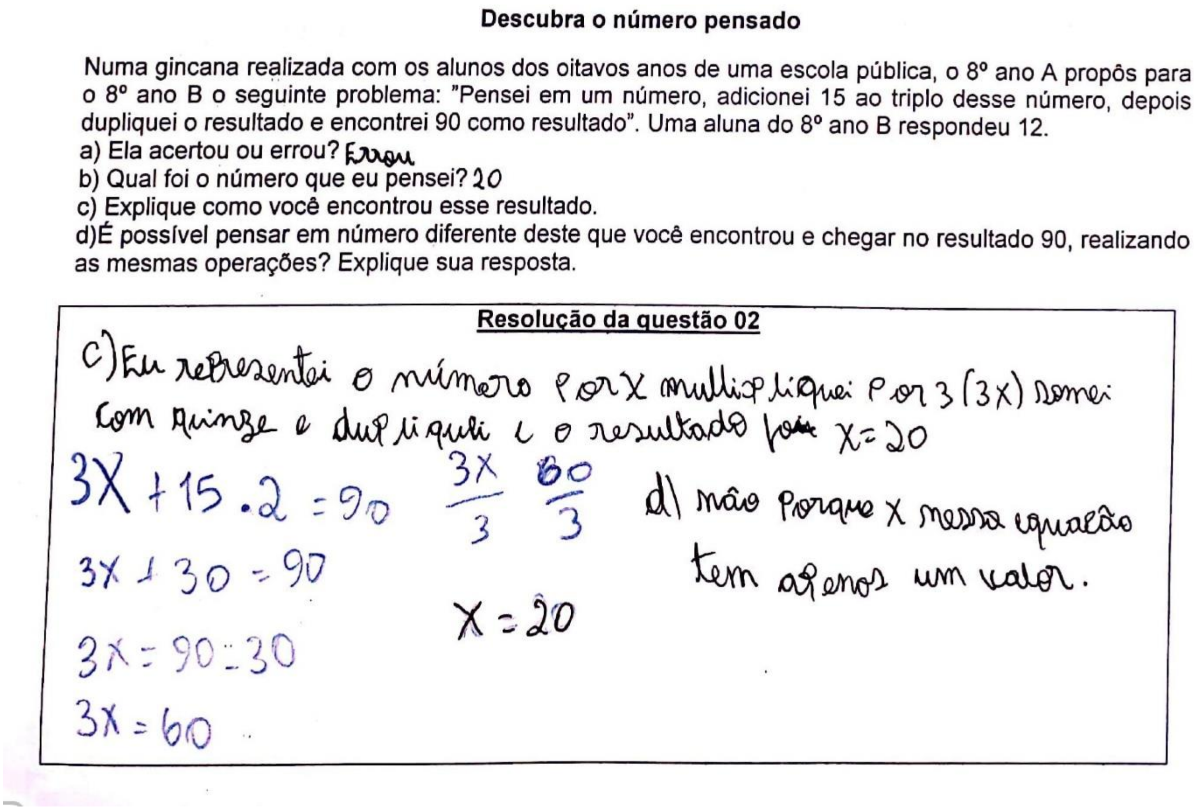
Para resolver essa questão, os alunos elaboraram estratégias de cálculo algébrico, aplicando as técnicas e os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade. Mas, também poderia ser resolvida desfazendo as operações, ou seja, utilizando as operações inversas que caracterizam o método aritmético de resolução.

ii. Questão 2 da Sequência de Ensino

O segundo problema (Fig. 9), poderia, também, ser resolvido usando procedimentos de resolução de problemas semelhantes aos utilizados no primeiro problema (Fig. 8). Mas, cerca de 40% dos alunos tiveram dificuldade para interpretar o seu enunciado e equacioná-lo, principalmente na parte que precisava usar parênteses e aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição para determinar o dobro da expressão e igualar a 90.

Seguem as estratégias do aluno A3 para resolver a situação-problema da Figura 9.

