UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

Luciane Fernandes Alvarenga Monteiro

Origami e Geometria: Uma Experiência com a Formação de Professores na Modalidade Normal em Nível Médio

Rio de Janeiro

2019

Luciane Fernandes Alvarenga Monteiro

Origami e Geometria: Uma Experiência com a Formação de Professores na Modalidade Normal em Nível Médio.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática PROFMAT da UNIRIO, como requisito para a obtenção do Grau de Mestra em Matemática.

Orientador: Michel Cambrainha

Doutor em Matemática - IMPA

Rio de Janeiro

2019

Catalogação informatizada pelo(a) autor(a)

M772

Monteiro, Luciane Fernandes Alvarenga
Origami e Geometria: uma experiência com a Formação de Professores na modalidade Normal em nível Médio / Luciane Fernandes Alvarenga Monteiro. -- Rio de Janeiro, 2019.
41 f.

Orientador: Michel Cambrainha de Paula.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2019.

1. Geometria. 2. Origami. 3. Formação de Professores . 4. Atividade interativas. I. Paula, Michel Cambrainha de, orient. II. Título.

LUCIANE FERNANDES ALVARENGA MONTEIRO

Origami e Geometria: Uma Experiência com a Formação de Professores na Modalidade Normal em Nível Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT – da UNIRIO, como requisito para obtenção do Grau de Mestra em Matemática.

Aprovado em 09 de setembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Michel Cambrainha de Paula

Prof. Dr. Michel Cambrainha de Paula – UNIRIO

(Orientador)

Gladson O. Antunes.

Profª. Dr. Gladson Octaviano Antunes – UNIRIO

Agnaldo Esquincalha

Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquincalha – UFRJ

RESUMO

O Ensino Médio na chamada modalidade Formação de Professores, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, permite a preparação do professor para atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, o ensino de matemática ganha uma dimensão a mais, sendo primordial expor também as especificidades da formação docente. O currículo de matemática das escolas tende a valorizar os processos algébricos, em relação a geometria. No entanto muitos autores destacam a relevância da geometria na vida cotidiana do aluno, enfatizando a importância de atividades mais empíricas. Nesse sentido o *Origami* se coloca com aspectos visuais e táteis que podem proporcionar a experimentação e a visualização dos diversos conteúdos matemáticos e conceitos geométricos. Diante disso, reconhecendo a importância da matemática na vida do aluno, surgiu a ideia de desenvolver atividades interativas com o uso do origami como recurso didático no contexto da formação de professores. A pesquisa aqui apresentada foi realizada em três turmas do curso Normal em uma escola pública no município do Rio de Janeiro. Os alunos se interessaram pelas atividades e não apresentaram grandes dificuldades, apesar de algumas exceções. O que nos permite concluir que o uso do Origami como recurso didático pode contribuir para a construção de conceitos matemáticos.

Palavras-chave: geometria, origami, formação de professores, atividades interativas.

ABSTRACT

High School in the so-called Teacher Education modality, in accordance with the National Education Guidlines and Bases Law, allows the preparation of the teacher to perform in the early years in elementary school. Thus, the teaching of mathemathics gains an extra dimension, being essential to also expose the specificities of teacher training. School math curriculum tends to value algebraic processes over geometry. However, many authors highlight the relevance of geometry in the student’s daily life, emphasizing the importance of more empirical activities. In this sense origami puts itsef with visual and tactile aspects that can provide the experimentation and visualization of the various mathematical contentes and geometric concepts. Given this, recognizing the importance of mathematical in the student’s life, came the idea of developing interactive activities with the use of origami as a didactic resource in the context of teacher education. The research presented here was conducted in three classes of the Normal Course in a Public School in Rio de Janeiro. Students were interested in the activities and did not present any major difficulties, despite some exceptions. This allows us to conclude that the use of origami as a didactic resource can contribute to the construction of mathematical concepts.

Key words: geometry, origami, teacher education, interective activities.

Agradecimentos

Agradeço à Deus, por tornar tudo isso possível.

A minha mãe Neyde, ao meu pai João, e principalmente aos meus filhos Rafael e Letícia por estarem sempre presentes e me apoiando em todos os momentos.

Ao Luis Felipe, que mesmo não estando mais entre nós, pelo apoio, incentivo e compreensão pela minha ausência para estudar para a prova de acesso.

A todos os professores do PROFMAT – Unirio, pelos conhecimentos compartilhados, pelas conversas e apoio nos momentos mais difíceis. Em especial ao meu orientador Prof. Dr. Michel Cambrainha pela dedicação e paciência durante toda essa jornada.

Às professoras Tereza Mendonça e Eliane Marinho, porque sem elas eu não teria nem feito a matrícula no Profmat.

Aos alunos que participaram com empenho e dedicação em todas as atividades propostas.

À CAPES pela concessão da bolsa de mestrado.

Sumário

1. Introdução

No Brasil, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) em seu artigo 62, admite-se a preparação do professor para atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental tanto em nível superior, nas graduações em Pedagogia, quanto em nível médio no Curso Normal. De acordo com o Parecer CEB/CNE nº 1 de 29 de janeiro de 1999, “tal flexibilidade é compatível com o esforço dos legisladores no sentido de contemplar a diversidade e a desigualdade de oportunidades que perpassam a realidade educacional no país.” (BRASIL, 1999). Dessa maneira, o ensino de Matemática no contexto das escolas de Formação de Professores ganha uma dimensão a mais no sentido de que se faz necessário tratar também das especificidades da formação docente.

A preocupação com a formação do professor de anos iniciais para o ensino de matemática tem sido motivo de preocupação de alguns autores. Segundo Cunha, os dois elementos fundamentais para o trabalho docente em ensino de matemática nos anos iniciais são o domínio do conteúdo e o domínio pedagógico do conteúdo.

Cunha (2010) ainda afirma que o motivo desta preocupação, se dá porque a maneira como a matemática é desenvolvida em sala de aula e os tipos de atividades propostas, seguramente influenciarão a forma como estes estudantes irão analisar e relacionar os conhecimentos matemáticos.

A pesquisa aqui apresentada, que será detalhada nos capítulos seguintes, foi realizada com turmas de uma escola de Ensino Médio, modalidade Formação de Professores, localizada na zona sul do Rio de Janeiro, e se propõe a explorar algumas das potencialidades do origami como recurso didático no contexto da formação de professores. Sendo assim, as atividades aqui propostas assumem uma dupla função: a de ensinar/explorar conceitos matemáticos com os estudantes do Ensino Médio, bem como a de fornecê-los reflexões e recursos que poderão ser usados quando estiverem em sua atuação profissional.

Segundo Rancan e Giraffa (2012), há uma certa tendência nos currículos de matemática das escolas em se valorizar mais os procedimentos algébricos em detrimento da visualização e exploração geométrica, de acordo com as autoras “a importância da Geometria para a vida cotidiana, para a tecnologia e para o desenvolvimento da criatividade tem sido pouco trabalhada nas escolas, especialmente no Ensino Fundamental".(p.1)

No caso do Ensino Fundamental I, campo de atuação profissional dos egressos dos cursos normais, em que as atividades geométricas devem ser mais empíricas, voltadas para observação e manipulação de objetos que fazem parte do cotidiano do aluno (ETCHEVERRIA, 2008), esse tipo de atividade manipulativa, assim como outras similares como o tangram, geoplano, algeplan, material dourado, podem contribuir de forma significativa no processo de aprendizagem de matemática. Segundo a educadora Maria Montessori, *"nada deve ser dado à criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração"* (MONTESSORI *apud* AZEVEDO, 1979).