Figura 9 - Resolução do problema 2


Descubra o número pensado

Numa gincana realizada com os alunos dos oitavos anos de uma escola pública, o 8º ano A propôs para o 8º ano B o seguinte problema: "Pensei em um número, adicionei 15 ao triplo desse número, depois dupliquei o resultado e encontrei 90 como resultado". Uma aluna do 8º ano B respondeu 12.

a) Ela acertou ou errou? Errou

b) Qual foi o número que eu pensei? 20

c) Explique como você encontrou esse resultado.

d) É possível pensar em número diferente deste que você encontrou e chegar no resultado 90, realizando as mesmas operações? Explique sua resposta.

Resolução da questão 02

c) Eu reprezentei o número por X multipliquei por 3 (3X) somei com quinze e dupliquei e o resultado foi X=20

$3X + 15 \cdot 2 = 90$

$3X + 30 = 90$

$3X = 90 - 30$

$3X = 60$

$\frac{3X}{3} \quad \frac{60}{3}$

$X = 20$

d) não porque X mesma equação tem apenas um valor.

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

No decorrer da resolução desse problema, destacou-se a importância dos conteúdos de Matemática estudados nos anos anteriores, visto que podem ser utilizados para resolver problemas, mesmo quando não se sabe uma fórmula específica, usando as quatro fases de resolução de problemas de Polya (1978).

Na questão da Figura 9, 7 (sete) alunos acertaram a questão completa, 9 (nove) conseguiram acertar alguns itens da questão e 10 (dez) erraram a questão toda. Assim, a maioria interpretou de forma insatisfatória o enunciado da situação-problema e não conseguiu expressá-la algebricamente.

iii. Questão 3 da Sequência de Ensino

Quanto ao terceiro problema, uma das maneiras de resolvê-lo era usar um sistema de equações do 1º grau com duas equações e duas incógnitas, pois existe dois tipos diferentes de mesas para se descobrir a quantidade de cada uma delas. Contudo, para resolver o referido problema, os participantes deviam saber interpretar para equacioná-lo e encontrar a sua solução por meio de um dos métodos de resolução de sistemas.

Essa foi a situação-problema em que todos os alunos demonstraram dificuldade para resolver, pelo fato de, segundo eles, não terem visto sistemas de equações no 7º ano. Apenas cinco alunos da turma conseguiram obter a resposta correta, mas não pelos métodos de resolução de sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas. Eles conseguiram resolver o problema de forma meramente aritmética. Dentre eles, 4 (quatro) descobriram a quantidade de cada tipo de mesa por tentativa e 1 (um) usou uma estratégia de resolução muito interessante, como se observa na Figura 10.

Enquanto resolviam o problema 3, percebeu-se as dificuldades dos participantes e foi sugerido que utilizassem o método de Polya (1978). A resposta do problema não foi dada para eles, mas foram incentivados a formular estratégias para encontrar a solução. Já que Polya expõe em seu livro, *A Arte de Resolver Problemas*, que o professor não deve dar a resposta do problema, mas mostrar os meios de como podem ser resolvidos.

Figura 10 - Resolução do problema 3

As mesas do restaurante

O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o restaurante para o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?
(Dante, Luiz Roberto - Formulação e resolução de problemas de matemática, Teoria e prática, São Paulo/SP, Editora Ática, 1ª Ed., 2010, página 172)

Resolução da questão 03

Botando 2 pratos em cada mesa $29 \times 2 = 58$ $\quad 80 - 58 = 22$

sobra 22 pratos para completar as mesas para 4 pessoas com mais 2 pratos cada.

$22 \div 2 = 11$ (resto 0) $\quad 29 - 11 = 18$

Resposta: têm 11 mesas para 4 pessoas e 18 para 2 pessoas.

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

Apesar dos alunos A1, A3, A8, A10 e A23 terem encontrado a resposta correta para a situação-problema (Fig. 10), eles não conseguiram escrevê-la algebricamente, usando um modelo de resolução que pode não ser eficiente para um problema mais difícil. É possível notar que o conhecimento aritmético da turma tem predominância sobre o algébrico, visto que muitos tentaram resolver o problema de forma algébrica e não conseguiram.

iv. Questão 4 da Sequência de Ensino

Já o quarto problema, enuncia uma situação que é vivenciada por várias pessoas rotineiramente. Para solucioná-lo, é necessário ter noções algébricas para expressar a situação-problema indicada, determinar um padrão e dominar as operações da Aritmética.