A arte de dobrar papel mundialmente conhecida como *Origami* pode ser encarada por muitos como um simples passa tempo, contudo é possível enxergar nela uma imensa riqueza de conteúdos matemáticos a serem explorados e com criatividade utilizá-los em sala de aula para a construção de conhecimentos matemáticos, especialmente os relacionados à geometria, como por exemplo Cornelius e Tubis (2009) explorando conceitos estudados na matemática elementar e DeYoung (2009) no Ensino Fundamental. Nesse sentido o origami se coloca com aspectos visuais e táteis que podem proporcionar a experimentação e a visualização dos diversos conceitos geométricos. Habilidades típicas requeridas em atividades que envolvem conceitos geométricos são potencializadas com o uso das dobraduras. "Ações como observar, compor, decompor, transformar, representar e comunicar são facilitadas com o desenvolvimento de atividades geométricas envolvendo o Origami" (RÊGO, RÊGO E GAUDÊNCIO JR., 2003, p. 19).

A escolha por atividades envolvendo o origami nas aulas de geometria vai ao encontro das diretrizes para o ensino de matemática no Brasil, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

> O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 1997, p. 127)

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental,

> A aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 2017, p. 276)

No sentido de promover tais conexões o documento ainda destaca que os "recursos didáticos [...] têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas." (p. 276) Dentre os recursos, destacamos aqui o uso de atividades que explorem dobraduras. Na descrição das habilidades específicas por ano do Ensino Fundamental I há menção específica sobre as dobraduras no 4º ano.

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Geometria	Ângulos retos e não retos: uso de **dobraduras**, esquadros e *softwares*	**(EF04MA18)** Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de **dobraduras**, esquadros ou *softwares* de geometria.

Indo na mesma direção, Rêgo, Rêgo e Gaudêncio Jr. (2003) destacam o origami como ferramenta para promover esse movimento de ampliar os conhecimentos geométricos partindo da observação do espaço ao redor e representando-os através das dobraduras.

> O origami pode representar para o processo de ensino aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que os cercam. (RÊGO, RÊGO e GAUDÊNCIO JR., 2003, p.18)

2. O Origami

Origami é a junção de duas palavras de origem japonesa: “Ori” (dobrar) e “Kami/Gami” (papel). que pode ser traduzida literalmente por “dobrar papel”. Segundo Nishida (2019) a palavra origami significa não só a atividade de dobrar o papel, mas também o próprio papel em que se realiza as dobras. Segundo este autor, as técnicas foram importadas da China para o Japão durante o século VII por monges budistas japoneses que viajaram até a China para aprender sobre o budismo. Lá conheceram as técnicas de fabricação de papel, bem como se iniciaram na arte de dobrar papéis. Palavras como “orikata”, “orisue” e “orimono” foram usadas no Japão para designar esta técnica até que no início do século XX o termo origami passou a ser usado de maneira consistente.

De acordo com Nishida (2019) desde sua chegada no século VII até o século XVIII o origami se estabeleceu no Japão como um importante aspecto da arte, da cultura e da religião (artefatos cerimoniais), chegando a se tornar uma forma de entretenimento popular na sociedade japonesa, não só para adultos como também para as crianças.

No século XIX, as ideias de Friedrich Froebel, que em 1837 estabelece na Alemanha o conceito de educação infantil (*kindergarten* ou jardim de infância), se espalham por todo o mundo influenciando a educação no sentido de incluir as crianças da primeira infância no contexto escolar. Na segunda metade do século XIX, o Japão estabelece seu primeiro *kindergarten* como resultado de uma iniciativa do governo de conhecer as práticas educacionais dos países ocidentais, especialmente na Europa e aos Estados Unidos, onde as ideias de Froebel já estavam colocadas em prática. Em sua pedagogia, ele estabelece o que designa por “*Gifts and Occupations*”, uma lista de objetos, jogos e atividades que devem ser realizadas com as crianças. Dessa lista NISHIDA (2019) destaca a atividade (*occupation*) de número dezoito “*Papier-Falten*” (dobraduras em papel) como uma das mais importantes atividades manuais de seu currículo.

> In Froebel’s educational theory and pedagogical conception, the value of creative activity, including paper-folding, the essential relation of impression and expression, the beauty and spiritual meaning of true work, and the

> creative and imaginative production, were all essential and important elements of education for young children.[1] (NISHIDA, 2019, p.7)

O autor destaca ainda alguns dos objetivos das atividades com dobraduras na pedagogia de Froebel. Além de ganhar conhecimento matemático, o origami dá às crianças a oportunidade de adquirir habilidades com o objetivo de prepará-las para todos os tipos de atividades manuais. Nas palavras de NISHIDA (2019) o origami como se configura atualmente na sociedade japonesa é o resultado do “casamento entre dobraduras ocidentais e orientais”, especialmente na educação infantil onde o desenvolvimento do origami foi facilitado pela transferência, translação e transformação das teorias e métodos educacionais de Froebel.

2.1. Linguagem básica do origami

Para começar a construção de um origami, primeiro deve-se familiarizar com sua linguagem própria. Conhecer as regras, instruções e símbolos pertinentes a criação de um origami contidas nas diagramações. Esta seção não pretende ser exaustiva nos símbolos, mas apresentar alguns dos aspectos básicos das representações das dobras.

Para a construção do objeto desejado deve-se tomar alguns cuidados. É necessário que as dobras sejam feitas de forma a deixar vincos nítidos, para que possam proporcionar melhores resultados. A paciência é indispensável pois qualquer descuido pode incorrer no risco de estragar o resultado desejado.

Antes mesmo de iniciar é importante estudar cada etapa da diagramação cuidadosamente e ler o texto que a acompanha. Deve-se ter em mente que a primeira vez o modelo produzido pode não ser uma obra-prima, mas, não se deve desanimar pois o aprimoramento se dá com a prática.

[1] Na teoria educacional e na concepção pedagógica de Froebel, o valor da atividade criativa, incluindo a dobradura em papel, a relação essencial entre impressão e expressão, a beleza e o sentido espiritual do trabalho real e a produção imaginativa e criativa eram todos elementos importantes e essenciais para crianças pequenas. (tradução livre)

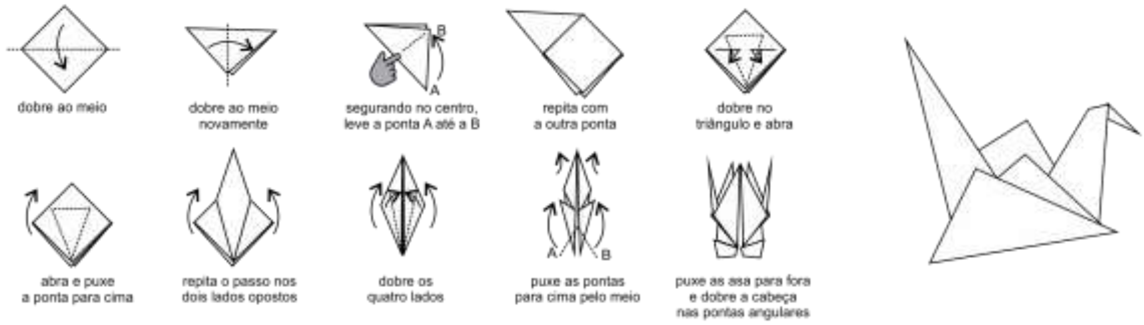


Figura 1: instruções para dobrar o tsuru. Fonte: https://www.excellentglobaludi.com/tsuru/

Os símbolos e termos usados neste trabalho foram baseados no sistema de diagramação conhecido e divulgado por Akira Yoshizawa patriarca do origami moderno que criou regras diferenciando por exemplo as dobras vale e montanha.

Os símbolos consistem em dois tipos: setas e linhas. Existem vários tipos de setas, elas estão relacionadas aos movimentos do papel.

Existem 5 tipos de linha:

1

2

3

4

5

1 – A linha grossa pode representar uma borda do papel, a borda original ou ser uma borda produzida pela dobra feita.

2 – A linha fina se refere a um vinco feito no papel que foi produzido em uma etapa anterior.