Esse problema tinha quatro itens para serem respondidos. Cerca de 70% dos alunos acertaram os itens a e b, que podiam ser resolvidos utilizando cálculos aritméticos. O item c obteve o maior índice de erro, pois os alunos não conseguiram estabelecer um padrão e generalizar a situação por meio de uma expressão algébrica e concluir a resolução. E os que conseguiram responder ao item d, utilizaram também os processos de contagem da Aritmética (Fig. 11).

Figura 11 - Resolução do problema 4

A corrida de táxi

Uma corrida de táxi tem a bandeirada de R$10,00 e o custo por km de R$ 1,50. Determine:
a) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 6 quilômetros?
b) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 10 quilômetros?
c) Qual expressão algébrica representa a situação de uma corrida desse táxi?
d) Numa determinada corrida, um cliente pagou R$ 55,00. Quantos km ele percorreu?
(Iezzi,Gelson – Matemática vol. único,Atual Editora, 4ª. Ed ,2ª. reimpressão, São Paulo, pág. 38 c/ adaptações).

Resolução da questão 0

a) numa corrida de 6 quilometros uma pessoa pagará R$19,00 X= 10,00 + 1,50 . 6 = X = 10,00 + 9,00 X = 19,00

b) numa corida de 10 quilometros uma pessoa pagará R$25,00 X= 10,00 + 1,50 . 10 = X = 10,00 + 15,00 = X = 25,00

c) X representa o valor a ser pago que é a soma do valor da bandeirada (R$10,00) mas o custo por km vezes quantos quilometros foi percorrido

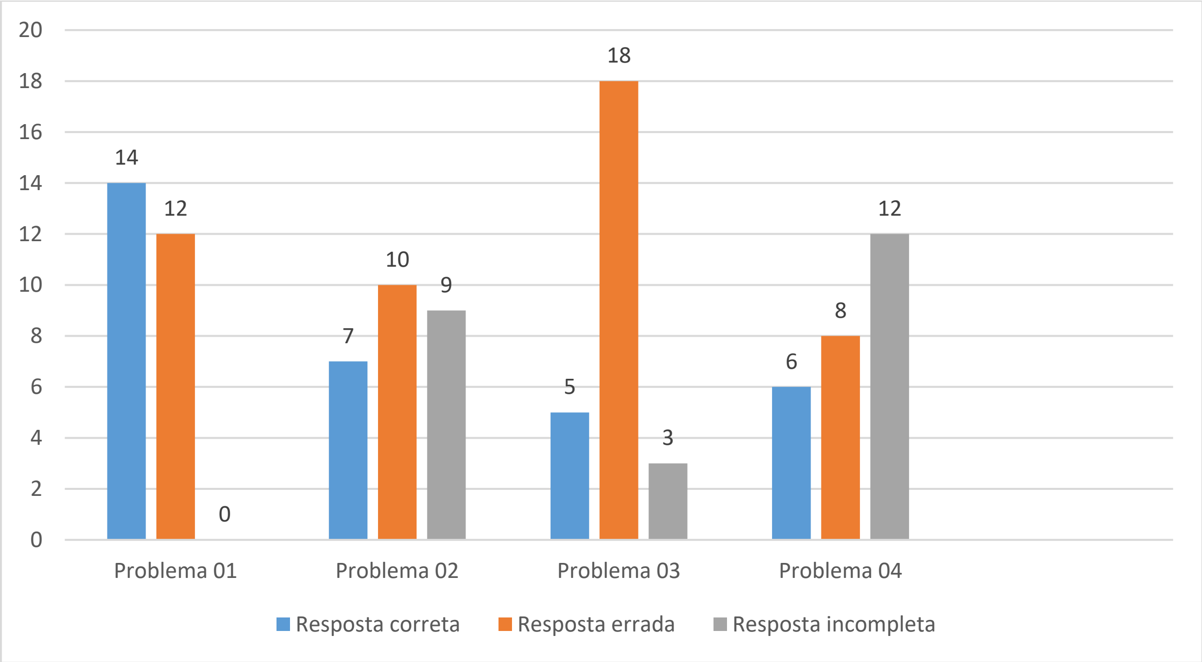
d) Ele percorreu aproximadament 36 km
X = 55,00 : 1,50 X = 36,66 ...