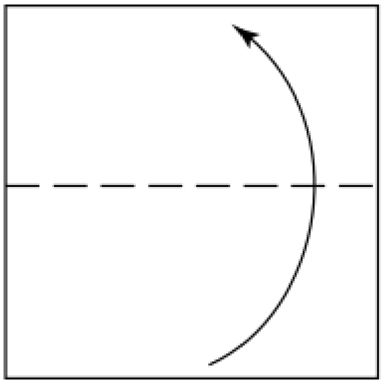
3 – A linha tracejada representa uma dobra denominada como dobra vale.

4 – A linha que contém pontos e é tracejada ao mesmo tempo configura a denominada dobra montanha.

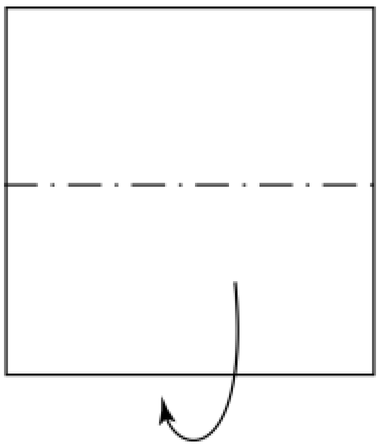
5 – A linha que contém apenas pontos representa uma dobra oculta da visualização ou pode significar uma dobra prestes a ser executada.

Todo papel possui dois lados, portanto a dobra pode ser feita em qualquer uma das duas direções. Cada uma delas recebe um nome:

Dobra vale: deve-se dobrar a borda inferior para cima.

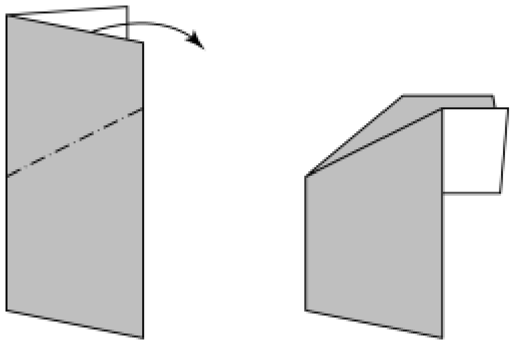


Dobra montanha: deve-se dobrar a borda inferior para baixo.

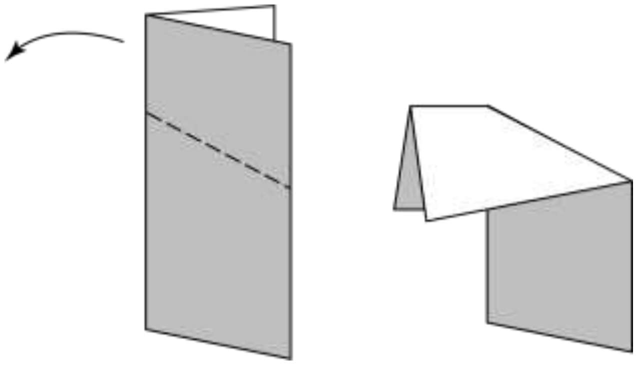


Cada etapa a ser executada é uma dobra vale, uma dobra montanha ou uma combinação de dobras montanhas e vales. Além das dobras simples, há as dobras reversas:

Dobra reversa interna:



Dobra reversa externa:



3. Trajetória pessoal e a escola normal C.E.I.A.A.

Minha primeira graduação foi em Engenharia de Telecomunicações em 1991 na Universidade Federal Fluminense com pós-graduação em Engenharia de Segurança do Trabalho pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ), embora nunca tenha trabalhado em nenhuma das áreas de formação. Levei alguns anos para assumir minha escolha com dignidade pela profissão de professora de matemática, e concluí a licenciatura na Universidade Federal Fluminense em 2000.

No ano de 2004 ingresso na rede estadual de ensino para trabalhar com alunos do Ensino Médio – Formação de Professores. Rapidamente percebo que esses alunos apresentam muitas dificuldades para lidar com os conceitos matemáticos especialmente em geometria. Um fato me chamou bastante atenção, apesar de estar em uma escola de formação de professores, não é raro encontrar estudantes que não pretendem exercer a profissão de professor(a) mas, que por diversos outros motivos optaram por estudar nessa escola.

O Colégio Estadual Ignácio Azevedo do Amaral (CEIAA), está localizado no bairro Jardim Botânico, Zonal Sul da cidade do Rio de Janeiro, foi fundado em 15 de outubro de 1959. No período matutino e vespertino, a escola funciona como Ensino Médio – Formação de Professores e no período noturno como Ensino Médio Regular e Educação de Jovens e Adultos.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola, o curso de formação de professores em nível médio na modalidade normal é oferecido em três anos e tem por finalidade formar o profissional de educação habilitado a atuar na educação infantil e nos primeiros anos do ensino fundamental. A preparação para tornar o aluno apto a exercer a função do magistério guia-se na junção entre teorias e práticas buscando formar um profissional crítico e reflexivo, apto para o exercício consciente da cidadania. Dentre os objetivos do curso normal pode-se destacar que a escola pretende:

> Qualificar o profissional dando-lhe uma visão atualizada do progresso educativo, reorientando o tratamento pedagógico dados as áreas do conhecimento, visto não somente como transmissão de informações,

> mas como campo de construção de saberes significativos voltados para a compreensão crítica da realidade.

Ainda de acordo com o PPP, dentre as habilidades elencadas para serem desenvolvidas no contexto da disciplina de Matemática destacam-se três que estão em consonância com os objetivos das atividades que são propostas neste trabalho, a saber,

> - Desenvolver competências e habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural.
> - Propiciar uma formação que capacite o aluno a ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e possibilite que ele desfrute dos conhecimentos nucleares do Ensino Médio;
> - Possibilitar a retomada de algumas habilidades e competências essenciais ao ensino-aprendizagem da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, para que o aluno tenha conhecimento e segurança para se desenvolver enquanto profissional.

Levando em consideração as dificuldades que percebi nos alunos em Geometria aliadas à minha paixão pela arte, surgiu a vontade de explorar a matemática inserida na arte do origami para ensinar de uma forma diferente e atrativa. Participações em oficinas envolvendo geometria e origami no Festival da Matemática, na Semana de Ciência e Tecnologia e no III Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática serviram também como motivação para a escolha do tema e para as propostas de atividades.

Desenvolvi, em conjunto com o orientador, atividades interativas com a utilização do origami para facilitar o estudo e a compreensão de alguns conceitos de geometria, com foco naquelas que poderiam ser reproduzidas futuramente pelos estudantes durante suas atuações profissionais. As atividades foram aplicadas por mim em três turmas de 3º ano do Ensino Médio e as respostas dos alunos foram posteriormente analisadas e estarão descritas nos próximos capítulos, juntamente com o detalhamento das atividades.

4. Detalhamento das atividades

As atividades foram organizadas da seguinte forma: exibição de um vídeo de entrevistas sobre pessoas mundialmente conhecidas que trabalham com origami, um questionário para conhecer o perfil do aluno, e uma sequência de atividades práticas com dobraduras para o ensino de geometria com origami. Os objetivos gerais de cada atividades estão descritos a seguir.

Exibição do vídeo. A proposta de apresentar o vídeo como uma das atividades teve como objetivo fornecer ao aluno informações sobre pessoas envolvidas com a prática do origami.

FICHA TÉCNICA
Título: Between the Folds (Entre as Dobras) **Idioma original:** Inglês **Duração:** 00:55:54 **Produtora e ano de produção:** PBS - 2008 **Sinopse:** Apresenta entrevistas sobre a prática do origami. O filme começa com três dos artistas de origami mais importante do mundo: um fabricante de papel artesanal, um antigo escultor na França, um físico que se afastou de uma carreira bem-sucedida. O filme também apresenta matemáticos avançados e um notável cientista, que recebeu um Prêmio Gênio MacArthur por sua pesquisa origami computacional, Erik Demaine. Este filme mostra o quanto a arte e a ciência estão interligadas.

Questionário. Esse questionário teve o propósito de saber sobre a intenção do aluno em seguir ou não a profissão de professor, o porquê da escolha da profissão e a motivação em escolher o C.E.I.A.A. para fazer a formação de professores. Neste questionário, também foram feitas algumas perguntas com o objetivo de saber se existe conhecimento prévio por parte do aluno sobre os conceitos básicos de geometria como ponto, reta e plano.