Fonte - Reprodução a partir de material dos alunos

Com a aplicação dessas atividades, foi possível sondar as noções algébricas adquiridas pelos alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e as dificuldades mais comuns que encontram no 8º ano. Essas deficiências prejudicam o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra e permitem fazer uma reflexão das consequências que esse despreparo traz para a construção do conhecimento matemático.

O Gráfico 07, representa os resultados obtidos com a aplicação da sequência de ensino (APÊNDICE B).

Gráfico 7 - Desempenho na resolução dos problemas da sequência de ensino



Fonte - Elaboração do autor (2019)

Os resultados obtidos nessa investigação atenderam à nossa perspectiva e fortaleceram a confiança de que a resolução de problemas é uma excelente estratégia didática para desenvolver e motivar as aulas de Matemática, principalmente quando atrelada ao método de George Polya. Apesar das dificuldades encontradas, os alunos demonstraram dedicação, criatividade, esforço e interesse.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta investigação enfatizamos a resolução de problemas como uma das estratégias de ensino que possibilita desenvolver no aluno a capacidade intelectual para construir o conhecimento. Apresentamos as dificuldades que vários alunos demonstram nas séries finais do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática quando iniciam o estudo da Álgebra, principalmente na transição do pensamento aritmético para o algébrico. Observamos ainda, que os alunos possuem acentuada deficiência para interpretar os enunciados das situações-problema e, por isso, não assimilam os conceitos matemáticos.

Com essa experiência percebemos que algumas dificuldades no ensino de Álgebra surgem porque os alunos não têm o hábito de leitura e, por isso, não conseguem entender as definições matemáticas, não interpretam os enunciados dos problemas matemáticos de forma lógica e não conseguem transpor esses dados para a linguagem matemática. Verificamos também que o pensamento algébrico só começa a ser desenvolvido no Ensino Fundamental a partir do 7º ano.

A resolução de problemas é uma estratégia de ensino que desenvolve no aluno a imaginação e o poder de argumentação para ser o construtor do seu conhecimento. Por meio das experiências e situações vivenciadas na vida cotidiana, ele ganha motivação e as aulas de Matemática ficam mais interessantes, contextualizadas, produtivas e dinâmicas.

Diante disso, fica como sugestão a metodologia de resolução de problemas, utilizando o método heurístico de George Polya citado no livro *A Arte de Resolver Problemas* e a antecipação do ensino da Álgebra para os anos iniciais do Ensino Fundamental, mesmo que de forma introdutória, para dar ao aluno a oportunidade de adquirir os elementos básicos e construir o conhecimento matemático de forma consistente.

Por fim, esperamos que este trabalho contribua para a prática docente dos professores da disciplina de Matemática do Ensino Fundamental e melhore o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

ALFELD, Peter. (Department of Mathematics, University of Utah) sobre o livro: POLYA, G. How to solve It. 2nd ed., Princeton University Press, 1957. Disponível em: http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/resu.html © 2001, por J. F. Porto da Silveira.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental–Brasília: MEC/SEF, 1998. (5ª a 8ª séries)

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução: Elza F. Gomide – 2ª. ed. – São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica. 2001.

DANTE. Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática: 1ª a 5ª series.** 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.

DANTE. Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** São Paulo: Ática, 2010.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GOLDENBERG, M. – **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais.** 3. ed. Rio de Janeiro: Record. 1999.

MEDEIROS Jr, R. J. **Resolução de Problemas e Ação Didática em Matemática no Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Ed. Interciência,1995.

POLYA, G. **How to Solve It?** 2ª. ed. New York, Double Anchor Book, 1957.

Sessa, Carmen. Iniciação ao estudo didático da álgebra: origem e perspectivas. Tradução Damian Kraus. – São Paulo: Edições SM, 2009.

VELOSO, Débora Silva; FERREIRA, Ana Cristina. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. 2010. 65 f. Dissertação (Mestrado) -

Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/1292/1/EVENTO_ReflexoDificuldadesAlunos.pdf>. Acesso em: 23 mai. 2019.

***Sites* consultados**

http://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra

http://www.ebah.com.br/content/ABAAAenLEAI/historia-algebra. Acesso em: mar. 2019.

ANEXO A: UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

O assunto que estudaremos agora é um importante ramo da matemática chamado álgebra. A álgebra possui seus símbolos próprios e uma escrita que a caracteriza e permite operar com esses símbolos. É uma ciência bem organizada, elaborada e que facilita em muito as atividades comuns do dia a dia da sociedade atual. Mas será que sempre foi assim? Será que esses símbolos sempre existiram e foram facilmente manipuláveis? Quem será que teve essas ideias para desenvolver tal ciência? Essas questões serão respondidas a seguir.

Como tudo que envolve a inteligência humana, a noção algébrica foi sendo construída ao longo do tempo, nesse caso, quase dois milênios. E seu desenvolvimento está intimamente ligado ao desenvolvimento dos sistemas de numeração que você estudou no início da 6ª série. Existem indícios do início do desenvolvimento desse ramo da matemática em várias civilizações, mas entres estas, se destacam os babilônios. É deles que vamos falar inicialmente.

Você deve se lembrar de que os babilônios possuíam um sistema de numeração sexagesimal (isto é, de base 60) e registravam seus trabalhos por meio da escrita cuneiforme, realizando cunhagens em placas de argila. Através desses registros, temos evidências que os babilônios já possuíam uma noção algébrica, mas sem usar símbolos como é feito hoje em dia. Eles usavam álgebra para resolver problemas por meio de certas regras e “receitas” escritas na forma de texto sem nenhum tipo de abreviação. Hoje, os problemas babilônicos seriam resolvidos por meio de equações, que é considerada a linguagem da álgebra de forma muito mais simples, devido aos símbolos e regras que usamos.

Assim ocorreu até por volta de 250 d.C. Após essa fase o grego Diofanto de Alexandria, começou a introduzir alguns símbolos para simplificar a escrita.

Entre os árabes se destaca o trabalho de Abu Abdullah Mohammed ben Musa Al-Khwarizmi. Seu tratado sobre álgebra, que data de 830 d.C. aproximadamente, era intitulado Hisab al-jabr w'al-muqabala, e é daí que se acredita derivar a palavra álgebra. A tradução deste título é possivelmente “A ciência da restauração ou reunião e redução” se referindo já ao método usado para resolução de equações. Nesta obra Al-khwarizmi introduz os novos símbolos indianos para representar os algarismos e um círculo para representar o zero, descreve operações de cálculo (adição, subtração, divisão e a multiplicação), a extração da raiz quadrada, cálculos de números inteiros segundo o método indiano.

Mas foi só a partir de François Viète (1540 – 1603), advogado francês, que a álgebra como a conhecemos hoje começou a ser formulada. Foi ele que introduziu o uso de letras para representar quantidades incógnitas (desconhecidas). Pelo seu grande conhecimento no campo da álgebra ele foi acusado pelos espanhóis de ter pacto com o demônio por conseguir decifrar os códigos secretos usados pelos espanhóis para se comunicarem durante a guerra.

A construção da álgebra com todos os símbolos que utilizamos hoje se concretiza com Renè Descartes (1596 – 1650), grande matemático e filósofo francês. Ele foi responsável por introduzir muitos símbolos que usamos atualmente, como o para operação de multiplicação.

Referências: http://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra;
http://www.ebah.com.br/content/ABAAAenLEAI/historia-algebra - acesso em março/2019

APÊNDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

UESC

IN ALTUM

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

ESCOLA: CENTRO EDUCACIONAL DE ITAQUARA
ALUNO: ____
TURMA: _________________ **DATA:** _____/_____/_________

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Questão 01: Represente as situações abaixo através de expressões algébricas (linguagem matemática ou simbólica):

Em Língua Portuguesa, materna ou usual	Em Linguagem Matemática
Um número qualquer	
Um número qualquer acrescido de duas unidades	
O dobro de um número qualquer	
Um número qualquer e seu antecessor	
Um número par qualquer	
Um número ímpar qualquer	
Dois números consecutivos quaisquer	
A diferença entre um número qualquer e cinco	
A diferença entre dois números quaisquer	
O produto de dois números distintos	
A terça parte de um número qualquer	
A metade de um número qualquer	
A soma entre os três quintos de um número qualquer e a metade desse mesmo número	
O quíntuplo de um número qualquer somado com a terça parte desse mesmo número	
O quadrado de um número qualquer	

Questão 02: Na questão anterior você fez a tradução da linguagem materna para a linguagem matemática, agora nesse exercício você fará o contrário. Escreva uma expressão matemática e, em seguida, explique o que essa expressão significa.