Atividades com dobraduras. Essas atividades tiveram como objetivo fazer com que o aluno pudesse concluir através das etapas propostas resultados e conceitos importantes na geometria.

Atividade 1	Propõe para o aluno conjecturar, através de exploração, quantas retas podem passar por um único ponto.
Atividade 2	Tem por objetivo fazer o aluno concluir sobre a quantidade de retas que podem passar por dois pontos.
Atividade 3	Explora o conceito de retas concorrentes.
Atividade 4	Explora dobras de retas perpendiculares.
Atividade 5	Determinação do incentro de um triângulo.
Atividade 6	Determinação do ortocentro de um triângulo.
Atividade 7	Determinação do baricentro de um triângulo.

4.1. Relatos e impressões sobre as aplicações das atividades

A difícil tarefa de inovar quando durante esses anos de magistério me levaram a não me arriscar muito fora da zona de conforto, e durante toda a minha trajetória as aulas que ministrei foram, na sua maioria, aulas expositivas com algumas propostas de participação do aluno em sala de aula. As dificuldades se colocavam especialmente quando se tratava de utilizar recursos tecnológicos em sala de aula, e nem mesmo uma apresentação de um vídeo havia sido feita até o momento. Apresentações em *slides*, *Datashow*, *laptop* nunca fizeram parte do meu dia-a-dia. Algumas dessas experiências e discussões sobre o potencial do uso dos recursos tecnológicos na sala de aula somente começaram a fazer algum sentido para mim durante as aulas da disciplina Recursos Computacionais no Ensino de Matemática, no segundo ano do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) e culminaram na execução dessa primeira atividade do trabalho.

As turmas que participaram deste trabalho foram as três turmas do 3º ano do Ensino Médio – Formação de Professores. A turma 3001 é composta de 41 alunos, a 3002 de 40 alunos e a 3003 de 37 alunos. Todos os alunos das três turmas com idades entre 17 e 20 anos. As frequências às aulas foram variáveis, especialmente nas turmas em que as aulas ocorrem no primeiro tempo de aula do dia.

Exibição do Vídeo:

Essa atividade foi feita em duas etapas: a apresentação do vídeo *“Between the folds”* e a discussão em grupo com registros das respostas sobre as perguntas propostas a respeito do documentário (Anexo 1).

Antes de assistirem ao vídeo, os alunos receberam uma folha formato A4 branca e foi perguntado a cada aluno o que eles fariam usando apenas a folha e a criatividade. Em seguida, foi perguntado se eles conseguiam enxergar algo de matemática no que eles haviam feito com a folha de papel. E por fim se na opinião deles era possível ensinar matemática com uma simples folha de papel e como? Para cada uma dessas perguntas os alunos registraram suas respostas numa segunda folha que receberam com essas perguntas propostas.

Os alunos das três turmas demonstraram estar bem à vontade para fazer essa tarefa. Alguns alunos disserem ter feito dobras que já haviam feito na infância, enquanto outros falaram terem feito baseado na experiência que tiveram durante o estágio.

Durante a primeira parte dessa atividade os estudantes, usando a criatividade, dobraram muitas formas diferentes como barquinhos de papel, aviões, chapéus de soldado, flores, polígonos e formas mais complexas como um *tsuru*, uma pipa, um jogo com dobraduras, um cisne dentre outras. Um aluno fez algumas dobras sem se preocupar se estava formando algum objeto específico e por fim uma aluna perguntou se poderia não fazer nada com o papel. Observando o que fizeram com o papel após terem efetuado essa primeira tarefa responderam sobre se conseguiam ou não enxergar matemática na sua ação. Os estudantes, quase na sua totalidade afirmaram reconhecer formas geométricas durante as dobras feitas e alguns até sinalizaram algumas formas conhecidas, como quadrados, retângulos e triângulos. Falaram sobre a possibilidade de comparar os tamanhos das formas, sobre a percepção de em cada momento durante as dobras feitas na confecção do seu objeto enxergar formas geométricas diferentes, na possibilidade de se falar sobre quantidade, ângulos, medidas e fração.

A última pergunta, antes de assistirem ao vídeo, consistia em o aluno propor como ele ensinaria geometria com uma simples folha de papel. Embora os alunos não tenham sido muito específicos no que se diz respeito a detalhes de como fazer, muitos novamente falaram em formas geométricas obtidas através de dobras. Alguns afirmam poder facilitar o entendimento da geometria, contudo todos se limitaram apenas às formas geométricas. Em nenhum momento os alunos falaram sobre qualquer característica ou alguma propriedade das figuras geométricas se atendo apenas as formas visualizadas, não se reportando a nenhum outro conceito.

Após fazerem o registro de suas respostas assistiram ao vídeo de entrevistas sobre pessoas mundialmente conhecidas ligadas a arte do origami falando de suas vidas antes e depois de dedicarem seu trabalho ao origami. O vídeo foi passado na íntegra com a intenção de que os alunos pudessem sinalizar sobre qualquer aspecto durante a discussão a respeito do que assistiram, incluindo a duração e a possibilidade de se fazer recortes numa apresentação durante uma aula. Uma vez que era a minha primeira experiência com vídeos em sala de aula não tinha noção de qual seria a reação dos alunos sobre um documentário de entrevistas tão longo.

Como o final da apresentação do vídeo ficou bem próxima do término da aula pedi, que fizessem um breve relato sobre o vídeo, indicando se gostaram do que assistiram. Uma aluna afirmou ter sido muito longo, e outra disse que tem que gostar muito para fazer o que eles fazem. Outros disseram ter sido interessante.

Na aula seguinte os alunos se dividiram em grupos para que pudessem discutir e responder algumas perguntas pertinentes ao filme e registrar as respostas do grupo. Para isso foi entregue aos alunos uma folha contendo as perguntas (Anexo 2) e outra para o registro de suas respostas.

Algumas das situações que chamaram a atenção dos alunos no filme foram: a criatividade, a habilidade e ao mesmo tempo a agilidade desempenhada pelas pessoas que fazem origami, a paixão envolvida no trabalho com o origami, o tempo dedicado para fazer dobraduras complexas, origamis que se movimentam sozinhos.

O cuidado em cada detalhe, a dedicação do artista e a paciência de ficar mais de quatro horas para executar a tarefa. Alguns se surpreenderam com o fato de não necessitar utilizar qualquer material adicional para fazer origami como cola, tesoura, fita adesiva e régua, além do papel. Foi observada também a importância da escolha do papel para que na realização das dobras o resultado do seu objeto seja satisfatório, uma vez que o resultado pode influenciar na observação do indivíduo sobre o objeto feito.

Alguns estudantes veem no origami uma possibilidade viável de recurso didático, podendo ser trabalhados vários aspectos como a paciência, a visualização a perseverança e a criatividade. Como o aluno participa de forma interativa o interesse em aprender provavelmente será maior. Consideraram ser possível aprimorar a motricidade fina, estimular a concentração e ativar a memória e ao mesmo tempo poder ser divertido.

Outra situação intrigante para os alunos são os origamis que necessitam de 200, 300 ou mais dobras para serem feitos, onde os objetos formados ficam bem próximo a realidade. Como se o papel ganhasse vida por conta da perfeição. A importância de se estar familiarizado com a técnica para fazer o origami. E com o aprimoramento poder se deixar levar pela emoção na criação de um origami.

Na exibição do documentário também se fala sobre uma professora, Mirin Golan que desenvolveu um currículo matemático de origami, que atende quase 10.000 crianças na escola, em toda Israel, contando com uma equipe de em média 40 professores. Comenta-se sobre a dificuldade de ensinar geometria por ser um pouco abstrata para as crianças e vê-se no origami a possibilidade de a geometria ser algo mais visual facilitando a compreensão.

O documentário despertou em alguns alunos o interesse pelo origami e como pode ser uma ferramenta interessante para estimular o ensino da geometria. A oportunidade de conhecer algo que para alguns era novidade disseram ter sido importante para a sua formação como futuros professores.

Questionário:

Com a intenção de saber sobre o desejo do aluno em exercer ou não a profissão de professor, o que o motivou a fazer essa escolha e o porquê de escolher o C.E.I.A.A. para fazer a sua formação, foi entregue ao aluno uma folha formato A4 contendo essas perguntas. Cerca de 60% dos estudantes responderam que desejam ser professores e uma aluna desenhou um quadrado extra indicando uma nova opção, NÃO SEI, afirmando ser uma “profissão legal, mas, que exige muito do profissional”. Uma outra estudante deu também uma resposta diferenciada, pintou menos da metade do quadrado SIM e no quadrado NÃO o espaço que correspondente ao que restaria para completar o do SIM, afirmando ter escolhido o magistério apenas “como um plano B”.

Apesar de estarem no último ano do ensino médio em uma escola de formação de professores alguns alunos ainda têm dúvida em saber se querem ou não exercer a profissão e outros irão terminar a formação mesmo desejando nunca trabalhar nessa área. Quanto à pergunta sobre o porquê da escolha pelo C.E.I.A.A., a maioria afirma que ela se dá pela sua qualidade de ensino.

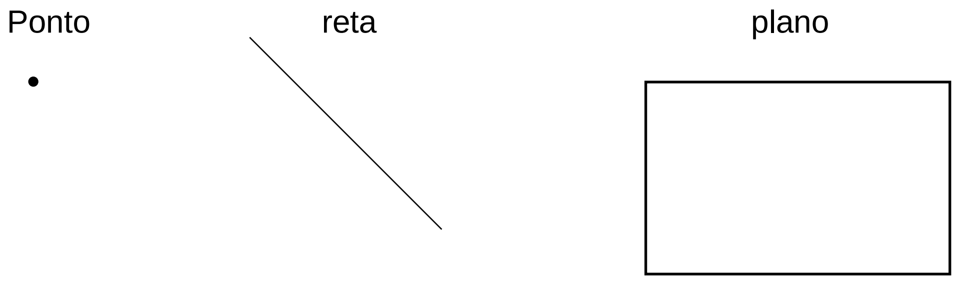
Atividades com dobradura:

Antes de iniciar a primeira atividade proposta foi entregue ao aluno uma folha formato A4 com quatro perguntas sobre conceitos básicos de geometria com a intenção de saber o que eles traziam de anos anteriores, e se eles já haviam discutido algo relacionado ao ensino desses conceitos:

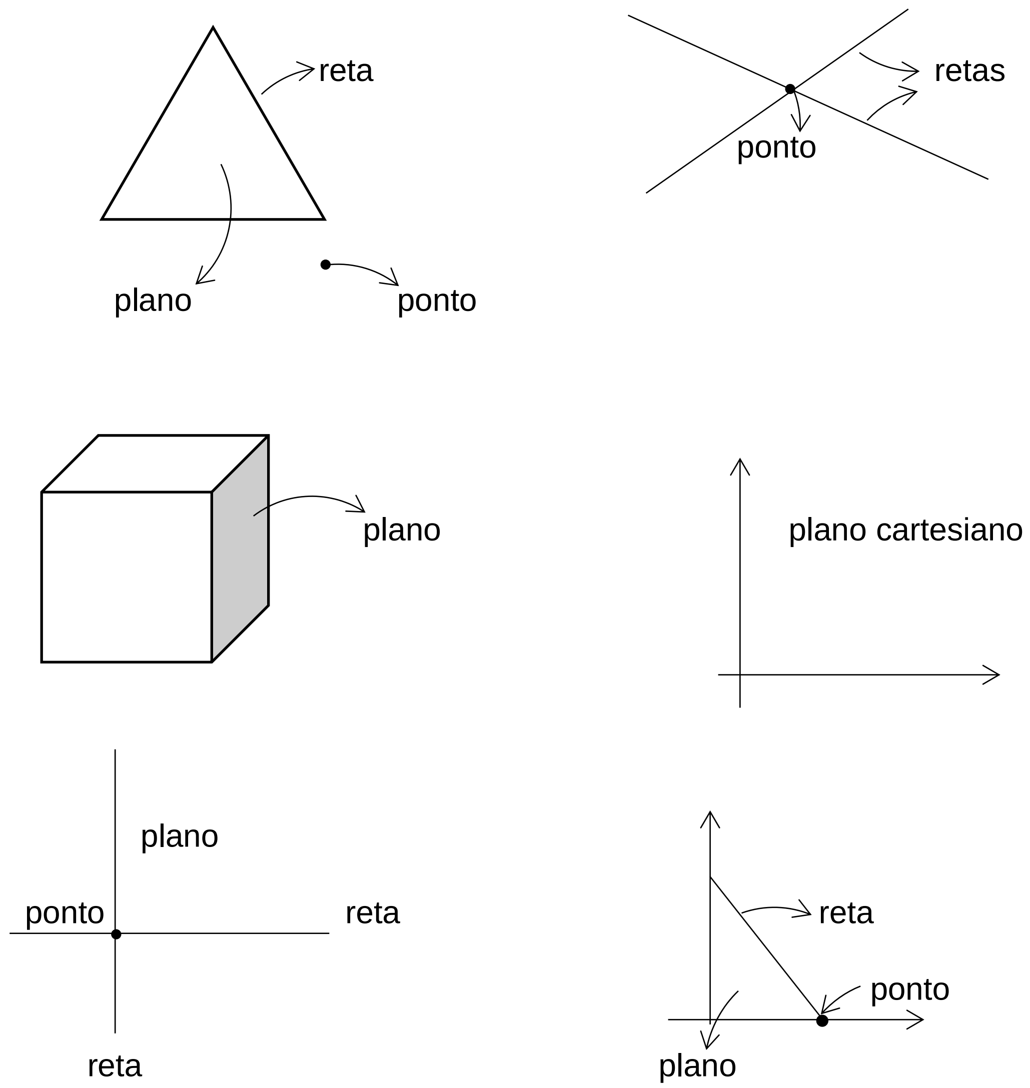
1) O que você entende por ponto, reta e plano?
2) Como você os representaria?
3) O que você pode encontrar na natureza como representação desses conceitos?
4) Como você ensinaria esses conceitos para o seu aluno?

Como resposta a essa primeira pergunta seguem alguns relatos escritos pelos alunos sobre **ponto**: encontros de retas, um determinado lugar na reta, uma marcação de início e fim, localização e final de frase. Sobre o conceito de **reta** escreveram: uma linha que liga um ponto ao outro, uma linha reta, um percurso. E sobre **plano** apareceram: uma superfície lisa e concreta, representação de gráficos.

Em resposta a segunda pergunta, tipicamente os alunos fizeram as seguintes representações:



E outros representaram como a seguir:



Em relação ao que se pode encontrar na natureza, algumas das respostas dadas pelos alunos sobre a representação do **ponto**: ponto de partida, o lugar onde se está, semente e uma fruta redonda. Quanto à **reta** disseram: rua, estrada, linha do horizonte no oceano, um caminho, galho, pista de pouso e um graveto. E para o **plano**: chão, mesa, uma área plana, placas, lateral de prédio e uma folha de árvore grande.

Na questão seguinte pedia-se aos estudantes que dissessem como eles abordariam esses conceitos com seus alunos. E eles responderam: com imagens, desenhos, atividades práticas, levando o aluno para fora da sala de aula apresentando esses conceitos de forma lúdica, mostrando que esses conceitos estão no seu cotidiano para que eles possam perceber que a matemática está presente em suas vidas, com aulas passeio em meio a natureza, pois acalma, para depois pedirem para observarem sobre elementos que pudessem representar esses conceito ou olhando pra própria sala de aula, mostrando e explicando esses conceitos e através de dobraduras.