Questão 03: Enuncie as expressões que estão representadas na linguagem algébrica por meio da língua portuguesa ou materna:

Em Linguagem Matemática	Em Língua Portuguesa ou textual
x + 3	
3x – 15	
2x + 8 = 20	
$\frac{x}{2} - 4$	
$\frac{2x}{3} + 7$	

Questão 04

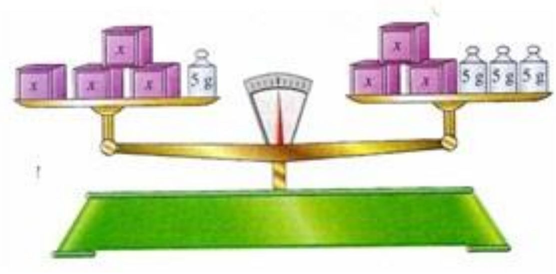
Quais sentenças são equações?

a) $3x - 16 = 5$
b) $2x + 1 > 9$
c) $5x - 3 + 2x - 14$
d) $\frac{2x}{5} - 5 < 18$
e) $\frac{y}{3} + 13 = \frac{2y}{5} + 2$

Questão 05: Determine o valor numérico da expressão $5 \cdot x + 2$, para os seguintes valores de x:

Valor de x	Valor da expressão $5 \cdot x + 2$
0	
1	
2	
-3	
-2	

Questão 06: O esquema abaixo mostra uma balança em equilíbrio:



a) Determine a equação que a balança está representando.
b) Determine a equação que a balança estará representando quando se retirar de cada prato 3 cubos.
c) Qual é a massa de cada cubo?

APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DE ENSINO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

ESCOLA: CENTRO EDUCACIONAL DE ITAQUARA
ALUNO: ____
TURMA: _________________ **DATA:** _____/_____/_________

SEQUÊNCIA DE ENSINO

Questão 01: As pombas e o gavião
O gavião chega ao pombal e diz:
- Adeus, minhas cem pombas.
As pombas respondem, em coro:
- Cem pombas não somos nós; com mais dois tantos de nós e com você, meu caro gavião, cem pássaros seremos nós.
Quantas pombas estavam no pombal?
Luiz Roberto Dante (formulação e resolução de problemas de matemática, página 103)

Questão 02: Descubra o número pensado
Numa gincana realizada com os alunos dos oitavos anos de uma escola pública, o 8º ano A propôs para o 8º ano B o seguinte problema: "Pensei em um número, adicionei 15 ao triplo desse número, depois dupliquei o resultado e encontrei 90 como resultado". Uma aluna do 8º ano B respondeu 12.
a) Ela acertou ou errou?
b) Qual foi o número que eu pensei?
c) Explique como você encontrou esse resultado.
d)É possível pensar em número diferente deste que você encontrou e chegar no resultado 90, realizando as mesmas operações? Explique sua resposta.

Questão 03: As mesas do restaurante
O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o restaurante para o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?
Luiz Roberto Dante (formulação e resolução de problemas de matemática, página 172)

Questão 04: A corrida de táxi
Uma corrida de táxi tem a bandeirada de R$ 10,00 e o custo por km de R$ 1,50. Determine:
a) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 6 quilômetros?
b) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 10 quilômetros?
c) Qual expressão algébrica representa a situação de uma corrida desse táxi?
d) Numa determinada corrida, um cliente pagou R$ 55,00. Quantos km ele percorreu?
(Iezzi, Gelson – Matemática vol. único, Atual Editora, 4ª. Ed ,2ª. reimpressão, São Paulo, pág. 38 c/ adaptações).