Em cada uma das atividades com dobradura o estudante deveria ler as etapas propostas para a execução das dobras, registrar o que está sendo feito em cada etapa e poder concluir o objetivo proposto.

- ATIVIDADE 1

Cada aluno recebeu uma folha tamanho A5 (metade do tamanho A4: 148,5 mm x 210 mm) de papel sulfite colorido para realizar as dobras e uma outra folha contendo as instruções. No papel colorido aluno deve marcar um ponto qualquer na folha, e em seguida dobrá-la de forma que o ponto esteja sobre a dobra. Após, deve-se abrir a folha e fazer uma nova dobra de modo que o ponto também esteja sobre a nova dobra. Pergunta-se sobre a possibilidade de se repetir esse procedimento mais uma vez, ou seja, de se fazer uma nova dobra que também contenha o mesmo ponto marcado na folha inicialmente. Pergunta-se também quantas vezes mais é possível repetir esse mesmo procedimento. Pede-se, então, ao aluno que informe sobre o que foi possível concluir e que ao final ele registre no retângulo como ficou o seu papel após todas as dobras feitas. Desejava-se que o aluno, ao final, tivesse registrado no retângulo algo próximo da figura abaixo.

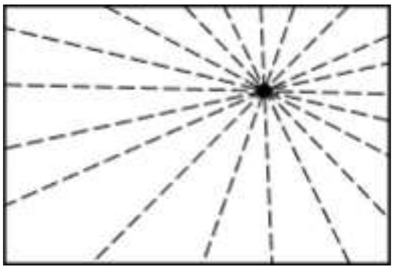


Figura 2: Resultado esperado para a atividade 1.

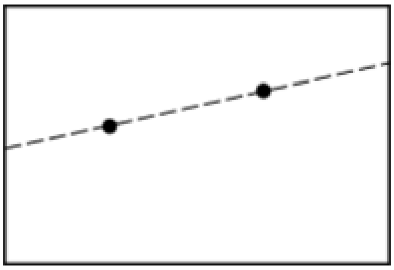
Para iniciar a atividade 1 foi sugerido que os alunos se organizassem em dupla, mas que procurassem responder as atividades individualmente.

Para a execução dos três primeiros itens da atividade proposta não houve nenhuma dificuldade por parte dos alunos. Já no item em que o aluno era questionado se era possível fazer mais uma vez o mesmo procedimento proposto nos itens anteriores, embora todos tenham respondido positivamente, as respostas variaram em relação à quantidade de vezes. Uma estudante perguntou: “Tá bom, 4, né? Precisa de mais?” As respostas numéricas variaram entre 2 e 16 vezes além de outras respostas como: “quantas vezes quiser”, “muitas vezes”, “diversas vezes” e “infinitas vezes”. No que diz respeito ao item 1.5 onde o aluno deveria escrever sobre o que ele concluiu depois de executar as dobras anteriores, algumas das respostas referiam-se as formas geométricas geradas pelas dobras feitas que ficaram marcadas no papel ao desdobrá-lo.

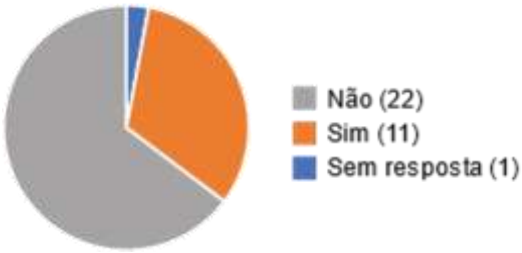
- ATIVIDADE 2:

A atividade 2 estava na mesma folha da atividade anterior. Nesta atividade o aluno deveria concluir, após algumas tentativas, que por dois pontos consegue-se passar uma única dobra (reta).

O aluno deve marcar dois pontos quaisquer sobre a folha, em seguida dobrar a folha de tal forma que os pontos fiquem sobre a dobra. Na sequência pergunta-se sobre a possibilidade de fazer outra dobra que contenha esses dois pontos, e o que é possível concluir após fazer as dobras. Pede-se que o aluno registre o que ele fez.

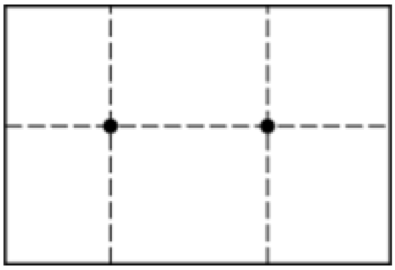


Nas duas primeiras etapas não houve qualquer dificuldade por parte dos alunos em executá-las. Já para responderem o item 2.3 sobre a possibilidade de se fazer outra dobra que pudesse conter os mesmos dois pontos, houve uma certa hesitação quanto as respostas. Em uma das turmas, onde havia 34 alunos presentes, 5 alunos não responderam, 11 afirmaram que sim, era possível fazer outras dobras e 18 disseram que não. Quatro dos cinco alunos que não responderam ao item 2.3 citado acima, responderam de alguma forma nos itens seguintes não ser possível passar mais de uma reta pelos dois pontos.



Dos 11 alunos que responderam “sim”, dois deles apresentaram em suas conclusões respostas que não contemplavam o objetivo como: “que existe reta, ponto e plano” e o outro “através de dois pontos é possível trabalhar a partida e a chegada”.

Seis dos 11 alunos em questão quando respondem ao item que se pede para fazer outra dobra que contenha esses dois pontos marcados inicialmente no papel entenderam que a nova dobra poderia passar em apenas um dos dois pontos registrando no retângulo da folha de atividades algo como:

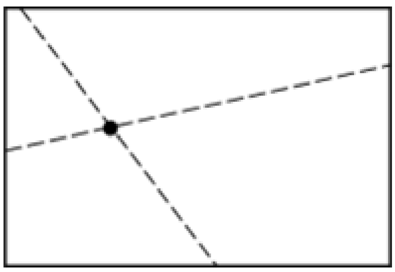


E como conclusão três deles após o término dos itens propostos afirmam que podem ser formados 6 retângulos. Um outro diz que “quanto mais pontos, menos retas são possíveis”. E outro conclui que “com dois pontos é difícil fazer muitas dobras”.

Em algumas das situações nota-se que o aluno entende a informação, registra o resultado esperado, mas, na hora de escrever a conclusão não consegue fazê-lo de forma a expressar exatamente o que compreendeu.

- ATIVIDADE 3:

Seguindo o mesmo procedimento das atividades anteriores cada aluno recebeu uma folha com as perguntas propostas e as etapas a serem cumpridas para a execução das dobras no papel sulfite colorido (tamanho A5). As etapas dessa terceira atividade são: O aluno deve fazer uma dobra qualquer, em seguida abrir a folha e marcar um ponto qualquer sobre a dobra. Nomear o ponto marcado como ponto P e fazer uma nova dobra de tal forma que o ponto P fique sobre ela. Deve-se abrir a folha novamente e com um lápis e uma régua traçar as linhas sobre as dobras realizadas. Devendo registrar o que foi feito no papel colorido no retângulo da folha de perguntas ao término de todas as etapas. Espera-se que o aluno registre:

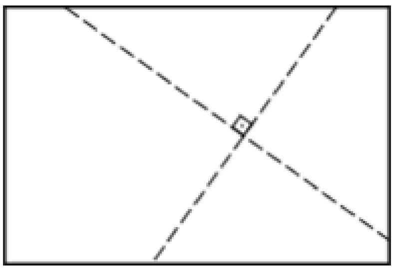


Os alunos não encontraram dificuldade durante a feitura das etapas, contudo, foi possível perceber que, muitos ao fazerem a primeira dobra, sugerida como uma dobra qualquer, fizeram-na na direção horizontal ou vertical levando em consideração a borda do papel. Em uma das turmas com 38 alunos, 23 fizeram suas dobras dessa maneira. Alguns destes alunos fizeram as dobras, dobrando a folha exatamente ao meio nas duas direções.

Ao final dessas etapas o aluno deve ser capaz de perceber que as retas representadas têm um único ponto em comum, o ponto P. Para em seguida poder informar que as retas que possuem essa característica são denominadas retas concorrentes.

- ATIVIDADE 4:

A atividade 4 estava na mesma folha da atividade 3. As etapas dessa atividade iniciam-se pedindo ao aluno que faça uma dobra qualquer e em seguida com a folha ainda dobrada, que ele faça uma nova dobra de modo que a primeira fique sobre si mesma. Pede-se que o aluno desdobre a folha e com um lápis e régua trace as linhas deixadas pelas dobras. Ao terminar deve-se registrar o que foi feito. É esperado que o aluno registre como resultado das dobras um desenho conforme o apresentado abaixo.



Embora, os alunos também não tenham encontrado dificuldade em realizar as etapas da atividade, alguns ao terminar o que havia sido proposto ficaram surpresos pelas dobras não estarem uma exatamente na horizontal e a outra na vertical e mesmo assim as retas serem perpendiculares.

Observou-se também que alguns resultados encontrados pelos alunos na atividade 3 coincidiram com os resultados encontrados na atividade 4. Isso aconteceu com alguns alunos que ao fazerem suas dobras, dobraram a folha exatamente ao meio sobrepondo as bordas nas duas direções.

- ATIVIDADE 5, 6 e 7:

Embora não tenham sido aplicadas, estão aqui como sugestão mais três atividades que podem ser feitas como prosseguimento das atividades anteriores. A atividade 5 que consiste em após dobrar um triângulo qualquer, dobrar as bissetrizes internas de cada ângulo afim de se encontrar o incentro do triângulo. Na atividade 6, o aluno é convidado a dobrar as alturas de um triângulo qualquer e, assim, determinar o ortocentro. E finalmente, na atividade 7, dobrar as medianas para encontrar o baricentro.

Para execução dessas três atividades algumas recomendações podem ser feitas:

- Como elas envolvem muitas dobras, o uso do papel vegetal que é mais fino, pode ser mais conveniente.
- Triângulos maiores fornecem visualizações melhores. Para evitar ter que ficar consertando eventuais dobras dos estudantes, as folhas onde serão realizadas as dobras podem vir com os triângulos (ou pelo menos os vértices) já indicados.
- Na atividade 6, é bom evitar triângulos obtusângulos, pois nesses casos o ortocentro pode ficar, eventualmente, fora do papel.

Além dessas, foi ainda realizada com os estudantes uma atividade de construção do origami modular para construção do tetraedro, conforme pode ser visto em RANCAN (2012). Os estudantes trabalharam em dupla construindo quatro módulos, dois para a construção do tetraedro e os outros dois para serem desdobrados e realizar outras atividades envolvendo o reconhecimento nas dobras de retas paralelas, retas concorrentes, perpendiculares, ângulos congruentes e formas geométricas.

Durante a construção do origami modular os alunos tiveram um pouco de dificuldade no entendimento das etapas contidas nas diagramações da construção do tetraedro. Fez-se necessário algumas intervenções para esclarecer dúvidas durante execução da tarefa. Após montarem o sólido, foi pedido que analisassem uma das peças do módulo desdobrada para identificar nas dobras retas paralelas, concorrentes, perpendiculares e ângulos congruentes, usando uma legenda de cores. A maioria obteve êxito nesta atividade. Na segunda peça os alunos pintaram com lápis de cor as formas geométricas que eles reconheceram e fizeram uma legenda denominando-as. Alguns alunos não lembraram dos nomes de algumas das formas geométricas possíveis de serem formadas pelas dobras.

5. Considerações Finais

As atividades propostas com o origami como recurso didático puderam trabalhar não só os conteúdos matemáticos pertinentes à geometria, mas proporcionaram uma maior interação entre alunos na sala de aula. O interesse pela participação e a dedicação dos alunos foram bastantes significativos durante todas as atividades.

Foi possível proporcionar aos alunos momentos de reflexões ampliando seus conhecimentos geométricos e contribuindo com recursos que poderão ser utilizados no exercício de suas funções em sua atuação como profissionais da educação. Por serem alunos do último ano da Educação Básica alguns conteúdos explorados nas atividades não eram totalmente desconhecidos dos alunos. A novidade era trabalhar com a visualização e a experimentação para se chegar a um resultado esperado. Em se tratando dessa arte milenar ainda se tem muito o que explorar para o ensino da matemática.

Como possibilidade de continuidade do trabalho inicialmente, propõe-se a aplicação das atividades que ficaram como sugestão. Oportunamente, pode-se estudar a utilização do processo de dobragem de uma caixa de origami na educação matemática elementar com a finalidade de ensinar polígonos, ângulos, bissecções e simetrias (CORNELIUS e TUBIS, 2009). Podendo explorar nas séries seguintes do Ensino Fundamental tópicos mais avançados, como por exemplo, relacionar o tamanho do papel do origami e o volume da caixa (DeYOUNG, 2009). E para ganhar conhecimento de unidades fora do padrão sugerir que os alunos utilizem feijões para o cálculo do volume da caixa (GEORGESON, 2011). Explorar a utilização do origami para ensinar trigonometria, onde estudos feitos por Cornelius e Tubis 2009 utiliza uma caixa de origami triangular para ensinar alguns conceitos em trigonometria.

Trabalhar com atividades interativas me fez repensar minha forma de ensinar.

6. Bibliografia

ARSLAN, O., IŞIKSAL-BOSTAN, M. **Origami in Mathematics Education: The Development and Validation of an Origami-Related Self-Efficacy Scale.** Elementary Education Online, 15(2): 548-559, 2016.

AZEVEDO, E. D. M. **Apresentação do trabalho matemático pelo sistema montessoriano.** In:evista de Educação e Matemática, n. 3, 1979 (p. 26-27).

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Dez 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm> Acesso em: 24 jul.2019.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Parecer CNE/CEB nº 1 de janeiro de 1999: **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores na modalidade normal em nível médio**. MEC. 1999.

CORNELIUS, V., TUBIS, A. **On the effective use of origami in the mathematics classroom.** R. J. Lang (Eds.), Origami 4: Fourth international meeting of origami science, math, and education (pp. 507-515). Natick, MA: A. K. Peters, 2009.

CUNHA, D. R. **A matemática na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental: relações entre a formação inicial e a prática pedagógica**. 2010. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

DeYOUNG, M. J. **Math in the box.** Mathematics Teaching in the Middle School, 15 (3), 134-141, 2009.

ETCHEVERRIA, T. C. **Educação Continuada em grupos de estudos: Possibilidades com focos no estudo da Geometria**. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

GEORGESON, J. **Fold in origami and unfold math**. Mathematics Teaching in Middle School, 16(6), 354-361, 2011

NISHIDA, Y. **Something old, something new, something borrowed, and something Froebel? The development of origami in early childhood education in Japan .**Paedagogica Historica - 529-547.Volume 55, 2019.

RANCAN, G. **Origami e Tecnologia: investigando possibilidades para ensinar Geometria no ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

RANCAN, G., GIRAFFA, L.M.M. **Geometria com Origami: Incentivando futuros professores.** IX ANPED Sul. 2012

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M; GAUDÊNCIO JR., S. **A geometria do Origami: atividades de ensino através de dobraduras**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2003.

7. Apêndice

Apresentação do vídeo

Parte1: Individual

- Você está recebendo duas folhas de papel formato A4 uma em branco e outra para registrar as respostas das perguntas a seguir:

1) Usando sua criatividade, o que você faria com essa folha de papel em branco? Registre o que você fez.
2) Você consegue enxergar algo de matemática no que você fez? Registre o que você enxergou.
3) Como é possível ensinar matemática (geometria) com uma simples folha de papel?

Parte 2: Discussão em grupo de 4 alunos e responder por escrito a resposta do grupo.

1) Quais as regras do origami?
2) Como transformar algo de duas dimensões em três dimensões?
3) Qual a importância do tipo de papel no resultado do origami?
4) Na sua opinião, é viável o origami como material didático? Como o origami pode ajudar?
5) Qual o papel do sistema de diagramação para os origamistas?
6) Quais os conhecimentos mobilizados na construção de origamis?
7) O que mais te chamou a atenção no filme?
8) Faça qualquer comentário que considerar relevante.