APÊNDICE C – GABARITO DA ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Questão 01: Represente as situações abaixo através de expressões algébricas (linguagem matemática ou simbólica):

Em Língua Portuguesa, materna ou usual	Em Linguagem Matemática
Um número qualquer	x
Um número qualquer acrescido de duas unidades	$x+2$
O dobro de um número qualquer	$2x$
Um número qualquer e seu antecessor	$x \ e \ x+1$
Um número par qualquer	$2x$
Um número ímpar qualquer	$2x-1$
Dois números consecutivos quaisquer	$x-1 \ e \ x \ ou \ x \ e \ x+1$
A diferença entre um número qualquer e cinco	$x-5$
A diferença entre dois números quaisquer	$x-y$
O produto de dois números distintos	$x.y$
A terça parte de um número qualquer	$\frac{x}{3}$
A metade de um número qualquer	$\frac{x}{2}$
A soma entre os três quintos de um número qualquer e a metade desse mesmo número	$\frac{3x}{5}+\frac{x}{2}$
O quíntuplo de um número qualquer somado com a terça parte desse mesmo número	$5x+\frac{x}{3}$
O quadrado de um número qualquer	x^2

Questão 02: Na questão anterior você fez a tradução da linguagem materna para a linguagem matemática, agora nesse exercício você fará o contrário. Escreva uma expressão matemática e, em seguida, explique o que essa expressão significa.

Esta resposta fica a critério da criatividade do aluno.

Questão 03: Enuncie as expressões que estão representadas na linguagem algébrica por meio da língua portuguesa ou materna:

Em Linguagem Matemática	Em Língua Portuguesa ou textual
x + 3	Um número qualquer somado com três unidades
3x – 15	O triplo de um número qualquer subtraído de 15
2x + 8 = 20	O dobro de um número qualquer somado com oito unidades é igual a vinte.

$\frac{x}{2} - 4$	A metade de um número qualquer subtraído quatro unidades
$\frac{2x}{3} + 7$	Dois terços de um número qualquer somado com sete unidades

Questão 04

Quais sentenças são equações?

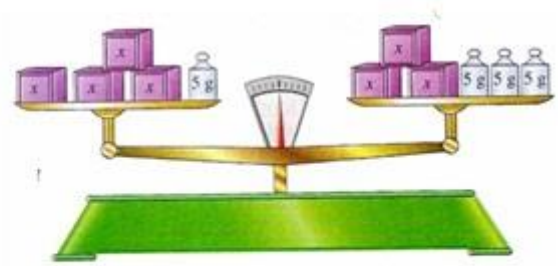
a) $3x - 16 = 5$

e) $\frac{y}{3} + 13 = \frac{2y}{5} + 2$

Questão 05: Determine o valor numérico da expressão $5 \cdot x + 2$, para os seguintes valores de x:

Valor de x	Valor da expressão $5 \cdot x + 2$
0	$5 . 0 + 2 = 2$
1	$5 . 1 + 2 = 7$
2	$5 . 2 + 2 = 12$
-3	$5 . (-3) + 2 = -13$
-2	$5 . (-2) + 2 = -8$

Questão 06: O esquema abaixo mostra uma balança em equilíbrio:



a) Determine a equação que a balança está representando.

$$4x + 5 = 3x + 15$$

b) Determine a equação que a balança estará representando quando se retirar de cada prato 3 cubos.

$$x + 5 = 15$$

c) Qual é a massa de cada cubo?

$$x + 5 = 15$$
$$x = 10$$

APÊNDICE D – GABARITO DA SEQUÊNCIA DE ENSINO

<u>Questão 01</u>: As pombas e o gavião

O gavião chega ao pombal e diz:

- Adeus, minhas cem pombas.

As pombas respondem, em coro:

- Cem pombas não somos nós; com mais dois tantos de nós e com você, meu caro gavião, cem pássaros seremos nós.

Quantas pombas estavam no pombal?

Luiz Roberto Dante (formulação e resolução de problemas de matemática, página 103)

Solução:

Quantidade suposta de pássaros pelo gavião: 100

Quantidade de pombas: x

Dois tantos das pombas: $2x$

Quantidade de gavião: 1

Equacionando o problema

$$x + 2x + 1 = 100$$
$$3x = 100 - 1$$
$$3x = 99$$
$$x = 33$$

Logo, há no pombal 33 pombas.