Atividade 1

Material: 1 folha de papel sulfite colorida formato A5 (148,5mm x 210 mm).

1.1) Marque um ponto qualquer na folha.

1.2) Dobre a folha de forma que o ponto esteja sobre a dobra.

1.3) Abra a folha e faça uma nova dobra onde o ponto também esteja sobre a reta. Isso é possível?

1.4) É possível repetir esse procedimento mais uma vez? Quantas vezes mais?

1.5) O que podemos concluir?

1.6) Registre como ficou o seu papel após todas as dobras feitas.

Atividade 2

Material: 1 folha de papel sulfite colorida formato A5 (148,5 mm x 210 mm).

2.1) Marque dois pontos quaisquer sobre a folha.

2.2) Dobre a folha de tal forma que os pontos fiquem sobre a dobra.

2.3) Existe a possibilidade de se fazer outra dobra que contenha esses dois pontos?

2.4) O que podemos concluir?

2.5) Registre o que você fez.

Atividade 3

Material: 1 folha de papel sulfite colorida formato A5 (148,5 mm x 210 mm).

3.1) Faça uma dobra qualquer.
3.2) Abra a folha e marque um ponto sobre a dobra. Considere esse ponto como P.
3.3) Faça outra dobra tal que P fique sobre ela.
3.4) Abra a folha e com um lápis e a régua trace as linhas sobre as dobras feitas.
3.5) Registre o que você fez.

As retas representadas têm um único ponto comum, o ponto P. Essas retas são denominadas retas concorrentes.

Atividade 4

Material: 1 folha de papel sulfite colorida formato A5 (148,5 mm x 210 mm).

4.1) Faça uma dobra qualquer, e com a folha dobrada, faça uma nova dobra de modo que a primeira fique sobre si mesma.
4.2) Desdobre a folha e com o lápis e a régua trace as linhas deixadas pelas dobras.
4.3) Registre o que você fez.

As linhas traçadas representam retas perpendiculares e determinam quatro ângulos retos.

Atividade 5

Construção de um triângulo qualquer, da bissetriz de um triângulo e a determinação do INCENTRO.

Material: 1 folha de papel sulfite colorida formato A5 (148,5 mm x 210 mm).

5.1) Faça uma dobra qualquer.

5.2) Abra a folha e faça uma segunda dobra de tal forma que esta intercepte a primeira dobra.

5.3) Abra novamente a folha e faça uma terceira dobra de forma que esta intercepte as duas dobras anteriores.

5.4) Abra a folha, observe que figura formou-se e registre.

5.5) Nomeie os pontos de interseção por A, B e C.

5.6) Faça uma dobra na folha de tal modo que AB fique sobre AC. Abra a folha e marque o ponto de interseção da dobra feita com o lado BC e nomeie-o por S_A.

5.7) Agora, faça uma dobra de modo que AC fique sobre BC. Abra a folha e marque o ponto de interseção da dobra feita com o lado AB e nomeie-o por S_C.

5.8) Faça uma dobra de modo que agora AB fique sobre BC. Abra a folha e marque o ponto de interseção da dobra feita com o lado AC e nomeie-o por S_B.

5.9) Marque o ponto de interseção entre os segmentos AS_A, BS_B, CS_C e nomeie-o por I.

5.10) O segmento de reta AS_A é a bissetriz interna do triângulo relativa ao lado BC. O segmento de reta BS_B é a bissetriz interna do triângulo relativa ao lado AC. O segmento de reta CS_C é a bissetriz interna do triângulo relativa ao lado AB.

5.11) O que se pode verificar a respeito dos ângulos $\widehat{CAS_A}$ e $\widehat{BAS_A}$ formados pelas dobras do item 5.6

5.12) O que se pode verificar a respeito dos ângulos $\widehat{BCS_C}$ e $\widehat{ACS_C}$ formados pelas dobras do item 5.7.

5.13) O que se pode verificar a respeito dos ângulos $\widehat{ABS_B}$ e $\widehat{CBS_B}$ formados pelas dobras do item 5.8.

5.14) O pode-se dizer sobre a bissetriz interna de um triângulo?

5.15) O ponto I é conhecido como INCENTRO. Ponto de encontro das três bissetrizes internas de um triângulo.

Atividade 6

Determinação do ORTOCENTRO.

Material: 1 folha de papel sulfite ou vegetal colorida formato A5 (148,5 mm x 210 mm) com três pontos A, B e C não colineares marcados

6.1) Faça uma dobra que passe pelos pontos B e C e com a folha ainda dobrada faça uma dobra de tal forma que a nova dobra fique sobre a dobra anterior e contenha o ponto A.

6.2) Abra a folha e marque o ponto de interseção dessa nova dobra com o segmento BC e nomeie-o por H_1.

(a) H_1 é o pé da altura.

(b) AH_1 é a altura relativa ao lado BC.

6.3) Faça uma dobra que passe pelos pontos A e C e com a folha ainda dobrada faça uma dobra de tal forma que a nova dobra fique sobre a dobra anterior e contenha o ponto o B.

6.4) Abra a folha marque o ponto de interseção dessa dobra com o segmento AC e nomeie-o por H_2.

(a) H_2 é o pé da altura.

(b) BH_2 é a altura relativa ao lado AC.

6.5) Faça uma dobra que passe pelos pontos A e B e com a folha ainda dobrada faça uma dobra de tal forma que a nova dobra fique sobre a dobra anterior e contenha o ponto o C.

6.6) Marque o ponto de interseção dessa nova dobra com o segmento AB e nomeie-o por H_3.

(a) H_3 é o pé da altura.

(b) CH_3 é a altura relativa ao lado AB.

6.7) Marque o ponto de interseção dos segmentos AH_1, BH_2 e CH_3 e nomeie-o por O.

O ponto O é o ponto de encontro das três alturas relativas a cada um dos lados do triângulo. Esse ponto é denominado ORTOCENTRO.

Atividade 7

Determinação do BARICENTRO.

Material: 1 folha de papel sulfite colorida formato A5 (148,5 mm x 210 mm). com três pontos não colineares A, B e C marcados:

7.1) Faça uma dobra de modo que o ponto B coincida com o ponto C, mas só marque o vinco sobre o segmento BC.

7.2) Abra e marque o ponto de interseção da dobra feita com o segmento BC e nomeie-o por M_1.

7.3) O que podemos dizer sobre os segmentos BM_1 e CM_1?

____.

M_1 é ____________________________________.

AM_1 é ____

7.4) Agora faça uma dobra de tal forma que o ponto A coincida com o ponto C, mas só marque o vinco sobre o segmento AC.

7.5) Abra e marque o ponto de interseção da dobra feita com o segmento AC e nomeie-o por M_2.

7.6) O que podemos dizer sobre os segmentos AM_2 e CM_2?

____.

M_2 é ____________________________________.

BM_2 é ____.

7.7) Novamente faça uma dobra de modo que agora o ponto A coincida com B, mas só marque o vinco sobre o segmento AB.

7.8) Abra e marque o ponto de interseção da dobra feita com o segmento AB e nomeie-o por M_3.

7.9) O que podemos dizer sobre os segmentos AM_3 e BM_3?

____.

M_3 é ____________________________________.

CM_3 é ____.

7.10) Agora faça uma dobra que passe pelo ponto A e M_1.

7.11) Da mesma forma, faça uma nova dobra agora passando por B e M_2.

7.12) Faça agora uma dobra passando por C e M_3.

7.13) Abra e marque o ponto de interseção dos segmentos AM_1, BM_2 e CM_3. Nomeie-o por G. Este ponto é denominado BARICENTRO.

7.14) Que relação podemos obter sobre as medidas dos segmentos:

(a) AG e GM_1?

(b) BG e GM_2?

(c) CG e GM_3?