<u>Questão 02</u>: Descubra o número pensado

Numa gincana realizada com os alunos dos oitavos anos de uma escola pública, o 8º ano A propôs para o 8º ano B o seguinte problema: ”Pensei em um número, adicionei 15 ao triplo desse número, depois dupliquei o resultado e encontrei 90 como resultado”. Uma aluna do 8º ano B respondeu 12.

a) Ela acertou ou errou?

Não

b) Qual foi o número que eu pensei?

10

c) Explique como você encontrou esse resultado.

$$(3x + 15) . 2 = 90$$
$$6x + 30 = 90$$
$$6x = 60$$
$$x = 10$$

d) É possível pensar em número diferente deste que você encontrou e chegar no resultado 90, realizando as mesmas operações? Explique sua resposta.

Não, porque o enunciado do problema representa uma equação do 1º grau com uma incógnita, portanto, só existe uma solução para o referido problema.

<u>Questão 03</u>: As mesas do restaurante

O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o restaurante para o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?
Luiz Roberto Dante (formulação e resolução de problemas de matemática, página 172)

Solução:

O problema fala sobre quantidade de mesas para 4 pessoas e mesas para 2 pessoas, que podem ser representadas pelas incógnitas x e y, respectivamente. Com as informações podemos equacionar o problema por meio de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. Assim:

Quantidade total de mesas: 29
Quantidade de mesas para 4 pessoas: x
Quantidade de mesas para 2 pessoas: y

$$x + y = 29$$

Quantidade de pratos: 80
Das mesas para 4 pessoas: $4x$
Das mesas para 2 pessoas: $2y$

$$4x + 2y = 80$$

Resolvendo o sistema que representa a situação-problema

I) $x + y = 29$
II) $4x + 2y = 80$

Dividindo a segunda equação por 2, obtemos uma terceira equação equivalente a segunda.

I) $x + y = 29$
III) $2x + y = 40$

Subtraindo a terceira equação da primeira, obtemos:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 40 \\ \underline{x + y = 29} \\ x = 11 \end{array}$$

Como a quantidade de mesas para 4 pessoas é igual a 11, devemos substituir esse valor em uma das equações para encontrar a quantidade de mesas para 2 pessoas. Substituindo na primeira equação:

$$x + y = 29$$
$$11 + y = 29$$
$$y = 29 - 11$$
$$y = 18$$

Logo, existem no restaurante de Daniel 11 mesas para 4 pessoas e 18 para duas pessoas.

<u>Questão 04</u>: A corrida de táxi
Uma corrida de táxi tem a bandeirada de R$ 10,00 e o custo por km de R$ 1,50. Determine:
a) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 6 quilômetros?
b) Quanto uma pessoa pagará numa corrida de 10 quilômetros?
c) Qual expressão algébrica representa a situação de uma corrida desse táxi?
d) Numa determinada corrida, um cliente pagou R$ 55,00. Quantos km ele percorreu?
(Iezzi, Gelson – Matemática vol. único, Atual Editora, 4ª. Ed ,2ª. reimpressão, São Paulo, pág. 38 c/ adaptações).

Solução:

Vamos chamar a quantidade de km percorridos de x e o total a pagar de T.
Lembrando que a bandeirada é de R$ 10,00.

(a)

$$T = 10 + 6 \,.\, 1{,}50$$
$$T = 10 + 9$$
$$T = 19$$

Logo, por 6 quilômetros a pessoa pagará R$ 19,00.

(b)

$$T = 10 + 10 \,.\, 1{,}50$$
$$T = 10 + 15$$
$$T = 25$$

Logo, por 10 quilômetros a pessoa pagará R$ 25,00.

(c)

$$T = 10 + 6 \,.\, x$$

(d)
Para resolver esta sentença vamos usar a expressão algébrica da sentença anterior. Nessa questão paga um valor T pela quantidade x de quilômetros percorridos, ou seja, o valor T a pagar varia de acordo com a quantidade de quilômetros percorridos x.
Assim, sabendo que o cliente pagou R$ 55,00 na corrida, basta substituir esse valor na expressão $T = 10 + 6x$, daí

$$T = 10 + 6 \,.\, x$$
$$10 + 6x = 55$$
$$6x = 55 - 10$$
$$6x = 45$$
$$x = 30$$

Logo, o cliente percorreu 30 quilômetros na corrida.